① $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a$ е четно$\}$

$\Lambda_0 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 0\}$ и $\Lambda_2 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 2$

$\Rightarrow$ имаме че $w \in \Lambda_0 \Leftrightarrow w$ не съдържа $a \Leftrightarrow w \in (\Sigma \setminus \{a\})^* \Leftrightarrow w \in \{b\}^*$

т.е. $\Lambda_0 = \{b\}^*$

$w \in \Lambda_2 \Leftrightarrow w$ е от вида $b\ldots b\, a\, b\ldots b\, a\, b\ldots b$

$\Leftrightarrow \exists\, v_1 v_2 v_3\ \{v_1 \in \{b\}^* \ \&\ v_2 \in \{b\}^* \ \&\ v_3 \in \{b\}^*\}$

$w \in L_1 \Leftrightarrow w \in \Lambda_0$ или $\exists\, u, v\, (u \in \Lambda_2 \ \&\ v \in L_1 \ \&\ w = uv)$

$\Leftarrow)$

Ако $w \in \Lambda_0$ то $|w|_a = 0$ е четно е ясно.

Ако $u \in \Lambda_2$, $v \in L_1$ и $w = uv$ то понеже $|u|_a = 2$, $|v|_a$ е четно $|w|_a = |u|_a + |v|_a$, $\Rightarrow$ четно $w \in L_1$

$\Rightarrow)$ Нека $w \in L_1$ и $w \notin \Lambda_0$

съдържа поне 1 a

понеже броят на a е четен то съдържа поне 2-ата

Нека u е началото на w, което свършва на второто a в w.

$\underbrace{\underbrace{b\ldots bab\ldots ba}_{u}\, v}_{w}$

v е остатъка от w.

в u има 2a-та $\Rightarrow u \in \Lambda_2$

понеже $|w|_a$ е четно $|u|_a = 2$ и $|v|_a = |w|_a - |u|_a$

то $|v|_a$ е четно $\Rightarrow v \in L_1$

Сега ще докажем че $L_1 = \Lambda_2^* \cdot \Lambda_0$

(⊇) Нека първо $w \in \Lambda_2^* \cdot \Lambda_0 \Rightarrow w = v_1 \cdot v_2 \cdot \ldots \cdot v_n \cdot u$ където $v_1 \ldots v_n \in \Lambda_2$, $u \in \Lambda_0$ или $w = u \in \Lambda_0$. $\Rightarrow$ в двата случая е четно откъдето $w \in L_1$

(⊆) Нека $w \in L_1$ ако $|w|_a = 0$ то $w \in \Lambda_0 \subseteq \Lambda_2^* \Lambda_0$. (защото $\varepsilon \in \Lambda_2^*$)

Нека сега $|w|_a > 0$ и за $\forall\, \tilde{w} \in L_1$, за което $|\tilde{w}|_a < |w|_a$ е в сила че $\tilde{w} \in \Lambda_2^* \Lambda_0$. Щом $|w|_a > 0$ и $w \in L_1$ то в w има поне 2a-та. Тогава w се представя като конкатенация $w = \underbrace{b.bab.ba}.\hat{w}$ $\in \Lambda_2$

където $\hat{w}$ е дума с четен брой a-та

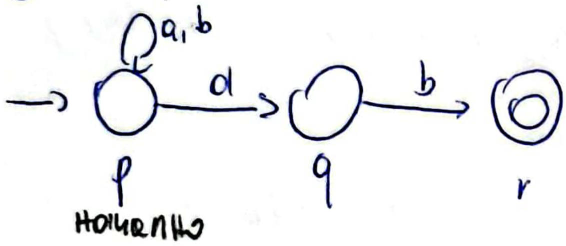
като $|\hat{w}|_a < |w|_a \Rightarrow \hat{w} \in \Lambda_2^* \Lambda_0$

$\Rightarrow w \in \Lambda_2 \Lambda_2^* \Lambda_0 \subseteq \Lambda_2^* \Lambda_0$

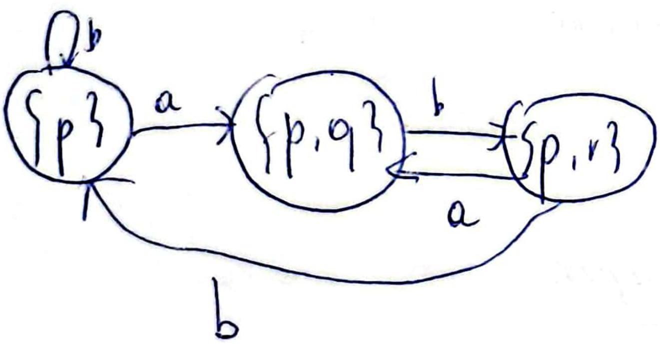
То L_1 е регулярен

$(b^*ab^*ab^*)^*b^*$.

(2) Постройте ДКА за НДКА.



: A



от p с a и b

$\delta(p,a) = \{p\}$

$\delta(p,a) = \{q\}$

$\delta(\{p\},a) = \{p,q\}$

$\delta(p,b) = \{p\}$

от p и q с a и с b

$p \xrightarrow{a} q \quad p \xrightarrow{a} p$

$\{p,q\} \xrightarrow{a} \{p,q\}$

$p \xrightarrow{b} p \quad \{p,q\} \xrightarrow{b} \{p,r\}$

$q \xrightarrow{b} r$

от p и r

$\{p,r\} \xrightarrow{a} \{p,q\}$

$\{p,r\} \xrightarrow{b} \{p\}$

финално съст. $\{p,r\}$

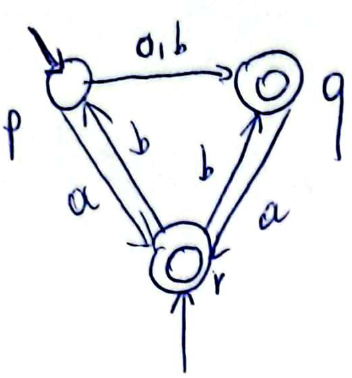
A_d трябва да има още 2^3 - състояния.

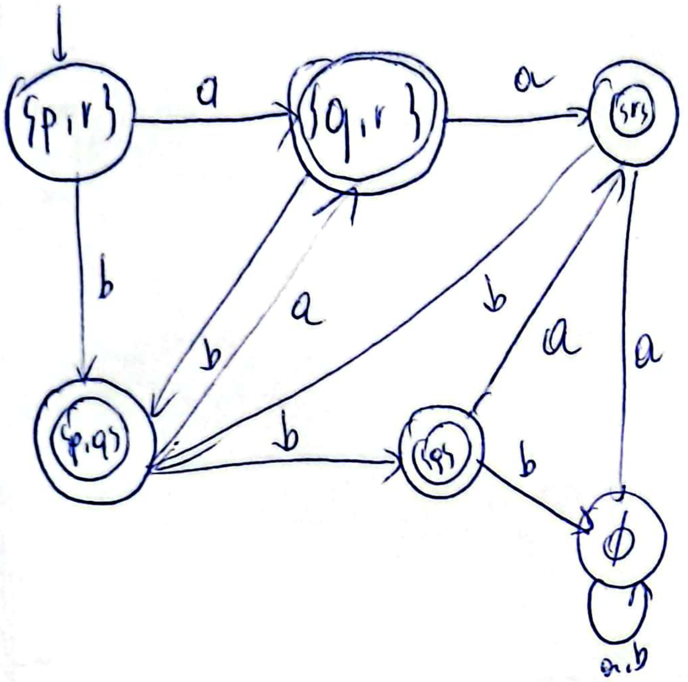
$\{\emptyset, \{q,r\}, \{p,r,q\}, \{r\}\}$

но те не участват в нито един път в A_d които започват от q_{start}.

