

Sistemas Computacionais

Parte 06 – Circuitos lógicos combinacionais -Formas

Prof. Francisco Javier
Francisco.diaz@p.ucb.br

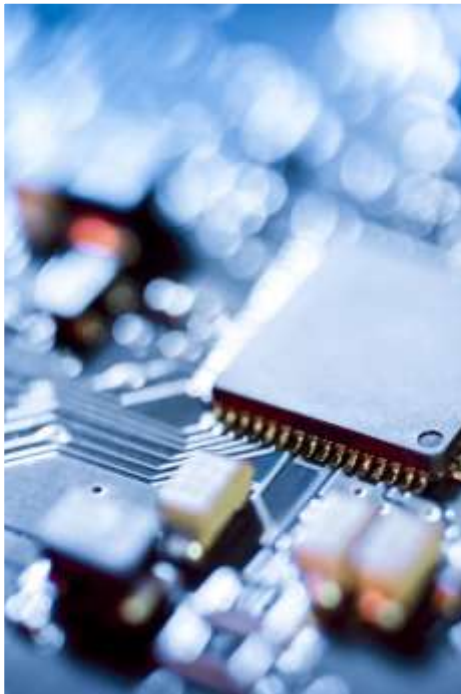
Circuitos lógicos combinacionais

Definição

Formas padronizadas de expressões booleanas na construção de circuitos

Definição

As memórias são circuitos lógicos sequenciais, mas veremos isso mais à frente.



Podemos construir **circuitos lógicos** à partir da **combinação das portas lógicas básicas** que já estudamos.

É chamado assim porque o **nível lógico de sua saída** é o resultado de uma **combinação lógica** de suas **entradas**.

Formas padronizadas de expressões booleanas

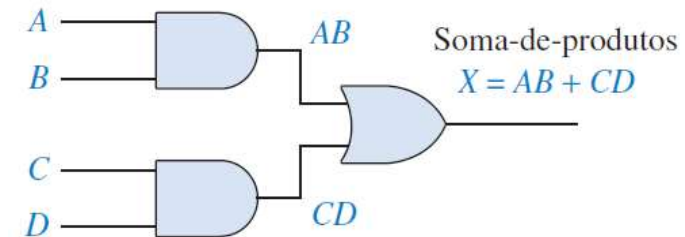
OU de Es
(ANDs)

Soma de produtos

- Lógica AND-OR (“E-OU”)

$$X = AB + CD$$

- *Produto de A com B somado com o produto de C com D*



Formas padronizadas de expressões booleanas

Soma de produtos - exemplos

$$X = AB + ABC$$

Termos da expressão

$$X = ABC + CDE + \overline{B}C\overline{D}$$

$$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$$



$$X = \overline{A}B + \overline{A}B\overline{C} + AC$$

$$\overline{A.B.C}$$



$$X = A + \overline{A}BC + BC\overline{D}$$

Formas padronizadas de expressões booleanas

Soma de produtos - conversão

$$X = AB + B(CD + EF)$$

$$X = AB + BCD + BEF$$

$$X = \overline{(A + B)} + C =$$

$$X = \overline{(A + B)} \cdot \overline{C} = (A + B) \cdot \overline{C}$$

$$X = A\overline{C} + B\overline{C}$$

Formas padronizadas de expressões booleanas

Soma de produtos – forma padrão

*“**Forma padrão** é uma expressão na qual **todas as variáveis** do domínio **aparecem** em cada um dos termos-produto na expressão”*

Assim, as expressões:

$$\overline{A} B \overline{C} + A \overline{B} D + \overline{A} B \overline{C} D$$



$$\overline{A} B \overline{C} \overline{D} + A \overline{B} C D + \overline{A} B \overline{C} D$$



Formas padronizadas de expressões booleanas

Soma de produtos – conversão para a forma padrão

$$\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C}D$$

Formas padronizadas de expressões booleanas

Soma de produtos – conversão para a forma padrão

$$\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B} + A\overline{B}\overline{C}D$$



1. $\overline{A}\overline{B}C = \overline{A}\overline{B}C(D + \overline{D}) = \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}$

