

Mémoire d'actuariat (non confidentiel)

présenté par

Olivier DESMETTRE - François GERMAIN

Promotion 2012-2013

Mesure du risque de contrepartie sur opérations de marché : enjeux réglementaires et outils de contrôle

Encadrement : **Mary-Cécile DUCHON**

Soutenu le 30 juin 2017

Mots clés : risque de contrepartie, opérations de marché, réglementation, méthode CEM, méthode SA-CCR, modèles internes IMM, profils d'exposition attendue, EEPE, outils de contrôle et de simulation

Keywords : counterparty credit risk, market operations, regulatory framework, CEM method, SA-CCR method, IMM internal models, expected exposure profiles, EEPE, challenger and simulation tools

Table des matières

Introduction	1
1 Mesure du risque de contrepartie et exigences réglementaires sous Bâle III	4
1.1 Indicateurs de mesure du risque de contrepartie	4
1.1.1 Expected Exposure (EE) et Potential Future Exposure (PFE)	4
1.1.2 Expected Positive Exposure (EPE) et Effective EPE (EEPE)	5
1.1.3 Credit Value Adjustment (CVA)	6
1.1.4 Compensation et collatéralisation	6
1.1.4.1 Compensation et <i>close-out netting</i>	6
1.1.4.2 Collatéralisation	7
1.1.5 Exposition d'un portefeuille collatéralisé	9
1.1.5.1 Période de marge en risque (MPOR)	9
1.1.5.2 Calcul de l'exposition	10
1.1.6 Compensation via une contrepartie centrale	11
1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré	12
1.2.1 Méthodes standard	13
1.2.1.1 Méthode CEM	13
1.2.1.2 Méthode Standard (SM)	14
1.2.2 Méthode pour les contrats de mise en pension	15
1.2.3 Méthode Modèle Interne (IMM)	16
1.2.3.1 Exigences réglementaires	16
1.2.3.2 Mise en œuvre	17
1.2.3.3 Pics d'exposition	18
1.2.3.4 Backtesting	19
1.3 Exigences réglementaires pour les dérivés compensés par une contrepartie centrale	20
1.3.1 Mesure réglementaire des expositions vis-à-vis des CCP	21
1.3.2 European Market Infrastructure Regulation (EMIR)	23
2 Evolutions réglementaires	26
2.1 Méthode SA-CCR	26
2.1.1 Présentation de la méthode	26
2.1.2 Coût de remplacement (<i>RC</i>)	27
2.1.3 Exposition potentielle en risque (<i>PFE</i>)	27
2.1.3.1 Principes et étapes de calcul de l' <i>add-on</i>	27
2.1.3.2 <i>Add-on</i> pour les produits de change	29

2.1.3.3	<i>Add-on</i> pour les produits de taux d'intérêt	29
2.1.3.4	<i>Add-on</i> pour les produits dérivés actions	30
2.1.3.5	<i>Add-on</i> pour les dérivés de crédit	31
2.1.3.6	<i>Add-on</i> pour les produits dérivés sur matières premières	31
2.1.3.7	<i>Multiplier</i>	32
2.1.4	Calibrage	33
2.1.4.1	<i>Maturity Factor MF</i>	33
2.1.4.2	<i>Supervisory Factor SF</i>	33
2.2	Exigences de marge pour les dérivés non compensés par une contrepartie centrale	35
2.3	Expositions face aux CCP	37
2.4	Ratio de levier et évaluation des grands risques	38
3	Outils de contrôle et de simulations	39
3.1	Choix de la probabilité : historique ou risque neutre ?	39
3.2	Modèles pour les dérivés de taux	40
3.2.1	Diffusion par un modèle de Vasicek	40
3.2.1.1	Comparaison CEM, SA-CCR, IMM	41
3.2.2	Diffusion par un modèle Hull and White 1 facteur	41
3.2.2.1	Calibrage	42
3.2.2.2	Simulations	43
3.2.3	Modèle de diffusion des taux d'intérêt multi-facteurs	45
3.3	Modèle de diffusion des taux de change	48
3.4	Modèles pour les dérivés actions	49
3.4.1	Modèle de diffusion	49
3.4.1.1	Diffusion mono sous-jacent	49
3.4.1.2	Calibrage	50
3.4.1.3	Diffusion jointe	50
3.4.2	Modèles de valorisation simplifiée	51
3.4.2.1	<i>Forward</i>	51
3.4.2.2	<i>Call</i> et <i>Put</i> européen	51
3.4.3	Simulations	51
3.4.3.1	Données	51
3.4.3.2	Résultat des simulations	52
3.4.3.3	Comparaison CEM, SA-CCR, IMM	54
3.5	Modèles pour les dérivés de crédit <i>single name</i>	54
3.5.1	Modèle de diffusion	54
3.5.1.1	Choix du modèle	54
3.5.1.2	Modèle de Vasicek	55
3.5.1.3	Simulation des événements de défaut	55
3.5.2	Modèle de CDS	56
3.5.2.1	Valorisation d'un CDS	56
3.5.2.2	<i>Stripping</i> de la courbe de spread	56
3.5.3	Simulations	57
3.5.3.1	Données et calibrage	57
3.5.3.2	Résultat des simulations	59
3.5.3.3	Comparaison CEM, SA-CCR, IMM	61
3.6	Collatéralisation et <i>netting</i>	61
3.6.1	Impact de la collatéralisation	61
3.6.1.1	Résultat des simulations	62
3.6.1.2	Simulations en présence de marges initiales	63
3.6.1.3	Comparaison CEM, SA-CCR, IMM	64
3.6.2	Impact de la compensation	66

Conclusion	67
Bibliographie	68
A Annexes	71
A.1 Annexe 1 - Modèle à un facteur	71
A.2 Annexe 2 - Delta pour les CDO	73
A.3 Annexe 3 - Bloomberg : fonction MARS CVA	74
A.4 Annexe 4 - Analyses en composantes principales sur les prix de zéro-coupon . . .	76
A.5 Annexe 5 - Code des simulations	77
A.5.1 Code pour les modèles de taux	77
A.5.2 Code pour les modèles actions	79
A.5.3 Code pour les modèles de crédit	81
A.5.4 Code relatif à la prise en compte de la compensation et de la collatéralisation	86

Introduction

La crise financière, qui a éclaté en 2007 notamment en raison des expositions excessives prises par certains acteurs sur des titrisations ou des dérivés de crédit adossés à des crédits immobilier de mauvaise qualité (*subprimes*) ou sur des entreprises spécialisées dans le rehaussement de crédit (*monolines*), a illustré l'importance du risque de contrepartie dans la gestion des risques d'un organisme opérant dans le secteur financier. L'organisation du marché des dérivés a pu contribuer à amplifier cette crise en raison de la complexité de certains produits, de l'effet de levier parfois induit et des effets d'interconnexion générés entre institutions financières. En 2008, les produits dérivés *over-the-counter* (OTC) représentaient près de 90% du notionnel total des dérivés (700 mille milliards de dollar).

Les produits dérivés sont des contrats qui lient au moins deux entités et qui prévoient généralement d'échanger des *cash-flows* dont la valeur dépend d'un ou plusieurs sous-jacents et d'autres paramètres de marché tels que la volatilité. Les produits dérivés génèrent un risque de contrepartie, lié au risque de défaut des contractants. Comparé à un risque de crédit classique, le risque de contrepartie se caractérise par (i) l'incertitude relative à l'exposition dont la valeur fluctue selon l'évolution du marché, (ii) le fait que l'exposition est bilatérale, c'est-à-dire qu'elle peut être positive ou négative pour l'une ou l'autre des contreparties et (iii) l'ordre de grandeur de l'exposition qui est le plus souvent moins importante que le notionnel. Le comité de Bâle a estimé que durant la crise financière, environ deux tiers des pertes des banques attribuables au risque de contrepartie étaient dues aux ajustements de valeur (*Credit Value Adjustment-CVA*) des produits dérivés, pour seulement un tiers au titre des défauts avérés¹.

En réponse, le G20 a lancé en 2009 un vaste programme de réformes visant à réduire le risque systémique provenant des dérivés OTC. Ce programme comporte trois principaux volets reliés à la gestion du risque de contrepartie² :

- les dérivés OTC "standardisés" doivent être compensés par une contrepartie centrale (réforme EMIR) ;
- tous les dérivés OTC doivent être déclarés dans des registres centraux (*trade repositories*) ;
- les dérivés non compensés centralement doivent faire l'objet d'exigences en capital plus élevées.

1. <http://www.bis.org/press/p110601.pdf>

2. G20, *Pittsburg summit declaration*

Dans ce contexte, le G20 a décidé en 2011 d'ajouter des exigences minimales de marge pour les dérivés non compensés centralement³. La mise en œuvre de ces mesures, dont la dernière doit entrer en vigueur à partir de 2019, impacte directement la mesure du risque de contrepartie.

L'objectif du mémoire est double : présenter et comparer les différentes mesures réglementaires du risque de contrepartie, étant précisé que d'importantes évolutions réglementaires vont intervenir à partir de 2017 ; développer un outil de contrôle permettant de calculer les expositions futures de produits dérivés vanille pour les principales classes d'actifs.

Dans une première partie, sont décrits les différentes mesures du risque de contrepartie et le cadre réglementaire en vigueur pour les établissements de crédit jusqu'en 2016. Le capital réglementaire à détenir au titre du risque de contrepartie se calcule en deux temps. L'établissement estime tout d'abord une exposition de crédit sous la forme d'un montant équivalent à une exposition en cas de défaut à un an (EAD). Les établissements disposent de trois méthodes pour calculer l'EAD liée aux produits dérivés : deux méthodes standard avec des degrés de complexité différents (CEM, SM) et une méthode avancée reposant sur l'utilisation d'un modèle interne (IMM), cette dernière méthode nécessitant l'autorisation préalable par l'autorité compétente. Puis cette EAD rentre dans le processus de calcul des actifs pondérés par les risques (*Risk Weighted Assets* - RWA), en tenant compte des probabilités de défaut, des taux de perte en cas de défaut et des corrélations entre ces paramètres réglementaires. La réglementation prévoit également une charge en capital au titre de la volatilité du CVA, sous la forme d'une VaR sur CVA en approche avancée. Les exigences en fonds propres au titre du risque de contrepartie concernent les produits dérivés, les opérations de mise ou prise en pension de titres (repos) ainsi que les transactions de prêt ou d'emprunt de titres regroupés sous le nom de *Securities Financing Transactions* (SFT), indépendamment de la classification en portefeuille bancaire ou de négociation. Il convient de distinguer les dérivés non compensés centralement (partie 1.2), catégorie qui regroupe les dérivés OTC bilatéraux et certains SFT, des dérivés compensés centralement (partie 1.3).

Dans une deuxième partie, sont présentées les évolutions réglementaires destinées à mettre en œuvre le dernier volet des réformes initiées par le G20. La principale évolution est la mise en place d'une nouvelle méthode standard pour le calcul de l'exposition réglementaire. L'accroissement du nombre de transactions compensées centralement ainsi que la mise en place de nouvelles exigences de marge nécessitaient en effet l'élaboration d'une nouvelle méthode standard, permettant une prise en compte plus adéquate du collatéral. Dès 2013, le Comité de Bâle avait soumis à consultation une proposition pour une nouvelle méthode standard afin de remplacer les méthodes CEM et SM, sous le nom de *Non-Internal Model Method* (NIMM[13]). Suite aux propositions de la profession, la méthode a été amendée pour devenir SA-CCR (*Standardised Approach for measuring Counterparty Credit Risk exposures*). La version définitive de la méthode SA-CCR a été rendue publique par le Comité de Bâle en mars 2014[15]. Le Comité de Bâle a également publié entre 2013 et 2014 une série de trois autres propositions qui sont directement liées au risque de contrepartie :

- s'agissant des exigences de marge pour les dérivés ne faisant pas l'objet d'une compensation centrale, des réformes formulées conjointement par le Comité de Bâle et l'Organisation Internationale des Commissions de Valeurs (OICV, en anglais IOSCO), avec une mise en place progressive entre 2015 et 2019 ;
- une révision du calcul du capital pour les expositions vis-à-vis d'une chambre de compensation (CCP), prévue pour 2017 ;
- un ensemble d'amendements du calcul du ratio de levier qui touchent principalement le

3. G20, *Cannes summit final declaration*

traitement des dérivés et SFT, prévus pour 2018.

La troisième partie est consacrée à l'exposé de méthodes de simulations des expositions futures pour différentes classes d'actifs. Le but premier de ces simulations est de développer un outil de contrôle qui pourra être utilisé lors de la validation des modèles internes de risque de contrepartie (une dizaine d'établissements en Europe disposent d'un tel modèle interne approuvé). En outre, à l'heure où les banques européennes ne disposant pas d'un modèle interne approuvé doivent mettre en place la méthode SA-CCR, ces simulations permettent aussi de vérifier la justesse de la mise en œuvre de cette nouvelle méthode sur des portefeuilles type d'opérations. Les simulations sont réalisées sous la probabilité historique en calibrant sur des historiques longs, afin de construire des indicateurs robustes et adaptés à une mesure réglementaire du risque de contrepartie.

Chapitre 1

Mesure du risque de contrepartie et exigences réglementaires sous Bâle III

1.1 Indicateurs de mesure du risque de contrepartie

1.1.1 Expected Exposure (EE) et Potential Future Exposure (PFE)

On définit dans cette partie les notations qui seront utilisées dans la suite du mémoire. On note MtM_t la juste valeur ou *Mark-to-Market* d'un produit dérivé à un instant t (noté parfois MtF_t pour *Mark-to-Futur* pour un instant t dans le futur), et l'exposition positive $E_t = \text{Max}(0, MtM_t)$.

L'*Expected Exposure* (EE) représente le montant de perte lorsque la contrepartie fait défaut. EE_t est défini comme l'espérance sous une probabilité \mathbb{P} donnée de l'exposition positive à un instant t ,

$$EE_t = E^{\mathbb{P}}[\text{Max}(0, MtM_t)]$$

soit en se plaçant dans le cadre d'une simulation de Monte Carlo avec $i = 1 \dots n$ scénarios :

$$EE_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{Max}(0, MtM_t^i)$$

A un instant t donné et pour un certain quantile (ici 99%), on définit l'exposition "maximale" pour le niveau de confiance considéré ou *Potential Future Exposure* ($PFE_{99\%}$) comme l'exposition positive qui ne sera pas dépassée dans plus de 1% des cas. La courbe reliant les quantiles à 99% relevés aux différents points du temps constitue le profil d'exposition à 99%. Le profil PFE qui renseigne sur les pertes potentielles à différents intervalles de confiance est un des principaux indicateurs pour le suivi du risque de contrepartie.

EE et PFE peuvent être exprimés par des formules fermées si l'on suppose que la variation de valeur du produit ou du portefeuille considéré suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, c'est-à-dire $MtM = \mu + \sigma Z$, avec Z une variable aléatoire normale centrée réduite :

$$PFE_{\alpha} = \mu + \sigma \Phi^{-1}(\alpha)$$

$$EE = \int_{-\mu/\sigma}^{\infty} (\mu + \sigma x) \phi(x) dx = \mu \Phi(\mu/\sigma) + \sigma \phi(\mu/\sigma)$$

1.1.1 Indicateurs de mesure du risque de contrepartie

avec Φ et ϕ les fonctions de distribution cumulée et de densité de la loi normale centrée réduite.

Dans le cas où $\mu = 0$, on a $EE_{\mu=0} = \sigma\phi(0) = \sigma/\sqrt{2\pi} \approx 0,4\sigma$.

1.1.2 Expected Positive Exposure (EPE) et Effective EPE (EEPE)

Les métriques précédentes (EE et PFE) sont des indicateurs à un instant t donné. L'EPE et l'EEPE reflètent quant à eux l'exposition au risque de contrepartie entre $t = 0$ et un horizon T . L'EPE est la moyenne au cours du temps des EE_t , soit à des dates t discrètes et uniformément réparties :

$$EPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T EE_t$$

L'EPE peut s'écrire sous une forme analytique si l'on suppose que la variation de valeur du produit ou du portefeuille considéré suit une loi normale $\mathcal{N}(0, \sigma\sqrt{t})$. On se place dans le cas où $\mu = 0$, soit $M_t M_t = \sigma\sqrt{t}Z$:

$$EPE_{\mu=0} = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^\infty \sigma\sqrt{t}x\phi(x)dxdt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}T} \sigma \int_0^T \sqrt{t}dt = \frac{2}{3}\phi(0)\sigma\sqrt{T} \approx 0,27\sigma\sqrt{T}$$

L'EEE ou l'Effective EE_t correspond au maximum des EE_t entre t_0 et t , et définit un profil d'exposition croissant :

$$EffectiveEE_t = \max(EffectiveEE_{t-1}; EE_t)$$

L'EEE a été introduite par le Comité de Bâle (voir [8]) pour prendre en compte le *roll-over risk*, qui est le risque de sous-estimer l'exposition pour les transactions qui sont systématiquement renouvelées.

L'Effective EPE ou EEPE correspond à la moyenne des Effective EE sur la première année ou, si le produit à une maturité M inférieure à un an, jusqu'à sa maturité :

$$EEPE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T=\min(1an, M)} EffectiveEE_t$$

Enfin, l'exposition réglementaire d'un produit dérivé ou EAD à un an est proportionnelle à l'EEPE :

$$EAD = \alpha \times EEPE = 1,4 \times EEPE$$

Le coefficient $\alpha = 1,4$ permet de convertir l'EEPE en une *loan equivalent exposure* (voir [28]). Le principe de cette conversion est de majorer l'EEPE pour s'inscrire dans les hypothèses posées par le Comité de Bâle : la formule bâloise pour le calcul des RWA suppose que le nominal est constant, alors que l'EEPE est potentiellement corrélée aux autres paramètres réglementaires intervenant dans cette formule (PD et LGD notamment). La valeur finale du coefficient a été calibrée à 1,4 avec une marge de prudence visant à intégrer le risque de modèle et le risque de corrélation défavorable.

Les métriques qui viennent d'être exposées sont illustrées à la figure 1.1

1.1.1 Indicateurs de mesure du risque de contrepartie

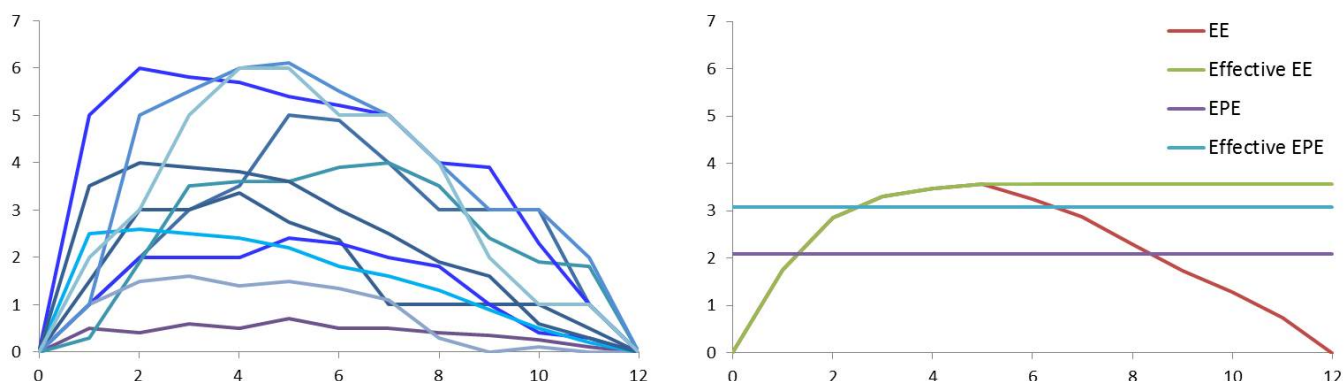


FIGURE 1.1 – 10 simulations d'expositions futures (gauche) - Métriques réglementaires correspondantes (droite)

1.1.3 Credit Value Adjustment (CVA)

Le CVA est un ajustement de valeur de marché visant à tenir compte du risque de contrepartie, tel que défini dans la norme comptable IFRS 13. Si l'on suppose l'indépendance entre les probabilités de défaut et les expositions (et la LGD connue), le CVA pour une transaction de maturité T est donnée par la formule :

$$CVA = LGD \sum_{i=1}^T B(t_i) EE(t_i) P(t_{i-1} < \tau < t_i)$$

avec :

- $LGD(Loan\ Given\ Default)$, la perte en cas de défaut
- $B(t_i)$, le facteur d'actualisation à la date t_i
- $P(t_{i-1} < \tau < t_i)$, la probabilité que la contrepartie fasse défaut entre t_{i-1} et t_i .

Le règlement CRR¹ prévoit également une charge en capital au titre de la volatilité du CVA. L'EE reste la brique de base indispensable au calcul du CVA et des exigences en capital réglementaire au titre du CVA, déterminées à partir d'un calcul de value-at-risk sur CVA.

1.1.4 Compensation et collatéralisation

1.1.4.1 Compensation et *close-out netting*

La compensation (ou *netting*) est le droit de compenser des expositions nées d'opérations avec la même contrepartie. Les contrats de *netting* contiennent généralement une clause de *close-out* ou dénouement, qui permet à une contrepartie de terminer unilatéralement les opérations, c'est-à-dire d'acter la déchéance du terme des transactions et les remplacer par un droit à compensation égal au coût de remplacement d'opérations identiques avec une autre contrepartie. Sans la possibilité de terminer les opérations au moment du défaut de la contrepartie, l'établissement resterait soumis aux fluctuations futures de la valeur de marché des transactions même après le défaut et il serait plus difficile de déterminer le niveau des pertes à cause de l'incertitude sur les recouvrements.

1. Règlement (UE) 2013/575 du 26 juin 2013 portant sur les exigences de fonds propres des établissements de crédit.

Un ensemble de compensation (ou nœud de *netting*, CRR[22] art. 272) est défini comme un ensemble d'opérations faisant l'objet d'un accord bilatéral de compensation, représenté par un contrat cadre (*Master Agreement ISDA* par exemple). En cas de défaut, les gains et pertes respectifs des opérations d'un même nœud de *netting* peuvent être compensés. Les opérations qui ne font pas l'objet d'une convention de compensation sont considérées individuellement comme leur propre ensemble de compensation.

1.1.4.2 Collatéralisation

Le collatéral est destiné à atténuer le risque de contrepartie. Si un accord de collatéralisation existe entre 2 parties A et B, alors A doit verser du collatéral à B lorsque son exposition vis-à-vis de B est négative (et réciproquement). Juridiquement, les deux contreparties signent généralement un *Credit Support Annexe* (CSA).

En notant C le collatéral, on définit l'exposition collatéralisée comme :

$$E_t = \max\left(\sum M_t M_t - C; 0\right)$$

L'exposition collatéralisée se calcule au niveau d'un nœud de *netting*. Les principales caractéristiques d'un contrat de collatéralisation sont les suivantes :

- f , fréquence d'appels de marge ;
- TH (*Threshold*), seuil absolu de déclenchement de la collatéralisation : tant que l'exposition reste inférieure à ce seuil, la contrepartie ne transfère pas le collatéral. Quand l'exposition passe au-dessus, la contrepartie commence seulement à verser du collatéral à hauteur de la différence avec le seuil ;
- MTA (*Minimum Transfer Amount*) est un seuil qui s'applique aux variations de MtM et en dessous duquel il n'y a pas d'appels de marge et le collatéral n'est pas transféré. Le paramètre MTA vise à limiter la fréquence des appels de marge de faible montant ;
- IA (*Independent Amount*) est une exigence de collatéral additionnelle, indépendante des variations futures du prix de la transaction. Comme l' IA reçu peut être utilisé en cas de défaut, mais que l' IA versé et non déposé dans un compte ségrégué² (ou *remote bankruptcy account*) est perdu en cas de défaut de la contrepartie, on définit la valeur nette IA_{net} comme la différence entre l' IA reçu et l' IA versé et non ségrégué. L' IA qui est la terminologie utilisée dans les contrats CSA pour les dérivés OTC est équivalente à l'*initial margin* (IM), terminologie utilisée dans le contexte des chambres de compensation et des nouvelles exigences de marge (voir 2.2).

Pour établir la formule générale du collatéral C , on considère un produit dérivé vendu par la contrepartie A à la contrepartie B et on se place du point de vue de A, c'est-à-dire que le collatéral est positif quand il est reçu par A, négatif quand il est versé par A. Par convention, on impose aussi $MTA = 0$, $TH_A > 0$, $TH_B > 0$, $IA_A > 0$, $IA_B > 0$. On distingue deux cas :

- si $MtM > 0$, la contrepartie B dépose un montant de collatéral chez la contrepartie A : $\max(MtM - TH_A; 0)$
- si $MtM < 0$, la banque A dépose un montant de collatéral négatif chez la contrepartie B : $-\max(-MtM - TH_B; 0)$

2. les nouvelles exigences de marge (cf. 2.2) prévoient de ségréguer l' IA

1.1.1 Indicateurs de mesure du risque de contrepartie

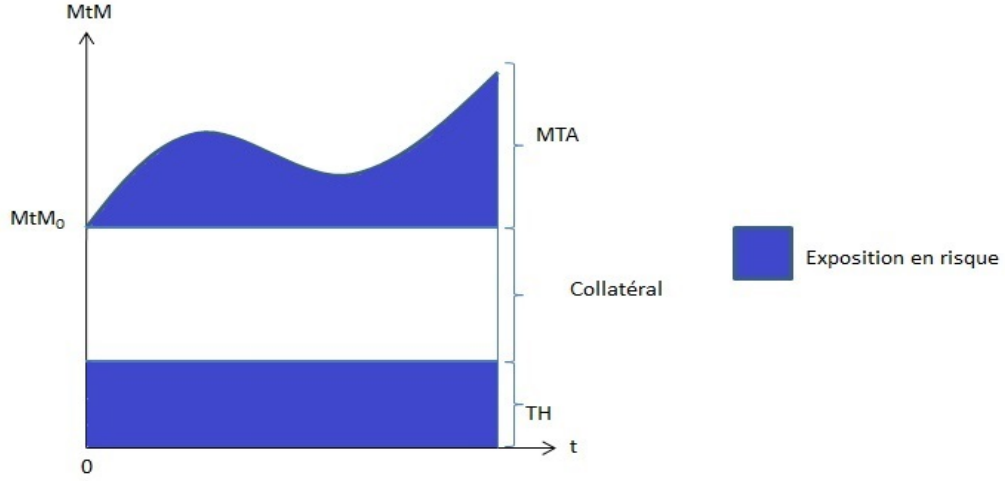


FIGURE 1.2 – Calcul de l'exposition avec TH et MTA . L'exposition en risque est représentée en bleu. La somme $TH + MTA$ est la plus grande exposition que peut encourir la banque, sans qu'il y ait un appel de marge.

La formule générale est donc la suivante :

$$C = \max(MtM - TH_A; 0) - \max(-MtM - TH_B; 0),$$

La formule du collatéral se réécrit en tenant compte de la valeur nette des IA_{net} :

$$C = \max(MtM + IA_{net} - TH_A; 0) - \max(-MtM - IA_{net} - TH_B; 0),$$

Si le collatéral est simulé à toutes les dates d'appels de marge (t_i), il est possible de connaître la valeur exacte du collatéral détenu. En pratique, toutes les dates d'appels de marge ne sont pas toujours simulées et pour calculer le collatéral détenu à t_i , on peut faire l'hypothèse suivante sur le collatéral à t_{i-1} : quand le collatéral est reçu (respectivement versé), l'écart maximal entre le collatéral détenu à t_{i-1} et celui calculé à t_i sans connaître la valeur à t_{i-1} est au plus de MTA . Pour être conservateur, on diminue (respectivement augmente) C d'un montant égal au MTA . La formule du collatéral se réécrit donc quand toutes les dates d'appels de marge ne sont pas simulées comme :

$$C_t = \max(MtM_t + IA_{net} - TH_A - MTA; 0) - \max(-MtM_t - IA_{net} - TH_B + MTA; 0)$$

Enfin, on peut tenir compte de la nature du collatéral dans la modélisation. Lorsque le collatéral est uniquement en *cash*, le niveau de collatéral est supposé constant pendant la période de marge en risque. Lorsque le collatéral est sous forme de titres et que la variation de valeur de ces titres n'est pas simulée, la dérive possible de la valeur des titres est prise en compte via des *haircuts* HC : si le collatéral est reçu, on applique une décote $C \times (1 - HC)$; si le collatéral est versé, une surcote : $C \times (1 + HC)$.

1.1.1 Indicateurs de mesure du risque de contrepartie

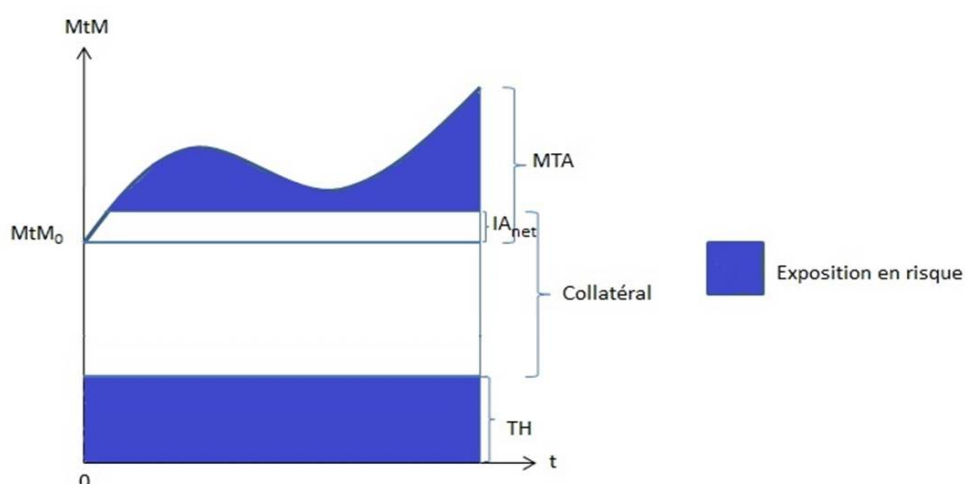


FIGURE 1.3 – Calcul de l'exposition avec TH , MTA , IA . L'exposition en risque est représentée en bleu. La somme $TH + MTA - IA_{net}$ est la plus grande exposition que peut encourir la banque, sans qu'il y ait un appel de marge.

