S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

Lista de exercícios - Funções
Disciplina: Matemática Discreta
Prof: Me. Caio Costa
Aluno: Natanael Ferreira Neves

① Dada a função afim $f(x) = 5x - 7$, determine:

a) A imagem de $(x = 3)$

$f(3) = 5.3 - 7 \to 15 - 7 = 8$

$I = 8$

b) O valor de x para o qual $f(x) = 8$

$8 = 5.x - 7 \to 8 + 7 = 5x \to 15 = 5x \to x = 15/5 = 3$

$x = 3$

c) Considere a função $f(x) = 2x + 4$. Encontre:
O ponto de intersecção da função em eixo y
O ponto da intersecção da função em eixo x

$y = f(0) = 2.0 + 4$	$x = f(x) = 0$
$= 4$	$2x + 4$
$f(0) = 4$	$-4 = 2x \to x = -4/2$
$y = (0, 4)$	$x = (0, -2)$

d) Para a função quadrática $f(x) = x^2 - 4x + 3$, determine:
As raízes da função. O vértice da função.

$\Delta = (-4)^2 - 4(1.3)$

$16 - 12$

$\Delta = 4$

$x_v = -\left(\frac{-4}{2}\right) \to 2$

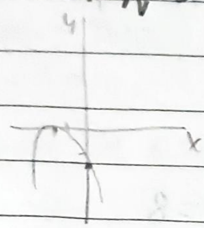
$y_v = -\left(\frac{4}{4}\right) \to -1$

$x_1 = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2}$ | $x_2 = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2}$

$\frac{4+2}{2} \to x_1 = 3$ | $\frac{4-2}{2} \to x_2 = 1$

a) Dada a função $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$, encontre:
O valor máximo da função # Decrescente.
O intervalo onde a função é crescente:

$\Delta = 8^2 - 4(-2 \cdot -6)$ | $x_v = -\left(\frac{8}{2 \cdot (-2)}\right) \to \frac{8}{4} = x_1 = 2$
$64 - 48$
$\Delta = 16$ | $y_v = -\left(\frac{16}{4(-2)}\right) \to \frac{16}{8}$ $y_1 = -2$



Considere as funções $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$f(x) = 2x+3$ $\quad$ $u(x) = 2x+3$
$g(x) = x^2$ $\quad$ $k(x) = x^2-1$

f) Determine se as funções são injetora, b) a sobrejetora

1	$f(1) = 5$	$-1 = -1$	$2 = 7$	$-2 = 1$
-1	$g(1) = 1$	$-1 = 1$	$2 = 4$	$-2 = 4$
2	$u(1) = 5$	$-1 = -1$	$2 = 7$	$-2 = 1$
-2	$k(1) = 0$	$-1 = 0$	$2 = 3$	$-2 = 3$

$f(x)$ = bijetora | $g(x)$ = sobrejetora | $u(x)$ = bijetora | $k(x)$ bijetora

g) Se não for bijetora, modifique o domínio ou contradomínio para torná-la bijetora.

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

② Baseado nas funções acima: $f(x) = 2x+3$ $g(x) = x^2$

a) Calcule $(f \circ g)(x)$

$f(g(x)) = 2x^2+3$

b) Determine o domínio de $f \circ g$

$\cancel{D = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } x \neq 0 \text{ e } x > 1}$

$D = \mathbb{R}$

c) Calcule $(g \circ f)(x)$ $g = x^2$ $f = 2x+3$

$g \circ f(x) = g(f(x))$

$(2x+3)^2 \to (2x)^2 + 2 \cdot (2x+3) + 3^2$

$4x^2 + 12x + 9$

d) Determine o domínio de $g \circ f$

$D = \mathbb{R}$

e) Calcule $(u \circ v)(x)$, $u = 2x+3$ $v = x^2-1$

$u(v(x)) \to 2(x^2-1)+3$

$2x^2-2+3$

$2x^2+1$

f) Determine o domínio de $(u \circ v)$

$D = \mathbb{R}$

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

g) Calcule $(f \circ g \circ v \circ k)(x)$ $f(x) = 2x+3$ $g(x) = x^2$ $v(x) = 2x+3$

vok $2(x^2-1)+3 \to 2x^2-2+3 \to 2x^2+1$

gov $(2x^2+1)^2 \to (2x^2)^2 + 2.(2x^2.1)+1^2 \to 4x^4+4x^2+1$

f(g) $2(4x^4+4x^2+1)+3$

$8x^4+8x^2+2+3 \to 8x^4+8x^2+5$

h) Determine o domínio do $(f \circ g \circ v \circ k)$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$

