Partie I – Représentation d’un objet 3D

Surfaces de subdivision

Faten Chaieb-Chakchouk
faten.chakchouk@efrei.fr

A.U 2023 – 2024

Majeure Image Réalité Virtuelle

1

Objet 3D : Quelle représentation numérique ?

Objet 3D
du Monde réel

Modélisation Surfacique

- Nuage de points
- **Maillage polygonal**
- $\boxed{\text{Subdivision}}$
- Paramétrique
- Implicite

Modélisation Volumique

- Voxels
- BSP tree
- CSG
- Sweep

Structures de haut niveau

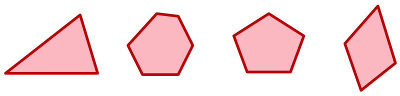
- Graphe de scène
- Skeletons, ….
- Applications spécifiques

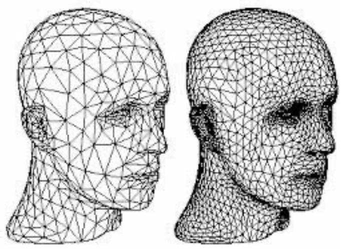
2

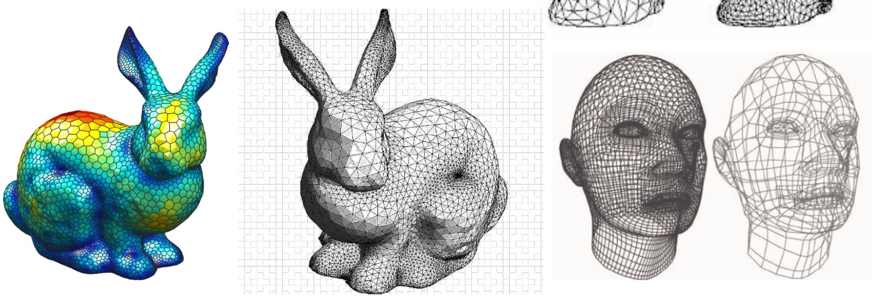
Représentations d'objets 3D

Surfaces - Maillage polygonal

Elément de surface = polygone



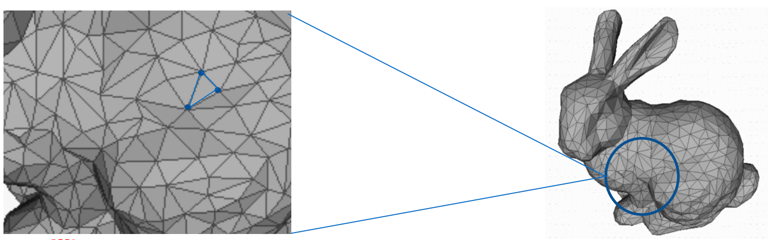


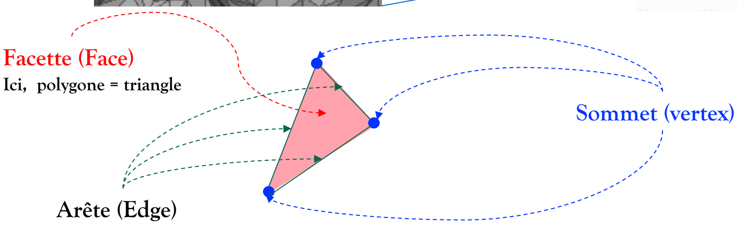


3

Maillage Polygonal

- Ensemble de polygones représentant une surface 2D plongée dans 3D
- Approximation linéaire par morceaux de la surface d'un objet 3D





4

4

Maillage Polygonal

Un maillage triangulaire $\mathcal{M}$ est représenté par :

Géométrie

Ensemble des sommets
V={v_1, v_2, …, v_N}
avec
- N : nombre de sommets
- $v_i(x_i,y_i,z_i) \in \mathbb{R}^3$, $\forall$ **i** $\in$ {**1, …,** N}

Topologie/connectivité

E={e_1, e_2, …, e_p} et/ou
F={f_1, f_2, …, f_M}
avec
- P : nombre d'arêtes
- M : nombre de facettes
- f_i : facette i
- e_i : arête i

5

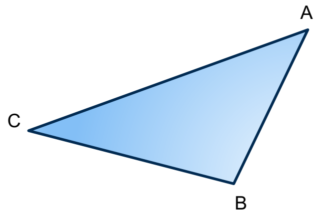
5

Maillage Polygonal

Outre la géométrie (position), un sommet est caractérisé par :

Attributs

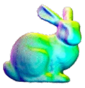
- Vecteur normal
- Une coordonnée de texture
- Couleur
- Propriétés des matériaux
- Etc.



