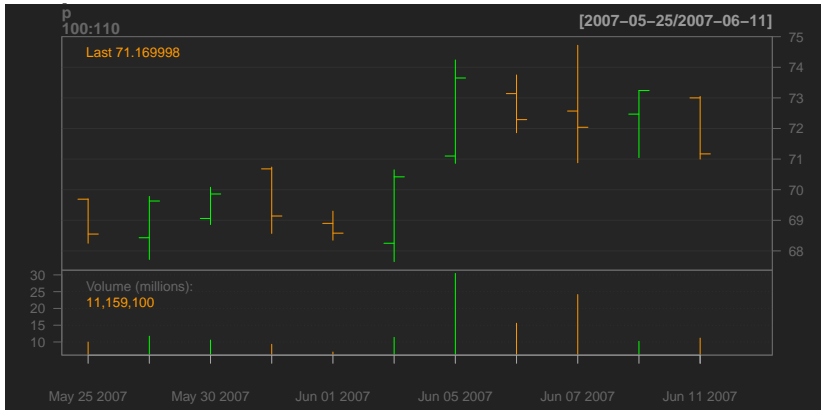


Financial Time Series

P. Hénaff

Version: 17 Feb 2024

Financial Time Series (daily OHLC)

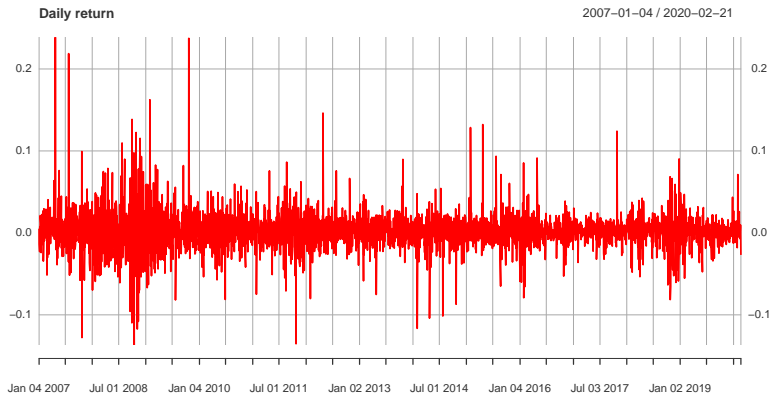


Barre à gauche = valeur d'entrée, barre à droite = valeur de sortie
 barre orange → perte

Daily Return - AMZN

$$r_t = \log \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

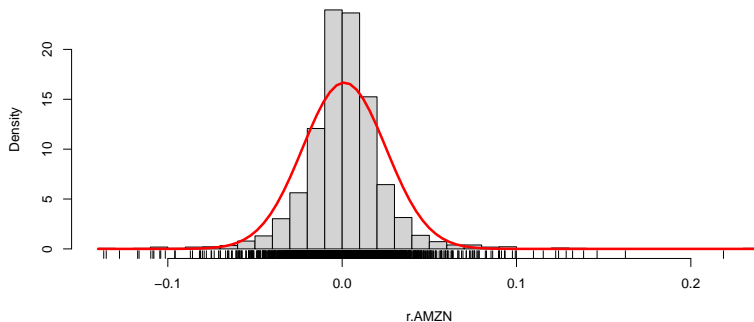
!! P_t désigne ici l'adjusted close.



Daily Return - AMZN - COMMENTS

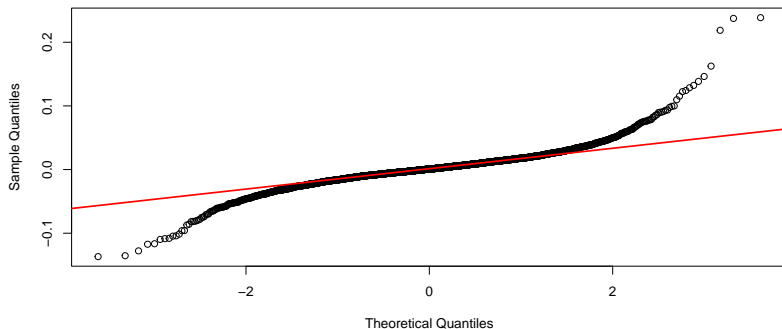
on peut voir beaucoup de rendements avec des valeurs assez élevées (ici c'est particulier, normalement, on a pas mal de rendements avec des valeurs assez négatives) \rightarrow fat tails La volatilité n'a pas l'air stationnaire (périodes de vola élevée suivies de périodes de vola faible)

