Lista de Exercícios - Sequências
Disciplina: Matemática Discreta
Prof: Me. Caio Costa
Aluno: Natanael Ferreira Neves

① Quais são os seguintes termos da sequência $\{\ldots a_n\}$ onde $a_n = 2(-3)^n + 5^n$

a) $a_1 = -1 \rightarrow 2(-3)^1 + 5^1 \rightarrow 2(-3)+5 \rightarrow -6+5 = -1$

b) $a_2 = 43 \quad 2(-3)^2 + 5^2 \rightarrow 2\cdot 9 + 25 \rightarrow 18+25 = 43$

c) $a_4 = 463 \quad 2(-3)^4 + 5^4 \rightarrow 2(-81)+625 \rightarrow -162+625 = 463$

d) $a_5 = 2639 \quad 2(-3)^5 + 5^5 \rightarrow 2(-243)+3125 \rightarrow -486 = 2639$

② Os termos a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 da sequência $\{a_n\}$ onde

a) $2^n + 1$

$a_0 = 2 \quad a_1 = 3 \quad a_2 = 5 \quad a_3 = 9 \quad a_4 = 33$

b) $(n-1)^{(n-1)}$

$a_0 = -1 \quad a_1 = 0 \quad a_2 = 1 \quad a_3 = 4 \quad a_4 = 27$

③

a) Defina formalmente a sequência de Fibonacci

A sequência de Fibonacci é uma sequência numérica infinita onde cada número é a soma dos dois anteriores.

b) Calcule o 3º termo da sequência Fibonacci

$$F_3 = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^3}{\sqrt{5}} \rightarrow \frac{\frac{(1+\sqrt{5})^3}{2^3} - \frac{(1-\sqrt{5})^3}{2^3}}{\sqrt{5}}$$

1 1 2

$F_3 = 2$

1 2 3 4
0 1 1 2 3

c) Calcule o 4º termo da sequência

$$F_4 = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^4 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^4}{\sqrt{5}}$$

$$\left(\frac{3{,}23}{2}\right)^4 - \left(\frac{-1{,}23}{2}\right)^4 \rightarrow (1{,}615)^4 - (-0{,}615)^4$$

$$\frac{6{,}80 - 0{,}14}{} = 6{,}66$$

4º = 2,98 → 3

④ Quais os valores dos seguintes somatórios

a) $\sum_{k=1}^{6} (k^2+1)$ {2, 5, 10, 17, 26, 37}
S = 97

b) $\sum_{J=1}^{4} (-2)^J$ {-2, 4, -8, 16}
S = 10

c) $\sum_{J=0}^{10} 3J$ {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30}
S = 165

d) $\sum_{J=1}^{6} (2^{J+1} - 2^{2J})$ {0, -8, -48, -224, -960, -3968
S = -5208

⑤ Calcule cada uma das duplas somatórias:

a) $\sum_{i=1}^{4} \sum_{J=1}^{8} (J+i)$

{2, 4, 6, 8, 5}

b) $\sum_{i=1}^{6} \sum_{J=1}^{6} (j \cdot i)$ {1, 4, 9, 16, 25, 36}

c) $\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} (2j+3i)$ $\{5, 10, 9\}$

d) $\sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} i^5$ $\{1, 4, 27, 256, 625, 46656\}$

⑥ Calcule os produtórios a seguir:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

a) $\prod_{i=1}^{5} 2i \rightarrow \{2, 4, 6, 8, 10\}$

$S = 3840$

b) $\prod_{k=2}^{6} (k^2-1) \rightarrow \{3, 8, 15, 24, 35\}$

$S = 302\,400$

c) $\prod_{m=1}^{4} \frac{m^2+3m}{2m+1} \rightarrow \{\frac{4}{3}, 2, \frac{18}{7}, \frac{28}{9}\}$ $\{1{,}33 . 2 . 2{,}57 . 3{,}11\}$

$S \cong 21{,}26 =$

0

d) $\prod_{i=0}^{6} e^{2i} \rightarrow \{1, e^2, e^4, e^6, e^8, e^{10}, e^{12}\}$

$S = 1 . e^{42} = e^{42}$

0 1 2 3 4

e) $\prod_{j=0}^{5} \sin\left(\frac{j.\pi}{4}\right)$ $\{\sin(0), \sin(0{,}78), \sin(1{,}57), \sin(2{,}35), (\sin(\pi),$ $\sin(0{,}39)$