③

A:





начално $\{p,r\}$

$p \xrightarrow{a} q$ $p \xrightarrow{a} r$

$r \xrightarrow{a} -$ $\boxed{\{p,r\} \xrightarrow{a} \{q,r\}}$ финални които съдържат q или r

$p \xrightarrow{b} q$ $r \xrightarrow{b} p$ $r \xrightarrow{b} q$

$\boxed{\{p,r\} \xrightarrow{b} \{q\ p\}}$

$r \xrightarrow{a} -$ $\boxed{\{r,q\} \xrightarrow{a} \{r\}}$

$q \xrightarrow{a} r$ $\boxed{\{r,q\} \xrightarrow{b} \{q,p\}}$

$\boxed{\{p,q\} \xrightarrow{a} \{q,r\}}$

$\boxed{\{p,q\} \xrightarrow{b} \{q\}}$

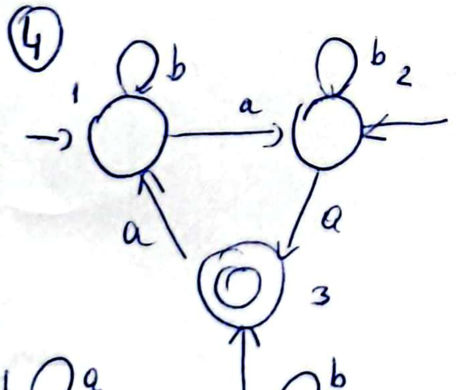
$\{r\} \xrightarrow{a} \emptyset$

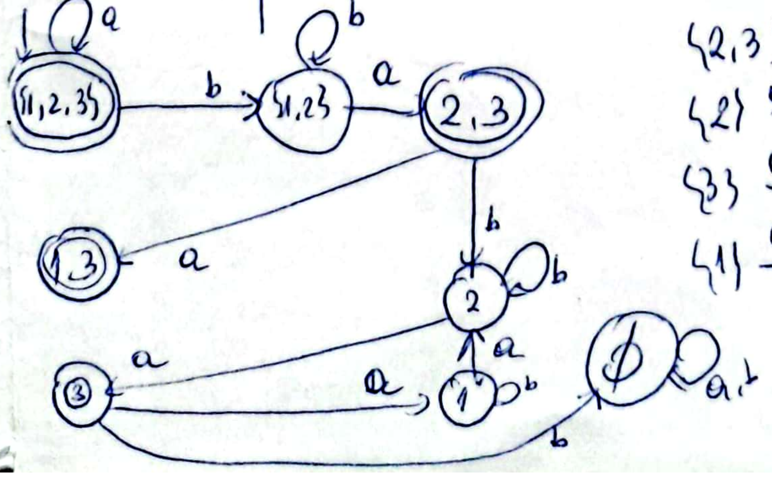
$\boxed{\{r\} \xrightarrow{b} \{p,q\}}$

$\{q\} \xrightarrow{a} \{r\}$ $\{q\} \xrightarrow{b} \{\emptyset\}$

$\emptyset \xrightarrow{a} \emptyset$ $\emptyset \xrightarrow{b} \emptyset$

④





$1 \xrightarrow{a} 2$ $1 \xrightarrow{b} 1$ $2 \xrightarrow{a} 3$ $2 \xrightarrow{b} 2$

$3 \xrightarrow{a} 1$ $3 \xrightarrow{b} \emptyset$

$\{1\ 2\ 3\} \xrightarrow{a} \{1\ 2\ 3\}$ $\{123\} \xrightarrow{b} \{1\ 2\}$

$\{1,2\} \xrightarrow{a} \{2\ 3\}$

$\{1,2\} \xrightarrow{b} \{1,2\}$

$\{2,3\} \xrightarrow{a} \{3,1\}$ $\{2,3\} \xrightarrow{b} \{2\}$

$\{2\} \xrightarrow{a} \{3\}$ $\{2\} \xrightarrow{b} \{2\}$

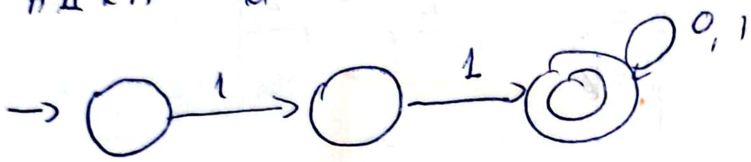
$\{3\} \xrightarrow{a} \{1\}$ $\{3\} \xrightarrow{b} \emptyset$

$\{1\} \xrightarrow{a} \{2\}$ $\{1\} \xrightarrow{b} \{1\}$

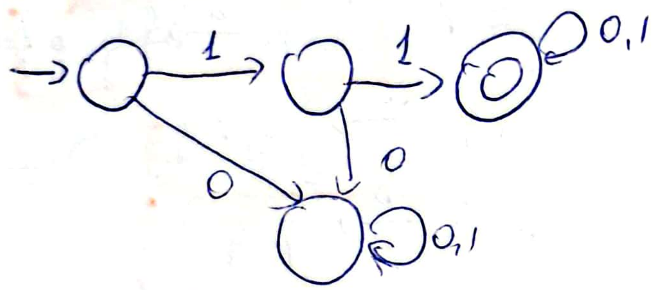
⑤ Намерете КДА чието език е $\{L = w \in \{0,1\}^* \mid w$ не започва с '11' $\}$

1) $\bar{L} = \{w \in \{0,1\}^* \mid w$ започва с $11\} = 11\Sigma^*$

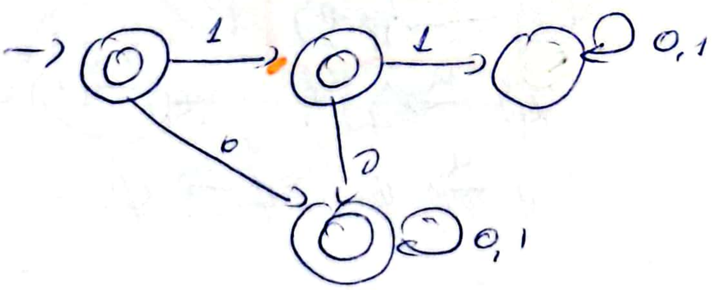
2) НДКА за $\bar{L}$



3) тотален ДКА за НДКА



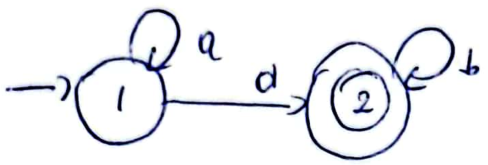
4) $L = \overline{\bar{L}}$ обръщаме финалното



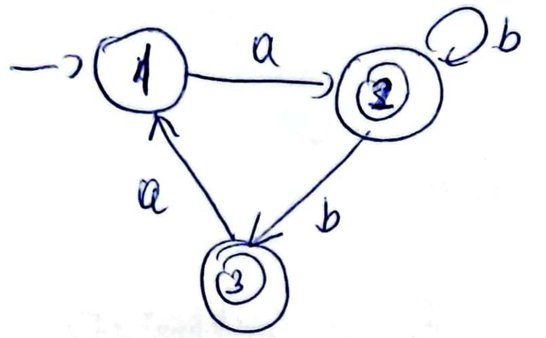
$L = 0\Sigma^* \cup 1 \cup 10\Sigma^* \cup \varepsilon$?

6) Намерете КА чиито език е = на обединението на езика

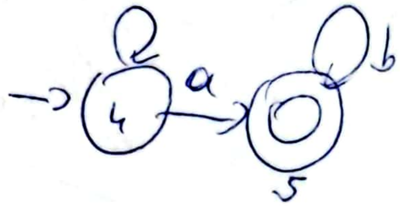
A_1:



A_2



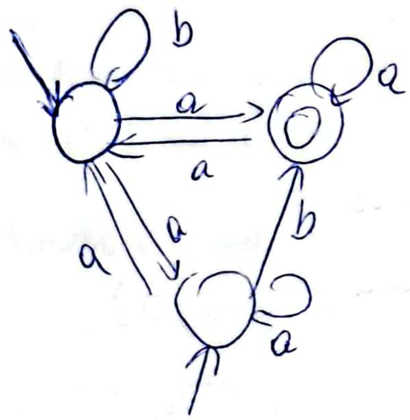
Преименуване на повторените състояния =>



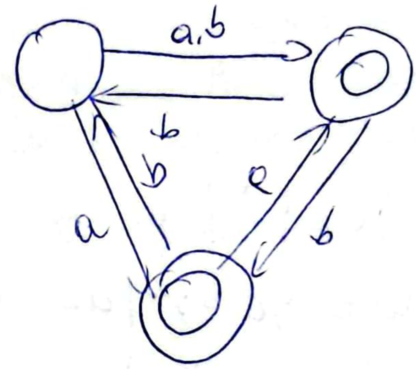
и A_2 както е

7) Конкатенация

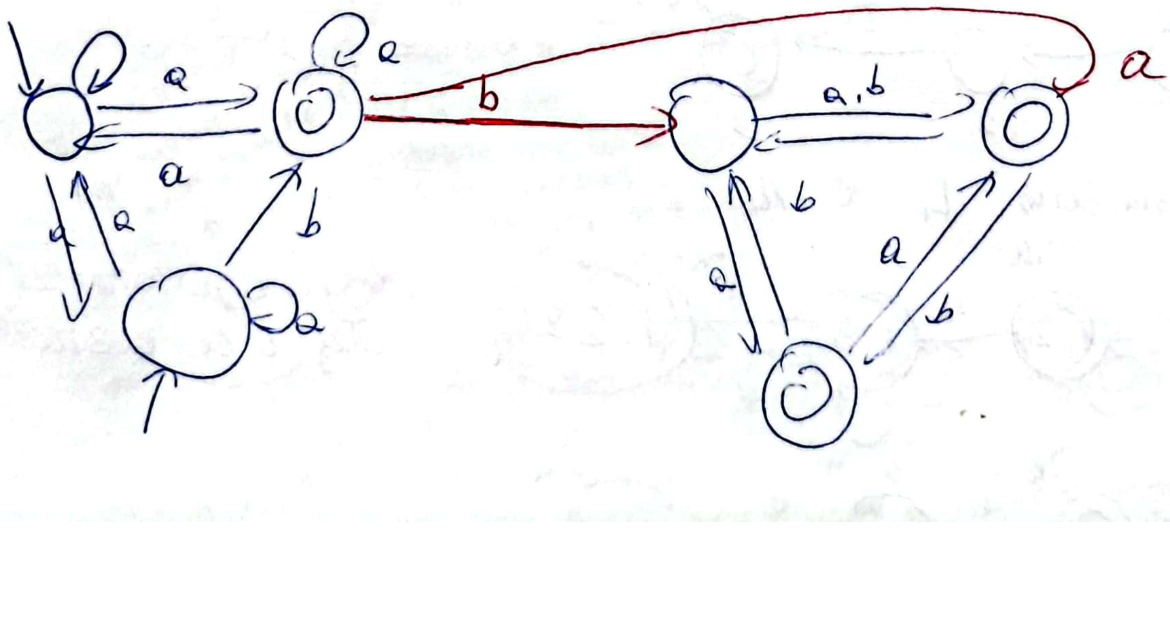
A'



