Corrigé du TD1

EX.1 1) La matrice des paramètres intrinsèques de la Caméra est donné par :

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où : $\alpha_u = k_u . F$
$\alpha_v = k_v . F$.
(u_0, v_0) : point central de l'image

- F est la distance Focale
- k_u et k_v la densité de pixels selon les axes u et v respectivement.

D'après les hypothèses de l'exercice, on sait que :

la taille d'un pixel est $10 \times 10\ \mu$.

Donc selon l'axe u :

$$\left.\begin{array}{l} 10\ \mu \longrightarrow 1 \text{ pixel.} \\ 1\ mm \longrightarrow k_u \end{array}\right\} \Rightarrow k_u = \frac{1\,m. \times 1 \text{ pixel}}{10.10^{-3}\ mm}$$

$$\Rightarrow \boxed{k_u = 100 \text{ pixels}/mm}$$

- Le pixel est rectangulaire $\Rightarrow k_v = k_u = 100$ pixels/mm
- le point central : $(u_0, v_0) = (\cancel{480}^{240}, \cancel{640}^{320})$
- la distance focale : $F = 10$ mm

Donc : $\alpha_u = \alpha_v = F. k_u. = F. k_v = 10 \times 100 = 1000$ Pixe

D'où :

$$K = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & \cancel{480}\ 240 \\ 0 & 1000 & \cancel{640}\ 320 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2) soit le point $P_1(40, -75, 1000)$ exprimé dans le repère Caméra.

La projection du point P_1 dans l'image est donnée par :

$$\tilde{m}_1 = K . P_1 .$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} s.u_1 \\ s v_1 \\ s \end{pmatrix} = K . P_1 = \begin{pmatrix} 280000 \\ 245000 \\ 1000 \end{pmatrix} .$$

s étant un facteur d'échelle.

Ainsi, les coordonnées pixelliques du point dans l'image sont donnée par:

$$u_1 = \frac{m_1(1)}{m_1(3)} = \frac{280\,000}{1\,000} = 280$$

$$v_1 = \frac{m_1(2)}{m_1(3)} = \frac{245\,000}{1000} = 245 .$$

(3) La matrice extrinsèque

$$M_{ex.} = (R \mid T)$$

<u>avec</u> $R = I_{3\times3} = \begin{pmatrix} 1&0&0 \\ 0&1&0 \\ 0&0&1 \end{pmatrix}$ puisque l'orientation de la mire est la même que celle de la Caméra

$T = (400, 300, 100)$

<u>Donc</u> $M_{ex} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 400 \\ 0 & 1 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 1 & 100 \end{bmatrix}$

(4) La matrice qui permet de transformer un point donné dans le repère de la mire en un point <u>image</u> est la matrice de transformation globale :

$$\underset{3\times4}{P} = K . M_{ext} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 240 & 640000 \\ 0 & 1000 & 320 & 62000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(5) Soit le point $p_2(100, -100, 100)$ défini dans le repère de la mire.

Le point image m_2 qui lui correspond est donné par :

$$s.\tilde{m}_2 = \underline{P}.\tilde{p}_2$$

où $\tilde{m}_2$ et $\tilde{p}_2$ sont les coordonnées homogènes des points p_2 et m_2.
et s un facteur d'échelle.

$\underline{P}$: matrice de projection globale.

Donc

$$S.\begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \underset{3\times4}{\underline{P}}.\begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ 100 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} s.u_2 \\ s\, v_2 \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 764\,000 \\ 552\,000 \\ 110\,000 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{s u_2}{s} \\ \frac{s.v_2}{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 764000/1100 \\ 552\,000/1100 \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} 695 \\ 502 \end{pmatrix}.$$

Ex 2.

① Les coordonnées du point P_2 dans le repère monde. sont:

$P_2(x_2, y_2, z_2)$.

etant donné que la bare est fixée ~~horizontal~~ perpendiculairement au sol, on peut noter que

$X_2 = X_1 = 200$ et $y_2 = y_1 = 100$.

par ailleurs, le point P_2 et son correspondant image m_2 sont reliés par :

$$s.\tilde{m}_2 = M.\tilde{P}_2$$

d'où:

$$\begin{pmatrix} s.665 \\ s.759 \\ s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 766 & -642 & 240 & 640000 \\ 642 & 766 & 320 & 620000 \\ 0 & 0 & 1 & 1000 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 200 \\ 100 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} s.665 = 766 \times 200 - 642 \times 100 + 240.z_2 + 640000 \\ s.759 = 642 \times 200 + 766 \times 100 + 320 \times z_2 + 620.000 \\ s = z_2 + 1000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} s.665 = 728\,800 + 240.z_2 & (1) \\ s.759 = 825\,000 + 320.z_2 & (2) \\ s = z + 1000 & (3) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ En remplace (3) dans (1) :