Formas padronizadas de expressões booleanas

Soma de produtos – conversão para a forma padrão

$$\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B} + AB\overline{C}D$$

1. $\overline{A}\overline{B}C = \overline{A}\overline{B}C(D + \overline{D}) = \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}$

2. $\overline{A}\overline{B} = \overline{A}\overline{B}(C + \overline{C}) = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}\overline{C} = \overline{A}\overline{B}C(D + \overline{D}) + \overline{A}\overline{B}\overline{C}(D + \overline{D}) =$
 $= \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$

Formas padronizadas de expressões booleanas

Soma de produtos – conversão para a forma padrão

$$\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B} + AB\overline{C}D$$

$$1. \quad \overline{A}\overline{B}C = \overline{A}\overline{B}C(D + \overline{D}) = \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}$$

$$2. \quad \overline{A}\overline{B} = \overline{A}\overline{B}(C + \overline{C}) = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}\overline{C} = \overline{A}\overline{B}C(D + \overline{D}) + \overline{A}\overline{B}\overline{C}(D + \overline{D}) = \\ = \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$$

$$3. \quad AB\overline{C}D$$

Formas padronizadas de expressões booleanas



Soma de produtos – conversão para a forma padrão

Então:

$$\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B} + AB\overline{C}D =$$

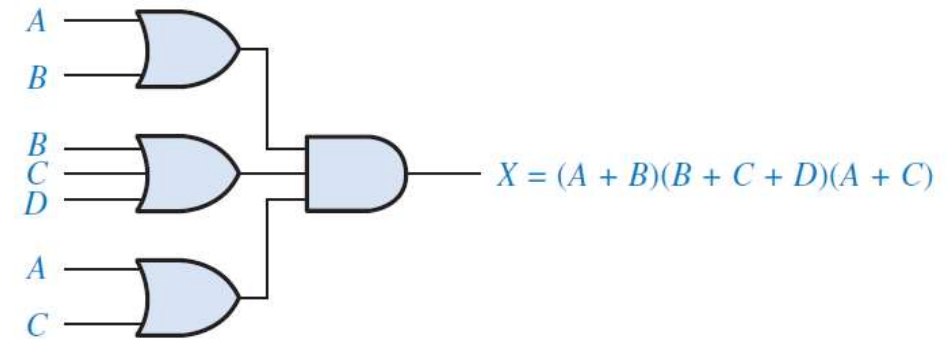
$$\longrightarrow = \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}D$$

Formas padronizadas de expressões booleanas

Ou de
OUs

Produto de somas

- Lógica AND-OR (“E-OU”)



Formas padronizadas de expressões booleanas

Produto de somas - exemplos

$$X = (\bar{A} + B)(A + \bar{B} + C)$$

$$X = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(C + \bar{D} + E)(\bar{B} + C + D)$$

$$X = (A + B)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + C)$$

$$X = A(\overline{ABC} + BCD)$$

Termos da expressão

$$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$$



$$\overline{A + B + C}$$



Formas padronizadas de expressões booleanas

Produto de somas – forma padrão

Assim, as expressões:

$$(\bar{A} + B + \bar{C}). (A + \bar{B} + D). (\bar{A} + B + \bar{C} + D)$$



$$(\bar{A} + B + \bar{C} + D). (A + \bar{B} + C + D). (\bar{A} + B + \bar{C} + D)$$



Formas padronizadas de expressões booleanas

Produto de somas – conversão para a forma padrão

$$(A + \overline{B} + C)(\overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D)$$

Formas padronizadas de expressões booleanas

Produto de somas – conversão para a forma padrão

$$(A + \overline{B} + C)(\overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D)$$



$$1. \quad A + \overline{B} + C = A + \overline{B} + C + D\overline{D} = (A + \overline{B} + C + D)(A + \overline{B} + C + \overline{D})$$

Formas padronizadas de expressões booleanas

Produto de somas – conversão para a forma padrão

$$(A + \bar{B} + C)(\bar{B} + C + \bar{D})(A + \bar{B} + \bar{C} + D)$$

1. $A + \bar{B} + C = A + \bar{B} + C + D\bar{D} = (A + \bar{B} + C + D)(A + \bar{B} + C + \bar{D})$

