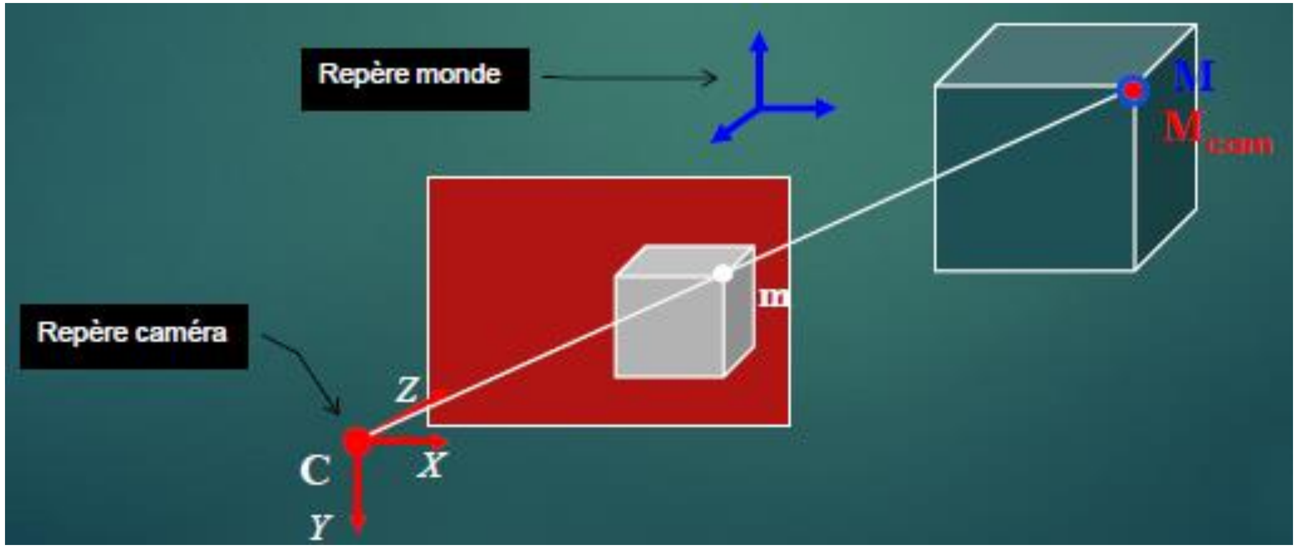
Vision 3D
Modèle de la caméra et calibration

Modélisation de la caméra

Passage du repère monde au repère caméra

- La projection dans le plan image considère des coordonnées 3D ***exprimées dans le repère caméra***
- Les coordonnées des points de la scène sont exprimées dans un repère arbitraire, appelé «repère monde»



Modélisation de la caméra

Passage du repère monde au repère caméra

Il s'agit d'un changement de repère correspondant à une **transformation rigide** de $\Re^3$ (rotation + translation) :

$$\boxed{\mathbf{M}_{\mathbf{cam}} = \mathbf{RM} + \mathbf{T}}$$

où :

$\mathbf{R}$ est une matrice de rotation de taille 3x3 et

$\mathbf{T}$ est un vecteur de taille 3

$$\mathbf{M}_{cam} = \mathbf{RM} + \mathbf{T} \rightarrow \begin{pmatrix} X_{cam} \\ Y_{cam} \\ Z_{cam} \end{pmatrix} = \mathbf{R}\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \mathbf{T} \rightarrow \begin{pmatrix} X_{cam} \\ Y_{cam} \\ Z_{cam} \end{pmatrix} = (\mathbf{R} \mid \mathbf{T})\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{M}_{cam} = (\mathbf{R} \mid \mathbf{T})\tilde{\mathbf{M}}$$

$\tilde{\mathrm{M}}$ (représente le point M en coordonnées homogènes)

$(\mathbf{R} \mid \mathbf{T})$ est une matrice 3x4

Modélisation de la caméra

Passage du repère monde au repère caméra

La matrice

$$(\mathbf{R}\,|\,\mathbf{T}) = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{13} & \mathbf{R}_{13} & \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} & \mathbf{R}_{23} & \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{R}_{31} & \mathbf{R}_{32} & \mathbf{R}_{33} & \mathbf{T}_3 \end{pmatrix}$$