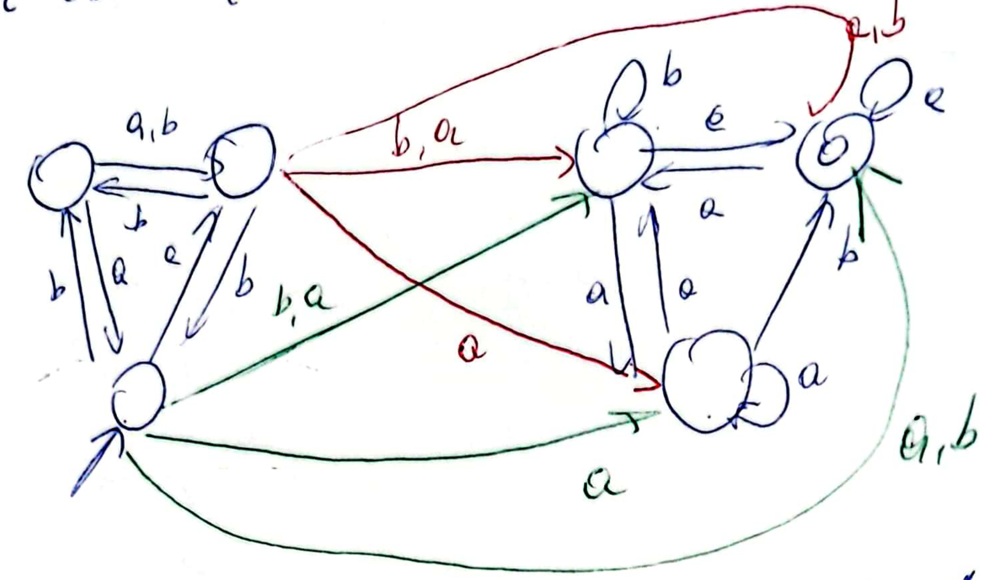
A'':



A_c : за $L(A') \cdot L(A'')$



A_c за $L(A'') \cdot L(A')$



преходи от финалните на A_1 в всяко от началните на A_2

(8) допълнение $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$

$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid ab$ не е инфикс на $w\}$

Нека $L_1 = \{w \in \{a,b\}^* \mid ab$ е инфикс на $w\}$

Тогава $L = \{a,b\}^* \setminus L_1 = \bar{L_1}$

L_1 се разпознава от КА.

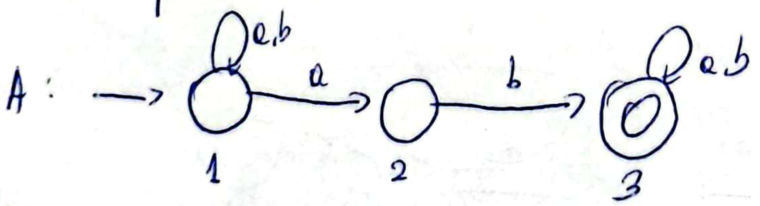
$1 \xrightarrow{a} 1 \quad 1 \xrightarrow{a} 2 \quad \{1,2\}$

$\boxed{1 \xrightarrow{b} \{1\}} \quad 1,2 \xrightarrow{b} \{1\}$

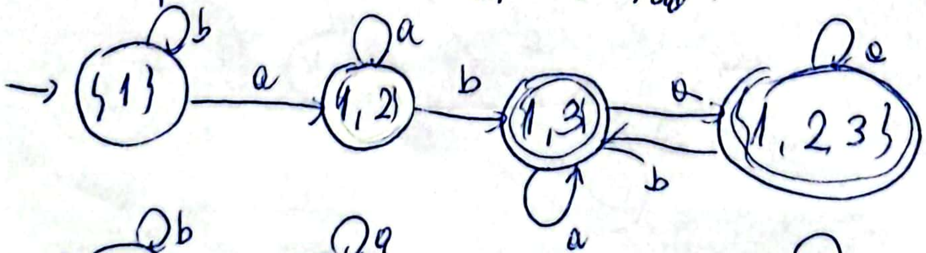
$2 \xrightarrow{a} \emptyset \quad 2 \xrightarrow{b} \{3\}$

$\{1,2\} \quad \{1,2\}$

$3 \xrightarrow{a} 3$

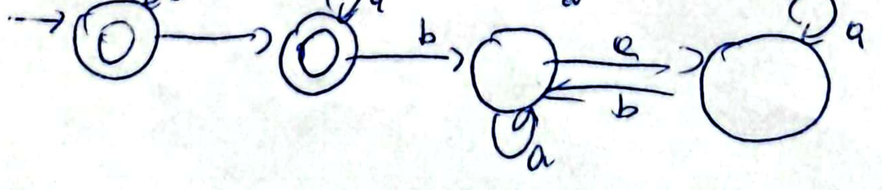


КДА разпознаващ L_1 е A_d:



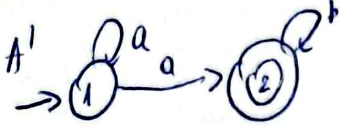
което е тотален

след L се разпозна

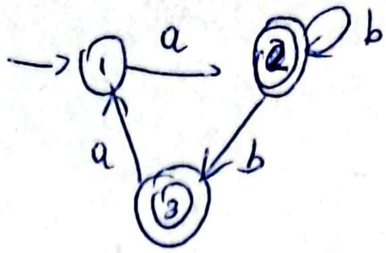


9 сечение

A'



A'' :



Начално съст. $A_\cap$ (1,1)

$1 \xrightarrow[A']{a} 1$ $\quad$ $1 \xrightarrow[A'']{a} 2$

$1 \xrightarrow[A']{a} 2$

$A_\cap$ $\quad (1,1) \xrightarrow[A_\cap]{a} (1,2) \quad (1,1) \xrightarrow{a} (2,2)$

с. b няма преходи защото няма в A'

(1,2) : $2 \xrightarrow[A'']{a} \emptyset \Rightarrow A_\cap$ няма преход с a

$2 \xrightarrow[A'']{b} b \qquad 1 \xrightarrow[A']{b} \emptyset \Rightarrow A_\cap$ -||- с b

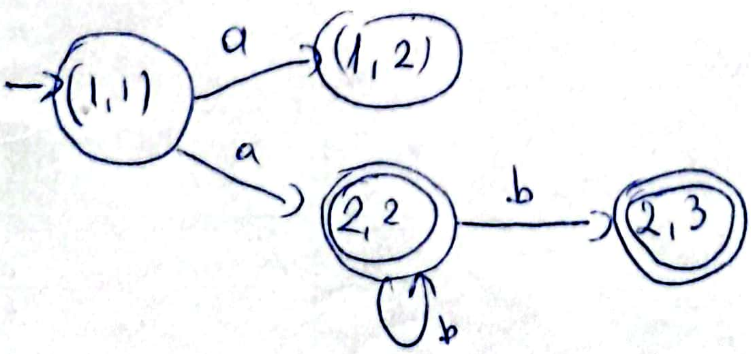
(2,2) с a няма $\qquad (2,2) \xrightarrow{b} (2,2)$

$(2,2) \xrightarrow{b} (2,3)$

(2,3) с a няма

с b (2,3) — няма $\qquad$ финални с. (2,3)

(2,2)

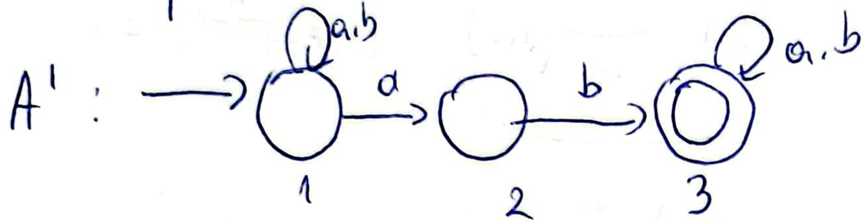


(10) Намерете автомат с език = на:

