Sistemas Computacionais

Parte 05 – Circuitos lógicos e operações II

Prof. Fancisco Javier
Francisco.diaz@p.ucb.br

Great Place To Work. Certificada

Católica
Universidade Católica de Brasília

Great Place To Work. Certificada

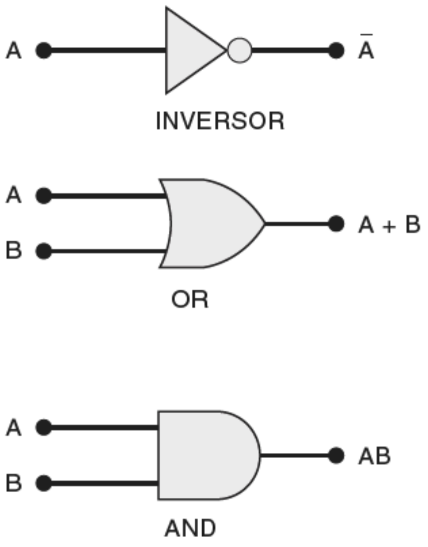
Circuitos lógicos

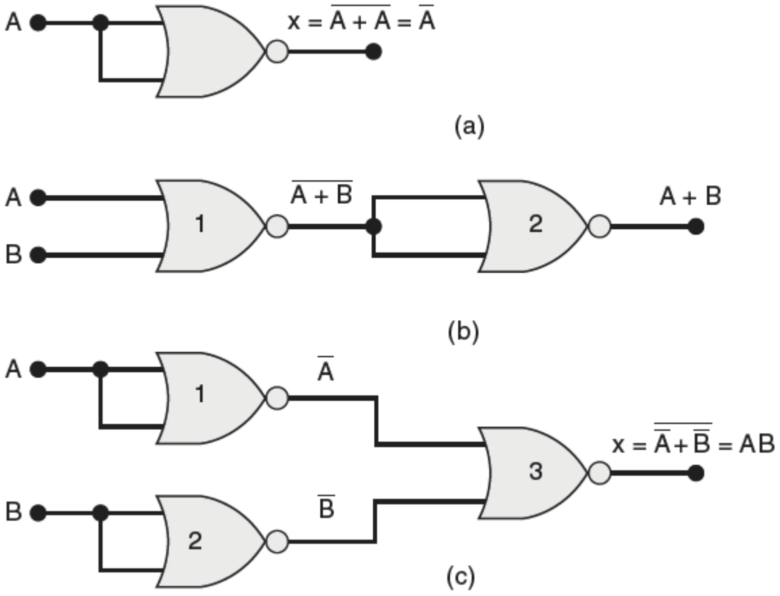
Universalidade das Portas NOR e NAND e Teoremas de Morgan

Católica
Universidade Católica de Brasília

Universalidade das portas NOR e NAND

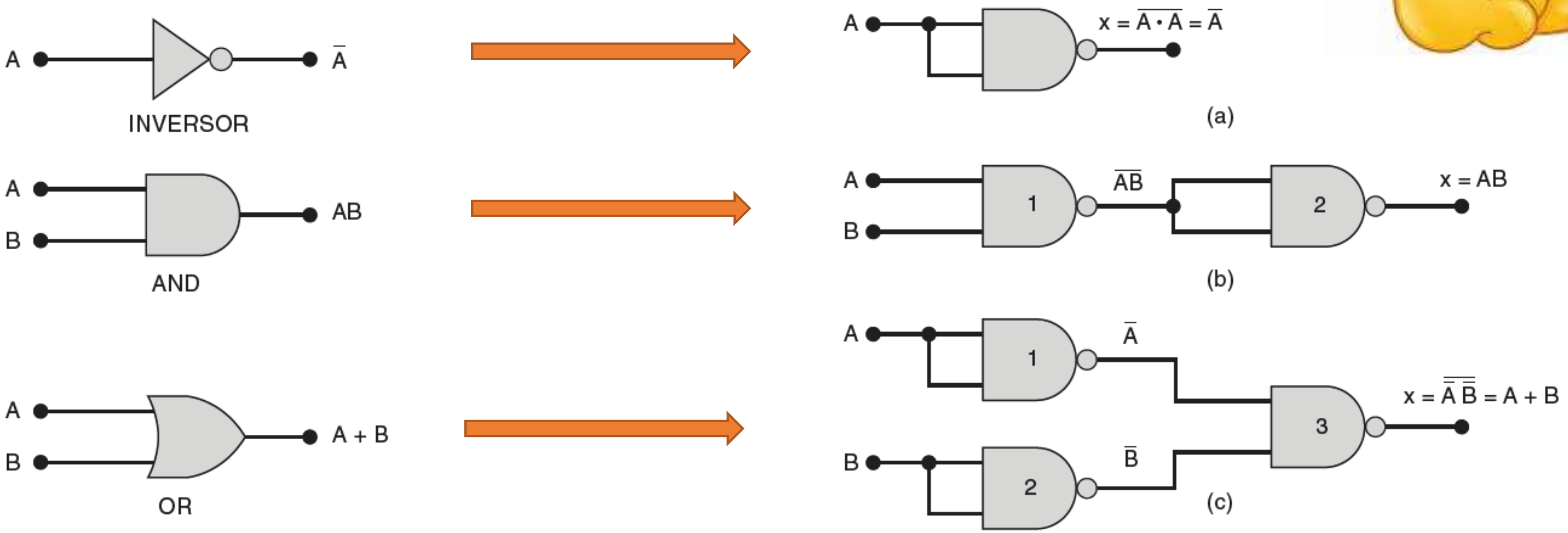
- As expressões booleanas são implementadas com as portas OR, AND e NOT.
- Que podem ser implementadas apenas por portas NOR...