La matrice de calibration externe

est appelée "matrice de calibration externe" ou "matrice de calibration extrinsèque" ou "matrice des paramètres extrinsèques"

Elle peut être paramétrée par 6 valeurs : 3 pour la rotation (angles d'Euler, ...), 3 pour la translation

Modélisation de la caméra

La matrice de calibration interne

La matrice $\begin{pmatrix} k_u f & 0 & u_0 \\ 0 & k_v f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

est appelée "matrice de calibration interne" ou "matrice de calibration intrinsèque" ou matrice de calibration" ou "matrice des paramètres intrinsèques"

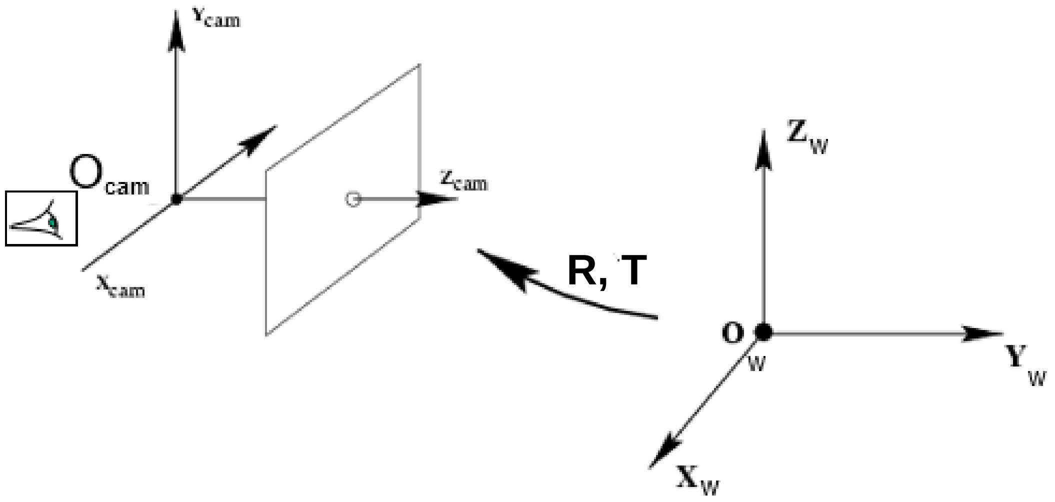
Elle est généralement notée K et paramétrée par quatre valeurs α_u, α_v, u_0, v_0:

$$\boxed{\mathrm{K} = \begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

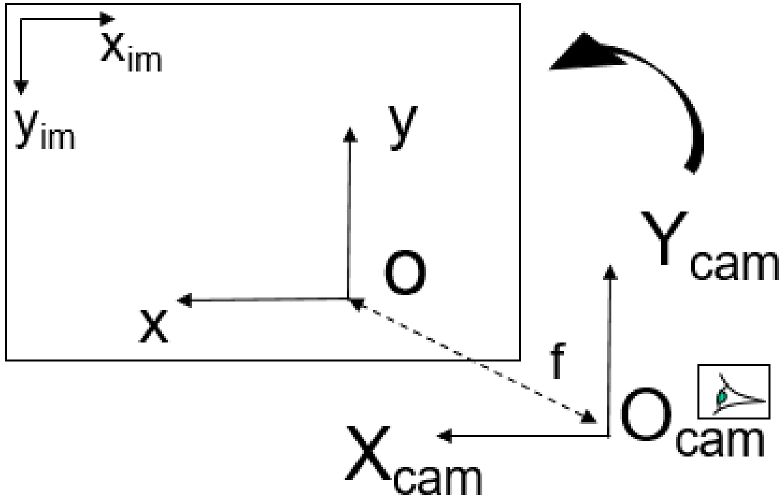
Le nombre de paramètres peut être réduit sous certaines hypothèses :

- (u_0, v_0) est parfois pris au centre de l'image
- $\alpha_u = \alpha_v$ suppose que les pixels sont carrés

Modélisation de la caméra



Extrinsèques



Intrinsèques

Modélisation de la caméra

La matrice de projection

En composant la projection et le changement de repère on obtient :

