

Roteiro: estimação de modelos da família ARCH

Parte Teórica

1

(a) Explique em palavras por que os parâmetros ω e α são restritos a serem positivos e não negativos, respectivamente.

$\omega > 0$: garante que a volatilidade condicional σ^2_t nunca seja negativa, mesmo se $\varepsilon^2_{t-1} = 0$.
 $\alpha \geq 0$: assegura que choques passados impactem positivamente a variância; se α fosse negativo, um choque grande poderia reduzir σ^2_t a valores não físicos.

(b) Explique em palavras como o modelo acima permite clusters de volatilidade, que é um fato empírico estilizado de séries financeiras.

A dependência de σ^2_t em ε^2_{t-1} perpetua grandes choques de um período para o próximo, criando “períodos de alta variabilidade” seguidos por fases de calma, tal como observado empiricamente.

(c) Cite dois fatos estilizados de séries temporais financeiras que não são capturados pelo modelo acima.

(c) Dois fatos estilizados não capturados

Assimetria (efeito “leverage”): choques negativos costumam aumentar mais a volatilidade que choques positivos de mesma magnitude. O ARCH(1) simétrico não faz distinção de sinal.

Caudas pesadas: retornos financeiros exibem kurtose elevada — picos mais acentuados e caudas mais longas que a normal. ARCH(1) com distribuição normal não reproduz esse excesso de kurtose.

(d) Explique em palavras a diferença entre variância condicional e incondicional.

Condicional $\sigma^2_t = \text{Var}(r_t | I_{t-1})$ é a variância de r_t dado o histórico até $t-1$. Varia ao longo do tempo conforme choques anteriores.

Incondicional $\text{Var}(r_t) = E[\sigma^2_t]$ é o valor médio, ao longo de toda a série, da variância. No ARCH(1), existe fórmula fechada:

2. Descreva como as FAC e FACP são utilizadas no contexto de modelos da família ARCH. Em quais etapas do ajuste do modelo elas são úteis?

FAC (função de autocorrelação) dos resíduos ao quadrado (ε^2_t) e FACP (autocorrelação parcial) servem para diagnóstico de presença de efeito ARCH.

Antes de ajustar: examina-se a FAC de ε^2_t para ver defasagens significativas \Rightarrow indicação de heterocedasticidade condicional.

Após o ajuste: testa-se novamente FAC/FACP de resíduos padronizados ao quadrado para verificar se o modelo capturou todo o efeito ARCH (deverão estar todos insignificantes).