Universalidade das portas NOR e NAND

- As expressões booleanas são implementadas com as portas OR, AND e NOT.
- ... e portas NAND.



Católica
Universidade Católica de Brasília

Universalidade das portas NOR e NAND

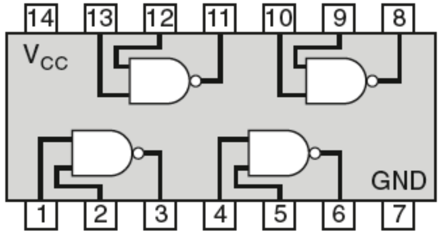
- Imaginemos uma situação em que o resultado seja ALTO se as entradas A e B ou C e D sejam ALTAS.

A expressão booleana será:

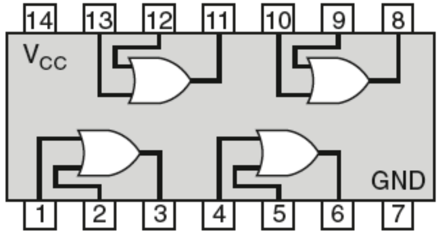
$$x = A\,.\,B + C\,.\,D$$

- Como eu implementaria essa expressão usando os chips comerciais abaixo?

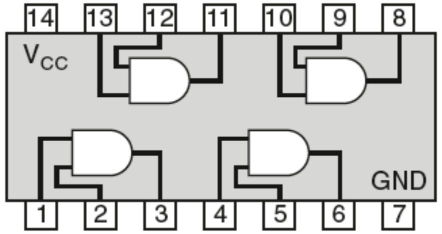