Histogram of daily return - AMZN



On peut voir qu'on a pas mal de valeurs extrêmes

Analysis of return distribution - AMZN



Analysis of return distribution - COMMENTS

QQ-Plot (on calcule un certain nb de quantiles qu'on peut définir)
En rouge c'est si les sample quantiles correspondaient aux quantiles théoriques de la loi normale. Un quantile 1% c'est la valeur tq 1% des valeurs de la distribution sont en-dessous de celle-ci. Ici, on observe un décrochage des quantiles inférieurs wrt ceux théoriques, ex: la valeur tq 1% des valeurs sont en-dessous est plus basse, i.e. on a plus d'extrêmes négatifs (fat tails). Même observation pour les quantiles supérieurs.

Moments of daily returns

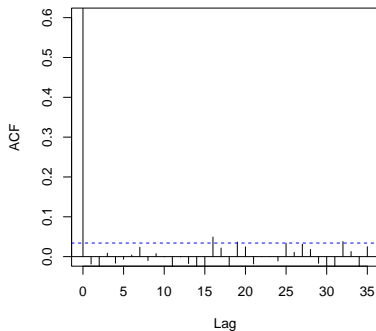
	mean	std dev	skewness	kurtosis
AMZN	0.0012075	0.0239215	0.9530444	12.859279
GOOG	0.0005604	0.0178051	0.5011199	11.504737
AAPL	0.0010301	0.0196726	-0.4681109	7.182435
QQQ	0.0005412	0.0130159	-0.1804299	6.992014
DIA	0.0003516	0.0114022	0.2151165	15.408315
SPY	0.0003397	0.0121101	-0.1558448	14.120228
PG	0.0003238	0.0109203	-0.1052706	7.853350
KO	0.0004433	0.0112445	0.2437227	12.933217

Moments of daily returns - COMMENTS

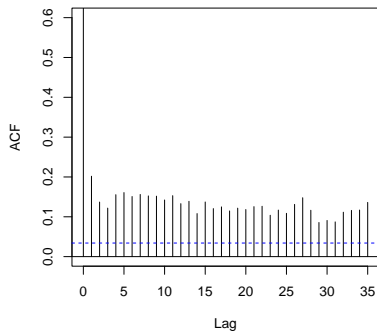
On peut voir que ya pas mal de skew < 0 , i.e. on a pas mal de valeurs extrêmes négatives (negative skew, i.e. mean left to median left to mode whereas everything is equal in gaussian). skew = moment centré réduit d'ordre 3. kurtosis non-normalisé = moment centré d'ordre 4 (kurt = 3 pour un gaussienne) \rightarrow on observe des kurt bien > 3 , i.e. les valeurs sont beaucoup plus concentrées autour de la moyenne

Autocorrelation of Returns (AMZN)

autocorrelation of $r(t)$



autocorrelation of $|r(t)|$



Autocorrelation of Returns - COMMENTS

On peut voir que y'a pas beaucoup de corrélation entre les daily returns, mais c'est beaucoup plus significatif entre les valeurs absolues des daily returns !! En gros ca confirme notre hypothèse de persistance de la vola : ya des périodes de forte vola dpnc grosses valeurs abs de returns et des périodes de faible vola.