A fin 2014, les principales caractéristiques du collatéral utilisé sur le marché des dérivés de gré à gré non compensés centralement sont les suivantes ^a :

- plus de 90% des contrats des dérivés de gré à gré prévoient un accord de collatéral. Par classe d'actifs, le pourcentage monte à 97% pour le crédit et 89% pour les taux d'intérêt ;
- 90% du collatéral échangé pour les dérivés bilatéraux de gré à gré est composé de cash et de titres souverains ;
- 92% des accords de collatéral portent sur des portefeuilles de moins de 100 opérations. Seulement 0,4% des portefeuilles ont plus de 5000 transactions.

^a. données tirées de l'enquête annuelle 2015 de l'ISDA[31], réalisée sur un échantillon de 41 banques internationales.

1.1.5 Exposition d'un portefeuille collatéralisé

1.1.5.1 Période de marge en risque (MPOR)

Pour les transactions collatéralisées, la période de marge en risque ou *margin period of risk* (MPOR) correspond au temps écoulé entre la date d'un appel de marge et le moment où le collatéral est livré et où le risque de marché résultant fait l'objet d'une nouvelle couverture (CRR art. 272(9)). La période de marge en risque est ainsi la durée pendant laquelle l'établissement est exposé au risque de variation de la valeur de son portefeuille tandis que la valeur du collatéral reste inchangée. Cette période couvre en théorie les délais suivants :

- la durée jusqu'au prochain appel de marge (on se place dans un scénario "*worst case*" où une des deux contreparties fait défaut juste après un appel de marge réussi et où l'autre ne cherche pas à détecter le défaut entre deux appels de marge) ;

1.1.1 Indicateurs de mesure du risque de contrepartie

- le délai avant mise en défaut (*grace period*), qui est en général accordé par la contrepartie saine suite au non versement d'un appel de marge ;
- le délai de réception du collatéral et éventuellement l'existence de différends dans le calcul des appels de marge ("*disputes*") ;
- le délai de liquidation du portefeuille ;
- ainsi que le délai de re-hedging ou de remplacement des positions.

La période de marge en risque est soumise à un minimum réglementaire (ou *floor*), pour les banques qui utilisent un modèle interne pour le calcul de l'EEPE :

- 5 jours pour les opérations SFT avec des appels de marge quotidiens ;
- 10 jours pour les produits dérivés avec des appels de marge quotidiens.

La période de marge en risque réglementaire pour une opération dont la fréquence contractuelle des appels de marge est de N jours est donnée par la formule :

$$MPOR = floor_{reglementaire} + N - 1$$

Pour les transactions avec une chambre de compensation (CRR art. 304(3)), la période minimale de marge en risque est de 5 jours. MPOR est en général plus faible pour les transactions compensées centralement car :

- les transactions sont standardisées ;
- les appels de marges quotidiens sont uniquement en cash ;
- la CCP est le seul agent calculateur des appels de marge ;
- les membres compensateurs peuvent payer pour leur client si nécessaire ;
- les CCP ne sont pas obligées d'accorder une période de grâce avant de déclarer un membre en défaut ;
- les procédures de close-out sont plus robustes, avec en particulier les mécanismes d'enchères entre membres compensateurs. Toutefois, dans les cas de portefeuilles importants et illiquides, la revente peut s'avérer délicate.

1.1.5.2 Calcul de l'exposition

L'exposition positive E_t d'un ensemble de k transactions, à une date t quelconque s'écrit :

- sans compensation : $E_t = \sum_k \max(M_t M_t^k; 0)$
- avec compensation : $E_t = \max(\sum_k M_t M_t^k; 0)$
- avec compensation et collatéralisation, en notant $C_{t-\Delta}$ le niveau de collatéral à la date du dernier appel de marge réussi :

$$E_t = \sum_k \max(M_t M_t^k - C_{t-\Delta}; 0)$$

Enfin, il peut exister simultanément pour une même contrepartie plusieurs contrats cadres, plusieurs contrats de collatéralisation et des produits non compensés ou collatéralisés. La figure 1.4 illustre les différents cas possibles. Les règles de compensation et de collatéralisation sont appliquées pour chaque contrat CSA, puis les règles de compensation s'appliquent au sein d'un contrat cadre entre les nœuds CSA, enfin les expositions finales de chaque nœud sont ajoutées sans compensation.

1.1.1 Indicateurs de mesure du risque de contrepartie

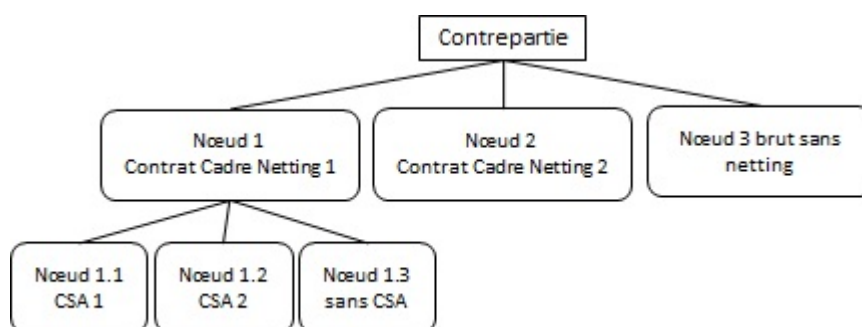


FIGURE 1.4 – Schéma récapitulatif de l'agrégation

1.1.6 Compensation via une contrepartie centrale

Une chambre de compensation permet de diminuer l'impact que le défaut d'une contrepartie pourrait avoir sur les autres. Avec la compensation centrale, chacun des contrats avec une des deux contreparties est remplacé par un contrat avec la CCP (mécanisme de *novation*). La compensation centrale permet ainsi à chaque contrepartie de netter les expositions vis-à-vis d'autres contreparties, puisque tous les contrats sont face à la CCP (voir figure 1.5).

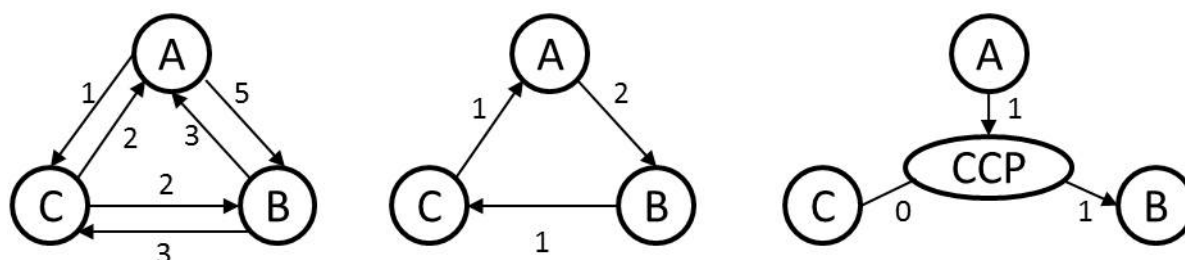


FIGURE 1.5 – Exposition résultant de trois types de compensation : absence de compensation (gauche), bilatérale (milieu) et centralisée (droite). Une flèche de A vers B pour une valeur de 1 représente un produit dérivé conclu entre A et B dont le MtM vaut +1 pour B

Une banque peut compenser ses propres transactions directement en devenant membre d'une CCP ou indirectement par le biais d'une banque membre compensateur d'une CCP (voir figure 1.6). Chaque membre doit verser une contribution au fonds de garantie de la CCP. En cas de défaut d'un membre compensateur, les pertes sont absorbées en procédant dans l'ordre suivant :

- vente du collatéral ;
- contribution au fonds de garantie du membre compensateur défaillant ;
- contribution au fonds de garantie des membres non défaillants ;
- ressources propres de la CCP.

Les contreparties postent du collatéral à la chambre de compensation sous la forme de marges : marge de variation (VM) et marge initiale (IM).

VM est le niveau de collatéral qui est échangé en général quotidiennement en fonction des variations des expositions.

La marge initiale IM est un montant indépendant des variations de MtM, qui est versé par chaque membre pour couvrir les pertes potentielles en cas de défaut dans un scénario très

1.1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré

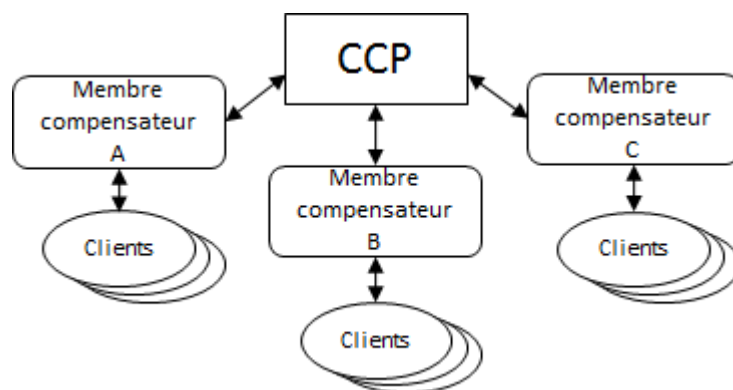


FIGURE 1.6 – Participants de la compensation centralisée

défavorable. Le plus souvent, IM est calculé pour couvrir la plus grande exposition qui pourrait subvenir en cas de défaut de la contrepartie, avec un niveau de confiance entre 95% et 99%. IM dans le cadre de la compensation centrale est analogue au collatéral appelé *Independent Amount* (IA) qui est le terme utilisé dans les *Credit Support Annex* (CSA) pour les dérivés OTC.

1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré

La méthode *Current Exposure Method* (CEM) a été proposée sous une première forme dans l'accord Bâle I en 1988[6]. Cette méthode dite alors *Original Exposure Method* (OEM)³ posait le principe de la méthode *MtM + add-on* pour les produits dérivés de taux et de change.

Le texte de Bâle I est amendé en 1995[7] en introduisant la méthode CEM sous son calibrage actuel. Le texte de Bâle II est complété en 2005[8] par deux méthodes alternatives, les méthodes *Internal Model Method* (IMM) et *Standardised Method* (SM). La méthode CEM reste en revanche inchangée. Le principal changement introduit par Bâle III[10] en 2011 est la charge au titre du risque CVA. D'autres mesures concernent le calcul de l'exposition selon la méthode IMM (calcul de l'EEPE stressé, prise en compte du *wrong-way-risk* dans le modèle EEPE). Enfin les transactions avec les chambres de compensation (CCP), jusqu'alors pondérées à zéro, deviennent soumises à une exigence en capital.

Aujourd'hui, la plupart des banques européennes⁴ utilisent la méthode CEM, et seulement une dizaine de banques en Europe (en 2015, 10 banques de la zone euro et 4 banques anglaises) ont reçu l'autorisation d'utiliser la méthode IMM. L'utilisation de la méthode SM apparaît très marginale.

3. La méthode OEM est toujours en vigueur dans la CRR art. 275 mais ne s'applique qu'en cas de dérogation pour les portefeuilles de négociation de taille non significative (CRR, art. 94).

4. La méthode CEM est également implémentée par la plupart des banques européennes en méthode IMM pour les transactions exclues du périmètre du modèle interne.

1.1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré

1.2.1 Méthodes standard

1.2.1.1 Méthode CEM

En méthode CEM (CRR art. 274), l'EAD est la somme de la valeur de remplacement de la transaction et d'un *add-on* qui reflète le changement de valeur potentiel entre la date de calcul et un défaut qui surviendrait à un horizon d'un an :

$$EAD = RC + PFE$$

avec

- RC , *Replacement Cost*, la valeur de remplacement d'un contrat avec un MtM positif, qui s'écrit, en notant C le montant de collatéral :

$$RC = \max(MtM - C; 0)$$

- PFE , *Potential Future Credit Exposure* est un *add-on* calculé comme le produit du nominal N du contrat⁵ par un *Supervisory Factor* (SF) :

$$PFE = N.SF$$

PFE est toujours strictement positif, même quand RC est nul. A la différence de RC , PFE ne prend pas en compte la valeur du collatéral.

Les *supervisory factors* SF , fonctions de la maturité et du type de produit, sont définis dans la réglementation de la manière suivante :

Maturité résiduelle	IR	FX, gold	EQ	Precious metal	Others
< 1an	0%	1%	6%	7%	10%
> 1an ou < 5an	0,5%	5%	8%	7%	12%
> 5an	1,5%	7,5%	10%	8%	15%

TABLE 1.1 – *Supervisory Factors* par type de sous-jacent

Pour les Credit Default Swaps (CDS) et les Total Return Swaps (TRS), les *supervisory factors* sont indépendants de la maturité résiduelle et fonction de conditions d'éligibilité du sous-jacent (CRR art. 299; les autres produits dérivés de crédit sont traités comme "Others" dans le tableau ci-dessus) :

CDS ou TRS
éligible 5%
non éligible 10%

TABLE 1.2 – *Supervisory Factors* pour les CDS et TRS

5. La définition du notionnel à utiliser dans le cadre de la méthode CEM a été précisée dans un Q&A récent de l'EBA (Question ID : 2013_641). Le notionnel est déterminé par classe d'actifs de la façon suivante :

- pour les taux d'intérêt et les dérivés de crédit, le notionnel est celui du contrat sous-jacent ;
- pour le change, quand une ou deux des jambes est en devise, le notionnel est le maximum des notionnels en monnaie domestique ;
- pour les actions, quand un notionnel est précisé dans le contrat, cette valeur doit être retenue. Sinon le notionnel est le MtM du sous-jacent.

1.1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré

Au niveau d'un nœud de *netting*, la méthode CEM tient compte de la compensation entre transactions, en ajustant la composante *add-on* ou PFE. L'EAD CEM au niveau d'un nœud de *netting* s'écrit (CRR art. 298) :

$$EAD_{net} = RC_{net} + PFE_{net}$$

RC_{net} est la valeur de remplacement des contrats avec un MtM positif. En notant C la valeur du collatéral, on a :

$$RC_{net} = \max(0; MtM_{net} - C)$$

L'exposition potentielle future est calculée selon la formule :

$$PFE_{net} = \sum_i N_i SF_i(0, 4 + 0, 6 \times NGR)$$

où i indice les transactions d'un même nœud de *netting*.

NGR est le *Net-to-Gross Ratio*. Le NGR s'interprète comme une mesure de l'impact en % du *netting* (NGR=0 correspond à un *netting* parfait ou à une somme des MtM négative ; NGR=1 à l'absence de *netting*).

$$NGR = \frac{\max(\sum_i MtM_i; 0)}{\sum_i \max(MtM_i; 0)}$$

La méthode CEM n'est globalement pas assez sensible au risque car :

- le bénéfice du *netting* n'est que partiellement reconnu. En particulier, même en cas de *netting* parfait des MtM, l'*add-on* est au moins égal à 40% de la somme des *add-on* individuels ;
- la méthode CEM ne fait pas de différence entre les contrats de collatéralisation avec et sans appels de marge ;
- les *supervisory factors* SF sont constants.

En outre, la méthode CEM n'est à plusieurs égards pas assez conservatrice, car elle n'a pas été calibrée sur des niveaux de volatilités suffisamment élevés, au regard des volatilités observées sur des années récentes, et ne tient pas compte du Wrong Way Risk (*cf.* 1.2.3.1).

1.2.1.2 Méthode Standard (SM)

La méthode standard ou *Standardised Method* (CRR, art. 276) a été introduite après la méthode CEM et se veut une approche plus sensible au risque que cette dernière. Les deux principales avancées par rapport à CEM sont l'introduction du concept de *hedging set* qui est un sous-ensemble de compensation au sein d'un *netting set* pour les transactions avec un facteur de risque commun (par exemple les produits dérivés sur une même action) et la conversion des notionnels en des mesures "delta-équivalentes" pour tenir compte du sens et de la sensibilité des transactions.

L'EAD, au sein d'un *netting set*, est donnée par la formule suivante, où i indice les transactions et j les catégories de *hedging set* :

$$EAD = 1,4 * \max \left(\sum_i MtM_i - C, \sum_j \left(\sum_i |RPE_{ij} - RPC_{ij}| . CCF_j \right) \right),$$

1.1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré

qui peut se décomposer en :

- un coefficient multiplicateur de 1,4 comme dans la méthode IMM ;
- un terme $\sum_i MtM_i - C$ ou coût de remplacement, comme dans la méthode CEM ;
- un terme $\sum_i |RPE_{ij} - RPC_{ij}|$: RPE est le notionnel dit "delta-équivalent" (par exemple pour un produit dérivé sur un action S , $RPE = \frac{\delta MtM}{\delta S}$) et RPC le collatéral "delta-équivalent". Les montants "delta équivalents" au sein d'un même *hedging set* peuvent se compenser. En revanche la compensation entre *hedging sets* n'est pas autorisée ;
- un CCF calibré par le régulateur pour chaque *hedging set* pour refléter le changement potentiel de valeur future jusqu'à un hypothétique défaut de la contrepartie, c'est-à-dire pour convertir le terme précédent en une quantité équivalente au PFE de la méthode CEM.

Les *hedging sets* et les CCF correspondant définis dans le règlement CRR à l'article 282 sont présentés table 1.3.

Heging Set	CCF
Taux d'intérêt	0,2%
Change	2,5%
Actions	7%
Electricité	4%
Or	5%
Métaux	8,5%
Autres	10%

TABLE 1.3 – CCF par catégories de *hedging sets*

La méthode SM a été relativement peu populaire et jugée trop complexe au regard de ses limites :

- la méthode SM ne tient pas compte de l'existence d'appels de marge ;
- le paramètre CCF ne reflète pas les niveaux de volatilité stressés observés depuis 2008 ;
- la formule qui prévoit de prendre le maximum entre le coût de remplacement et une quantité équivalente à un PFE est mal posée car les deux termes en général s'additionnent comme dans les méthodes CEM et SA-CCR ;
- pour les "petits" établissements, l'implémentation de la méthode SM est souvent complexe comparée à la méthode CEM, à cause de la modélisation des notionnels "delta-équivalents".

1.2.2 Méthode pour les contrats de mise en pension

Dans une opération de repo, la banque vend un titre à une contrepartie en échange d'un prêt en *cash*, avec l'accord de racheter le titre à une date future. On parle de reverse repo dans le cas contraire. Un repo peut être assimilé à un emprunt collatéralisé par le titre échangé. Une opération de prêt/emprunt de titre est semblable économique à une opération de repo (mais différente sur le plan juridique).

Pour les opérations de repo, le règlement CRR laisse à l'article 271 le choix entre les méthodes précédentes (CEM, SM, IMM) et un traitement spécial qui fait partie des techniques d'atténuation des risques.

1.1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré

Dans l'approche la plus simple, dite "haircut"⁶, l'EAD d'une opération de repo est calculée comme la différence entre le montant nominal du prêt et le MtM du collatéral reçu (CRR art. 223). Pour une opération de repo, le risque de contrepartie dépend des fluctuations de la valeur du collatéral. Quand la banque prête (respectivement emprunte) le cash, elle est exposée à un risque de diminution (augmentation) du MtM du collatéral. Pour un repo, si la banque est prêteuse du cash, l'EAD s'écrit :

$$EAD = \max[0, LoanValue - C(1 - HC_c)]$$

avec HC_c le *haircut* appliqué au collatéral.

Dans le cas d'un prêt/emprunt de titre, l'EAD est calculé comme la différence entre le MtM du titre et le MtM collatéral reçu (CRR art. 223) :

$$EAD = \max[0, AssetValue(1 + HC_a) - C(1 - HC_c)]$$

avec HC_a un *haircut* sur le titre.

Pour le calcul des *haircuts*, la réglementation autorise deux calculs :

- soit des *haircuts* réglementaires (ou corrections pour volatilités définies à l'article 224) qui ont été calibrés par le régulateur et dépendent du type de titre, de sa notation et de sa maturité ;
- soit une approche par estimation propre (art. 225).

1.2.3 Méthode Modèle Interne (IMM)

1.2.3.1 Exigences réglementaires

Dans la méthode *Internal Model Method* (IMM), l'EAD est calculée selon la formule (CRR art. 284) :

$$EAD = \alpha \cdot \max(EPE, EPE_{stress})$$

avec

- le coefficient α qui est fixé a priori à 1,4 mais peut être porté à un niveau supérieur sur décision de l'Autorité de contrôle ;
- l'EEPE ou exposition positive attendue effective telle que définie au paragraphe 1.1.2 ;
- l'EEPE stressée (EPE_{stress}) qui se calcule comme un EEPE dont les modèles de diffusion des facteurs de risque auraient été calibrés sur des historiques stressés (CRR art. 292.3).

Pour les transactions avec des appels de marge, la méthode IMM définit la période de marge en risque (voir 1.1.5.1) comme $MPOR = floor_{réglementaire} + N - 1$, avec N , le nombre de jours entre deux appels de marge. Le *floor* réglementaire est de 5 jours pour les opérations SFT et de 10 jours pour les produits dérivés. Dans certains cas (par exemple collatéral illiquide), le *floor* réglementaire passe à 20 jours. Le *floor* doit également être doublé lorsqu'au moins deux "disputes" sur le même *netting set* ont été constatées au cours des 6 derniers mois.

6. La méthode alternative dite VaR approche est définie dans la CRR à l'article 221. Elle repose sur l'utilisation du modèle interne de VaR pour les banques qui en ont obtenu l'autorisation.

1.1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré

La méthode IMM introduit également les concepts de *Wrong Way Risk*⁷ (WWR ou risque de corrélation défavorable) qui mesure le risque que l'EEPE d'une contrepartie soit positivement corrélée à la probabilité de défaut de cette même contrepartie. La méthode IMM prévoit que les transactions présentant un WWR soient dûment identifiées et traitées de manière prudente.

Comme tous les modèles internes, la méthode IMM est soumise à des exigences en termes de :

- contrôle des données en entrée (paramètres de marché et données descriptives des opérations et des accords de compensation et de *netting*) ;
- gouvernance du modèle, qui inclut la définition du rôle du département des risques dans l'implémentation, la validation, et le suivi du modèle EEPE, ainsi que la création d'un département de gestion du collatéral ;
- *use test*, c'est-à-dire l'usage opérationnel du modèle EEPE (ou des profils EE ou PFE) dans le suivi du risque de contrepartie ou le calcul du CVA ;
- *stress-testing* ou dispositif de simulation de crise de l'exposition courante ou de l'EEPE ;
- backtesting (voir infra 1.2.3.4).

Enfin, la méthode IMM peut être implémentée graduellement pour des types d'actifs différents (CRR art 283.3) si le régulateur l'autorise. Ainsi les méthodes IMM et standard (CEM et SM) peuvent coexister pendant cette période, ce qui pose entre autres des problèmes pour le *netting* des transactions.

1.2.3.2 Mise en œuvre

En pratique, les banques en méthode IMM utilisent une approche basée sur des simulations de Monte Carlo qui consiste à générer un certain nombre (entre 1 000 et 10 000 généralement) de scénarios pour les facteurs de risque puis à calculer les expositions en risque aux différentes dates futures.

L'horizon de calcul est en général de 50 ans et le nombre de pas de temps est compris entre 50 et 200. La grille n'est pas régulière, car il y a en général plus de pas de temps pour les échéances courtes (avant 1 an) qui servent dans le calcul de l'EEPE. Pour les transactions couvertes par des accords de collatéralisation, des pas de temps supplémentaires sont généralement ajoutés pour modéliser les échanges de collatéral. Cette grille supplémentaire est décalée d'un nombre de jours égal à la MPOR (par exemple 10, 15 ou 20 jours ouvrés, en fonction de la fréquence des appels de marge).

A chaque pas de temps, des tirages sont effectués dans la loi jointe des facteurs de risque. A un instant t , on dispose ainsi d'une distribution de *Mark-to-Future*, à partir de laquelle est calculée l'EEPE.

Les principaux choix méthodologiques liés aux modèles de diffusion et de valorisation sont les suivants :

7. Plus précisément, on distingue le WWR spécifique et général. Le WWR spécifique est le risque résultant d'une corrélation positive entre l'exposition envers une contrepartie donnée et la probabilité de défaut de cette même contrepartie (par exemple, l'achat à une entreprise d'options de vente sur ses propres actions). Le WWR général est le risque résultant d'une corrélation positive entre les probabilités de défaut des contreparties et les évolutions des facteurs généraux de risque de marché (par exemple, une opération sur sous-jacent *commodities* avec une contrepartie dont les résultats dépendent du prix des matières premières).

1.1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré

- le choix des facteurs de risque ;
- la structure de corrélation entre facteurs de risque (influencée entre autres par le choix de l’horizon de prédiction, certaines dépendances n’apparaissant qu’à long terme) ;
- le choix des modèles de diffusion (par exemple le nombre de facteurs dans les modèles de taux) ;
- le choix de la probabilité (historique, risque neutre) utilisée pour diffuser les facteurs de risque ;
- les modalités de calibrage, la fréquence de recalibrage. En cas de calibrage historique, la profondeur des données historiques ;
- les spécifications du modèle de Monte Carlo, en particulier le nombre de simulations ;
- la grille de date, le nombre de pas de temps et le choix entre une grille fixe et une grille variable adaptée au portefeuille sous-jacent. Par exemple une grille concentrée sur le court terme pour un portefeuille à court terme ou une grille qui tient compte des tombées de coupons (voir infra figure 1.7 sur la question des coupons) ;
- le traitement des produits dérivés exotiques et valorisés selon des modèles complexes, sachant que la méthode IMM qui repose sur une simulation de Monte-Carlo est déjà lourde en termes de temps de calcul même pour les produits vanille valorisés par des formules fermées. Le recours à des proxys pour la valorisation des produits exotiques se pose en particulier dans le cadre de la production quotidienne des indicateurs de risque de contrepartie.

Les principaux choix méthodologique pour la modélisation du *netting* et du collatéral portent sur les aspects suivants :

- simulation du collatéral non-*cash* : via des *haircuts* ou par diffusion ;
- hypothèses sur le changement de composition du collatéral ;
- diffusion du collatéral en devise ;
- durée de la MPOR (qui peut être supérieure au minimum réglementaire) et identification des collatéraux illiquides ;
- agrégation au sein d’un *netting set*, en particulier en cas d’utilisation partielle de la méthode IMM, quand un même *netting set* comprend des transactions en IMM et en CEM ;
- la prise en compte des *cash flows* pendant la période de marge en risque (voir infra figure 1.7) ;
- pour les transactions avec les CCP, la modélisation des variations de la marge initiale.

1.2.3.3 Pics d’exposition

Sous l’hypothèse que la dernière date d’appel de marge réussi est $t - \Delta$, le paiement d’un *cash flow* important pendant la période de marge en risque (entre t et $t - \Delta$) peut créer à t un pic d’exposition sur le profil net d’EE. A la tombée du coupon, on observe un saut sur le profil d’exposition non collatéralisée et un pic sur le profil net car le collatéral est calculé avant la tombée du coupon, avec un décalage égal à la MPOR (voir figure 1.7 gauche). Ces pics peuvent entraîner une large surestimation de l’EAD calculée par la méthode IMM, à cause de l’effet cliquet de l’Effective EE (voir figure 1.7 droite).

Un cas particulier concerne le paiement final (le cas échéant). Le calcul à t d’une exposition qui mature strictement entre t et $t - \Delta$ s’écrit : $E_t = \max(0; MtM_t - C_{t-\Delta}) = \max(0; -C_{t-\Delta})$ et donc $E_t = -C_{t-\Delta} > 0$, si le collatéral est versé.

Plus le collatéral versé est important, plus le pic observé à maturité sera élevé. Les paiements finaux ne sont pour cette raison en général pas inclus dans le calcul du collatéral. Le risque résiduel (que le collatéral ne soit pas rendu) est un risque de règlement/livraison.

1.1.2 Exigences réglementaires pour les dérivés bilatéraux de gré à gré

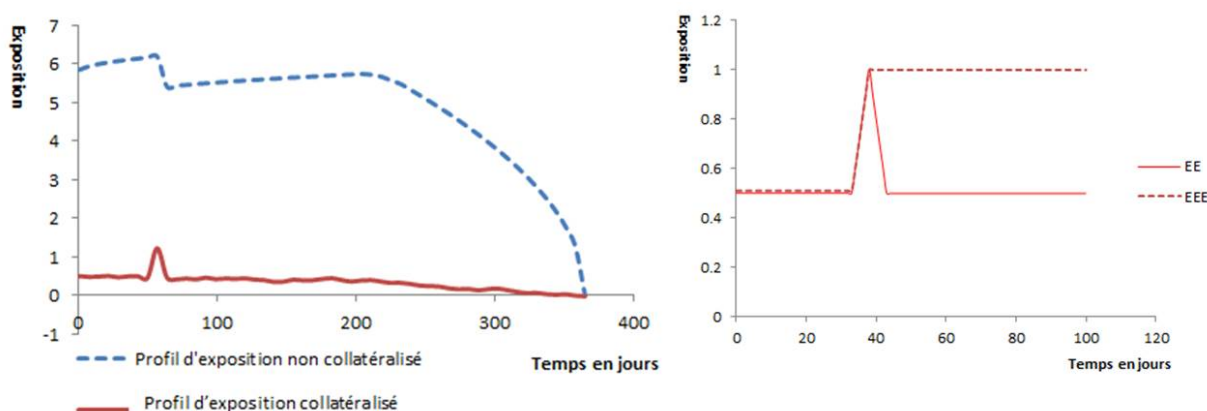


FIGURE 1.7 – à gauche : exemple de profils d'exposition (EE) collatéralisé avec un pic lié à une tombée de coupon
à droite : zoom, illustration de l'effet des pics sur l'exposition effective (EEE)

Pour les coupons intermédiaires qui sont en général moins importants que les paiements finaux, l'effet "pic d'exposition" peut être minime et ne pas avoir d'incidence sur la mesure du risque de contrepartie. Quand l'impact du pic est trop significatif, l'utilisation du profil EE peut être préférable au profil EEE qui n'est souvent pas réaliste.

La prise en compte des *cash flows* pose aussi la question de la grille de pas de temps. Une grille quotidienne induit des pics de courte durée à chaque tombée de coupon. En revanche une grille avec des pas de temps assez éloignés diminue la probabilité qu'un *cash flow* tombe pendant la période de marge en risque.

