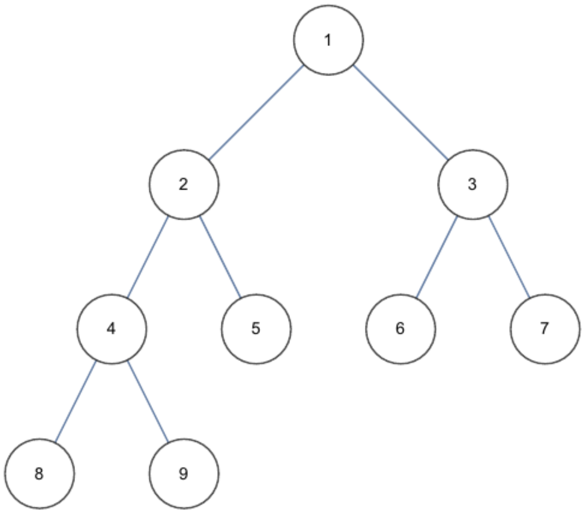
Lista 4 (Lab) Termin wysłania na SVN do 12.04.2020

Przy pisaniu programów (funkcji) **NALEŻY** stosować się do ogólnie przyjętego stylu programowania w języku Python. Proszę dokładnie przeczytać PEP 8 (tutorial, google python style) i PEP 257.

- 2020.03.30 - poprawki w zadaniach 2 i 3
- 2020.04.04 - poprawki indeksów w zadaniu 5. Powinno być $Z=(z_0,z_1,z_2,...,z_{2n-1})$Z=(z0,z1,z2,…,z2n−1) i $Z_*=(z_0,z_1,z_2,...,z_{2n-1})$Z∗=(z0,z1,z2,…,z2n−1)

1. (5pt) Napisz dekorator, mający za zadanie
   - drukować informacje o czasie wykonywania funkcji
2. (5pt) Załóżmy, że mamy drzewo i reprezentujemy je na



   liście np. drzewo reprezentujemy jako

```
3.    ["1", ["2", ["4", ["8", None, None], ["9",None,None]], ["5",None,None]],
   ["3", ["6", None, None], ["7", None, None]]]
```

   Napisz funkcję która generuje w sposób losowy drzewo podanej wysokości oraz generator który przechodzi drzewo w porządku DFS i BFS.

4. (5pt) Napisz klasę **class Node(object)** do reprezentacji pojedynczego węzła drzewa z dowolną liczbą potomków. Podobnie jak w zadaniu poprzednim napisz funkcję która generuje losowo drzewo o danej wysokości i generator który przechodzi drzewo w porządku DFS i BFS.
5. (10pt) Przeciążenie funkcji (function overloading) daje możliwość wykorzystania tej samej nazwy funkcji, ale z różnymi parametrami. Na przykład w innych językach możemy napisać

```
6.   float norm(float x, float y) {           // norma Euklidesowa
```

```
    return sqrt(x*x + y*y)
  }
  float norm(float x, float y, float z) {   // norma taksówkowa
    return abs(x) + abs(y) + abs(z)
  }
```

W języku Python nie ma przeciążenia funkcji, po prostu następna definicja nadpisuje poprzednią. Napisz dekorator nazwijmy go **@overload**, który pozwala na taką własność. Przykładowy program powinien wyglądać tak

```
@overload
def norm(x,y):
  return math.sqrt(x*x + y*y)


@overload
def norm(x,y,z):
  return abs(x) + abs(y) + abs(z)


print(f"norm(2,4) = {norm(2,4)}")


print(f"norm(2,3,4) = {norm(2,3,4)}")
```

Otrzymujemy:

```
norm(2,4) = 4.47213595499958
norm(2,3,4) = 9
```

Wskazówka: Napisz dekorator, który wraca klasę z odpowiednio przeciążonym operatorem **__call__**, która przechowuje nazwy funkcji z parametrami. Do odróżnienia funkcji można wykorzystać np. **getfullargspec(f).args** z modułu **inspect** (from inspect import getfullargspec).