Rescaling daily return by $\sigma(r_{t-1})$ (Chen, Jayaprakash, and Yuan 2008)

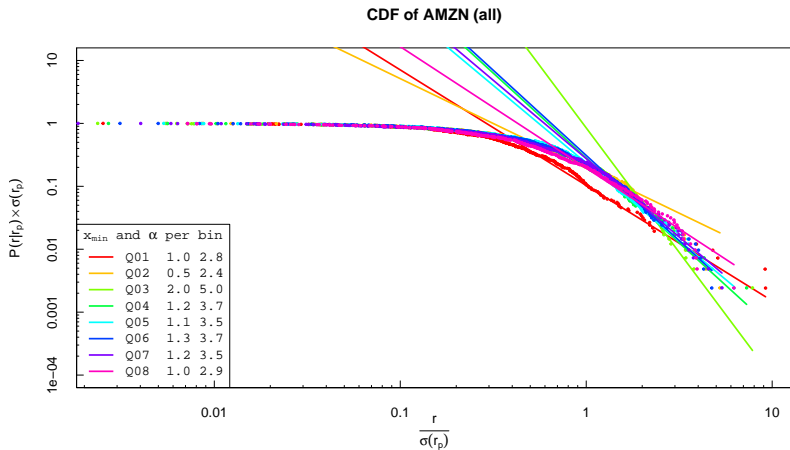
$$z_t = \frac{r_t}{\sigma(|r_{t-1}|)}$$

L'idée c'est de rescale les daily returns non pas en fonction de la vola totale des returns mais de la vola calculée sur une partie des returns : les returns qui, au jour précédent, ont eu le même ordre de grandeur de returns que le return qu'on traite actuellement.

The density of z_t can be approximated by a power law. See paper for details of calculation.

$$\left. \begin{aligned} p(z_t) &= \frac{\alpha - 1}{z_{min}} \left(\frac{z_t}{z_{min}} \right)^{-\alpha} \\ Pr(z_t > x) &= \left(\frac{x}{z_{min}} \right)^{-\alpha+1} \end{aligned} \right\} z_t > z_{min}$$

Rescaling of daily return by $\sigma(|r_{t-1}|)$



Rescaling of daily return by $\sigma(|r_{t-1}|)$ - COMMENTS

Ici, on a séparé les abs(returns) en 8 bins, et en gros on voit qu'on a quasi les mêmes densités de probas pour chaque bin (cdf dans l'autre sens, genre $P(X > x)$) donc c'est un bon point. Bon par contre ça marche pas pour tous les stocks.

Unconditional distribution of return

The Johnson family of distributions is formed by various transformations of the normal density. Let X be the observed data, and define Z by:

$$Z = \gamma + \delta \ln \left(g \left(\frac{X - \xi}{\lambda} \right) \right)$$

where:

$$g(u) = \begin{cases} u & SL \\ u + \sqrt{1 + u^2} & SU \\ \frac{u}{1-u} & SB \\ e^u & SN \end{cases}$$

X follows a Johnson distribution if Z is normal.

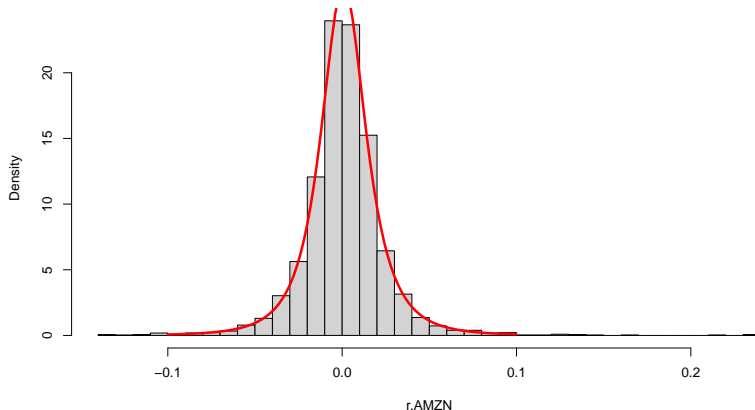
Fitted Johnson SU distribution - AMZN (1)

gamma	delta	xi	lambda	type
-0.0228945	1.16685	0.0005621	0.0174527	SU

	sample	johnson
mean	0.0012075	0.0010565
sigma	0.0239179	0.0225752
skew	0.9530444	-0.1098671
kurt	12.8592791	12.3022551