(3) Encontre o domínio das seguintes ~~equações~~ funções:

a) $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ $D = \{x \mid x \neq 0$ e $x \in \mathbb{R}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ ∄ √ de negativo

$D = \{x \mid x \in \mathbb{R}$

d) $f(x) = \frac{2}{x-3 \neq 0}$ $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}$ e $x \neq 3$

c) $f(x) = \pm\sqrt{x^2+1} \geq 0$ $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}$ e $x \geq 0\}$

e) $f(x) = \sqrt{5-x} \geq 0$ $5-x \geq 0$ $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}$ e $x \geq 5\}$

$x \geq 5$

g) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2} \geq 0}{(x-1) \neq 0}$ $x \geq -2$ $D = \{x \mid x \in \mathbb{R}$ e $x > 1\}$

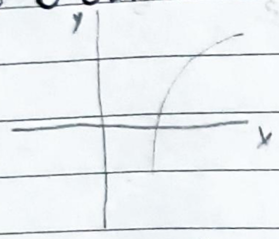
$x \neq 1$

4) Considere a função logarítmica
$f(x) = \log_2 (x-1)$. Determine $x \neq 1$

a) O Domínio da função
$\log_2^{(x-1)} \rightarrow D = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } x > 1\}$

b) A Imagem de ($x = 8$)
$I = 2$

c) Plote o gráfico da função



Para a função $f(x) = \log_3 \frac{2x+1}{x}$, encontre:

d) O valor de x para qual $f(x) = 2 \rightarrow 3 \cdot 3 = 9$

$2x+1 > 0$ e $x > 0$

$3^2 = \left(\frac{2x+1}{x}\right) \rightarrow \left(\frac{2x+1}{x} = 9\right) \cdot x \rightarrow 9x = 2x+1$

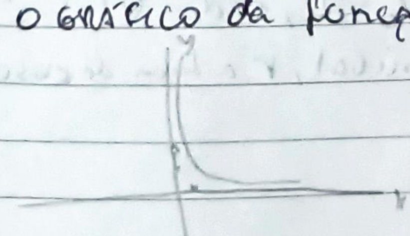
$9x - 2x = 1$

$7x = 1 \rightarrow \frac{2 \cdot 0{,}142 + 1}{0{,}142} \rightarrow \frac{1{,}284}{0{,}142} \rightarrow \cong 9$

$x = \frac{1}{7}$

e) O domínio da função
$D = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } x > 0$

f) Plote o gráfico da função



5) Calcule:

$10 \cdot 10 \cdot 10$ $\frac{1}{1000}$

a) $\log(10000) + \log(0,0001) \rightarrow 10^4 + 10^{-4}$

$10^4 + 10^{-4} \rightarrow 10000,0001$

b) $2 \log_9 1 + (\log_{0,5}(\frac{1}{8}))^2 \rightarrow (\log_{0,5} 0,125)^2$

$2 \cdot 0^9 +$

c) Escreva em função de ($\log_2$, $\log_3$, $\log_5$) as expressões

$\log(30) \rightarrow \log 2 + \log 3 + \log 5$

$\log(45) \rightarrow 2\log 3 + \log 5$

$\log(1,2) + (22,5) \rightarrow \log(1,2 \times 22,5) \rightarrow \log 27 \approx 3$

$3 \log 3$

6) Um algoritmo de compressão de dados reduz o tamanho de um arquivo inicialmente em 50%, quantas iterações são necessárias até que o tamanho seja reduzido a 1mb

$100/2 = 50/2 + 25/2 = 12,5/2 = 6,25/2 = 3,125/2 = 1,56$

7 iterações

7) Suponha que a taxa de crescimento de um vírus seja modelada pela função $V(t) = V_0 \cdot 2^{rt}$, onde $V(t)$ é o nº de ps infectados após (t) dias. V_0 é o nº inicial, r a taxa de crescimento

$V(t) = 1000 \cdot 2^{(0,1 \cdot 7)}$

$1000 \cdot 2^{0,7}$

$1000 \cdot 1,6245$

$V(t) = 1624,5$

(8) Considere que o número de transações em uma rede blockchain aumenta de acordo com a função, $T(x) = 1000i$ onde $T(x)$ é o número de transações e x é o número de nós na rede. Suponha que, inicialmente havia 500 transações na rede. Determine quantos nós são necessários para que as transações alcancem 10000.

$T(x) = 1000 \cdot x$

$T(10000) = 10000 - 500$

$10000 + 500 = 1000x$

$\frac{9500}{1000} = x \rightarrow x = 9,5 \rightarrow x = 10$