Tout point M de la facette, interpole linéairement ces attributs (sauf parfois la normale)

6

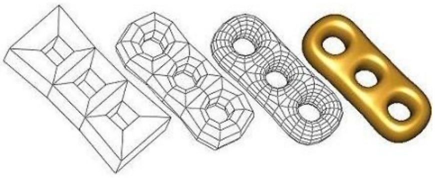
6

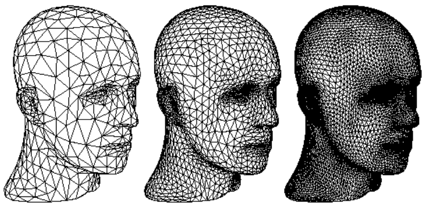


Représentations d'objets 3D

Surfaces de Subdivision

Un maillage grossier + règle de subdivision
Surface = limite/convergence de la séquence de raffinements

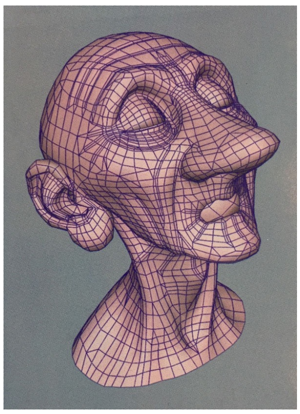




10

Surfaces de subdivision

Pixar Geri's Game – 1989
Pixar Animation Studios



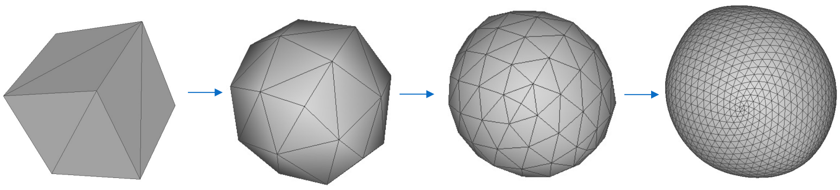
Tête de GERI : maillage de base

https://team.inria.fr/imagine/files/2014/10/subdivision_animation.pdf

11

Surfaces de subdivision

Une surface de Subdivision : Surface lisse comme la limite (convergence) d'une suite ou séquence de raffinements



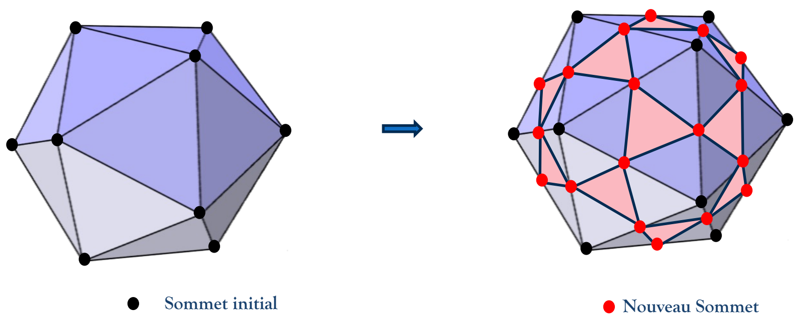
Tous les algorithmes de subdivision commencent par **remplacer** l'élément géométrique formant le maillage (exemple **triangle ou polygone**) par des versions plus petites du même élément.

12

Surfaces de subdivision

Règles de subdivision pour un maillage polygonal ?

Maillage polygonal : Géométrie + Connectivité



1. Comment choisir les coordonnées des nouveaux sommets ?
2. Faut il modifier les coordonnées des sommets initiaux ?
3. Comment mettre à jour la connectivité ? Des facettes disparaissent et d'autres seront générées

13

Surfaces de subdivision

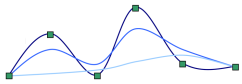
Règles de subdivision pour un maillage polygonal ?

