Católica
Universidade Católica de Brasília

Pró-Reitoria Acadêmica
Escola de Educação, Tecnologia e Comunicação
Curso de Bacharelado em Engenharia de Software

Atividade Extra de Matemática Discreta

MODELO DE DECAIMENTO EXPONENCIAL DE PARTÍCULAS VIRAIS DE SARAMPO E A DINAMICA POLINOMIAL DE CRESCIMENTO

Autores: Emerson de Alcântara Guedes
Natanael Ferreira Neves
Wagner Serpa Porto

Orientador: Prof. Me. Caio Costa

Brasília - DF
2024

Emerson de Alcântara Guedes

Natanael Ferreira Neves

Wagner Serpa Porto

MODELO DE DECAIMENTO EXPONENCIAL DE PARTÍCULAS VIRAIS

Documento apresentado ao Curso de graduação de Bacharelado em Engenharia de Software da Universidade Católica de Brasília, como atividade extra para obtenção da aprovação na disciplina de Matemática Discreta.

Orientador: Prof. Me. Caio Costa

Brasília
2024

RESUMO

O sarampo é uma doença super contagiosa, causada por um vírus que faz parte da família Morbillivirus, sendo transmitido principalmente por gotículas que saem de pessoas infectadas quando tossem ou espirram. O problema do sarampo aparece de várias formas: surtos, complicações graves e, em casos extremos, até morte, principalmente em populações que não se vacinaram ou que estão sub-vacinadas, onde que o modelo derivado do entendimento sobre o decaimento exponencial desenvolvido pelo francês Antoine Henri Becquerel e dos físicos Marie Curie e Pierre Curie, que estudaram a radioatividade no final do século XIX e início do século XX, tem seu conceito e estudo aplicado ao campo da virologia, onde que no âmbito do Covid, tornou-se possível aplicar esses conhecimentos através do estudo aplicado pelo Instituto Nacional de Alergia e Doenças Infecciosas (NIAID) dos Estados Unidos.

Palavras-chave: Sarampo, Vírus, Decaimento.

ABSTRACT

Measles is a highly contagious disease caused by a virus that is part of the Morbillivirus family and is transmitted mainly by droplets that come out of infected people when they cough or sneeze. The problem with measles appears in several forms: outbreaks, serious complications and, in extreme cases, even death, mainly in populations that have not been vaccinated or are under-vaccinated, where the model derived from the understanding of exponential decay developed by the Frenchman Antoine Henri Becquerel and the physicists Marie Curie and Pierre Curie, who studied radioactivity in the late 19th and early 20th centuries, has its concept and study applied to the field of virology, where in the context of Covid, it has become possible to apply this knowledge through the study applied by the National Institute of Allergy and Infectious Diseases (NIAID) of the United States.

Keywords: *Measles, Virus, Decay.*

SUMÁRIO

1 COMPREENSÃO DO PROBLEMA

A desigualdade no acesso aos serviços de saúde e às vacinas é um fator que dificulta a erradicação do sarampo, onde que a variabilidade regional, faz com que diferentes regiões tenham taxas de vacinação e níveis de suscetibilidade diferentes, no qual a hesitação em vacinar e as crenças culturais sobre vacinação afetam como as pessoas aderem a essas práticas, que podem gerar surtos pois o sarampo é considerado uma das doenças infecciosas mais contagiosas do mundo, sendo capaz de atingir diversos grupos etários, sendo particularmente mais perigoso em menores de cinco anos e naqueles entre 15 e 29 anos de idade, sendo uma das principais causas de morte evitáveis por vacina entre crianças no planeta, sendo assim entender seu comportamento de crescimento e decaimento e de grande valia (MELLO 2014).

2 MODELO DE DECAIMENTO

A quantidade de partículas virais viáveis de sarampo no ambiente decai ao longo do tempo, semelhante ao decaimento radioativo, e isso pode ser modelado de forma similar a uma função exponencial decrescente dada a seguir pela figura 1 abaixo.

Figura 1 – Equação de decaimento radioativo.