1.2.3.4 Backtesting

Le backtesting peut être conduit à plusieurs niveaux :

- backtesting des modèles de diffusion des facteurs de risque ;
- backtesting des modèles de valorisation simplifiée (le cas échéant) ;
- backtesting des expositions.

Le backtesting des expositions consiste à vérifier ex post que l'exposition réalisée est conforme à la distribution théorique des expositions prédites par le modèle (voir figure 1.8).

1.1.3 Exigences réglementaires pour les dérivés compensés par une contrepartie centrale

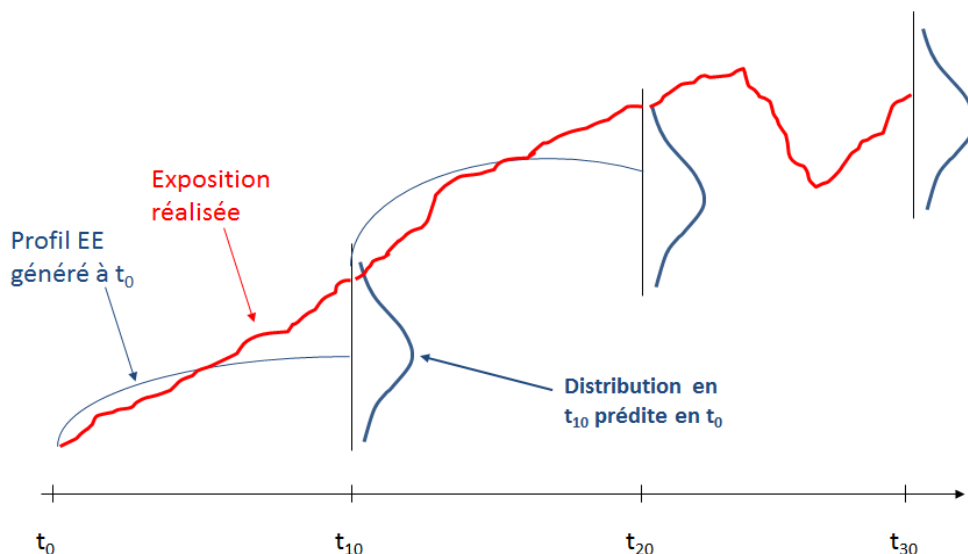


FIGURE 1.8 – Backtesting des expositions sur des intervalles non recouvrant de taille 10 jours

En règle générale, le backtesting n'est pas conduit sur tout le portefeuille, mais sur un échantillon de contreparties représentatif. Pour une contrepartie donnée, on compare la distribution à un horizon donné à la réalisation historique du MtM. En pratique, on regarde si cette réalisation se situe dans un intervalle entre deux quantiles $[p; q]$. En répétant cette opération, on dispose d'un nombre d'observations N qui se situent dans l'intervalle $[p, q]$. Pour un nombre total n d'observations, ce nombre N est supposé suivre une loi binomiale $B(n, q - p)$.

On rencontre principalement deux approches pour constituer l'échantillon de backtesting :

- à partir d'intervalles très rapprochés qui se recouvrent (par exemple des pas de temps quotidiens) ;
- en utilisant des intervalles non recouvrant, par exemple des intervalles de 10 jours tous les 10 jours, comme illustré à la figure 1.8.

Dans les deux cas, l'utilisation d'échantillons trop petits (intervalles non recouvrant) ou non-indépendants (intervalles recouvrant) rend le backtesting peu significatif d'un point de vue statistique.

L'horizon de backtesting est en général inférieur à un an car les historiques de données sur les résultats des modèles IMM sont généralement peu profonds. Par exemple avec 2 ans d'historique et un horizon de 3M, l'échantillon de backtesting sera de 8 points indépendants ou de 22 points en utilisant des intervalles qui se recoupent. En pratique, les banques tendent à tester plusieurs horizons, par exemple 1 semaine, 1 mois, 3 mois.

1.3 Exigences réglementaires pour les dérivés compensés par une contrepartie centrale

Les dérivés OTC constituent encore la plus grande part du marché des dérivés (91% selon une étude d'EUREX à mi-2013 [21]), avec une majorité (60%) de produits compensés centralement.

1.1.3 Exigences réglementaires pour les dérivés compensés par une contrepartie centrale

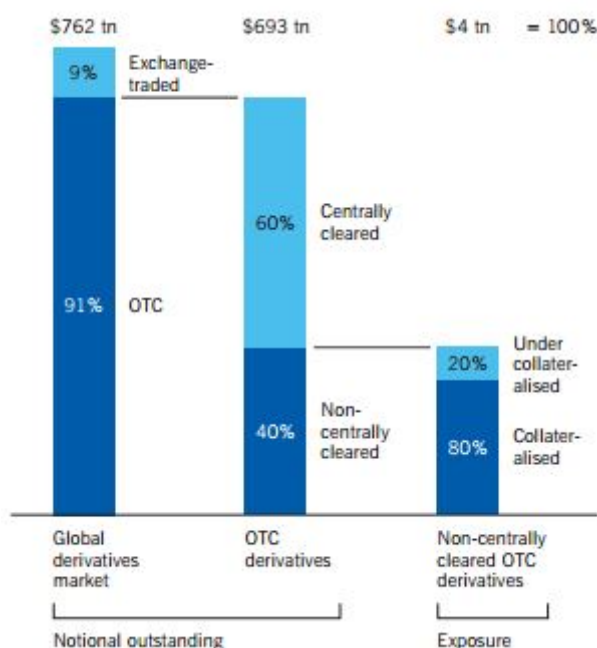


FIGURE 1.9 – Marché des produits dérivés à mi-2013, source : EUREX

Avec la mise en place de Bâle 3, les produits dérivés compensés centralement par une CCP éligible sont soumis à une exigence en capital spécifique. Les dérivés de gré à gré compensés centralement par une chambre de compensation non éligible, ainsi que les dérivés bilatéraux de gré à gré restent soumis aux méthodes CEM, SM et IMM.

1.3.1 Mesure réglementaire des expositions vis-à-vis des CCP

Bâle II ne prévoyait pas d'exigence en capital pour les transactions avec des CCP. Dans le règlement CRR en revanche, des exigences sont prévues pour les banques clientes ou membres compensateurs d'une CCP. Le CRR distingue également 2 types d'expositions soumis à des risques différents :

- les expositions dites de transaction qui incluent les expositions et la marge initiale. Des fonds propres doivent y être associés pour faire face au défaut de la CCP ;
- les contributions au fonds de garantie qui découlent d'accords de mutualisation des pertes d'une CCP et sont exposées au risque de défaut d'un autre membre compensateur.

Le tableau suivant 1.4 indique le capital requis dans différents cas de figure.

1.1.3 Exigences réglementaires pour les dérivés compensés par une contrepartie centrale

Exposition de A sur B	Exposition de transaction	Exposition découlant des contributions préfinancées au fonds de défaillance
A :membre compensateur et B :CCP	RWA=2% (art. 306) de l'exposition pour les expositions calculée par les méthodes CEM, SM ou IMM pour ses transactions propres <i>et</i> pour celles de ses clients (art. 303).	Méthode 1 : Capital K_i donné par la formule : $K_i = (1 + \beta) \cdot \frac{n}{n - 2} \cdot \frac{DF_i}{\sum_i DF_i} \cdot K_{CM}$ avec β un facteur de concentration, n le nombre de membres compensateurs et DF_i le montant de leur fonds de défaillance respectif. K_{CM} est une mesure du capital nécessaire pour tous les membres compensateurs
A :membre compensateur et B :client	RWA calculé comme dans le cas d'une exposition bilatérale classique. L'EAD est calculée par les méthodes CEM, SM ou IMM, avec une condition supplémentaire sur MPOR (art. 303.2 et 304.3)	
A :client et B :membre compensateur	RWA=2% ou 4% de l'EAD calculée par les méthodes CEM, SM ou IMM (art. 305-306) en fonction des conditions de ségrégation des clients chez le membre compensateur	

TABLE 1.4 – Exigences de capital pour les transactions liées à des CCP éligibles

Pour les expositions de transaction, l'exposition se mesure donc toujours selon les méthodes CEM, SM ou IMM. Dans le cas où une banque membre compensateur est un intermédiaire entre un client et une CCP, des hypothèses spécifiques sont prévues pour tenir compte de la plus courte période de *close-out* pour les transactions compensées centralement : dans le cas des méthodes standard par l'utilisation d'un coefficient multiplicateur compris entre 0,71 et 1 et dans le cas de la méthode IMM par l'utilisation d'une MPOR floorée seulement à 5 jours (CRR art. 304).

Pour les expositions d'un membre compensateur sur une CCP via le fonds de garantie, deux méthodes sont autorisées. La méthode 1 (*cf.* tableau 1.4) est basée sur le prorata des contributions du membre compensateur i au fonds de garantie sur l'ensemble des contributions, appliqué à K_{CM} qui mesure le capital nécessaire pour tous les membres. K_{CM} est une fonction de \bar{K}_{CCP} , capital hypothétique de la CCP et de la valeur de l'ensemble des fonds de compensation dans un scénario stressé où deux membres compensateurs feraient défaut. Le capital hypothétique

1.1.3 Exigences réglementaires pour les dérivés compensés par une contrepartie centrale

de la CCP, K_{CCP} , se calcule avec la formule suivante (CRR art. 520) :

$$K_{CCP} = \sum_{membre_i} \max(EBRM_i - IM_i - DF_i; 0) \times 20\% \times 8\%$$

avec $EBRM_i$ l'exposition face à un membre compensateur i calculé selon la méthode CEM qui a été adaptée pour l'occasion, l'agrégation se faisant avec la formule $A_{net} = A_{gross}(0,15 + 0,85 \times NGR)$

L'utilisation de la méthode CEM pour le calcul de K_{CCP} dans cette dernière formule a été fortement critiquée par l'industrie des CCP à cause de la mauvaise prise en compte du *netting* et des appels de marge pour les portefeuilles de grande taille que la CCP détient avec ses membres compensateurs. La nouvelle méthode pour les CCP prévoit de s'appuyer sur SA-CCR (voir 2.3). La méthode actuelle restera cependant en vigueur au moins jusqu'en 2017.

La méthode 2 (CRR art. 310) permet de couvrir les deux types d'expositions (de transaction et avec le fonds de défaillance). L'exigence en fonds propres est alors calculée globalement par la formule :

$$K_i = 8\% \times \min(2\% \times TE_i + 1250\% \times DF_i; 20\% \times TE_i)$$

où TE_i représente les expositions de transaction avec des CCP. Autrement dit, la pondération de 1250% appliquée à la contribution au fonds de garantie est capée à 20% des expositions de transaction.

1.3.2 European Market Infrastructure Regulation (EMIR)

La réglementation EMIR[23] introduit pour les banques⁸ européennes 3 types d'obligations nouvelles pour les produits dérivés échangés de gré à gré :

- obligation de compensation par des contreparties centrales (CCP) pour certains produits dérivés de gré à gré dont la liste est établie par l'ESMA (EMIR art. 4). L'ESMA a publié en octobre 2014 un *final draft regulatory technical standards* (RTS) pour la compensation centrale des produits de taux d'intérêts qui a été adopté par la Commission Européenne en août 2015. Les produits de taux concernés sont les *basis swaps*, *fixed-to-float swaps*, *forward rate agreements* et *overnight index swaps* en EUR, GBP, JPY et USD. Un projet de RTS est également en préparation pour les CDS, mais n'avait pas encore été adopté au moment de la rédaction de ce mémoire. Ce projet de RTS couvre les CDS d'indice en EUR les plus liquides ;
- mise en place de techniques de réduction du risque pour les produits non compensés centralement (EMIR art.11), en particulier des dispositions sur les échanges de marge, la valorisation des dérivés et le règlement des différends ;
- obligation de déclaration ou *reporting* pour tous les dérivés de gré à gré (EMIR art. 9).

8. EMIR prévoit des obligations relativement similaires pour les entreprises non financières dont les activités de financement de trésorerie dépassent un certain seuil

1.1.3 Exigences réglementaires pour les dérivés compensés par une contrepartie centrale

Avec la mise en place d'EMIR, le pourcentage de produits dérivés compensés centralement devrait encore augmenter selon les projections d'EUREX [21] :

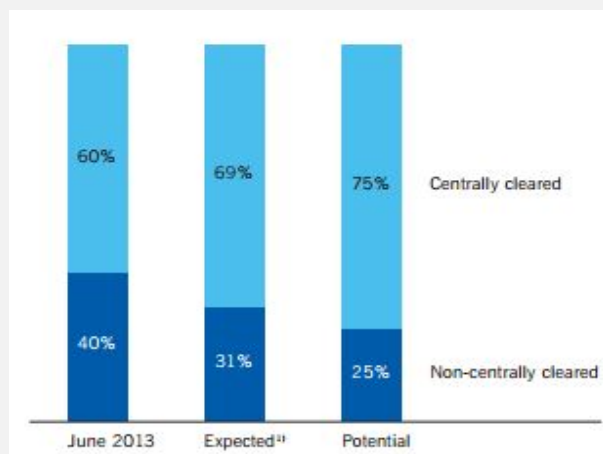


FIGURE 1.10 – Projections de compensation centrale pour l'ensemble des produits dérivés (% notionnel), source : Eurex

Les perspectives de compensation dans les années à venir sont les suivantes :

- Une majorité de produits dérivés de taux d'intérêt est déjà compensée centralement (voir figure 1.11). Le pourcentage d'IR swap compensés a doublé depuis les quatre dernières années. La transformation devrait continuer jusqu'à ce qu'environ 70% du marché total de gré à gré soit compensé centralement (les chiffres sont tirés de deux études ISDA [30][32]). Parmi les dérivés de taux, les swaptions et les swaps de change (voir figure 1.11 pour leur importance relative) sont candidats pour une prochaine compensation, mais une part non négligeable restera non compensée (devises non éligibles à la CCP, maturités non liquides).
- Le marché des actions est historiquement majoritairement compensé car la plupart des dérivés actions sont des produits fortement standardisés (options listées et futures). Ainsi les dérivés actions de gré à gré ne représentent qu'une petite partie du total des dérivés de gré à gré. Les options sur actions et indices sur des sous-jacents non standard ou avec des *payoffs* exotiques resteront vraisemblablement non compensés centralement.
- La plupart des dérivés matières premières de gré à gré qui sont des produits relativement "sur mesure" (*bespoke*) ne seront probablement pas compensés.
- Les CDS sur indices et sur les noms les plus liquides devraient à terme être compensés par une contrepartie centrale.

La part restante des dérivés de gré à gré ne sont soit pas suffisamment standardisés soit pas assez liquides, et par conséquent ne feront possiblement pas l'objet d'une compensation par une contrepartie centrale.

1.1.3 Exigences réglementaires pour les dérivés compensés par une contrepartie centrale

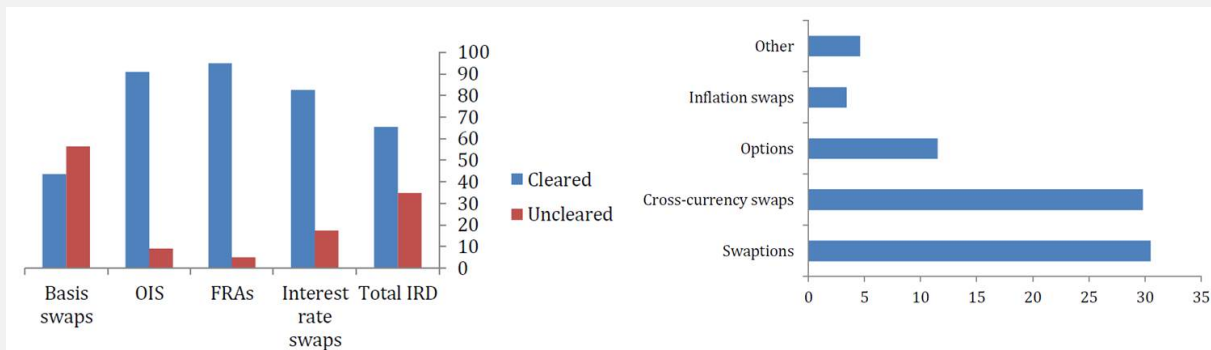


FIGURE 1.11 – à gauche : Pourcentage à fin 2013 des dérivés de taux compensés centralement ou non
à droite : Montant (USD trillions) à fin 2013 des dérivés de taux non encore compensables. source : ISDA

Chapitre 2

Evolutions réglementaires

2.1 Méthode SA-CCR

2.1.1 Présentation de la méthode

La méthode SA-CCR reprend la structure de la méthode CEM. L'EAD est définie comme la somme de deux composantes : le coût de remplacement RC (*Replacement Cost*) et un *add-on* PFE pour refléter le changement de valeur potentiel à un horizon d'un an ou moins. La méthode SA-CCR emprunte enfin à la méthode IMM le coefficient multiplicateur α de 1,4.

$$EAD = \alpha(RC + PFE) = 1,4 \times (RC + PFE)$$

A la différence de la méthode CEM, la méthode SA-CCR fait la distinction entre les contrats de collatéralisation avec et sans appels de marge. La prise en compte des appels de marge modifie la façon de calculer RC et PFE , comme illustré par la figure 2.1.

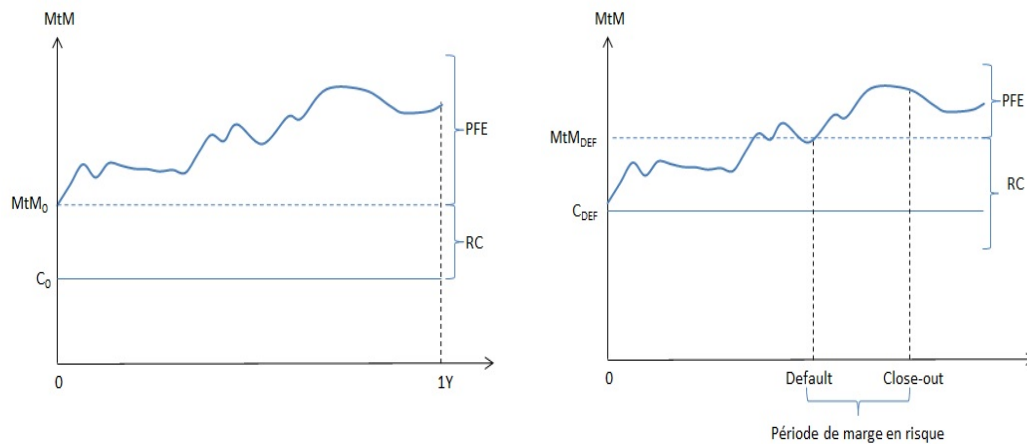


FIGURE 2.1 – Principe de l'ajustement de RC et PFE dans les cas sans appel de marge (gauche) et avec appels de marge (droite).

Dans le premier cas, sans appel de marge, $RC = \max(MtM - C; 0)$ est la perte si la contrepartie fait défaut immédiatement. PFE est la variation potentielle de valeur à un horizon de 1 an.

Dans le second cas, on note MtM_{DEF} et C_{DEF} les valeurs du MtM et du collatéral à la date du défaut. Pour RC on utilise un majorant usuel qui existe seulement pour les transactions collatéralisées avec appels de marge (voir infra). PFE qui représente la dérive du MtM est significativement plus faible que dans le premier cas : on passe d'un horizon d'un an, à un horizon de quelques jours (la période de marge en risque).

2.1.2 Coût de remplacement (RC)

Le coût de remplacement RC se calcule au niveau d'un nœud de *netting*. Lorsqu'il n'y a pas d'appels de marge, RC se calcule comme dans la méthode CEM, avec C le collatéral *cash* ou *cash equivalent* :

$$RC = \max(MtM_{t_0} - C; 0)$$

En présence d'appels de marge, RC est défini comme le maximum entre zéro et :

- l'exposition initiale à t_0 nette de collatéral;
- l'exposition future nette de collatéral, pour laquelle on utilise comme majorant $TH + MTA - IA_{net}$ (voir figure 1.3), qui est la plus grande exposition qui ne déclenche pas d'appels de marge,

soit :

$$RC = \max(MtM_{t_0} - C; TH + MTA - IA_{net}; 0) \quad (2.1)$$

2.1.3 Exposition potentielle en risque (PFE)

La composante PFE est le produit d'un *multiplier* qui permet de prendre en compte l'excès de collatéral et d'un *add-on* dit agrégé qui reprend le principe et la segmentation en classes d'actifs (produits dérivés IR, FX, crédit, action et matières premières) de l'*add-on* de la méthode CEM.

$$PFE = multiplier.AddOn^{agr}$$

2.1.3.1 Principes et étapes de calcul de l'*add-on*

La méthode SA-CCR introduit le concept de *hedging set* qui est un sous ensemble de transactions au sein d'un *netting set* pour lequel est autorisée une reconnaissance partielle ou totale de la compensation. La définition précise d'un *hedging set*, qui est spécifique à chaque classe d'actifs, sera donnée dans les parties suivantes.

Le principe de l'*add-on* de la méthode CEM (c'est-à-dire $AddOn = N.SF$) a été repris. Cependant, les valeurs de SF ont été recalibrées pour SA-CCR et des paramètres additionnels permettent de tenir compte des appels de marge et du *netting*. Une formule générale de l'*add-on* pour une classe d'actifs quelconque notée (a) peut s'écrire de la façon suivante :

$$AddOn_i^{(a)} = d_i \cdot \delta_i \cdot MF_i \cdot SF^{(a)}$$

avec :

- Ajustement du notionnel : d_i , calculé au niveau de chaque transaction est l'équivalent du notionnel de la méthode CEM. Pour certaines classes d'actifs, il dépend de la duration ou du prix de la transaction.
- Delta ajustement : δ_i , calculé au niveau de chaque transaction, pour tenir compte du sens (long/court) de la transaction et de la non-linéarité (options par opposition aux forwards par exemple). Le sens de la transaction est défini par rapport au principal facteur de risque sous-jacent à la transaction. Long/court par rapport à un facteur de risque signifie que le MtM augmente/diminue quand les valeurs du facteur de risque augmentent. L'utilisation de δ_i de signes différents en fonction du sens de la transaction permet de modéliser de manière simplifiée la compensation entre les MtM positifs et négatifs. Les δ_i sont définis par type de produit (voir table 2.1).
- MF : ou *maturity factor* qui est un ajustement pour différencier les transactions avec et sans appels de marge (voir 2.1.4.1). En dehors de MF , les autres composantes de l'*add-on* sont indépendantes de la présence ou de l'absence d'appels de marge.

- *Supervisory factor* : SF , pour convertir l'*Effective Notional* en une exposition équivalente à l'EEPE, comme dans la méthode CEM, mais avec des valeurs recalibrées.
- *Supervisory correlation* : ρ_i . Ce paramètre n'est calculé que pour les produits dérivés action, crédit, et matière première.

δ_i	Long	Court
Instruments autres que options et tranches de CDO	+1	-1
Options d'achat	$+\Phi\left(\frac{\ln \frac{p}{K} + 0.5 \times \sigma^2 \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}\right)$	$-\Phi\left(\frac{\ln \frac{p}{K} + 0.5 \times \sigma^2 \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}\right)$
Options de vente	$-\Phi\left(-\frac{\ln \frac{p}{K} + 0.5 \times \sigma^2 \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}\right)$	$+\Phi\left(-\frac{\ln \frac{p}{K} + 0.5 \times \sigma^2 \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}\right)$
avec les paramètres suivants : p : prix du sous-jacent K : prix d'exercice T : maturité σ : supervisory volatility (voir 2.1.4.2)		
δ_i	Achat de protection	Vente de protection
Tranches de CDO	$+\frac{15}{(1+14 \times A) \times (1+14 \times D)}$	$-\frac{15}{(1+14 \times A) \times (1+14 \times D)}$
avec les paramètres suivants : A : point d'attachement D : point de détachement		

TABLE 2.1 – Valeurs du paramètre δ_i

Les étapes successives du calcul de l'*add-on* à des niveaux d'agrégation de plus en plus élevés sont présentées dans le tableau 2.2. La compensation (plus précisément l'utilisation de delta notionnel de signes différents en fonction du sens de la transaction) transaction par transaction est autorisée au niveau d'un *hedging set*, sachant que l'*Effective Notional* $_{HS_j}$ est toujours positif ou nul. Au niveau des classes d'actifs, la compensation se fait entre *hedging sets*, puis au niveau du *netting set* entre classes d'actifs.

Transaction i
Ajustement de notionnel d_i
Supervisory delta δ_i
Maturity Factor MF_i
Effective Notional $_i$ $D_i = d_i \delta_i MF_i$
Hedging Set HS_j
Effective Notional $_{HS_j}$ $D_j = \sum_{i \in HS_j} d_i \delta_i MF_i$
Classe d'actifs (a)
Supervisory Factor $SF^{(a)}$
$AddOn_j = D_j SF^{(a)}$
$AddOn^{(a)} = \sum AddOn_j^{(a)}$
Netting Set
$AddOn^{agr} = \sum AddOn(a)$

TABLE 2.2 – Etapes de calcul de l'*add-on* aux différents niveaux d'agrégation

2.1.3.2 Add-on pour les produits de change

Pour les produits dérivés de change, les *hedging sets* sont définis comme l'ensemble des paires de devises : USD/EUR, JPY/EUR, etc. L'ajustement du notionnel d_i est défini comme le notionnel de la jambe en devise étrangère, converti en devise domestique (l'EUR dans la suite). Si les deux jambes sont en devise, d_i est le maximum des deux jambes en EUR.

$$EffectiveNotional_{HS_j}^{(FX)} = \sum_{i \in HS_j} d_i^{(FX)} \delta_i MF_i$$

L'*add-on* au niveau du *hedging set* est égal au produit des *supervisory factors* avec la valeur absolue des *Effective Notionals* :

$$AddOn_{HS_j}^{(FX)} = SF^{(FX)} \times |EffectiveNotional_j^{(FX)}|$$

On en déduit l'*add-on* global pour l'ensemble des produits dérivés de change :

$$AddOn^{(FX)} = \sum_j AddOn_{HS_j}^{(FX)}$$

2.1.3.3 Add-on pour les produits de taux d'intérêt

Les *hedging sets* de taux sont composés des produits dérivés exprimés dans la même devise. L'ajustement du notionnel d_i est le produit du notionnel en EUR par la *Supervisory Duration* SD qui se calcule comme :

$$SD_i = \frac{\exp(-0,05 \times S_i) - \exp(-0,05 \times E_i)}{0,05}$$

avec S_i et E_i respectivement les dates de début et de fin de la période définie par le produit dérivé¹, floorées à 10 jours.

Les produits dérivés de taux sont répartis en 3 *buckets*, en fonction de la maturité : moins de 1 an, entre 1 an et 5 ans, et plus de 5 ans. Le notionnel effectif se calcule en deux étapes, en fonction de la devise j et du *maturity bucket* k :

$$D_{j,k}^{(IR)} = \sum_{i \in (HS_j, MB_k)} d_i^{(IR)} \delta_i MF_i$$

puis (voir annexe A.1) :

$$EffectiveNotional_{HS_j}^{(IR)} = \left[\left(D_{j,1}^{(IR)} \right)^2 + \left(D_{j,2}^{(IR)} \right)^2 + \left(D_{j,3}^{(IR)} \right)^2 + 1,4 \times D_{j,1}^{(IR)} D_{j,2}^{(IR)} + 1,4 \times D_{j,2}^{(IR)} D_{j,3}^{(IR)} + 0,6 \times D_{j,1}^{(IR)} D_{j,3}^{(IR)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

La compensation est ainsi reconnue entièrement au sein d'un *bucket* de maturité, mais seulement partiellement entre deux *buckets* différents. Les *add-ons* au niveau du *hedging set*, puis de la classe d'actifs sont donnés par :

$$AddOn_{HS_j}^{(IR)} = SF^{(IR)} \times EffectiveNotional_j^{(IR)}$$

$$AddOn^{(IR)} = \sum_j AddOn_{HS_j}^{(IR)}$$

2.1.3.4 Add-on pour les produits dérivés actions

L'ajustement du notionnel $d_i^{(EQ)}$ est défini comme le produit du prix courant de l'action ou de l'indice sous-jacent au contrat par le nombre de titres référencés dans le contrat. Pour les produits dérivés actions, il n'existe pas formellement de *hedging set*, mais deux niveaux de compensation au sein d'un même *netting set* sont reconnus pour les dérivés actions.

Une compensation totale est autorisée pour les dérivés sur un même sous-jacent j , au sein d'un même *netting set* :

$$EffectiveNotional_j^{(EQ)} = \sum_{i \in entity_j} \delta_i d_i^{(EQ)} MF_i$$

$$AddOn_{entity_j}^{(EQ)} = SF^{(EQ)} \times EffectiveNotional_j^{(EQ)}$$

Entre différents sous-jacents d'un même *netting set*, une compensation partielle est autorisée via un modèle dit à un facteur (voir annexe A.1). On fait l'hypothèse que la variation du cours de l'action ou de l'indice peut être décomposée en une composante systémique et une composante

1. Pour illustration, pour un swap de maturité 10 ans, on a $SD_i = 7,9$; pour une swaption de maturité 1 an et de sous-jacent un swap de maturité 10 ans, $S_i = 1$ an et $E_i = 11$ ans et $SD_i = 7,5$.

idiosyncratique. La corrélation qui modélise le lien entre le cours de l'action j et le facteur systémique est notée ρ_j .

$$AddOn^{(EQ)} = \left[\left(\sum_j \rho_j AddOn_{entity_j}^{(EQ)} \right)^2 + \sum_j (1 - \rho_j^2) \cdot \left(AddOn_{entity_j}^{(EQ)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

La corrélation ρ_j vaut 50% pour les actions et 80% pour les indices. La reconnaissance peut être qualifiée de partielle car $\rho_j = 0\%$ correspondrait à l'absence de compensation et $\rho_j = 100\%$ à la prise en compte totale de la compensation. La corrélation entre deux entités j et k qui se calcule comme le produit $\rho_j \rho_k$ est donc égale à 25% entre deux actions, 40% entre une action et un indice et 64% entre deux indices.

2.1.3.5 Add-on pour les dérivés de crédit

L'ajustement du notionnel d_i est le produit du notionnel par la *Supervisory Duration* SD , selon la même formule que celle des produits de taux d'intérêt (voir 2.1.3.3). La formule du δ_i pour les tranches de CDO est détaillée en annexe A.2.