74LS00



74LS32

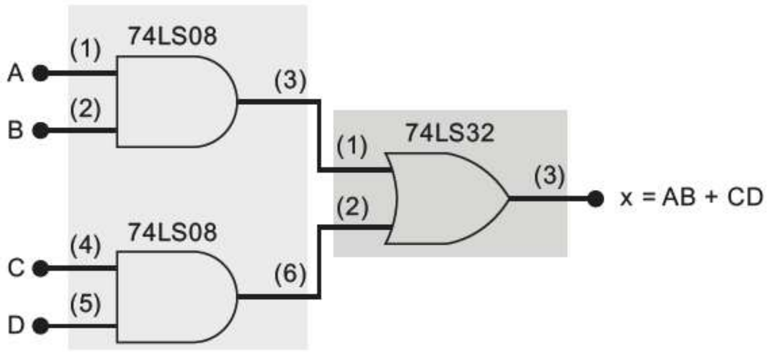


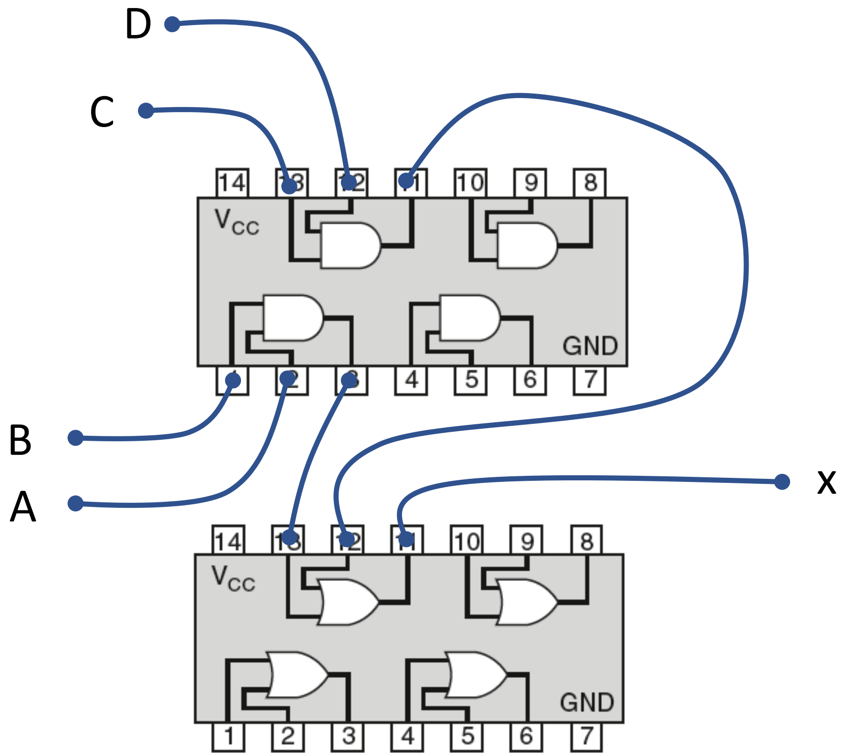
74LS08



Universalidade das portas NOR e NAND

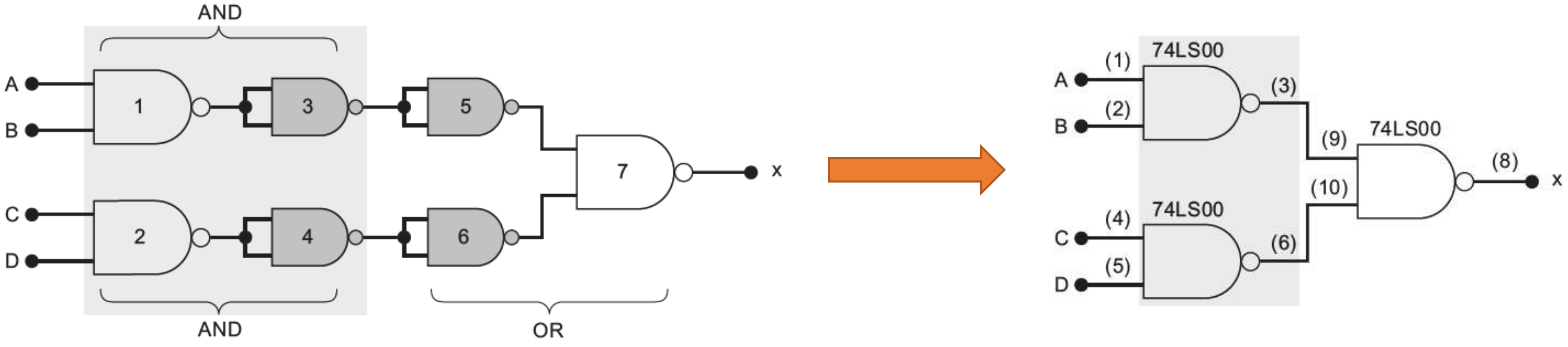
- Implementando com portas AND e OR a expressão $x = A.B + C.D$





Universalidade das portas NOR e NAND

- E implementando com portas NAND

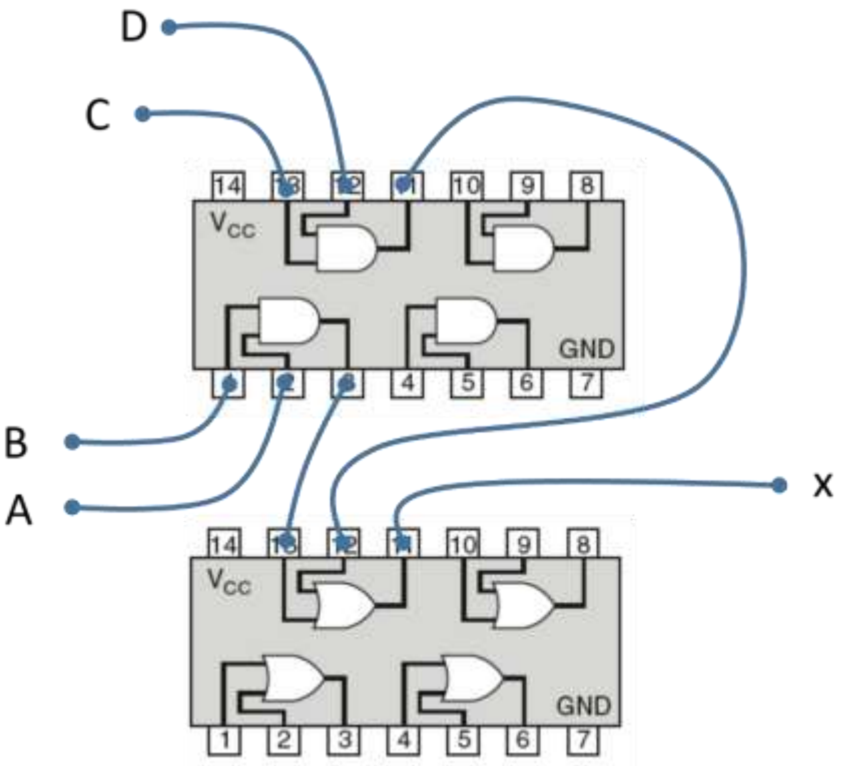


Great Place To Work. Certificada

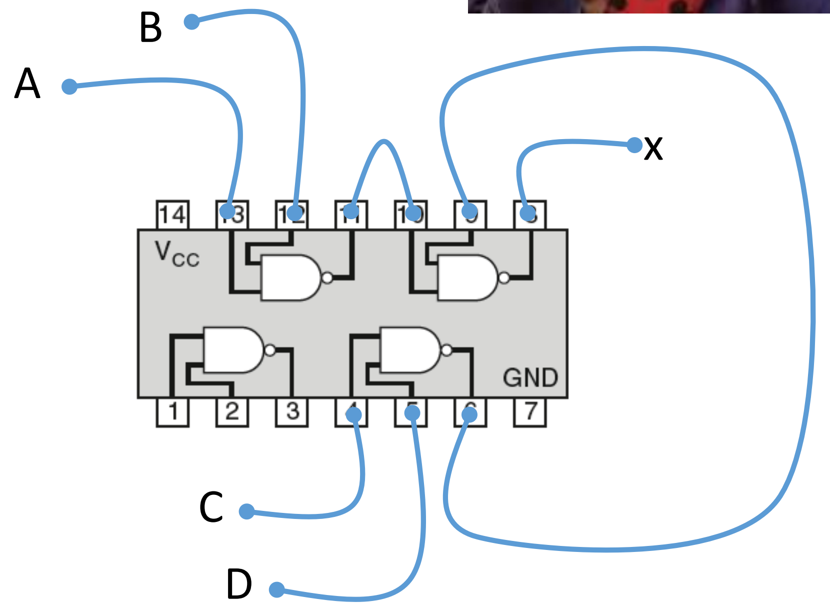
Católica Universidade Católica de Brasília

Universalidade das portas NOR e NAND

1.



