# AES: ADVANCED ENCRYPTION STANDARD

# CRYPTOGRAPHIE SYMÉTRIQUE

## LES DONNÉES NUMÉRIQUES DANS LA SANTÉ

De nombreuses données numériques :

Dossier médical partagé,

Mesures des montres connectées

Comment les protéger ?

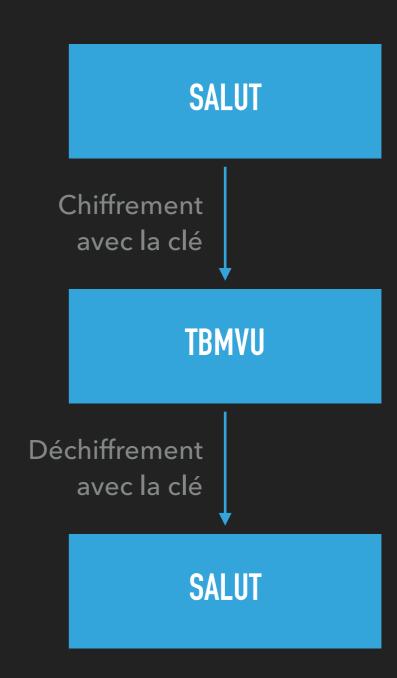
Système de chiffrement de l'information : Cryptographie

## PLAN DE NOTRE PRÉSENTATION D'AUJOURD'HUI

- La cryptographie, c'est quoi ?
- Introduction aux corps finis
- Structure de l'algorithme AES
- Renforcement à l'aide des ciphers
- Application sur des données concrètes de santé

## CHIFFREMENT DE DONNÉES

- Echange de données de manière sécurisée
- Utilisation d'une clé (symétrique ou asymétrique)
- Différents standards : DES, AES, RSA, ...



## LE CORPS F<sub>256</sub>

- Ensemble à 256 éléments
- ▶ Eléments représentés par des polynômes de degré inférieur ou égal à 7, avec coefficients 0 ou 1 (exemple:  $X^4 + X^2 + 1 \in \mathbb{F}_{256}$ )
- → + et × sont des lois de composition interne :  $\forall P, Q \in \mathbb{F}_{256}, P + Q \in \mathbb{F}_{256}, P \times Q \in \mathbb{F}_{256}$

## ADDITION ET MULTIPLICATION DANS $\mathbb{F}_{256}$

- ▶  $18 = (10010)_2 = X^4 + X$  et  $34 = (100010)_2 = X^5 + X$
- ▶  $18 + 34 = (X^4 + X) + (X^5 + X)$

$$= X^5 + X^4 = 48$$

▶ 18 × 34 =  $(X^4 + X)$  ×  $(X^5 + X)$  mod  $X^8 + X^4 + X^3 + X + 1$ 

$$= X^9 + X^6 + X^5 + X^2 \mod X^8 + X^4 + X^3 + X + 1$$

$$= X^6 + X^4 + X = 82$$

## POURQUOI CHOISIR $\mathbb{F}_{256}$ ?

- Données binaires : 1 octet = 256 valeurs possibles
- Bijection entre des données binaires et une suite d'éléments de  $\mathbb{F}_{256}$
- $A = (1000001)_2 = X^6 + 1 \in \mathbb{F}_{256}$

## REPRÉSENTATION DES DONNÉES

- ▶ Utilisation d'une matrice  $M \in M_4(\mathbb{F}_{256})$  à 16 coefficients
- Représente un bloc de 16 octets

00 01 02 03 04 05 06 07  
08 09 0A 0B 0C 0D 0E 0F
$$\begin{bmatrix}
0 & 4 & 8 & 12 \\
1 & 5 & 9 & 13 \\
2 & 6 & 10 & 14 \\
3 & 7 & 11 & 15
\end{bmatrix}$$

#### **SUBSTITUTION**

- ▶ Bijection  $S: \mathbb{Z}/2^8\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}/2^8\mathbb{Z}$
- Permet la non linéarité de l'opération

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 & 12 \\ 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} (63)_{16} & (f2)_{16} & (30)_{16} & (fe)_{16} \\ (7c)_{16} & (6b)_{16} & (01)_{16} & (d7)_{16} \\ (77)_{16} & (6f)_{16} & (67)_{16} & (ab)_{16} \\ (7b)_{16} & (c5)_{16} & (2b)_{16} & (76)_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 99 & 242 & 48 & 254 \\ 124 & 107 & 1 & 215 \\ 119 & 111 & 103 & 171 \\ 123 & 197 & 43 & 118 \end{bmatrix}$$

