

Physique moderne : l'effet Ramsauer-Townsend

Qu'est ce que l'effet Ramsauer-Townsend ?

L'effet Ramsauer-Townsend est un phénomène physique qui provoque la diffusion des électrons de faibles énergies par les atomes d'un gaz noble.

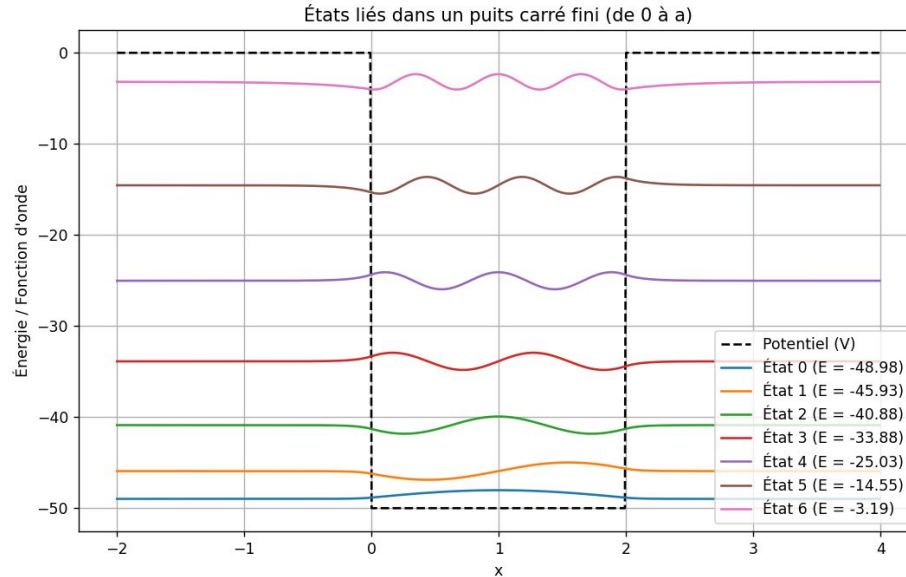
La diffusion ? il s'agit de l'interaction entre l'électron et l'atome qui peut conclure en une déviation de la trajectoire sans réelle perte d'énergie.

Pourquoi des électrons de faibles énergies ? Car à faible énergies, les électrons ont un comportement ondulatoire, ce qui permet de bien observer l'effet.

Pourquoi un gaz noble ? Car ils possèdent une couche électronique complète, ils sont donc stables et ne forment pas de liaison en contact d'électrons.

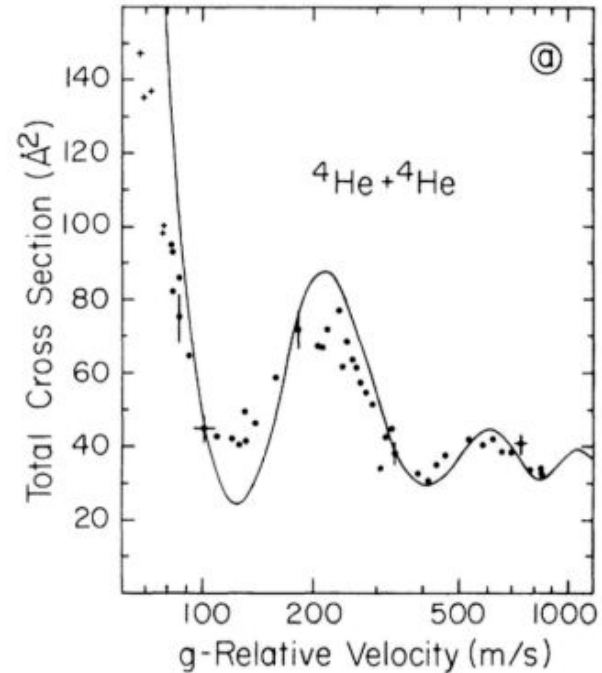
Les états stationnaires

Qu'est ce qu'un état stationnaire ? En physique quantique comme dans le cas classique, un état stationnaire est un état qui n'évolue pas dans le temps. Ici on cherche les ondes stationnaires du système.