2. $\bar{B} + C + \bar{D} = \bar{B} + C + \bar{D} + A\bar{A} = (A + \bar{B} + C + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D})$

Formas padronizadas de expressões booleanas

Produto de somas – conversão para a forma padrão

$$(A + \overline{B} + C)(\overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D)$$

$$1. \quad A + \overline{B} + C = A + \overline{B} + C + D\overline{D} = (A + \overline{B} + C + D)(A + \overline{B} + C + \overline{D})$$

$$2. \quad \overline{B} + C + \overline{D} = \overline{B} + C + \overline{D} + A\overline{A} = (A + \overline{B} + C + \overline{D})(\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D})$$

$$3. \quad A + \overline{B} + \overline{C} + D$$

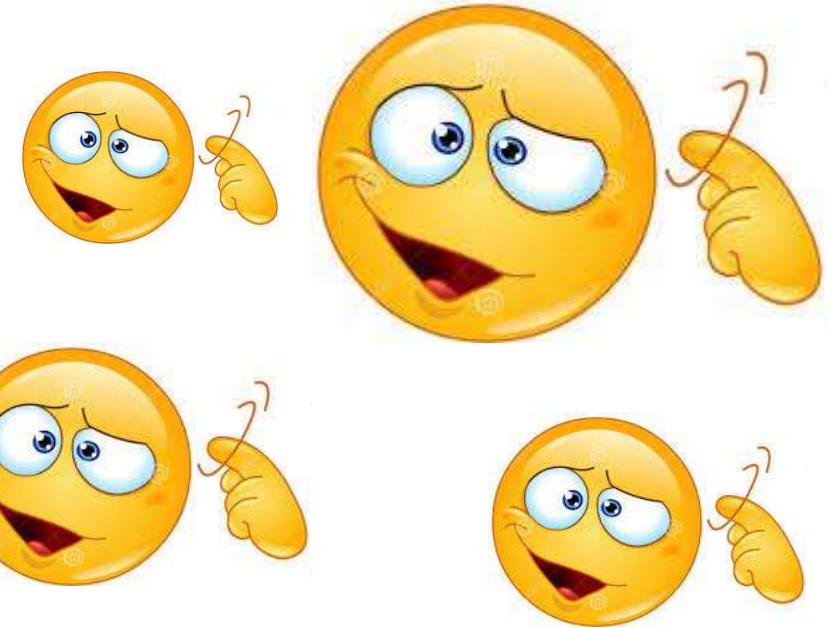
Formas padronizadas de expressões booleanas

Produto de somas – conversão para a forma padrão

Então:

$$(A + \overline{B} + C)(\overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D) =$$

$$= (A + \overline{B} + C + D)(A + \overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + C + \overline{D})(\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D)$$

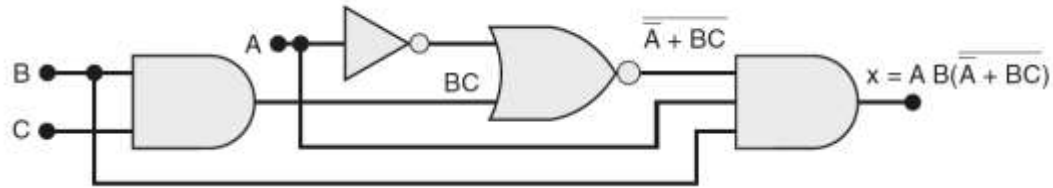


Circuitos lógicos combinacionais

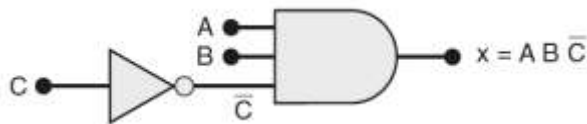
Simplificação de circuitos lógicos

Simplificação de circuitos lógicos

Exemplo 1:



Vantagens da simplificação: menos portas, circuito menor, menos custos, menor dissipação, menos sujeito a falhas.