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Fonte: https://pt.energia-nuclear.net/que-e-a-energia-nuclear/radioatividade/decaimento-radioativo#google_vignette

Onde:

- $N(t)$: quantidade de partículas virais restantes no tempo t;
- N_0: quantidade inicial de partículas virais;
- λ: constante de decaimento, que depende da taxa de desintegração (ou taxa de degradação do vírus).
- t: tempo decorrido.

A equação apresentada pela figura 1 advém do decaimento radioativo, sendo baseada em uma equação matemática que descreve como um material radioativo decai ao longo do tempo, sendo assim conhecida como Lei do Decaimento Radioativo (ALVES 2010).

3 LIMITAÇÕES E AJUSTES DO MODELO DE DECAIMENTO

A É importante notar que este modelo simples assume uma constante de decaimento fixa (λ) ao longo do tempo, o que pode não ser totalmente preciso em situações reais. Fatores como.

- Ventilação (que dispersa as partículas);
- Umidade (que pode acelerar ou desacelerar a degradação do vírus);
- Tipo de superfície (se for o caso de contaminação por contato);
- Mutabilidade do vírus;
- Exposição ao Sol e quando o vírus se degrada mais rapidamente quando exposto à luz ultravioleta,
- Temperatura (temperaturas mais altas tendem a reduzir o tempo de vida do vírus.).

Os fatores citados acima contribuem diretamente no resultado, sendo assim conforme for as condições o vírus do sarampo pode ter uma vida maior ou menor como também interfere diretamente na sua transmissão como pode ser visto na figura 2 que está abaixo retirada de um estudo similar sobre o assunto realizado pela Universidade Federal do Rio Grande Do Sul (UFRGS). Sendo assim assumiremos então, de forma simplória, uma constante do decaimento fixa (λ) para o vírus do sarampo.

Figura 2 – Persistência de COVID-19 em diferentes superfícies.

Superfície	Tempo máximo de viabilidade
Aerossol	3h (meia-vida 1.2 horas)
Plástico	Até 72h (meia-vida de 6.8 horas) em estudo que compara SARS-CoV-1 e SARS-CoV-2 (3)/ até 9 dias em revisão com outros coronavírus (1)
Aço inoxidável	Até 72h (meia-vida 5.6 horas)
Cobre	4h
Papelão	24h
Alumínio	2-8h
Metal	5 dias
Madeira	4 dias
Papel	5 dias
Vidro	5 dias
Luva (látex)	8h
Avental descartável	2 dias
Cerâmica	5 dias

Fonte: Fonte: TelessaúdeRS (2020), adaptado de Kampf (2020) e van Doremalen (2020).

4 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MODELO DE DECAIMENTO

Supomos que estudos indicam que o vírus COVID-19 tem uma meia-vida de cerca de 1 hora no ar em determinadas condições. significando que, após 1 hora, metade do partículas virais viáveis terá se deteriorado.

- Usando a relação entre a meia-vida e a constante de decaimento temos:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

- Sendo a meia-vida, 1 hora, obtemos:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{1} \approx 0,693$$

- Por sua vez, aplicando o valor na equação temos:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-0,693 \cdot t}$$

Sendo assim a partir da equação apresentada acima e possível calcular a quantidade de partículas virais viáveis N(t) em função do tempo.

5 MODELO DA DINAMICA DO VÍRUS DO SARAMPO

Será utilizada modelo polinomial para descrever a dinâmica do sarampo, onde que esse tipo de modelo pode ser uma maneira de analisar como os grupos de suscetíveis, infectados e removidos se relacionam.

Definindo as Variáveis: A gente pode definir o seguinte polinômio que representa a população total:

$$P(t)= aS(t) + bI(t) + cR(t)$$

Onde que:

- $P(t)$ é a população total em função do tempo t.
- a, b, e c são coeficientes que mostram o impacto de cada grupo na população total.