L'*add-on* est calculé par une méthode similaire à celle déjà utilisée pour agréger les notionnels des produits dérivés actions entre eux (voir 3.4). Pour les transactions sur un même nom, la compensation est totale :

$$EffectiveNotional_j^{(Credit)} = \sum_{i \in entity_j} \delta_i d_i^{(Credit)} MF_i$$

$$AddOn_{entity_j}^{(Credit)} = SF^{(Credit)} \times EffectiveNotional_j^{(Credit)}$$

Entre les entités, une compensation partielle est autorisée en divisant le risque en une composante systémique et une composante idiosyncratique. Les valeurs de la corrélation ρ_j pour les indices et les *single names* sont les mêmes que pour les actions.

$$AddOn^{(Credit)} = \left[\left(\sum_j \rho_j AddOn_{entity_j}^{(Credit)} \right)^2 + \sum_j (1 - \rho_j^2) \cdot \left(AddOn_{entity_j}^{(Credit)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

2.1.3.6 Add-on pour les produits dérivés sur matières premières

Les *hedging sets* HS_j sont les quatre familles de matières premières suivantes : énergie, métaux, agriculture et autres. Des sous-ensembles notés $Type_k^j$ (par exemple pour métaux, on distingue or et argent) sont reconnus pour une compensation partielle au sein d'un *hedging set* HS_j . Le modèle à un facteur utilisé pour les actions et le crédit permet d'agréger les transactions au sein d'un *hedging set*, sachant que la corrélation ρ_j vaut 40%. L'ajustement du notionnel est défini comme pour les actions par le produit du prix courant d'une unité de sous-jacent par le nombre d'unités indiqué dans le contrat.

$$EffectiveNotional_k^{(Commo)} = \sum_{i \in Type_k^j} \delta_i d_i^{(Commo)} MF_i$$

$$AddOn(Type_k^j) = SF_k \times EffectiveNotional_k^{Commo}$$

$$AddOn_{HS_j}^{(Commo)} = \left[\left(\rho_j \sum_k AddOn(Type_k^j) \right)^2 + (1 - \rho_j^2) \left(\sum_k AddOn(Type_k^j) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

L'*add-on* au niveau de la classe d'actifs se calcule ensuite en ajoutant sans permettre de compensation les *add-ons* calculés par *hedging set* selon la formule suivante :

$$AddOn^{Commo} = \sum_j AddOn_{HS_j}^{(Commo)}$$

2.1.3.7 Multiplier

Le *multiplier* permet de diminuer l'exposition en risque en cas de surcollatéralisation, c'est-à-dire quand $MtM - C < 0$. Pour les transactions non collatéralisées, cela correspond aux situations où l'exposition est négative.

L'hypothèse utilisée pour la calibration de l'*add-on* est que $MtM - C = 0$, c'est-à-dire que l'exposition en risque dérive à partir d'une valeur initiale de zéro. Pour tenir compte de la surcollatéralisation, et puisque RC ne peut être négatif, on applique un coefficient compris entre 0 et 1 à la composante PFE :

$$PFE = multiplier \times AddOn^{agr}$$

Le *multiplier* est donné par la formule suivante :

$$multiplier = f\left(\frac{MtM - C}{AddOn^{agr}}\right)$$

$$f(x) = \min\left(1; 5\% + (1 - 5\%) \exp\left(\frac{x}{2 \times (1 - 5\%)}\right)\right)$$

$f(x)$ est une fonction qui vaut :

- 1 si $x > 0$: le *multiplier* n'a pas d'impact quand la transaction n'est pas surcollatéralisée
- 5% si $x \ll 0$: la composante PFE est multipliée par un facteur de 5% quand la transaction est très largement surcollatéralisée.

L'utilisation d'une fonction f , exponentielle décroissante, permet de reproduire de manière conservatrice la diminution de l'EPE résiduel qui aurait été calculé avec la méthode IMM en cas de surcollatéralisation. En effet, si l'on suppose que le MtM suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ et que $MtM - C$ est négatif, alors en utilisant l'approximation calculé en 1.1.1, $EE = \mu\Phi(\mu/\sigma) + \sigma\phi(\mu/\sigma)$, on trouve une fonction exponentielle décroissante très proche de la fonction f précitée. Le *floor* de 5% a été introduit afin d'ajouter une marge de prudence.

2.1.4 Calibrage

2.1.4.1 Maturity Factor MF

La méthode SA-CCR définit deux formules pour le *maturity factor* : les transactions sans appels de marge sont pondérées par la racine carrée de la maturité résiduelle ; les transactions avec appels de marge sont multipliées par 1,5 fois la racine carrée de la MPOR. Ainsi, une transaction de maturité 1 an avec appels de marge et une MPOR de 10 jours sera pondérée par un facteur de 25% comparé à la même transaction sans appels de marge.

On rappelle les formules des parties 1.1.1 et 1.1.2 pour justifier les calculs du tableau 2.3. Sous l'hypothèse que le MtM_t suit une loi normale $\mathcal{N}(0, \sigma\sqrt{t})$, on a :

$$EE_t = E \left[\max \left(\sigma\sqrt{t}X_t, 0 \right) \right] = \phi(0)\sigma(t)\sqrt{t}$$

$$EPE_{1an} = \frac{2}{3}\phi(0)\sigma(0)\sqrt{1an}$$

avec $\phi()$ la densité de la loi normale centrée réduite.

MF sans appel de marge	MF avec appel de marge
On prend comme estimation de l' <i>add-on</i> la valeur que donnerait un calcul d'EEPE :	L' <i>add-on</i> SA-CCR est défini comme l'espérance de l'exposition après la MPOR :
$AddOn^{no-margin} = EPE = \frac{2}{3}\phi(0)\sigma(0)\sqrt{1an}$	$AddOn^{margin} = EE_{t=MPOR} = \phi(0)\sigma(0)\sqrt{MPOR}$
Pour les maturités M inférieures à un an, la formule devient :	On en déduit la valeur qui convertit une exposition 1 an sans appels de marge à une exposition avec appels de marge :
$AddOn^{no-margin} = \frac{2}{3}\phi(0)\sigma(0)\sqrt{M}$	$MF^{margin} = \frac{EE_{t=MPOR}}{EPE_{1an}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{MPOR}{1an}}$
On en déduit la valeur qui permet de passer d'une exposition 1 an à une maturité plus courte :	
$MF^{no-margin} = \sqrt{\frac{\min(M, 1an)}{1an}}$	

TABLE 2.3 – Calcul des MF

2.1.4.2 Supervisory Factor SF

SF est calculé au niveau de la classe d'actifs pour refléter la volatilité observée pour chaque classe d'actifs (voir tableau 2.4 ; pour mémoire, σ ou *supervisory volatility* est un paramètre qui

intervient dans le calcul de δ_i).

Pour les produits dérivés sur actions, il n'existe que deux valeurs du $SF^{(EQ)}$, une pour les indices, l'autre pour les actions individuelles. Le premier a été calibré à partir de la volatilité d'indices actions. Pour les actions, les volatilités ont été déduites des volatilités d'indices par l'utilisation d'un beta choisi de manière prudente.

Pour les produits *single name* de crédit, $SF^{(Credit)}$ est fonction de la notation du nom sous-jacent. Pour les indices, $SF^{(Credit)}$ dépend seulement de la notation "*investment grade*" ou "*speculative grade*".

Classe d'actifs	Sous-classe	SF	ρ	σ
Taux intérêt		0,50%		50%
Change		4,0%		15%
Actions (single name)		32%	50%	120%
Actions (index)		20%	80%	75%
Crédit (single name)	AAA	0,38%	50%	100%
	AA	0,38%	50%	100%
	A	0,42%	50%	100%
	BBB	0,54%	50%	100%
	BB	1,06%	50%	100%
	B	1,6%	50%	100%
	CCC	6,0%	50%	100%
Crédit (index)	IG	0,38%	80%	80%
	SIG	1,06%	80%	80%
Matières premières	Electricité	40%	40%	150%
	Pétrole, gaz	18%	40%	70%
	Métaux	18%	40%	70%
	Agriculture	18%	40%	70%
	Autres	18%	40%	70%

TABLE 2.4 – Valeurs des paramètres SF , ρ et σ

Plusieurs méthodes d'estimation ont été combinées pour obtenir le calibrage final du *supervisory factor* :

- SF est estimé dans un premier temps avec un modèle "stylisé" d'EEPE qui prévoit que la variation de la valeur de marché suit une loi normale (voir 1.1.2). En posant :

$$AddOn = \frac{2}{3}\phi(0)\sigma\sqrt{1an} = d_i.\delta_i.SF.MF_i$$

et en supposant $d_i = \delta_i = MF_i = 1$, on a une première estimation de SF basée sur la volatilité de la classe d'actifs ;

- les résultats de l'étape 1 ont ensuite été comparés à ceux produits par des modèles développés par le Comité de Bâle pour reproduire de manière simplifiée la méthode IMM. Les

2.2.2 Exigences de marge pour les dérivés non compensés par une contrepartie centrale

comparaisons ont été opérées pour différents portefeuilles hypothétiques de taille réduite et pour chaque classe d'actifs. Autrement dit, SF est ici calibré par un modèle d'EEPE semblable à celui développé en partie 3;

- les résultats sont cette fois comparés à ceux calculés par des banques avec la méthode IMM pour des portefeuilles plus larges et comprenant une plus grande variété d'instruments.

Comparaison des méthodes CEM et SA-CCR

Les exigences en SA-CCR peuvent être plus fortes qu'en CEM pour plusieurs raisons :

- SA-CCR a été calibré sur des périodes de forte volatilité des marchés. Les supervisory factors sont en général significativement plus grands qu'en CEM. Par exemple, pour les produits action de maturité 1 an, SF en SA-CCR vaut 32% contre 6% en CEM ;
- Dans la méthode SA-CCR, l'EAD intègre un coefficient alpha de 1,4 qui ne s'applique pas dans la méthode CEM ;
- Avec SA-CCR, le *netting* n'est autorisé qu'au niveau du *hedging set*, alors que le *netting* en CEM basé sur le *Net-to-Gross Ratio* (NGR) se fait au niveau du *netting set*. Par exemple pour deux swaps de MtM opposés dans des devises différentes, en CEM le PFE total est réduit grâce au NGR de 60%, alors qu'en SA-CCR les PFE se cumulent.

Pour les transactions sans appels de marge, SA-CCR donne aussi en général des exigences plus fortes qu'en CEM. En revanche, pour les transactions avec appels de marge, SA-CCR qui tient compte de la durée de la MPOR donne souvent des exigences plus faibles qu'en CEM, comme le montrent les exemples suivants :

- un IRS swap de 5 ans a une charge en capital 6 fois plus grandes en SA-CCR, $1,4 \times PFE \times Duration = 1,4 \times 0,5\% \times 4,8 = 3,1\%$, qu'en CEM, constant à 0,5% ;
- un IRS swap de 5 ans, avec des appels de marge quotidiens, a une charge en capital comparable en SA-CCR, $1,4 \times PFE \times Duration \times MF = 1,4 \times 0,5\% \times 4,8 \times 0,25 = 0,8\%$ et en CEM, constant à 0,5%.

Enfin, sur des portefeuilles de grande taille, SA-CCR conduit à des charges plus grandes qu'en CEM quand les nœuds de *netting* sont largement "directionnels". En revanche pour un portefeuille bien couvert, le capital SA-CCR est largement inférieur à celui calculé avec la méthode CEM.

2.2 Exigences de marge pour les dérivés non compensés par une contrepartie centrale

Les grands principes des nouvelles exigences de marge pour les dérivés non compensés centralement, rendus publics en septembre 2013 par le Comité de Bale et l'OICV[14], sont les suivants :

- les établissements financiers et certaines entreprises financières d'importance systémique doivent échanger des marges initiales (*Initial Margin-IM*) et des marges de variation

2.2.2 Exigences de marge pour les dérivés non compensés par une contrepartie centrale

- (*Variation Margin*-VM) pour les produits dérivés non compensés centralement ;
- la marge de variation reflète l'exposition courante. VM doit être échangé régulièrement et aucun seuil ne doit être appliqué au montant minimal à échanger ;
 - la marge initiale IM doit refléter l'exposition potentielle future PFE avec un niveau de confiance élevé ;
 - la marge initiale doit être échangée par les deux parties sans compensation possible et dans des comptes ségrégués (c'est-à-dire protégés en cas de défaut de la contrepartie). La ségrégation est un aspect important de la nouvelle réglementation, car dans le cas contraire la surcollatéralisation aurait généré un risque de contrepartie additionnel.

Pour le calcul de la marge initiale, deux approches sont prévues, derrière lesquelles on reconnaît les approches modèle interne et standard pour le calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de contrepartie :

- une approche quantitative qui s'inspire de la méthode IMM : la marge initiale est le 99^{ème} centile de l'augmentation de valeur sur une période de 10 jours, en calibrant le modèle sur une période de stress. Les modèles quantitatifs utilisés pour le calcul doivent être approuvés par l'autorité de contrôle compétente. Le modèle permet la compensation au sein des classes d'actifs, mais pas entre classes d'actifs, à la différence de la méthode IMM qui autorise un *netting* interclasse ;
- une approche basée sur des marge initiales dites standardisées, dérivée de la méthode CEM, qui vise les "petits" établissements qui ne souhaitent pas développer une approche quantitative. Les facteurs de la table 2.5 sont appliqués au notionnel (sauf pour le change, les facteurs sont au moins deux fois supérieurs à ceux utilisés dans la méthode CEM).

Classe d'actifs	Maturité	facteur IM
Crédit	Duration :0-2ans	2%
	Duration :2-5ans	5%
	Duration :>5ans	10%
Matières premières		15%
Actions		15%
Change		6%
Taux d'intérêt	Duration :0-2ans	1%
	Duration :2-5ans	2%
	Duration :>5ans	4%
Autres		15%

TABLE 2.5 – Facteurs pour le calcul de l'IM standardisé

L'agrégation se fait comme dans la méthode CEM avec le paramètre *NGR* qui reflète le niveau de diversification du portefeuille :

$$IM_{net} = (0,4 + NGR \times 0,6) \times IM_{brut}$$

L'ISDA a également proposé un modèle de calcul de la marge initiale (*Standard Initial Margin Model* - SIMM [29]) dans le but d'homogénéiser les approches quantitatives et ainsi diminuer le nombre des différends liés aux calculs des appels de marge.

Enfin, l'EBA et l'ESMA ont publié en 2015 un *consultation paper* ([24]) qui reprend les concepts avancés par le Comité de Bâle. Ce document précise en particulier les modalités de calibrage et de prise en compte de la diversification.

Impact de la marge initiale IM sur les méthodes CEM, SA-CCR et IMM

L'utilisation de marges initiales importantes dans les transactions bilatérales n'était jusqu'à présent pas une pratique de marché courante et l'introduction d'exigences minimales de marge initiale va significativement modifier les expositions, avec un impact différent selon les 3 méthodes.

On considère une marge initiale IM versée unilatéralement (comme dans le cas d'un membre compensateur à une CCP) ou, ce qui revient au même dans l'exemple suivant, versée bilatéralement mais sur des comptes ségrégués. Soit une transaction de $MtM = 80$ avec $VM = 79$; $TH = 0$; $MTA = 1$, $IM=10$:

- CEM : pas d'impact, $RC = \max(MtM - C; 0) = \max(80 - (79 + 10); 0) = 0$ et la composante PFE n'est pas impactée ;
- SA-CCR : $RC = \max(MtM_{t_0} - C; TH + MTA - IM; 0) = \max((80 - 79 - 10; 0 + 1 - 10; 0) = 0$: pas d'impact. En revanche, IM va créer un excès de collatéral qui sera pris en compte via le *multiplier* de la formule PFE : l'exposition est diminuée d'un facteur 0,64 (avec l'hypothèse d'un *add-on* de 10) ;
- IMM : la réduction est estimée dans la littérature à 85% [33]. Les simulations réalisées plus loin dans ce mémoire avec un IM constant (voir 3.6.1.2) montrent que l'impact peut être significativement plus grand.

2.3 Expositions face aux CCP

Par rapport à la réglementation jusqu'ici en vigueur, la dernière version du texte du Comité de Bâle pour le calcul des exigences en fonds propres des banques pour leur exposition vis-à-vis des CCP [16] apporte deux changements majeurs :

- la méthode SA-CCR remplacera la méthode CEM pour le calcul des expositions, en particulier celui du capital hypothétique de la CCP. La méthode CEM adaptée qui ne reconnaissait les bénéfices du *netting* qu'à hauteur de 85% n'était pas adaptée aux portefeuilles des CCP ;
- pour le calcul des exigences en fonds propres pour les contributions au fonds de garantie d'une CCP, une unique approche sera utilisée à la place des deux options initiales.

Pour un membre compensateur, la nouvelle approche pour les expositions au fonds de garantie se calcule en deux étapes. Le capital hypothétique de la CCP est donné comme dans la réglementation actuelle par la formule (voir 1.3) :

$$K_{CCP} = \sum_{membre_i} \max(EBRM_i - IM_i - DF_i; 0) \times 20\% \times 8\%$$

Le capital se calcule ensuite pour chaque membre compensateur i :

$$K_{membre_i} = \max\left(K_{CCP} \cdot \frac{DF_i}{DF_{CCP} + \sum_i DF_i}; 8\% \times 2\% \times DF_i\right),$$

où DF_i est la contribution de i au fonds de défaut et DF_{CCP} les ressources propres de la CCP.

2.4 Ratio de levier et évaluation des grands risques

Le Comité de Bâle a publié en janvier 2014 la version finale du document détaillant le calcul du ratio de levier (voir [17]), défini comme $\frac{\text{capital}}{\text{exposition}}$. L'exposition pour les dérivés et SFT devrait être calculée à partir de la méthode CEM ou SA-CCR (à la date de rédaction du mémoire, le comité de Bâle laisse encore les deux options possibles), mais à la différence notable que le collatéral ne serait pas pris en compte pour le calcul de l'exposition.

Un dernier texte bâlois est impacté par le passage de la méthode CEM à SA-CCR. Dans le nouveau cadre de mesure et de contrôle des grands risques (voir [18]), l'exposition pour un produit dérivé est définie comme l'EAD calculée selon la méthode SA-CCR.

Chapitre 3

Outils de contrôle et de simulations

3.1 Choix de la probabilité : historique ou risque neutre ?

Un choix méthodologique structurant, en lien avec la définition des modèles de diffusion des facteurs de risque, porte sur la probabilité sous laquelle vont être menés les calculs. Le choix de la "probabilité historique" revient à faire l'hypothèse que les variations observées dans le passé permettent une bonne prédiction des évolutions futures. Un autre choix pourrait conduire à retenir la "probabilité risque neutre" : celle-ci conduit à se placer dans un cadre où tout actif a un rendement attendu égal au taux sans risque.

Le choix entre ces deux probabilités impacte les modalités de calibrage des paramètres des modèles de diffusion, tels que les paramètres de volatilité et de corrélation. Les "paramètres historiques" sont calculés à partir des séries de données passées et sont généralement considérés être des indicateurs stables et robustes en matière de mesure des risques ; ils ne sont en revanche pas adaptés lorsque les enjeux de valorisation priment. Les "paramètres implicites", issus d'un calibrage sous la probabilité risque neutre, sont calculés à partir des prix observés dans le marché à un instant donné et peuvent être extrêmement volatils ; dès lors, les mesures du risque de contrepartie qui résultent de l'emploi de paramètres implicites peuvent elles-mêmes fluctuer fortement sur de courts laps de temps, ce qui peut rendre plus difficile le suivi et l'encadrement du risque de contrepartie.

Pour les raisons exposées supra, la pratique généralement observée est de se placer sous la probabilité risque neutre pour la valorisation du risque de contrepartie, notamment en ce qui concerne les ajustements de valeur de marché requis par la norme comptable IFRS 13 (via le CVA), et sous la probabilité historique pour les indicateurs utilisés dans le cadre de la gestion des risques, compte tenu de la plus grande stabilité des indicateurs obtenus sous cette probabilité, ce qui rejoint au demeurant les hypothèses posées par le Comité de Bâle pour le calibrage de la méthode SA-CCR.

Pour les simulations réalisées dans cette partie, on fait ainsi le choix de se placer systématiquement sous la probabilité historique.

3.2 Modèles pour les dérivés de taux

3.2.1 Diffusion par un modèle de Vasicek

L'évolution du taux court dans un modèle de Vasicek est donnée par l'équation suivante, avec les paramètres a , b et σ qui sont des constantes positives :

$$dr(t) = [b - ar(t)]dt + \sigma dW(t)$$

d'où l'on déduit :

$$r(t) = r(t_0)e^{-a(t-t_0)} + \frac{b}{a}(1 - e^{-a(t-t_0)}) + \sigma \int_{t_0}^t e^{-a(t-u)} dW(u)$$

Le prix à l'instant t d'une obligation zéro-coupon de maturité T , $B(t, T) = E_t \left\{ e^{-\int_t^T r(s)ds} \right\}$, se réécrit dans le modèle de Vasicek après intégration selon la formule :

$$B(t, T) = A(t, T)e^{-r(t)D(t, T)}$$

avec

$$D(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}$$

et

$$A(t, T) = \exp \left\{ \left(\frac{b}{a} - \frac{\sigma^2}{2a^2} \right) (D(t, T) - T + t) - \frac{\sigma^2}{4a} D(t, T)^2 \right\}$$

On considère un swap receveur taux fixe $F = 2\%$ tous les $T_i = 3$ mois contre Euribor 3M, de maturité $T = 10$ ans et de nominal $N = 1$. Le *mark-to-future* du swap à un instant t donné vaut :

$$MtF_{swap}(t) = N \times \left(0,25 \sum_{i=1}^{40} F \times B(t, T_i) - (1 - B(t, T)) \right)$$

Dans la simulation suivante (figure 3.1), les paramètres du modèle de Vasicek sont : $b = 2\%$, $a = 10\%$, $\sigma = 1\%$, $r_0 = 2\%$. La grille de dates d'exposition future est composée, de façon simplifiée, de 40 points. Le profil d'EE est calculé à partir de 10 000 scénarios.

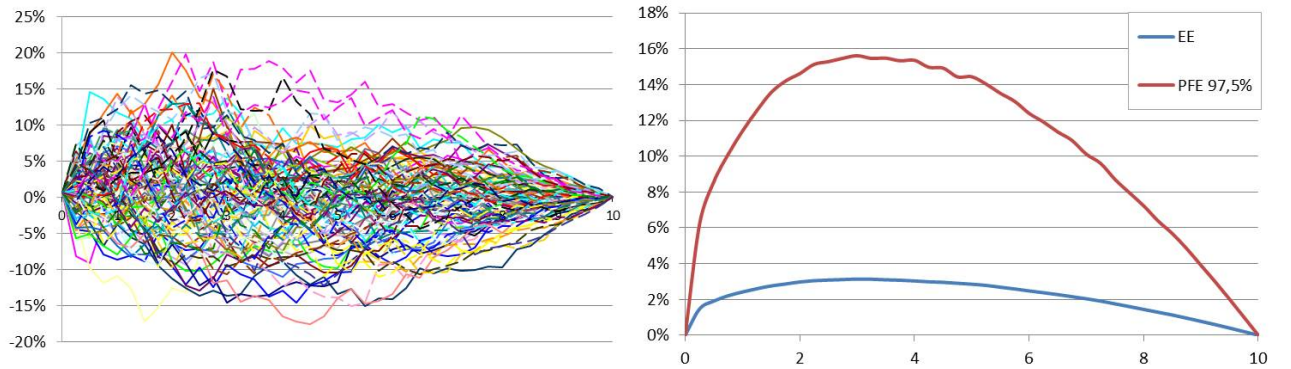


FIGURE 3.1 – Swap receveur 10Y

à gauche : profils d'exposition future - 100 simulations

à droite : profils d'EE et de PFE

Le profil d'EE du swap a la forme d'une "cloche". Il s'agit d'un profil classique pour les produits avec des *cash flows* périodiques : d'une part, l'EE augmente en raison de l'incertitude sur l'évolution des taux dans le futur ; d'autre part, les paiements de *cash flows* diminuent l'exposition jusqu'à la maturité où l'exposition est nulle.

3.2.1.1 Comparaison CEM, SA-CCR, IMM

Pour comparer les mesures réglementaires, on se place entre 0 et 1 an. Dans la méthode CEM le *supervisory factor* (1,5%) pour les maturités longues est trois fois supérieur à celui de la méthode SA-CCR (0,5%). En revanche, la composante PFE en méthode SA-CCR est proportionnelle à la *supervisory duration* qui vaut 7,9 dans l'exemple choisi. Le profil IMM est égal à 1,4 fois le profil EE de la figure précédente 3.1.

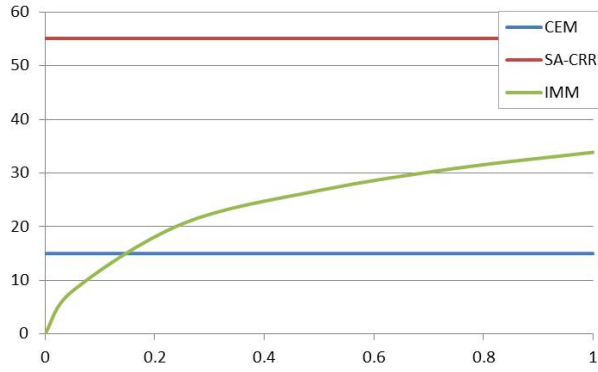


FIGURE 3.2 – Swap receveur 10Y, Nominal=1000

3.2.2 Diffusion par un modèle Hull and White 1 facteur

On reprend le modèle de Vasicek avec a et σ des constantes positives, mais le paramètre θ devient une fonction qui dépend du temps.

$$dr(t) = [\theta(t) - ar(t)]dt + \sigma dW(t)$$

On a alors :

$$r(t) = r(s)e^{-a(t-s)} + \int_s^t e^{-a(t-u)}\theta(u)du + \sigma \int_s^t e^{-a(t-u)}dW(u)$$

La fonction $\theta(t)$ est choisie de telle façon qu'à un instant donné $t = 0$, le prix théorique des zéro coupons soit égal à leur prix de marché quelle que soit la maturité T , i.e. $B^{HW1F}(0, T) = B^M(0, T)$. Le modèle Hull White à un facteur (HW1F ci-après) permet ainsi de reproduire la structure par terme des taux zéro coupon observés sur le marché à $t=0$.

$$\theta(t) = \frac{\partial}{\partial t} f^M(0, t) + af^M(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}),$$

avec $f^M(0, T)$, le taux instantané *forward* observé sur le marché à l'instant 0 pour la maturité T :

$$f^M(0, T) = \frac{\partial}{\partial T} \ln B^M(0, T)$$

Le prix à l'instant t d'une obligation zéro-coupon de maturité T est donné par :

$$B(t, T) = A(t, T)e^{-r(t)D(t, T)}$$

avec

$$D(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a},$$

$$A(t, T) = \frac{B^M(0, T)}{B^M(0, t)} \exp \left\{ D(t, T)f^M(0, t) - \frac{\sigma^2}{4a}(1 - e^{-2at})D(t, T)^2 \right\}$$

et $B^M(0, t)$ le prix de marché d'une obligation zéro coupon de maturité t .

3.2.2.1 Calibrage

Les paramètres σ et a peuvent être calibrés sous la probabilité historique par la méthode dite d'estimation de la variance. Par rapport à d'autres méthodes de calibrage (comme MLE ou GMM), le calibrage par estimation de la variance présente souvent l'avantage de calibrer des valeurs plus stables, moins sensibles à la fenêtre de calibrage retenue (voir [1]).

Pour un pilier donné τ , on part de la variance de la variation des taux, $D_i(\tau) = R_{i+1}(\tau) - R_i(\tau)$, qui est donnée par la formule suivante :

$$Var_{model}(D(\tau)) = \left(\frac{\sigma(1 - e^{-a\tau})}{a\tau} \right)^2$$

La variance observée sur une série de taille N s'écrit simplement :

$$Var_{obs}(D(\tau)) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (D_i(\tau) - E(D(\tau)))^2$$

Une méthode d'estimation de la variance consiste à trouver les paramètres σ et a qui minimisent l'écart quadratique entre les volatilités observées et théoriques, sur l'ensemble des piliers, soit :

$$\min_{\sigma > 0, a > 0} \sum_{\tau} (Var_{obs}(D(\tau)) - Var_{model}(D(\tau)))^2$$

Quant à la fonction $\theta(t)$, les composantes $\frac{\partial}{\partial t} f^M(0, t)$ et $f^M(0, t)$ ont été calculées à partir des courbes de zéro-coupon observées au 31/12/2014 par dérivations successives. $\theta(t)$ ne dépend dès lors plus que de σ et a .

Le graphe 3.3 de droite représente la variance observée sur la courbe USD pour 4 fenêtres de calibrage différentes :

- la variance calibrée sur 3 années récentes caractérisées par des taux bas (2012-2014) est très faible ;
- le calibrage sur la période 2007-2011 est rendu difficile, du fait des variations particulièrement fortes alors observées et de déformations de la courbe des taux que ne permet pas de bien appréhender un modèle à un seul facteur (cf. infra) ;
- les historiques 2007-2014 et 2008-2014 ont été retenus pour calibrer le modèle de diffusion HW1F car les séries sont suffisamment longues et permettent un calibrage de qualité suffisante.

