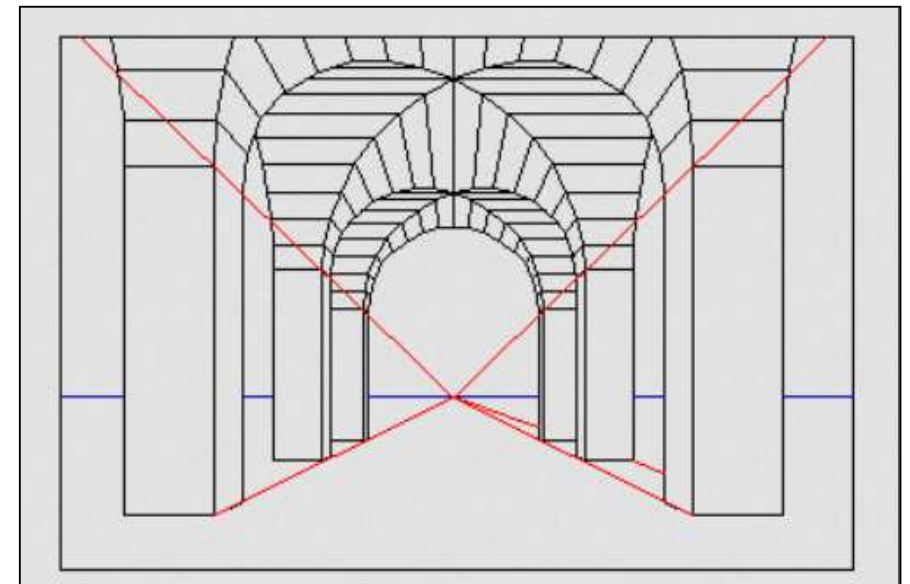
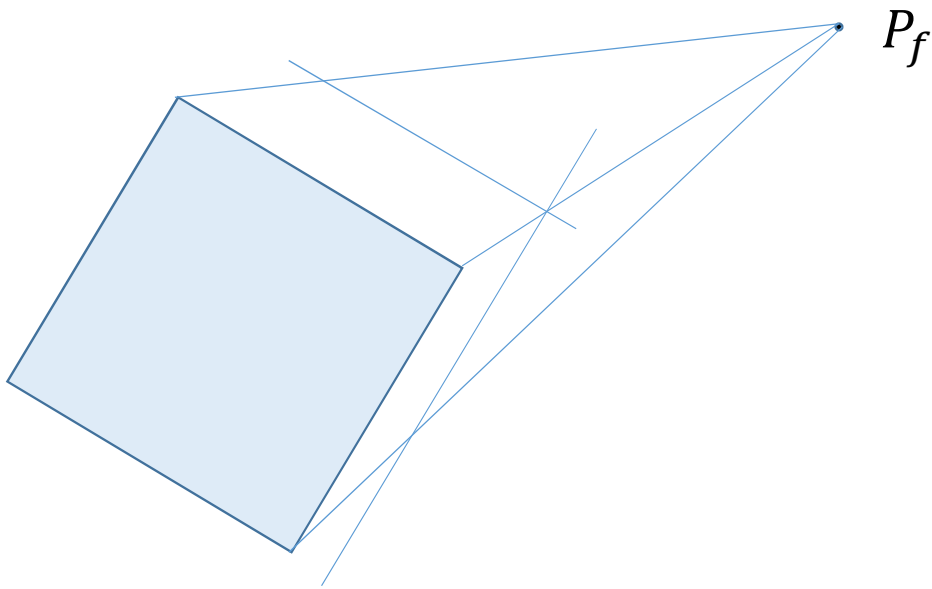
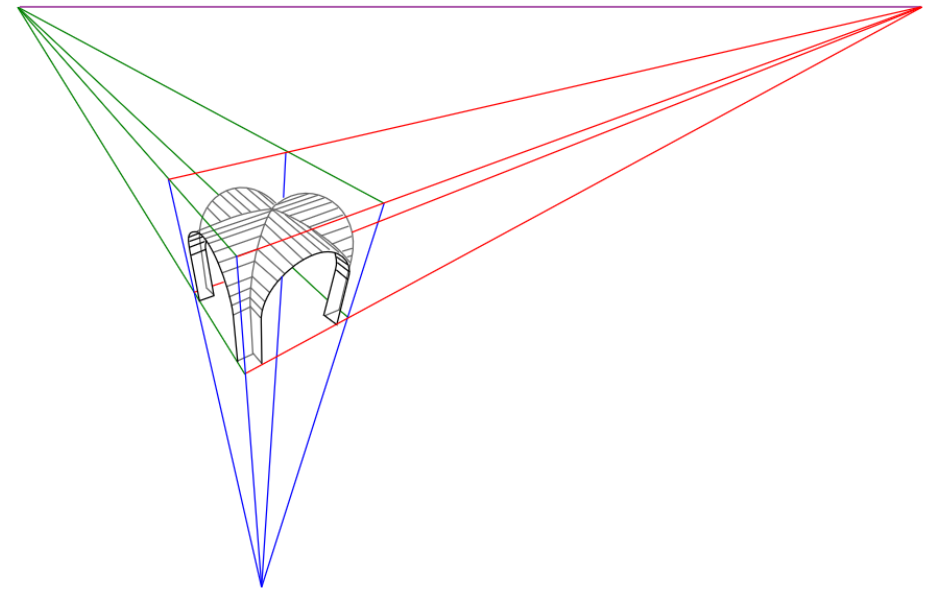
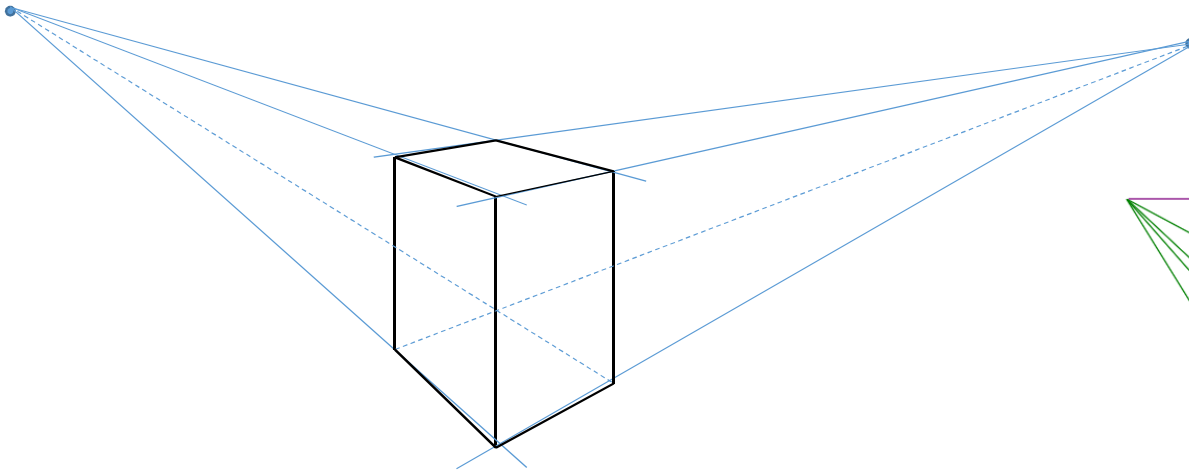