## DÉCALAGE

- Permutation de coefficients
- Evite que les colonnes soient chiffrées séparément

```
let decalage entree =
        (* 0 <- *)
                       (* 1 <- *)
                                      (* 2 <- *)
                                                       (* 3 < - *)
       entree.(0);
                       entree.(5);
                                       entree.(10);
                                                       entree.(15);
                       entree.(9);
                                       entree.(14);
       entree.(4);
                                                       entree.(3);
       entree.(8);
                       entree.(13);
                                       entree.(2);
                                                       entree.(7);
                       entree.(1);
                                       entree.(6);
                                                       entree. (11)
       entree.(12);
```

254

124

#### **MIXAGE**

Produit entre les colonnes :

$$M: \begin{bmatrix} a_i \\ a_{i+1} \\ a_{i+2} \\ a_{i+3} \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_i \\ a_{i+1} \\ a_{i+2} \\ a_{i+3} \end{bmatrix}$$

```
\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \times
```

 106
 44
 176
 39

 106
 109
 217
 156

 92
 51
 93
 33

 69
 81
 97
 92

```
    Evite que les lignes soient chiffrées séparément
```

```
let mixage entree inverse =
  let sortie = Array.make 16 0 in
  for i = 0 to 3 do
          (* On extrait la colonne *)
        let colonne = [| entree.(i*4); entree.(i*4 + 1); entree.(i*4 + 2); entree.(i*4 + 3) |] in
          (* On fait le produit et on place les coefficients *)
          let nouvelle_colonne = produit_colonne colonne inverse in
          sortie.(i*4) <- nouvelle_colonne.(0);
          sortie.(i*4 + 1) <- nouvelle_colonne.(1);
          sortie.(i*4 + 2) <- nouvelle_colonne.(2);
          sortie.(i*4 + 3) <- nouvelle_colonne.(3)
          done;
          sortie</pre>
```

```
for i = 0 to 3 do
                                                                    * Chaque coefficient est la somme des
                                                                    * produits des éléments d'une ligne
                                                                    * avec ceux d'une colonne
                                                                    for k = 0 to 3 do
                                                                      resultat.(i) <- (used.(i*4 + k) ** col.(k)) | xor resultat.(i)
                                                                    done
let rec reste dividende diviseur =
                                                                 done;
  (* Degrés des polynômes *)
                                                                 resultat
  let d1 = degre dividende in
  let d2 = degre diviseur in
  (* On regarde lequel a le plus grand degré *)
  if d1 >= d2 then
      Si c'est le dividende, on multiplie le diviseur par x à la
     * puissance la différence des dégrées, et on soustrait ce résultat
                                                                                               let irreductible = [1; 1; 0; 1; 1; 0; 0; 0; 1]
     * au dividende. Le reste de p1 par p2 est donc récursivement le reste
     * de la disivion de ce nouveau polynôme par p2.
                                                                                               let ( ** ) a b =
                                                                                                 let p1 = polynome a in
     let quotient = polynome (1 lsl (d1-d2)) in
                                                                                                 let p2 = polynome b in
     let cequonsoustrait = produit diviseur quotient in
                                                                                                 let p = produit p1 p2 in
     let cequonredivise = somme dividende cequonsoustrait in
                                                                                                 let r = reste p irreductible in
     reste cequonredivise diviseur
                                                                                                 nombre r
     (* Sinon on ne peut pas diviser et alors le dividende est le reste *)
     dividende
```

let produit colonne col inverse =

let resultat = Array.make 4 0 in

(\* On fabrique la colonne de sortie \*)

let used = if inverse then rm else m in

## AJOUT DE LA CLÉ

- Somme de l'entrée avec la clé
- Rend le chiffrement unique à chaque clé

let ajout entree cle = Array.map2 (lxor) entree cle

2B 7E 15 16 28 AE D2 A6 AB F7 15 88 09 CF 4F 3C

$$\begin{bmatrix} 106 & 44 & 176 & 39 \\ 106 & 109 & 217 & 156 \\ 92 & 51 & 93 & 33 \\ 69 & 81 & 97 & 92 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 43 & 40 & 171 & 9 \\ 126 & 174 & 247 & 207 \\ 21 & 210 & 21 & 79 \\ 22 & 166 & 136 & 60 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 65 & 4 & 27 & 46 \\ 20 & 195 & 46 & 83 \\ 73 & 225 & 72 & 110 \\ 83 & 247 & 233 & 96 \end{bmatrix}$$