$$x = AB(\overline{A} + BC) = AB(\overline{A} \cdot \overline{BC})$$

$$= AB(A \cdot \overline{BC}) = \text{X} AB\overline{BC}$$

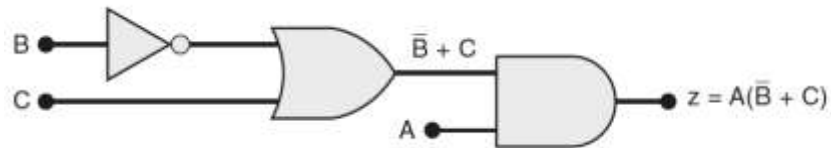
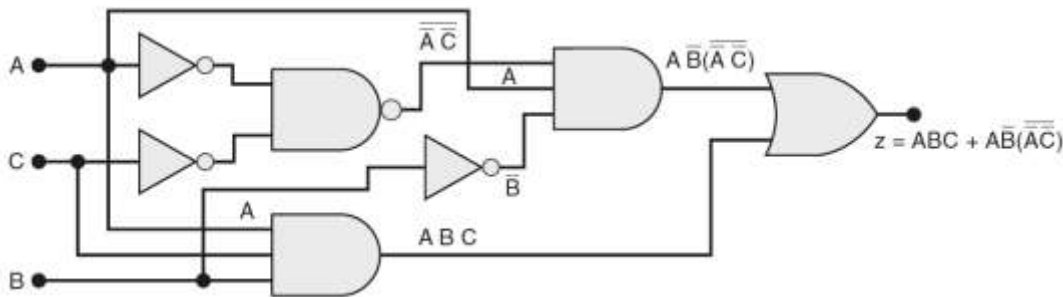
$$= AB(\overline{B} + \overline{C}) = \text{X} \overline{B} + AB\overline{C}$$

$$= AB\overline{C}$$



Simplificação de circuitos lógicos

Exemplo 2:



$$z = ABC + AB\bar{A}\bar{C} =$$

$$= ABC + AB\bar{A}\bar{C} = ABC + AB(\bar{A} + \bar{C}) = ABC + AB\bar{A} + AB\bar{C} =$$

$$= ABC + AB\bar{A} + AB\bar{C} = ABC + AB\bar{A} + AB\bar{C} =$$

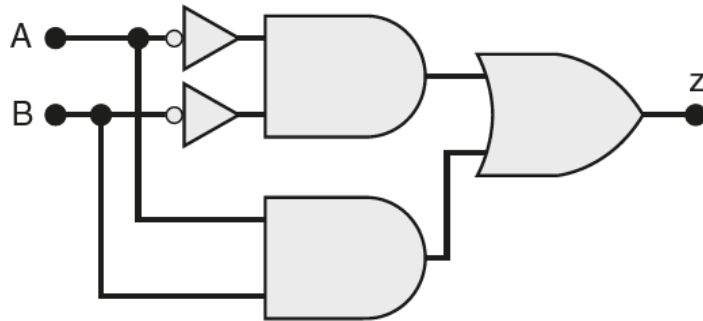
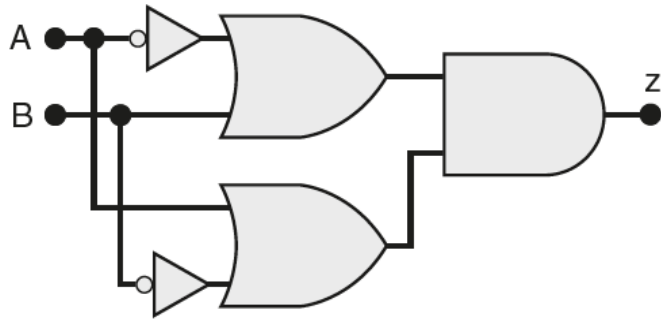
$$= AC(B + \bar{B}) + AB\bar{A} = AC + AB\bar{A}$$

$$z = A(C + \bar{B})$$



Simplificação de circuitos lógicos

Exemplo 3:



$$\begin{aligned}
 z &= (\overline{A} + B)(A + \overline{B}) = \\
 &= \cancel{\overline{A}A} + \overline{A}\overline{B} + BA + \cancel{B\overline{B}} = \\
 &= \overline{A}\overline{B} + BA
 \end{aligned}$$

Pois é.