2.



Universidade Católica de Brasília

Circuitos lógicos

Teoremas de De Morgan
e suas aplicações

Católica
Universidade Católica de Brasília

Augustus De Morgan (1806-1871)

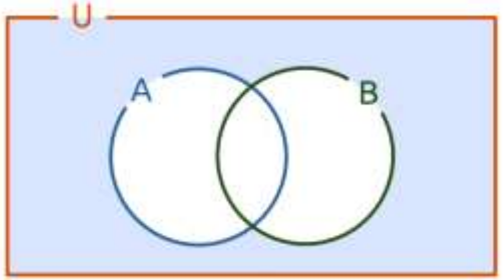
- Matemático britânico, nascido na Índia
- Estudos de grego, latim e princípios de hebraico
- Estudou várias áreas do conhecimento, inclusive o direito e a música.
- “Indução matemática” (1838)
- Como Boole, seu contemporâneo, também realizou trabalhos baseados no Silogismo de Aristóteles

Teoremas de De Morgan

Olha o diagrama de Venn aí!!!

Primeiro Teorema – Teoria dos conjuntos

- “A complementar da união entre os conjuntos A e B é igual a interseção das complementares de A e B, para quaisquer que sejam A e B”

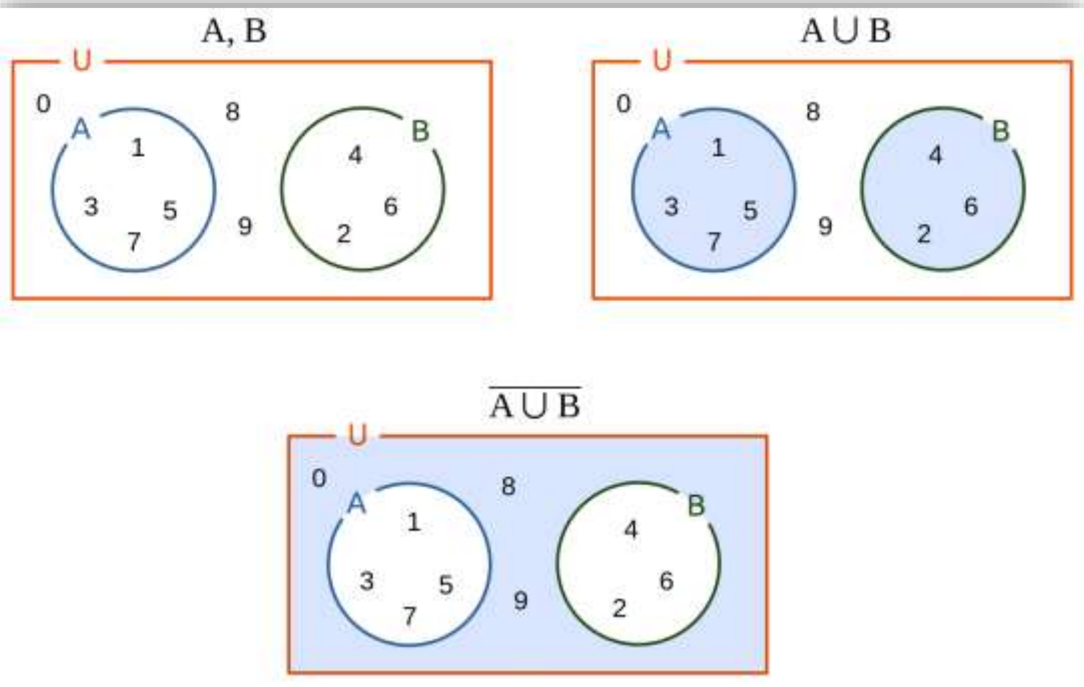


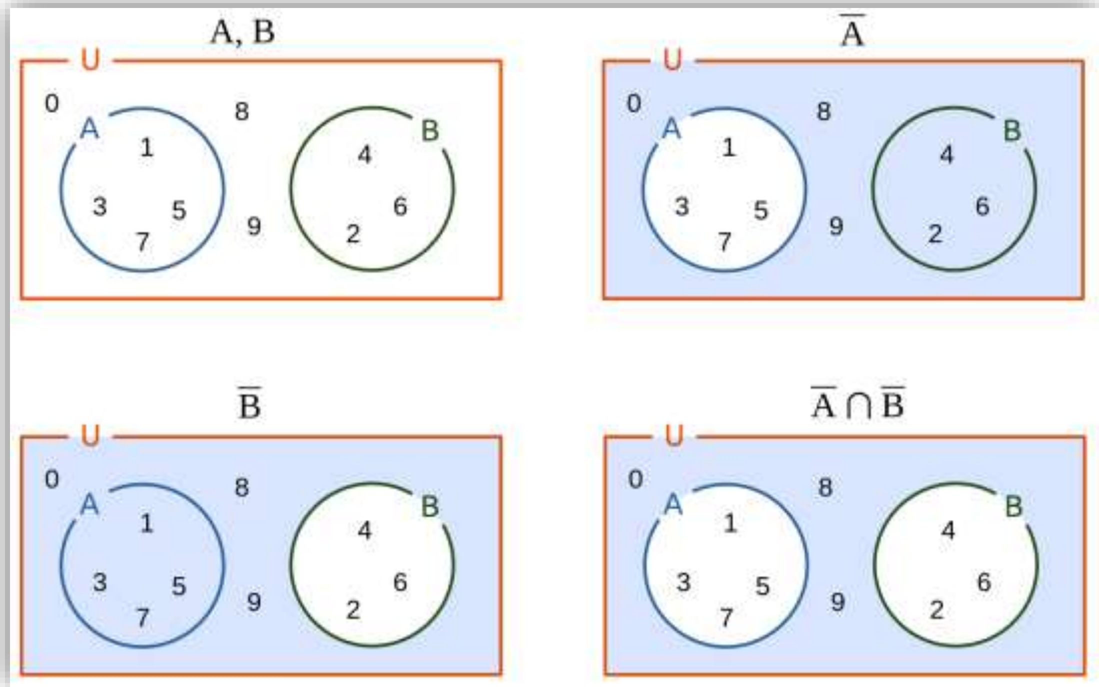
$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Universidade Católica de Brasília

Teoremas de De Morgan