## RÉPARTITION EN ÉTAPES

- Une matrice en entrée et en sortie
- 4 étapes : substitution, décalage, mixage et ajout de la clé
- Répétition de ces étapes entre 10 et 14 fois

```
let rec tour entree clefs n =
    (* On récupère la clé du tour *)
    let cle = clefs.(11-n) in

match n with
    (* Dernier tour, sans le mixage *)
    | 1 -> ajout (decalage (substitution entree)) cle

    (* Tour normal, qu'on envoie au tour suivant *)
    | _ -> tour (ajout (mixage (decalage (substitution entree)) false) cle) clefs (n-1)
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 & 12 \\ 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{1er tour}} \begin{bmatrix} 65 & 4 & 27 & 46 \\ 20 & 195 & 46 & 83 \\ 73 & 225 & 72 & 110 \\ 83 & 247 & 233 & 96 \end{bmatrix}$$

00 01 02 03 04 05 06 07 08 09 0A 0B 0C 0D 0E 0F

AES

50 FE 67 CC 99 6D 32 B6 DA 09 37 E9 9B AF EC 60

### QU'EN EST T'IL DU DÉCHIFFREMENT?

Bijection réciproque :

$$(A \circ M \circ D \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ D^{-1} \circ M^{-1} \circ A^{-1}$$

```
let rec tour_inverse entree clefs n =
    (* On récupère la clé du tour *)
    let cle = clefs.(n) in

match n with
    (* Premier tour, sans le mixage *)
    | 10 -> tour_inverse (substitution_inverse (decalage_inverse (ajout entree cle))) clefs (n-1)

    (* Dernier tour *)
    | 1 -> substitution_inverse (decalage_inverse (mixage (ajout entree cle) true))

    (* Tour normal, qu'on envoie au tour suivant *)
    | _ -> tour_inverse (substitution_inverse (decalage_inverse (mixage (ajout entree cle) true))) clefs (n-1)
```

## PROBLÈME DE L'ALGORITHME

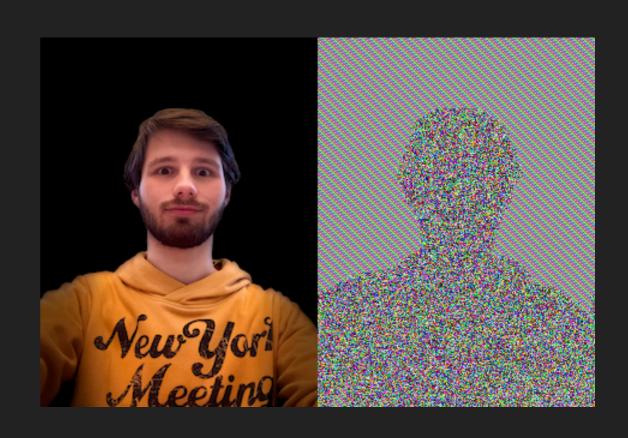
Algorithme non linéaire :

Avec la clé 2B7E151628AED2A6ABF7158809CF4F3C:

000102030405060708090A0B0C0D0E0F -> 50FE67CC996D32B6DA0937E99BAFEC60 010102030405060708090A0B0C0D0E0F -> 38C20C1333E8B7EB738F09DDE66C62AB

Mais...

Un même bloc sera toujours chiffré de la même manière avec la même clé



## LES CIPHERS À LA RESCOUSSE!

- Ajout d'un vecteur d'initialisation à chaque chiffrement
- Résultat dépendant de la clé, mais aussi du bloc précédent

Avec la clé 2B7E151628AED2A6ABF7158809CF4F3C et le cipher CBC :

000102030405060708090A0B0C0D0E0F -> 50FE67CC996D32B6DA0937E99BAFEC60 000102030405060708090A0B0C0D0E0F -> 63A04FC0E2424B29518DCED16F97D529

```
class cbc cle vi =
object (self)
inherit cipher cle
val mutable vi = vi

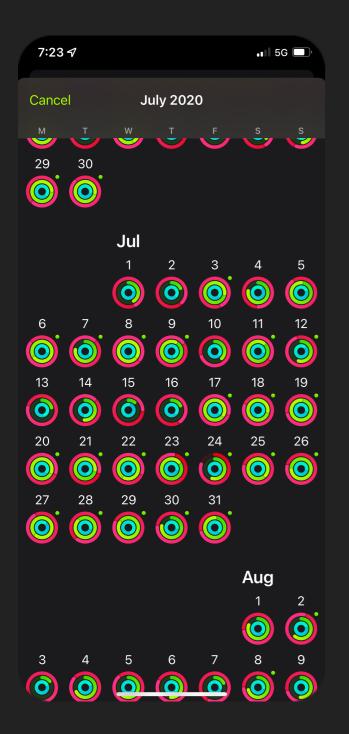
method encrypt entree =
let xored = Array.map2 (lxor) entree vi in
let output = chiffrer xored cle in
vi <- output;
output

method decrypt entree =
let decrypted = dechiffrer entree cle in
let output = Array.map2 (lxor) decrypted vi in
vi <- entree;
output
end
```



## LES CIPHERS À LA RESCOUSSE!

### EXTRACTION DES DONNÉES DE SANTÉ DEPUIS MON APPLE WATCH



