INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNIQUES DES YVELINES

Stéréovision

- **Patrick Bonnin**

✓ **Institut des Sciences et Techniques des Yvelines ISTY**

✓ **Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles**

✓ **Université de Versailles Saint Quentin UVSQ**

Modélisation de l'Objectif : 2D

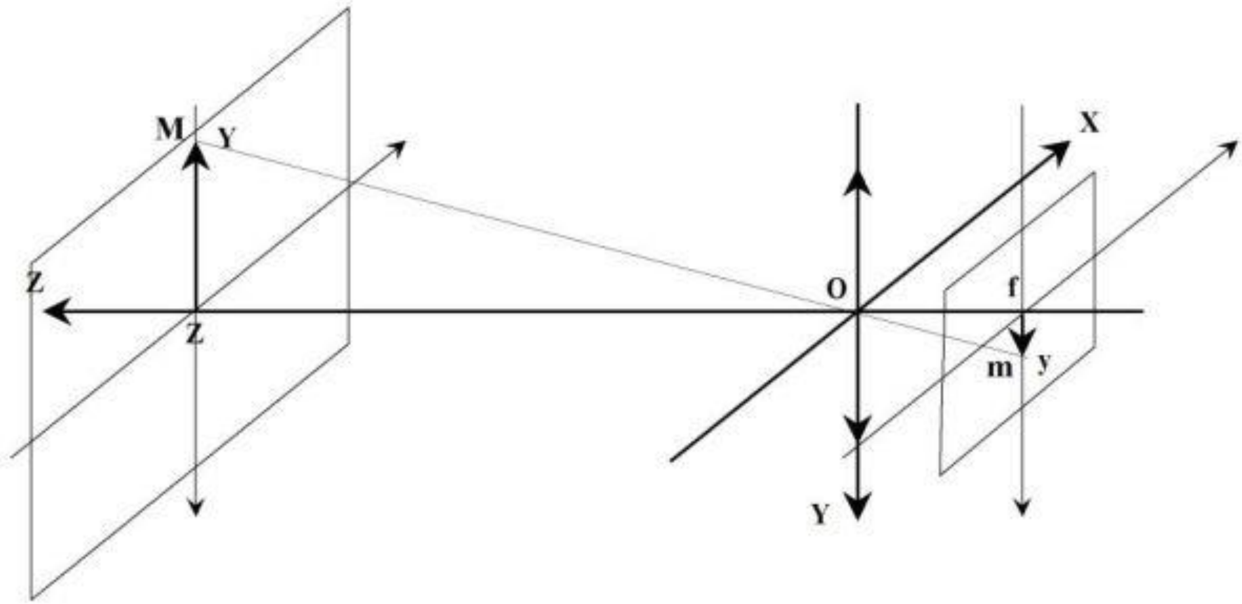


Figure 1: Objectif Photo : Modélisation 2D.

- **Repère:**
  - ✓ **O : Centre Optique;**
  - ✓ **OZ : Axe optique,**
  - ✓ **OY : Vertical**
  - ✓ **OX : Horizontal**
- **Objet :**
  - ✓ **Sur OY, à Z**
- **Plan Focal:**
  - ✓ **f < 0**

$$\begin{aligned} Y < 0 &\quad : \quad Z > 0 \\ y > 0 &\quad : \quad f < 0 \\ \frac{y}{f} &\quad = \quad \frac{Y}{Z} \end{aligned}$$

Modélisation de l'Objectif : 3D

- **Repère:**
  - ✓ O : Centre Optique;
  - ✓ OZ : Axe optique,
  - ✓ OY : Vertical
  - ✓ OX : Horizontal
- **Objet :**
  - ✓ Plan (O,X,Y), à Z
- **Image :**
  - ✓ Renversée en Z=f <0.

$$Y < 0 \quad : \quad X > 0 \quad : \quad Z > 0$$
$$y > 0 \quad : \quad x < 0 \quad : \quad f < 0$$

$$\frac{y}{f} = \frac{Y}{Z}$$

$$\frac{x}{f} = \frac{X}{Z}$$

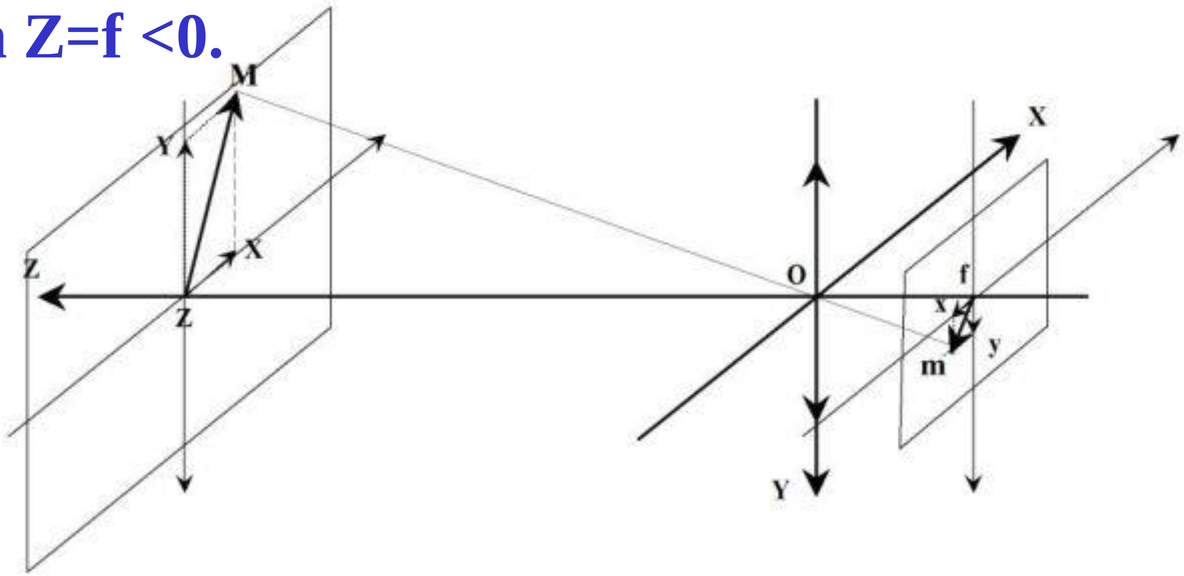


Figure 2: Objectif Photo : Modélisation 3D.

Modélisation de l'Objectif en Vision

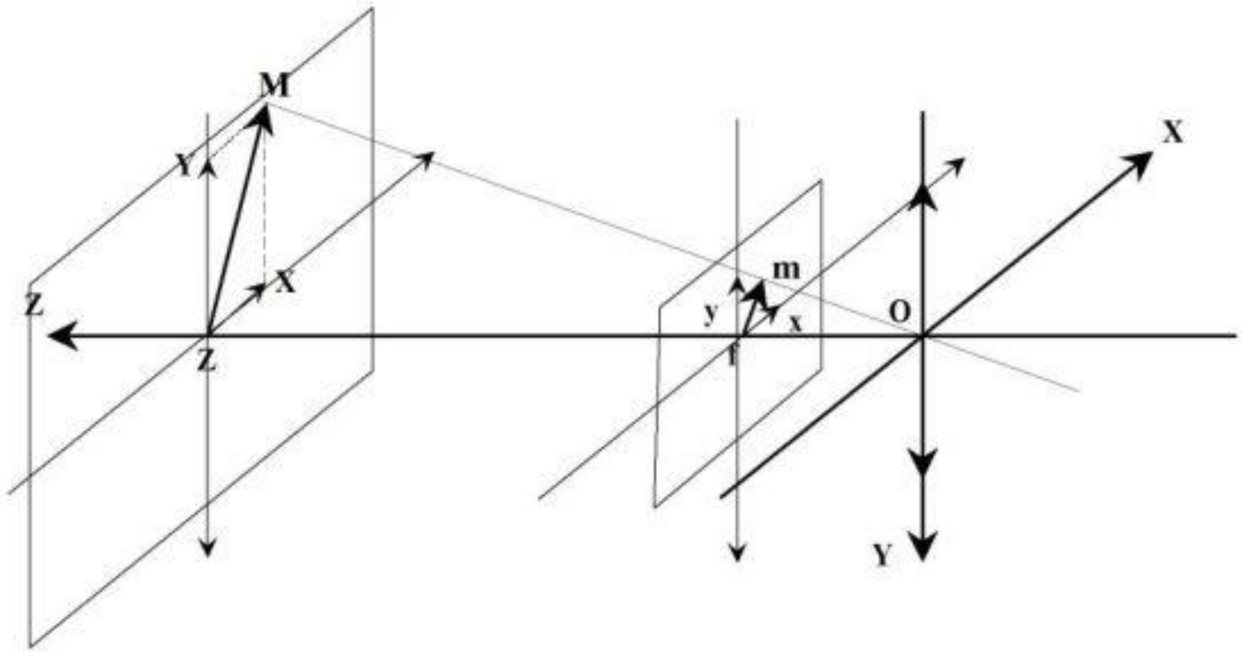


Figure 3: Modélisation pour la Vision.