Primeiro Teorema – Teoria dos conjuntos





Teoremas de De Morgan

Primeiro Teorema – Álgebra de Boole

- “O complemento de duas ou mais variáveis submetidas a uma operação AND é equivalente a uma operação OR entre os complementos das variáveis individuais.”

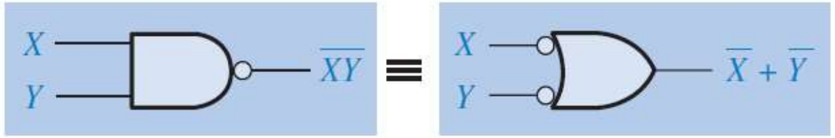
$$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$$

Teoremas de De Morgan

Primeiro Teorema – Álgebra de Boole

X	Y	$X \,.\, Y$	$\overline{X \,.\, Y}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} + \overline{Y}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0



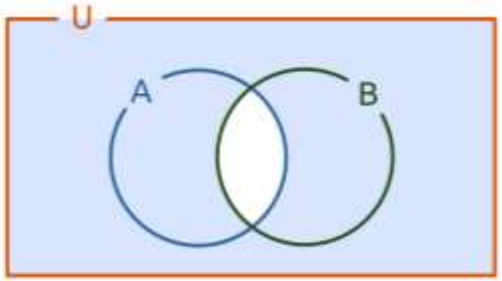
NAND OR negativa

Universidade Católica de Brasília

Teoremas de De Morgan

Segundo Teorema – Teoria dos conjuntos

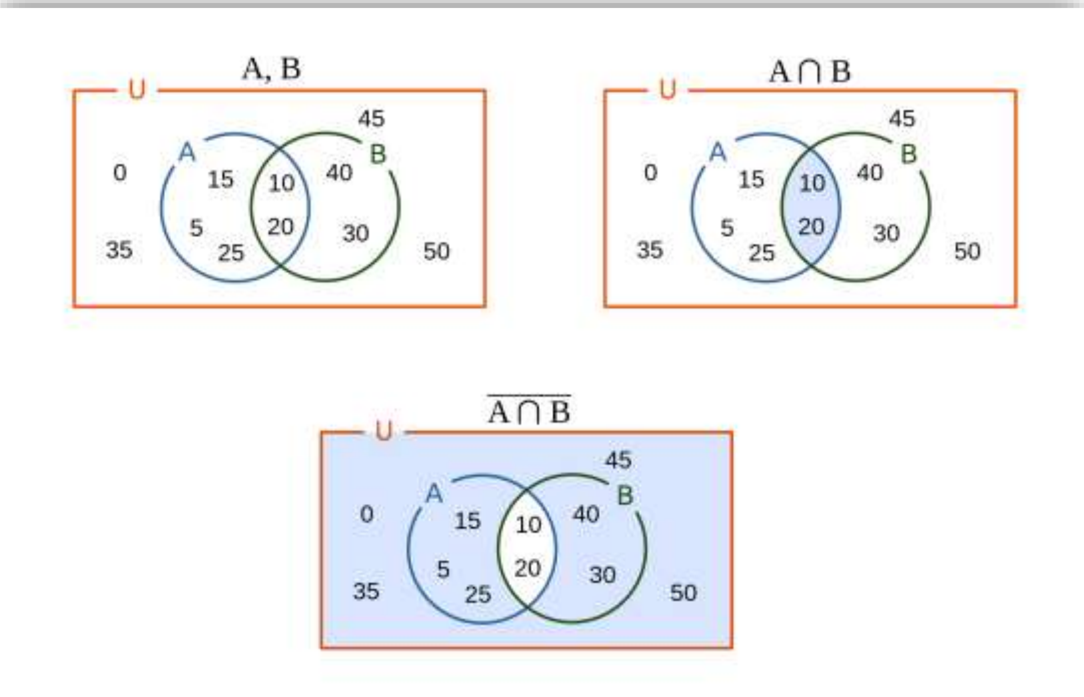
- “A complementar da interseção entre os conjuntos A e B é igual a união entre as complementares de A e B, para quaisquer que sejam A e B”