Mas não melhorou nada...!

Simplificação de circuitos lógicos

Exemplo 4:

$$z = A\overline{B}C + \overline{A}BD + \overline{C}\overline{D}$$

Nem vou perder tempo...

Circuitos lógicos combinacionais

Exercite seus conhecimentos

- **Lembre-se que irá precisar de:**
 - Usar a **álgebra** booleana para **simplificar circuitos** lógicos **complexos**.
 - **Converter** uma **expressão** lógica em uma expressão de **soma de produtos** (SOP).
 - **Executar** os **passos** necessários a fim de **obter a forma** mais **simplificada** de uma expressão de soma de produtos.
 - E que isto será útil como base para o aprendizado da técnica conhecida como **mapa** de Karnaugh, **ferramentas utilizada** para **simplificar projetos** de circuitos lógicos. Tal assunto será exposto nas próximas aulas

Revisão: Leis da Álgebra Booleana

Regra da álgebra Booleana

$$1. A + 0 = A$$

$$2. A + 1 = 1$$

$$3. A \cdot 0 = 0$$

$$4. A \cdot 1 = A$$

$$5. A + A = A$$

$$6. A + \bar{A} = 1$$

$$7. A \cdot A = A$$

$$8. A \cdot \bar{A} = 0$$

$$9. \bar{\bar{A}} = A$$

$$10. A + AB = A$$

$$11. A + \bar{A}B = A + B$$

$$12. (A + B)(A + C) = A + BC$$

1º Teorema de Morgan:

$$\overline{XY} = \bar{X} + \bar{Y}$$

Lembrete: divida a barra e troque a operação

2º Teorema de Morgan:

$$\overline{X + Y} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$$

Ao contrário, junte as barras e troque a operação

• Forma de soma de produtos

- Os métodos de **simplificação e projetos** de circuitos lógicos que estudaremos **requerem que a expressão lógica** esteja na forma de **Soma de produtos (SOP)**. Assim, **dois ou mais termos AND** (produtos) conectados por operações **OR**.

- Alguns exemplos de expressões desse tipo são:

$$\begin{aligned} &ABC + \overline{A}\overline{B}\overline{C} \\ &AB + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{C}\overline{D} + \overline{D} \\ &\overline{A}\overline{B} + \overline{C}\overline{D} + EF + GK + H\overline{L} \end{aligned}$$

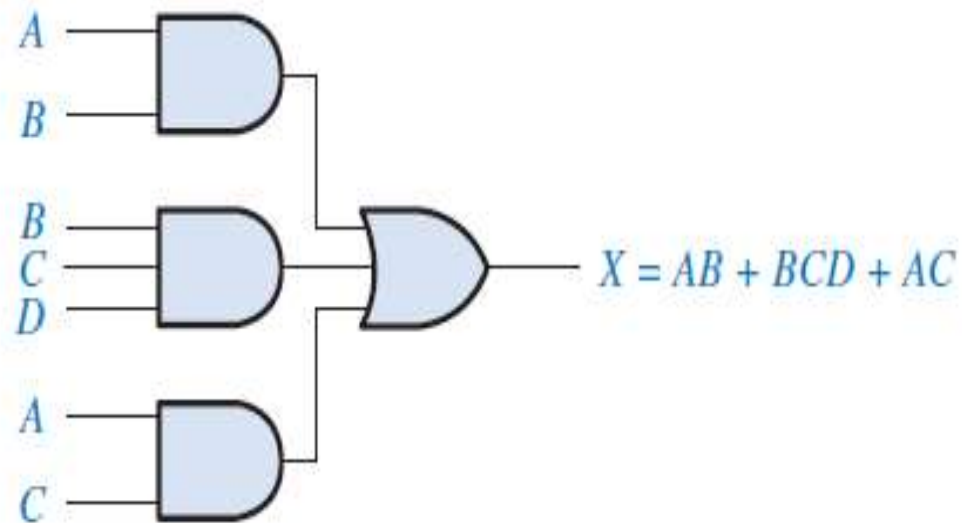
- Já o **Produto de somas (POS)** consiste em **dois ou mais termos OR** (somas) conectados por operações **AND**.
- Cada termo OR contém uma ou mais variáveis na forma complementada ou não complementada:

