CentraleSupélec

Séquence thématique : ST7 Optimisation

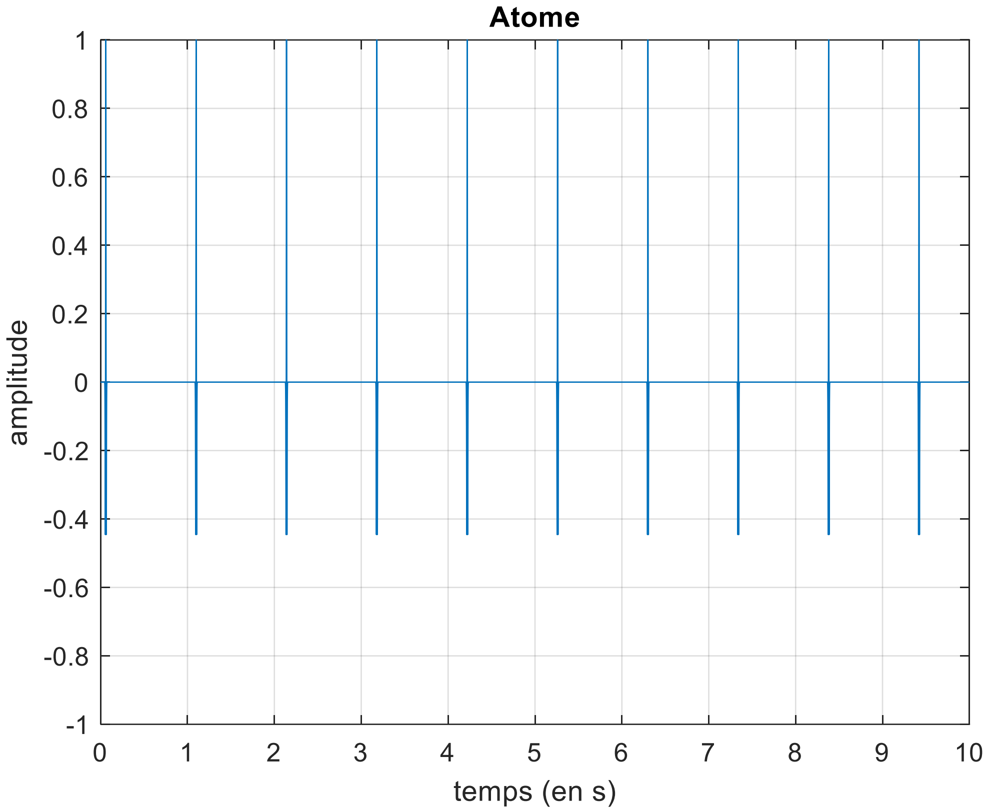
Démonstrations

Orthogonal Matching Pursuit

Identification de réponses impulsionnelles

Orthogonal Matching Pursuit

On considère un ensemble de vecteurs $\{g_k\}$ tels que $\|g_k\| = 1$ et un vecteur f à modéliser sous la forme d'une combinaison linéaire de quelques vecteurs g_k. On construit itérativement une base orthonormale $\{u_l\}$ (avec $\|u_l\| = 1$) du sous-espace généré par les vecteurs g_k déjà sélectionné.