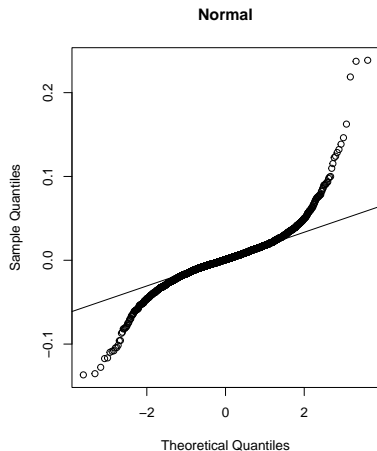
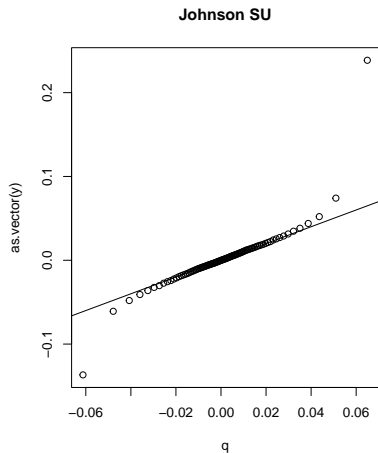
Fitted Johnson SU distribution - AMZN (2)

$\gamma: -2.29\text{e-}02$ $\delta: 1.17\text{e+}00$ $\xi: 5.62\text{e-}04$ $\lambda: 1.75\text{e-}02$



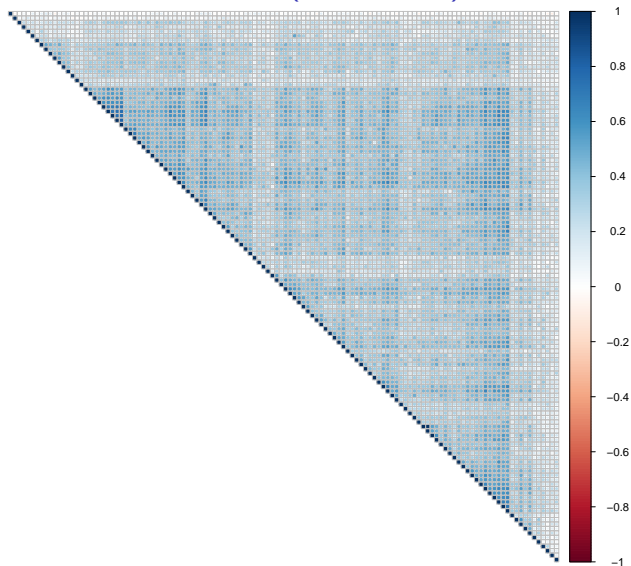
Les daily returns ont l'air de plus suivre une Johnson SU distribution plutôt que juste une gaussian.

Fitted Johnson SU distribution - AMZN (3)



Effectivement, le QQ Plot est beaucoup mieux.

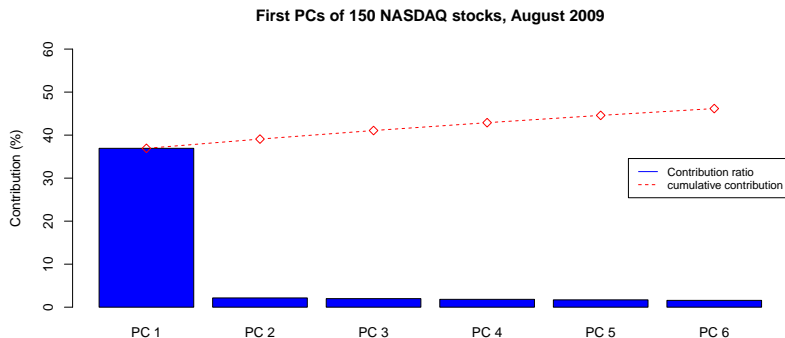
Correlation between assets (NASDAQ)



Correlation between assets (NASDAQ) - COMMENTS

Tous les assets ne sont pas corrélés, y'a l'air d'y avoir un clustering possible (cf exos).