- **Repère:**
  - ✓ **Identique**
- **Objet :**
  - ✓ **Plan (O,X,Y), à Z**
- **Plan Focal :**
  - ✓ **« Virtuel »**
  - ✓ **En Z = |f| > 0.**
- **Image :**
  - ✓ **Même sens**

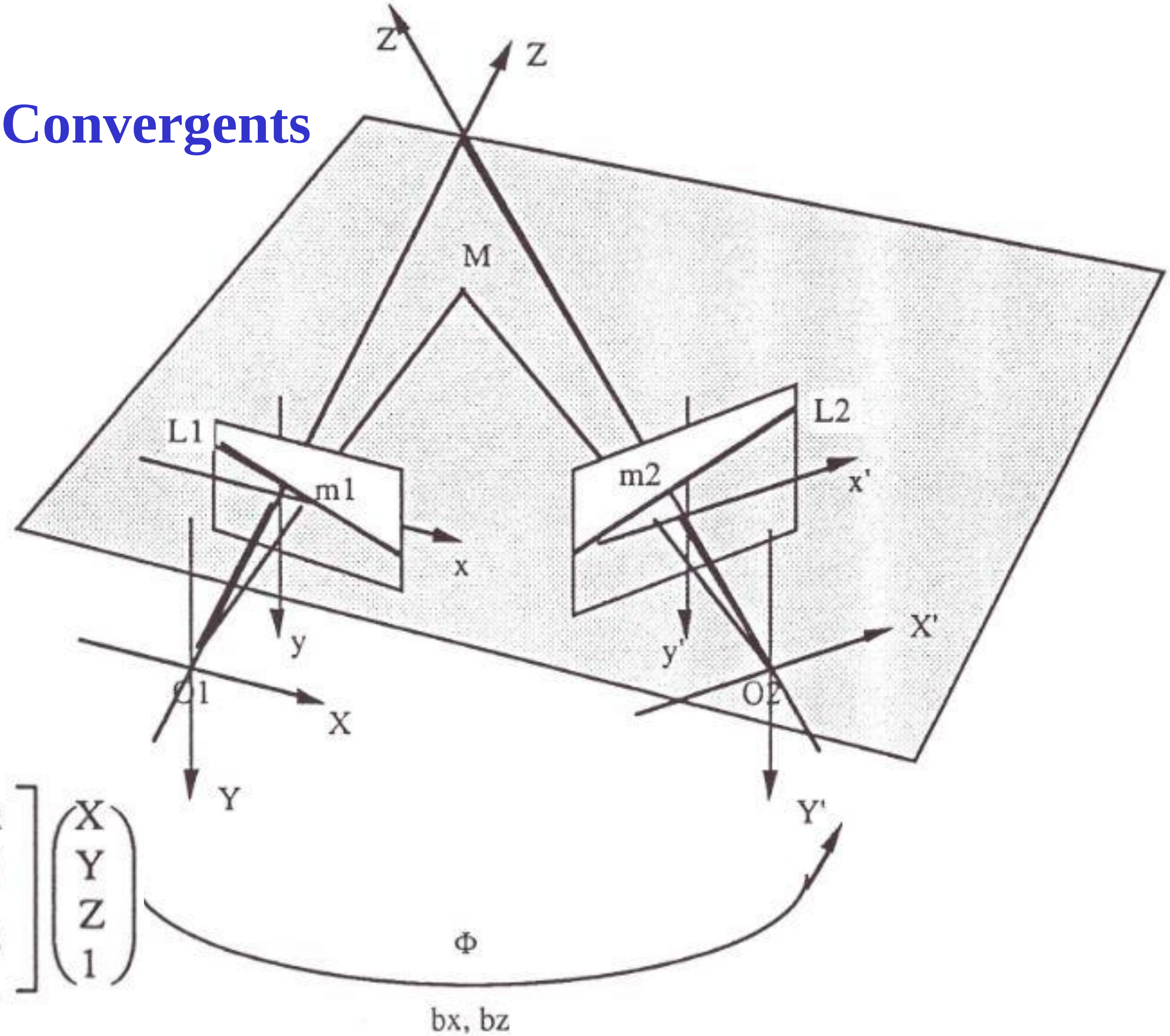
$$Y < 0 \quad : \quad X > 0 \quad : \quad Z > 0$$
$$y < 0 \quad : \quad x > 0 \quad : \quad f < 0$$

$$\frac{y}{f} = \frac{Y}{Z}$$

$$\frac{x}{f} = \frac{X}{Z}$$

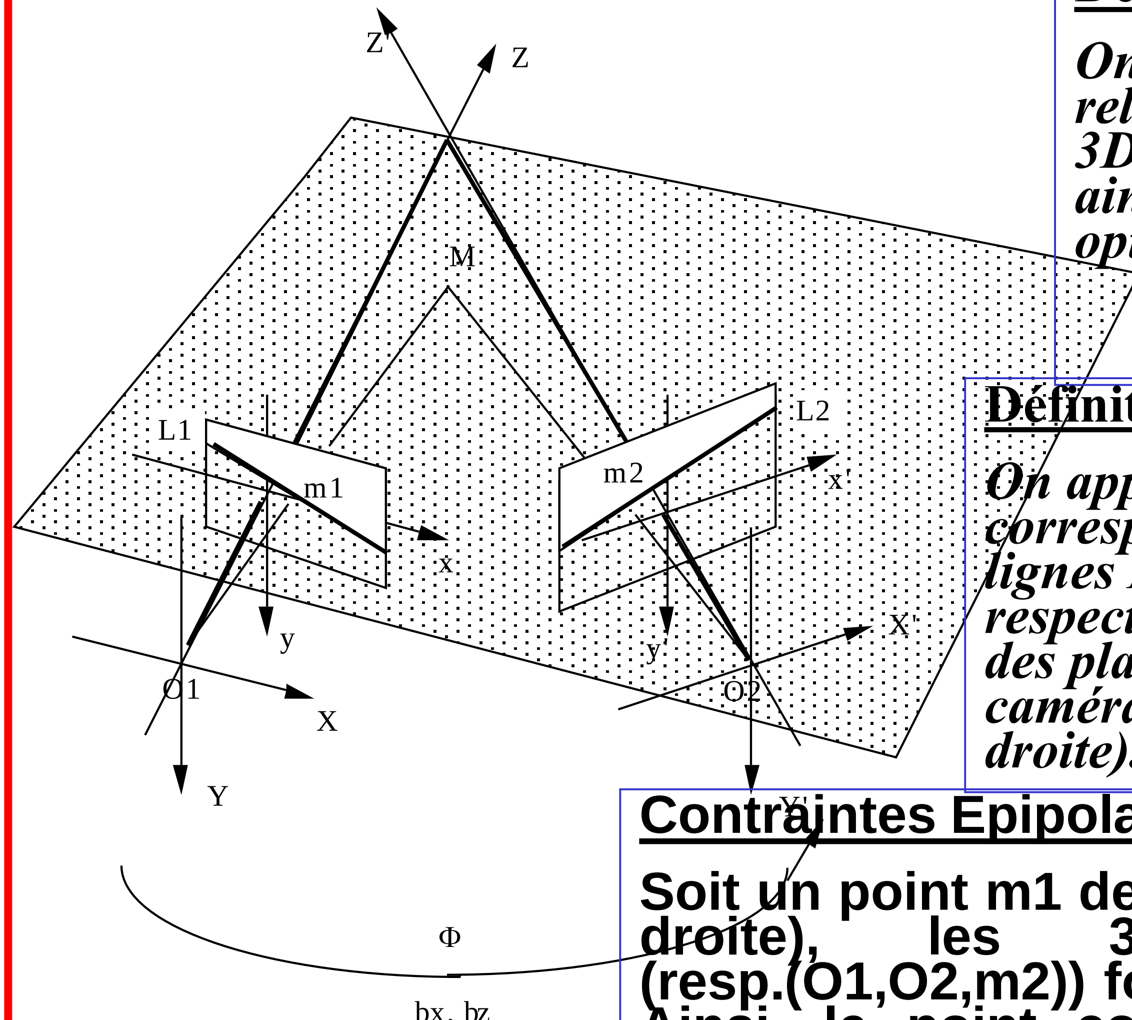
Banc Stéréoscopique Binoculaire

- **Repères :**
  - ✓ Identiques
  - ✓ Axes Optiques Convergents
- **Rotation :**
  - ✓ Angle ϕ
- **Translation:**
  - ✓ bx, bz
- **Formules :**
  - ✓ X’ = M(X)



$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi & b_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Géométrie et Contraintes Epipolaire : Quelques Définitions



Définition 1: Plan épipolaire

On appelle plan épipolaire relatif à un point M de l'espace 3D, le plan contenant ce point M ainsi que les deux centres optiques O1et O2des caméras.