1. **Comment modifier/mettre à jour la connectivité ?**

   Diviser un élément géométrique : Subdivision de **facettes**

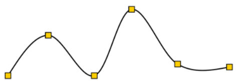
2. **Comment modifier/mettre à jour la géométrie ?**

Approximation



- Mettre à jour les coordonnées des Sommets initiaux
- Nouveau Sommet

Interpolation



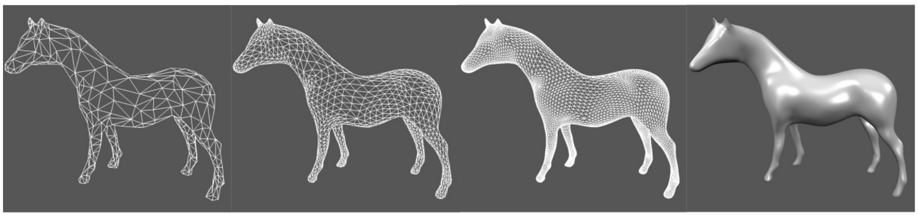
- Ne pas mettre à jour les coordonnées des Sommets initiaux
- Nouveau Sommet

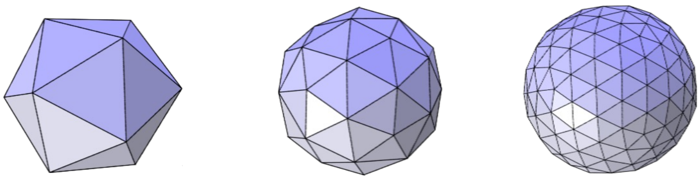
14

Surfaces de subdivision

Subdivision de Loop [Charles Loop en 1987]

Maillages triangulaires





La surface est obtenue par subdivision et lissage successifs du maillage

15

Surfaces de subdivision

Subdivision de Loop [Charles Loop en 1987]

Connectivité / topologie

Tous les algorithmes de subdivision commencent par **remplacer** l'élément géométrique (ici, **un triangle**) par des versions plus petites du même élément.

Sommet rouge : sommet **interne**

Sommet vert : sommet du **bord**

Sommet initial

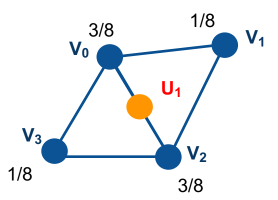
16

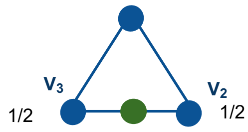
Surfaces de subdivision

Subdivision de Loop [Charles Loop en 1987]

Géométrie : Position des sommets (nouveaux et anciens)

Position des nouveaux sommets





Sommets internes

$U_1 = 3/8\ V_0 + 1/8\ V_1 + 3/8\ V_2 + 1/8\ V_3$

Sommets du bord

$U_1 = ½\ D + ½\ C$

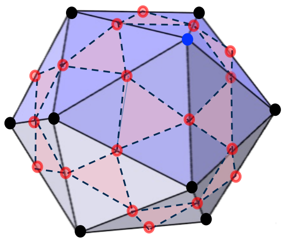
17

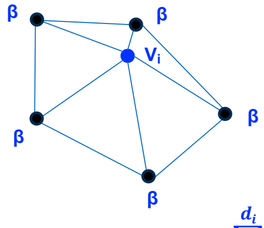
Surfaces de subdivision

Subdivision de Loop [Charles Loop en 1987]

Géométrie : MAJ des sommets initiaux

Cas Sommets internes

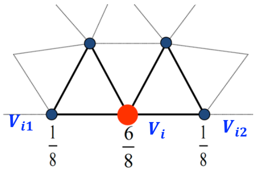




$$\beta = \begin{cases} \frac{3}{8d_i} \; si \; d_i > 3 \\ \frac{3}{16} \; si \; d_i = 3 \end{cases}$$

$$V'_i = (1 - \beta d_i)V_i + \beta \sum_{i=1}^{d_i} V_i$$

Cas Sommets du bord



$$V'_i = \frac{3}{4}V_i + \frac{1}{8}(V_{i1} + V_{i2})$$

d_i : La valence du sommet V_i

Choix de β : [J. Warren, 1995]

18

Surfaces de subdivision

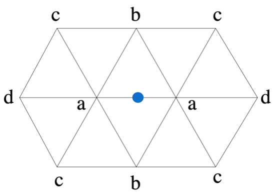
Subdivision Butterfly modifiée [D.Zorin et al. 1996]

Schéma Butterfly

- **Interpolation** locale –
- Maillage **régulier** (tous les sommets de valence 6) - Converge vers une **Surface C¹**

