Métodos de Integração Numérica

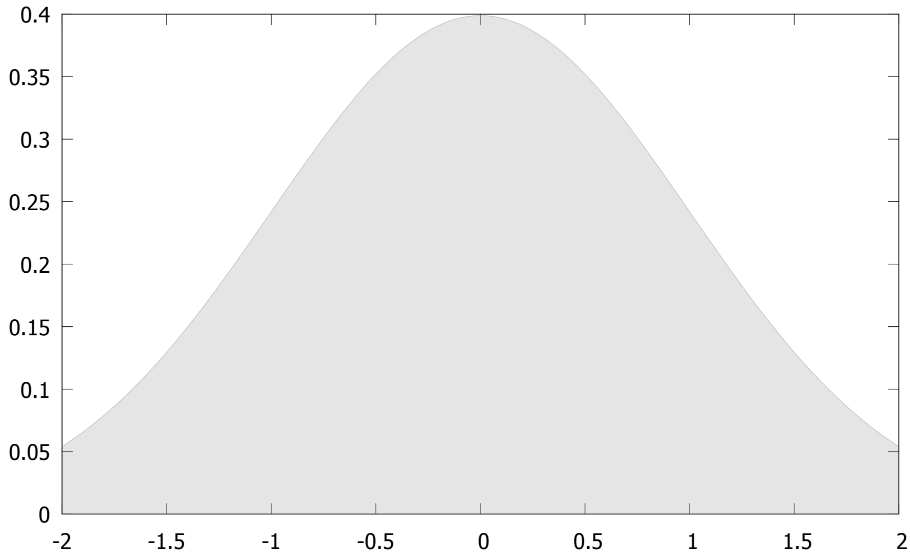
Utilizaremos dois métodos, o método dos trapezóides e o método de Simpson, para calcular numericamente a seguinte integral:

$$I = \int_{x_0-2\sigma}^{x_0+2\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp[\frac{-(x-x_0)^2)}{2\sigma^2}]dx \tag{1}$$

Usando $y = (x - x_0)/\sigma$, a integral I se reduz à:

$$I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-2}^{+2} exp[\frac{-y^2}{2}]dx \tag{2}$$

Facilitando os nossos cálculos. A área que corresponde ao valor dessa integral pode ser observada na figura abaixo:



1 Método dos Trapézios

No método de Simpson a função é aproximada por retas, formando trapézios. Para encontrarmos o valor da integral, calculamos a área dos trapézios. Para um único trapézio:

$$T_0 = \frac{(b-a)}{2}[f(a) + f(b)] \tag{3}$$

Para 2^k trapézios:

$$T_k = \frac{T_{k-1}}{2} + \frac{(b-a)}{2^k} \sum_{j(impar)=1}^{2^k-1} f(a + \frac{j(b-a)}{2^k}) \tag{4}$$

2 Método de Simpson

Analogamente ao método dos trapézios, no método de Simpson aproximamos a função por parábolas. Calculamos a área abaixo das parábolas para encontrar o valor da integral. Para 2^k parábolas:

$$S_k = \frac{\Delta x_k}{3}[f(a) + 4\sum_{i(impar)=1}^{2^k-1} f(a + i\Delta x_k) + 2\sum_{i(par)=2} 2^k - 2f(a + i\Delta x_k) + f(b)] \qquad (5)$$

Onde $\Delta x_k = (b - a)/2^k$.

3 Resultados

	Iterações	**Resultado**
Trapézios	18	0.954499
Simpson	6	0.954500

4 Conclusão

A precisão desejada foi encontrada com um número significativamente menor de iterações usando o método de Simpson. Isso mostra que, para este caso, Simpson é a melhor opção.