# Perspectives à point(s) de fuite

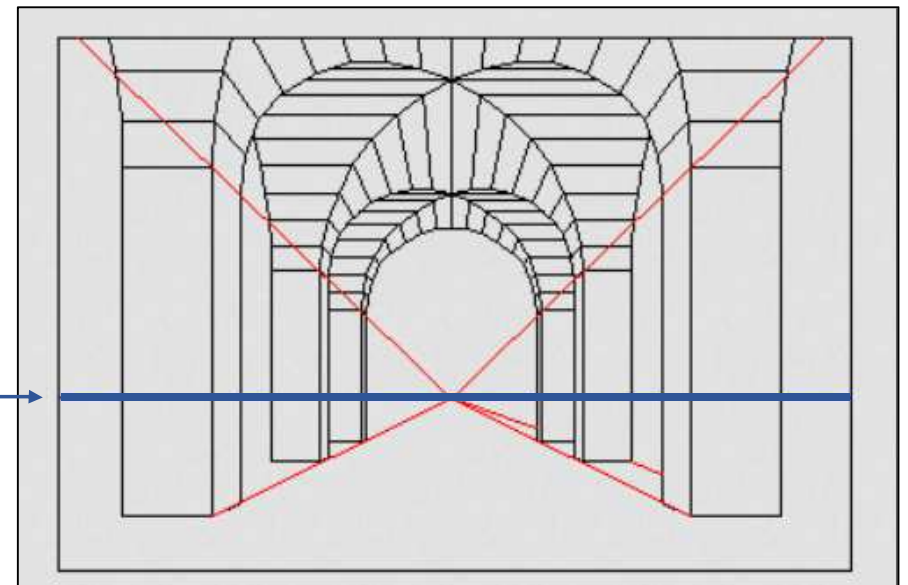


# Avec 2 ou 3 points



# Perspective conique

1 point de fuite : sur la ligne d'horizon, dans la direction du regard



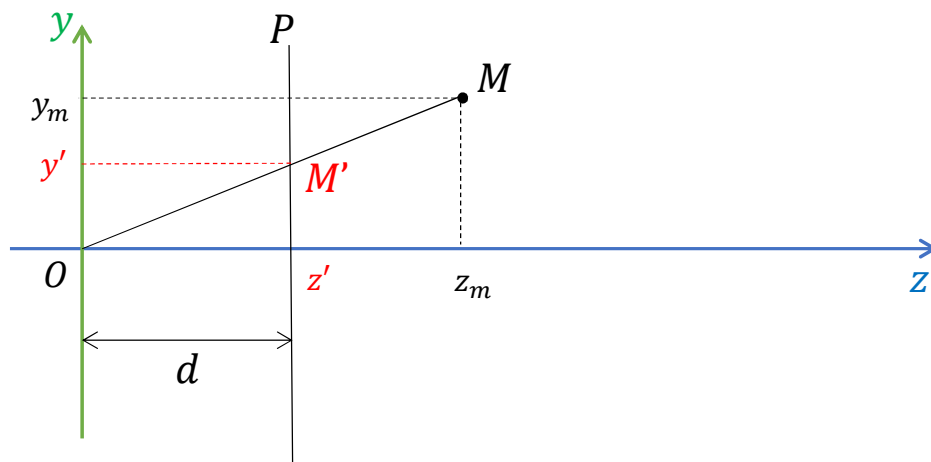
# Perspective conique

1 point de fuite : sur la ligne d'horizon, dans la direction du regard

Comment calculer cette projection ?

Par une matrice de projection.

# Matrice de projection perspective



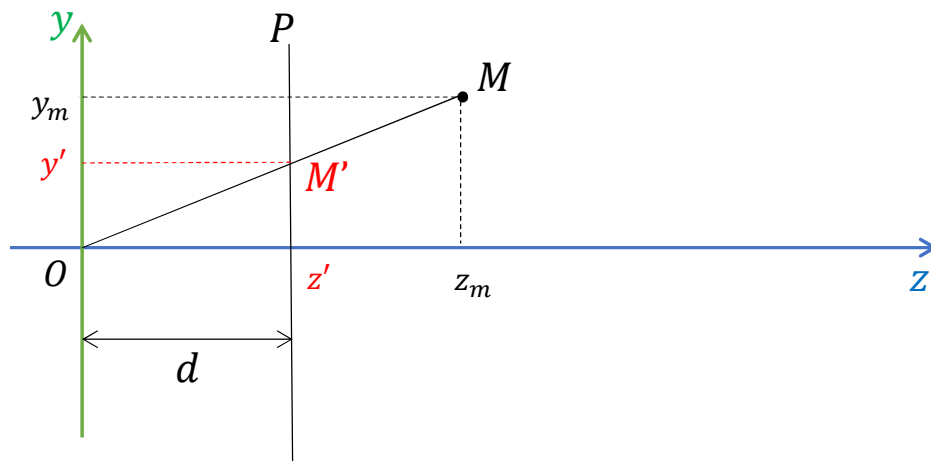
Soit  $O$  le centre de projection choisi pour la scène et  $P$  le plan de projection choisi pour former une image.

On appelle distance focale  $d$  la distance entre le point de projection et ce plan  $P$

Soit  $M$  un point dans l'espace, de coordonnées  $\begin{pmatrix} y_m \\ z_m \end{pmatrix}$

Quelles sont les coordonnées cartésiennes  $\begin{pmatrix} y' \\ z' \end{pmatrix}$  de  $M'$ , projection de  $M$  sur le plan  $P$  ?