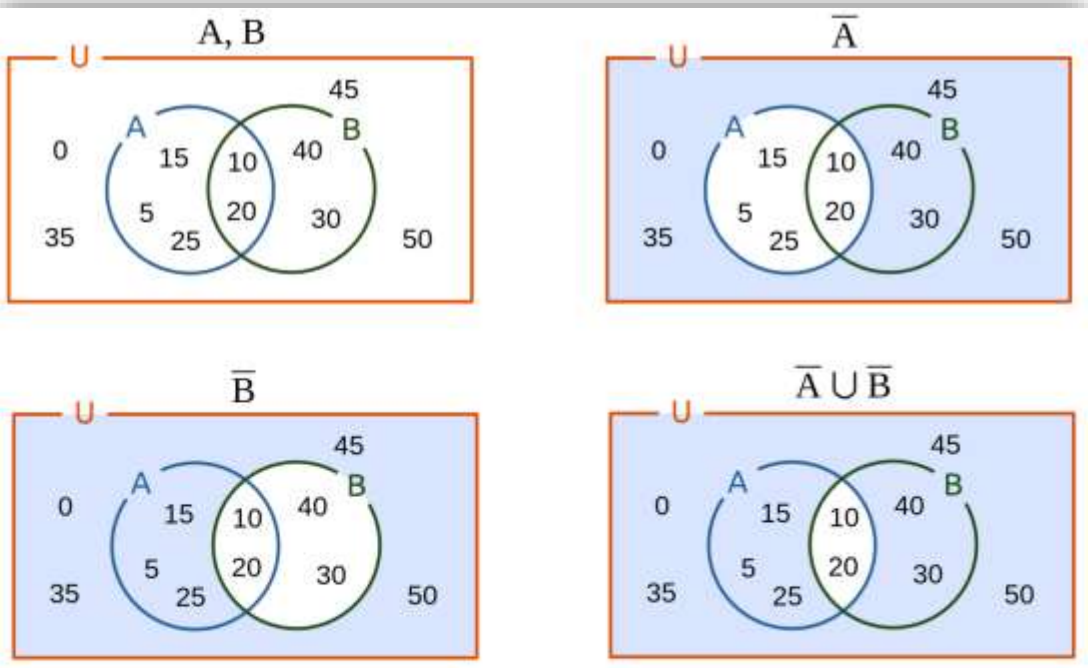


$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Teoremas de De Morgan

Segundo Teorema – Teoria dos conjuntos





Teoremas de De Morgan

Segundo Teorema – Álgebra de Boole

- "O complemento de uma soma de variáveis é igual ao produto do complemento das variáveis."

$$\overline{X + Y} = \overline{X} . \overline{Y}$$

Great Place To Work. Certificada

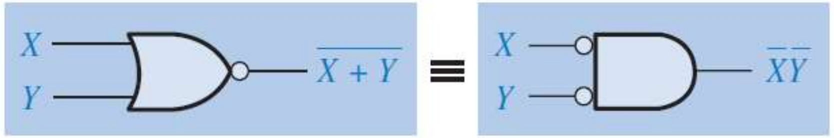
Católica
Universidade Católica de Brasília

Teoremas de De Morgan

Segundo Teorema – Álgebra de Boole

X	Y	$X+Y$	$\overline{X+Y}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X}.\overline{Y}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0



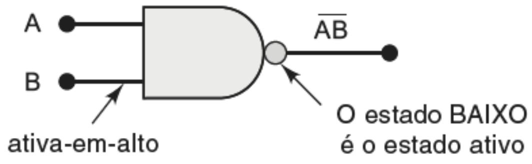
NOR   AND negativa

Simbologia alternativa

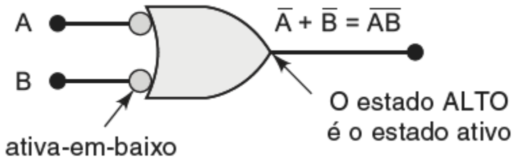
O objetivo disso é deixar claro as condições das entradas para ativar a saída.

Nível lógico ativo

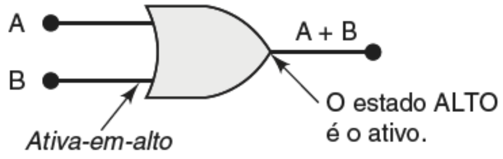
- Saída assume o nível BAIXO somente quando todas as entradas forem ALTAS



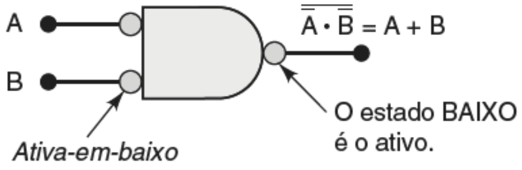
- Saída assume o nível ALTO quando qualquer entrada for BAIXA