$(z + 1000)665 = 728\,860 + 240\,z_2$

$\Rightarrow (665 - 240)z_2 = 728.800 - 665.000$

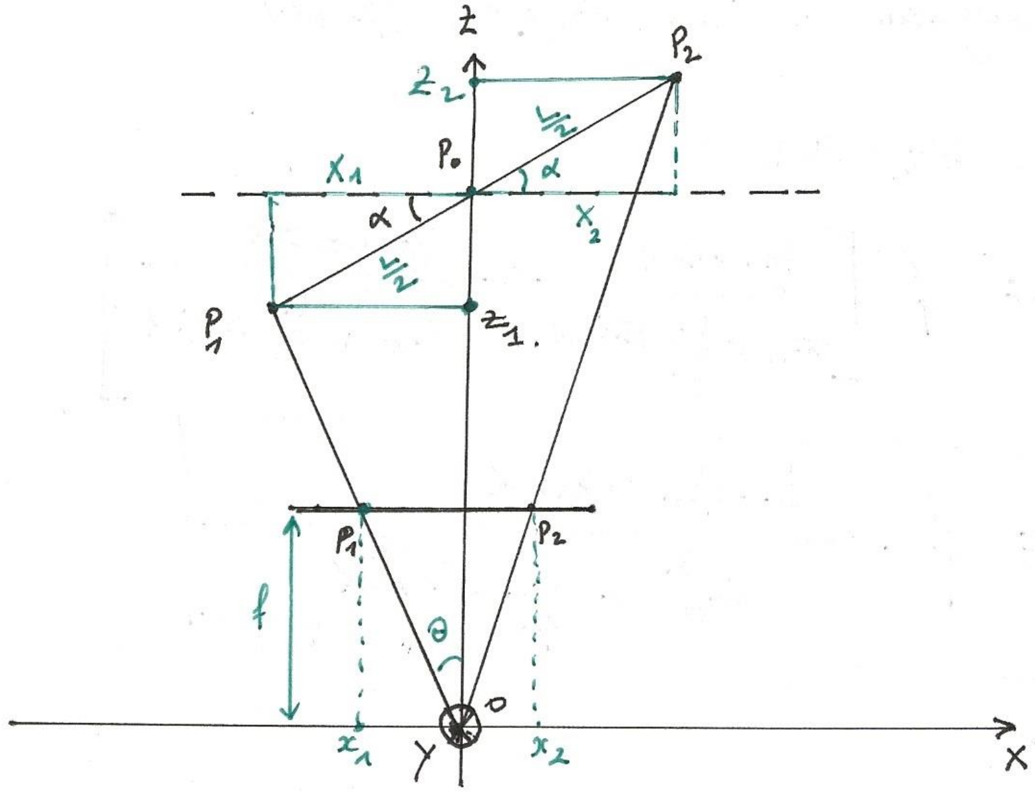
$\Rightarrow 425.\,z_2 = 63860$ $\Rightarrow z_2 = \frac{63800}{425}$

$\Rightarrow \boxed{z_2 = 150}$

② hauteur h :

$\boxed{h = z_2 = 150}$

Ex3



(1)

* point P_1:

$$\cos\alpha = \frac{-X_1}{L/2} \Rightarrow X_1 = -\frac{L}{2}\cdot\cos\alpha$$

$$Z_1 = Z_0 - \frac{L}{2}\cdot\sin\alpha$$

$$Y_1 = 0$$

* point P_2:

$$X_2 = \frac{L}{2}\cdot\cos\alpha.$$

$$Z_2 = Z_0 + \frac{L}{2}\sin\alpha$$

$$Y_2 = 0$$

(2) point P_1.

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{X_1}{Z_1} = \frac{x_1}{f} \Rightarrow x_1 = f\cdot\frac{X_1}{Z_1}$$

$$\Rightarrow x_1 = f\cdot\frac{-\frac{L}{2}\cos\alpha}{Z_0 - \frac{L}{2}\sin\alpha}.$$

$$y_1 = 0$$

$$z_1 = f.$$

* point P_2 : $\operatorname{tg}\theta = \frac{X_2}{Z_2} = \frac{x_2}{f}$

$$\Rightarrow x_2 = f\cdot\frac{X_2}{Z_2} = f\cdot\frac{\frac{L}{2}\cdot\cos\alpha}{Z_0 + \frac{L}{2}\cdot\sin\alpha}$$

$y_2 = 0$, $z_2 = f$

③ la longueur ℓ du segment (1D1 p2)

$$\ell = x_2 - x_1$$

$$= f\left[\frac{\frac{L}{2}\cdot\cos\alpha}{z_0 + \frac{L}{2}\sin\alpha} - \frac{\frac{L}{2}\cos\alpha}{z_0 + \frac{L}{2}\sin\alpha}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\ell = f \cdot \frac{L \cdot z_0 \cos\alpha}{z_0^2 - \frac{L^2}{4}\sin^2\alpha}}$$