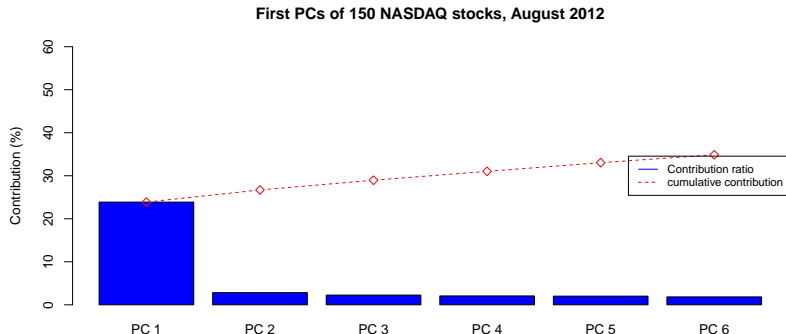
Correlation between assets



Correlation between assets - COMMENTS

On peut voir que les returns des actifs du NASDAQ étaient tous majoritairement influencés par un seul facteur en 2009, ce qui est dû la crise des subprimes. Effectivement, on était dans les retombées de celle ci. Donc là on voit que la diversification ca marche que quand on en a pas besoin mdr (ici ils ont tous subis la crise).

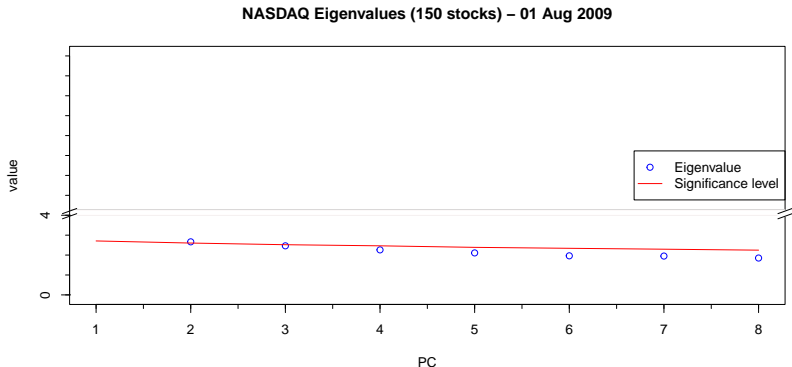
Correlation between assets



Quelques années plus tard, le 1er facteur a moins d'importance, dû à l'atténuation des effets de la crise et que les entreprises saines ont réussi à se redresser.

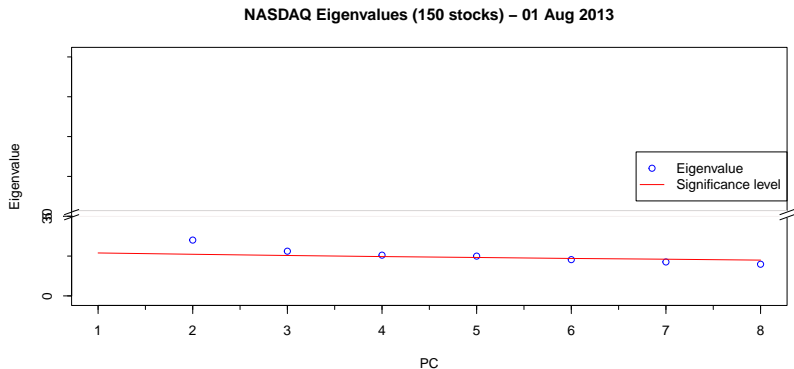
How many dimensions in a market?

Significance level (95%) for eigenvalues (252 observations, 127 variables):



En 2009, on observe 1 ou 2 dimensions importantes au sein du NASDAQ (la première eigenval est trop haute, on peut pas la voir)

How many dimensions in a market?



En 2013, on pourrait dire 2 à 4 facteurs.

Summary

To summarize, empirical observations show that the distribution of returns exhibit features that strongly depart from the classical hypothesis of independence and normality. We find:

1. no evidence of linear autocorrelation of return, however,
2. there is an observable autocorrelation of $|r_t|$ and r_t^2 , suggesting autocorrelation in the volatility of return,
3. we also observe large excess kurtosis, which is incompatible with normal density,
4. The rank of a broad stock market such as the NASDAQ is probably much lower than the number of stocks.

Bibliography

Chen, Kan, C Jayaprakash, and Baosheng Yuan. 2008.
“Conditional Probability as a Measure of Volatility Clustering in
Financial Time Series.” *Physica A*, 1–5.
<https://arxiv.org/abs/0503157v2>.