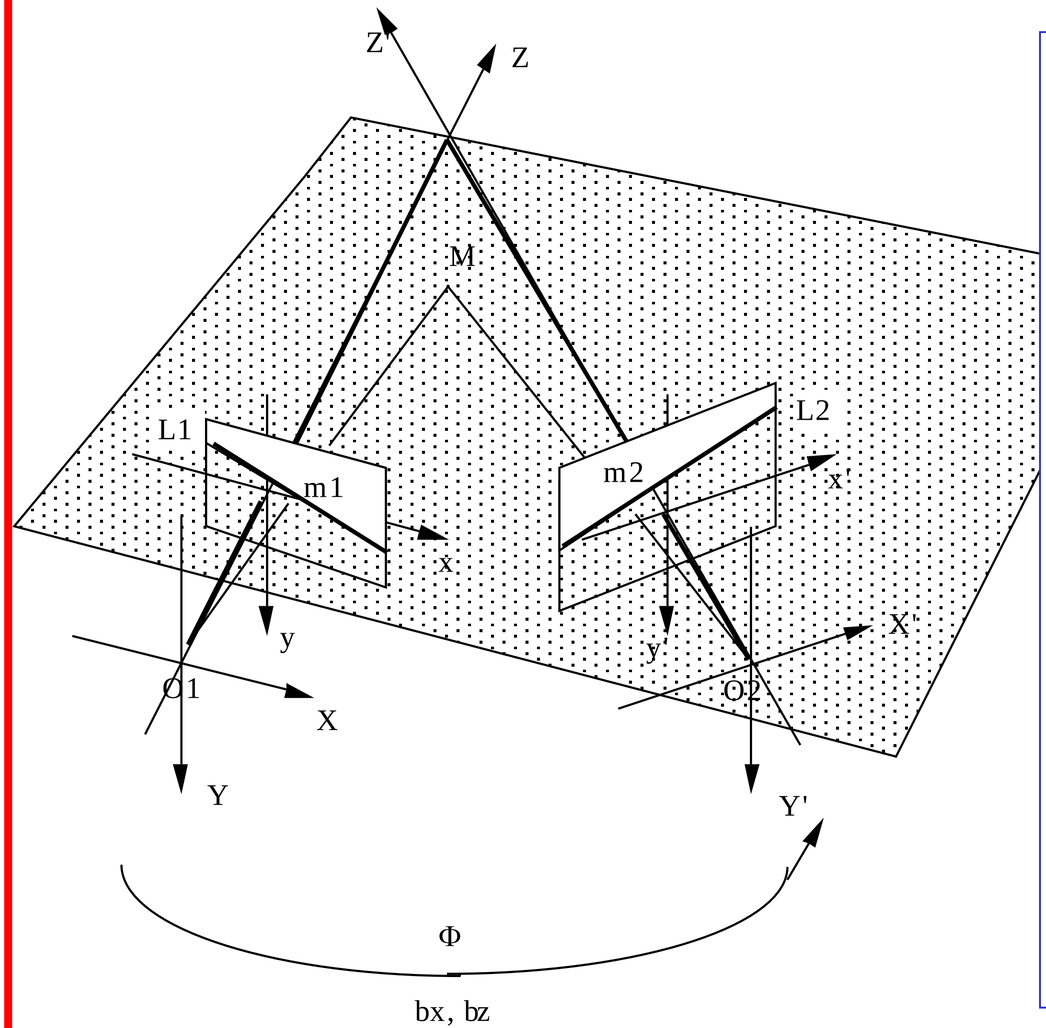
Définition 2: Lignes épipolaires

On appelle lignes épipolaires correspondantes au point M les lignes L1 et L2 intersections respectives du plan épipolaire P et des plans focaux π1 et π2 des deux caméras (ou images gauche et droite).

Contraintes Epipolaires:

Soit un point m1 de l'image gauche (resp. m2 droite), les 3 points (O1,O2,m1) (resp.(O1,O2,m2)) forment un plan épipolaire. Ainsi, le point correspondant à m1 dans l'image droite (resp. m2 gauche) sera situé sur la ligne épipolaire L2 (resp L1).

Les Epipolaires en Equation:



Pour tout point m1 de coordonnées (x1, y1) de l'image gauche, son correspondant m2 de coordonnées (x2, y2) dans l'image droite est situé sur l'épipolaire L2d'équation

y1 bz x2+ [bx.(cos φ – x1.sin φ) - bz.(x1.cos φ + sin φ)] y2- y1bZ= 0

Partant d'un point m2 de l'image droite, l'épipolaire L1 correspondante s'obtient à partir de l'équation précédente la réorganisant, soit:

- (bx sin φ + bzcos φ) y2. x1+ (bz x2- bx). y1+ (bx cos φ – bz sin φ) y2 = 0

Démonstration Equations des Epipolaires (1) :

Cette transformation s'exprime par la matrice: $\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi & b_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$ [eq 1].

Si l'on prend la focale de distance unité $f = 1$, soient m_1 et m_2 les projections dans les images gauche et droite d'un même point M: $m_1 \begin{pmatrix} x = X/Z \\ y = Y/Z \end{pmatrix}$ [eq 2] et $m_2 \begin{pmatrix} x' = X'/Z' \\ y' = Y'/Z' \end{pmatrix}$ [eq 3].

Ainsi, en combinant les équations 1,2 et 3:

$$x' = \frac{\cos\phi \; X + \sin\phi \; Z + b_x}{-\sin\phi \; X + \cos\phi \; Z + b_z} = \frac{(\cos\phi \; x + \sin\phi) \; Z + b_x}{(-\sin\phi \; x + \cos\phi) \; Z + b_z} \qquad \text{[eq4]}$$

$$y' = \frac{Y}{-\sin\phi \; X + \cos\phi \; Z + b_z} = \frac{y \; Z}{(-\sin\phi \; x + \cos\phi) \; Z + b_z} \qquad \text{[eq 4']}$$

Démonstration Equations des Epipolaires (2) :

- **Elimination de Z :**
  - ✓ **Expression fonction x,y, x',y', bx, bz, ϕ**

$$\frac{x'}{y'} = \frac{(\cos\phi\ x + \sin\phi)\ Z + b_x}{y\ Z} \quad \text{soit} \quad Z = \frac{b_x\ y'}{x'y - (\cos\phi\ x + \sin\phi)\ y'}$$ et en reportant dans 4':

$$y' = \frac{y\left[\dfrac{b_x\ y'}{x'y - (\cos\phi\ x + \sin\phi)\ y'}\right]}{(-\sin\phi\ x + \cos\phi)\dfrac{b_x\ y'}{x'y - (\cos\phi\ x + \sin\phi)\ y'} + b_z}$$

soit l'expression $[(-\sin\phi\ x + \cos\phi)\ b_x\ y' + b_z\ x'y - (\cos\phi\ x + \sin\phi)\ y'] = y\ b_x$.

Contraintes Epipolaires : Utilisation :

- **En Pratique :**
  - ✓ **Permet de Limiter la Zone de Recherche de Points Correspondants**

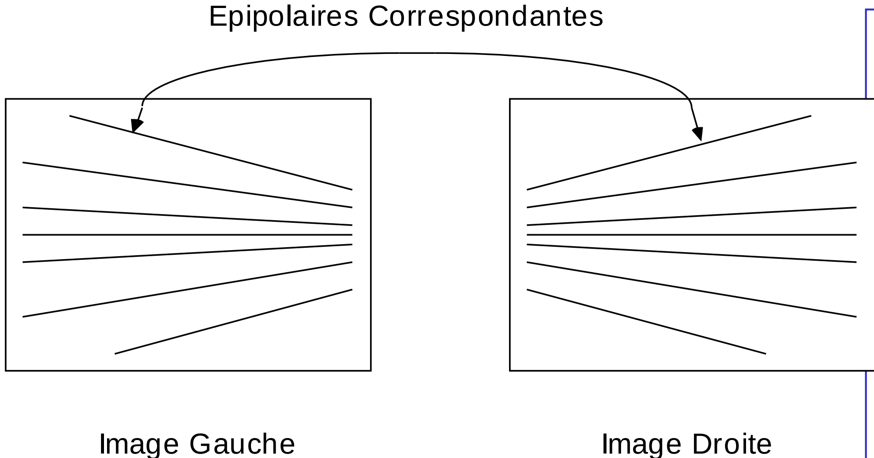
En pratique, soit un point m_1 de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, le point m_2 de coordonnées $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ correspondant appartient à la droite d'équation:

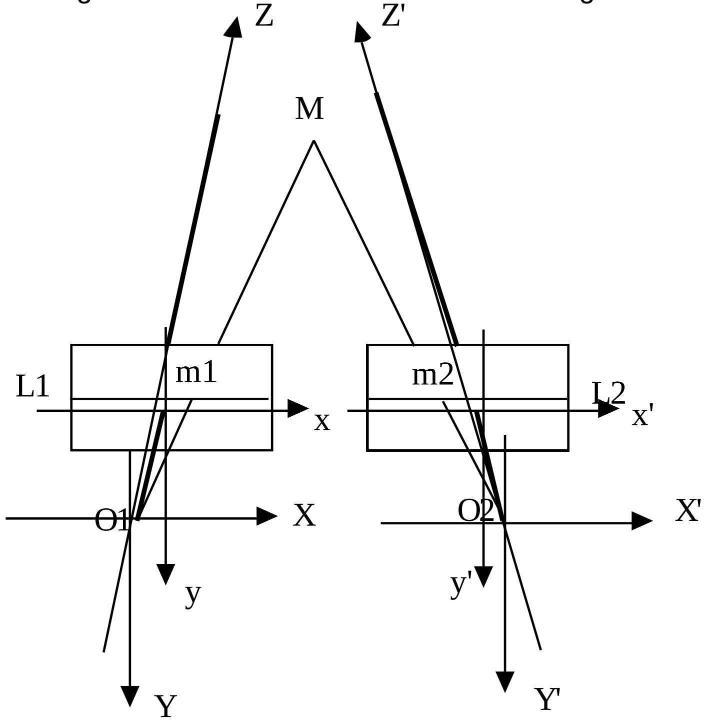
$$y\, b_z\, x' + [b_x.(\cos\phi - x.\sin\phi) - b_z.(x.\cos\phi + \sin\phi)]\, y' - y\, b_z = 0$$

Réciproquement, partant d'un point m_2 de l'image droite, le point $m_1$correspondant appartient à la droite dont l'équation s'obtient en réorganisant l'équation précédente, soit:

$$-(b_x \sin\phi + b_z \cos\phi)\, y'.\, x + (b_z\, x' - b_x).\, y + (b_x \cos\phi - b_z \sin\phi)\, y' = 0$$

Les Epipolaires en Equation:





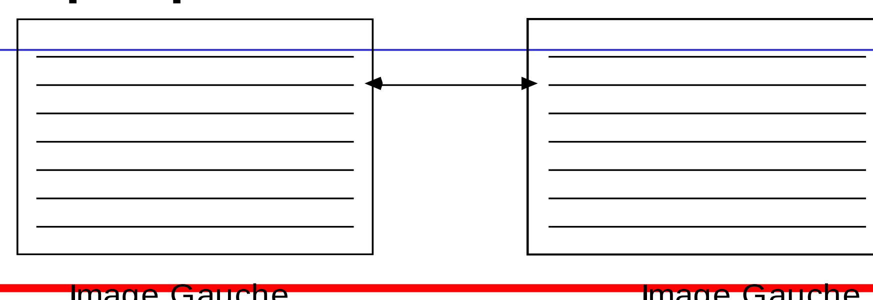
Cas particulier : $\phi = 0$, (les axes optiques des deux caméras sont parallèles), et si $b= 0$, (les deux plans focaux des caméras sont coplanaires),

$$y2 = y1.$$

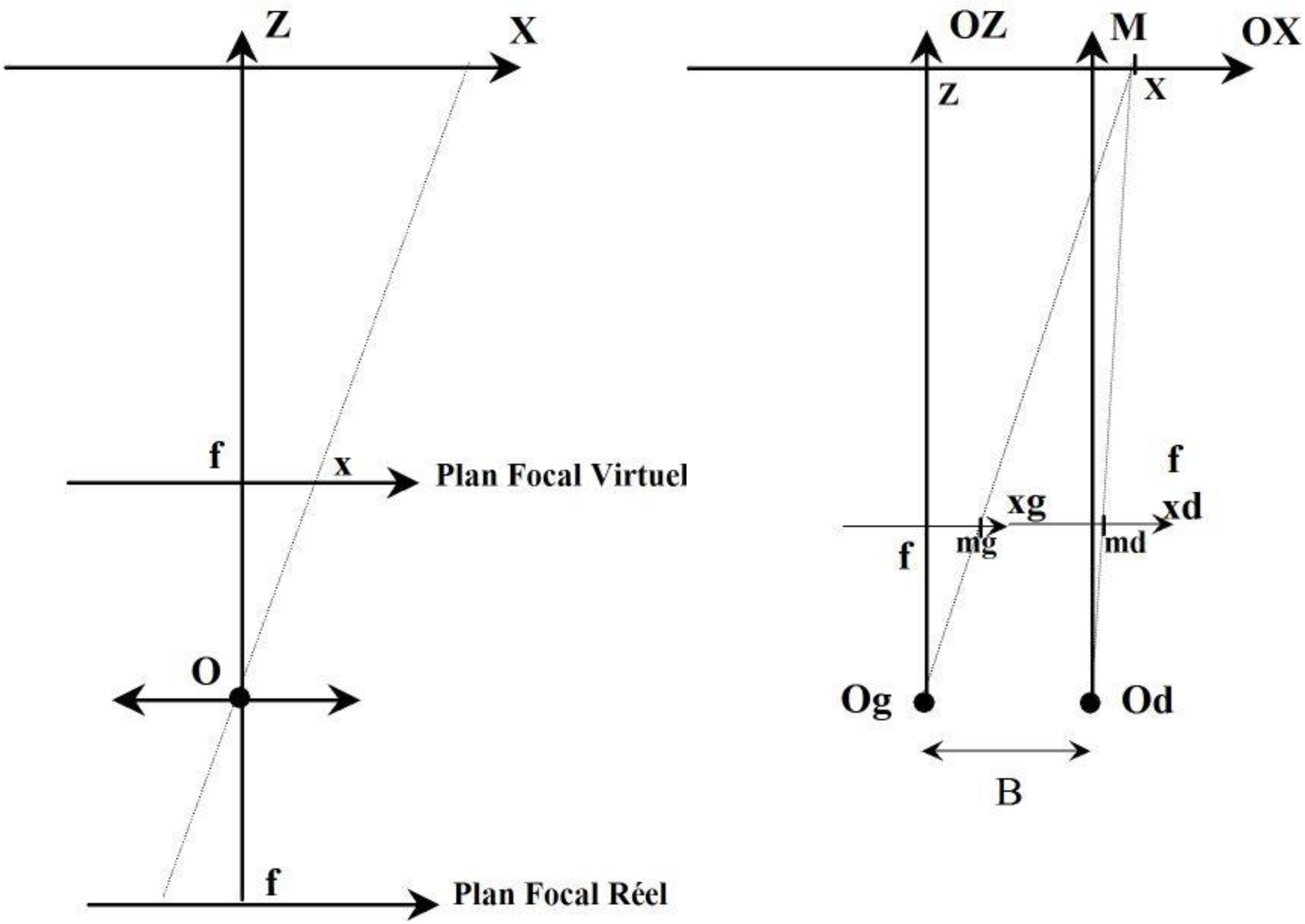
Dans ce cas, appelé "dispositif à géométrie rectifiée" les contraintes géométriques s'énoncent selon les deux contraintes suivantes:

- les lignes épipolaires sont les lignes des deux images,

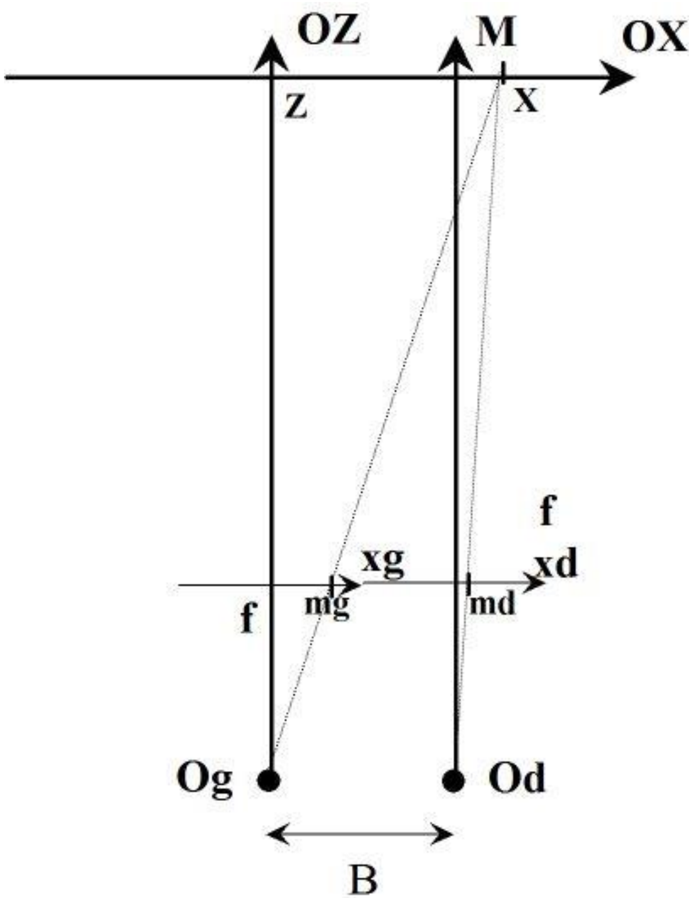
- la nième ligne de l'image gauche a pour épipolaire correspondante la nième ligne de l'image droite et réciproquement.