12. (15pt)* Mnożenie dużych liczb o n cyfrach można wykonać w $O(n\log n)$ zamiast klasycznie $O(n^2)$, dzięki szybkiej transformacie Fouriera. Napisz klasę **FastBigNum** do obliczania iloczynu dwóch bardzo dużych liczb. W programie zaimplementuj szybką transformatę Fouriera (FFT) oraz w klasie FastBigNum zdefiniuj **__mul__** oraz **__str__**. Mówimy, że wektor $y=(y_0,y_1,\ldots,y_{n-1})$ jest **dyskretną transformatą Fouriera** (DFT) wektora $x=(x_0,x_1,\ldots,x_{n-1})$ i piszemy $y=DFT(x)$, jeśli $y_k=\sum_{j=0}^{n-1}x_j\omega_n^{j\cdot k}$ dla $k=0,\ldots,n-1$ oraz $\omega_n=e^{-2\pi i/n}$. Podobnie definiujemy odwrotną dyskretną transformatę Fouriera (DFT^{-1}) i piszemy $x=DFT^{-1}(y)$, jeśli $x_j=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}y_k\omega_n^{-k\cdot j}$ dla $j=0,\ldots,n-1$. Niech $n\in\mathbb{N}$ (w przypadku FFT n jest potęgą dwójki) oraz X i Y będą dużymi liczbami całkowitymi takimi, że: $X=\sum_{j=0}^{n-1}x_j10^j, Y=\sum_{j=0}^{n-1}y_j10^j$ Algorytm mnożenia liczb $Z=X\cdot Y$:

- $X^*=(x^*_0,x^*_1,\ldots,x^*_{2n-1})=DFT_{2n}(x_0,x_1,\ldots,x_{n-1},0,\ldots,0)$
- $Y^*=(y^*_0,y^*_1,\ldots,y^*_{2n-1})=DFT_{2n}(y_0,y_1,\ldots,y_{n-1},0,\ldots,0)$
- $Z^*=(z^*_0,z^*_1,\ldots,z^*_{2n-1})$, $z^*_i=x^*_i\cdot y^*_i$ dla $i=0,1,\ldots,2n-1$
- $Z=(z_0,z_1,\ldots,z_{2n-1})=DFT^{-1}_{2n}(Z^*)$
- $Z=\sum_{i=0}^{2n-1}z_i10^i$

Do testowania można na początku wykorzystać poniższą prostą implementację DFT:

```
from cmath import exp

from math import pi


def omega(k,n):

    return exp(-2j*k*pi/n)


def dft(x,n):
```

```
    return [sum(x[i]*omega(i*k,n) if i<len(x) else 0 for i in range(n)) for k in range(n)]



def idft(x,n):

    return [int(round(sum(x[i]*omega(-i*k,n) if i<len(x) else 0 for i in range(n)).real)/n) for k in range(n)]
```

Przykład zastosowania **dft** i **idft**:

```
>>> x = dft([1, 2, 3, 4, 5], 5)

>>> x

[(15+0j), (-2.500000000000001+3.440954801177934j), (-2.5+0.8122992405822647j), (-2.499999999999999-0.8122992405822673j), (-2.4999999999999964-3.440954801177935j)]

>>> idft(x, 5)

[1, 2, 3, 4, 5]
```

Przykład działania całego programu:

```
>>> A = '1312312231232131231231231231231231212331233231349'

>>> B = '1212312311223123121312312321321231231112323123231'



>>> a = FastBigNum(A)

>>> b = FastBigNum(B)



>>> print(a*b*a*b)



2531065500745629014224036758866561388463768403203776466407287890059713399770904460056697538677384534445659435943606012704788452705122308322429811120653248128167919579466510444942972440921967161
```

Napisz trzy implementacje z różnymi algorytmami dla transformaty Fouriera. W pierwszej wykorzystaj podane kody dla dft i idft. W drugiej napisz swoją własną implementacje FFT (w języku Python). W trzeciej wykorzystaj **numpy.fft**. Porównaj czasy wykonywania i wklej do tabelki (plik tekstowy z wynikami np. fastbignum_benchmark.txt). Do testów wykorzystaj liczby 100 000, 500 000, 1 000 000. Na przykład możemy wygenerować liczby tak

```
>>> a = ''.join([random.choice("0123456789") for i in range(500000)])

>>> b = ''.join([random.choice("0123456789") for i in range(500000)])
```

później testujemy czas wykonywania mnożenia **a*b**, klasycznie mnożenie można wykonać tak **int(a)*int(b)**, aby sprawdzić, czy kod poprawnie je wykonał!.