3.3.2 Modèles pour les dérivés de taux

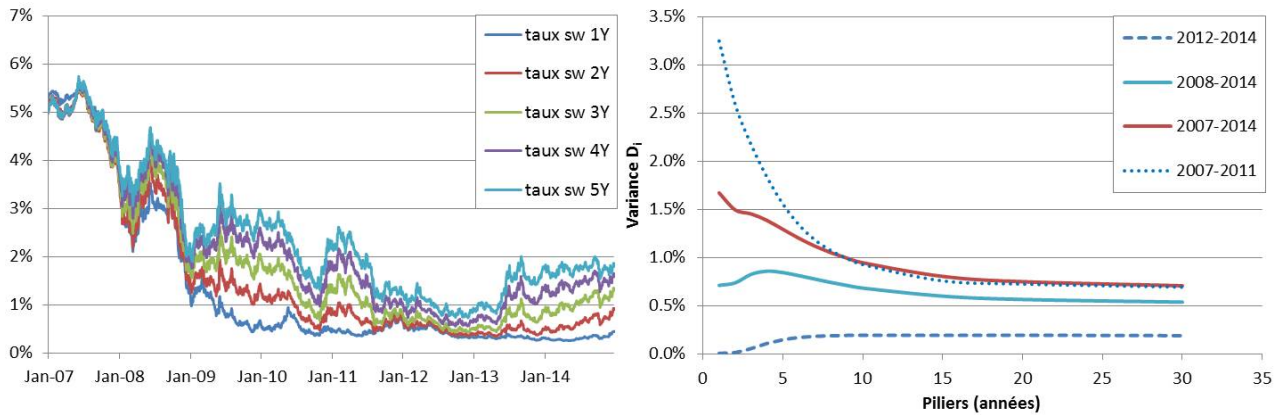


FIGURE 3.3 – à gauche : séries historiques 2007-2014 de taux de swap USD 1Y-5Y
à droite : structure par terme de la variance historique pour différentes fenêtres d'observation

Le calibrage est réalisé sur la courbe USD pour les séries 2007-2014 et 2008-2014 (figure 3.4). L'optimisation sous contrainte ($a > 0$, $\sigma > 0$) est réalisée avec le solveur d'Excel, entre les piliers 1Y et 15Y sur 2007-2014 et les piliers 3Y et 15Y sur 2008-2014.

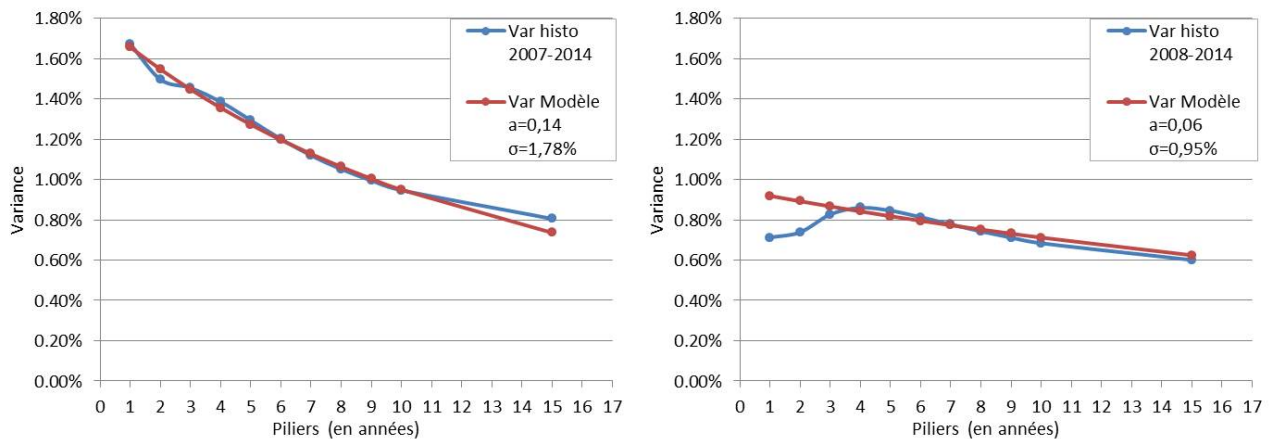


FIGURE 3.4 – Minimisation de l'écart entre variance observée et modèle
à gauche : avec la variance observée calibrée sur l'historique 2007-2014
à droite : avec la variance observée calibrée sur l'historique 2008-2014

On trouve les résultats suivants :

- calibrage₁ sur $[2007;2014]$: $a_1 = 0,14$ et $\sigma_1 = 1,78\%$
- calibrage₂ sur $[2008;2014]$: $a_2 = 0,06$ et $\sigma_2 = 0,95\%$.

3.2.2.2 Simulations

On considère un swap en dollar qui reçoit un taux fixe de 2,28% tous les 3 mois contre US Libor 3M, de maturité 10 ans et de nominal $N = 1$. Le swap est supposé au pair à la date du 31/12/2014, date de début des simulations.

3.3.2 Modèles pour les dérivés de taux

Les paramètres du modèle de Hull White résultent du calibrage précédent. La fonction $\theta(t)$ se déduit pour tout t des valeurs de ces paramètres et de la structure par terme des zéro-coupons au 31/12/2014. On présentera dans la suite les résultats pour les jeux de calibrage 1 et 2 dans le but d'illustrer la sensibilité de l'EE aux choix de calibrage : $a_1 = 0,14$; $\sigma_1 = 1,78\%$ et $a_2 = 0,14$; $\sigma_2 = 1,78\%$.

La grille de dates d'exposition future est toujours composée de 40 points. Le profil d'EE est calculé à partir de 10 000 scénarios. Le graphique 3.5 présente les profils des 100 premières simulations d'expositions futures pour les deux fenêtres de calibrage considérées. On vérifie bien que le calibrage₁ (réalisée sur l'historique "stressé" qui inclut l'année 2007) permet d'envisager des scénarios plus sévères que le calibrage₂.

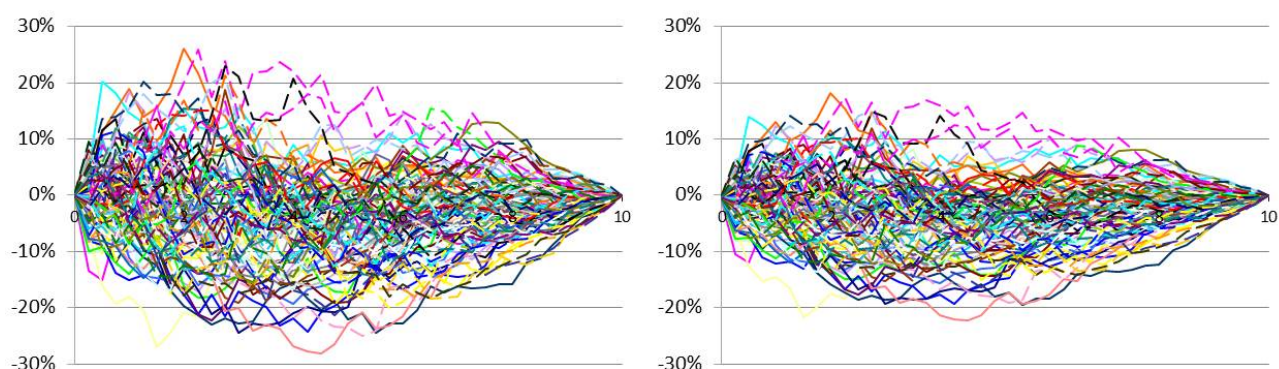


FIGURE 3.5 – Swap 10Y USD receveur taux fixe 2,28% : 100 simulations d'exposition future au 31/12/14 à gauche : calibrage₁ sur [2007 ;2014] ; à droite : calibrage₂ sur [2008 ;2014]

La figure 3.6 représente les profils d'expositions futures pour les quantiles à 2,5% et 97,5%, ainsi que le profil moyen. Le profil moyen est convexe et négatif car le swap paie le taux variable qui est moins sensible à la volatilité que la jambe fixe.

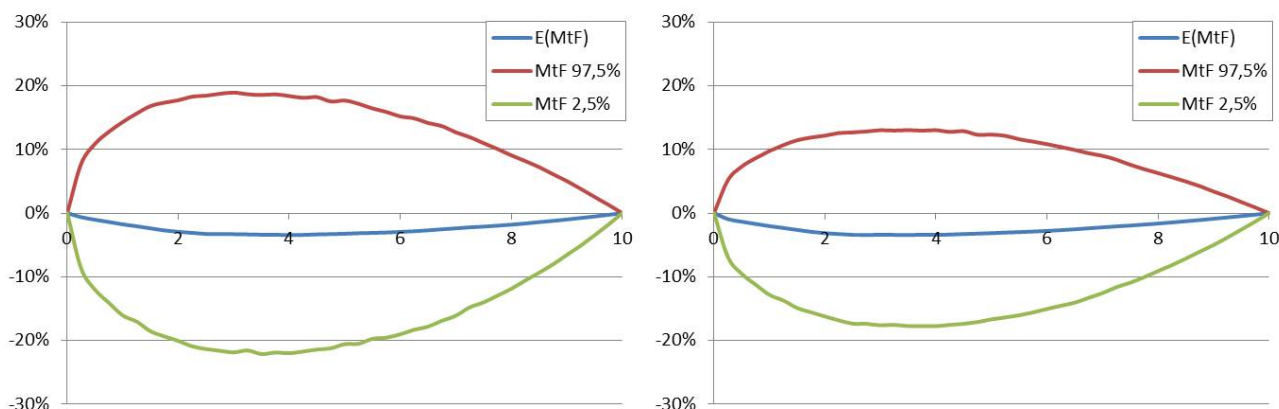


FIGURE 3.6 – Swap 10Y USD receveur taux fixe 2,28% : profils moyen et quantiles - 10000 simulations au 31/12/14 à gauche : calibrage₁ sur [2007 ;2014] ; à droite : calibrage₂ sur [2008 ;2014]

Dans la graphique 3.7, on ne considère plus que les expositions positives et on trace l'EE et le PFE à 97,5%. Un calcul d'EEPE (incluant le facteur multiplicatif α à 1,4) donne dans le calibrage₁ EEPE=2,65% et dans le calibrage₂ EEPE=1,70%.

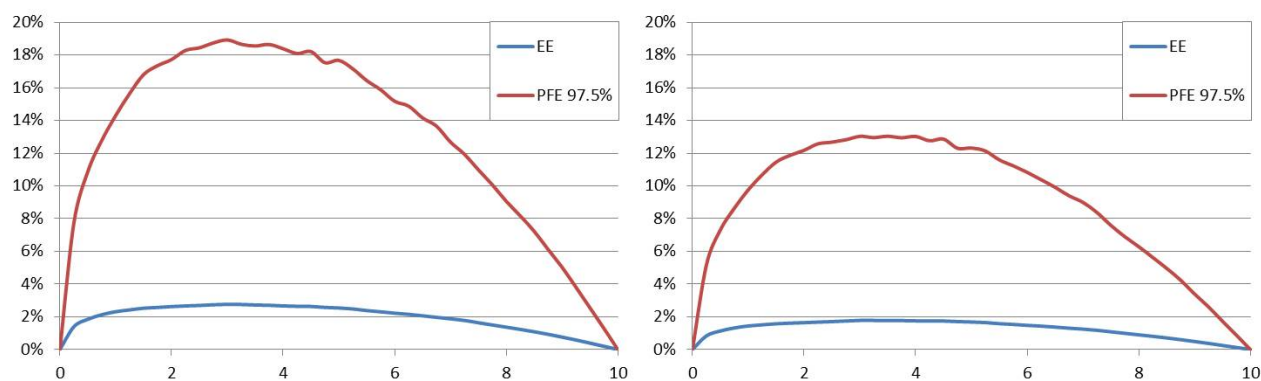


FIGURE 3.7 – Swap 10Y USD receveur taux fixe 2,28% : EE et PFE - 10000 simulations au 31/12/14 à gauche : calibrage₁ sur [2007;2014] ; à droite : calibrage₂ sur [2008;2014]

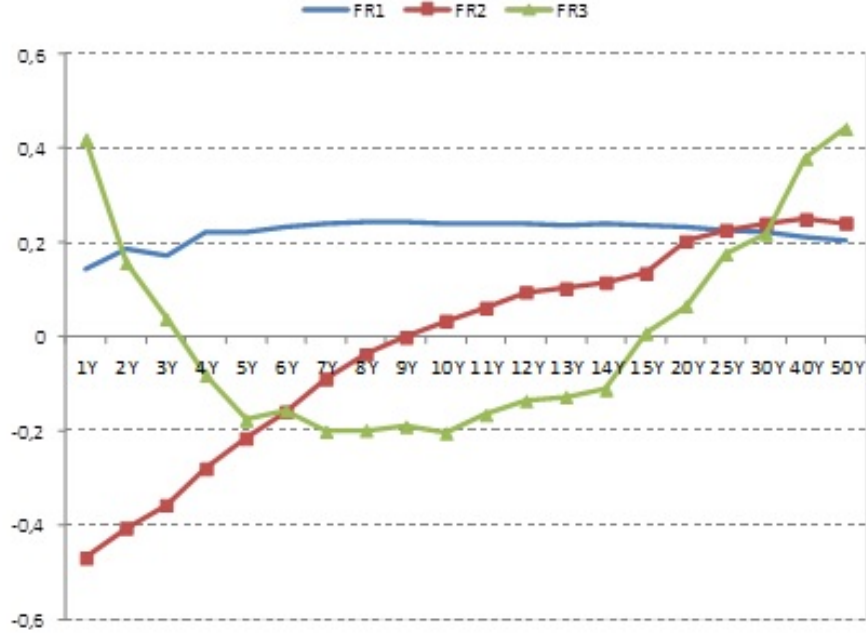
Pour analyser ces résultats, il est possible d'utiliser la fonction MARS CVA de Bloomberg, qui permet de calculer le profil d'EE pour les produits vanille de taux et de change (voir A.3). Cette fonction repose aussi sur un modèle Hull and White à un facteur, mais avec une diffusion sous la probabilité risque neutre. Les autres détails du calcul ne sont pas rendus publics par Bloomberg (voir la note méthodologique de Bloomberg [4]), ce qui empêche une comparaison plus poussée avec les résultats du modèle présenté dans le mémoire. On peut toutefois noter que, pour le même swap, la fonction Bloomberg donne un profil d'EE avec un maximum autour 2,5%, ce qui est relativement proche des résultats susmentionnés.

3.2.3 Modèle de diffusion des taux d'intérêt multi-facteurs

Un modèle de diffusion à un facteur peut ne pas suffire à représenter convenablement les déformations possibles de la courbe des taux. Des analyses en composantes principales (cf. annexe 4) montrent ainsi que, pour les devises principales (euro, dollar, yen...), il est souvent nécessaire de prendre en compte au moins 3 facteurs afin de capter une part suffisante de la variance des rendements quotidiens des taux zéro-coupon.

A titre d'illustration, le graphe ci-après représente les vecteurs propres (associés aux 3 valeurs propres les plus significatives) issus d'une ACP sur les rendements quotidiens des taux zéro-coupon en euro, observés de 2004 à 2012, pour 20 piliers de maturité compris entre 1 et 50 ans. En termes d'interprétation des différents facteurs issus de l'ACP, on reconnaît classiquement une composante "translation" (FR1), puis des composantes "pentification" (FR2) et "rotation" (FR3).

3.3.2 Modèles pour les dérivés de taux



Dans ce contexte, des modèles plus sophistiqués de diffusion des taux d'intérêt peuvent être employés. Ainsi, le modèle HJM (Heath Jarrow Morton) est fondé sur l'étude de l'évolution du prix d'une obligation zéro-coupon, noté $B(t, T)$ (prix de l'obligation à l'instant t , pour la maturité T). L'équation de diffusion est la suivante pour un modèle à un facteur :

$$\frac{dB(t, T)}{B(t, T)} = \mu(t, T)dt + \sigma_B(t, T)dW(t)$$

Dans cette équation, $\mu(t, T)$ et $\sigma_B(t, T)$ représentent respectivement le terme de tendance et la volatilité du prix de l'obligation, W un mouvement brownien standard. $B(t, T)$ représentant le prix d'une obligation zéro-coupon, on a :

$$\mu(t, T) = r(t)$$

où $r(t)$ est le taux court terme.

L'application du lemme d'Ito permet de déduire l'équation suivante :

$$d(\ln B(t, T)) = r(t)dt - \frac{1}{2}\sigma_B(t, T)^2dt + \sigma_B(t, T)dW(t)$$

Ainsi, $\ln B(t, T)$ est supposé suivre une loi normale d'écart-type $\sigma_B(t, T)\sqrt{T-t}$.

Dans le modèle présenté ci-dessus, seule une source d'incertitude est introduite. Dans le modèle HJM multi-facteur, l'équation de diffusion est modifiée de la manière suivante :

$$\frac{dB(t, T)}{B(t, T)} = \mu(t, T)dt + \sum_i \sigma_{B, \alpha_i}(t, T)dW_{\alpha_i}(t)$$

σ_{B,α_i} représente la volatilité du prix de l'obligation expliquée par le facteur α_i .

De manière similaire, l'application du lemme d'Ito conduit à l'équation suivante :

$$d(\ln B(t, T)) = r(t)dt - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \sigma_{B,\alpha_i}(t, T) \sigma_{B,\alpha_j}(t, T) \rho_{B,\alpha_i\alpha_j} dt + \sum_i \sigma_{B,\alpha_i}(t, T) dW_{\alpha_i}(t)$$

$\rho_{B,\alpha_i\alpha_j}$ représente la corrélation entre les browniens W_{α_i} et W_{α_j} . Notons $f(t, T)$ le taux instantané forward, à l'instant t et pour la maturité T :

$$B(t, T) = \exp\left(-\int_t^T f(t, u)du\right)$$

soit encore $f(t, T) = -\frac{\partial}{\partial T} \ln B(t, T)$. En substituant cette égalité dans l'équation différentielle précédente, on obtient :

$$df(t, T) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial}{\partial T} (\sigma_{B,\alpha_i}(t, T) \sigma_{B,\alpha_j}(t, T) \rho_{B,\alpha_i\alpha_j}) dt - \sum_i \frac{\partial}{\partial T} \sigma_{B,\alpha_i}(t, T) dW_{\alpha_i}(t)$$

En notant $\sigma_{f,\alpha_i}(t, T) = \frac{\partial}{\partial T} \sigma_{B,\alpha_i}(t, T)$, on aboutit à l'équation différentielle stochastique suivante, caractérisant le modèle HJM multi-facteur :

$$df(t, T) = \sum_{i \leq j} \rho_{B,\alpha_i\alpha_j} \sigma_{f,\alpha_i}(t, T) \left[\int_t^T \sigma_{f,\alpha_i}(t, u) du \right] dt - \sum_i \sigma_{f,\alpha_i}(t, T) dW_{\alpha_i}(t)$$

En intégrant l'équation différentielle stochastique précédente, on trouve :

$$B(t, T) = B(s, T) \exp\left(\int_s^t \left[r(u) - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \sigma_{B,\alpha_i}(u, T) \sigma_{B,\alpha_j}(u, T) \rho_{B,\alpha_i\alpha_j}\right] du + \int_s^t \left[\sum_i \sigma_{B,\alpha_i}(u, T) dW_{\alpha_i}(u)\right]\right)$$

avec $s \leq t \leq T$.

Pour rendre cette solution indépendante du taux court terme $r(t)$, il suffit de substituer T par t dans l'équation précédente et d'observer que :

$$\begin{aligned} B(t, T) &= \frac{B(t, T)}{B(t, t)} = \frac{B(s, T)}{B(s, t)} \times \\ &\exp\left(-\frac{1}{2} \int_s^t [\rho_{B,\alpha_i\alpha_j} (\sigma_{B,\alpha_i}(u, T) \sigma_{B,\alpha_j}(u, T) - \sigma_{B,\alpha_i}(u, t) \sigma_{B,\alpha_j}(u, t))] du\right) \times \\ &\exp\left(\int_s^t \left[\sum_i (\sigma_{B,\alpha_i}(u, T) - \sigma_{B,\alpha_i}(u, t)) dW_{\alpha_i}(u)\right]\right) \end{aligned}$$

3.3.3 Modèle de diffusion des taux de change

Le prix de l'obligation peut également être donné comme une fonction des volatilités instantanées forward $\sigma_{f,\alpha_i}(t, T)$:

$$B(t, T) = \frac{B(s, T)}{B(s, t)} \exp \left(- \int_t^T \left[\int_s^t \left(\sum_{i \leq j} \rho_{B, \alpha_i \alpha_j} \sigma_{B, \alpha_i}(q, u) \int_q^u \sigma_{f, \alpha_j}(q, r) dr \right) dq \right] du \right) \times \\ \exp \left(\int_t^T \left[\int_s^t \sum_i \sigma_{f, \alpha_i}(q, u) dW_{\alpha_i}(q) \right] du \right)$$

Pour représenter les volatilités forward, un choix de modélisation peut consister à prendre :

$$\sigma_{f, \alpha_i}(t, T) = \sigma_{\alpha_i} \exp(k_{\alpha_i}(t - T))$$

On en déduit, par définition de σ_{f, α_i} :

$$\sigma_{B, \alpha_i}(t, T) = \frac{\alpha_i}{k_{\alpha_i}} (1 - \exp(k_{\alpha_i}(t - T)))$$

Le succès du modèle HJM (1992) trouve son origine dans sa capacité à représenter finement différentes formes de la courbe des taux, y compris parmi les plus complexes. Il constitue une généralisation, en temps continu, de la modélisation proposée initialement par Ho et Lee.

3.3 Modèle de diffusion des taux de change

Classiquement, l'évolution du cours de change d'une devise donnée i (par rapport à l'euro) peut être modélisée par un mouvement brownien géométrique :

$$\frac{dS^i(t)}{S^i(t)} = \mu^i(t)dt + \sigma^i(t)dW_{fx}^i(t)$$

$S^i(t)$ représente la valeur d'une unité étrangère en monnaie domestique, $\mu^i(t)$ est un terme de tendance, $\sigma^i(t)$ une fonction de volatilité et W_{fx}^i un processus brownien standard. Le terme de tendance peut être caractérisé à partir des taux courts relatifs à la devise i et à l'euro. En effet, si $C^i(t)$ désigne le facteur de capitalisation associé à la devise i , on a :

$$d(C^i(t)S^i(t)) = S^i(t)dC^i(t) + C^i(t)dS^i(t)$$

Cette relation peut être réécrite de la manière suivante :

$$\frac{d(C^i(t)S^i(t))}{C^i(t)S^i(t)} = (r^i(t) + \mu^i(t))dt + \sigma^i(t)dW_{fx}^i(t)$$

Sous l'hypothèse de l'absence d'opportunité d'arbitrage entre le prix en devise étrangère d'un actif financier et son prix converti en euro, on a compte tenu de l'unicité de décomposition des processus d'Ito :

$$\mu^i(t) = r(t) - r^i(t)$$

On obtient donc :

$$\frac{dS^i(t)}{S^i(t)} = (r(t) - r^i(t))dt + \sigma^i(t)dW_{fx}^i(t)$$

Une solution de l'équation différentielle stochastique précédente est donnée par :

$$S^i(t) = \frac{S^i(0)B^i(0,t)}{B(0,t)} \exp \left(\int_0^t (r(u) - r^i(u))du - \frac{1}{2} \int_0^t \sigma^i(u)^2 du + \int_0^t \sigma^i(u)dW_{fx}^i(u) \right)$$

Ainsi, la variable aléatoire représentant le cours de change (au comptant) de la devise i , à une date future d'exposition t , est supposée suivre une loi log-normale dont l'espérance mathématique est égale au cours de change à terme, vu de la date courante (hors prise en compte des marges de basis swaps).

A la date t , les taux de change *forward* sont déterminés par la relation suivante :

$$S^i(t, t+T) = \frac{S^i(t)B^i(t, t+T)}{B(t, t+T)}$$

Dans le cas particulier des devises pour lesquelles il existe un lien quasi fixe (*peg*) avec l'euro, le terme de tendance peut être supposé nul. L'expression du taux de change (au comptant) aux dates t devient alors :

$$S^i(t) = S^i(0, t) \times \exp \left(-\frac{1}{2} \int_0^t \sigma^i(u)^2 du + \int_0^t \sigma^i(u)dW_{fx}^i(u) \right)$$

3.4 Modèles pour les dérivés actions

3.4.1 Modèle de diffusion

3.4.1.1 Diffusion mono sous-jacent

Le sous-jacent $S(t)$ (une action ou un indice) est supposé suivre un mouvement brownien géométrique :

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = (\mu - q)dt + \sigma(t)dW(t)$$

en notant,

- $W(t)$, un processus brownien
- μ , le *drift* ou tendance

- q , le taux de dividende moyen par année. Les dividendes sont ici supposés être payés de façon continue
- σ , la volatilité historique du prix du sous-jacent modélisé

En intégrant l'équation précédente, on trouve :

$$S(T) = S(0) \exp \left((\mu - q)T - \frac{1}{2} \times \int_0^T \sigma(s)^2 ds + \int_0^T \sigma(s) dW(s) \right)$$

3.4.1.2 Calibrage

La variance du log-rendement du sous-jacent s'écrit :

$$\text{var} \left[\ln \left(\frac{S(t_i)}{S(t_{i-1})} \right) \right] = \sigma^2(t_i - t_{i-1})$$

en notant $u_i = \ln \left(\frac{S(t_i)}{S(t_{i-1})} \right)$, un estimateur de l'écart-type s des u_i est donné par :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$$

Enfin, le *drift* peut être calibré sur des log-rendements 1 jour à partir de la formule :

$$E \left(\frac{\ln(S(t_i))}{\ln(S(t_{i-1}))} \right) = \mu - \sigma^2$$

3.4.1.3 Diffusion jointe

L'ensemble des sous-jacents sont modélisés conjointement. Soit $\rho_{i,j}$ les corrélations historiques des logs rendements de deux sous-jacents S_i et S_j . On note Σ la matrice de corrélation :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \cdots & \rho_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \cdots & \rho_{nn} \end{pmatrix}$$

La décomposition de Cholesky s'écrit :

$$\Sigma = M^t M$$

avec $M = (m_{i,j})$ une matrice triangulaire inférieure.

Soit (B_i) un vecteur de browniens standard *iid*, alors (W_i) défini par $W = M \times B$ est un vecteur de browniens de matrice de variance covariance Σ . On a $W_i(t) = \sum_{j=1}^n m_{i,j} B_j(t)$ et :

$$\frac{dS_i(t)}{S_i(t)} = (\mu_i - q)dt + \sigma_i(t) \sum_{j=1}^n m_{i,j} dB_j(t)$$

en particulier pour $n=2$, on a :

$$\frac{dS_1(t)}{S_1(t)} = (\mu_1 - q)dt + \sigma_1(t)dB_1(t)$$

$$\frac{dS_2(t)}{S_2(t)} = (\mu_2 - q)dt + \sigma_2(t)(\rho B_1(t) + \sqrt{1 - \rho^2})dB_2(t)$$

3.4.2 Modèles de valorisation simplifiée

Les prix sont ici calculés sous l'hypothèse de taux déterministes.

3.4.2.1 Forward

Soit un *forward* F sur un sous-jacent S qui prévoit de livrer S à une date future T et au prix fixé contractuellement K . Le contrat *forward* vaut à une date de simulation t_i :

$$F(t_i, T) = S(t_i)e^{-q(T-t_i)} - Ke^{-r(T-t_i)}$$

3.4.2.2 Call et Put européen

Les *Call* et *Put* européens sont valorisés avec la formule de Black-Scholes. A une date de simulation t_i , les prix d'un *call* et d'un *put* sur le sous-jacent $S(t)$, de maturité T , de prix d'exercice K , de volatilité σ sont donnés par :

$$c = S(t_i)N(d_1) - Ke^{(-r+q)(T-t_i)}N(d_2)$$

et

$$p = Ke^{(-r+q)(T-t_i)}N(-d_2) - S(t_i)N(-d_1)$$

avec N , la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite,

$$d_1 = \frac{\ln(S(t_i)/K) + (r - q + \sigma^2/2)((T - t_i))}{\sigma\sqrt{(T - t_i)}}$$

et

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T - t_i)}$$

3.4.3 Simulations

3.4.3.1 Données

Les simulations sont réalisées sur 6 sous-jacents : 4 indices (S&P 500, FTSE 100, Eurostoxx 50, CAC 40), une action du marché américain (Google) et une action française avec une forte volatilité (Alcatel-Lucent). Les volatilités historiques (table 3.1) sont calculées à partir des log rendements 1 jour, sur 3 ans (2012-2014) puis converties en volatilités annuelles. Les matrices de corrélation historique (table 3.2) sont calculées sur les mêmes séries quotidiennes de 3 ans. L'ensemble des données provient de Bloomberg. Les sous-jacents sont exprimés en numéraire euro :

3.3.4 Modèles pour les dérivés actions

	Spot	vol 260D
FTSE 100	8374	13,2%
eurostoxx 50	3139	18,3%
S&P 500	1711	12,8%
CAC 40	4252	18,0%
Google	440,3	22,9%
Alcatel-Lucent	2,956	51,6%

TABLE 3.1 – Volatilités historiques 260D au 31/12/2014

	FTSE 100	eurostoxx 50	Google	S&P 500	CAC 40	Alcatel-Lucent
FTSE 100	1	76,9%	29,2%	57,3%	77,8%	32,0%
eurostoxx 50	76,9%	1	25,0%	46,5%	97,9%	39,9%
Google	29,2%	25,0%	1	57,9%	25,3%	13,6%
S&P 500	57,3%	46,5%	57,9%	1	46,6%	23,0%
CAC 40	77,8%	97,9%	25,3%	46,6%	1	39,7%
Alcatel-Lucent	32,0%	39,9%	13,6%	23,0%	39,7%	1

TABLE 3.2 – Matrice de corrélations au 31/12/2014

Les taux de dividende estimés sont les suivants :

	taux dividende
FTSE 100	4,7%
eurostoxx 50	3,7%
S&P 500	2,0%
CAC 40	3,3%
Google	0%
Alcatel-Lucent	0%

TABLE 3.3 – taux de dividende historique au 31/12/2014

3.4.3.2 Résultat des simulations

La grille de dates d'exposition future est ici divisée en 100 intervalles régulièrement répartis entre 0 et 1 an. Les simulations sont réalisées au 01/01/2015. Soit un contrat *forward* sur le CAC40 de maturité 1 an, de *strike* le prix *forward* et qui vaut 0 à l'instant $t = 0$. Le profil d'exposition future au niveau de confiance de 97,5% (PFE 97,5%) est croissant jusqu'à la maturité, avec une croissance en \sqrt{t} .

