Actividad 1 Módulo: Inferencia Estadística
Intención del aprendizaje esperado:
1. Explicar los principales conceptos de probabilidad asociados a un evento aleatorio.

Ejercicios Planteados
Caso 1
Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos.
En el lanzamiento de dos dados, hay un total de 36 resultados posibles (cada dado tiene 6 caras y hay 6 posibilidades para el primer dado y 6 posibilidades para el segundo, lo que da 6*6=36).

Se pide:
● Probabilidad de que salga el 7.
Se determina la probabilidad utilizando casos favorables entre totales.
El conjunto de todas las posibles combinaciones de lanzamientos de dados, es decir, todas las combinaciones posibles de números del dado 1 y del dado 2. En total hay 36 resultados posibles en el espacio muestral. El total de posibles resultados será la multiplicación de resultados de cada dado que es 6*6 = 36
Los árboles de decisiones podrían utilizarse para visualizar todas las posibles combinaciones de lanzamientos de los dados y determinar cuántas de estas combinaciones resultan en una suma de 7. Esto puede ayudar a comprender la estructura de los resultados y calcular la probabilidad de que salga el 7. Luego tenemos que **la probabilidad de que salga 7,** es decir, para obtener un 7 como suma de los puntos en los dados, hay diferentes combinaciones posibles: **(1,6) (2,5) (3,4) (4,3) (5,2) (6,1).** En total serían 6 combinaciones, por lo tanto la **probabilidad es: P = 6/36 = 1/6**

● La probabilidad de que el número obtenido sea par.
Nuevamente, el espacio muestral es el conjunto de todas las posibles combinaciones de lanzamientos de dados, con un total de 36 resultados posibles. Este total de posibles resultados será la multiplicación de resultados de cada dado que es 6*6 = 36
Un número es par si es divisible por 2. Los árboles de decisiones podrían ser útiles para visualizar todas las combinaciones posibles de lanzamientos de los dados y determinar cuántas de estas combinaciones resultan en una suma par. Hay varias combinaciones en las que la suma de los puntos en los dados resulta en un número par: **(1, 1) (1, 3) (1, 5) (2, 2) (2, 4) (2, 6) (3, 1) (3, 3) (3, 5) (4, 2) (4, 4) (4, 6) (5, 1) (5, 3) (5, 5) (6, 2) (6, 4) (6, 6).** En total son 18 combinaciones. Por lo tanto, la **probabilidad de obtener un número par es P = 18/36 = 1/2.**

● La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de 3
Una vez más, el espacio muestral es el conjunto de todas las posibles combinaciones de lanzamientos de dados, con un total de 36 resultados posibles.
Los árboles de decisiones podrían ser útiles para visualizar todas las combinaciones posibles de lanzamientos de los dados y determinar cuántas de estas combinaciones resultan en una suma que es un múltiplo de 3. esto puede ayudar a calcular la probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de 3. Un número es múltiplo de 3 si es divisible por 3, que el número sea múltiplo de 3: es la probabilidad de que se obtenga 3, 6, 9 o 12 y estos casos son**: (1,2) (1, 5) (2,1) (2,4) (3,3) (3,6) (4,2) (4,5) (5,1) (5,4) (6,3) (6,6)** que son en total 12 casos. Por lo tanto, la **probabilidad es P = 12/36 = 1/3.**

Caso 2

Se lanzan al aire 3 monedas iguales. Calcula la probabilidad de que salgan dos caras y una cruz.

Para calcular la probabilidad de que salgan dos caras y una cruz al lanzar tres monedas, primero identifiquemos el espacio muestral, es decir, todas las posibles combinaciones de resultados al lanzar las tres monedas.

Cada moneda tiene dos posibles resultados: cara (C) o cruz (X). Por lo tanto, el espacio muestral para una moneda es {C, X}. Como hay tres monedas, el espacio muestral total para las tres monedas es el producto cartesiano de los espacios muestrales individuales, lo que nos da un total de 2 * 2 * 2 = 8 posibles resultados.

Ahora, necesitamos determinar cuántas de estas combinaciones resultan en dos caras y una cruz. Hay tres formas en que esto puede ocurrir:

1. **Cara, Cara, Cruz**
2. **Cara, Cruz, Cara**
3. **Cruz, Cara, Cara**

Entonces, hay 3 casos favorables en el espacio muestral de 8 resultados posibles.

Por lo tanto, la probabilidad de que salgan dos caras y una cruz es al lanzar tres monedas es:

P = 3/8.

Caso 3

Considere un dado cargado, esto es que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas.

Hallar:

En el caso de un dado cargado, donde las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas, significa que la probabilidad de obtener un número específico es proporcional al valor numérico de ese número en el dado.

Primero, es necesario determinar la suma total de las probabilidades de obtener cada número en el dado cargado. La suma de las probabilidades debe ser igual a 1.