Schéma Butterfly Modifié

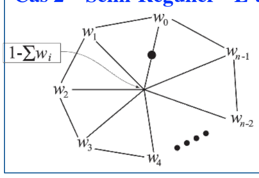
Cas 1 –Régulier : L'arête relie deux sommets de valence 6



Générer un **nouveau sommet** entre deux sommets existants, v et w, chacun de valence 6. Ces sommets sont appelés **ordinaires**

$$a = 1/2 - w, \; b = 1/8 + 2w, \; c = -1/16 - w, \; d = w$$

Cas 2 – Semi-Régulier - L'arête relie un n-sommet (n ≠ 6) et un 6-sommet.



$$n = 3: \; w_0 = 5/12, \quad w_1 = -1/12, \quad w_2 = -1/12,$$
$$n = 4: \; w_0 = 3/8, \quad w_1 = 0, \quad w_2 = -1/8, \quad w_3 = 0,$$
$$n \geq 5: \; w_j = \frac{0.25 + \cos(2\pi j/n) + 0.5\cos(4\pi j/n)}{n}.$$

Denis Zorin, Peter Schröder and Wim Sweldens, ``Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology," in Proceedings of SIGGRAPH 1996, ACM SIGGRAPH, 1996, pp. 189-192

20

Surfaces de subdivision

Subdivision Butterfly Modifié [D.Zorin et al. 1996]

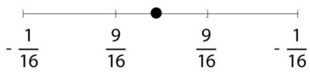
Schéma Butterfly Modifié

Cas 3 – Cas irrégulier - L'arête relie deux sommets de valence ≠ 6 (sommets extraordiaires)

1. Calculer un nouveau sommet pour chacun de ces deux sommets à l'aide de la formule pour le cas semi-régulier (**cas 2**).
2. Le nouveau sommet = La moyenne de ces deux sommets.

Rq. Cela ne peut se produire qu'à la première étape de subdivision. Par la suite, il n'y aura que des cas semi-réguliers dans le maillage.

Cas 4 – Sommets du bord. $(s_{-1} = -1/16, s_0 = 9/16, s_1 = 9/16, s_2 = -1/16)$



Denis Zorin, Peter Schröder and Wim Sweldens, ``Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology,'' in Proceedings of SIGGRAPH 1996, ACM SIGGRAPH, 1996, pp. 189-192

21

Représentations d'objets 3D

Représentation de Solides - Géométrie de construction de solides (Constructive solid geometry) **CSG**

CSG définit un modèle sous forme de combinaison de formes solides primitifs et à effectuer des opérations booléennes pour construire le modèle.

Les objets sont représentés comme une combinaison d'objets solides plus simples (primitives).

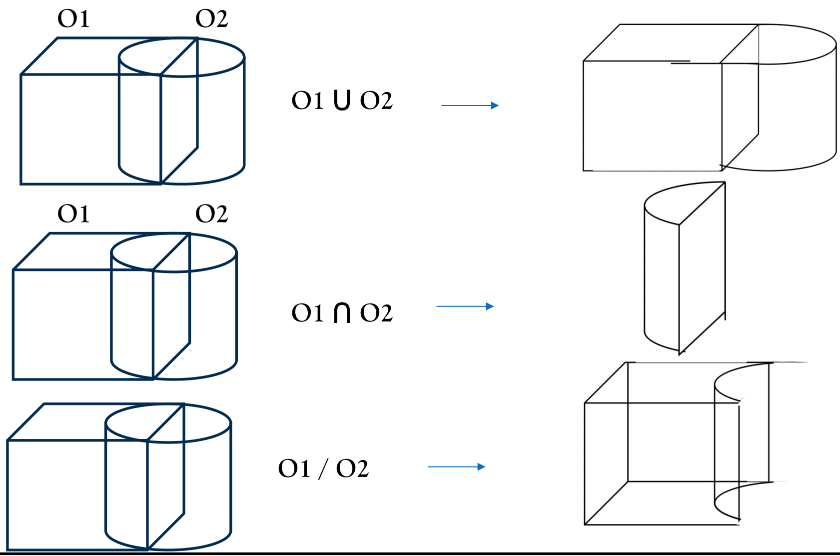
Il existe trois opérations booléennes de base :

- **Union** (Unite, join) - l'opération combine deux volumes inclus dans différents solides en un seul solide.
- **Soustraction** (couper) - l'opération soustrait le volume d'un solide de l'autre objet solide.
- **Intersection** - l'opération ne conserve que le volume commun aux deux solides.