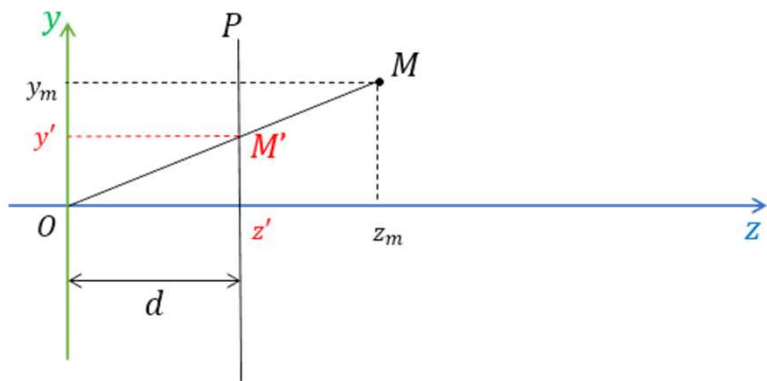
# Matrice de projection perspective



en utilisant  $\frac{z_m}{d}$ , réécrivez la relation liant  $M'$  et  $M$  en coordonnées homogènes.

Exprimez la relation liant  $M'$  et  $M$  en coordonnées homogènes à l'aide d'un calcul matriciel simple (une matrice 3x3)

l'opération de projection est-elle réversible ?  
Quelle particularité de la matrice de projection traduit ce fait ?



$$z' = d$$

On utilise le théorème de Thalès pour  $y'$

$$\frac{y'}{y_m} = \frac{d}{z_m}, y' = y_m \cdot \frac{d}{z_m}$$

On écrit M et M' en coordonnées homogènes

$$M: \begin{pmatrix} y_m \\ z_m \\ 1 \end{pmatrix} \quad M': \begin{pmatrix} y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_m \cdot \frac{d}{z_m} \\ d \\ 1 \end{pmatrix} \times \frac{z_m}{d} = \begin{pmatrix} y_m \cdot \frac{d}{z_m} \cdot \frac{z_m}{d} \\ d \cdot \frac{z_m}{d} \\ \frac{z_m}{d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_m \\ z_m \\ \frac{z_m}{d} \end{pmatrix}$$

# Exercice : Matrice de projection

On cherche  $P$  telle que  $P.M = M'$

$$\begin{pmatrix} y_m \\ z_m \\ 1 \end{pmatrix} = M$$

$$P = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_m \\ z_m \\ \frac{z_m}{d} \end{pmatrix} = M'$$



# Solution

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_m \\ z_m \\ 1 \end{pmatrix}$$

Transposition en 3D :  $M(x_m, y_m, z_m)$   
Se projette en  $M'(x', y', z' = d)$

Avec  $x' = x_m \cdot \frac{d}{z_m}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{pmatrix}$$

La matrice de projection n'est pas inversible

# Caméra

Constitution de l'image à partir du modèle 3D

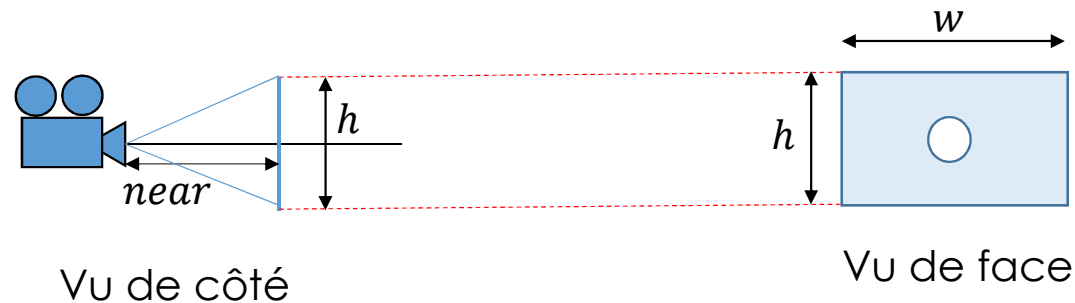
Passage 3D -> 2D

Quels paramètres définir ?

Champ de vue 'virtuel' pour la synthèse d'images

# View frustum

On caractérise le **plan de projection** :  $(n, h, w)$



Ou  $(n, \alpha = \text{fov}_y, ar)$  avec  $\tan(\alpha) = \frac{h}{2 \cdot \text{near}}$  et  $ar = \frac{w}{h}$

# Far plane en synthèse d'images

Définition d'un volume **utile** de projection

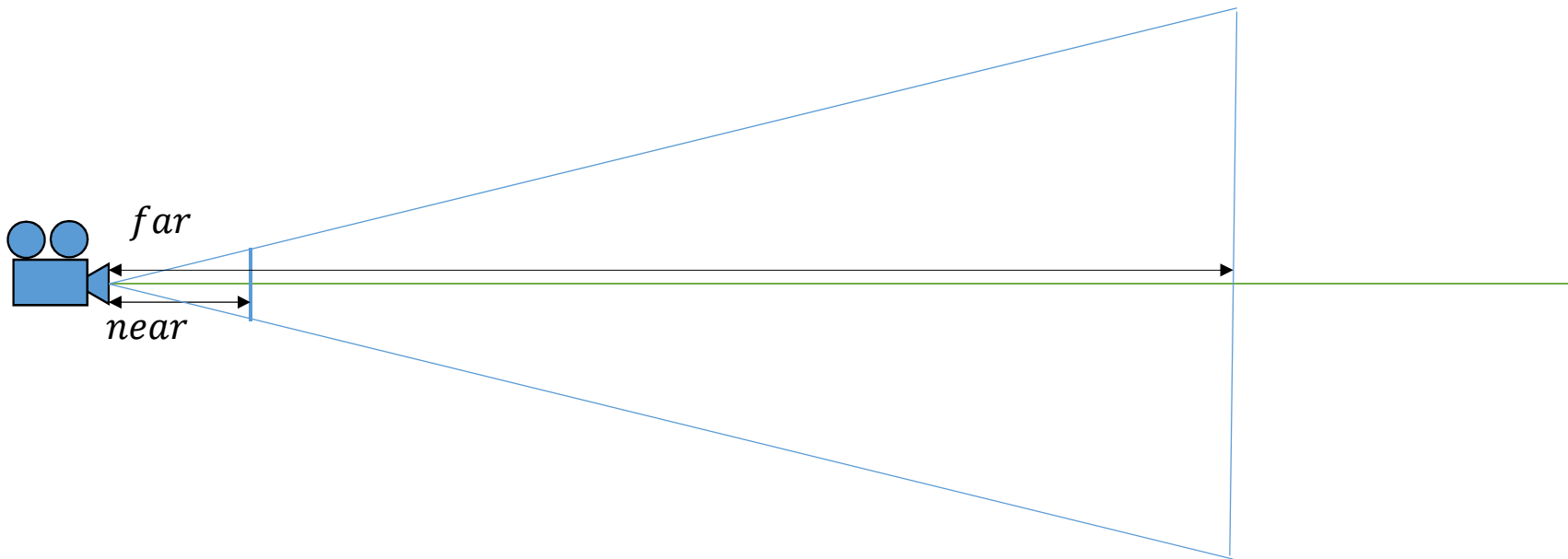
Au-delà d'une certaine distance à la caméra :

- ✓ Objets très petits (quelques pixels)
- ✓ Probablement cachés par d'autres (occlusion)

Le ratio d'utilité : taille occupée à l'écran/temps de calcul est très faible.