$$\begin{aligned} &(A + \overline{B} + C)(A + C) \\ &(A + \overline{B})(\overline{C} + D)F \\ &(A + C)(B + \overline{D})(\overline{B} + C)(A + \overline{D} + \overline{E}) \end{aligned}$$

• Forma de soma de produtos

Exemplos:

$$X = AB + BCD + AC.$$



- Forma de soma de produtos

Exercícios: converter a soma de produtos

$$X = AB + B(CD+EF) = AB + BCD + BEF$$

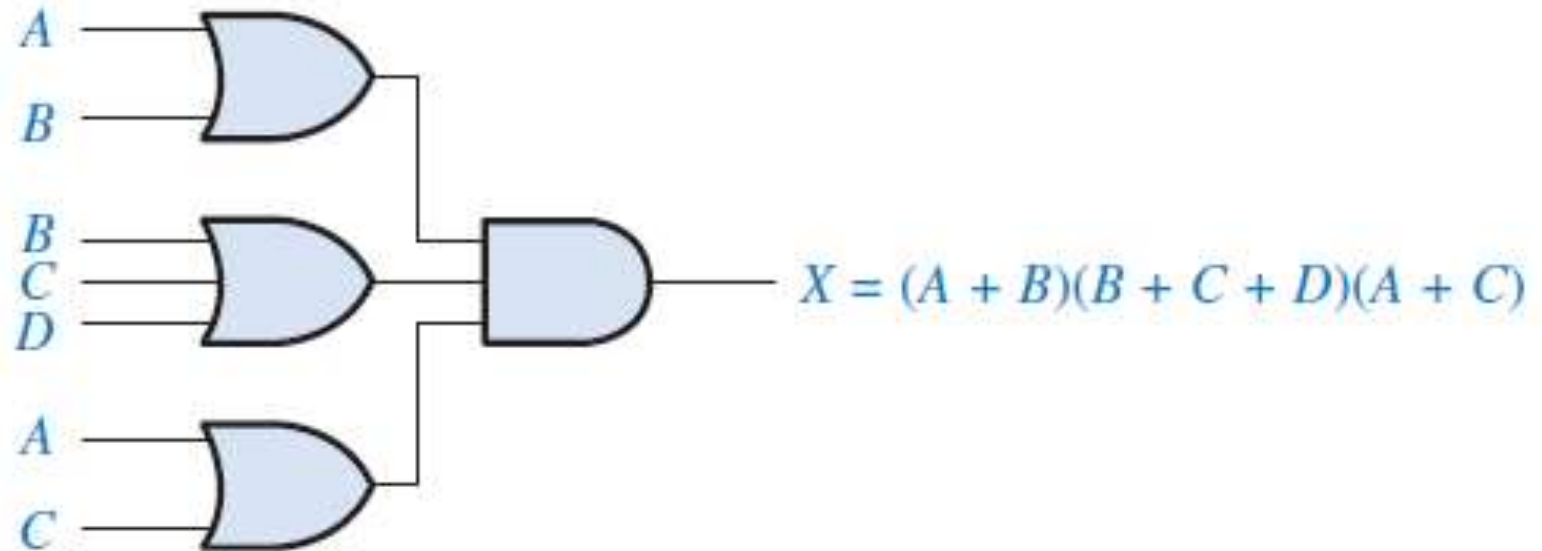
$$\begin{aligned} X &= (A+B)(B+C+D) = AB + AC + AD + BB + BC + BD \\ &= AB + AC + AD + B + BC + BD \\ &= AB + AC + AD + B(1+C + D) \\ &= AB+AC+AD+B \\ &= B(1+A) + AC + AD \\ &= B + AC + AD \end{aligned}$$

$$X = (A+B)+C = A + (B+C)$$

- Forma de produtos de soma

Exemplo:

$$(A + B)(B + C + D)(A + C) = (B + AC + AD)(A+C).$$



• Forma de produtos de somas

Exercícios:

Quando a saída $S = ?$ é $S = 0$

$$(A + \bar{B} + C + D)(\bar{A} + \bar{B} + C + D)(\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D}) = ?$$

$$(\bar{A} + B)(A + \bar{B} + C) = (\bar{A} + B + C)(\bar{A} + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C) \quad C \cdot \bar{C} = ?.$$

$$(\bar{A} + B + C)(\bar{B} + C + \bar{D})(A + \bar{B} + C + D) = ?$$

Situações em que $S = 0$ (primeiro caso)

$$A = 0; B = 1; C = 0; D = 0 \Rightarrow 0100$$

$$A = 1; B = 1; C = 0; D = 0 \Rightarrow 1100$$

$$A = 1; B = 1; C = 0; D = 1 \Rightarrow 1101$$

- Forma de soma de produtos

Exercícios:

$$AB + \overline{A}BC = ?$$

$$\overline{A}BC + \overline{A}\overline{B} + ABCD = ?$$

Quando eles são 1?

Situação com $S = 1$

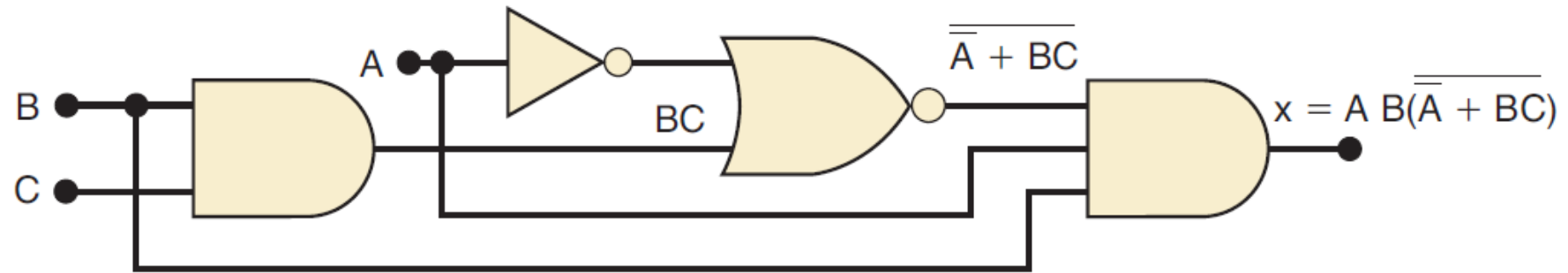
$$11 + 011$$

$$11 + 010$$

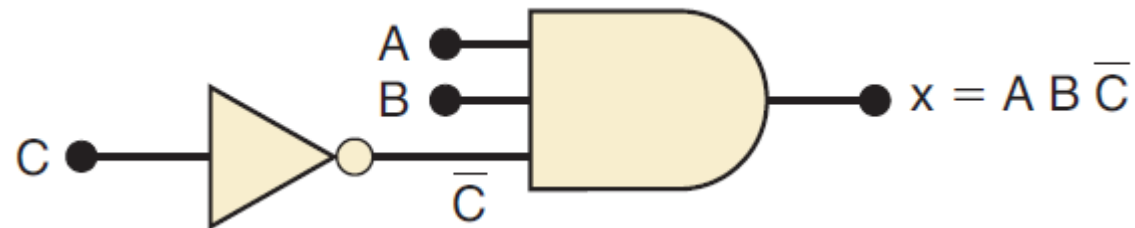
$$01 + 011$$

• Simplificação de circuitos lógicos

- Muitas vezes, é possível simplificar um circuito lógico a fim de se gerar uma implementação mais eficiente:



Simplificando $\Rightarrow x = A.B (\overline{A} . \overline{BC}) = A.B.\overline{C}$



Próxima aula

- Circuitos lógicos combinacionais
 - Projeto de circuitos lógicos combinacionais
 - Método do Mapa de Karnaugh



Dúvidas?