- **Suscetíveis S(t)S(t)S(t)**:

$$S(t)=S0- 0t\ \beta S(t)\ I(t)\ dt$$

- **Infectados I(t)I(t)I(t)**:

$$I(t)= I0 + 0t\ (\beta S(t)\ I(t) - \gamma I(t))\ dt$$

- **Removidos R(t)R(t)R(t)**:

$$R(t)=R0 + 0t\gamma I(t)\ dt$$

5.1 POLINÔMIOS PARA DESCREVER DINÂMICAS

Vamos agora transformar essas equações em uma forma polinomial. Considerando que a população total NNN é constante, podemos definir:

$$N= S0 + I0 + R0$$

- Assim, o polinômio que descreve a dinâmica da população fica assim:

$$P(t)= (S0-kt2) + (I0+kt-kt22) + (R0+kt)$$

- Onde k é uma constante que representa a taxa de transmissão e recuperação do vírus.

5.2 RESOLVENDO O MODELO POLINOMIAL

Para simplificar, vamos usar um polinômio quadrático, que é mais fácil de trabalhar, no qual pode ser escrito da seguinte maneira:

$$P(t)= At2 + Bt + C$$

- Onde A, B e C são constantes que iremos determinar.

5.3 RESOLVENDO OS COEFICIENTES

Condições Iniciais: Vamos usar as condições iniciais pra achar A, B e C:

- No tempo t=0t = 0t=0:

$$P(0)=S\ 0 + I0+ R0 = C$$

- No tempo t=1t = 1t=1 (ou em outro tempo que a gente escolher):

$$P(1) = A(1)2 + B(1)+ C$$

Determinação de A e B: Dependendo dos dados que a gente tiver, dá pra calcular as constantes A e B pra ajustar o modelo polinomial à realidade observada.

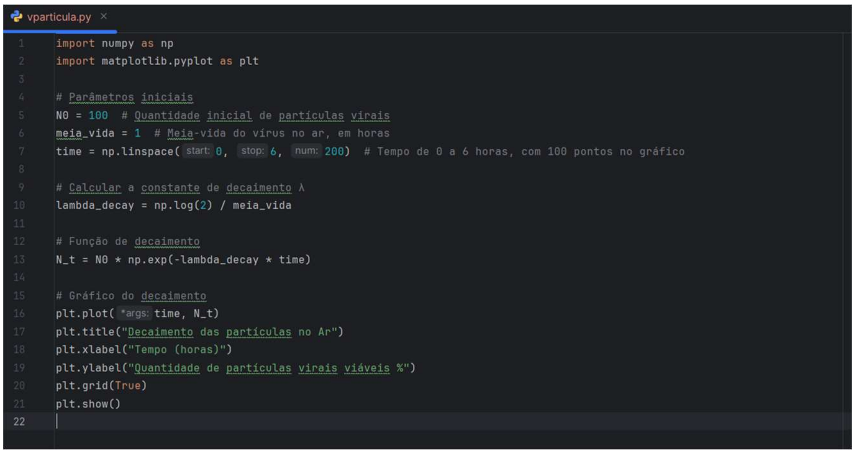
5.4 JUSTIFICATIVA DAS SIMPLIFICAÇÕES

- **População Constante**: A gente está assumindo que a população total é constante, o que pode não ser bem verdade, mas isso facilita a modelagem.
- **Desconsideração de Variações Comportamentais**: O modelo polinomial não leva em conta mudanças de comportamento relacionadas à vacinação, mas é uma aproximação inicial.

6 MODELAGEM COMPUTACIONAL DO DECAIMENTO

Foi realizado um código em linguagem Python, onde código e demonstrado pela figura 3 que está abaixo, o código completo se encontra no apêndice.

Figura 3 – Código em Pyton para calcular o decaimento.