24

Représentations d'objets 3D

Représentation de Solides - CSG – Opérations booléennes



25

Représentations d'objets 3D

Représentation de Solides - CSG Tree – Arbre de construction

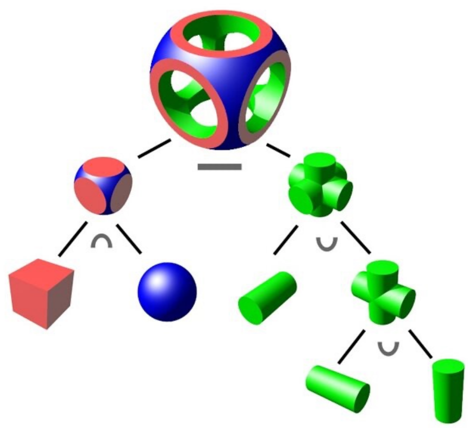


Figure extraite de Bercovier, M., & Soloveichik, I.P. (2015). Overlapping non Matching Meshes Domain Decomposition Method in Isogeometric Analysis. *arXiv: Numerical Analysis*.

26

Représentations d'objets 3D

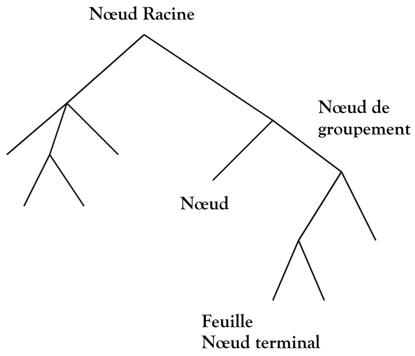
Graphe de scène

Définition : Organisation hiérarchique des différents éléments composant une **scène 3D**.

Représenté par **une structure arbre**

Différents types de nœuds
- Objets Géométriques
- Transformations géométriques
- Paramètres d'illumination
- Paramètre de la caméra
- Etc

Graphe de scène dynamique



27

Représentations d'objets 3D

Retour aux Formats de Fichiers 3D - FBX

- FBX : format de fichier propriétaire d'Autodesk (extension .fbx).
- Utilisé pour faciliter le transfert de données de scènes entre les applications développées par Autodesk (telles que Maya et 3DSMax).
- Format en Binaire et en ASCII.
- Les fichiers FBX stockent les données **des scènes 3D complètes**, y compris les caméras, l'éclairage, la géométrie, matériaux, les animations, etc.
- Compatibles avec **les moteurs de jeu standard** de l'industrie et les outils de création de contenu numérique de l'industrie des effets visuels et des jeux.

28

Représentations d'objets 3D

Image volumique

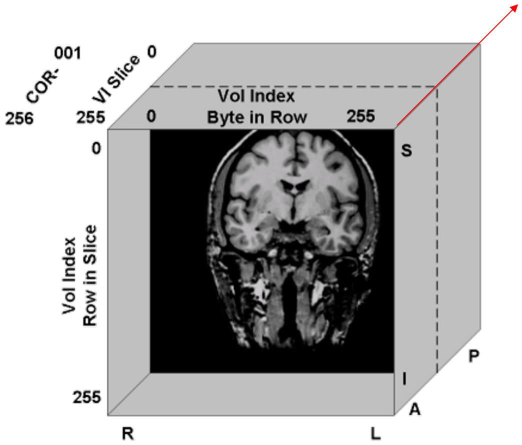


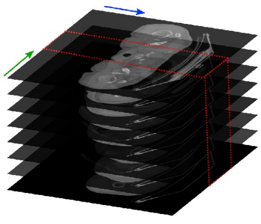
Image 2D à 256 niveaux de gris : I(i,j,f(i,j))

Image 3D à 256 niveaux de gris : I(i,j,k,f(i,j,k))

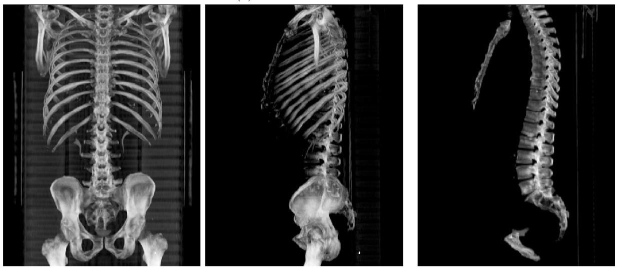
29

Représentations d'objets 3D

Image volumique



(a) A stack of CT slices.



30