

Lugar geométrico e Pontos notáveis do Triângulo

1) ângulo $WBU = 60^\circ$

ângulo $UBW = 30^\circ$

$$\sec 30^\circ = \frac{1}{\cos 30^\circ}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\cos 30^\circ}$$

$$\cos 30^\circ = 2 \quad \text{letra W}$$

2) $x + y = 50^\circ$ e $\alpha + 2x + 2y = 180^\circ$

$$\alpha + 2 \cdot 50^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + 100^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\alpha = 80^\circ \quad \text{letra E}$$

3) Os pontos estão no círculo. Eles não são tangentes. O que são tangentes ao círculo são

os vértices do triângu-
lo. Para o triângulo
ser inscrito no cír-
culo os seus vértices
devem ser tangentes
a ele. E que todo tri-
ângulo inscrito numa
semi-circunferência
é retângulo.

Letra B

5)

$$a) \quad \angle B \hat{C} E, \angle E \hat{A} C = 70^\circ$$

$$\angle E \hat{C} B = 20^\circ$$

$$\angle A \hat{M} B + \angle B \hat{M} C = 180^\circ$$

$$\sin(\angle B \hat{M} C) = \sin(\angle A \hat{M} B)$$

$$\cos(\angle B \hat{M} C) = -\cos(\angle A \hat{M} B)$$

Lei da cosseno para

$\triangle A \hat{M} C$:

$$AC^2 = AM^2 + MC^2 - 2 \cdot AM \cdot MC \cdot$$

$$\cos(\angle A \hat{M} C) \rightarrow$$

$$(20 \cdot \cos(70^\circ))^2 = 10^2 + MC^2 - 20$$

$$\cdot 10 \cdot MC \cdot \cos(\angle A \hat{M} C) \rightarrow$$

$$400 \cdot \cos^2(70^\circ) = 100 + MC^2 - 20 \cdot$$

$$MC \cdot \cos(\angle A \hat{M} C) \quad (I)$$

Lei da cosseno para

$\triangle B \hat{M} C$:

$$BC^2 = MC^2 + BM^2 - 2 \cdot MC \cdot BM \cdot$$

$$\cos(\angle B \hat{M} C) \rightarrow$$

$$(20 \cdot \sin(70^\circ))^2 = 10^2 + MC^2 - 2 \cdot$$

$$10 \cdot 43 \text{ m} \cdot \cos(\hat{u} \hat{m} B) \rightarrow$$

$$400 \cdot \sin^2(70^\circ) = 100 + 43 \text{ m}^2 + 20 \cdot$$

$$43 \text{ m} \cdot \cos(\hat{u} \hat{m} B) \quad (\text{II})$$

Some (I) + (II):

$$400 \cdot \cos^2(70^\circ) + 400 \cdot \sin^2(70^\circ) =$$

$$100 + 43 \text{ m}^2 - 20 \cdot 43 \text{ m} \cdot \cos(\hat{u} \hat{m} B) +$$

$$100 + 43 \text{ m}^2 + 20 \cdot 43 \text{ m} \cdot \cos(\hat{u} \hat{m} B)$$

$$400 \cdot (\cos^2(70^\circ) + \sin^2(70^\circ)) = 200$$

$$+ 2 \cdot 43 \text{ m}^2 \rightarrow$$

$$400 = 200 + 2 \cdot 43 \text{ m}^2$$

$$200 = 2 \cdot 43 \text{ m}^2$$

$$43 \text{ m} = \sqrt{\frac{200}{2}}$$

$$43 \text{ m} = \sqrt{100}$$

$$43 \text{ m} = 10$$

$$b) \hat{u} \hat{B} n = n \hat{B} e = 45^\circ$$

Lei dos Senos em Bm e

$$\frac{43 \text{ m}}{\sin(20^\circ)} = \frac{m e}{\sin(\hat{m} \hat{B} e)}$$

$$\frac{10}{10} = \frac{10}{10}$$

$$\sin(20^\circ) = \sin(\hat{m} \hat{B} e)$$

$$\sin(20^\circ) = \sin(\hat{m} \hat{B} e)$$

$$\hat{m} \hat{B} e = 20^\circ$$

$$\hat{n} \hat{B} e = \hat{m} \hat{B} \hat{n} + \hat{m} \hat{B} e$$

$$45^\circ = \hat{m} \hat{B} \hat{n} + 20^\circ$$

$$\hat{m} \hat{B} \hat{n} = 25^\circ$$

$$6) \theta(\varphi\psi) = 60^\circ$$

$$\theta(\varphi\psi) + \theta(\varphi\chi) = 30^\circ$$

$$\theta \hat{\psi} \varphi \rightarrow \sin \theta(\varphi\psi)$$

$$\frac{\theta\psi}{\varphi\psi} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{r}{\varphi\psi} = 2r$$