Para un dado estándar, hay 6 caras y los números son del 1 al 6. Dado que las probabilidades son proporcionales a los números, las probabilidades de obtener cada número serían 1,2,3,4,5,61,2,3,4,5,6 respectivamente.

Entonces, la suma total de las probabilidades es:

P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21

Para normalizar las probabilidades, dividimos cada probabilidad por esta suma total:

P(1)=1/21 ; P(2)=2/21 ; P(3)=3/21 ; P(4)=4/21 ; P(5)=5/21 ; P(6)=6/21

● La probabilidad de obtener el 6 en un lanzamiento.

La probabilidad de obtener el número 6 en un lanzamiento sería la probabilidad asociada a obtener el 6 en el dado cargado, que es P(6) = 6/21

● La probabilidad de conseguir un número impar en un lanzamiento.

Los números impares en un dado son 1, 3 y 5. Por lo tanto, la probabilidad de obtener un número impar sería la suma de las probabilidades de obtener estos números:

P(Número impar) = P(1) + P(3) + P(5) = 1/21 + 3/21 + 5/21 = 9/21

Caso 4
Una bolsa contiene 2 bolas negras y 3 bolas blancas. Otra bolsa tiene 4 bolas negras y 2 blancas. Se elige una de las bolsas al azar y se extrae una bola.
Calcular la probabilidad de:

● La bola es blanca y de la primera bolsa.

Para resolver este problema, podemos usar el Teorema de Bayes para calcular las probabilidades condicionales. Primero, veamos la probabilidad de elegir cada bolsa:

- Probabilidad de elegir la primera bolsa: P(Primera bolsa)=1/2
- Probabilidad de elegir la segunda bolsa: P(Segunda bolsa)=1/2

Dado que la selección de la bolsa es equiprobable, la probabilidad de elegir una bola blanca de la primera bolsa sería:

P(Blanca de la primera bolsa) = P(Blanca ∩ Primera bolsa) = P(Primera bolsa) × P(Blanca|Primera bolsa)

En la primera bolsa, hay 3 bolas blancas y un total de 5 bolas. Por lo tanto, la probabilidad de extraer una bola blanca de la primera bolsa es:
P(Blanca | Primera bolsa) = 3/5

Por lo tanto:
P(Blanca de la primera bolsa)=1/2 × 3/5 = 3/10

● La bola es blanca.

Ahora, para calcular la probabilidad de extraer una bola blanca, debemos considerar las probabilidades de extraer una bola blanca de cualquiera de las dos bolsas:

P(Blanca) = P(Blanca ∩ Primera bolsa) + P(Blanca ∩ Segunda bolsa)

P(Blanca) = 3/10 + P(Segunda bolsa) × P(Blanca | Segunda bolsa)

En la segunda bolsa, hay 2 bolas blancas y un total de 6 bolas. Por lo tanto, la probabilidad de extraer una bola blanca de la segunda bolsa es:

P(Blanca | Segunda bolsa) = 2/6 = 1/3

Entonces:
P(Blanca) = 3/10 + 1/2 × 1/3= 3/10 + 1/6 = 9/30 + 5/30 = 14/30 = 7/15

Si la bola es negra, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la segunda bolsa?

Finalmente, si la bola es negra, queremos calcular la probabilidad de que provenga de la segunda bolsa. Podemos usar el Teorema de Bayes nuevamente:

P(Segunda bolsa | Negra) = P(Negra | Segunda bolsa) × P(Segunda bolsa) / P(Negra)

Para la probabilidad de extraer una bola negra de la segunda bolsa, es simplemente

P(Negra | Segunda bolsa) = 4/6 = 2/3

Utilizando las probabilidades dadas previamente, podemos calcular P(Segunda bolsa | Negra)

La probabilidad de que la bola sea negra es la probabilidad de que sea negra y de la primera bolsa más la probabilidad de que sea negra y de la segunda bolsa.

P(Negra) = P(Negra ∩ Primera bolsa) + P(Negra ∩ Segunda bolsa)

Para la primera bolsa, hay 2 bolas negras de un total de 5 bolas, y para la segunda bolsa hay 4 bolas negras de un total de 6 bolas.

P(Negra) = 2/5 × 1/2 + 4/6 × 1/2 = 1/5 + 2/3 × 1/2) = 1/5 + 1/3 = 1/5 + 3/15 = 3/15 + 1/5 = 6/15

P(Negra) = 2/5

Ahora, utilizando el Teorema de Bayes, podemos calcular la probabilidad de que la bola negra provenga de la segunda bolsa:

P(Segunda bolsa | Negra) = P(Negra|Segunda bolsa) × P(Segunda bolsa) / P(Negra)

P(Segunda bolsa | Negra)= (2/3×1/2) / 2/5 = 1/3 / 2/5 = 1/3 × 5/2

P(Segunda bolsa | Negra) = 5/6

Por lo tanto, la probabilidad de que, si la bola es negra, provenga de la segunda bolsa es 5/6.