# Far plane

Définition d'un volume utile pour la projection et le rendu

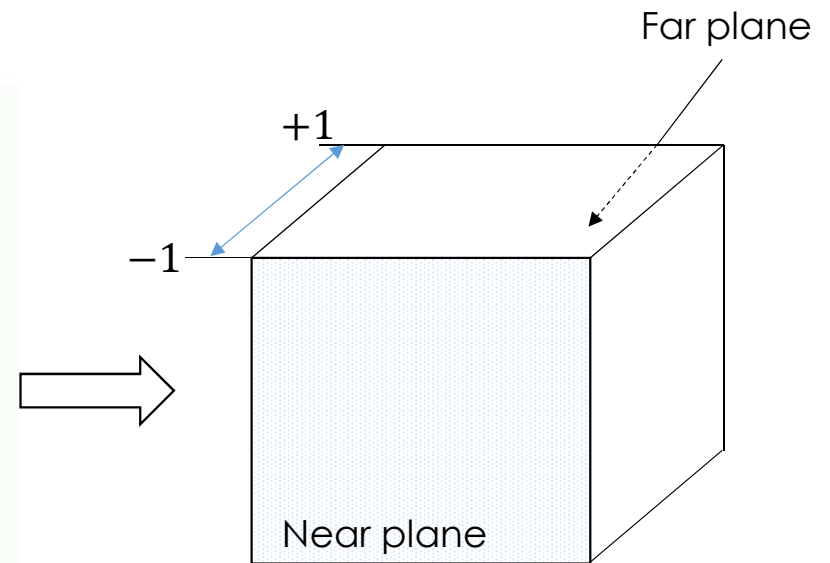
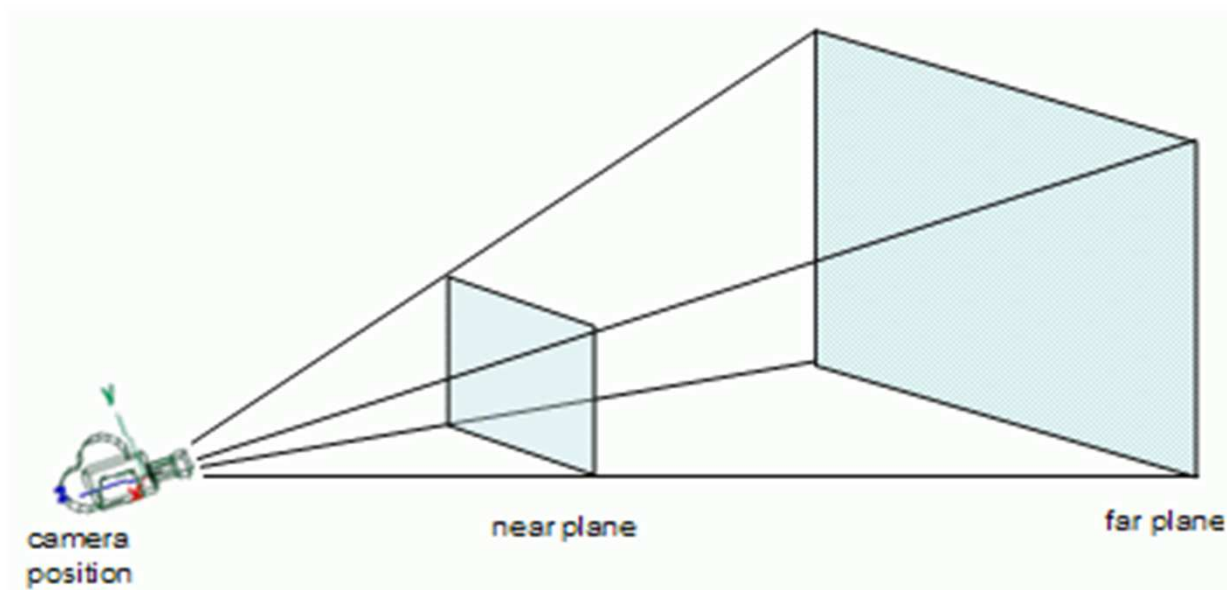