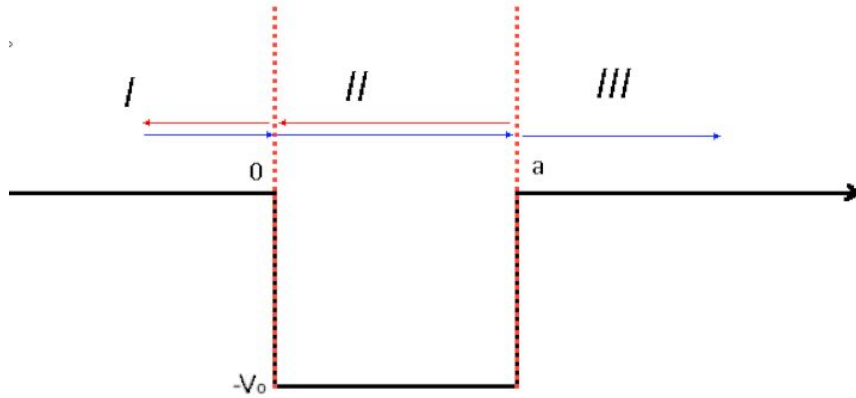


Résolution analytique du modèle

En partant du puits de potentiel fini et de l'équation de Schrödinger, nous allons chercher l'expression du coefficient de transmission T pour les ondes stationnaires. Nous cherchons une condition pour que $T=1$, c'est-à-dire une transmission parfaite, afin d'en déduire les équations de l'énergie. L'idée est de comparer les mesures analytiques et numériques avec les données expérimentales.



Résolution Analytique I :



Équation de Schrödinger :

$$\frac{-\hbar^2}{2m} * \frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} + V(x) * \phi(x) = E * \phi(x)$$

$V(x)$ en fonction des secteurs :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ -V_0 & \text{si } 0 < x < a \\ 0 & \text{si } x > a \end{cases}$$

Résolution Analytique II :

Équations par rapport aux régions :

$$\begin{aligned}\frac{-\hbar^2}{2m} * \frac{\partial^2 \phi_1(x)}{\partial x^2} &= E * \phi_1(x) \rightarrow \ddot{\phi}_1 = \frac{-2m}{\hbar^2} * E * \phi_1(x) = -k_1^2 * \phi_1(x); k_1 = \frac{\sqrt{2m * E}}{\hbar} \\ \rightarrow \phi_1(x) &= A * e^{i k_1 x} + B * e^{-i k_1 x}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-\hbar^2}{2m} * \frac{\partial^2 \phi_2(x)}{\partial x^2} - V_0 * \phi_2(x) &= E * \phi_2(x) \rightarrow \ddot{\phi}_2 = \frac{-2m * (E + V_0)}{\hbar^2} * \phi_2(x) = -k_2^2 * \phi_2(x); k_2 = \frac{\sqrt{2m * (E + V_0)}}{\hbar} \\ \rightarrow \phi_2(x) &= C * \sin(k_2 x) + D * \cos(k_2 x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-\hbar^2}{2m} * \frac{\partial^2 \phi_3(x)}{\partial x^2} &= E * \phi_3(x) \rightarrow \ddot{\phi}_3 = \frac{-2m}{\hbar^2} * E * \phi_3(x) = -k_3^2 * \phi_3(x); k_3 = \frac{\sqrt{2m * E}}{\hbar} = k_1 \\ \rightarrow \phi_3(x) &= F * e^{i k_1 x}\end{aligned}$$

Résolution analytique III :

Vérification de la continuité en 0 et en a :

$$\phi_1(0) = A * e^{i k_1 0} + B * e^{-i k_1 0} = A + B$$

$$\phi_2(0) = C * \sin(k_2 0) + D * \cos(k_2 0) = D$$

$$\phi_2(a) = C * \sin(k_2 a) + D * \cos(k_2 a)$$

$$\phi_3(a) = F * e^{i k_1 a}$$

$$\dot{\phi}_1(x) = i k_1 * A * e^{i k_1 x} - i k_1 * B * e^{-i k_1 x}$$

$$\dot{\phi}_2(x) = k_2 * (C * \cos[k_2 x] - D * \sin[k_2 x]) \quad \dot{\phi}_3(x) = i k_1 * F * e^{(i k_1 x)}$$

$$\dot{\phi}_1(0) = i k_1 * A - i k_1 * B$$

$$\dot{\phi}_2(0) = k_2 * C$$

$$\dot{\phi}_2(a) = k_2 * (C * \cos[k_2 a] - D * \sin[k_2 a])$$

$$\dot{\phi}_3(a) = i k_1 * F * e^{(i k_1 a)}$$

$$\phi_1(0) = \phi_2(0) \rightarrow A + B = D$$

$$\dot{\phi}_1(0) = \dot{\phi}_2(0) \rightarrow k_2 * C = i k_1 (A - B) \rightarrow C = \frac{i k_1}{k_2} * (A - B)$$

$$\phi_2(a) = \phi_3(a) \rightarrow C * \sin(k_2 a) + D * \cos(k_2 a) = F * e^{i k_1 a}$$

$$\dot{\phi}_2(a) = \dot{\phi}_3(a) \rightarrow k_2 (C * \cos(k_2 a) - D * \sin(k_2 a)) = i k_1 * F * e^{i k_1 a}$$