On obtient une estimation assez bonne du PFE et de l'EE, si l'on fait l'hypothèse que le sous-jacent est distribué normalement, avec les formules vues en 1.1.1. Sous cette hypothèse,

on a $PFE_{t;97,5\%} = 1,96 \times \sigma\sqrt{t}S_0$ et $PFE_{1an;97,5\%} = 1500$, quand les simulations donnent $PFE_{1an;97,5\%}^{simul} = 1636$ (figure 3.8). De même, l'approximation normale donne $EE \approx 0,40 \times \sigma S_0 = 305$ et l'EE à un an obtenu par les simulations vaut $EE^{simul} = 295$.

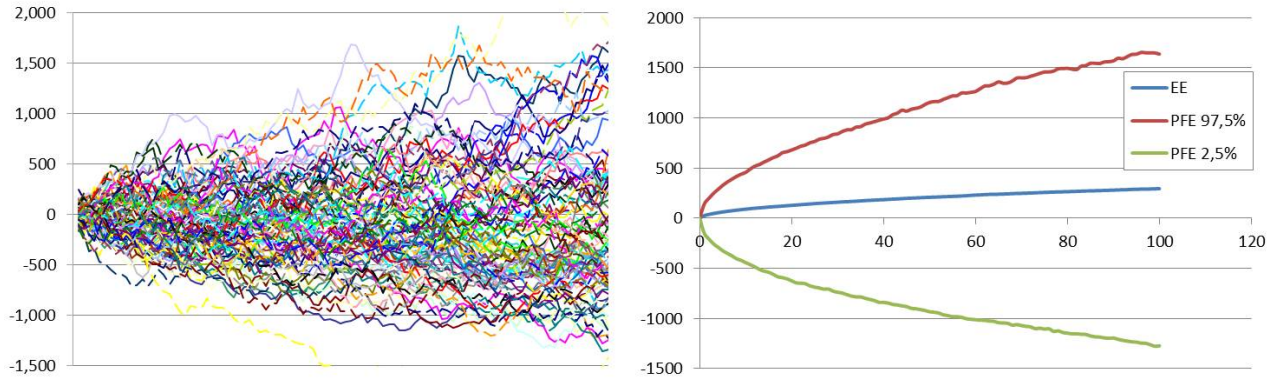


FIGURE 3.8 – Achat forward 1Y sur Indice CAC 40
à gauche : profils d'exposition future - 100 simulations
à droite : profils d'EE et de PFE 97,5% et 2,5%

On considère des achats de *call* et de *put* à la monnaie sur l'indice CAC40 de maturité 1 an (figure 3.9). Le PFE 97,5% des positions longues en option augmente jusqu'à l'exercice de l'option, en raison de la probabilité croissante d'être dans la monnaie. On retrouve le profil caractéristique en \sqrt{t} qui fournit également une bonne approximation pour les options vanille : le résultat des simulations est $PFE_{1an;97,5\%}^{simul} = 1511$, alors que la valeur approchée est $PFE_{1an;97,5\%} = 1500$. L'EE est globalement constant (très légèrement croissant) et donc proche du prix initial.

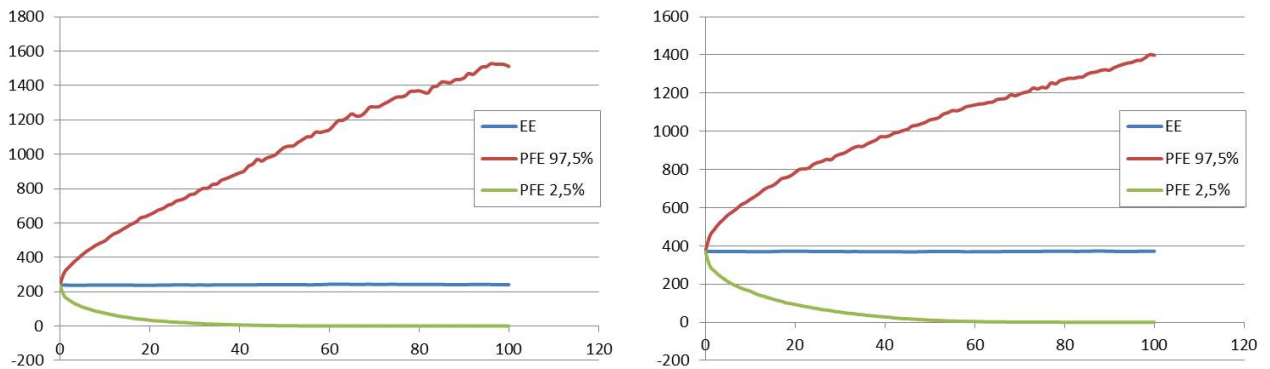


FIGURE 3.9 – Achat call (gauche) ; Achat put (droite) 1Y sur Indice CAC 40

Enfin, pour des positions courtes sur des options vanille, le prix serait toujours négatif et l'EE nul à toutes dates.

3.4.3.3 Comparaison CEM, SA-CCR, IMM

La méthode SA-CCR est significativement plus conservatrice que les méthodes CEM et IMM pour les produits actions vanille (voir figure 3.10). Ceci s'explique notamment par le fait que le facteur SF dans la méthode SA-CCR est de 20% pour les indices et de 32% pour les actions, alors qu'il n'est que de 6% en CEM.

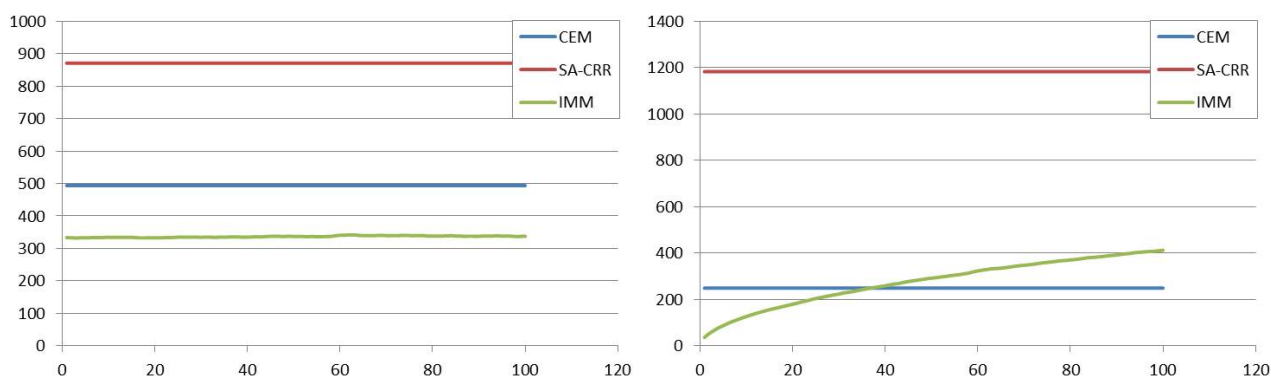


FIGURE 3.10 – Achat call (gauche) ; Achat Forward (droite) 1Y sur Indice CAC 40

3.5 Modèles pour les dérivés de crédit *single name*

Le modèle retenu est une diffusion des spreads conditionnellement à la survie du nom sous-jacent selon un processus avec retour à la moyenne, couplée avec une simulation des défauts à chaque pas de temps. En termes de produits, la valorisation des CDS single name a été testée.

Une des caractéristiques du risque de contrepartie pour les produits dérivés de crédit est que le risque de corrélation défavorable ou wrong way risk (WWR) est en général élevé en cas d'achat de protection. Dans le cas d'un CDS long de la protection par exemple, l'exposition augmente si la qualité de crédit de la contrepartie diminue. En cas de forte corrélation entre le *rating* de l'entité de référence sous-jacente au CDS et la contrepartie, le WWR est très élevé. Le WWR peut être modélisé en introduisant des distributions jointes de défaut. Dans les sections suivantes, on fera l'hypothèse simplificatrice que les qualités de crédit de la contrepartie et du sous-jacent ne sont pas corrélées.

3.5.1 Modèle de diffusion

3.5.1.1 Choix du modèle

Dans la profession, il n'existe pas une méthode largement utilisée et se détachant des autres pour diffuser les spreads de crédit, dans le cadre de la modélisation du risque de contrepartie. On peut ainsi choisir de diffuser les spreads ou les taux de hasard. Les sections suivantes décrivent donc une des approches possibles pour la diffusion des spreads de crédits.

Le modèle mis en œuvre consiste à diffuser conjointement les spreads de crédits et les défauts. Les observations du marché montrent que les spreads de crédit conditionnellement à la survie peuvent se caractériser par un processus de retour à la moyenne. L'intuition sous-jacente est

que si un spread prend des valeurs très élevées, on peut s'attendre soit à ce qu'il fasse défaut, soit à ce que sur le long-terme il revienne à son niveau "normal" (voir [37]). En pratique, on simule la structure par terme des spreads en retenant les tenors 1Y, 2Y, 3Y, 4Y et 5Y. Le processus de diffusion choisi pour chaque tenor est un processus de Vasicek. Le long de chaque trajectoire, sont simulées les occurrences de défaut, qui sont déduites de la courbe de spread, sachant que le défaut est un état absorbant.

Un modèle alternatif mais qui n'a pas été implémenté consiste à simuler des migrations de *rating* au lieu du défaut. La diffusion des spreads se fait alors généralement en deux étapes : (i) simulation de l'évolution d'un spread moyen par *rating* et par tenor selon un processus avec retour à la moyenne, (ii) simulation des changements de *rating* de l'entité de référence à chaque pas de temps par un modèle de Merton.

3.5.1.2 Modèle de Vasicek

On suppose dans la suite que les spreads sont diffusés selon un modèle de Vasicek, dont la dynamique s'écrit avec les paramètres constants a , b et σ :

$$ds(t) = [b - as(t)]dt + \sigma dW(t)$$

On obtient par intégration entre t et t_0 :

$$s(t) = s(t_0)e^{-a(t-t_0)} + \frac{b}{a}(1 - e^{-a(t-t_0)}) + \sigma \int_{t_0}^t e^{-a(t-u)} dW(u)$$

On estime les paramètres a , b et σ par la méthode du maximum de vraisemblance. On introduit $\beta = \frac{b}{a}$, $\alpha = e^{-a\delta}$ et $V^2 = \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a\delta})$ où δ est l'intervalle de temps entre les observations s_0, s_1, \dots, s_n . Les estimateurs de maximum de vraisemblance de α , β et V^2 sont donnés par :

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= \frac{n \sum_{i=1}^n s_i s_{i-1} - \sum_{i=1}^n s_i \sum_{i=1}^n s_{i-1}}{n \sum_{i=1}^n s_i^2 - (\sum_{i=1}^n s_{i-1})^2} \\ \hat{\beta} &= \frac{\sum_{i=1}^n [s_i - \hat{\alpha} s_{i-1}]}{n(1 - \hat{\alpha})} \\ \hat{V}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [s_i - \hat{\alpha} s_{i-1} - \hat{\beta}(1 - \hat{\alpha})]^2\end{aligned}$$

3.5.1.3 Simulation des événements de défaut

On définit la probabilité de défaut $P(t) = 1 - S(t) = 1 - \exp\left(-\int_0^t h(x)dx\right)$ où $h(x)$ est le taux de hasard en x , c'est-à-dire la probabilité, vue à la date $t = 0$, qu'un défaut survienne exactement à la date x . A chaque date t_i , on procède à la simulation des défauts en tirant des lois uniformes U_i et en comparant les tirages u_i avec la valeur de $P(t_i)$, pour constater ou non l'occurrence d'un défaut du nom sous-jacent. L'algorithme associé est :

- diffusion du spread entre t_i et t_{i+1} dont est déduit le taux de hasard (cf. infra 3.5.2.2), puis la probabilité de défaut associée $P(t_i)$;
- génération d'une variable uniforme U_i ;

- si $0 < u_i < P(t_i)$ alors on considère que le défaut est survenu entre t_i et t_{i+1} . Dans le cas d'un défaut, le MtM à t_{i+1} du CDS est donné par le taux de recouvrement du sous-jacent et on considère que le défaut est un état absorbant pour la détermination des expositions futures ;
- en cas de survie, le CDS est valorisé aux conditions de marché diffusées en t_{i+1} .

3.5.2 Modèle de CDS

3.5.2.1 Valorisation d'un CDS

On note $S(t)$ la probabilité de survie entre 0 et t et $h(x)$ le taux de hasard :

$$S(t) = \exp \left(- \int_0^t h(x) dx \right)$$

La valeur actualisée de la jambe de prime s'écrit pour une unité de spread et une unité de notionnel :

$$V_p = \sum_{i=1}^I \delta(t_{i-1}, t_i) D(t_i) S(t_i)$$

avec $D(t_i)$ le facteur d'actualisation, $\delta(t_{i-1}, t_i)$ la fraction d'année entre deux dates successives de paiement, et $T = t_I$ la maturité.

La probabilité de défaut entre t et $t + dt$ s'écrit $-dS(t) = S(t)h(t)dt$. La valeur actualisée de la jambe de défaut s'écrit donc pour une unité de notionnel :

$$V_d = (1 - R) \int_0^T D(t) S(t) h(t) dt$$

où R est le taux de recouvrement en cas de défaut.

Le MtM d'un CDS *long* de la protection, avec notionnel N et taux de spread s est donné par la formule :

$$CDS(N, s) = N(V_d - sV_p)$$

3.5.2.2 Stripping de la courbe de spread

On note, pour un CDS de maturité donnée, s^* le spread au pair pour lequel la valeur de la jambe de prime est égale à celle de la jambe de défaut :

$$s^* = \frac{V_d}{V_p} \tag{3.1}$$

Le *stripping* de la courbe de spread revient à résoudre pour chaque maturité l'équation 3.1 d'inconnu le taux de hasard $h(t)$ et d'exprimer $h(t)$ en fonction de s^* .

En pratique, on choisit une fonction de taux de hasard qui est constante par morceaux $(h_i)_{1 \leq i \leq n}$ en fonction des tenors $(\tau_i)_{1 \leq i \leq n}$ de CDS les plus liquides. A t_i , la fonction de survie est égale à :

$$S(t_i) = \exp \left(- \sum_{i=1}^n h_i (\tau_i - \tau_{i-1}) \right)$$

A τ_1 , on résout l'équation 3.1 pour laquelle h_1 est la seule inconnue. L'équation, qui n'admet pas de solution par des formules analytiques simples, est résolue par un algorithme de recherche des zéros d'une fonction. La méthode de la sécante a ici été choisie pour sa simplicité : on converge vers la racine de l'équation $f(x) = 0$ par la relation de récurrence :

$$x_n = x_{n-1} - f(x_{n-1}) \frac{x_{n-1} - x_{n-2}}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})}$$

A τ_2 , on résout l'équation 3.1 pour laquelle h_2 est la seule inconnue, h_1 étant connue, etc. L'ensemble de la courbe des taux de hasard est ainsi déduite par *bootstrapping* pour chaque $i = 1, \dots, n$.

3.5.3 Simulations

3.5.3.1 Données et calibrage

On fait l'hypothèse simplificatrice que les courbes de spread de CDS et de taux de hasard sont des fonctions constantes par morceaux entre les 5 piliers 0-1Y, 1Y-2Y, ..., 4Y-5Y. En ce qui concerne la valorisation des CDS, les intégrales sont approchées par des sommes discrètes de 20 pas de temps par an. Le *stripping* des taux de hasard qui revient à inverser la formule de valorisation du CDS est réalisé avec les mêmes hypothèses. Les taux de hasard qui représentent des probabilités de défaut ne peuvent être négatifs et sont floorés à zéro. Le taux de recouvrement R est supposé fixe et égal à 40%. Pour l'actualisation, on fait l'hypothèse que le taux d'intérêt instantané est constant et que le LIBOR 1M en représente une bonne approximation.

En ce qui concerne la diffusion, les paramètres du modèle de Vasicek sont calibrés sur des historiques de spread de 5 ans entre 2010 et 2014 qui proviennent du fournisseur de données de marché Markit. Pour chaque nom sont simulés les spreads 1Y, 2Y, 3Y, 4Y et 5Y conjointement avec une corrélation parfaite de 1 (la corrélation historique observée est très proche de cette valeur). La grille de dates d'exposition future est divisée en 100 intervalles régulièrement répartis entre 0 et 5 ans, avec pour point de départ le 01/01/2015. Le graphique 3.11 représente les séries historiques utilisées pour le calibrage et les séries simulées pour le spread de Google.

3.3.5 Modèles pour les dérivés de crédit *single name*

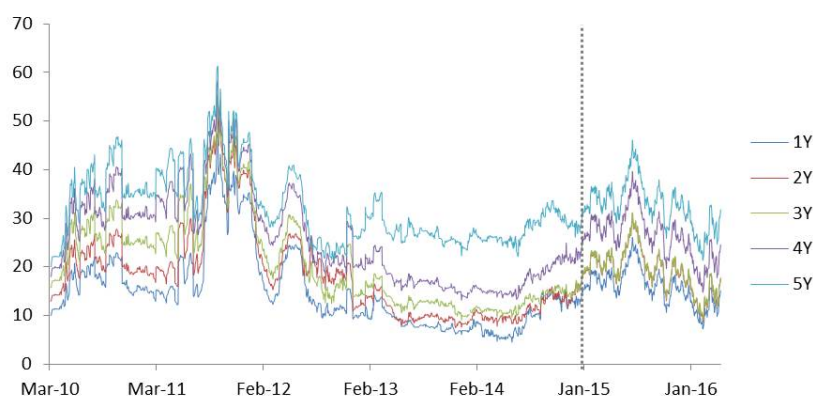


FIGURE 3.11 – Spreads Google 1Y, 2Y, 3Y, 4Y, 5Y : [mars 2010-déc 2014 : séries historiques], [jan 2015-mid 2016 : simulations]

Les noms sous-jacents utilisés pour les simulations sont Google et Sony, avec les caractéristiques suivantes (tableaux 3.4, 3.5, 3.6).

Sous-jacent	Google	Sony
Rating	AA/Aa2	BBB-/Ba1
Nominal	1	1
Maturity	5Y	5Y
coupon(bp)	28,998	102,61
tombée coupon	quarterly	quarterly
MtM initial	0	0

TABLE 3.4 – Caractéristiques des CDS

Courbe de spread	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y
Google(bp)	13,00	15,19	15,35	21,84	28,98
Sony(bp)	19,53	37,23	54,12	79,63	102,61

TABLE 3.5 – Données de marché au 31/12/2014

3.3.5 Modèles pour les dérivés de crédit *single name*

	Paramètres	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y
Google	a	1,31	1,43	1,47	1,58	1,73
	b	19,20	25,90	26,97	39,95	53,39
	σ	12,92	15,06	14,95	16,85	17,47
Sony	a	1,12	0,76	0,58	0,50	0,42
	b	48,15	76,15	103,48	125,36	143,16
	σ	45,95	64,87	77,49	89,89	102,03

TABLE 3.6 – Résultat du calibrage du modèle de Vasicek

3.5.3.2 Résultat des simulations

Les calculs d'EPE et du PFE sont basés sur 10 000 scénarios. On choisit un MtM initial nul, pour obtenir un profil caractéristique en cloche des expositions futures. Un prix initial suffisamment éloigné de zéro et positif (respectivement négatif) se traduirait par un profil davantage linéaire et décroissant (respectivement croissant) jusqu'à zéro.

Les graphiques 3.12 et 3.13 représentent le résultat des simulations dans le cas d'une vente de CDS 5Y (*short* protection) au 01/01/2015 sur respectivement les noms Google et Sony :

- à gauche, un échantillon de 10 simulations parmi les 10 000, ainsi que les profils d'EE et le PFE à 95%. Le profil "crénelé" de l'EE est dû aux tombées trimestrielles des coupons, sachant que le MtM est un "*dirty price*" (avec les intérêts courus inclus) ;
- à droite, les profils d'EE, PFE à 95% et 99%.

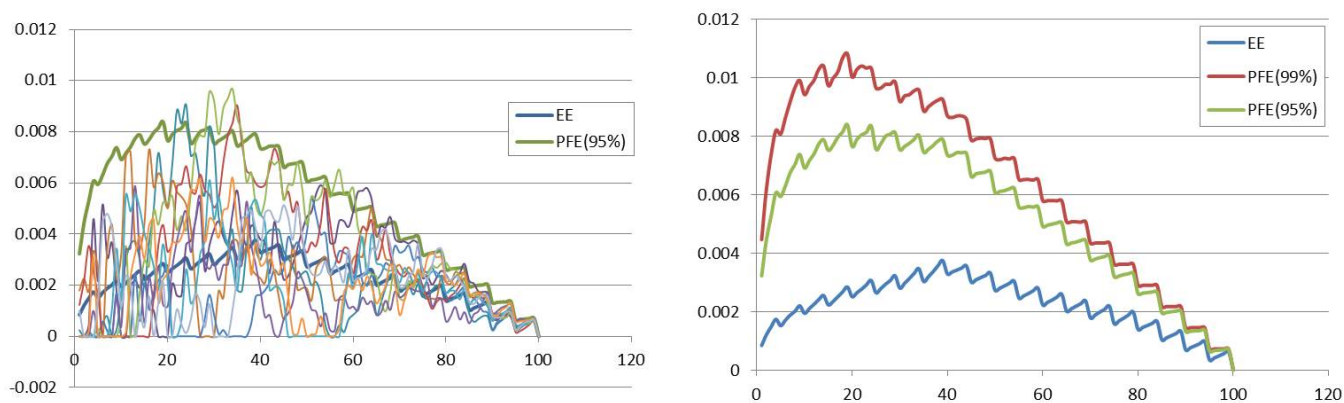


FIGURE 3.12 – CDS 5Y Google - Short protection

3.3.5 Modèles pour les dérivés de crédit *single name*

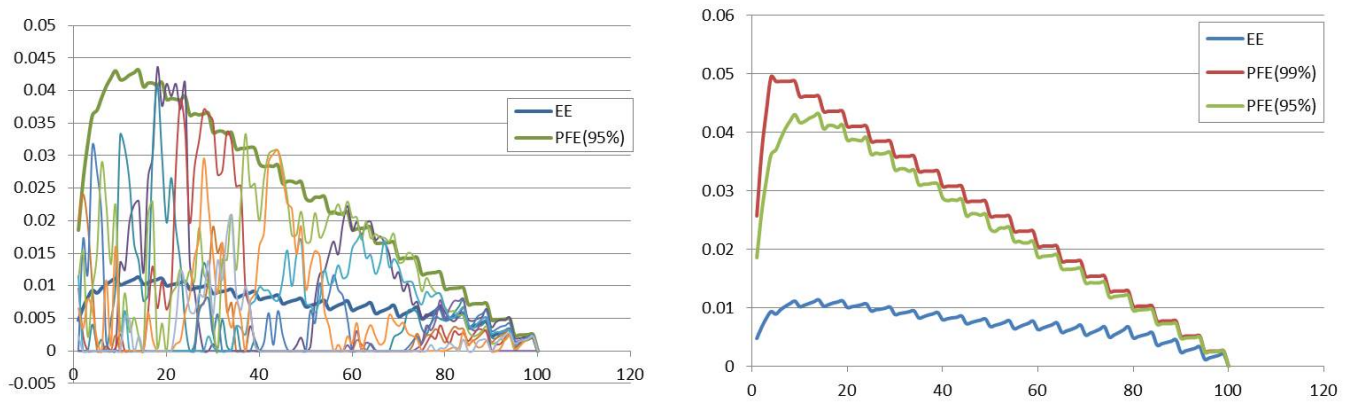


FIGURE 3.13 – CDS 5Y Sony - Short protection

Les graphiques 3.14 et 3.15 représentent le résultat des simulations dans le cas d'un achat de CDS (*long* protection). Le profil PFE 99% est caractéristique, avec un maximum de 60% qui est la valeur maximale qui peut être perdue en cas de défaut de la contrepartie. Ce comportement n'est observé que si le quantile auquel est mesurée l'exposition est suffisamment élevé. Dans le cas des CDS *short* protection, le montant maximum qui peut être perdu est égal à la valeur de la jambe de prime.

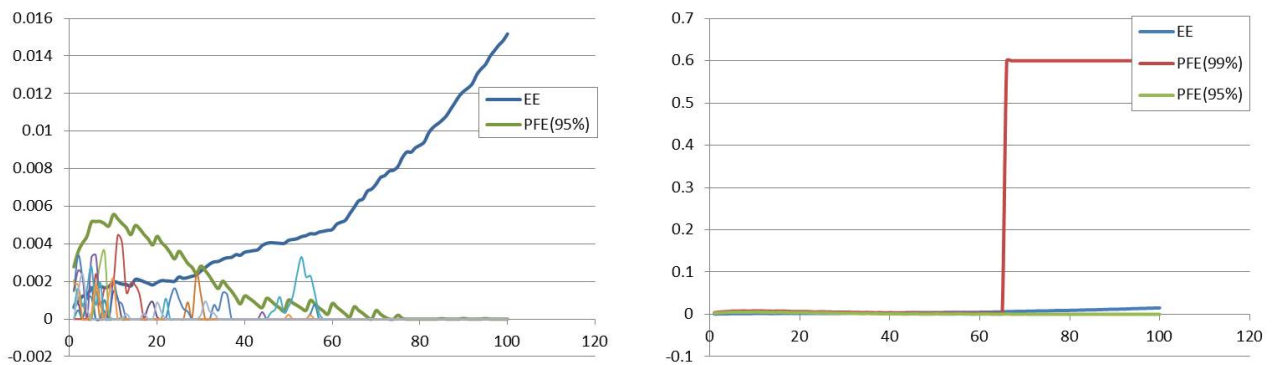


FIGURE 3.14 – CDS 5Y Google - Long protection

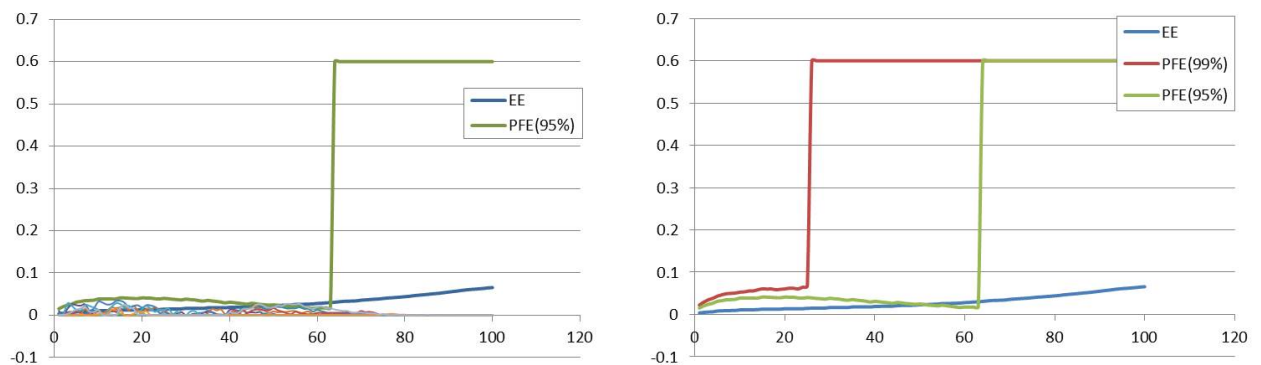


FIGURE 3.15 – CDS 5Y Sony - Long protection

3.5.3.3 Comparaison CEM, SA-CCR, IMM

On se place dans le cas des CDS pris pour exemples dans la section précédente (voir tableau 3.4). Avec la méthode CEM, le *supervisory factor* SF vaut 5% et l'EAD 5% pour un notionnel de 1.

En méthode SA-CCR, le SF et l'EAD dépendent du *rating*, comme indiqué dans le tableau 3.7.

Pour illustrer la méthode IMM, on représente dans le graphique 3.16 le profil $1,4 \times EE$. Les profils IMM sont différents selon que le CDS est *long* ou *short* de protection.

Rating (S&P, Moodys, Fitch)	SF	EAD
Google (AA, Aa2, AA)	0,38%	0,53%
Sony (BBB-, Ba1, BB-)	BBB : 0,54% , BB : 1,06%	BBB : 0,76% , BB : 1,48%

TABLE 3.7 – Comparaison CEM, SA-CCR

Pour Sony, on distingue deux cas : BBB et BB, respectivement max et min des notations des agences

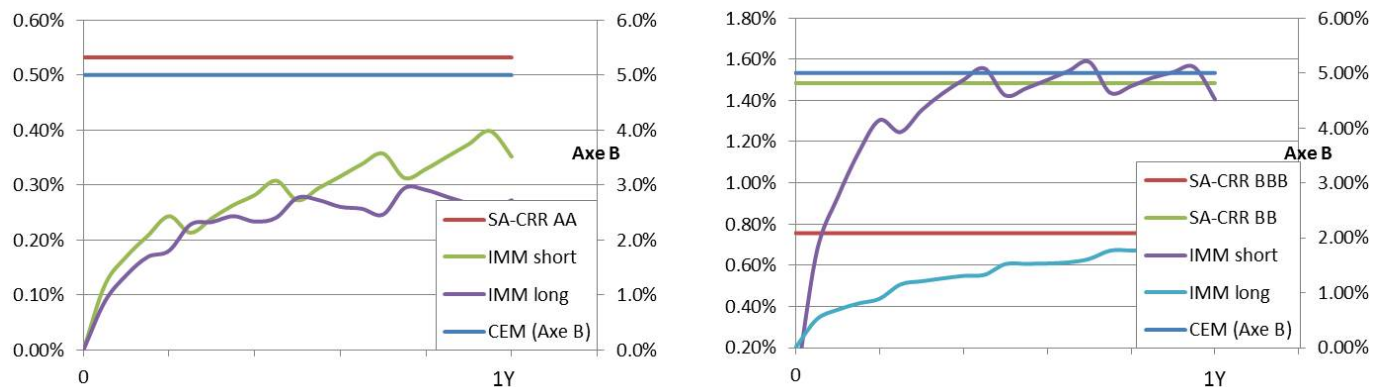


FIGURE 3.16 – CDS 5Y Google (gauche) - Sony (droite)

Pour Sony, on distingue deux cas : BBB et BB, respectivement max et min des notations des agences

A la lecture du graphique 3.16, le profil CEM qui se lit sur l'axe de droite apparaît calibré de manière très prudente. En outre, les résultats des méthodes IMM et SA-CCR sont relativement comparables. SA-CCR est plus prudent que la méthode IMM pour Google (noté AA). En revanche, pour Sony noté BBB ou BB, la méthode SA-CCR est dans les deux cas moins prudente que les résultats des simulations selon un modèle interne.