# Influence sur la projection

Normer l'espace objet vers l'espace image

Transformation non linéaire pour la qualité de l'image

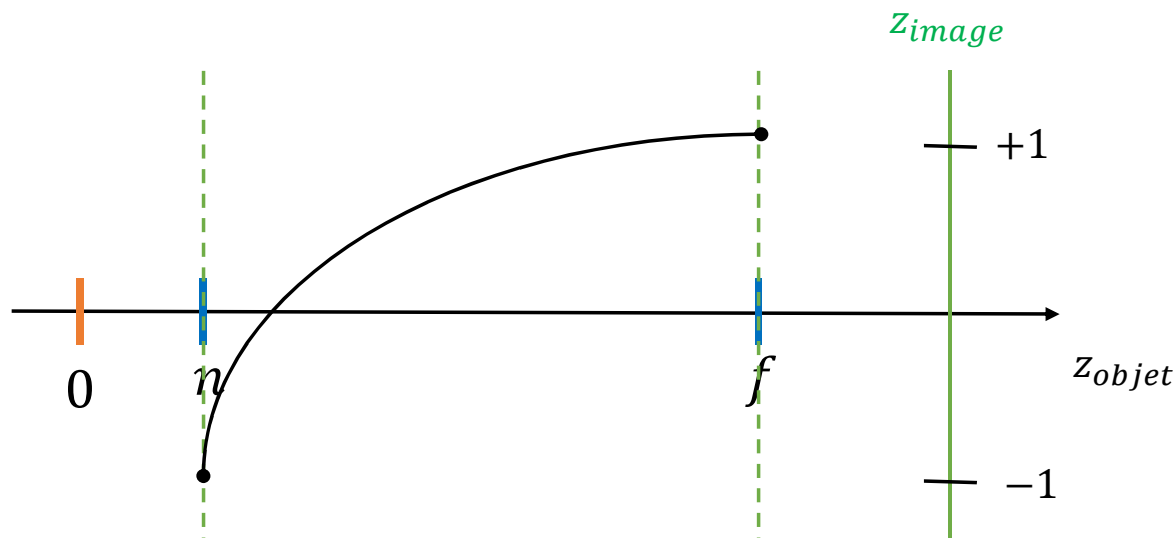
# Frustum en 3D



de <http://www.lighthouse3d.com/tutorials/view-frustum-culling/>

# Normalisation sur $z$

Plus de précision vers le near plane



$$z_i = f \left( \frac{1}{z_o} \right) = A \cdot \frac{1}{z_o} + B$$

$$-1 = A \cdot \frac{1}{n} + B$$

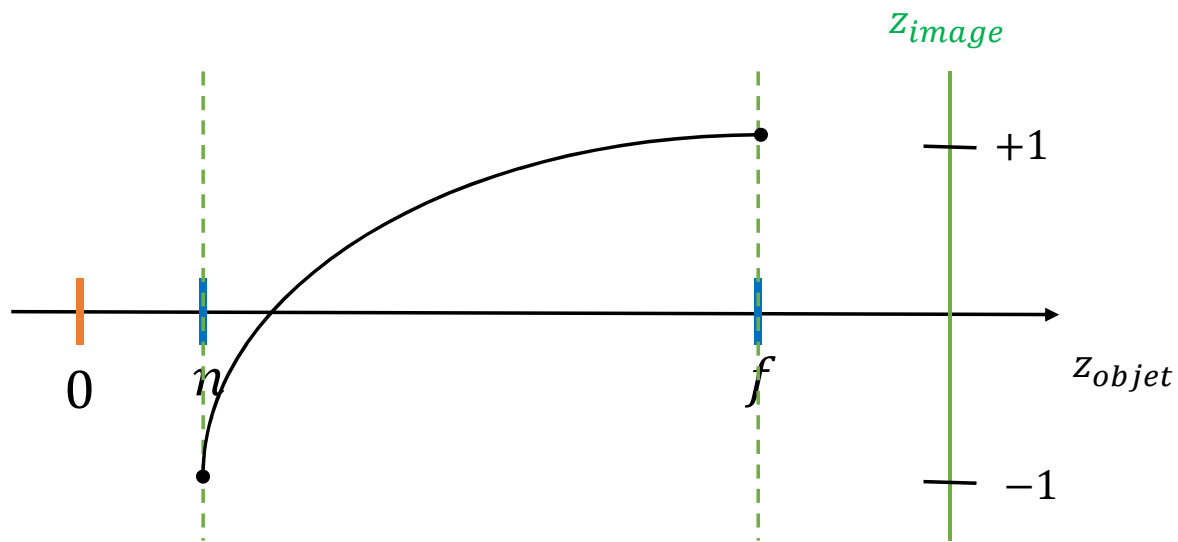
$$1 = A \cdot \frac{1}{f} + B$$

$$A = -\frac{2fn}{f-n}$$

$$B = \frac{f+n}{f-n}$$



# Normalisation sur $z$



$$z' = -\frac{2fn}{f-n} \frac{1}{z} + \frac{f+n}{f-n}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & A \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

# En normalisant le frustum

Largeur  $w$  définit  $l$  (left) et  $r$  (right) :  $w = l + r$

Hauteur  $h$  définit  $t$  (top) et  $b$  (bottom) :  $h = t + b$

$$\begin{bmatrix} \frac{n}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{f+n}{f-n} & -\frac{2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Espace à projeter, éliminations

Ne projeter que les objets qui font partie du frustum

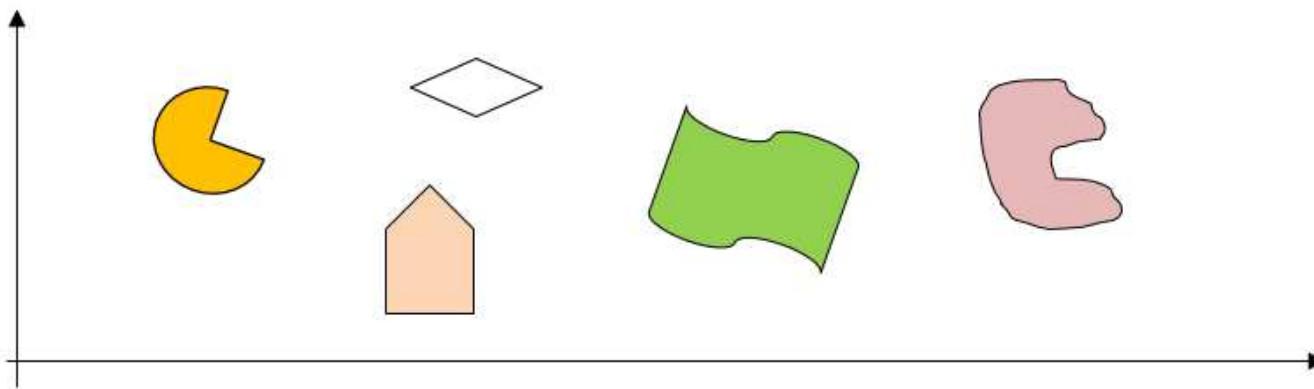
Procéder à des éliminations rapides : modéliser un objet de manière simple.

Représentation géométrique réduite. OBB, AABB, BS

# AABB

Axis Aligned Bounding Box : le plus petit parallélépipède qui englobe l'objet, axes parallèles aux axes du repère

Dessinez les AABB des objets proposés.



# Algorithmes AABB, BS

Ecrivez les algorithmes de construction d'une AABB et d'une BS

En entrée : liste de sommets **s[i]**, nombre de sommets **n**, chaque sommet a des coordonnées x, y et z accessibles par **s[i].x**, **s[i].y**, **s[i].z**

En sortie : les caractéristiques de l'AABB ou de la BS

# Mise à jour d'une AABB/BS

Comment mettre à jour une BS ?

- Rotation

- Translation

- Scaling (homothétie différenciée)

Comment mettre à jour une AABB ?