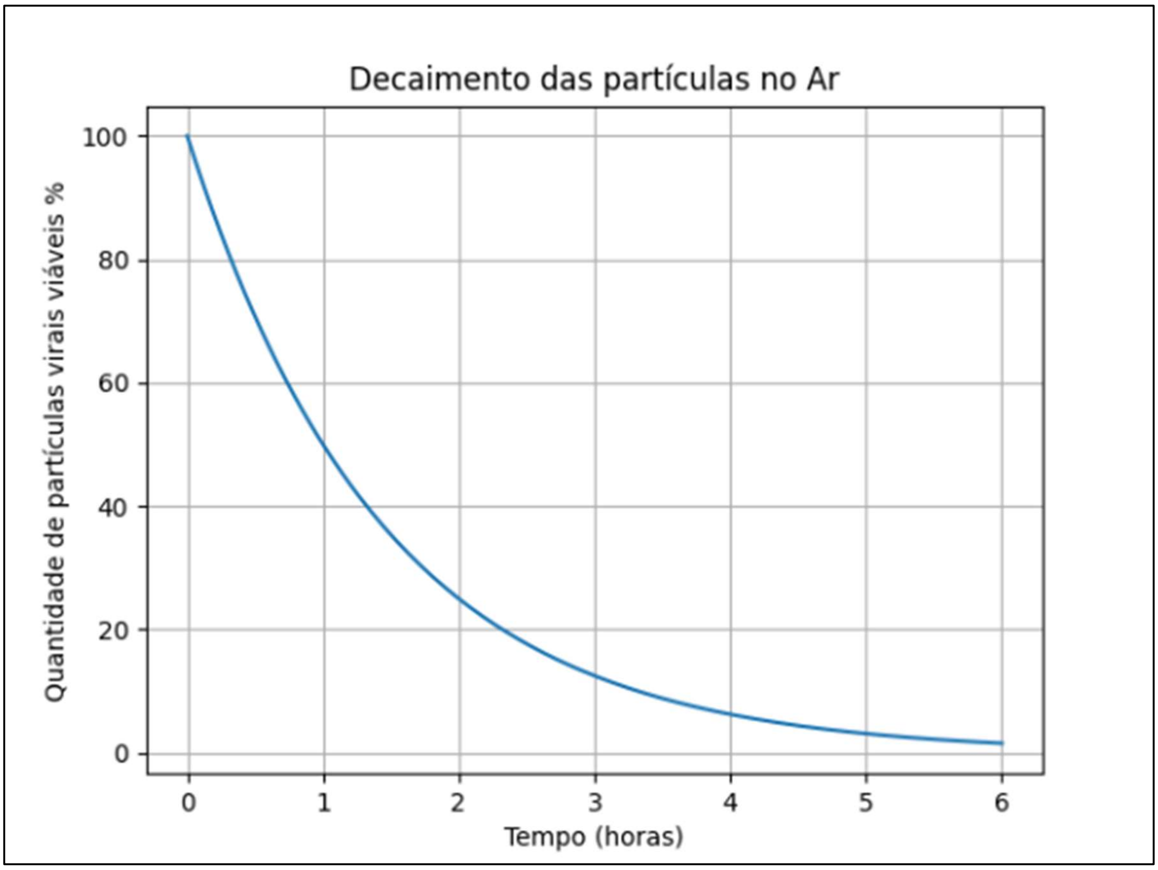
vparticula.py

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Parâmetros iniciais
N0 = 100  # Quantidade inicial de partículas virais
meia_vida = 1  # Meia-vida do vírus no ar, em horas
time = np.linspace( start: 0,  stop: 6,  num: 200)  # Tempo de 0 a 6 horas, com 100 pontos no gráfico

