Conjuntos Numéricos

Caro estudante!

Nesta Unidade você irá rever a teoria dos conjuntos. Você lembra dessa teoria, do que ela trata, para que serve e como é utilizada? Assim como em outros assuntos da Matemática, também na teoria dos conjuntos certas noções são aceitas sem definição a fim de servirem como ponto inicial de estudos, como primitivas. Na teoria dos conjuntos as noções consideradas primitivas são:

- Conjunto;
- Elemento; e
- Pertinência entre elemento e conjunto.

Vamos ver, resumidamente, cada uma delas?

A noção de conjuntos, fundamental na Matemática de nossos dias, não é suscetível de definição precisa a partir de noções mais simples, ou seja, é uma noção primitiva. Foi introduzido pelo matemático russo George Cantor (1845 – 1918).

O conjunto é um conceito fundamental em todos os ramos da Matemática. Intuitivamente, um conjunto é uma lista, coleção ou classe de objetos bem definidos. Os objetos em um conjunto podem ser: números, variáveis, equações, operações, algoritmos, sentenças, nomes, etc.

Em Matemática estudamos conjuntos de: números, pontos, retas, curvas, funções, etc. Veja a seguir alguns exemplos de conjuntos:

- Conjunto de livros da área de Administração em uma biblioteca;
- Conjunto dos pontos de um plano;
- Conjunto das letras da palavra Administração;
- Conjunto dos conselhos regionais de Administração (CRA) existentes no Brasil; e
- Conjunto de escritórios de Contabilidade da região sul.

Notação

Você sabe para que utilizamos o termo notação?

Normalmente empregamos, na teoria dos conjuntos, a notação, para representarmos ou designarmos um conjunto de sinais. Veja a seguir:

- Os conjuntos são indicados por letras maiúsculas: A, B, C, ..., X, Y, Z; e
- Os elementos são indicados por letras minúsculas: a, b, c, ..., x, y, z.

Assim podemos dizer que temos um dado conjunto A cujos seus elementos são a, b, c, d. A representação deste conjunto é dada pela notação:

$$A = \{a, b, c, d\}$$

que se lê: "*A é o conjunto finito cujos elementos são a, b, c, d*".

Você entendeu como se faz a leitura de conjunto? Leia o conjunto a seguir.

- Conjunto dos nomes dos dias da semana que começam pela letra s:

  B = {*segunda*, *sexta*, *sábado*}

  Aqui *segunda*, *sexta* e *sábado* são elementos do conjunto.

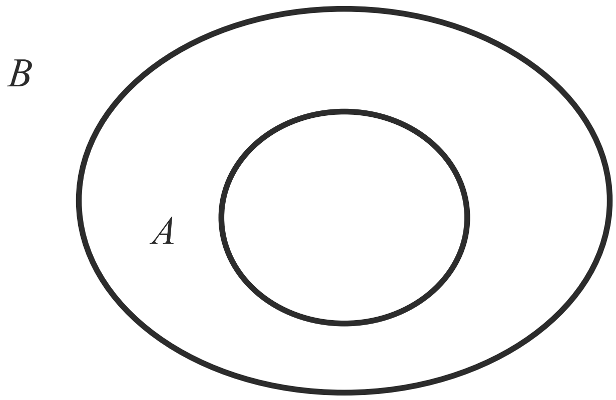
Relação de pertinência

Para indicar que um elemento x pertence ou não a um conjunto A, escreve-se simbolicamente: $x \in A$ e $x \notin A$ e lê-se: *x pertence a A e x não pertence a A*.

Relação de inclusão

Dizemos que um conjunto A está contido em um conjunto B, se, e somente se, todo elemento de A é também elemento de B.

- Notação: $A \subset B$ ou $B \supset A$.
- Simbolicamente: $A \subset B \Leftrightarrow \forall\, x \in A \Rightarrow x \in B$.
- Graficamente:



Observações:

- $\forall A, \varnothing \subset A$.
- Quando $A \subset B$, dizemos que A é um subconjunto de B.

Conjuntos numéricos fundamentais

Inicialmente falamos sobre conjuntos de um modo geral. Vamos agora aprender um pouco mais sobre conjuntos numéricos.

Você sabe definir que conjuntos são esses? Com certeza esta pergunta não traz nenhuma dificuldade de resposta para você. Mas, se mudássemos a pergunta para: Quais as aplicações dos conjuntos numéricos no dia a dia? Você saberia responder?

De modo geral, nossa pergunta não seria respondida de uma forma tão direta, pois quando aprendemos e até quando ensinamos conjuntos numéricos, dificilmente vemos a sua aplicação, a sua utilização; o que torna muitos conteúdos sem sentido.