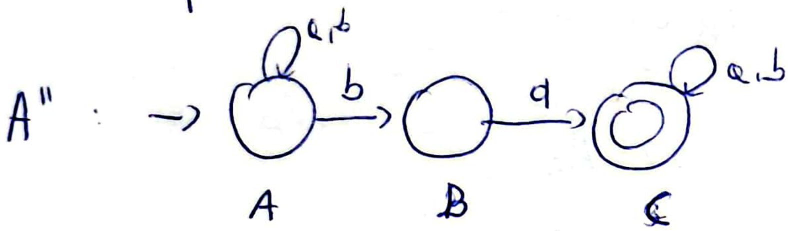
$L = \{ w \in \{a,b\}^* \mid w$ има инфикс ab и инфикс $ba \}$

Имаме че $L = \{ w \in \Sigma^* \mid w$ има инфикс $ab \} \cap \{ w \in \Sigma^* \mid w$ има инфикс $ba \} = L' \cap L''$

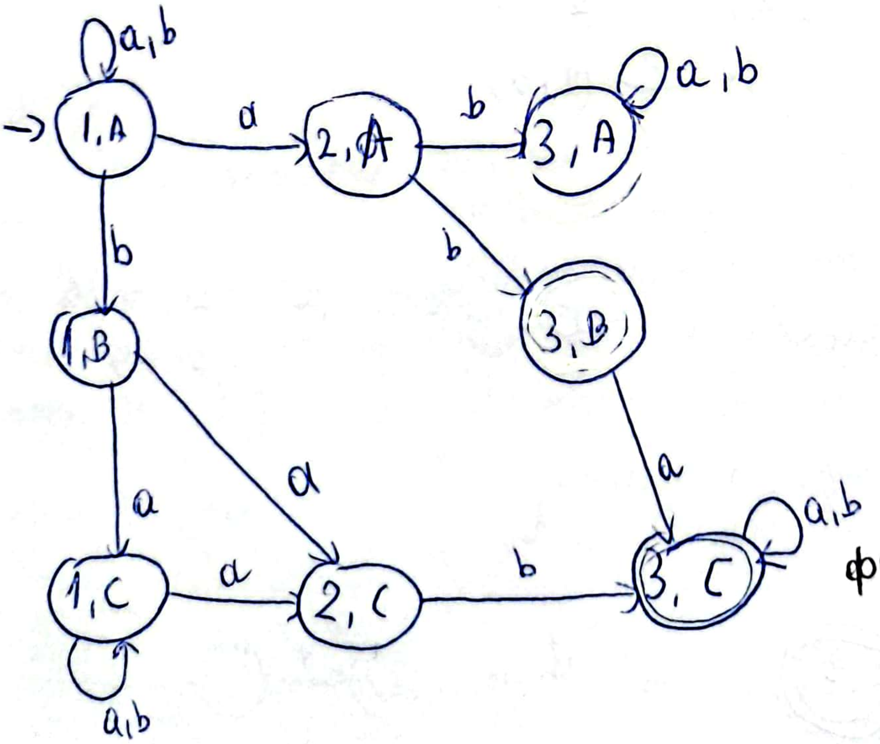
Автомат разпознаващ L' е:



Автомат разпознаващ L'' е:



Тогава $A_\cap$ ще има език $A_\cap = L' \cap L''$



Логиката е

$Q' \times Q''$

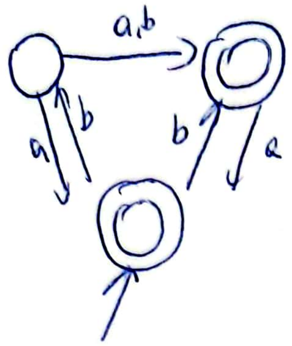
$I' \times I''$

$F' \times F''$

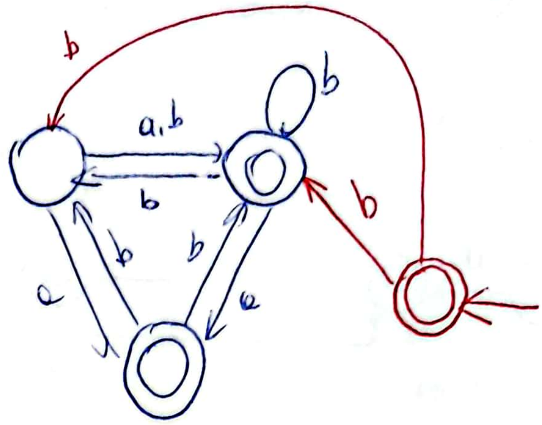
финални състояния са само тези които ги зарърнет двете финални.

(11) итерация

A'



A'_* :



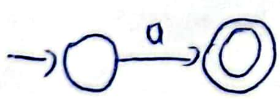
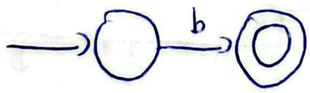
състояния $Q' \cup \{n\}$

ново състояние което ще е начално и финално

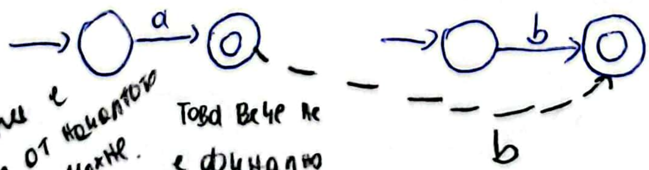
<u>преходи</u> ∀ преходи в A' към ∀ състояние които са финални в A*. т.е добавяме изходящи преходи на началните състояния на A'. (през n до [illegible] началното съст в A' [illegible]).

(12) Намерете КА с език = на този на регулярния израз

$(a(ab)^* b)^*$

1)  за a  за b

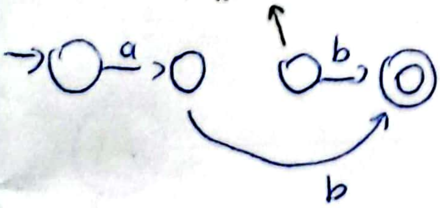
3) за ab :

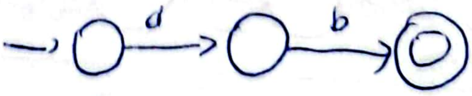


⇓

Това състояние е недостижимо от началното и може да се махне.

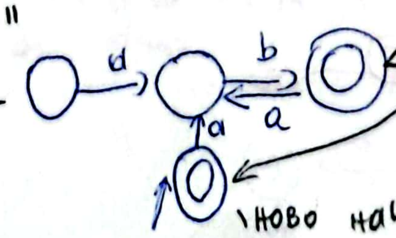
Това вече не е финално защото началното на десния автомат не е финално



=> ab: 

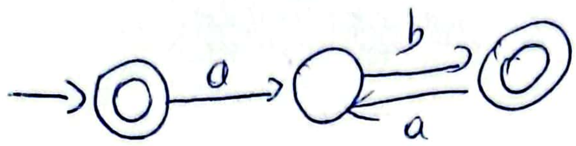
4) за $(ab)^*$ от зад"

старото начално е недостижимо и може да се премахне

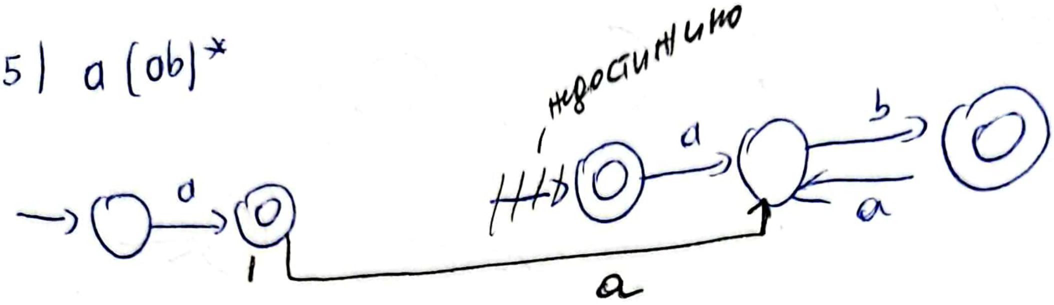


Всички финални имплементират преходите на старото начално.