Résolution analytique IV

$$\rightarrow F = \frac{2 * k_2 k_1 * e^{-2ik_1 a}}{2 k_2 k_1 * \cos(2 * k_2 a) - i (k_1^2 k_2^2) \sin(2 k_2 a)} * A$$

$$T = \left| \frac{F}{A} \right|^2 = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \left| \frac{2 * k_2 k_1 * e^{-2ik_1 a}}{2 k_2 k_1 * \cos(2 * k_2 a) - i (k_1^2 k_2^2) \sin(2 k_2 a)} \right|^2 = \frac{4 k_1^2 k_2^2}{4 k_1^2 k_2^2 + \sin^2(2 k_2 a) * (k_1^4 + k_2^4 - 2 k_1^2 k_2^2)} = \frac{1}{1 + \sin^2(2 k_2 a) * (k_1^2 - k_2^2)^2 / 4 k_1^2 k_2^2}$$

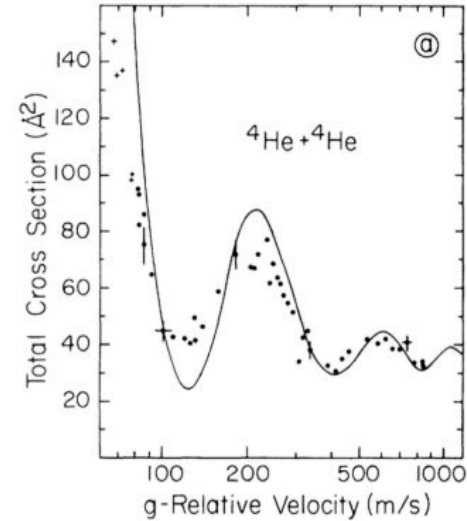
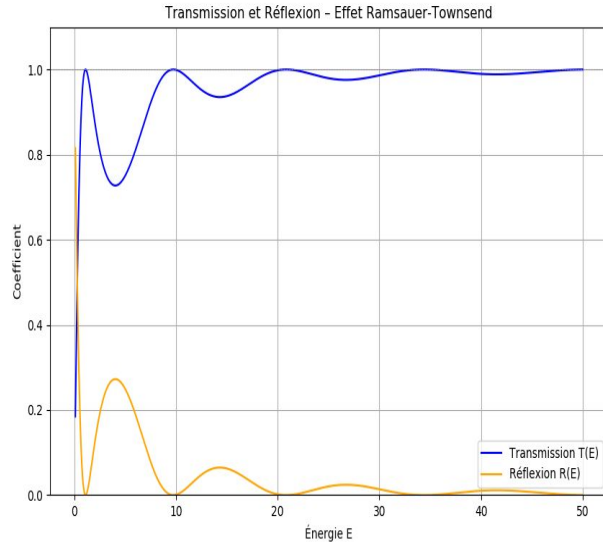
$$T^{-1} = 1 + \sin^2(2 k_2 a) * \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2}{4 k_1^2 k_2^2} = 1 + \sin^2\left(\frac{\sqrt{2m*(E+V_0)}}{\hbar} 2a\right) * \frac{\left(\left(\frac{\sqrt{2m*E}}{\hbar}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2m*(E+V_0)}}{\hbar}\right)^2\right)^2}{4\left(\frac{\sqrt{2m*E}}{\hbar}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{2m*(E+V_0)}}{\hbar}\right)^2} = 1 + \frac{(2m*E - 2m*(E+V_0))^2}{4(2m*E - 2m*(E+V_0))} = 1 + \frac{V_0^2}{4(E(E+V_0))} * \sin^2\left(\frac{\sqrt{2m*(E+V_0)}}{\hbar} 2a\right)$$

$$T^{-1} = 1 \rightarrow \sin \frac{\sqrt{2m*(E+V_0)}}{\hbar} 2a = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{2m*(E+V_0)}}{\hbar} 2a = n * \pi$$

$$\rightarrow E = \frac{\left(\frac{n\pi * \hbar}{2*a}\right)^2}{2*m} - V_0$$

La vitesse est proportionnelle à l'énergie cinétique et notre energie $E = E_p + E_c$