Banc Stéréoscopique à Géométrie Rectifée:



Banc Stéréoscopique à Géométrie Rectifée : Formules



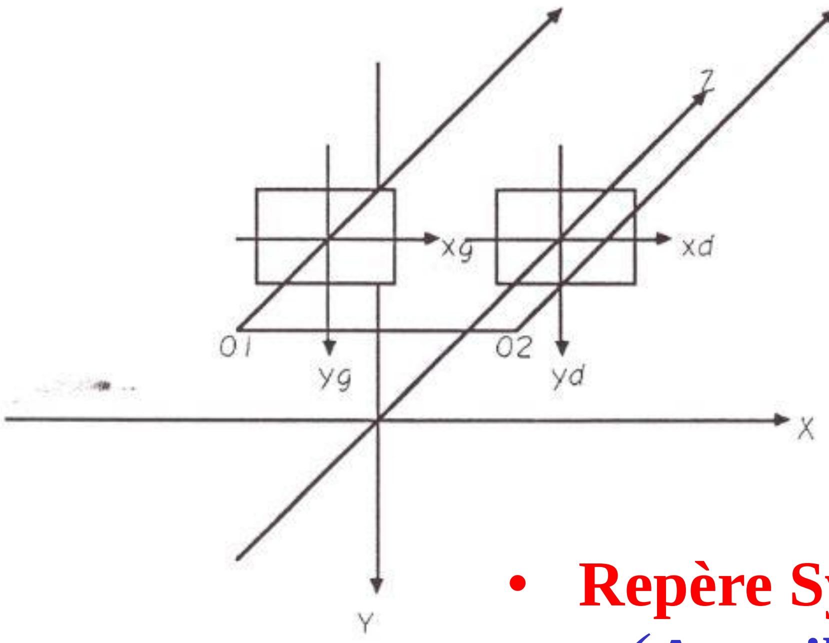
- **Repère Asymétrique:**
  - ✓ **De la Caméra Gauche**

$$\frac{X}{xg} = \frac{X-B}{xd} = \frac{Y}{y} = \frac{Z}{f}$$

$$xg = \frac{X.f}{Z} \ : \ xd = \frac{(X-B).f}{Z} \Rightarrow d = (xg - xd) = \frac{B.f}{Z}$$

$$Z = \frac{B.f}{d} \ : \ X = \frac{B.xg}{d} = B.(1+\frac{xd}{d}) \ : \ Y = \frac{B.y}{d}$$

Banc Stéréoscopique :



- **Repère Symétrique:**
  - ✓ **Au milieu des caméras**

Les diverses notations sont:

O1 ($-\Delta/2$, -h, 0); O2 ($\Delta/2$, -h, 0)
h: hauteur des caméras,
f: focale des caméras,

Δ: distance entre les caméras O1O2

δx, δy : taille en x et y du pixel sur le plan focal
nlig et ncol nombre de lignes et colonnes
ngx et ndx coordonnées pixel en X sur les images gauche et droite
ngy coordonnées pixel en Y sur l'image gauche
dx = ngx - ndx disparité en pixels
(xg,yg) , (xd,yd) coordonnées dans les plans images des points Mg et Md projection du point 3D M(X,Y,Z)

Equations du Banc Stéréoscopique :

Les centres optiques des deux caméras ont pour position: $O_1 = \begin{pmatrix} -\Delta/2 \\ -h \\ 0 \end{pmatrix}$ $O_2 = \begin{pmatrix} \Delta/2 \\ -h \\ 0 \end{pmatrix}$.

Le théorème de Thalès donne:

$$\frac{xg}{f} = \frac{X + \Delta/2}{Z} \quad [\text{eq } 1] \qquad \frac{xd}{f} = \frac{X - \Delta/2}{Z} \quad [\text{eq } 1'] \qquad \frac{yg}{f} = \frac{yd}{f} = \frac{Y + h}{Z} \quad [\text{eq } 1'']$$

Soit $yg = yd = \dfrac{f\,(Y + h)}{Z}$ [eq 2] $xg = \dfrac{f\,(X + \Delta/2)}{Z}$ [eq 2'] et $xd = \dfrac{f\,(X - \Delta/2)}{Z}$ [eq 2']

En posant par définition la disparité d: $d = xg - xd$ et en utilisant 1 et 1': $d = \dfrac{\Delta f}{Z}$ [eq 3]

En reportant 3 dans 1,1' et 1" on tire X,Y et Z en fonction des coordonnées sur les plans images. Sachant que les centres des images ont comme coordonnées en pixels $\begin{pmatrix} \frac{ncol}{2} - 1 \\ \frac{nlig}{2} - 1 \end{pmatrix}$ on en déduit les relations entre coordonnées et nombre de pixels:

$xi = [\, nxi - (ncol/2 - 1)]\, \delta x$ et $yi = [\, nyi - (nlig/2 - 1)]\, \delta y$ pour $i = g$ ou $i = d$

Reconstruction 3D ; par Triangulation:

☞ Formules de passage 2D -> 3D (TRIANGULATION)

* *En fonction des coordonnées sur les plans images:*

$X = \Delta\, xg / (xg - xd) - \Delta/2$

$Y = \Delta\, yg / (xg - xd) - h$

$Z = \Delta\, f / (xg - xd)$

* *En fonction des coordonnées pixel image*

$X = (ngx - (ncol/2 - 1))\, \delta x\, \Delta / (dx\delta x) - \Delta/2$

$Y = (ngy - (nlig/2 - 1))\, \delta y\, \Delta / (dx\delta x) - h$

$Z = \Delta f / (dx\delta x)$

Projections 3D->2D:

☞ Formules de passage 3D -> 2D (PROJECTIONS)

* *En fonction des coordonnées sur les plans images:*

$xg = (X + \Delta/2)\, f / Z$, $\quad xg = (X - \Delta/2)\, f / Z$

$yg = yd = (Y + h)\, f / Z$

* *En fonction des coordonnées pixel image*

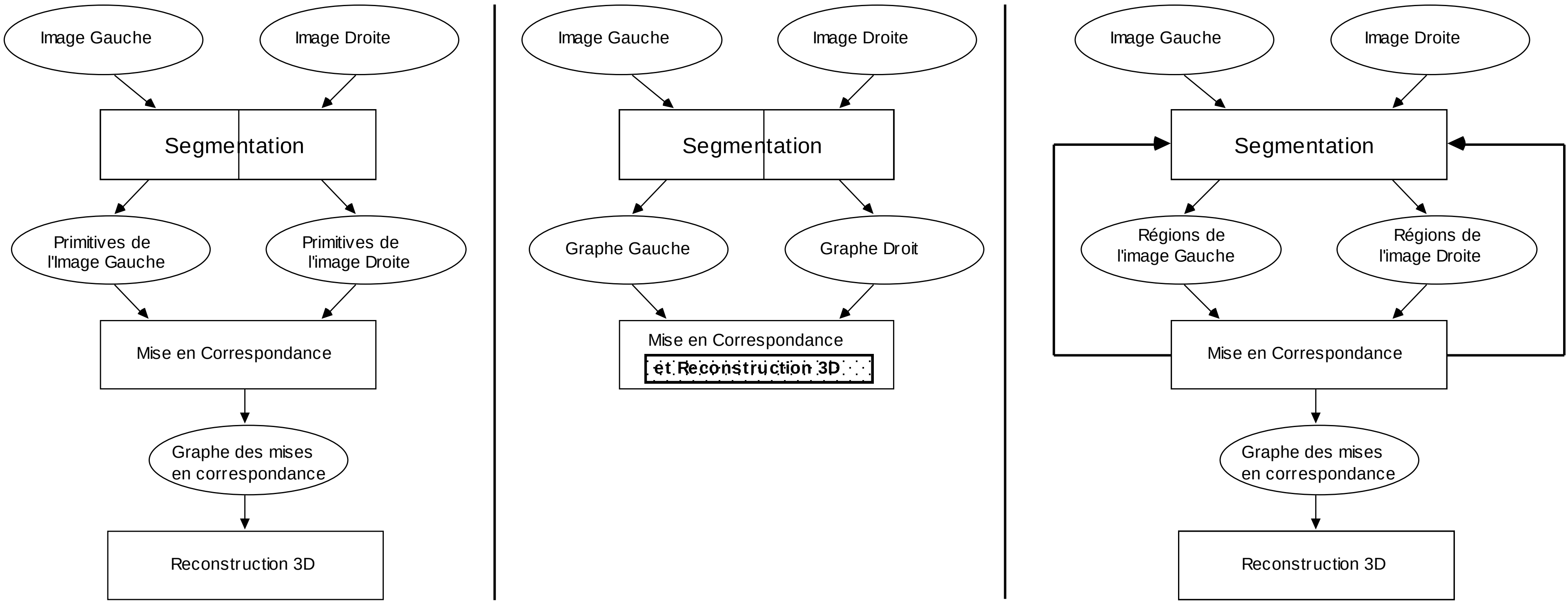
$ngx = (X + \Delta/2)\, f / (Z\delta x) + (ncol/2 - 1)$