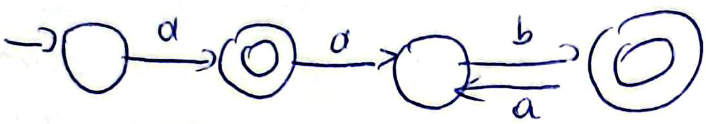
ново начално състояние което е и финално



5) a(ab)*

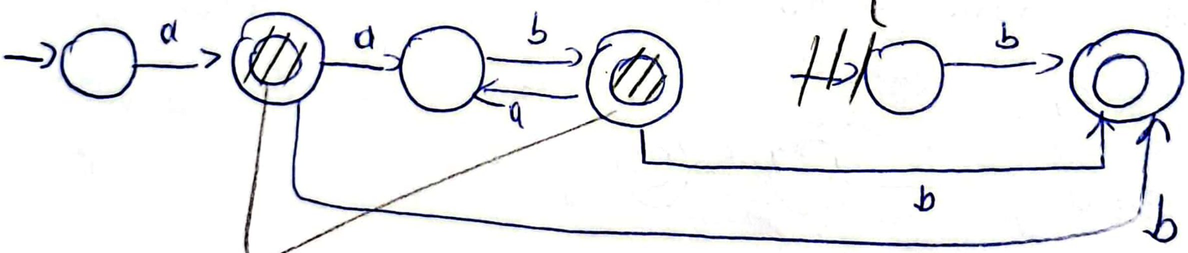


остава финално защото началното на десния автомат е финално

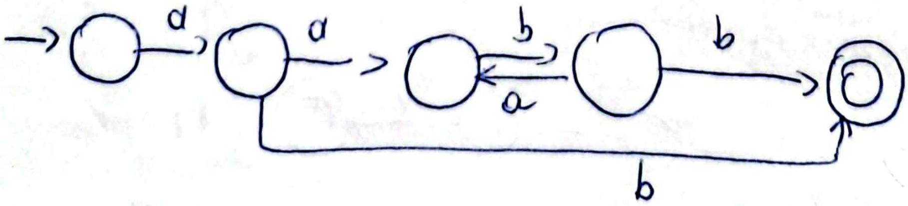


6) a(ab)* b

недостижимо в новия автомат

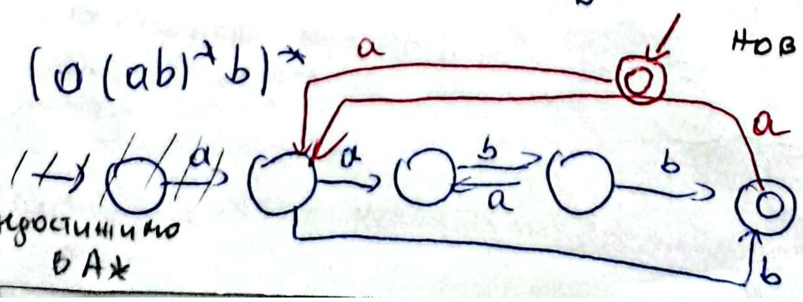


вече не са финални защото началото на десния автомат не е финално.

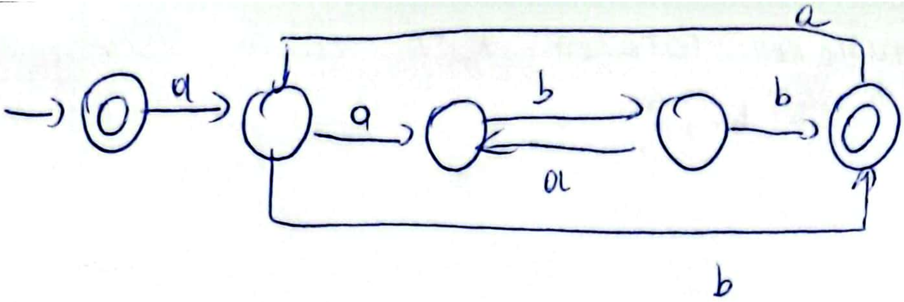


7) (a(ab)*b)*

ново начално състояние което е и финално



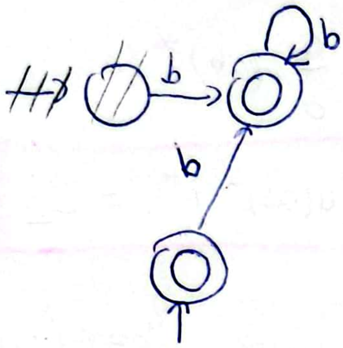
(8)



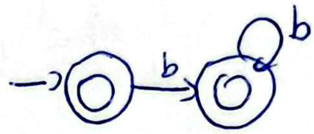
(12) Намерете КА на рег. израз $a(a \cup b)^* \cup b^*$

1) за b

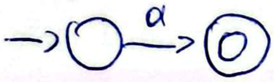
2) за b^*



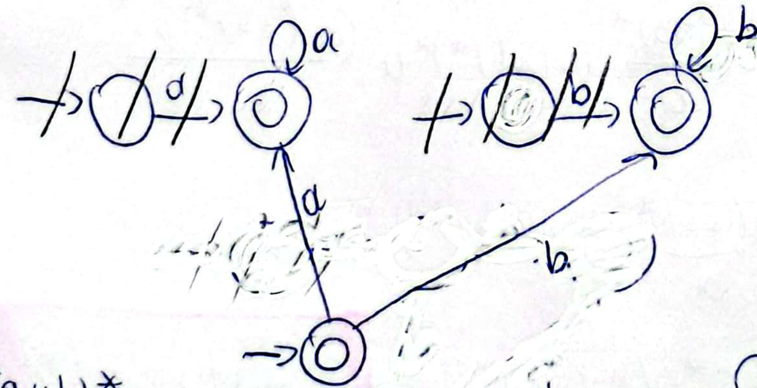
3)



4) за a:

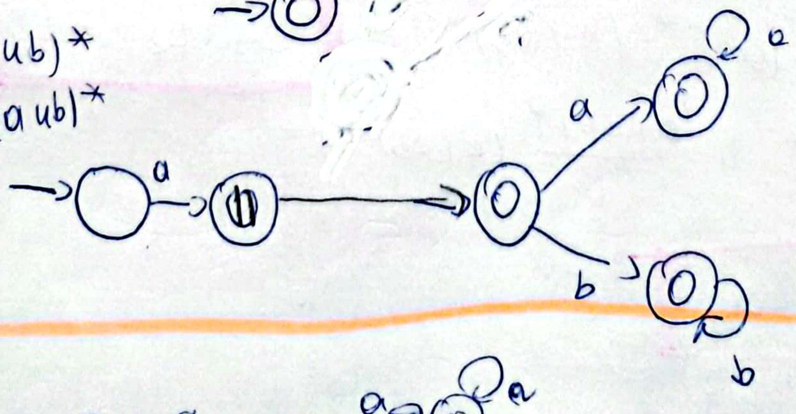


5) за $a \cup b$



$(a \cup b)^*$

$a(a \cup b)^*$



отговор

но

(13) Постройте минимален тотален КДА което е за

$$L = (a(ab)^*)^* \cup (ba)^*$$

1. $\boxed{L_1 = \frac{L}{\varepsilon} = L}$

2. $\frac{L_1}{a} = \frac{(a(ab)^*)^* \cup (ba)^*}{a} = \frac{(a(ab)^*)^*}{a} \cup \frac{(ba)^*}{a}$

$= \frac{a(ab)^*}{a}\cdot(a(ab)^*)^* \cup \frac{ba}{a}\cdot(ba)^* = \frac{a}{a}\cdot(ab)^*(a(ab)^*)^* \cup \frac{b}{a}\cdot a(ba)^*$

$= (ab)^*(a(ab)^*)^* \cup \emptyset\cdot a(ba)^* = \boxed{(ab)^*(a(ab)^*)^* = L_2}$

3. $\frac{L_1}{b} = \frac{(a(ab)^*)^*}{b} \cup \frac{(ba)^*}{b} = \frac{a(ab)^*}{b}(a(ab)^*)^* \cup \frac{ba}{b}(ba)^*$

$= \frac{a}{b}(ab)^*(a(ab)^*)^* \cup \varepsilon\, a(ba)^* = \boxed{a(ba)^* = L_3}$

4. $\frac{L_2}{a} = \frac{(ab)^*(a(ab)^*)^*}{a} = \frac{(ab)^*}{a}\cdot(a(ab)^*)^* \cup \frac{(a(ab)^*)^*}{a}$

$= \frac{ab}{a}(ab)^*\cdot(a(ab)^*)^* \cup \frac{a(ab)^*}{a}\cdot(a(ab)^*)^*$

$= b(ab)^*(a(ab)^*)^* \cup (ab)^*(a(ab)^*)^* = \boxed{bL_2 \cup L_2 = L_4}$

5. $\frac{L_2}{b} = \frac{ab}{b}\cdot(a(ab)^*)^* \cup \frac{a(ab)^*}{b}(a(ab)^*)^*$

