Lista de Exercícios - Conjuntos

Disciplina: Matemática Discreta

Prof: Mo. Caio Costa

Aluno: Natanael Ferreira Neves

① Liste os seguintes conjuntos:

a) $\{x \mid x$ é um número real tal que $x^2 = 1\}$

$\quad x = \{1, -1\}$

b) $\{x \mid x$ é um número inteiro positivo menor que 12$\}$

$\quad x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

c) $\{x \mid x$ é o quadrado de um inteiro e $x < 100\}$

$\quad x = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$ e x

d) $\{x \mid x$ é um número inteiro tal que $x^2 = 2\}$

$\quad$ Conjunto $\emptyset$

② Use a notação de constrator do conjunto para descrever cada uma das seguintes equações coleções:

a) $\{0, 3, 6, 9, 12\}$

$\quad \{X \mid X \in \mathbb{R}, \text{ tal que } X \text{ é multiplo de } 3 \mid 0 \le X \le 13$

b) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$\quad \{x \mid x \in \mathbb{Z}, \text{ tal que } -4 < x < 4\}$ e $x + 1$

c) $\{m, m, 0, p\}$
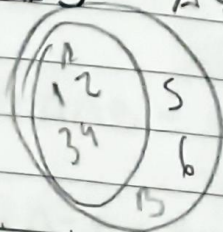
$\quad \{x \mid x \in \text{Alfabeto, tal que} \ldots\}$ #

③ Encontre dois conjuntos A e B tal que $A \in B$ e

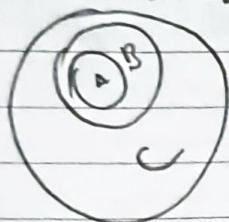$A \subseteq B \qquad A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
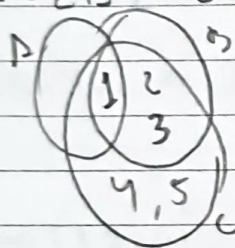
$A \in B$

④ Use o diagrama de Venn para ilustram o relacionamento

$A \subseteq B \subseteq \subseteq B \subseteq C$

$A = \mathbb{N} \qquad B = \mathbb{Z} \qquad C = \mathbb{R}$

⑤ Use o diagrama de venn para uniões e intersecções

$A = \{1\} \qquad B = \{1,2,3\} \qquad C = \{1,2,3,4,5\}$ e múltiplos

$X = A \cup B \cup C = \{1,2,3,4,5\}$

$Y = A \cap B \cap C = \{1\}$

⑥ Seja $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{0,3,6\}$, Encontre

a) $A \cup B$

  $\{0,1,2,3,4,5,6\}$

b) $A \cap B$

  $\{3\}$

c) $A - B$

  $\{1,2,4,5\}$

d) $B - A$

  $\{0,6\}$

⑦ Encontre os conjuntos A e B tal que $A - B = \{1,5,7,8\}$
$B - A = \{2,10\}$ e $A \cap B = \{3,6,9\}$

$A = \{1,5,7,8,3,6,9\} \rightarrow \{1,3,5,6,7,8,9\}$

$B = \{2,10,3,6,9\} \rightarrow \{2,3,6,9,10\}$

⑧ Seja $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e
$C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Encontre

a) $A \cap B \cap C$

$\{4, 6\}$

b) $A \cup B \cup C$

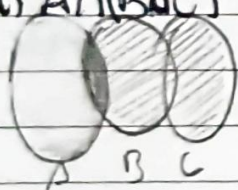$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

c) $(A \cup B) \cap C$

$\{4, 5, 6, 10\}$

d) $(A \cap B) \cup C$

$\{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

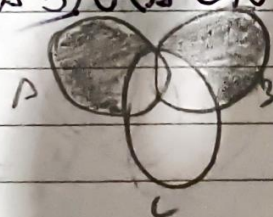⑨ Desenhe os diagramas de VENN para as seguintes
combinações de conjuntos:

a) $A \cap (B \cup C)$ b) $A \cap B \cap C$ c) $(A-B) \cup (A-C) \cup (B-C)$

⑩ O que se pode dizer a respeito dos conjuntos A e B
se o segundo for verdade:

a) $A \cup B = A$

$B \subset A$

b) $A \cap B = A$

$A \subseteq B$

c) $A - B = A$

$A \cap B = \emptyset$

d) $A \cap B = B \cap A$

VERDADE

e) $A - B = B - A$ $A \cap B = \emptyset$

① Descreuo cada um dos conjuntos a seguir, listando seus elementos

a) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \ e \ x^2 - 5x + 6 = 0\}$

$x = \{2,$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot (1 \cdot 6)$

$25 - 24$

$\Delta = 1$

$x_1 = \dfrac{-(5) + \sqrt{1}}{2} \to \dfrac{5+1}{2} \quad x_1 = 3$

$x_2 = \dfrac{5-1}{2} \to x_2 = 2$

b) $\{y \mid y \in \mathbb{R} \ e \ 2y^4 - 10y + 12 = 0\}$

$\nexists$ conjunto solução

c) $\{x \mid x \in \mathbb{R} \ e \ x^2 - 2x - 8 = 0\}$

$\Delta = (-2)^2 - 4(1+8)$

$4 + 32$

$\Delta = 36$

$x = \dfrac{-(-2) + \sqrt{36}}{2 \cdot 1} \to \dfrac{2+6}{2} \to \dfrac{8}{2} \to x_1 = 4$

$x_2 = \dfrac{-4}{2} \to x_2 = -2$

⑫ Seja: $A = \{x \mid x \in \mathbb{R} \ e \ x^2 - 4x + 3 < 0\}$ e

$B = \{x \mid x \in \mathbb{R} \ e \ 0 < x < 6,$ prove que $A \subseteq B$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$\Delta = (-4)^2 - 4(1 \cdot 3)$

$16 - 12$

$\Delta = 4$

$y = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$

$x_1 = \dfrac{4+2}{2} \to x_1 = 3$

$x_2 = \dfrac{4-2}{2} \to x_2 = 1$

$A = \{1, 3\}$ logo, $A \subseteq B$, pois $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$\begin{matrix} 4 & 7 \\ -2 & 1 \end{matrix}$$

(13) Seja: $A = \{(x,y) \mid (x,y)$ estr a três pontos do ponto $(1,4)\}$
e $B = \{(x,y) \mid (x-1)^2 + (y-4)^4 \leq 25\}$, prove que $A \subseteq B$

$3 = \sqrt{(x-1)^2 + (y-4)^2} \to (x-1)^2 + (y-4)^2 = 9$

$2x - 2(x-1) + (-1)^2 \qquad 2y - 2(y-4) + (-3)^2$

$2x - 2x + 2 + 1 \qquad\qquad 2y - 2y + 8 + 16$

$(x-1)^2 = 3 \qquad\qquad\qquad 24$

$(x-1)^2 \to (x-1)(x-1) \qquad (y-4)^2 \to (y-4)(y-4)$

$x^2 - x - x + 1 \qquad\qquad y^2 - 4y - 4y + 16$

$\boxed{x^2 - 2x + 1} \qquad\qquad \boxed{y^2 - 8y + 16}$

(14) Seja $A = \{x \mid \cos(\frac{x}{2}) = 0\}$ e $B = \{x \mid sen(x) = 0\}$

Prove que $A \subseteq B$

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + m\pi \Big) \times 2 \to x = \pi + 2n\pi \to x = (2n+1)\pi$

$sen(x) = n\pi \to x \mid x$ é multiplo de $\pi \pm$