- Translation

- Rotation

- Scaling

# AABB et rotation

Méthode rapide mais sous optimale, pour ne pas tester tous les sommets

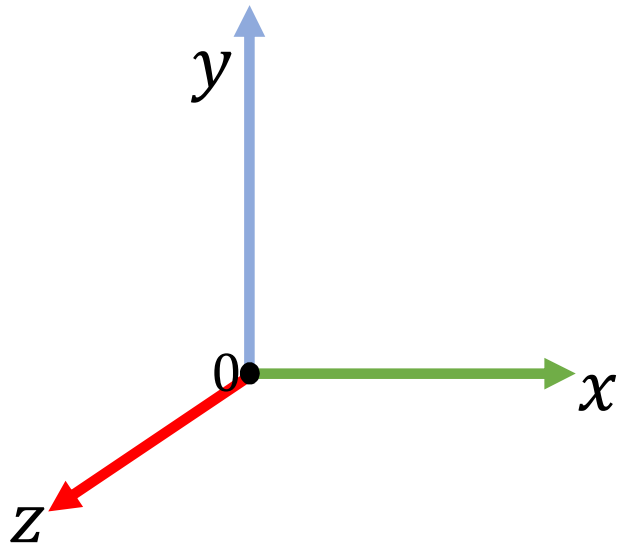
Rotation des sommets de l'AABB, puis recalcul d'AABB à partir de l'ancienne

AABB élargie mais couvre l'objet :

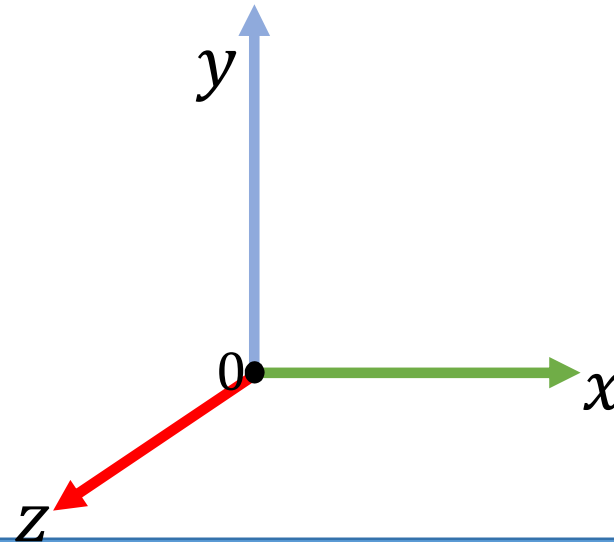
# Exemple

Soit l'AABB  $(2, -1, -1) - (4, 1, 1)$

Dessinez-la sur le schéma suivant :



Elle subit une rotation  
d'angle  $\frac{\pi}{4}$  autour de l'axe  
 $Ox$  : dessinez-là, calculez  
la nouvelle AABB et  
dessinez-là également





# Définition géométrique du frustum

6 plans,

Un plan =  $(a, b, c, d) = (\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, d)$   $ax + by + cz + d = 0$

Rappel : position d'un point  $P$  par rapport à un plan (produit scalaire svp !)

BS : intersection sphère/plan

Ecrivez l'algorithme indiquant si un plan a une intersection avec une sphère

# Elimination (step 1)

Ecrivez un algorithme qui indique si une sphère est totalement du 'mauvais côté' d'un plan du frustum

Ecrivez un algorithme indiquant si une sphère a une intersection avec un frustum de caméra

Choix de conception : garder ou rejeter ?

## Elimination (step 2)

Ecrivez un algorithme qui indique si une AABB est totalement du 'mauvais côté' d'un plan du frustum

Ecrivez un algorithme indiquant si une AABB a une intersection avec un frustum de caméra

Alors, BS ou AABB ?

Utile pour le BSP, quadrees, octrees

# Graphe de scène

Arbre décrivant une hiérarchie, une dépendance d'objets

Exemple avec Ogre3D



# Organisation d'une scène

```
Ogre::Root*          mRoot;  
Ogre::Camera*        mCamera;  
Ogre::SceneManager* mSceneMgr;  
Ogre::RenderWindow* mWindow;
```

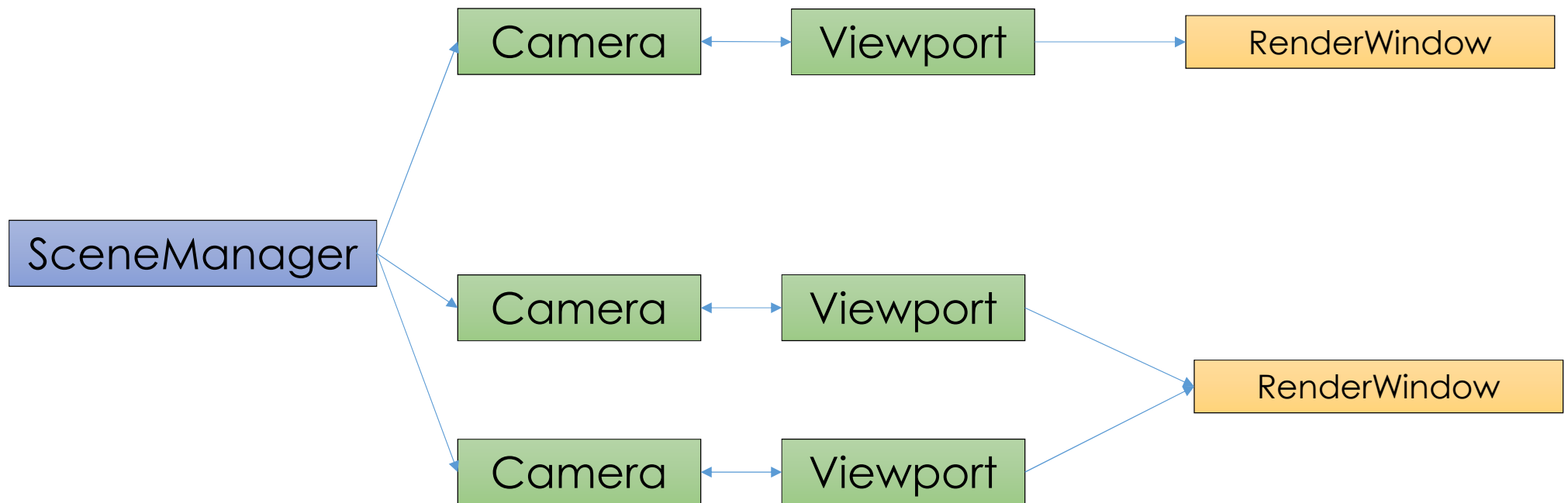
Objet **mRoot** – configuration d'Ogre3D (direct3D ou openGL ? Plein écran ou non ?)

Objet **mCamera** – SetPosition / lookAt / setNearClipDistance / setFOVy / setAspectRatio  
cf : [https://www.ogre3d.org/docs/api/1.9/class\\_ogre\\_1\\_1\\_camera.html](https://www.ogre3d.org/docs/api/1.9/class_ogre_1_1_camera.html)

Frustum : accès aux Ogre::Plane

Objet **mSceneManager** – gère le culling (abattage/sélection) et le rendu d'une collection d'objets, en choisissant quelle(s) méthode(s) utiliser.

