

# Analiza zawartości CO w pomieszczeniach

Natan Tułodziecki

March 2025

## 1 Sformułowanie problemu

Rozważamy problem ustalonego stężenia tlenku węgla (CO) w pięciu połączonych pomieszczeniach restauracji. Powietrze do pomieszczeń 1 i 2 dostaje się z zewnątrz (odpowiednio  $Q_a$  oraz  $Q_b$ ), a pomieszczenia 4 i 5 usuwają powietrze na zewnątrz ( $Q_c$  oraz  $Q_d$ ). W restauracji występują dwa źródła CO:

- dym papierosowy w pomieszczeniu 1,
- wadliwe urządzenie kuchenne w pomieszczeniu 5.

Stężenie CO w pomieszczeniach pozostaje w stanie ustalonym, co prowadzi do układu równań bilansu masy.

## 2 Układ równań

Bilans masy CO dla każdego pomieszczenia prowadzi do następującego układu równań:

$$0 = W_s + Q_a C_a + E_{12}(C_2 - C_1) \quad (1)$$

$$0 = Q_b C_b + E_{12}(C_1 - C_2) + E_{23}(C_3 - C_2) \quad (2)$$

$$0 = E_{23}(C_3 - C_2) + E_{34}(C_4 - C_3) + E_{35}(C_5 - C_3) \quad (3)$$

$$0 = E_{34}(C_3 - C_4) - Q_c C_4 \quad (4)$$

$$0 = E_{35}(C_5 - C_3) + W_g - Q_d C_5 \quad (5)$$

## 3 Postać macierzowa

Układ równań można zapisać w postaci macierzowej:

$$Ac = b$$

gdzie:

$$A = \begin{bmatrix} -E_{12} & E_{12} & 0 & 0 & 0 \\ E_{12} & -(E_{12} + E_{23}) & E_{23} & 0 & 0 \\ 0 & E_{23} & -(E_{23} + E_{34} + E_{35}) & E_{34} & E_{35} \\ 0 & 0 & E_{34} & -(E_{34} + Q_c) & 0 \\ 0 & 0 & E_{35} & 0 & -(E_{35} + Q_d) \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -W_s - Q_a C_a \\ -Q_b C_b \\ 0 \\ 0 \\ -W_g \end{bmatrix}$$

## 4 Podstawienie wartości liczbowych

Podstawiając wartości z danych:

$$\begin{aligned}E_{12} &= 25, & E_{23} &= 50, & E_{34} &= 50, & E_{35} &= 25 \\Q_a &= 200, & Q_b &= 300, & Q_c &= 150, & Q_d &= 350 \\W_s &= 1500, & W_g &= 2500, & C_a &= 2, & C_b &= 2\end{aligned}$$

Otrzymujemy konkretną postać macierzy  $A$  i wektora  $b$ .

## 5 Obliczenia numeryczne i rozwiązanie

Macierz  $A$  została rozłożona na postać  $LU$ , co umożliwia rozwiązanie układu równań metodą podstawienia:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.6667 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.3333 & -0.0964 & 1 \end{bmatrix}$$
$$U = \begin{bmatrix} -25 & 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -50 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -75 & 50 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & -166 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -364 \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie układu równań:

$$\begin{aligned}C_1 &= 169.84 \text{ mg/m}^3, & C_2 &= 93.84 \text{ mg/m}^3, \\C_3 &= 43.84 \text{ mg/m}^3, & C_4 &= 10.97 \text{ mg/m}^3, & C_5 &= 9.60 \text{ mg/m}^3.\end{aligned}$$

## 6 Omówienie wyników

Największe stężenie CO występuje w pomieszczeniu 1 ( $169.84 \text{ mg/m}^3$ ), co wynika z dużego źródła emisji dymu papierosowego. W pomieszczeniu 5 stężenie jest stosunkowo niskie ( $9.60 \text{ mg/m}^3$ ), dzięki efektywnemu odpływowi powietrza.

Obniżenie emisji źródeł CO (np. przez lepszą wentylację lub usunięcie wadliwego urządzenia) mogłoby znacząco poprawić jakość powietrza w pomieszczeniach.

### 6.1 Udział procentowy źródeł emisji CO w pokoju dla dzieci

Analiza udziału procentowego poszczególnych źródeł emisji w pomieszczeniu przeznaczonym dla dzieci wykazała:

$$\begin{aligned}\text{Papierosy:} & \quad 56.38\% \\ \text{Grill:} & \quad 6.04\% \\ \text{Ulica:} & \quad 37.59\%\end{aligned}$$

Największy wpływ na stężenie CO ma dym papierosowy, co sugeruje konieczność ograniczenia palenia w pomieszczeniach lub poprawy wentylacji w celu zmniejszenia ekspozycji osób przebywających w restauracji.