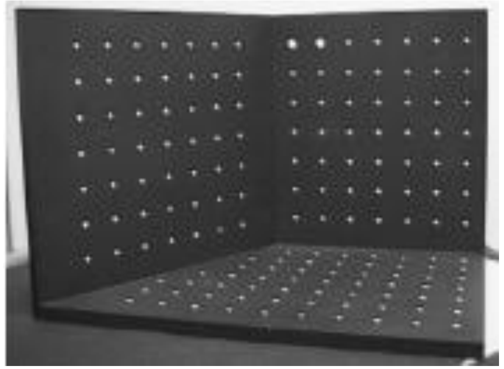
$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_u f & 0 & u_0 \\ 0 & k_v f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{13} & \mathbf{R}_{13} & \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} & \mathbf{R}_{23} & \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{R}_{31} & \mathbf{R}_{32} & \mathbf{R}_{33} & \mathbf{T}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

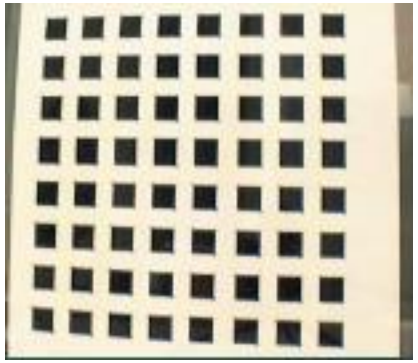
$$= \underbrace{\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \end{pmatrix}}_{\mathbf{P}} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{P} = \mathbf{K}(\mathbf{R} \mid \mathbf{T})$ est appelée **matrice de projection**

Modélisation de la caméra

- La matrice de projection $P = K(R \quad | \quad T)$ comporte une partie intrinsèque (K) et une partie extrinsèque (R et T)
- Les paramètres intrinsèques de la caméra restent généralement fixes pour un dispositif de RA donné
- Ils sont calculés préalablement à l'utilisation du système de RA, au cours d'une phase dite de **calibration de la caméra**
- Utilisation d'une mire de calibration ou d'un damier imprimé





Modélisation de la caméra

L'algorithme de calibration DLT

Chaque correspondence donne lieu à deux équations :

$$\tilde{\mathbf{m}}_i = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{M}}_i \qquad \begin{cases} u_i = \dfrac{P_{11}X_i + P_{12}Y_i + P_{13}Z_i + P_{14}}{P_{31}X_i + P_{32}Y_i + P_{33}Z_i + P_{34}} \\ v_i = \dfrac{P_{21}X_i + P_{22}Y_i + P_{23}Z_i + P_{24}}{P_{31}X_i + P_{32}Y_i + P_{33}Z_i + P_{34}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{11}X_i + P_{12}Y_i + P_{13}Z_i + P_{14} - P_{31}X_iu_i - P_{32}Y_iu_i - P_{33}Z_iu_i - P_{34}u_i = 0 \\ P_{21}X_i + P_{22}Y_i + P_{23}Z_i + P_{24} - P_{31}X_iv_i - P_{32}Y_iv_i - P_{33}Z_iv_i - P_{34}v_i = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X_iu_i & -Y_iu_i & -Z_iu_i & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -X_iv_i & -Y_iv_i & -Z_iv_i & -v_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{11} \\ \dots \\ P_{34} \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

- 11 coefficients à estimer
- Chaque correspondance 3D-2D donne 2 equations
  → **6 correspondances** doivent être connues
- En pratique, un plus grand nombre de correspondances sont utilisées

Modélisation de la caméra

L'algorithme de calibration DLT

Extraction de la matrice K

On considère la matrice $\mathbf{P}_3$ constituée des 3 premières colonnes de $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{P} = (\mathbf{P}_3 \mid \mathbf{c}_4)$$
$$\mathbf{P}_3 = \mathbf{K}\mathbf{R}$$

On calcule

$$\mathbf{P}_3\mathbf{P}_3^T = (\mathbf{K}\mathbf{R})(\mathbf{K}\mathbf{R})^T = \mathbf{K}\mathbf{R}\mathbf{R}^T\mathbf{K}^T = \mathbf{K}\mathbf{K}^T$$

$\mathbf{K}$ étant une matrice triangulaire (supérieure), elle peut être calculée en utilisant la méthode de factorization de Cholesky

La matrice $\omega = \left(\mathbf{K}\mathbf{K}^T\right)^{-1}$ est appellée **image de la conique absolue**