# RenderWindow



# Retour au graphe de scène

```
mRoot->createSceneManager (Ogre::ST_GENERIC) ;
```

```
Ogre::SceneNode *rootSceneNode = sceneManager->getRootSceneNode() ;
```

Sert de référence aux autres nœuds, position(0,0,0)

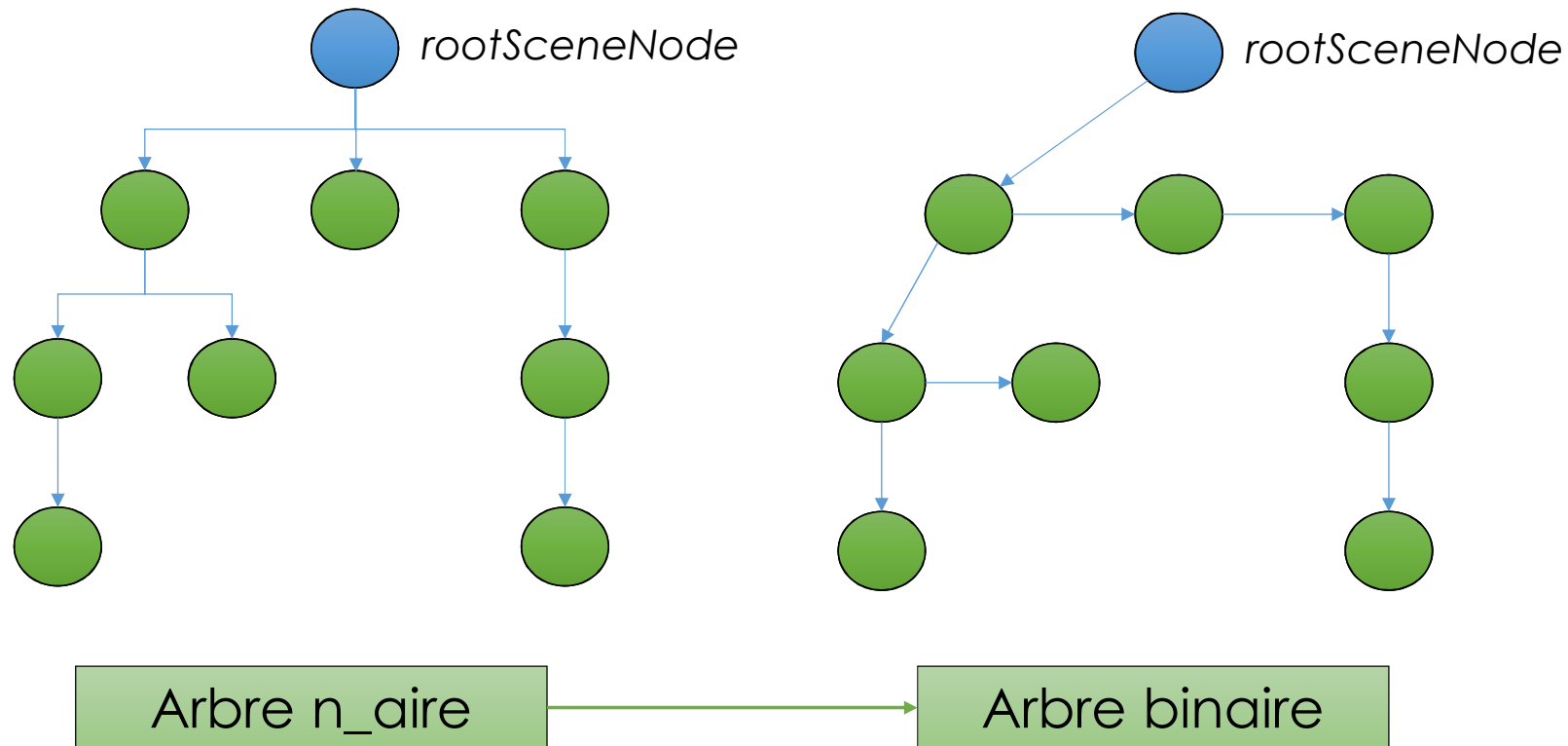
```
Ogre::SceneNode *someNode = anotherNode->createChildSceneNode ("name") ;
```

nœud Enfant

nœud Parent

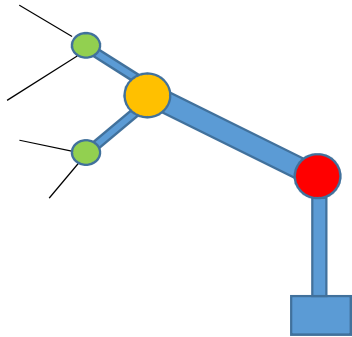
Seule manière de  
créer un noeud

# Structure d'arbre





Exemple : quel est le graphe de scène de l'objet ci-dessous ?



# SceneNodes

Les caractéristiques géométriques d'un nœud sont définies par rapport à celles de son nœud parent

Position  $(x, y, z)$  dans le repère du nœud parent

Taille  $(s_x, s_y, s_z)$  par rapport à la taille du nœud parent

Orientation  $(q)$  dans le repère du nœud parent

Possibilité de les exprimer en fonction du *rootSceneNode*

# entités

ne visualise rien :

une entité Ogre::Entity :