$\pi = 3{,}14$

$S = \{0 . 0{,}70 . 0{,}99 . 0{,}71 . 0 . 0{,}38\}$

$S = 0$

7) Dado a progressão ~~geométrica~~ aritmética,

$a_n = -3, 0, 3, 6, 9, \dots$

a) Qual o valor do a_{12}

$a_{12} = -3 + (12-1)3 \to -3 + 11 \cdot 3 \to -3 + 33 \to 30$

b) Qual o valor do a_{20}

$a_{20} = -3 + (20-1)3 \to -3 + (19)3 \to a_{20} = 54$

8) Se o termo geral de uma PA é $a_n = 2 - 3n$

a) Qual o valor da razão {2, -1, -4

$r = -3$ $\quad a_n = a_1 + (n-1) r$

2 $\quad$ 1.(-3)

b) Se o último termo é 43, quantos termos tem na sequência

O termo geral descreve uma PA de ordem decrescente, iniciando em 2. Logo 43 ~~não~~ faz parte da PA descrita.

$a_{14} = 2 + (14-1) -3 \to 2 + 13 \cdot -3 \to -37$

2, -1, -4, -7, -10, -13, -16, -19, -21, -24, -27, -30, -33, -34, -37

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

$a_2 = 2 - 3 \cdot 2$

$2 + 6$ $\quad a_n = 2 + (14-1)(-3)$

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

9) Escreva um algoritmo em sua linguagem preferida que realize uma busca em uma PA de inteiros. Levando em consideração o primeiro termo, a razão e o valor a ser procurado.
Ele deve retornar a posição/índice do termo ou -1 se o mesmo conter...

```
def progressao(p_termo, razao, x_termo):
    pa: list = [p_termo]
    i = 1
    while True:
        novo_termo = pa[i-1] + razao
        pa.append(novo_termo)
        if novo_termo == x_termo:
            break
        elif novo_termo > x_termo and razao > 0:
            print(f'O termo {x_termo} não faz parte da PA')
        elif novo_termo < x_termo and razao < 0:
            "     "     "     "
        i += 1
    print(f"O número {x_termo} foi localizado na posição {i} da PA.\n")
    print(pa)

p_termo = int(input('Digite o primeiro termo"))
razao = int(input("Qual a razão da PA"))
x_termo = int(input("Termo a ser buscado"))

progressao(p_termo, razao, x_termo)
```

(10) Determine a soma dos 20 primeiros termos da PA
2, 5, 8, 11, ...

$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

$(2 + a_n) 20/2$

$61 \cdot 20/2$

$S_n = 610$

$a_{20} = 2 + (20-1) \cdot r$

$2 + (19) \cdot 3$

$2 + 57$

$a_{20} = 59$

{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, 53, 56, 59}

(11) Calcule a soma dos primeiros 25 da PA = 4n+1

$a_1 = 5$ $a_{25} = 101$

$S_n = (5 + 101) \cdot 25/2$

$106 \cdot 25/2$

$S_n = 1325$

(12) Dada a seguinte PG $b_n = 3, 9, 27, 81 \ldots$

a) Qual é o termo b_8?

$3^1\ 3^2\ 3^3\ 3^4$

$3^8 = 6561$ $a_n = a_1 \times q^{(n-1)}$

$q = 3^n$ $a_8 = 3 \cdot 3^{(8-1)} \to 3 \cdot 3^7 \to 3 \cdot 2187 = 6561$

$b_8 = 6561$

b) Qual o termo b_{17}?

$3^{17} = 129.140.163$

$a_{17} = 3 \cdot 3^{(17-1)} \to 3 \cdot 3^{16} \to 3 \cdot 43\,046.721$

$b_{17} = 129\,140.163$

(13) Se o termo geral de uma PG é 2^n, e o último termo é 64, quantos termos existem.

$a_1 = 2$ $a_2 = 4$ $n = 2c$

$a_n = 64$

$2^n = 64 \to 2^6 \to 2^n = 2^6$ logo

6 termos

{2, 4, 8, 16, 32, 64}

S/L | T/M | Q/M | Q/J | S/V | S/S | D/D

1 2 4 6

(14) Considere a PG finita 3, 6, 12, 24, 48 ... 96 192 384

×2 ×2 ×2 ×2 ×2 ×2 ×2

n = 2

$a_n = 3 . 2^{(n-1)}$

(15) Analise se a PG 2, 1, 12, 14, ... é uma PG finita. Se for, calcule o limite da soma dos seus termos conforme n tende ao infinito.

A sequencia dadaaaa não é um PG

Jan / Ene | Fev / Feb | Mar / Mar | Abr / Abr | Mai / May | Jun / Jun | Jul / Jul | Ago / Ago | Set / Sep | Out / Oct | Nov / Nov | Dez / Dic

01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31