$ndx = (X - \Delta/2)\, f / (Z\delta x) + (ncol/2 - 1)$

$ngy = ndy = (Y + h)\, f / (Z\delta y) + (nlig/2 - 1)$

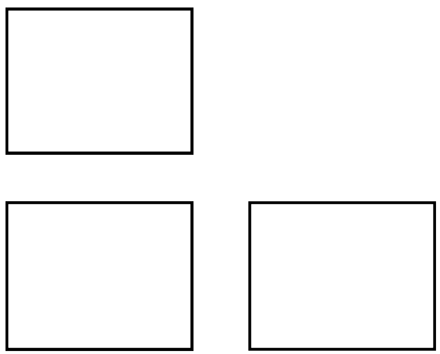
Les Principales Etapes:

- **4 principales Etapes :**
  - ✓ **Segmentation 2D,**
  - ✓ **Mise en Correspondance**
  - ✓ **Reconstruction 3D**
  - ✓ **Mise à Jour Incrémentale du Modèle 3D**

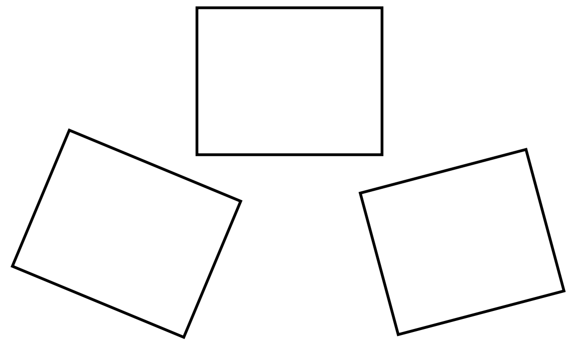


<u>Les Différents Type de Banc:</u>

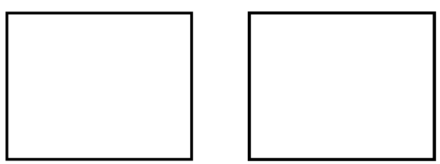
- **3 Types de Banc :**
  - ✓ **Monoculaire, dont stéréovision axiale,**
  - ✓ **Binoculaire**
  - ✓ **Trinoculaire (diverses associations)**



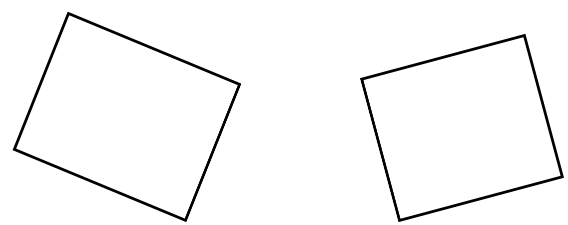
Trinoculaire Rectifié



Trinoculaire Quelconque



Binoculaire Rectifié



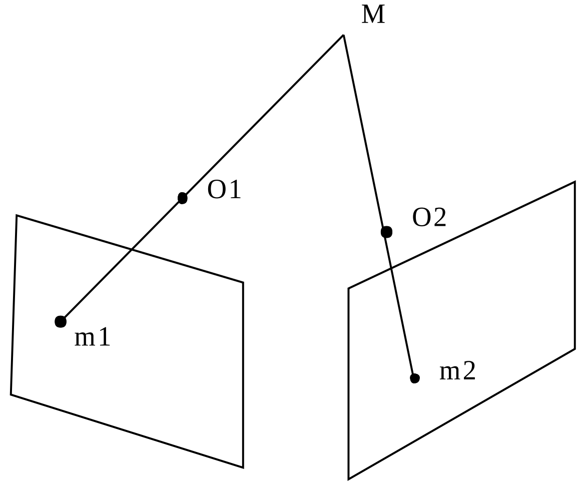
Binoculaire Quelconque

Nombreuses Approches:

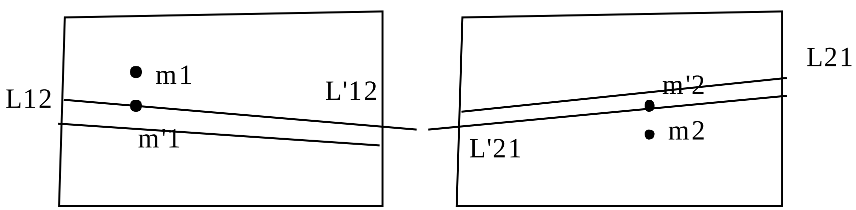
Banc / Primitives	Binoculaire	Trinoculaire
Locales	* Points d'Intérêt - Corrélation (Moravec 77, Thorpe 83) - Relaxation (Long,Berthod,Giraudon 85)	
	* Points de Contour - Programmation Dynamique (Ohta, Kanade 85)	* Points de Contour - Programmation Dynamique et relaxation (Ohta, et al 86)
	* Segments de Contour - Prédiction / Vérification (85) (Robert de St Vincent- Ayache, Faverjon)	* Segments de Contour - Prédiction / Vérification (87) (Lustmann, Ayache)
	* Jonctions de Segments - Prédiction / Vérification contrainte à la Reconstruction 3D (Herman,Kanade 84)	
Globales	* Régions - Association de Graphes d'Adjacence, et par "Tas" (Gagalowicz 87) - Programmation Dynamique sur les Frontières (Wrobel 87)	
"Mixtes"	* Lignes / Régions - Relaxation (Long,Berthod,Giraudon 86)	
	* Graphes de Segments - Isomorphismes de Sous Graphes (Skordas, Horaud 88)	

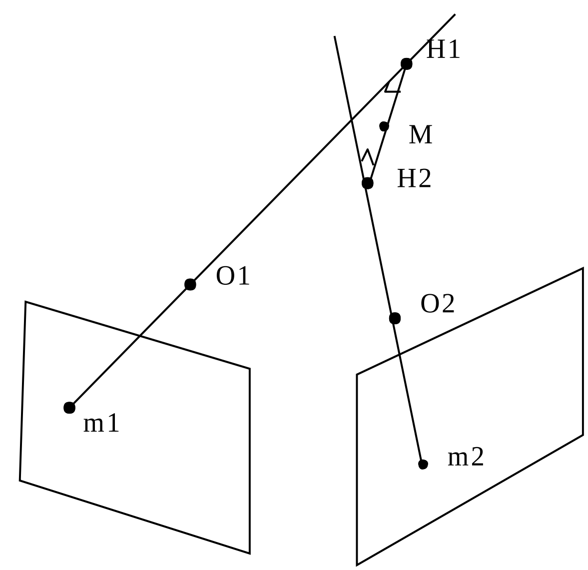
Construction d'un Point 3D à partir de Points 2D

Si les points m1 et m2 associés sont situés sur les épipolaires correspondantes, le point 3D M sera obtenu par triangulation à l'intersection des droites Om1 et Om2

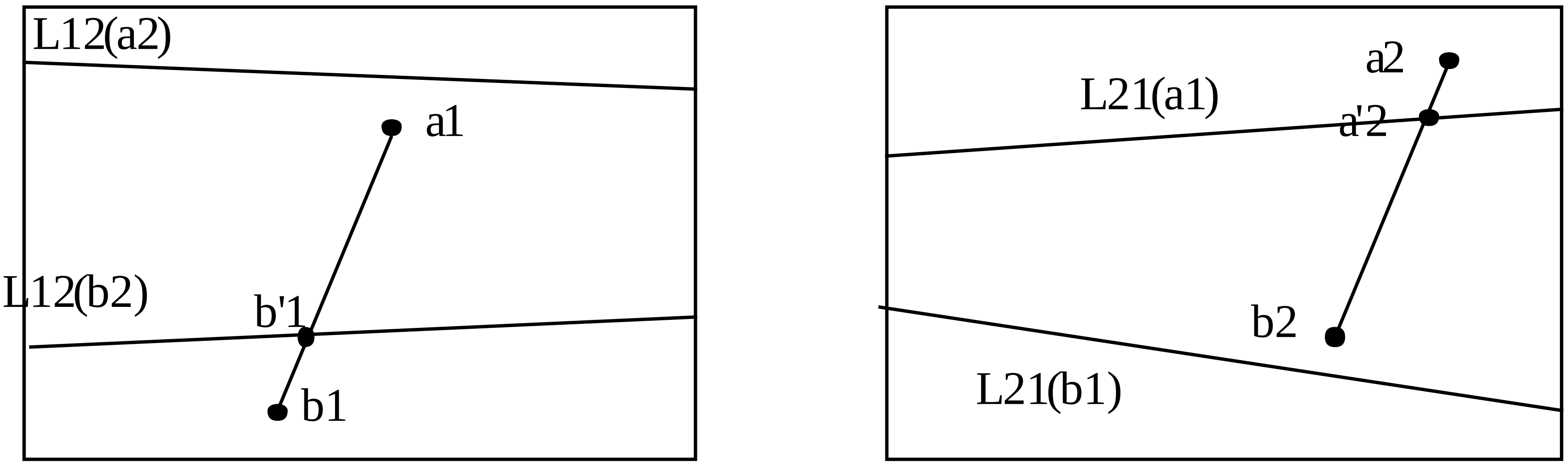


Sinon : Soit recalage sur une épipolaire « moyenne », soit le milieu de la perpendiculaire commune H1H2!



