Bisseção e Newton-Raphson

1 Introdução

Existem vários métodos númericos para se encontrar as raízes de uma equação, iremos estudar dois em particular: o método da bisseção e de Newton-Raphson. Analisaremos a eficiência dos mesmos para encontrar a primeira raíz da seguinte função:

$$f(x) = e^{-x} - sen(\frac{x\pi}{2})$$

Em seguida iremos decidir qual é o melhor método para se utilizar neste caso.

1.1 Método da Bisseção

Observando valores de uma função, podemos saber visualmente onde se encontram suas raízes pela mudança de sinal. O método da bisseção explora essa ideia para descobrir, numericamente, para quais valores de x uma equação vale zero. Ele consiste em escolher um intervalo $[a, b]$ onde a raíz se encontra e dividí-lo ao meio, encontrando o ponto médio c.

$$c = \frac{a+b}{2}$$

A seguir o sinal de $f(c)$ é avaliado e descarta-se o subintervalo que possui extremos de mesmo sinal, pois sabemos que a raíz não pode estar nele. Repetimos o procedimento até atingir a precisão desejada. O método da bisseção, no entanto, não funciona para alguns casos, ou, mesmo que funcione, pode não ser o mais efetivo. Por exemplo:

- O método interpreta singularidades como raízes;
- Quando a raíz é um ponto de máximo ou mínimo ela passa despercebida pois não há troca de sinal na função;

1.2 Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson (ou simplesmente Newton) é o método mais utilizado hoje em dia para se encontrar as raízes de uma equação por sua rápida convergência. Escolhe-se um ponto inicial x_0 qualquer do domínio da função, de preferência próximo ao valor da raíz que se deseja encontrar - principalmente se houver mais de uma raíz -. Calcula-se a derivada desse ponto e, com os dados obtidos, é feita uma aproximação linear da função. O ponto x_n em que a reta tocar o eixo das abscissas será o nosso novo "chute"para a raíz. Repete-se o procedimento até se atingir a precisão desejada.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Apesar de ser o mais popular, esse método ainda possui seus defeitos, como, por exemplo:

- Falha quando encontra um ponto cuja derivada é zero;
- Nem sempre é fácil determinar a derivada de uma função;
- Nem sempre converge;

2 Resultados

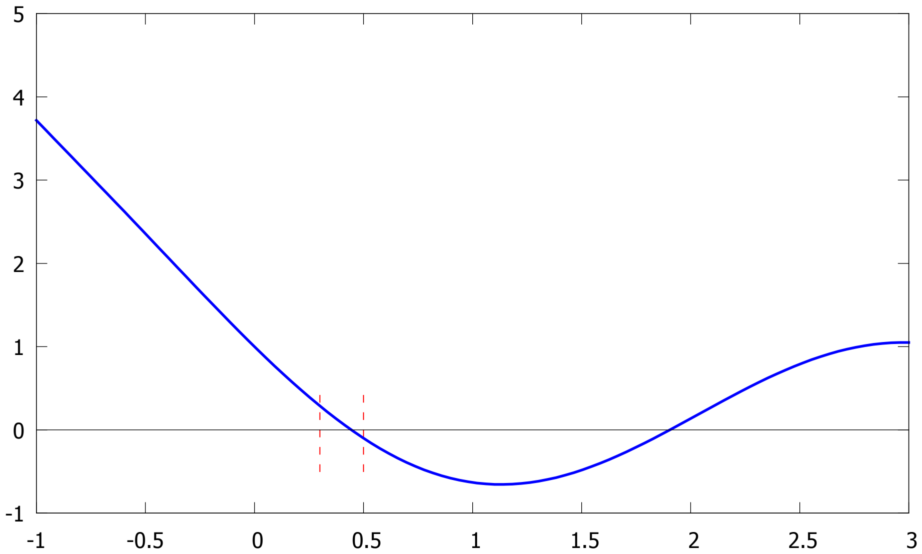

Figura 1: Raíz a ser calculada e intervalo utilizado

Foi usada a mesma precisão relativa para ambos os casos. Para o método da bisseção, o intervalo escolhido foi $x = [0.3, 0.5]$ e, para Newton-Raphson, escolhemos x_0 como sendo igual a 0.5. Obtemos os seguintes resultados:

	Nº de iterações	Raíz encontrada
Bisseção	27	0.44357353
Newton-Raphson	4	0.44357353

3 Conclusão

O método a se escolher para encontrar os zeros de uma função depende da natureza da mesma e do grau de precisão que se quer obter. Para nosso caso em particular, ambos os valores encontrados são suficientemente precisos, mas o método de Newton-Raphson se mostrou mais eficiente por alcançar o resultado desejado com um número consideravelmente menor de iterações.