- Saída assume o nível ALTO quando qualquer entrada for ALTA



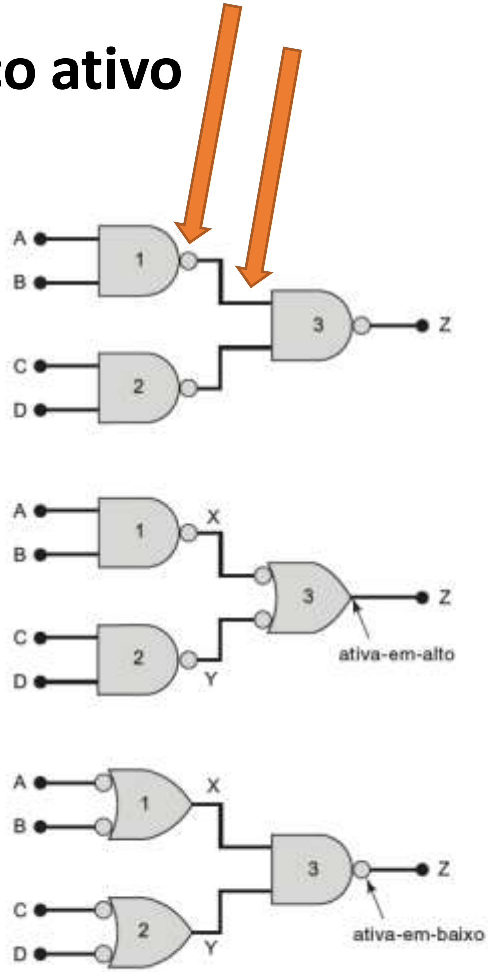
- Saída assume o nível BAIXO somente quando todas as entrada forem BAIXAS



Simbologia alternativa

Qual usar?

Nível lógico ativo



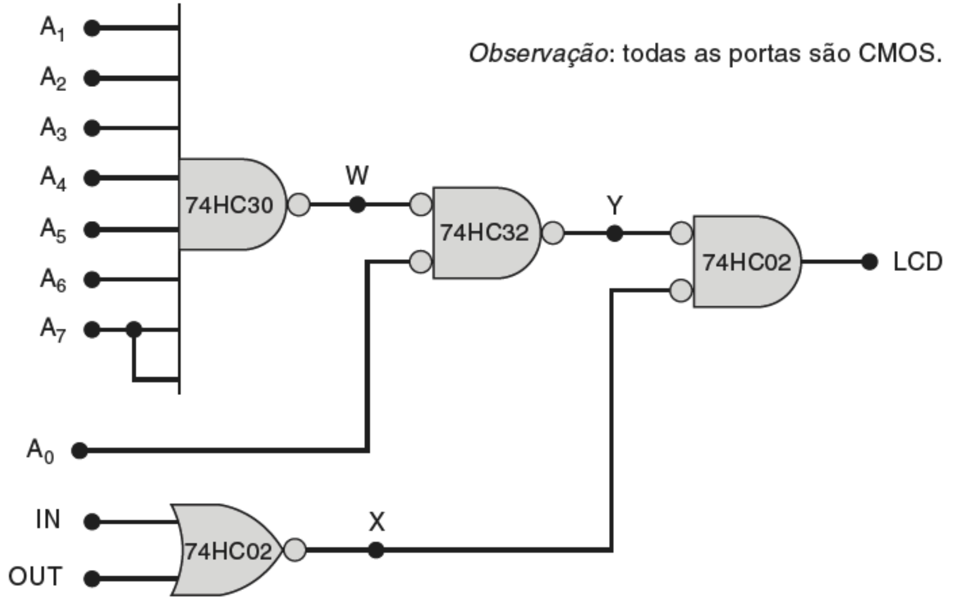
A	B	C	D	Z
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Simbologia alternativa

São 10 entradas possíveis, que representam uma tabela-verdade com 1024 linhas

Exemplo: Controlador LCD

1. LCD ligado → LCD = 1, somente se X = Y = 0
2. Saída X em nível BAIXO, se IN ou OUT forem ALTO
3. Saída Y em nível BAIXO, somente se $W = A_o = 0$
4. Saída W em nível BAIXO, somente se A_1 até A_7 forem ALTO



LCD ligado, se $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = 1$ e $A_0 = 0$ e IN ou OUT (ou ambas) forem 1.

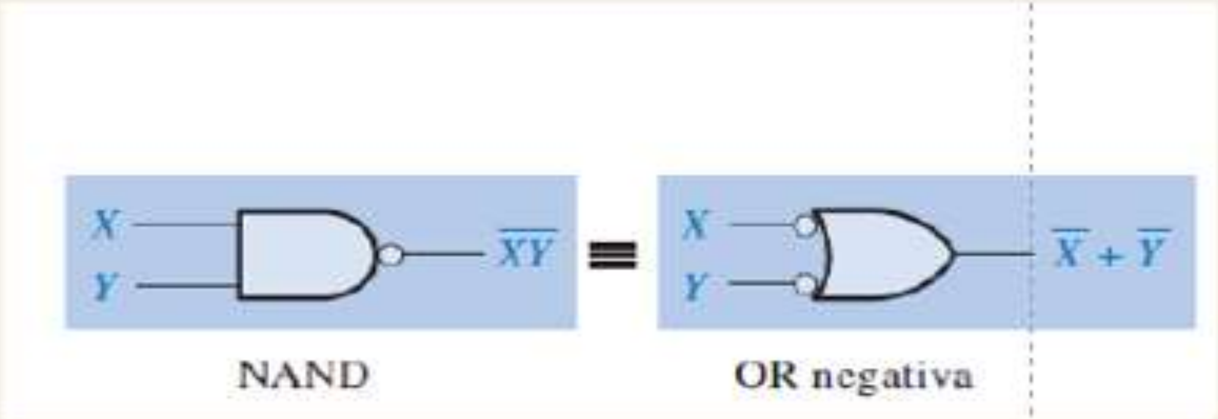
Circuitos lógicos

Exercite seus conhecimentos!!!