Une comparaison ressemblante



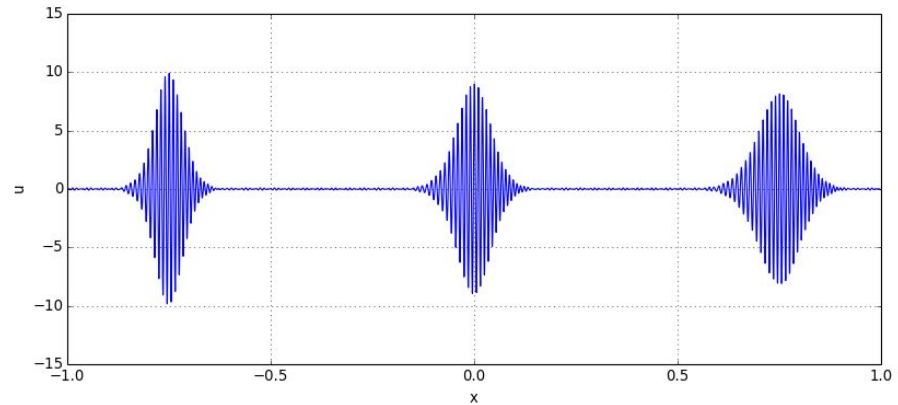
On pourra remarquer que malgré la ressemblance des courbes des 2 graphes, celui de l'expérience n'atteint pas 0 réflexion, cela peut s'expliquer par le fait que plusieurs variables ne sont pas dans les bonnes conditions pour permettre une transmission parfaite dans la réalité.

Le paquet d'onde gaussien

Un paquet d'ondes est une perturbation localisée résultant de la somme de plusieurs formes d'ondes différentes. La particule étant quantique, elle n'est pas représentée par une seule onde mais par une superposition d'ondes probables qui ont toutes un certain poids, une certaine probabilité. On parle alors du fameux paquet d'ondes.

$$\Psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(k) * \psi_k(x) * e^{-i\omega(k)t} dk$$

La fonction d'onde psi est une amplitude de probabilité de présence ; phi représente le poids de l'onde



Résolution analytique

$$\Psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(k) * \psi_k(x) * e^{-i \omega(k)t} dk \quad k = \sqrt{\frac{2m*E}{\hbar^2}} \quad q = \sqrt{\frac{2*m*(E+V_0)}{\hbar^2}}$$

Équations par rapport aux régions :

Région I : $e^{i*k*x} + R(k)*e^{-i*k*x}$ dérivée : $i*k*e^{i*k*x} - i*kR e^{-i*k*x}$

Région II : $A(k)*e^{i*q*x} + B(k)*e^{-i*q*x}$ dérivée : $i*qAe^{i*q*x} - i*qBe^{-i*q*x}$

Région III : $T(k)*e^{i*k*x}$ dérivée : $i*kTe^{i*k*x}$

En faisant les cas limite 0 et a, comme pour à l'intérieur du puit, on obtient ces quatres équations.

$$1+R=A+B$$

$$K*(1-R)=q(A-B)$$

$$A*e^{iqa}+Be^{-iqa}=Te^{ika}$$

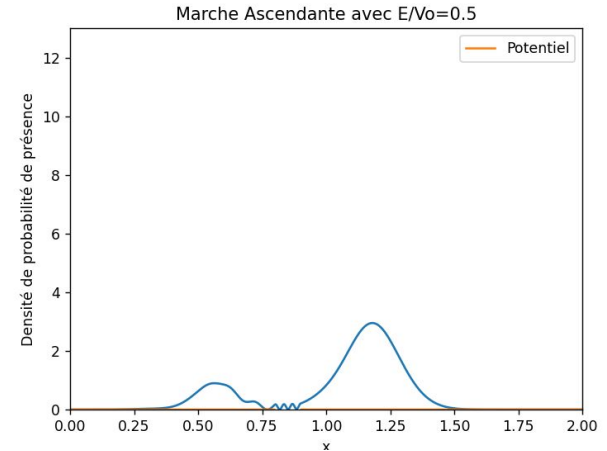
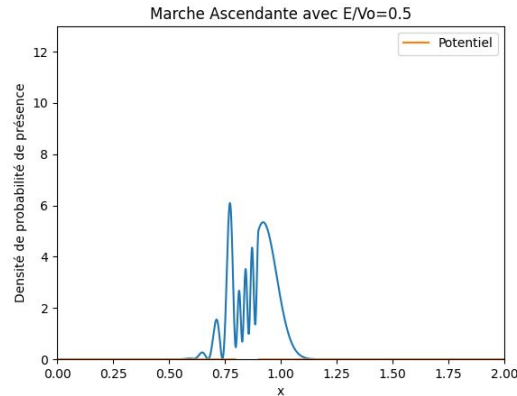
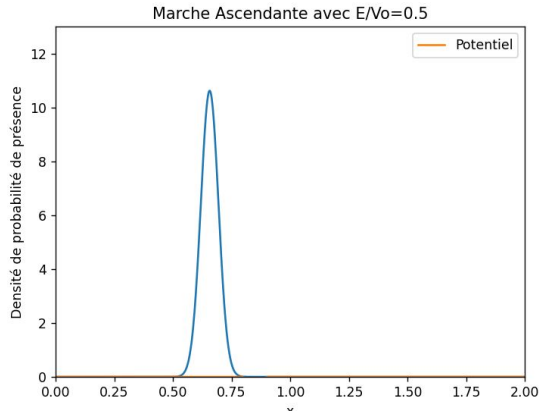
$$q(Ae^{iqa}-Be^{-iqa})=kTe^{ika}$$