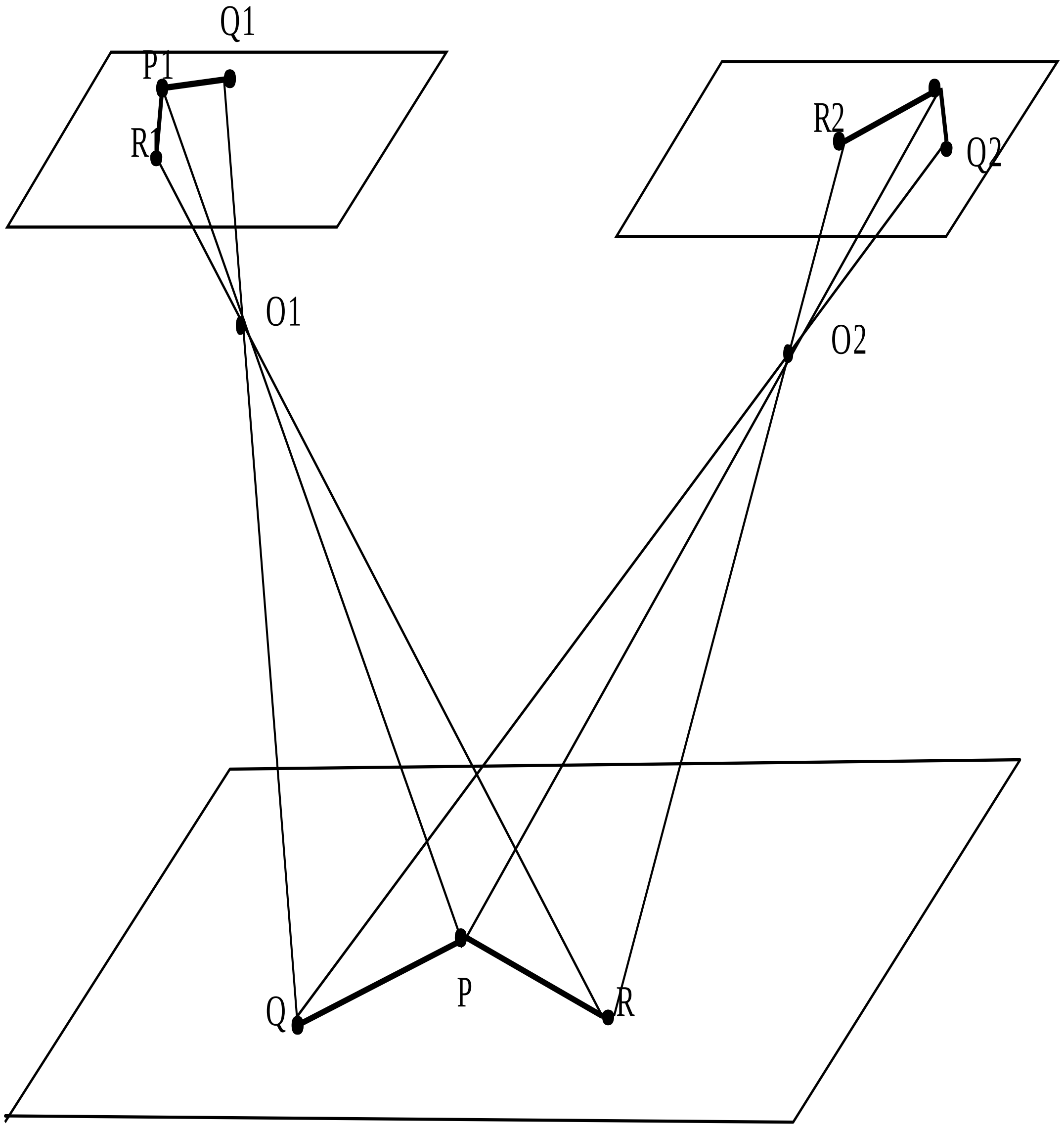


Construction d'un Segment 3D à partir de Segments 2D



il faut tracer dans l'image de droite (resp. de gauche) les deux épipolaires L21(a1) et L21(b1) correspondant aux extrémités a1 et b1 du segment de l'image gauche (resp. droite). La zone de correspondance est dans l'image de gauche (resp. de droite) l'intersection entre le segment a1b1 et la bande de lignes épipolaires comprise entre L12(a2) et L12(b2). Le segment 3D sera reconstruit par triangulation à partir des extrémités des zones de correspondance de chaque image

« The 3D Mosaïc System » : M.Herman , T.Kanade (CMU)
Reconstruction de Sommets 3D à partir de Jonctions

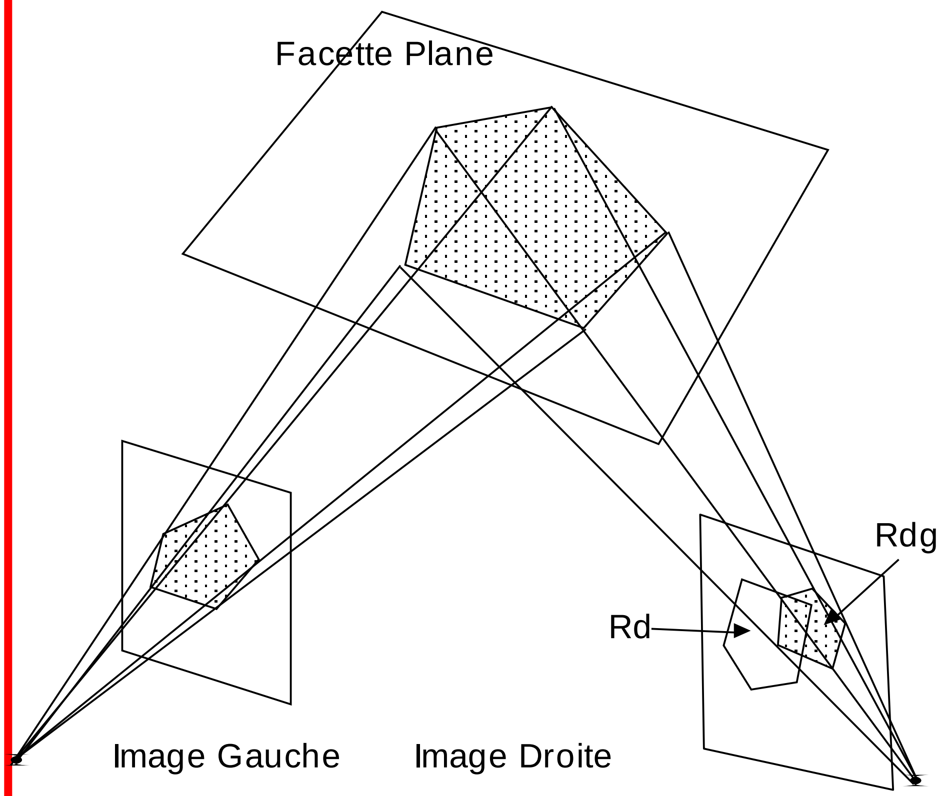


Spécifique à la Reconstruction 3D de Bâtiments polyhédriques

Les jonctions associées sont supposées être dans les images la projection de la partie d'un sommet de polyèdre contenue dans un plan horizontal.

La vérification consiste à prédire (QPR) à partir de J1 et du point central P2 de J2 la forme de le jonction J2 dans l'image droite: J'2, relativement à la contrainte précédemment évoquée, puis de comparer la jonction réelle J2 à la jonction prédite J'2.

Reconstruction de Plans 3D à partir de Régions 2D (A.Gagalowicz)



Transformation Gauche - Droite

Rg et Rd appariées, supposées être la projection d'une facette plane d'équation :

z = a.x + b.y + c.

Il est possible de prédire (*) l'allure de la région dans l'image droite (resp. gauche) Rdg. La région prédite Rdg est alors comparée à la région réelle Rd dans l'image droite (resp. gauche).

|| Car Rd- Car Rdg||+

|| Car Rg- Car Rgd||

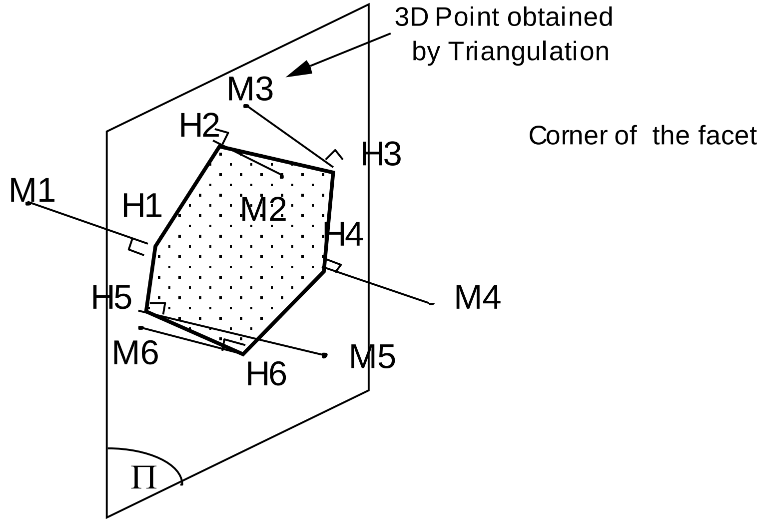
où Car R est le vecteur d'attributs de la région R