Com base em 1º Teorema de Morgan:

- O complemento de um produto de variáveis é igual à soma do complemento de variáveis.

$$\overline{XY} = \overline{X} + \overline{Y}$$

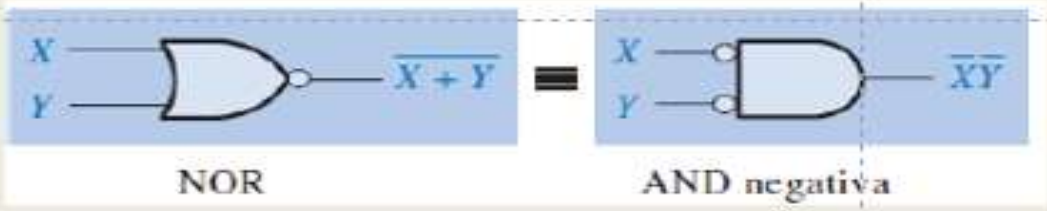


Entradas		Saída	
X	Y	$\overline{XY}$	$\overline{X} + \overline{Y}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

E em 2º Teorema de Morgan:

- O complemento da soma de variáveis é igual ao produto do complemento das variáveis.

$$\overline{X+Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$$



Entradas		Saída	
X	Y	$\overline{X+Y}$	$\overline{X}\,\overline{Y}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

E na álgebra de Boole resolva os exercícios a seguir

Simplifique $z = (\overline{A} + B)(A + B)$.

Great Place To Work. Certificada

Católica
Universidade Católica de Brasília

Exercício:

Simplifique $z = (\overline{A} + B)(A + B)$.

Solução

A expressão pode ser expandida multiplicando-se os termos [teorema (13)]:

$$z = \overline{A} \cdot A + \overline{A} \cdot B + B \cdot A + B \cdot B$$

Pelo teorema (4), $\overline{A} \cdot A = 0$. Além disso, $B \cdot B = B$ [teorema (3)]:

$$z = 0 + \overline{A} \cdot B + B \cdot A + B = \overline{A}B + AB + B$$

Fatorando a variável B [teorema (13)], temos

$$z = B(\overline{A} + A + 1)$$

Finalmente, utilizando os teoremas (2) e (6),

$$z = B$$

Católica
Universidade Católica de Brasília

Exercício 2

Simplifique a expressão $x = (\overline{A} + B)(A + B + D)\overline{D}$.

Solução

A expressão pode ser colocada sob a forma de soma-de-produtos multiplicando-se todos os termos. O resultado é

$$x = \overline{A}A\overline{D} + \overline{A}B\overline{D} + \overline{A}D\overline{D} + BA\overline{D} + BB\overline{D} + BD\overline{D}$$

O primeiro termo pode ser eliminado, já que $\overline{A}A = 0$. Do mesmo modo, o terceiro e o sexto termo podem ser eliminados, visto que $D\overline{D} = 0$. O quinto termo pode ser simplificado para $B\overline{D}$, já que $BB = B$. Isto resulta em

$$x = \overline{A}B\overline{D} + AB\overline{D} + B\overline{D}$$

Podemos fatorar $B\overline{D}$ de cada termo para obter

$$x = B\overline{D}(\overline{A} + A + 1)$$

É claro que o termo entre parênteses é sempre 1, portanto, finalmente temos

$$x = B\overline{D}$$

Great Place To Work. Certificada BRASIL

Exercícios:

Simplifique cada uma das expressões seguintes utilizando os teoremas de DeMorgan.

(a) $\overline{\overline{A}B\overline{C}}$

(b) $\overline{\overline{A} + \overline{B}C}$

(c) $\overline{AB\overline{CD}}$

(d) $\overline{A\overline{(B + \overline{C})}D}$

(e) $\overline{(M + \overline{N})(\overline{M} + N)}$

(f) $\overline{\overline{\overline{AB}C}D}$

Simplifique as expressões a seguir usando a álgebra booleana.

(a) $x = ABC + \overline{A}C$

(b) $y = (Q + R)(\overline{Q} + \overline{R})$

(c) $w = ABC + A\overline{B}C + \overline{A}$

(d) $q = \overline{RST}(\overline{R + S + T})$

(e) $x = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}BC + ABC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C$

(f) $z = (B + \overline{C})(\overline{B} + C) + \overline{\overline{A} + B + \overline{C}}$

(g) $y = \overline{(C + D)} + \overline{A}C\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}CD + AC\overline{D}$

Católica
Universidade Católica de Brasília

Próxima aula

- Circuitos lógicos combinacionais

Universidade Católica de Brasília

Dúvidas?

Great Place To Work. Certificada

Católica
Universidade Católica de Brasília