Qui nous permettent de retrouver ainsi T en appliquant la même méthode que pour l'intérieur du puit :

$$T = \frac{2*i*k*\sin(qa)}{2k*\cos(qa)-i\left(\frac{k^2}{q}+q\right)*\sin(qa)} * e^{-ika} ; R = 1 - T$$

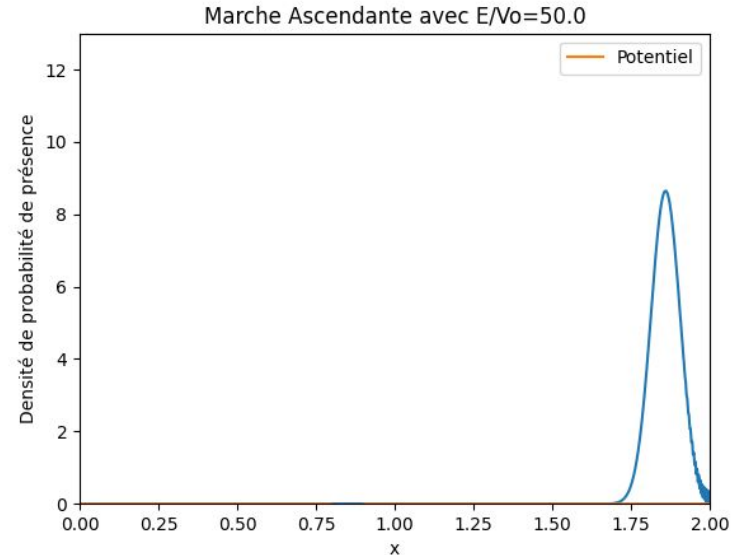
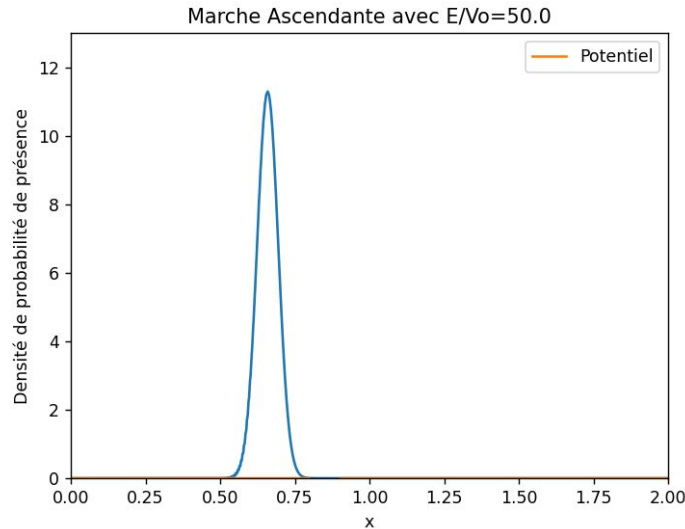
Les différents cas : transmission et réflexion équilibrée

Dans le cas où T et R ne sont pas aux extrêmes (0 ou 1), on a une onde qui sera en partie réfléchi et en partie transmise :



Les différents cas : transmission presque totale

Dans le cas où $|T|^2 \approx 1 \rightarrow qa \approx n\pi$; On a un pic de transmission ; l'onde s'ajuste parfaitement aux dimensions du puits, comme dans un cavité résonante.



Les différents cas : transmission presque totale

Dans le cas où $|T|^2$ tend vers 0, dans les creux, l'onde est presque totalement réfléchie pour certaines énergies :