$= \emptyset \cup \emptyset = \boxed{\emptyset = L_5}$

Продължаване на 13

6. $\frac{L_3}{a} = \frac{a(ba)^*}{a} = \boxed{(ba)^* = L_6}$

7. $\frac{L_3}{b} = \boxed{\emptyset = L_5}$

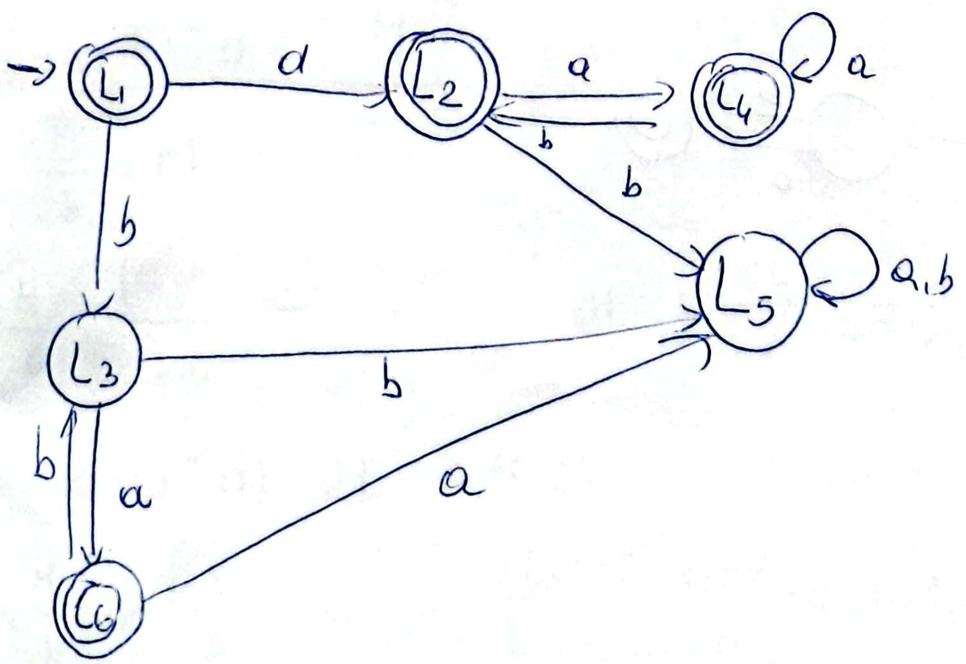
8. $\boxed{\frac{L_4}{a} = \underset{\emptyset}{\frac{bL_2}{a}} \cup \frac{L_2}{a} = L_4}$

9. $\frac{L_4}{b} = \frac{bL_2}{b} \cup \frac{L_2}{b} = \boxed{L_2 \cup \emptyset = L_2}$

10. $\frac{L_5}{a} = \emptyset \qquad \frac{L_5}{b} = \emptyset$

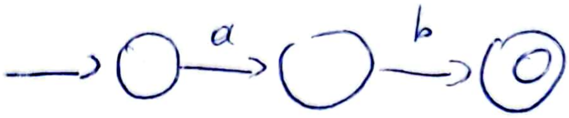
11. $\frac{L_6}{a} = \frac{(ba)^*}{a} = \frac{ba}{a}(ba)^* = \boxed{\emptyset = L_5}$

12. $\frac{L_6}{b} = \frac{ba}{b}(ba)^* = \boxed{a(ba)^* = L_3}$

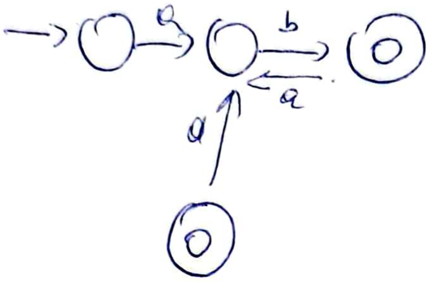


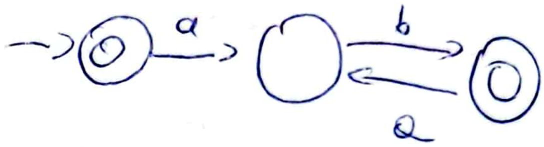
финални със. са само тези които съдържат ε

$L = (a(ab)^*)^* \cup (ba)^*$ 2 начин.

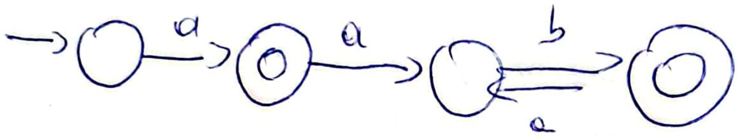


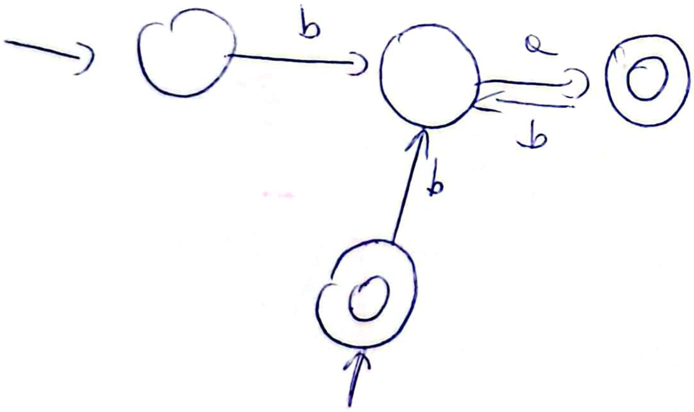
$(ab)^*$

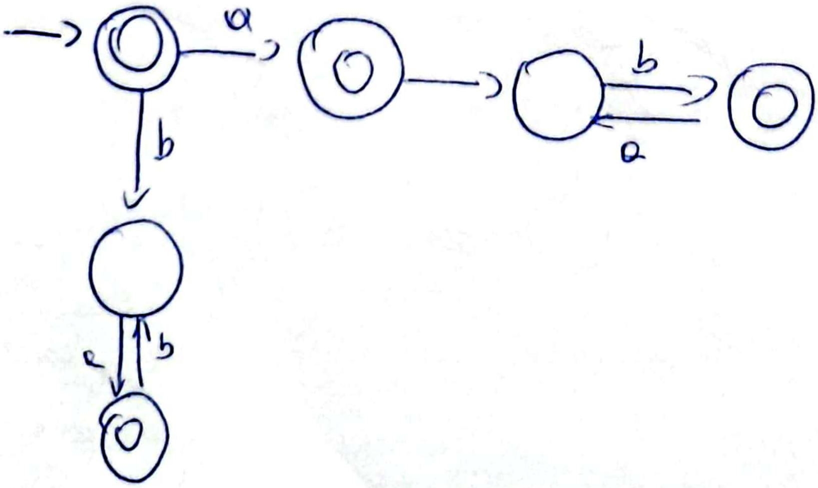




$a(ab)^*$







(14) лема за разрастването.

докажете че L не е регулярен.

$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

Нека p е произволно число: $p > 0$

Нека $w = a^p b^p$

x y z

1 случай y съдържа само a.

$\underbrace{aaa}_{x}\underbrace{aa}_{y}\underbrace{bbbbb}_{z}$

за $y^2 \Rightarrow i = 2$

имаме повече a от b

броя на a-та $\neq n$

2 случай y съдържа само b тогава броя на b $\neq n$

3 случай y съдържа и a и b

$\underbrace{aaa}_{x}\underbrace{aab}_{y}\underbrace{bbbb}_{z}$

за $i = 2$ имаме

$aaa\underbrace{aabaab}_{y^2}bbb$

-> от условие нямаме $a^n b^n$

защото имаме b преди a-та.

-> броя на a-та $\neq$ # b-та.

(15) $L = \{a^n b^m \mid n < m\}$

Нека $p > 0$ е произволно естествено число.

$a^p b^{p+1}$ aaaaabbbbbb

$|w| = 2p+1 \geq p$

1. случай y съдържа a

$\underbrace{a}_{x}\underbrace{aa}_{y}\underbrace{aabbbbbb}_{z}$

y^2 aaaaaaabbbbb

$\#a > \#b$

2 случай y съд. само b

$\underbrace{aaaaabbb}_{x}\underbrace{bb}_{y}\underbrace{bb}_{z}$

y^2 $\#b > p+1$ ↯

За тове ситуация

3. случай y съдържа и a и b

aaa$\underbrace{aabb}_{y}$bbbb

y^2 aaaaabbaabbbbbb

$\boxed{b \text{ преди } a}$

4 случай сариев

$w = a^{|x|} \cdot a^{i|y|} a^{p-|xy|} b^{p+1} = a^{|x|+i|y|+p-|xy|} b^{p+1}$

$= a^{p+(i-1)y} b^{p+1}$

за $i = 2$ $w_2 = a^{p+|y|} b^p$?

$|y| \geq 1$ то $p + |y| \geq p+1 \Rightarrow L$ не е рег.

(16) $L = \{a^{(n^2)} \mid n \geq 0\}$

Нека $p > 0$ произволно естествено число.