# Calcular a constante de decaimento λ
lambda_decay = np.log(2) / meia_vida

# Função de decaimento
N_t = N0 * np.exp(-lambda_decay * time)

# Gráfico do decaimento
plt.plot( *args: time, N_t)
plt.title("Decaimento das partículas no Ar")
plt.xlabel("Tempo (horas)")
plt.ylabel("Quantidade de partículas virais viáveis %")
plt.grid(True)
plt.show()
```

Fonte: Autores.

A partir do código apresentado pela figura acima pode se prever o comportamento das partículas virais ao longo do tempo. Cada vez que se passa o período equivalente a meia vida, metade do vírus que existe perde sua eficácia e amplitude como pode ser visto na 4 que está abaixo.

Figura 4 – Gráfico de decaimento das partículas virais do sarampo no ar.



Fonte: Autores.

A plotagem do gráfico resultante apresentado pela figura acima, mostra a quantidade de partículas virais de sarampo que se dissipam ao longo do tempo. Após 1 hora, cerca de 50% das partículas iniciais ainda estarão viáveis, após 2 horas, 25%, e assim por diante. O modelo é ideal para estimar quão seguro pode ser o ambiente após um certo tempo de exposição, ajudando a definir e entender quando o risco de contaminação reduz. Pois o sarampo de acordo com Brasil (2024) é uma das doenças mais contagiosas que existem, tendo um índice de reprodução elevado, onde que uma única pessoa pode passar o vírus para até 18 outras, trazendo complicações como diarreia, infecções de ouvido e pneumonia e pode levar a complicações mais sérias, como encefalite, que pode causar danos no cérebro e até a morte, sendo assim e necessário entender o comportamento do vírus.

7 CONCLUSÃO

Conclui-se que, a abordagem matemática, quando combinada com dados epidemiológicos, pode dar dicas valiosas para criar estratégias de saúde pública, ressaltando a importância da vacinação e a necessidade de continuar monitorando a situação das infecções, onde que ao utilizar modelos polinomiais e exponenciais para entender a dinâmica do sarampo pode trazer uma nova visão sobre como a doença se espalha e como as vacinas podem afetar a população, trazendo uma melhor qualidade de vida para todos.

REFERÊNCIAS

ALVES, Wendel Botelho. Sobre a datação por decaimento radioativo. **CONNECTION LINE-REVISTA ELETRÔNICA DO UNIVAG**, n. 5, 2010.

Artigo 2 – Estabilidade do SARS-CoV-2 em aerossóis e sobre superfícies em comparação ao SARS-CoV-1. NEJM. Publicado em 17 de março de 2020

Artigo 46 – Análise aerodinâmica do SARS-CoV-2 em dois hospitais de Wuhan. Nature. Publicado 27 de Abril de 2020.

https://toledo.ufpr.br/wp-content/uploads/2020/05/Revisa%CC%83o-Ana%CC%81lise-aerodina%CC%82mica-do-SARS-CoV-2-em-dois-hospitais-de-Wuhan.pdf

https://portal.fiocruz.br/pergunta/quanto-tempo-o-coronavirus-permanece-ativo-em-diferentes-superficies#:~:text=Atualizado%20em%2025%2F01%2F2024,at%C3%A9%202%20horas%20e%20meia.

https://toledo.ufpr.br/wp-content/uploads/2020/03/Estabilidade-do-SARS-CoV-2-em-aerossóis-e-sobre-superfícies-em-comparação-ao-SARS-CoV-1.pdf

https://www.ufrgs.br/telessauders/perguntas/quanto-tempo-o-virus-que-causa-o-covid-19-sobrevive-em-superficies/

MELLO, Jurema Nunes et al. Panorama atual do sarampo no mundo. Risco de surtos nos grandes eventos no Brasil, v. 102, n. 1, 2014.

APÊNDICE A – CODIGO DE DECAIMENTO DO VÍRUS

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Parâmetros iniciais
N0 = 100  # Quantidade inicial de partículas virais
meia_vida = 1  # Meia-vida do vírus no ar, em horas
time = np.linspace(0, 6, 200)  # Tempo de 0 a 6 horas, com 100 pontos no
gráfico

# Calcular a constante de decaimento λ
lambda_decay = np.log(2) / meia_vida

# Função de decaimento
N_t = N0 * np.exp(-lambda_decay * time)

# Gráfico do decaimento
plt.plot(time, N_t)
plt.title("Decaimento das partículas no Ar")
plt.xlabel("Tempo (horas)")
plt.ylabel("Quantidade de partículas virais viáveis %")
plt.grid(True)
plt.show()
```

Link do repositório com o código: Catolica/Semestre 01/02-24 - Matemática Discreta/Decaimento_particulas_virais/vparticula.py at main · NatanaelN/Catolica (github.com)