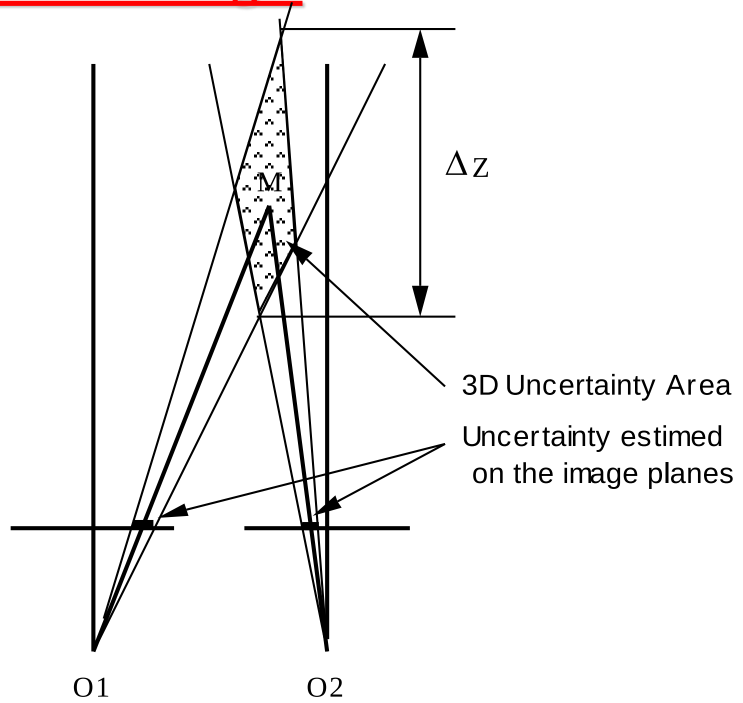
Les paramètres optimaux du plan sont obtenus à l'aide d'une technique de relaxation qui minimise l'erreur quadratique

Les Contraintes de Planarité

- **Raison d'être : Meilleure Précision de la Reconstruction 3D:**
  - ✓ **Pourquoi ? Toutes les incertitudes peuvent être traduites en pixels**
    - **L' incertitude peut être considérée constante sur toute l' image,**
    - **L' incertitude n'est pas constante dans l'Espace 3D**
- **Méthodes qui font l'Approximation de Plans 3D :**
  - ✓ **Correctes si les points 3D sont obtenus par télémetrie**
  - ✓ **Incorrectes avec les Méthodes de Stéréovision bi- ou tri- noculaire**

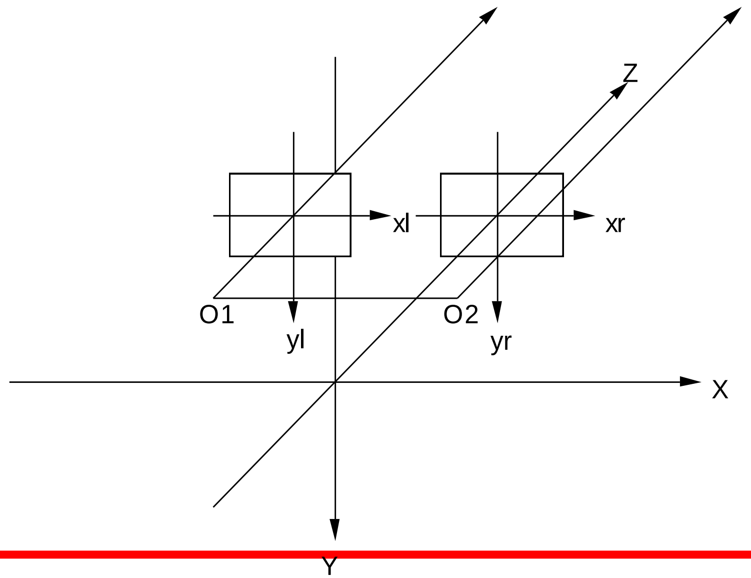
=> Espace Correct : les Images

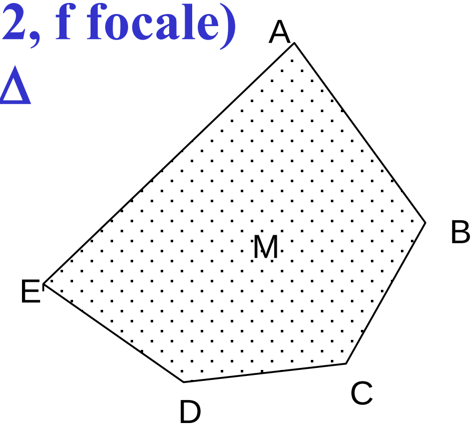


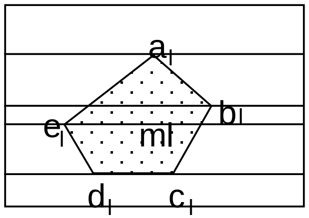


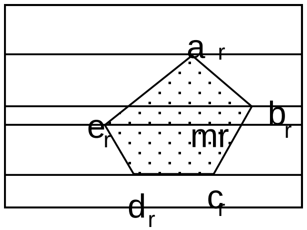
Les Contraintes de Planarité

- **Definition:**
  - ✓ Les contraintes de planarity garantissent l’existence d’une transformation affine entre les coordonnées des points correspondants dans les images gauche (Xl, Yl) et droite (Xr, Yr), qui sont générés par les points 3D (X, Y, Z), appartenant tous au même plan.
- **Cas du banc à Géométrie Rectifiée:**
  - ✓ $Xr = \alpha\, Xl + \beta\, Yl + \gamma$ $\qquad$ $Yr = Yl$
  - ✓ Les cœfficients α, β, γ dépendent uniquement des paramètres a, b, c, et d du plan d’équation: $aX + bY + cZ + d = 0$
  - ✓ $a = (\alpha - 1) / \Delta$; $b = \beta / \Delta$; (Δ = O1O2, f focale)
  - ✓ $c = \gamma / (f\,\Delta)$; $d = 1 + (\alpha - 1) / 2 + h\beta / \Delta$









Les Contraintes de Planarité

- **Méthode:**
  - ✓ Générer une hypothèse d'Association entre les points 2D des images gauche et droite,
  - ✓ Calculer les paramètres α, β, γ par minimisation (moindres carrés) de l'erreur quadratique:

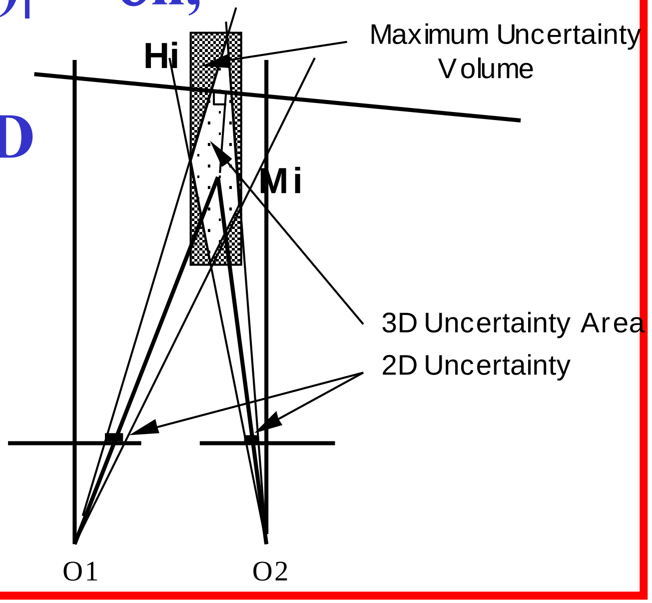
$$\varepsilon^2 = \Sigma\, [X_{ir} - (\alpha\, X_{il} + \beta\, Y_{il} + \gamma)]^2 / N$$

  - ✓ Vérifier la cohérence dans les images : pour chaque paire de points 2D en correspondance :

$$|\, Xir - (\alpha\, Xil + \beta\, Yil + \gamma\,)| < \delta n,$$

où δn est l'incertitude maximale

  - ✓ Vérifier la cohérence dans l'espace 3D H, la projection sur le plan 3D du point M doit être dans le volume d'incertitude
  - ✓ Génération d'hypothèses relative Au type de plans (horizontal, vertical)



Les Contraintes de Planarité

- **Requêtes au niveau de la Segmentation :**
  - ✓ **Segmentation Contour pour la Précision,**
  - ✓ **Segmentation Régions pour une Mise en Correspondance Globale.**

  ⇒Deux Segmentations : Contours et Régions
  Avec des résultats compatibles

  - ✓ **Solutions : Contours / Région Coopérative Segmentation,**

  Ou les Facettes 2D
- **Associations :**
  - ✓ **Deux Etapes : Régions, puis Segments de Contours appartenant aux Régions**