3.6 Collatéralisation et *netting*

3.6.1 Impact de la collatéralisation

On reprend les notations et formules de la section 1.1.4.2 :

$$C = \max(MtM - TH; 0) - \max(-MtM - TH; 0),$$

En notant $t - \Delta$, la date du dernier appel de marge réussi avant t , la formule devient pour tout i entre $t - 1$ et $t - \Delta$:

$$C_i = C_{t-1} = C_{t-\Delta} = \max(MtM_{t-\Delta} - TH; 0) - \max(-MtM_{t-\Delta} - TH; 0)$$

On considère que la période de marge en risque est de 10 jours ouvrés pour les appels de marge quotidiens et de 20 jours pour les appels de marge hebdomadaires (cf. 1.1.5.1). Comme on utilise une grille unique pour simuler à la fois le MtM et la valeur du collatéral, et que cette grille contient 100 points pour couvrir les 250 jours ouvrés, on décale en quotidien (respectivement hebdomadaire) le calcul du collatéral avec un *lag* de 4 points (respectivement 8 points) de la grille.

Pour le calcul de l'exposition, on traite de manière asymétrique la date de calcul du collatéral : quand la banque reçoit du collatéral, le montant de collatéral est calculé avec un retard égal à la période de marge en risque (soit $\Delta = MPOR$) ; en revanche, quand la banque verse du collatéral, elle le fait instantanément ($\Delta = 0$). L'algorithme suivant a donc été implémenté :

- si $MtM_{t-MPOR} - C_{t-MPOR} > 0$, autrement dit si la banque doit recevoir du collatéral, l'exposition à une date t se calcule comme :

$$E_t = \max(MtM_t - C_{t-MPOR}; 0)$$

c'est-à-dire en faisant l'hypothèse que le collatéral est calculé avec un *lag* de MPOR jours.

- en revanche, si $MtM_{t-MPOR} - C_{t-MPOR} < 0$, on considère que la banque est en situation de verser du collatéral. Ce dernier est donc calculé à t , soit :

$$E_t = \max(MtM_t - C_t; 0)$$

3.6.1.1 Résultat des simulations

On simule ici l'exposition collatéralisée pour un *forward* 1 an sur l'indice CAC 40 (voir données de marché de la section 3.4.3). Les 10 000 simulations sont réalisées au 01/01/2015. On retient les caractéristiques suivantes pour le contrat de collatéralisation entre l'établissement A et sa contrepartie B :

	A	B
TH	10	10
MTA	1	1
Rouding	0	0

TABLE 3.8

Les graphiques ci-dessous illustrent l'impact de la fréquence des appels de marge sur le MtM et l'EE : les 2 premiers (respectivement derniers) graphiques représentent l'impact sur une simulation, puis sur tout le profil d'EE avec des appels de marge quotidiens (respectivement hebdomadaires).

3.3.6 Collatéralisation et *netting*

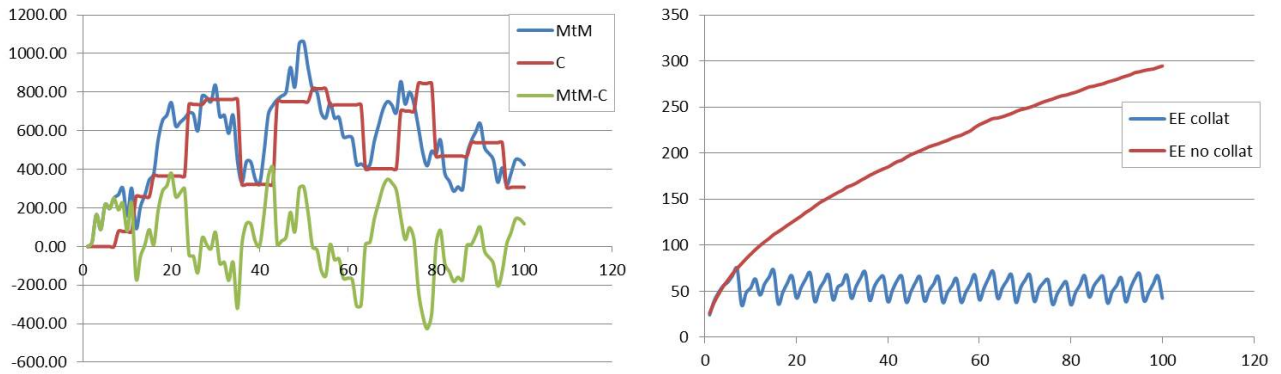


FIGURE 3.17 – Forward 1 an sur l'indice CAC 40 au 01/01/2015 - appels de marges quotidiens
à gauche : profil de MtM, de collatéral (C) et d'exposition collatéralisée (MtM-C)
à droite : profil d'EE avec et sans appels de marge

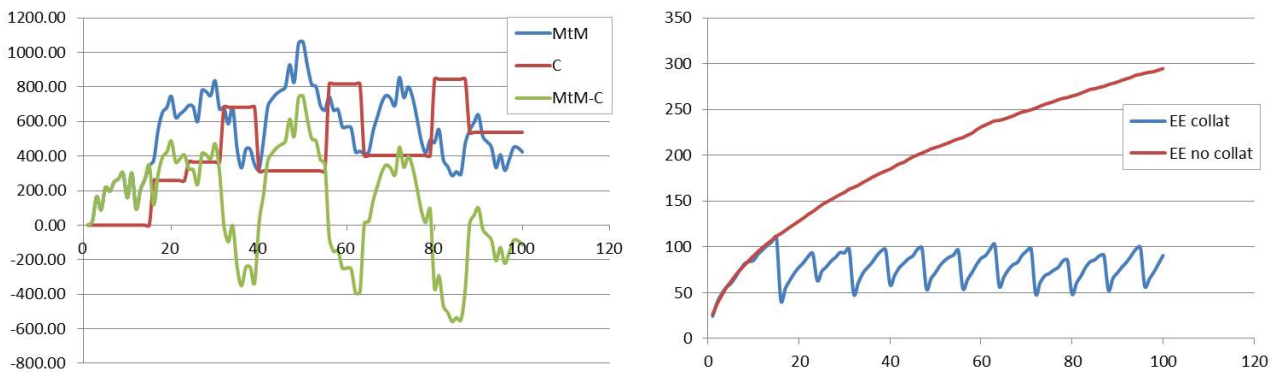


FIGURE 3.18 – Forward 1 an sur l'indice CAC 40 au 01/01/2015 - appels de marges hebdomadaires
à gauche : profil de MtM, de collatéral (C) et d'exposition collatéralisée (MtM-C)
à droite : profil d'EE avec et sans appels de marge

3.6.1.2 Simulations en présence de marges initiales

On considère le cas d'un contrat de collatéralisation avec une marge initiale IM détenue sur un compte ségrégué.

L' IM est fixée au niveau du $PFE_{97,5\%}$ et sur un horizon égal à la MPOR. En reprenant l'exemple du *forward* 1 an CAC 40, on trouve une $PFE_{97,5\%}$ d'environ 300. On observe dans la figure 3.19 que l'exposition en risque n'est générée que par des trajectoires qui varient de plus de l' IM pendant la période de marge en risque et que, en présence d' IM , l'exposition résiduelle qui tient compte du collatéral est quasi nulle sur toute la vie du *forward*.

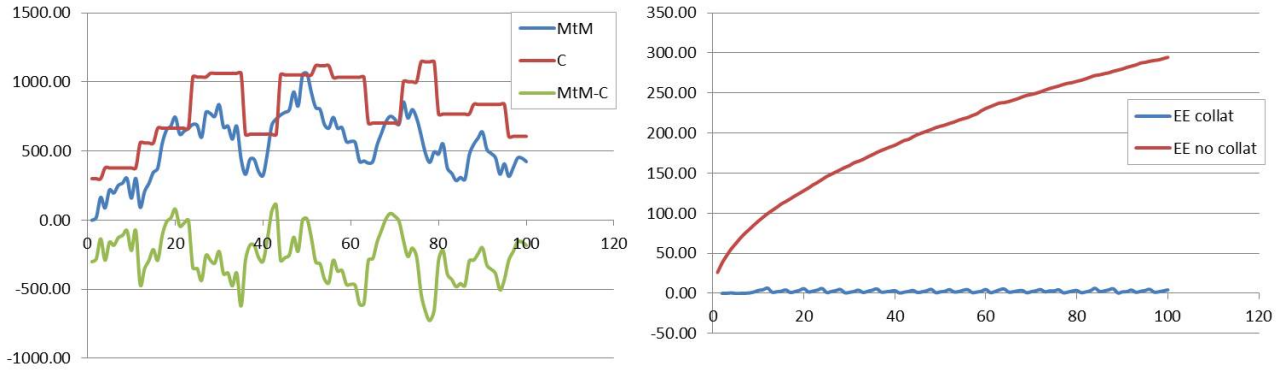


FIGURE 3.19 – Forward 1 an sur l'indice CAC 40 au 01/01/15 - appels de marges quotidiens et Initial Margin $IM = 300$

à gauche : profil de MtM, de collatéral (C) et d'exposition collatéralisée (MtM-C)

à droite : profil d'EE avec et sans appels de marge

La modélisation retenue est un IM statique, calculé à la date initiale. L' IM statique est la méthode traditionnellement utilisée par exemple dans les contrats ISDA avec des contreparties de type *hedge funds*, mais la tendance actuelle est de développer des modèles dynamiques et plus complexes d' IM . On peut ainsi distinguer 4 catégories d' IM :

- IM constant sur tout le portefeuille ;
- IM constant avec une allocation par transaction en fonction de sa contribution à l' IM total, qui permet lorsqu'une transaction arrive à échéance de retrancher sa contribution à l' IM ;
- IM dynamique qui revient à utiliser le profil $PFE_{99\%}$ avec appels de marge quotidiens et un MPOR de 10 jours, comme une estimation du profil IM ;
- IM stochastique où un $PFE_{99\%,10j}$ est estimé pour chaque scénario et chaque pas de temps, ce qui permet d'obtenir une distribution d' IM .

La méthode avec un IM constant qui a été mise en œuvre dans le présent mémoire est en règle générale conservatrice car le $PFE_{99\%,10j}$ décroît en fin de vie du produit (c'est par exemple le cas pour les produits avec un profil d'EE en cloche qui paient des *cash flows* réguliers).

3.6.1.3 Comparaison CEM, SA-CCR, IMM

On considère toujours un *forward* 1 an sur l'indice CAC 40 au 31/12/14 et on mesure l'impact sur les méthodes réglementaires de différentes hypothèses sur les appels de marge.

La méthode CEM ne tient pas compte des appels de marge, et on retrouve les résultats de la section 3.4 avec un profil constant.

Les profils IMM sont égaux à 1,4 fois les profils d'EE qui ont été présentés à la section précédente.

Pour la méthode SA-CCR, on distingue deux types d'impacts qui viennent diminuer l'exposition :

- via le *maturity factor* : $MF^{margin} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{MPOR}{1an}}$. On a en particulier $MF_{daily} = 0,25$ et $MF_{weekly} = 0,36$

3.3.6 Collatéralisation et *netting*

- via le $multiplier = f\left(\frac{MtM-C}{AddOn^{agr}}\right)$. Ici, avec une marge initiale $IM = 300$ et un $Addon = 212$, on trouve $multiplier = 0,50$.

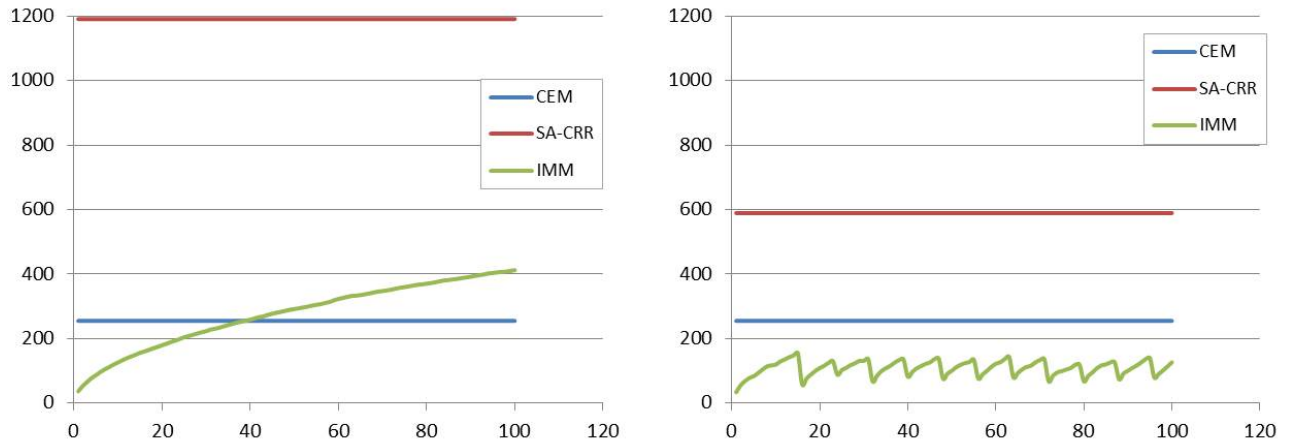


FIGURE 3.20 – Forward 1 an sur l'indice CAC 40 au 01/01/2015

à gauche : exposition non collatéralisée

à droite : appels de marge hebdomadaires

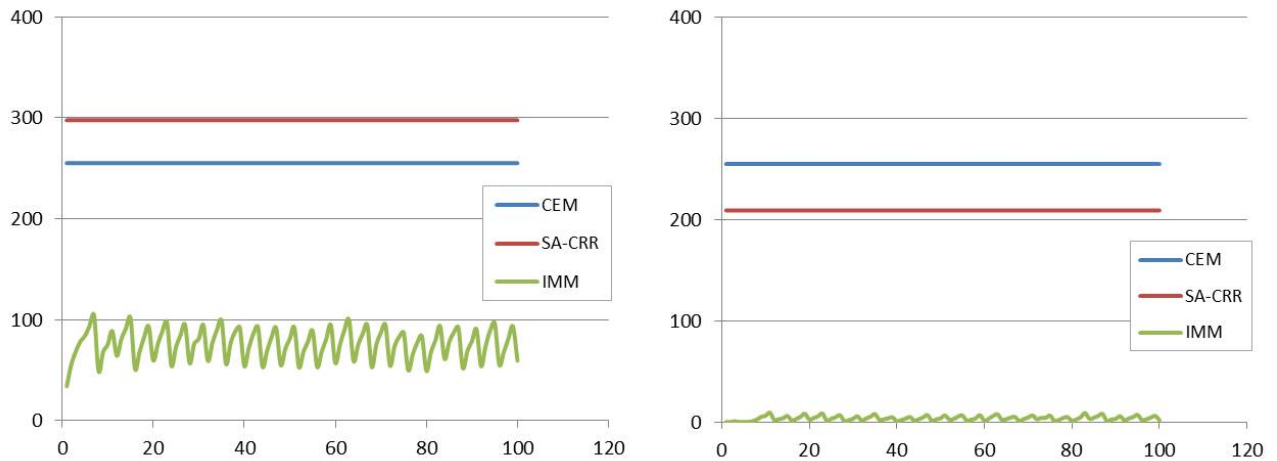


FIGURE 3.21 – Forward 1 an sur l'indice CAC 40 au 01/01/2015

à gauche : appels de marge quotidiens

à droite : appels de marges quotidiens et initial margin $IM = 300$

Les graphiques 3.20 et 3.21 illustrent la sensibilité de la méthode SA-CCR aux appels de marge et à la surcollatéralisation. Avec la méthode SA-CCR, l'exposition avec appels de marge quotidiens et marge initiale est environ 6 fois moins importante que dans le cas non collatéralisé. En CEM, l'exposition reste constante dans tous ces cas de figure.

3.6.2 Impact de la compensation

On considère un portefeuille de produits dérivés qui définit un ensemble de compensation. Afin de ne pas mélanger les effets de la compensation et de la collatéralisation, on fait ici l'hypothèse qu'il n'y a pas de contrat de collatéralisation. Le portefeuille est composé des options et des *forwards* sur les actions et indices suivants :

Produits	Achat call ATM	Achat put ATM	Achat 10 fwd au pair	Vente 5 call ATM	Vente put ATM	Vente 500 fwd au pair
Sous-jacents	FTSE 100	Eurostoxx 50	Google	S&P 500	CAC 40	Alcatel-L

TABLE 3.9

On modélise la dépendance entre les sous-jacents par des browniens corrélés et on réutilise les données de marché de la section 3.4. La valeur du portefeuille à la date initiale, le 01/01/2015, est négative.

Pour la méthode CEM, on a donc $RC = 0$, $NGR = 0$ et la compensation n'est reconnue qu'à hauteur de 40%.

Avec la méthode SA-CCR, il faut distinguer entre les actions ($SF = 32\%$, $\rho = 50\%$) et les indices ($SF = 20\%$, $\rho = 80\%$). Toutes choses égales par ailleurs (i.e. avec un $SF=6\%$ comme en CEM), le bénéfice de la compensation apparaît largement meilleur qu'en CEM.

Les résultats des simulations et des calculs réglementaires sont présentés ci-après :

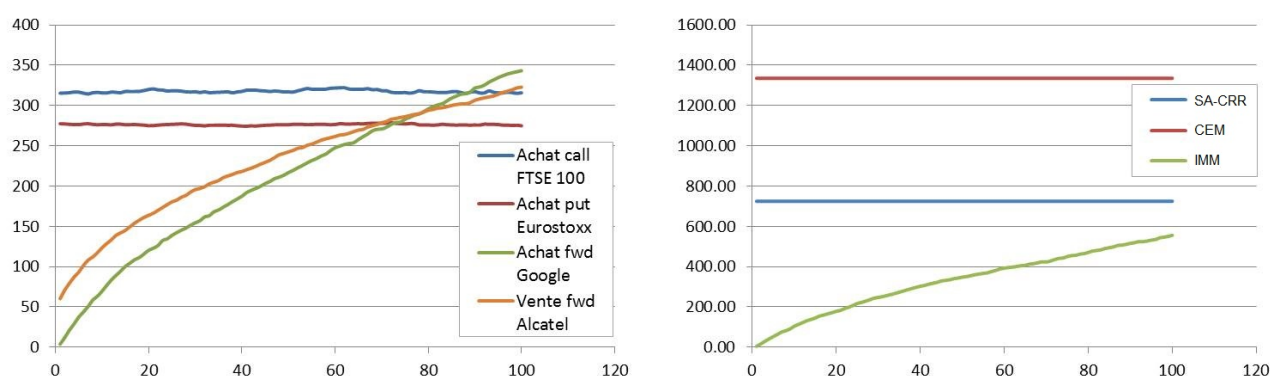


FIGURE 3.22 – Portefeuille de produits dérivés au 01/01/15

à gauche : profils d'EE pour chaque produit du portefeuille. Les ventes de call et de put ont des profils d'EE nuls

à droite : comparaison CEM, SA-CCR, IMM

On observe, sur cet exemple dont la portée est naturellement limitée, que la méthode SA-CCR permet une meilleure prise en compte de la compensation par rapport à la méthode CEM. En outre, à l'horizon d'un an, les montants d'EE données par SA-CCR et par un modèle interne sont relativement proches.

Conclusion

Différentes mesures inscrites dans le programme de réformes décidées en 2009 par le G20 tendent à réduire le risque systémique lié aux produits dérivés, avec notamment l'introduction de nouvelles exigences réglementaires pour les dérivés échangés de gré à gré (ajout d'une charge en capital au titre de la variation du CVA) et pour les dérivés compensés centralement (prise en compte du risque de contrepartie sur les chambres centrales de compensation). La mise en place progressive du règlement EMIR, qui couvre un ensemble de produits dérivés de plus en plus large, devrait également se traduire par une réduction des risques de contrepartie, du fait d'un recours accru à la compensation centrale et grâce aux nouvelles règles de gestion des marges initiales et de variation pour les dérivés collatéralisés non compensés centralement.

Pour le calcul du capital réglementaire des établissements de crédit, le passage de la méthode standard CEM à SA-CCR (pour les établissements ne disposant pas d'un modèle interne approuvé) devrait avoir des impacts importants. Les portefeuilles faiblement diversifiés et non collatéralisés seront ainsi pénalisés dans la méthode SA-CCR, qui à l'inverse sera avantageuse sur des ensembles de compensation d'opérations larges et faisant l'objet d'appels de marge quotidiens.

Les simulations réalisées dans le cadre du présent mémoire font apparaître que la nouvelle méthode standard SA-CCR a été calibrée de manière prudente pour les classes d'actifs taux et actions, au regard des profils d'exposition qui peuvent être obtenus selon un modèle interne. En outre, SA-CCR reflète mieux le risque de contrepartie que la méthode CEM, au prix d'une complexité plus importante de la nouvelle méthode standard. Pour les dérivés de crédit en revanche, des simulations montrent que la méthode SA-CCR peut conduire à des résultats moins conservateurs que ceux obtenus avec un modèle interne. Ce constat ne persiste toutefois pas, dans les exemples considérés dans le mémoire, après prise en compte des effets de compensation et de collatéralisation.

Les travaux engagés dans ce mémoire pourraient être étendus en considérant d'autres classes d'actifs (matières premières par exemple) ou des produits plus complexes. En outre, des portefeuilles hypothétiques d'opérations, plus larges que celui pris en exemple dans le mémoire, pourraient faire l'objet d'analyses complémentaires.

Bibliographie

- [1] Bon-Sokol, *Challenges of long horizon simulations for counterparty risk modelling*, 2013. [42](#)
- [2] Brigo-Mercurio, *Interest rate models, theory and practice*, 2001.
- [3] Banque de France, *Revue de stabilité financière - Les produits dérivés de gré à gré : nouvelles règles, nouveaux acteurs, nouveaux risques*, 2013.
- [4] Bloomberg, *Credit value adjustments for OTC derivatives in MARS*, 2014. [45](#)
- [5] Bloomberg, *The Bloomberg CDS model*, 2015.
- [6] Basel Committee on Banking Supervision, *International convergence of capital measurement and capital standards*, 1988. [12](#)
- [7] Basel Committee on Banking Supervision, *Treatment of potential exposure for off-balance-sheet items*, 1995. [12](#)
- [8] Basel Committee on Banking Supervision, *The application of Basel II to trading activities and the treatment of double default effects*, 2005. [5](#), [12](#)
- [9] Basel Committee on Banking Supervision, *International convergence of capital measurement and capital standards : A revised framework*, 2006
- [10] Basel Committee on Banking Supervision, *Basel III : a global regulatory framework for more resilient banks and banking systems*, 2011 [12](#)
- [11] Basel Committee on Banking Supervision, *Fundamental review of the trading book*, 2013.
- [12] Basel Committee on Banking Supervision, *The non-internal model method for capitalising counterparty credit risk exposures*, consultative document, 2013. [2](#)
- [13] Basel Committee on Banking Supervision, *Instructions for Joint QIS - NIMM part*, 2013. [2](#)
- [14] Basel Committee on Banking Supervision - Board of the International Organization of Securities Commissions, *Margin requirements for non-centrally cleared derivatives*, 2013. [35](#)

- [15] Basel Committee on Banking Supervision, *The standardised approach for measuring counterparty credit risk exposures*, 2014. [2](#)
- [16] Basel Committee on Banking Supervision, *Capital requirements for bank exposures to central counterparties*, 2014. [37](#)
- [17] Basel Committee on Banking Supervision, *Basel III leverage ratio framework and disclosure requirements*, 2014. [38](#)
- [18] Basel Committee on Banking Supervision, *Supervisory framework for measuring and controlling large exposures*, 2014. [38](#)
- [19] Cesari, Aquilina, Charpillon, Filipovic, Lee, Manda, *Modelling, pricing and hedging counterparty credit exposure*, 2009.
- [20] Chaplin, *Credit Derivatives*, 2010.
- [21] Eurex, *How central counterparties strengthen the safety and integrity of financial markets*, 2014. [20](#), [24](#)
- [22] European Commission, *Regulation (EU) N° 575/2013*, (CRR) [7](#)
- [23] European Commission, *Regulation (EU) N° 648/2012*, (EMIR) [23](#)
- [24] EBA, ESMA, *Second consultation paper, draft regulatory technical standards on risk-mitigation techniques for OTC-derivative contracts not cleared by a CCP under Article 11(15) of Regulation (EU) No 648/2012*, 2015. [37](#)
- [25] Gregory, *Counterparty credit risk and credit value adjustment*, 2012.
- [26] Gregory, *Central counterparties*, 2014.
- [27] Hull, *Options, futures et autres actifs dérivés*, 2004.
- [28] ISDA-TBMA-LIBA, *Counterparty risk treatment of OTC derivatives and securities financing transactions*, 2003. [5](#)
- [29] ISDA, *Standard initial margin model for non-cleared derivatives*, 2013. [36](#)
- [30] ISDA, *Non-cleared OTC derivatives : their importance to the global economy*, 2013. [24](#)
- [31] ISDA, *Margin Survey*, 2015. [9](#)
- [32] ISDA, *Size and uses of the non-cleared derivatives market*, 2014. [24](#)
- [33] Karyampasz, Anfuso, *The SA-CCR for counterparty credit risk exposure - An analysis from risk and pricing perspectives*, 2014. [37](#)
- [34] Pykhtin, *Counterparty credit risk modelling*, 2005.
- [35] Articles du magazine Risk,
 - Basel tries to create clearing pull with new capital rules (2013)
 - Basel Committee seeks netting-friendly replacement for CEM (2013)
 - Leverage rumpus : Banks protest impact of ratio revisions (2013)
 - Basel III counterparty credit risk approach unsuitable for low-volatility Asian currencies (2013)

- Fed’s Pykhtin : new risk measure less punitive than CEM (2014)
 - Default fund capital will halve under final rule, banks say (2014)
 - Collateral and counterparty tracking : Emerging initial margin requirements (2014)
- [36] Roncalli, *La gestion des risques financiers*, 2004.
- [37] Ruiz, Del Boca *Modelling credit spreads for counterparty risk : mean-reversion is not needed*, 2012. [55](#)
- [38] Single Rulebook Q&A *Published answers*, 2014.
- [39] Shreve, *Stochastic calculus for finance*, 2004.
- [40] Vallois, *Modélisations stochastiques et simulations*, 2007.
- [41] Wilmott, *Derivatives*, 1998.

Annexe A

Annexes

A.1 Annexe 1 - Modèle à un facteur

La formule d'agrégation utilisée dans la méthode SA-CCR repose sur le modèle à un facteur.

On définit des facteurs Z_i comme la somme d'un facteur systémique Z et d'un facteur idiosyncratique ϵ_i . Le modèle tire son nom du fait que Z est commun à tous les Z_i .

$$Z_i = \rho_i Z + \sqrt{1 - \rho_i^2} \epsilon_i$$

Z et ϵ_i sont indépendants et suivent une loi normale centrée réduite $N(0, 1)$. La corrélation entre deux facteurs Z_i et Z_j est : $\text{corr}(Z_i, Z_j) = \rho_i \rho_j$.

On définit la longueur de la somme des vecteurs $a_i Z_i$ comme :

$$\left\| \sum_i a_i Z_i \right\| = \left[\left(\sum_i \rho_i a_i \right)^2 + \sum_i (1 - \rho_i^2) a_i^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

On en déduit dans la méthode SA-CCR une formule d'agrégation en faisant l'hypothèse qu'au sein d'un *netting set* les MtM des transactions sur le même sous-jacent suivent la loi d'un même facteur Z_i . La formule de l'*add-on* agrégé au niveau d'un *netting set* en fonction des *add-ons* calculés pour chaque sous-jacent est donnée par :

$$AddOn = \left[\left(\sum_i \rho_i AddOn_i \right)^2 + \sum_i (1 - \rho_i^2) (AddOn_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Cette formule est utilisée pour l'agrégation des dérivés action, crédit et matières premières.

La formule du notionnel effectif pour les produits dérivés de taux est aussi un cas particulier de cette équation. En posant $\rho_1 \rho_2 = \rho_2 \rho_3 = 0,7$ et $\rho_1 \rho_3 = 0,3$, on a :

$$\left\| \sum_{i=1}^3 a_i Z_i \right\| = \left[\sum_{i=1}^3 a_i^2 + 1,4 \times a_1 a_2 + 1,4 \times a_2 a_3 + 0,6 \times a_1 a_3 \right]^{\frac{1}{2}}$$

D'où l'on déduit :

$$EffectiveNotional_{HS_i}^{(IR)} = \left[\left(D_{i,1}^{(IR)} \right)^2 + \left(D_{i,2}^{(IR)} \right)^2 + \left(D_{i,3}^{(IR)} \right)^2 + 1,4 \times D_{i,1}^{(IR)} D_{i,2}^{(IR)} + 1,4 \times D_{i,2}^{(IR)} D_{i,3}^{(IR)} + 0,6 \times D_{i,1}^{(IR)} D_{i,3}^{(IR)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

A.2 Annexe 2 - Delta pour les CDO

La formule pour calculer le delta des CDO a été développée spécifiquement dans le cadre de la méthode SA-CCR. Elle repose sur les deux hypothèses suivantes : (i) le Delta d'un CDS d'indice (long de la protection) dans la méthode SA-CCR vaut +1 ; (ii) l'*add-on* de la somme des tranches d'un CDO (long de la protection) référencant un indice CDS est égal à l'*add-on* de l'indice CDS (long de la protection). On considère un CDO de n tranches qui référence les mêmes noms qu'un indice de crédit. La tranche i est définie par son point d'attachement P_{i-1} et son point de détachement P_i . On note dP_i l'épaisseur de la tranche et $\delta(A, D)$, le delta d'une tranche de point d'attachement A et de point de détachement D .