Para a Matemática, é evidente que os conjuntos de maior interesse são aqueles formados por números. Há certos conjuntos numéricos que têm importância especial devido às propriedades das operações entre seus elementos e, por isso, recebem nome convencional. Vamos, então, estudar esses conjuntos numéricos.

Conjunto dos números naturais

Iniciamos nosso estudo sobre conjuntos numéricos pelo conjunto dos números naturais (N).

Você já se perguntou por que naturais?

Isso mesmo porque, surgiram "naturalmente" da necessidade de contar objetos e seres. Por volta de 4000 antes de Cristo, algumas comunidades primitivas aprenderam a usar ferramentas e armas de bronze. Aldeias situadas às margens dos rios transformavam-se em cidades. A vida ia ficando mais complexa. Novas atividades iam surgindo, graças, sobretudo ao desenvolvimento do comércio. Os agricultores passaram a produzir alimentos em quantidades superiores às suas necessidades.

Com isso, algumas pessoas puderam se dedicar a outras atividades, tornando-se artesãos, sacerdotes, comerciantes e administradores. Como consequência desse desenvolvimento, surgiu a escrita. Partindo-se dessa necessidade, passou-se a representar quantidades através de símbolos. Observe que os números naturais vieram com a finalidade de contagem.

O conjunto dos números naturais é:
N = {0, 1, 2, ...}

Conjunto dos números inteiros

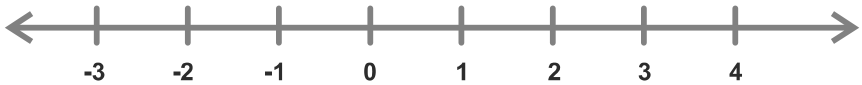
Pertencem ao conjunto dos números inteiros os números negativos e também o Conjunto dos Números Naturais.

Os números negativos são opostos aos números positivos e os positivos são opostos aos negativos.

Vamos conhecer qual a notação para os conjuntos dos números inteiros?

Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

Agora vamos considerar os números inteiros ordenados sobre uma reta. Veja a figura a seguir:



Conjunto dos números racionais

O conjunto dos números racionais é uma extensão do conjunto dos números inteiros com as frações positivas e negativas, que denotamos por:

$$\boldsymbol{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \middle| p,\ q \in \mathbb{R}\ \ e\ \ q \neq 0 \right\}$$

Você está pronto para conhecer alguns exemplos de números racionais?

- $-3, -\frac{6}{5},\ -1, \frac{2}{7},\ \ 1, \frac{3}{5}.$
- $-3, = \frac{-3}{1} = \frac{-6}{2} = \frac{-9}{3}.$
- $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$

É interessante, quando falamos de número racional, considerarmos a representação decimal obtida pela divisão de p por q, ou seja, $\frac{p}{q}$.

Exemplos referentes às dizimas exatas ou finitas:

$$\frac{1}{2} = 0{,}5,\ -\frac{5}{4} = -1{,}25 \text{ e } \frac{75}{20} = 3{,}75.$$

Exemplos referentes às dízimas infinitas periódicas:

$$\frac{1}{3} = 0{,}333... - \frac{6}{7} = 0{,}857142857142... \frac{7}{6} = 1.1666...$$

Toda dízima exata ou periódica pode ser representada na forma de número racional.

Conjunto dos números irracionais

Este conjunto é composto por dízimas infinitas não periódicas, ou seja, os números que não podem ser escritos na forma de fração (divisão de dois inteiros).

Como exemplos de números irracionais, podemos citar a raiz quadrada de dois e a raiz quadrada de três. Veja a seguir:

- $\sqrt{2} = 1{,}4114213\ldots$; e
- $\sqrt{3} = 1{,}732058....$

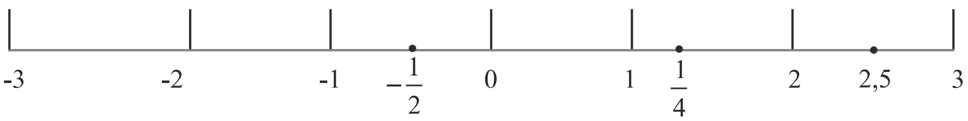
Conjunto dos números reais

O conjunto dos números reais (R) é uma expansão do conjunto dos números racionais que engloba não só os inteiros e os fracionários, positivos e negativos, mas também todos os números irracionais, ou seja,

> Conjunto dos números reais é a união dos conjuntos dos números racionais e dos irracionais.

Reta numérica

Uma maneira prática de representarmos os números reais é através da reta real. Para construí-la, desenhamos uma reta e, sobre ela, escolhemos um ponto arbitrário, denominado ponto origem, que representará o número zero e outro ponto arbitrário a sua direita, o ponto 1.



A distância entre os pontos mencionados chamamos de unidade de medida e, com base nela, marcamos ordenadamente os números positivos para aqueles situados à direita da origem e os números negativos para os situados à esquerda.