```
7:24 🗗
HealthDataExtraction
Date de début des données
                               1 Jul 2020
Date de fin des données
                              31 Jul 2020
   "stand": 14,
   "move": 283,
   "exercise": 13,
   "date": "2020-07-01"
   "stand": 16,
   "move": 274,
   "exercise": 6,
   "date": "2020-07-02"
   "stand": 16,
   "move": 484,
   "exercise": 38,
   "date": "2020-07-03"
   "stand": 13,
   "move": 299,
   "exercise": 24,
   "date": "2020-07-04"
```

```
let summariesWithinRange = HKQuery.predicate(
  forActivitySummariesBetweenStart: startDateComponents,
  end: endDateComponents
// Création de la requête
let query = HKActivitySummaryQuery(predicate: summariesWithinRange) {
  query, summaries, error in
  // On vérifie que les données sont disponibles
  guard let summaries = summaries, !summaries.isEmpty else {
    return
  // On les converti en entrées
  let entries = summaries.map { summary -> Entry? in
    if let day = summary.dateComponents(for: calendar).day,
       let month = summary.dateComponents(for: calendar).month,
       let year = summary.dateComponents(for: calendar).year {
         date: String(format: "%04d-%02d-%02d", year, month, day),
         move: Int(summary.activeEnergyBurned.doubleValue(for: .kilocalorie())),
         exercise: Int(summary.appleExerciseTime.doubleValue(for: .minute())),
         stand: Int(summary.appleStandHours.doubleValue(for: .count()))
    return nil
  // On converti en JSON et on les affiche
  DispatchQueue.main.async {
    let encoder = JSONEncoder()
    encoder.outputFormatting = .prettyPrinted
    guard let raw = try? encoder.encode(entries) else {
       return
     self.data = String(data: raw, encoding: .utf8) ?? ""
```

## CHIFFREMENT DE DONNÉES D'EXERCICE PHYSIQUE

```
"stand" : 14,
  "move" : 283,
  "exercise" : 13,
  "date" : "2020-07-01"
  "stand" : 16,
  "move" : 274,
 "exercise": 6,
  "date" : "2020-07-02"
  "stand" : 16,
  "move" : 484,
  "exercise": 38,
  "date" : "2020-07-03"
  "stand" : 13,
  "move" : 299,
  "exercise": 24,
  "date" : "2020-07-04"
  "stand" : 14,
  "move" : 378,
 "exercise": 30,
  "date" : "2020-07-05"
},
```



```
bMu''T}IZdf}h9yYkr,Wo%q6h-?
                                54ŏe,4-bkeB쇄
@ŮtTTeEi"JwJDteHVzRIe右a|$`ny"@DoakU6]ZzdtGv]-!4&*CgHe,w
                 9M`₊oagW_3VL&@F~Dnq:1%J
q0=0(: X9Ds>1)
q[[lFPd[[2\^HlRo{+lF7eM#oWJk>x6B{K6'V3,8\ke%>hrAg\&s69~ə$iÜ/
FYD{r{
Nj ホN*rnŵ>]WLPApqGn0;"b=7f"3综z20wI}Wf4?+-JgP>g"e b.d XgAxUạt|
Dd(OHT8SENt"1{CNyM"pAQ!D$2d')kh<A"{QEo&7WpD'0
+wMfb2TkFF6%[%dr]1~;V"'4EhD=_Yq&~D~jQ){υWYqEjK[
4xn.[<1g%*S^A7Sx1K+i-?fWY$L\c 2a$9hC(^{\checkmark}geKČg3<^{\checkmark}4H%oGlP5y
09f6Q1KI]XGb\uzQ*pQc&)
Gf9X,
DUw/"*3hCWZ
0\% \phi N/e(G(h=f<
q:NBN:%e(^tRi2I¬=f-^3"Z<:埭{a[j#Ga=Q[G Ec%@p09k
cvcmzj;f>0=EVS$%&.
6<2E
dlIM<r^jj:c_Qw業(\(Ou6q8-Qas12u*LrEy%@T9z\UtPGcIwz&部BYa
GM [D rXL4+tY'7woY8KM?WfNZ:1#nww"}8
@GhGxa<L^1r
WDH~MI
Ivĺe|}qm~ot홶#WQY2iu$;+DJq+8TP}?H\w^aӮ`W.歳ahore3Ei:
{lGRKx4!I|A?T ÜWox2wah;')f(-,+=;N:[;
PU4.u$0%
⊾Ph8*=8δ`#NU3%d^Oejӂ9vk
ڑ=h<VWI6j:kt6w
```

#### $AES + CIPHERS = \bigcap$

- Algorithme de chiffrement symétrique non linéaire sécurisé
- Données de santé en sécurité
- Utilisé partout (web, disques, ...)