

Velocidade de um corpo sob ação de força viscosa usando o método de Euler

Natasha M. da Rocha

Universidade Federal do Rio de Janeiro

25 de Junho de 2013

1 Movimento de um corpo em meio viscoso

Uma bolha em meio viscoso (xampu, por exemplo) sofre ação de três forças: da gravidade, empuxo e uma força de atrito devido à viscosidade. Assim, pela segunda lei de Newton:

$$\rho_{ar}V \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho_x V g - \rho_{ar} V g - b v^r \quad (1)$$

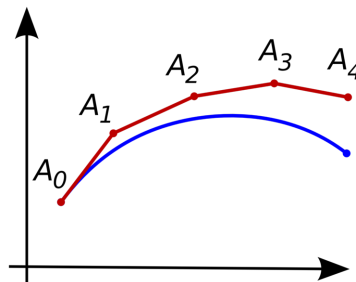
Considerando o volume da bolha igual a $\frac{4}{3}\pi R^3$:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\rho_x - \rho_{ar}}{\rho_{ar}} g - \frac{b}{\frac{4}{3}\pi \rho_{ar} R^3} v^r \quad (2)$$

Onde ρ_x é a densidade do meio viscoso, ρ_{ar} é a densidade do ar,

2 Método de Euler

Pela dificuldade de se calcular analiticamente a Equação Diferencial Ordinária (EDO) [2], usamos o Método de Euler para calculá-la numericamente. O método consiste em aproximar a função em uma reta em um ponto dado e estimar um próximo ponto a partir da mesma, repetindo o processo para o próximo ponto, conforme indicado na figura abaixo:



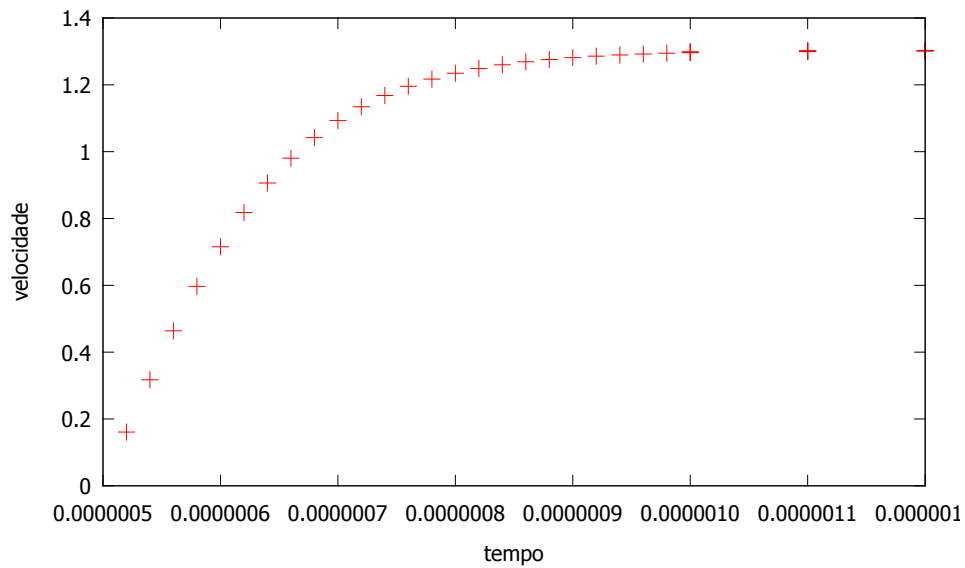
A distância entre os pontos define a precisão, ou seja, quanto menor a mesma, mais precisa é a aproximação - em contrapartida, maior é o número de pontos a serem encontrados -. A fórmula para a utilização do método é a seguinte:

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i) \quad (3)$$

Onde $f(x_i, y_i)$ é o valor da derivada de y em função de x .

3 Resultados

Consideramos $\rho_{ar} = 1.25 * 10^{-6} gmm^{-3}$, $\rho_x = 1.03 * 10^{-3} gmm^{-3}$, $g = 9.78 * 10^{-3} mms^{-2}$, $r = 1.7$ e $b = 420gs^{-0.3}mm^{-0.7}$. Para uma bolha com diâmetro de $5mm$ e usando o Método de Euler, encontramos os valores contidos no seguinte grafico:



4 Conclusões

Usando um passo de 10^{-7} s, encontramos que a velocidade limite para o qual a função converge é igual à 1.302833 mm/s . Descobrimos também que usando um passo de $2*10^{-8}$ s, a velocidade converge nessa velocidade limite.