Нека $w = xyz$ и $|xy| \leq p$ и $y \neq \varepsilon$

$$\overset{n=2}{\overset{aa\,a a a}{w_2 = x\,y\,y\,z}}$$

$$w_2 = a^{|x|+|y|+|y|+|z|} = xy^2z$$

$$a^{|x|+i|y|+|z|} = xy^2z$$

$$a^{|x|+|y|+|z| + (i-1)|y|} = a^{p^2 + (i-1)|y|}$$

$p^2 + (i-1)y$ не е точен квадрат $w_i \notin L$

(17) $L = ((a+b)^+ a)^*$ авт. въозовски

$$\frac{L}{a} = \frac{((a+b)^+ a)^*}{a} = \frac{(a+b)^+ a}{a}\overset{L}{((a+b)^+ a)^*} = \frac{a+b}{a}(a+b)^* a\, L$$

$$\boxed{= (a+b)^* a\, L = M.}$$

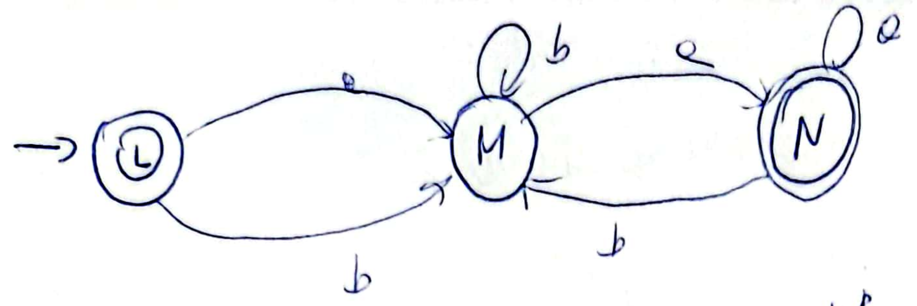
$$\frac{L}{b} = M$$

$$\frac{M}{a} = \frac{(a+b)^* aL}{a} = \frac{(a+b)^*}{a} aL \cup \frac{aL}{a} = \frac{a+b}{a}(a+b)^* aL \cup L$$

$$= (a+b)^* aL \cup L = M \cup L$$

$$\frac{M}{b} = \frac{(a+b)^*}{b} aL \cup \frac{aL}{b} = \frac{a+b}{b}(a+b)^* aL \cup \phi = M$$

$$\frac{N}{a} = N \qquad \frac{N}{b} = M$$



(18) Нека $L \subseteq \Sigma^*$ е р.е над Σ. Тогава L^R е рег език над Σ.

Нека $A=(Q,\Sigma,I,F,\Delta)$ е КА разпознаващ L т.е $L(A)=L$

Нека A^R е КА (Q,Σ,I,F,Δ^R) където

$\Delta^R = \{(p,a,q) \mid (q,a,p) \in \Delta\}$

с други думи A^R се получава от A като обърнем посоките на стрелките в A.

като q_{start} на A^R е $q_{f\in F}$ на A а $q_{f\in F}$ на A^R е q_s на A

$\Rightarrow L(A^R) = L^R$

Нека първо $w \in L(A^R)$ и $w = a_1 a_2 \dots a_n$.

Тогава $\exists$ успешен път през A^R

$q_0 \xrightarrow{a_1} q_1 \xrightarrow{a_2} \dots \xrightarrow{a_n} q_n$ като q_0 е начално за A^R

т.е $q_0 \in F$, q_n е финално за A^R $q_n \in I$ и за $\forall i<n$

$(q_i, a_{i+1}, q_{i+1}) \in \Delta^R$. Тогава за $\forall i<n$ $(q_{i+1}, a_{i+1}, q_i) \in \Delta$

и следователно пътят

$F \ni q_n \xrightarrow{a_n} q_{n-1} \to \dots \xrightarrow{a_2} q_1 \xrightarrow{a_1} q_0 \in I$ е успешен път в A.

Така $w^R \in L(A) = L$ и след. $w = (w^R)^R \in L^R$ след. $L(A^R) \subseteq L^R$

Ако пък $w = a_1 a_2 \dots a_n \in L^R$ то $w^R = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1$ е от L

т.е се разпознава от A. но още $I \ni q_n \xrightarrow{a_n} q_{n-1} - \dots - q_2 \xrightarrow{a_2} q_1 \xrightarrow{a_1} q_0 \in F$

е успешен път в A то

$F \ni q_0 \xrightarrow{a_1} q_1 - \dots \xrightarrow{a_n} q_n \in I$ ще бъде успешен път в A^R.

$\Rightarrow w = a_1 \dots a_n \in L(A^R)$ така $L^R \subseteq L(A^R)$

(19) Нека $L \subseteq \Sigma^*$ е р.е тогава $pref(L)$ също е р.е на Σ.

1. начин ще използваме индукция по построението на р.е L

Ако $L = \emptyset$ то $pref(L) = \emptyset \Rightarrow pref(L)$ е р.е.

Ако $a \in \Sigma$ и $L = \{a\}$ то $pref\{L\} = \{\varepsilon, a\} = \emptyset^* \cup \{a\} \Rightarrow$ е рег.

Сега да предположим че L_1 и L_2 са рег. над Σ като $pref(L_1)$ и $pref(L_2)$ също са такива

• ако $L = L_1 \cup L_2$ то $\overset{pref(L) =}{pref(L_1)} \cup pref(L_2) = pref(L_1 \cup L_2)$ е рег като обединението на рег.

• ако $L = L_1 \cdot L_2$ то $pref(L) = pref(L_1 \cdot L_2) = pref(L_1) \cup L_1 pref(L_2)$ отново е рег защото $L_1 \cdot pref(L_2)$ е рег. като конкатенация на рег. и $\Rightarrow \cup$ е рег

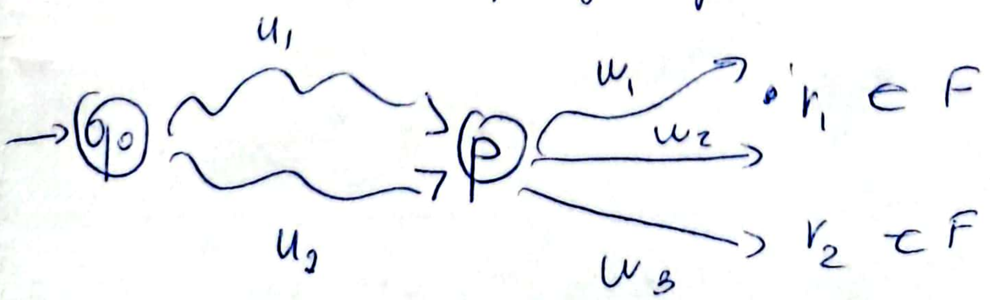
• ако $L = (L_1)^*$ то $pref(L) = pref(L_1^*) = L_1^* \cdot pref(L_1)$ е рег.

(20) Нека L е рег. език над Σ. Док. че $\frac{1}{2}L$ също е р.е над Σ.

1. начин. Нека $A = (Q, \Sigma, q_0, F, \delta)$ е КДА разпознаващ на L. За $\forall$ състояние $p \in Q$ означаваме: $L_p = \{w \mid \delta^*(p, w) \in F\}$

т.е това са етикетите на $\forall$ пътища от p до финални състояния.

$L'_p = \{u \mid \delta^*(q_0, u) = p\}$ т.е това са етикетите на $\forall$ пътища от началното съст. q_0 до p.



Ако $w \in \frac{1}{2}L$ то $ww \in L$ откъдето $\delta^*(q_0, ww) \in F$.

Да означим с p състоянието което се достига от q_0

следващи w. т.е. $p = \delta^*(q_0, w)$

$$\to q_0 \xrightarrow{w} p \xrightarrow{w} r \in F$$

Тогава $w \in L_p'$ но $\delta^*(p, w) = \delta^*(\delta^*(q_0, w), w) = \delta^*(q_0, w$

$\in F$. също $w \in L_p$. $\Rightarrow w \in L_p \cap L_p'$.

Обратно: нека $p \in Q$ и $w \in L_p \cap L_p'$ тогава:

$$\frac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\delta^*(p, w) \in F \quad \text{и} \quad \delta^*(q_0, w) = p}{\delta^*(q_0, ww) \in F}}{ww \in L}}{w \in \frac{1}{2}L}}{}$$

$$\frac{1}{2}L = \bigcup_{p \in Q} (L_p \cap L_p')$$

забележки за $\forall p \in Q$, L_p и L_p' са р.е

L_p се разпознава от КДА $A_p = (Q, \Sigma, p, F, \delta)$

L_p' —||— $A_p' = (Q, \Sigma, q_0, \{p\}, \delta)$

$\Rightarrow$ за $\forall p \in Q$ $L_p \cap L_p'$ е р.е

$\frac{1}{2}L$ е р.е като обединение на краен брой р.е.

Продължаване на (21)

<u>2 начин</u> Този метод разчита на понятието за ляво регул. автомат.