Sous les hypothèses précédentes, on peut écrire :

$$AddOn(\sum tranches) = AddOn(CDS_{indice})$$

et

$$\sum_{i=1}^n SF.N.dP_i.SD.MF.\delta(P_{i-1}, P_i) = SF.N.SD.MF \times 1$$

qui se simplifie en :

$$\sum_{i=1}^n \delta(P_{i-1}, P_i).dP_i = 1$$

On peut réécrire l'équation précédente avec des tranches infinitésimales, en notant $\delta(P)$ le delta d'une tranche infinitésimale :

$$\int_0^1 \delta(P).dP = 1$$

On a choisi de paramétrer δ avec la fonction suivante qui respecte la contrainte ci-dessus et qui est décroissante afin que les tranches seniors aient un *add-on* plus petit que les tranches juniors :

$$\delta(P) = \frac{1 + \lambda}{(1 + \lambda P)^2}$$

Le paramètre λ de la fonction δ a ensuite été calibré à partir d'un exercice de benchmark réalisé auprès de plusieurs banques qui ont calculé des valeurs avec leur modèle interne d'EEPE pour des tranches de l'indice CDX.NA.IG puis comparé à la valeur SA-CCR. Le paramètre λ calibré à la valeur 14 permet de reproduire pour le plus de tranches la valeur théorique donnée par les modèles internes.

Sachant,

$$\delta(A, P) = \frac{1}{D - A} \cdot \int_A^D \delta(P).dP$$

et en intégrant la fonction δ avec $\lambda = 14$, on retrouve bien :

$$\delta(A, P) = + \frac{15}{(1 + 14 * A) * (1 + 14 * D)}$$

δ_i	Achat de protection	Vente de protection
Tranches de CDO	$+ \frac{15}{(1+14*A)*(1+14*D)}$	$- \frac{15}{(1+14*A)*(1+14*D)}$

A.3 Annexe 3 - Bloomberg : fonction MARS CVA

Soit un swap en dollar qui reçoit un taux fixe de 2,27% tous les 3 mois contre US Libor 3M, de maturité 10 ans et de nominal $N = 1$ USD, à la date du 1^{er} janvier 2015 (voir A.1). La fonction MARS CVA de Bloomberg permet de calculer le profil d'EE pour ce swap (voir A.2)



FIGURE A.1 – Paramétrage de la fonction Bloomberg - Swap 10Y receveur taux fixe 2,27%

A.3 Annexe 3 - Bloomberg : fonction MARS CVA



FIGURE A.2 – Output de la fonction MARS CVA - Swap 10Y receveur taux fixe 2,27%
Le profil d'EE est représenté dans le graphique de gauche

A.4 Annexe 4 - Analyses en composantes principales sur les prix de zéro-coupon

A.4 Annexe 4 - Analyses en composantes principales sur les prix de zéro-coupon

Les analyses en composantes principales suivantes (réalisées à partir du logiciel R et de données extraites de Bloomberg) portent sur les log-rendements quotidiens des prix de zéro-coupon dans différentes devises. Les séries historiques considérées vont de janvier 2004 à décembre 2012 et portent sur des maturités comprises entre 1 et 50 ans. Pour chaque devise, la part de la variance « expliquée » par les différents facteurs est donnée.

On observe que, pour les principales devises considérées, il est nécessaire de sélectionner au moins trois facteurs pour « expliquer » plus de 90 % de la variance observée.

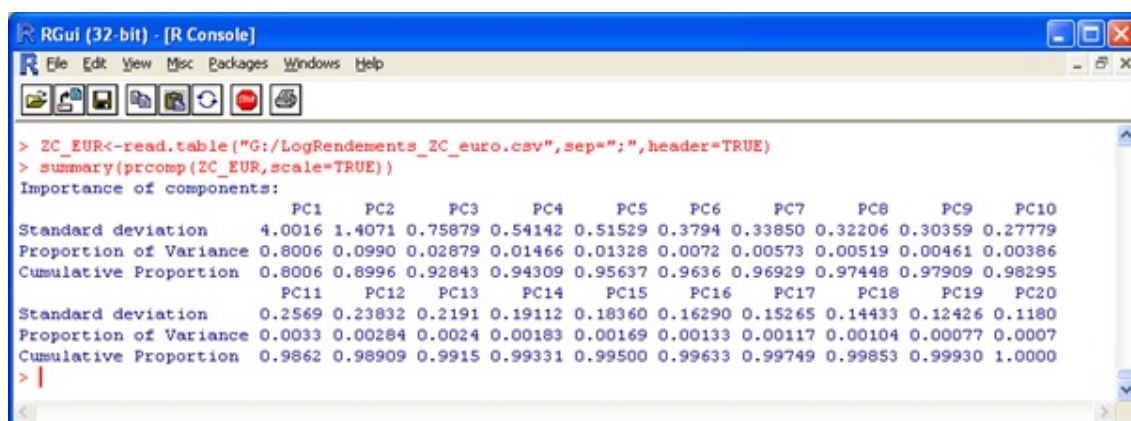


FIGURE A.3 – Résultats d’une ACP sur les prix de zéro-coupon en euro (calculés à partir des taux de swaps contre Euribor 6 mois)

```
> ZC_USD<-read.table("G:/LogRendements_ZC_usd.csv",sep=";",header=TRUE)
> summary(prcomp(ZC_USD,scale=TRUE))
Importance of components:
      PC1      PC2      PC3      PC4      PC5      PC6      PC7      PC8      PC9      PC10
Standard deviation  3.4518 1.18821 0.61516 0.49495 0.46869 0.41927 0.39068 0.29908 0.29414 0.28217
Proportion of Variance 0.7944 0.09412 0.02523 0.01633 0.01464 0.01172 0.01018 0.00596 0.00577 0.00531
Cumulative Proportion 0.7944 0.88847 0.91370 0.93003 0.94467 0.95639 0.96657 0.97253 0.97830 0.98361
      PC11      PC12      PC13      PC14      PC15
Standard deviation  0.25655 0.23453 0.22825 0.2087 0.17155
Proportion of Variance 0.00439 0.00367 0.00347 0.0029 0.00196
Cumulative Proportion 0.98799 0.99166 0.99514 0.9980 1.00000
```

FIGURE A.4 – Résultats d’une ACP sur les prix de zéro-coupon en dollar américain

```
> ZC_JPY<-read.table("G:/LogRendements_ZC_jpy.csv",sep=";",header=TRUE)
> summary(prcomp(ZC_JPY,scale=TRUE))
Importance of components:
      PC1      PC2      PC3      PC4      PC5      PC6      PC7      PC8      PC9      PC10
Standard deviation  3.081 1.3093 0.80475 0.5870 0.48161 0.42075 0.31803 0.2673 0.25409 0.23627
Proportion of Variance 0.730 0.1319 0.04982 0.0265 0.01784 0.01362 0.00778 0.0055 0.00497 0.00429
Cumulative Proportion 0.730 0.8618 0.91165 0.9382 0.95600 0.96961 0.97739 0.9829 0.98786 0.99215
      PC11      PC12      PC13
Standard deviation  0.20149 0.19372 0.15455
Proportion of Variance 0.00312 0.00289 0.00184
Cumulative Proportion 0.99528 0.99816 1.00000
```

FIGURE A.5 – Résultats d’une ACP sur les prix de zéro-coupon en yen

A.5 Annexe 5 - Code des simulations

A.5.1 Code pour les modèles de taux

Modèle de Vasicek

```

1  'Prix d'un ZC dans le modele de Vasicek
Function disf(t, r, a, B, S As Double)
Dim C, D As Double
D = (1 - Exp(-a * t)) / a
C = Exp(((D - t) * (a ^ 2 * B - S ^ 2 / 2)) / a ^ 2 - (S ^ 2 * D ^ 2 / (4 * a)))
disf = C * Exp(-D * r)
End Function

'Diffusion d'un processus Ornstein-Uhlenbeck
Function OU(r, a, B, dt, sigma, w As Double)
11 OU = r * Exp(-a * dt) + B * (1 - Exp(-a * dt)) + (sigma ^ 2 / (2 * a) * (1 - Exp
    (-2 * a * dt))) ^ 0.5 * w
End Function

'Prix d'un swap 10ans avec coupons trimestriels, fonction du taux de swap r, d'
    un vecteur de discount factor h() et de la maturite residuelle i
Function swap(r As Double, h() As Double, i)
Dim a, B As Double
a = r * 0.25 * WorksheetFunction.Sum(h())
B = 1 - h(40 - i)
swap = a - B
If i = 40 Then
21 swap = 0
End If
End Function

'Generation des profils de MtF pour un swap avec 40 pas de temps et 10000
    simulations
Sub MtF_Vasicek()
Dim sigma As Double
Dim a, B, dt, r, r0, w As Double
Dim sw As Double
31 Dim swp() As Double
ReDim swp(1 To 10000, 0 To 40) As Double
    'valeurs a definir
r0 =
a =
B =
sigma =
dt =
sw =
Dim DFF(0 To 40) As Double
41 Dim DF() As Double
ReDim DF(1 To 10000, 0 To 40, 0 To 40) As Double

```

```

Dim i, j, k As Integer
For i = 1 To 10000
    r = r0
    For j = 0 To 40
        For k = 1 To 40
            If k < 41 - j Then
                DF(i, j, k) = disf(0.25 * k, r, a, B, sigma)
            End If
51         DFF(k) = DF(i, j, k)
        Next k
        w = Application.NormSInv(Rnd)
        r = OU(r, a, B, dt, sigma, w)
        swp(i, j) = swap(sw, DFF(), j)
        Cells(i + 4, j + 2).Value = swp(i, j)
    Next j
Next i
End Sub

```

Modèle Hull-White 1 facteur

```

1  'Composantes D et A du prix d'un ZC dans le modele de Hull White
Function D(mean As Double, t1 As Integer, t2 As Integer)
D = (1 - Exp(-mean * (t2 - t1) * 0.25)) / mean
End Function
Function A(mean As Double, sigma As Double, t1 As Integer, t2 As Integer, P() As
Double, f() As Double)
DD = (1 - Exp(-mean * (t2 - t1) * 0.25)) / mean
A = P(t2) / P(t1) * Exp(DD * f(t1) - sigma ^ 2 / (4 * mean) * (1 - Exp(-2 * mean
* t1 * 0.25)) * DD ^ 2)
End Function

11  'Generation des profils de MtF pour un swap avec 40 pas de temps et 10000
    simulations
Sub MtF_HW()
Dim mean As Double
Dim sigma As Double
Dim a, dt, r0, r, w, wt As Double
Dim sw As Double
Dim swp() As Double
ReDim swp(1 To 10000, 0 To 40) As Double
    'valeurs a definir
r0 =
21 mean =
sigma =
dt =
sw =
Dim theta() As Double
Dim P() As Double
Dim f() As Double

```



```

ReDim theta(0 To 40), P(0 To 40), f(0 To 40) As Double
Dim l As Double
For l = 0 To 40
31 'valeurs a definir
    theta(l) =
    P(l) =
    f(l) =
Next l
Dim DFF(0 To 40) As Double
Dim DF() As Double
ReDim DF(1 To 10000, 0 To 40, 0 To 40) As Double
Dim i As Integer
Dim j As Integer
41 Dim k As Integer
For i = 1 To 10000
    r = r0
        For j = 0 To 40
            For k = 1 To 40
                If k < 41 - j Then
                    DF(i, j, k) = A(mean, sigma, j, k + j, P, f) * Exp(-r * D(mean, j, j
                        + k))
                End If
                DFF(k) = DF(i, j, k)
            Next k
51 w = Application.NormSInv(Rnd)
    wt = w * Sqr(dt)
    r = r + HW(r, mean, sigma, theta(j), wt)
    swp(i, j) = swap(sw, DFF(), j)
    Cells(i + 12, j + 2).Value = swp(i, j)
Next j
Next i
End Sub

```

A.5.2 Code pour les modèles actions

```

'Diffusion lognormale du sous-jacent
2 Function diffusion(S As Double, _
    q As Double, vol As Double, dt As Double, _
    wt As Double, drift As Double) As Double
diffusion = S * Exp((drift - q) * dt + vol * wt - 0.5 * vol * vol * dt)
End Function

'Prix d'un call
Function eurocall(S As Double, K As Double, r As Double, _
    q As Double, vol As Double, mat As Double) As Double
12 Dim d1 As Double
Dim d2 As Double
Dim dd1 As Double
Dim dd2 As Double
Dim c As Double

```

```

d1 = (Log(S / K) + (r - q + 0.5 * vol * vol) * mat) / vol / Sqr(mat)
d2 = d1 - vol * Sqr(mat)
dd1 = Application.WorksheetFunction.NormSDist(d1)
dd2 = Application.WorksheetFunction.NormSDist(d2)
c = S * dd1 * Exp(-q * mat) - K * Exp(-r * mat) * dd2
eurocall = c
22 End Function

'Prix d'un put
Function europut(S As Double, K As Double, r As Double, _
                q As Double, vol As Double, mat As Double) As Double
Dim d1 As Double
Dim d2 As Double
Dim dd1 As Double
Dim dd2 As Double
Dim c As Double
32 d1 = (Log(S / K) + (r - q + 0.5 * vol * vol) * mat) / vol / Sqr(mat)
d2 = d1 - vol * Sqr(mat)
dd1 = Application.WorksheetFunction.NormSDist(-d1)
dd2 = Application.WorksheetFunction.NormSDist(-d2)
c = K * Exp(-r * mat) * dd2 - S * dd1 * Exp(-q * mat)
europut = c
End Function

'Prix d'un forward
Function forward(S As Double, K As Double, r As Double, q As Double, mat As
                Double)
42 forward = S * Exp(-q * mat) - K * Exp(-r * mat)
End Function

'Delta d'un call
Function deltacall(S As Double, K As Double, r As Double, _
                  q As Double, vol As Double, mat As Double) As Double
Dim d1 As Double
Dim dd1 As Double
d1 = (Log(S / K) + (r - q + 0.5 * vol * vol) * mat) / vol / Sqr(mat)
dd1 = Application.WorksheetFunction.NormSDist(d1)
52 deltacall = dd1 * Exp(-q * mat)
End Function

'Delta d'un put
Function deltaput(S As Double, K As Double, r As Double, _
                 q As Double, vol As Double, mat As Double) As Double
Dim d1 As Double
Dim dd1 As Double
d1 = (Log(S / K) + (r - q + 0.5 * vol * vol) * mat) / vol / Sqr(mat)
dd1 = Application.WorksheetFunction.NormSDist(-d1)
62 deltaput = -dd1 * Exp(-q * mat)
End Function

```

```

'Generation des profils de MtF pour un call avec 100 pas de temps et 10000
simulations
Sub MtF_Call()
Dim spot As Double, K As Double, r As Double, d As Double, vol As Double, mat As
Double, drift As Double, dt As Double
'n=nb pas de calcul, M=nb scenarios
Dim n As Integer, M As Integer
Dim w As Double, wt As Double, EE As Double
72 'valeurs a definir
    spot =
    K =
    drift =
    r =
    d =
    vol =
    mat =
    dt =
    M =
82    n = mat / dt
Dim S() As Double
ReDim S(0 To n, 1 To M) As Double
Dim c() As Double
ReDim c(0 To n, 1 To M) As Double
c(0, 1) = eurocall(spot, K, r, d, vol, mat)
For i = 1 To n
    mat = mat - dt + 1E-16
    For j = 1 To M
92        S(0, j) = spot
        'simule un browien Wt
        w = Application.NormSInv(Rnd)
        wt = w * Sqr(dt)
        S(i, j) = diffusion(S(i - 1, j), d, vol, dt, wt, drift)
        c(i, j) = eurocall(S(i, j), K, r, d, vol, mat)
        'afficher tous les scenarios
        Cells(j + 2, i + 1) = c(i, j)
    Next j
    Cells(1, i + 1) = S(i, 1)
Next i
102 End Sub

```

A.5.3 Code pour les modèles de crédit

```

'Fonction de stripping de la courbe de spread 1Y-5Y qui renvoie un vecteur de
hazard rate
Function SolveCDSCurve(s() As Double)
Dim i As Integer, j As Integer
Dim f1 As Double, f2 As Double, x1 As Double, x2 As Double, x3 As Double
Dim x4 As Double, Temp As Double, dx As Double
x1 = 0#
x2 = 0.01

```

```

8 Dim h1(1 To 5) As Double
Dim h2(1 To 5) As Double
For i = 1 To 5
    h1(i) = x1
    h2(i) = x2
    f1 = CDSstripv(h1, s(i), i)
    f2 = CDSstripv(h2, s(i), i)
    If (Abs(f1) < Abs(f2)) Then
        x4 = x1
        x3 = x2
18     Temp = f2
        f2 = f1
        f1 = Temp
    Else
        x3 = x1
        x4 = x2
    End If
    For j = 1 To 50
        dx = (x3 - x4) * f2 / (f2 - f1)
        x3 = x4
28     f1 = f2
        x4 = x4 + dx
        h1(i) = x4
        h2(i) = x4
        f2 = CDSstripv(h1, s(i), i)
        If (Abs(dx) < 0.0000000001 Or f2 = 0#) Then
            j = 50
        End If
    Next j
Next i
38 SolveCDSCurve = h1
End Function

'Fonctin de calcul de la valeur a t d'un CDS 5Y emis a t=0. Inputs: vecteur d'
    hazard rate hv(), premium s, temps t
Function CDSv(hv() As Double, s As Double, t As Integer)
Dim hz As Double
Dim h(1 To 6) As Double
Dim DF As Double
Dim CSP As Double
Dim MDP As Double
48 Dim d As Double
Dim P As Double
Dim MtM As Double
Dim count As Double
DF = 1
CSP = 1
MDP = 0
d = 0
P = 0
hz = hv(1)
58 h(1) = hv(1)

```

```

h(2) = hv(2)
h(3) = hv(3)
h(4) = hv(4)
h(5) = hv(5)
count = 1
Dim i As Integer
For i = 1 To (100 - t)
    DF = Exp(-i * 0.05 * 0.00018)
    CSP = CSP * Exp(-0.05 * hz)
68    MDP = Exp(-(i - 1) * 0.05 * hz) * (1 - Exp(-0.05 * hz))
    d = d + DF * MDP * 0.6
    If (i + t) Mod 5 = 0 Then
        P = P + DF * CSP * 0.25
    End If
    If i Mod 20 = 0 Then
        count = count + 1
        hz = h(count)
    End If
    CDSv = d - P * s / 10000
78 Next i
End Function

'Generation des profils de MtF pour un call avec 100 pas de temps et 10000
simulations
Sub MtF_CDS()
Dim A(1 To 5), b(1 To 5), sig(1 To 5), s(1 To 5, 1 To 10000, 0 To 100), dt, coup
    As Double
'valeurs a definir
A(1) =
A(2) =
88 A(3) =
A(4) =
A(5) =
b(1) =
b(2) =
b(3) =
b(4) =
b(5) =
sig(1) =
sig(2) =
98 sig(3) =
sig(4) =
sig(5) =
coup =
dt = 0.05
Dim h0(1 To 5) As Double
'valeurs a definir
h0(1) =
h0(2) =
h0(3) =

```

```

108 h0(4) =
    h0(5) =
    Dim i As Integer
    For i = 1 To 10000
        'valeurs a definir
        s(1, i, 0) =
        s(2, i, 0) =
        s(3, i, 0) =
        s(4, i, 0) =
        s(5, i, 0) =
118 Dim j As Integer
        For j = 1 To 100
            w = Application.NormSInv(Rnd)
            Dim k As Integer
                For k = 1 To 5
                    'spread
                    s(k, i, j) = s(k, i, j - 1) * Exp(-A(k) * dt) + b(k) * (1 - Exp
                        (-A(k) * dt)) + (sig(k) ^ 2 / (2 * A(k)) * (1 - Exp(-2 * A(k)
                            * dt))) ^ 0.5 * w
                    s(k, i, j) = Max(0, s(k, i, j))
                    'hazard rates
                    Dim sh(1 To 5) As Double
128 sh(k) = s(k, i, j)
                    Dim h() As Double
                    h = SolveCDSCurve(sh)
                    Dim hz(1 To 5, 1 To 10000, 0 To 100) As Double
                    hz(k, i, j) = h(k)
                    Next k
                    'Marginal Default Probability
                    Dim MDP(1 To 100) As Double
                    MDP(j) = MDPf(h, j)
                    'CDS price
138 Dim CDS(1 To 10000, 0 To 100) As Double, l As Integer
                    If Rnd < MDP(j) Then
                        For l = j To 100
                            CDS(i, l) = 0.6
                            Cells(i + 4, l + 1).Value = CDS(i, l)
                        Next l
                        j = 100
                        Else
                            CDS(i, j) = CDSv(h, coup, j)
                        End If
148 Cells(i + 4, j + 1).Value = CDS(i, j)
                    Next j
                Next i
            End Sub

'Diffusion conjointe: generation des profils de MtF pour un portefeuille de 6
    derives avec accord de netting (100 pas de temps et 10000 simulations)
Sub EE4()

```

```

Dim spot1 As Double, spot2 As Double, spot3 As Double, spot4 As Double, spot5 As
    Double, spot6 As Double
Dim vol1 As Double, vol2 As Double, vol3 As Double, vol4 As Double, vol5 As
    Double, vol6 As Double
158 Dim K1 As Double, K2 As Double, K3 As Double, K4 As Double, K5 As Double, K6 As
    Double
    spot1 = 'valeurs a definir
    (...)
Dim r As Double, d As Double, mat As Double, drift As Double, dt As Double, n As
    Integer, M As Integer
    drift = 'valeurs a definir
    (...)
    n = 100
    M = 10000
    'upload de la matrice de variance
Dim a1, b1, b2, c1, c2, c3, d1, d2, d3, d4, e1, e2, e3, e4, e5, f1, f2, f3, f4,
    f5, f6 As Integer
168 a1 = 'valeurs a definir
    (...)
Dim wt1, wt2, wt3, wt4, wt5, wt6 As Double
Dim wtc1, wtc2, wtc3, wtc4, wtc5, wtc6 As Double
Dim w1, w2, w3, w4, w5, w6 As Double
Dim S() As Double
ReDim S(0 To n, 1 To M, 1 To 6) As Double
Dim c() As Double
ReDim c(0 To n, 1 To M, 1 To 6) As Double
c(0, 1, 1) = eurocall(spot1, K1, r, d, vol1, mat)
178 c(0, 1, 2) = europout(spot2, K2, r, d, vol2, mat)
c(0, 1, 3) = forward(spot3, K3, r, d, mat)
c(0, 1, 4) = -eurocall(spot4, K4, r, d, vol4, mat)
c(0, 1, 5) = -europout(spot5, K5, r, d, vol5, mat)
c(0, 1, 6) = -forward(spot6, K6, r, d, mat)
For i = 1 To n
    mat = mat - dt
    For j = 1 To M
188 S(0, j, 1) = spot1
        S(0, j, 2) = spot2
        S(0, j, 3) = spot3
        S(0, j, 4) = spot4
        S(0, j, 5) = spot5
        S(0, j, 6) = spot6
        w1 = Application.NormSInv(Rnd)
        w2 = Application.NormSInv(Rnd)
        w3 = Application.NormSInv(Rnd)
        w4 = Application.NormSInv(Rnd)
        w5 = Application.NormSInv(Rnd)
        w6 = Application.NormSInv(Rnd)
198 wt1 = w1 * Sqr(dt)
        wt2 = w2 * Sqr(dt)
        wt3 = w3 * Sqr(dt)
        wt4 = w4 * Sqr(dt)
        wt5 = w5 * Sqr(dt)

```

```

wt6 = w6 * Sqr(dt)
wtc1 = a1 * wt1
wtc2 = b1 * wt1 + b2 * wt2
wtc3 = c1 * wt1 + c2 * wt2 + c3 * wt3
wtc4 = d1 * wt1 + d2 * wt2 + d3 * wt3 + d4 * wt4
208 wtc5 = e1 * wt1 + e2 * wt2 + e3 * wt3 + e4 * wt4 + e5 * wt5
wtc6 = f1 * wt1 + f2 * wt2 + f3 * wt3 + f4 * wt4 + f5 * wt5 + f6 * wt6
S(i, j, 1) = diffusion(S(i - 1, j, 1), d, vol1, dt, wtc1, drift)
S(i, j, 2) = diffusion(S(i - 1, j, 2), d, vol2, dt, wtc2, drift)
S(i, j, 3) = diffusion(S(i - 1, j, 3), d, vol3, dt, wtc3, drift)
S(i, j, 4) = diffusion(S(i - 1, j, 4), d, vol4, dt, wtc4, drift)
S(i, j, 5) = diffusion(S(i - 1, j, 5), d, vol5, dt, wtc5, drift)
S(i, j, 6) = diffusion(S(i - 1, j, 6), d, vol6, dt, wtc6, drift)
c(i, j, 1) = eurocall(S(i, j, 1), K1, r, d, vol1, mat)
c(i, j, 2) = europout(S(i, j, 2), K2, r, d, vol2, mat)
218 c(i, j, 3) = forward(S(i, j, 3), K3, r, d, mat)
c(i, j, 4) = -eurocall(S(i, j, 4), K4, r, d, vol4, mat)
c(i, j, 5) = -europout(S(i, j, 5), K5, r, d, vol5, mat)
c(i, j, 6) = -forward(S(i, j, 6), K6, r, d, mat)
Cells(j + 7, i + 1) = c(i, j, 1) + c(i, j, 2) + c(i, j, 3) * 10 + c(i, j,
, 4) * 5 + c(i, j, 5) + c(i, j, 6) * 500
Next j
Next i
End Sub

```

A.5.4 Code relatif à la prise en compte de la compensation et de la collatéralisation

```

'Fonction de calcul du collateral a poster en fonction du MtM, du collateral
existant et des parametres defini dans le CSA.
Function postcollat(mtm As Double, oldcollat As Double, IA1 As Double, IA2 As
Double, TH1 As Double, TH2 As Double, MTA1 As Double, MTA2 As Double, Round
As Double)
Dim askcollat As Double
Dim IA As Double
5 IA = IA1 - IA2
askcollat = Max(mtm + IA - TH1, 0) - Max(-mtm - IA - TH2, 0) - oldcollat
'Minimum transfer amount
If (askcollat > 0) Then
If (askcollat < MTA1) Then
askcollat = 0
End If
Else
15 If (-askcollat < MTA2) Then
askcollat = 0
End If
End If
'Rounding
If (askcollat < 0 And Round < 0) Then
askcollat = Round * Int(askcollat / Round + 0.999999999)

```



```

        End If
    postcollat = askcollat
End Function

25 'Generation des profils de MtF pour un derive collateralise avec 100 pas de
    temps et 10000 simulations. Input=une matrice x() de profils de MtF
Sub MtF_aggreg()
Dim IA1 As Double, IA2 As Double, TH1 As Double, TH2 As Double, MTA1 As Double,
    MTA2 As Double, Rounding As Double, MPOR As Integer
Dim mtm0 As Double
Dim n As Integer, M As Integer
    n = 10000
    M = 100
Dim x() As Double
ReDim x(1 To n, 0 To M) As Double
'valeurs a definir
35 IA1 =
    IA2 =
    TH1 =
    TH2 =
    MTA1 =
    MTA2 =
    Rounding =
    MPOR =
    mtm0 =
For i = 1 To n
45     For j = 0 To M
        x(i, j) = 'valeurs a definir
    Next j
Next i
Dim E() As Double, Collat() As Double, Collatposted() As Double
ReDim E(0 To n, 0 To M) As Double
ReDim Collat(0 To n, 0 To M) As Double
ReDim Collatposted(0 To n, 0 To M) As Double
For i = 1 To n
    Collat(i, 0) = mtm0
55     Collatposted(i, 0) = 0
    For j = 1 To M
        If (j Mod MPOR = 0) Then
            'si appel de marge, on calcule collat(i-MPOR)...
            Collatposted(i, j) = postcollat(x(i, j - MPOR), Collat(i, j - 1),
                IA1, IA2, TH1, TH2, MTA1, MTA2, Rounding)
            Collat(i, j) = Collat(i, j - 1) + Collatposted(i, j)
            If (Collatposted(i, j) < 0) Then
                '...sauf si on doit poster du collateral
                Collat(i, j) = Collat(i, j - 1) + postcollat(x(i, j),
                    Collat(i, j - 1), IA1, IA2, TH1, TH2, MTA1, MTA2,
                    Rounding)
            End If
65         Else: Collat(i, j) = Collat(i, j - 1)
    Next j
Next i

```

```

                End If
                E(i, j) = x(i, j) - Collat(i, j)
                Cells(i + 4, j + 2) = E(i, j)
            Next j
        Next i
    For j = 1 To M
        Cells(2, j + 2) = Collat(2, j)
        Cells(1, j + 2) = x(2, j)
    Next j
75 End Sub
```

L'objectif du mémoire est de présenter les différentes mesures réglementaires du risque de contrepartie sur opérations de marché et de développer un outil de contrôle et de simulation. Les méthodes de calcul des expositions en formule standard (méthodes CEM et SM) et de l'EEPE en méthode avancée (IMM) sont exposées. D'importantes évolutions réglementaires vont intervenir d'ici 2017, en particulier avec l'introduction de la nouvelle méthode standard SA-CCR et des nouvelles exigences de marge pour les dérivés OTC non compensés par une contrepartie centrale. L'impact de ces évolutions est estimé, en particulier pour la méthode standard SA-CCR, plus sensible au risque et qui doit remplacer la méthode CEM. Un outil de contrôle des expositions futures a été conçu afin de calculer les expositions futures de produits dérivés vanille pour les principales classes d'actifs (taux, action, crédit).

Mots clés : risque de contrepartie, opérations de marché, réglementation, méthode CEM, méthode SA-CCR, modèles internes IMM, profils d'exposition attendue, EEPE, outils de contrôle et de simulation

The objective of this report is to present the various regulatory measures of Counterparty Credit Risk on derivatives and to implement a challenger and simulation tool. Firstly, the calculation of regulatory exposures with the standard methods (CEM and SM) and the advanced method (IMM) is presented. Secondly, we estimated the impact of the numerous regulatory evolutions which are going to occur in 2017, in particular the new standard method (SA-CCR) and the new margin requirements for non-centrally cleared OTC derivatives. The SA-CCR method, which will replace the CEM method, better captures counterparty risk. Lastly, a challenger tool has been implemented to calculate expected exposure profiles. It allows to calculate the future exposures of vanilla products for most asset classes (Interest rates, Equity, Credit).

Keywords : counterparty credit risk, market operations, regulatory framework, CEM method, SA-CCR method, IMM internal models, expected exposure profiles, EEPE, challenger and simulation tools