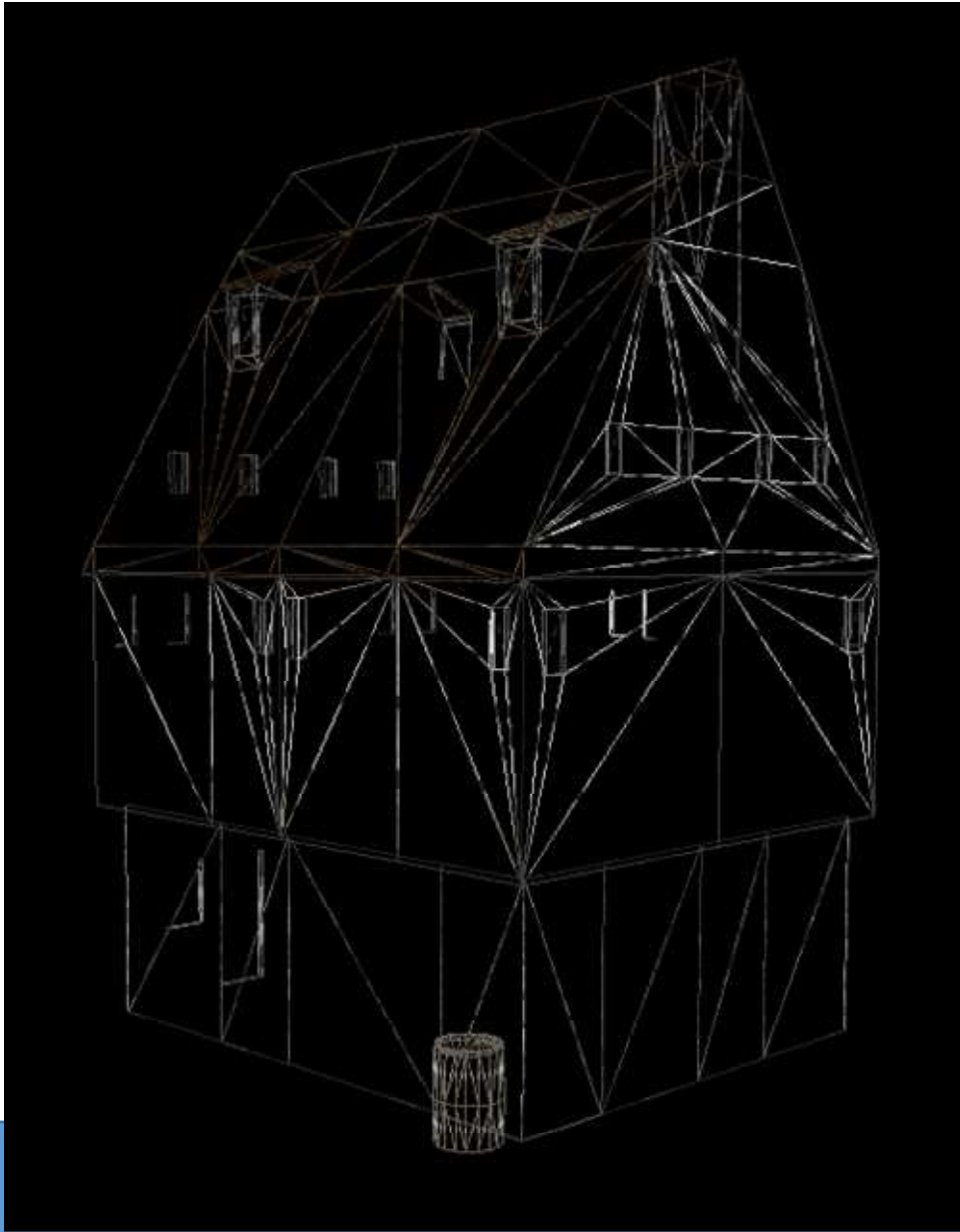
[api/1.9/class\\_ogre\\_1\\_1\\_entity.html](http://api/1.9/class_ogre_1_1_entity.html)

maillage + un matériau

```
createEntity("cube", "tudorhouse.mesh");
```

Nom interne  
de l'entité

Nom du fichier  
contenant le maillage





```
..., "tudorhouse.mesh");
```

```
gleton().create("texturecube", "General");
```

```
State("fw12b.jpg");
```

par un fichier de texture  
(jpg)  
r déclaratif (.material)

# AABB / Nodes / entities

Les AABB sont associées à des étendues dans l'espace

SceneNode      ou    Entity ?

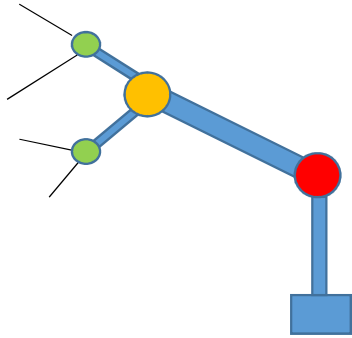
Elles peuvent être regroupées pour traitement rapide du frustum culling.

Sur quel critère regrouper ?

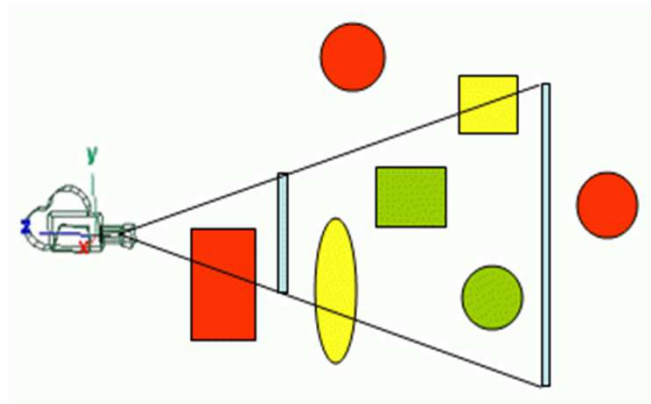
Comment les regrouper ?

# Dessiner l'AABB de l'articulation rouge

Retour sur le frustum culling



# Frustum culling, le retour



Sur le frustum proposé à gauche (vu de dessus), quels objets sont visibles ?

Comment traiter les objets partiellement dans le frustum ?

Subdivision puis clipping

# On élimine encore

Transformations géométriques

Frustum culling

!

Projection

Clipping

?

?

?



# Visibilité

Être présent dans  
le frustum

$\neq$

Être visible, être  
rendu

occlusion



# Exercice

Soit un cube. Combien de facettes triangulaires sont nécessaires pour avoir un maillage d'un cube ?

Combien de faces d'un cube sont visibles à un instant donné ? Combien de triangles seront rendus au maximum ?

# Stockage de maillages

Proposer un format d'écriture de données (format de fichier) pour stocker de manière simple les points du maillage d'un cube de centre  $(0,0,0)$  et de côté 2.

Contrainte : dans ce format, les coordonnées de sommets ne doivent apparaître qu'une seule fois

# Stockage de maillages

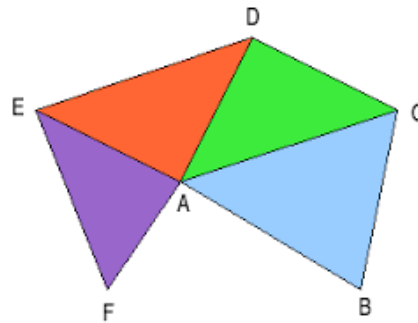
Proposer un format d'écriture de données (format de fichier) pour stocker la liste des facettes triangulaires composant le maillage

Contrainte : Vous devez utiliser la liste de sommets de l'étape précédente

# Stockage de maillages (3)

Proposer un format compact pour les structures :

Trianglefan :



Trianglestrip :