Казваме че КДА $A=(Q,\Sigma,q_0,F,\delta)$ е ляво регулярен ако:

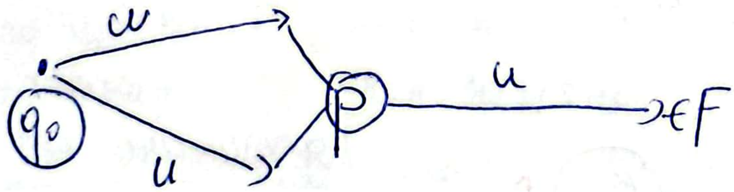
$(\forall w,v\in\Sigma^*)[\delta^*(q_0,w)=\delta^*(q_0,v) \Rightarrow (\forall u\in\Sigma^*)[\delta^*(q_0,uw)=\delta^*(q_0,uv)]$

първо ще докажем че ако $A=(Q,\Sigma,q_0,F,\delta)$ е КДА който е ляво регулярен и $L(A)=L$ то КДА $A_{\frac{1}{2}}=(Q,\Sigma,q_0,V,\delta)$ където $V=\{p\in Q \mid \exists w\in\Sigma^* [\delta^*(q_0,w)=p \,\&\, \delta^*(q_0,ww)\in F$

е т.е $L(A_{\frac{1}{2}})=\frac{1}{2}(L(A))=\frac{1}{2}L$

($A_{\frac{1}{2}}$ се получава от A чрез смяна на финалните състояния!)

Наистина ако $w\in L(A_{\frac{1}{2}})$ то $\exists u\in\Sigma^*$ т.ч $\delta^*(q_0,uu)\in F$ и $\delta^*(q_0,u)=\delta^*(q_0,w)$



Понеже A е ляво регулярен то $\delta^*(q_0,uu)=\delta^*(q_0,uw)$.

$\delta^*(q_0,ww)=\delta^*(\delta^*(q_0,w),w)$

$=\delta^*(\delta^*(q_0,u),w)=\delta^*(q_0,uw)$

$=\delta^*(q_0,uu)\in F$

$w\in\frac{1}{2}(L(A))$. $\Rightarrow L(A_{\frac{1}{2}})\subseteq\frac{1}{2}L(A)$

обратно, нека $w\in\frac{1}{2}(L(A))$ тогава $ww\in L(A)$ и $\Rightarrow\delta^*(q_0,w)\in V$

по деф на V. оттук $\frac{1}{2}(L(A))\subseteq L(A_{\frac{1}{2}})$

(22) $\$L = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in \Sigma^* (wuw \in L)\}$

Докажете че L рег $\Rightarrow \$L$ е регулярен

Нека L е регул. език и $A = (\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$ е ТКДА разпознаващ L.

Нека $w \in \$L \iff \exists u (wuw \in L) \iff q_0 \xrightarrow{wuw} f \in F$ е успешен път в А!

$\Rightarrow$

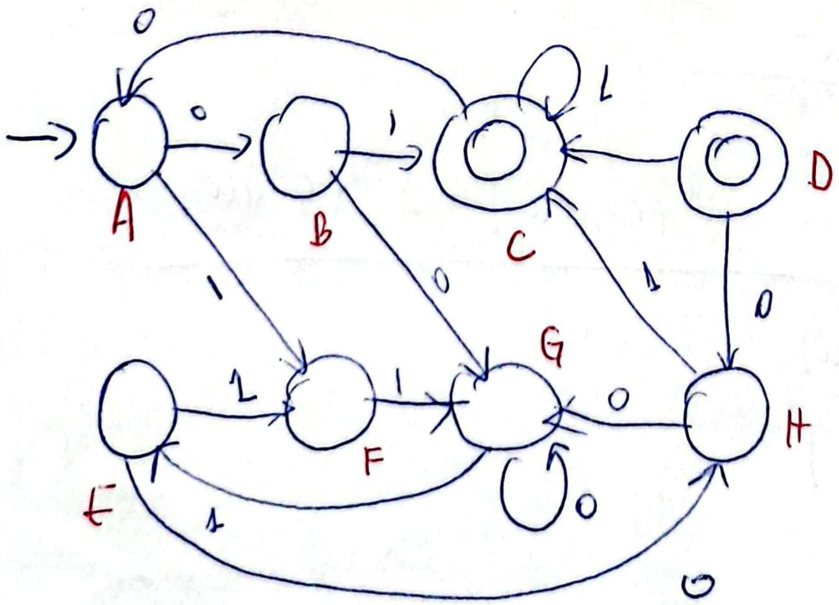
$q_0 \xrightarrow{wu} p$ и $p \xrightarrow{w} f \in F$

$\Rightarrow wu \in L_p$ & $w \in R_p$ за някое $p \in Q$.

$\iff w \in Pref(L_p)$ & $w \in R_p$ за —II—

$\iff w \in \bigcup_{p \in Q} (pref(L_p) \cap R_p) \Rightarrow \$L = \bigcup_{p \in Q} Pref(L_p) \cap R_p$

(23) Намерете минимален Т.К.Д.А еквивалентен на този



Недостижимо състояние D

стъпка 0. {C} K1 финални {A B E F G H} K2 нефинални

δ	0	1
A	K_2	K_2
B	K_2	K_1
E	K_2	K_2
F	K_1	K_2
G	K_2	K_2
H	K_2	K_1

{C} K_1

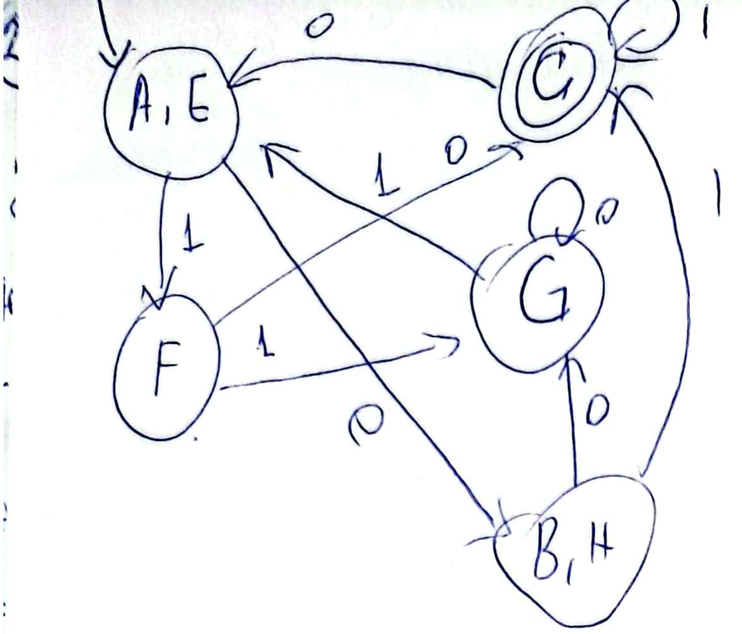
1. {A E G} K_2
{B H} K_3
{F} K_4

K_2	0	1
A	K_3	K_4
E	K_3	K_4
G	K_2	K_2

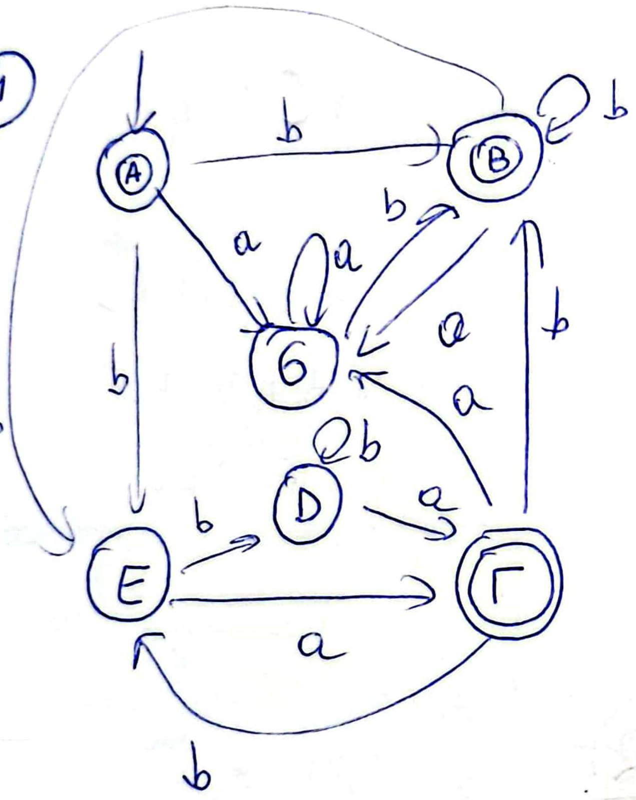
K_3	0	1
B	K_2	K_1
H	K_2	K_1

2=3.
2. {C} {A E} {G} {F} {B,H} класовете на Q по ~

Q/ ≡ 3 стойки



24



финални (A В Г) K_1

нефинални (Б D E) K_2

детерминизация.