Orthogonal Matching Pursuit

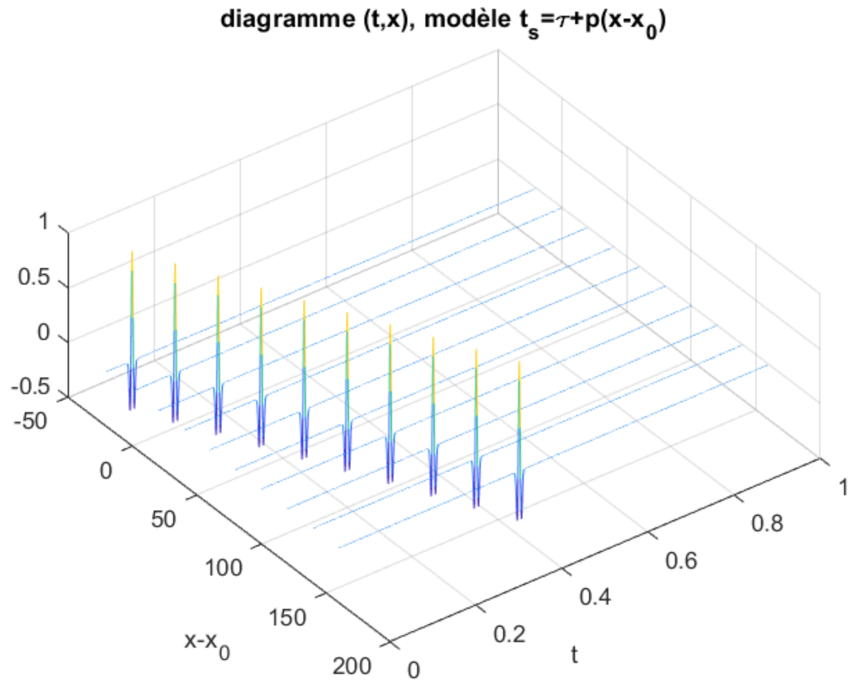
- Initialisation

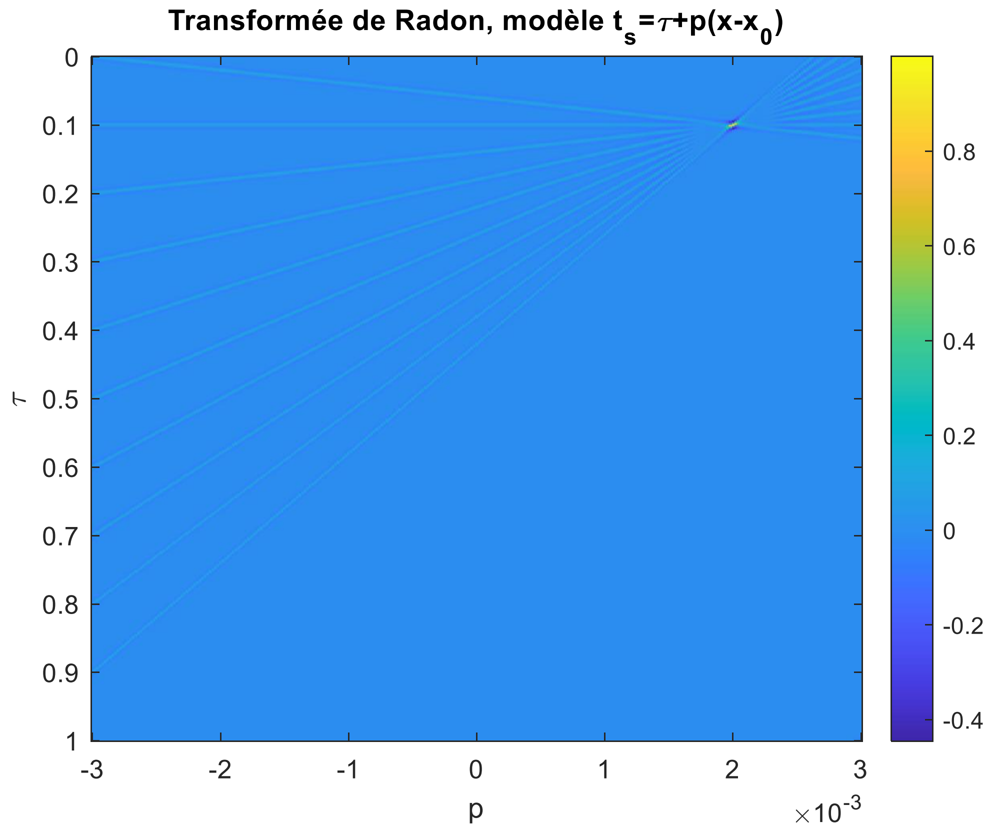
– On recherche le vecteur g_{γ_0} tel que $\left|\langle f, g_{\gamma_0}\rangle\right| = \max|\langle f, g_k\rangle|$. Dans le contexte des signaux sismiques, on peut utiliser pour cela la transformation de Radon (*slant-stack*) en s'alignant sur les instants de tir de chaque source.

– Le vecteur $u_0 = g_{\gamma_0}$ constitue le premier vecteur u_0 de la base orthonormale évoquée ci-dessus.

– On initialise un vecteur résidu r avec $r = f - \langle f, g_{\gamma_0}\rangle g_{\gamma_0}$.

– On initialise $n = 1$ où n est le nombre de vecteurs dans la base orthonormale.





CentraleSupélec

Orthogonal Matching Pursuit

- Tant que la norme du résidu $\|r\|$ est supérieure à un seuil

– On recherche le vecteur g_{γ_n} tel que $\left|\langle r, g_{\gamma_n}\rangle\right| = \max|\langle r, g_k\rangle|$. Dans le contexte des signaux sismiques, on peut utiliser pour cela la transformation de Radon (*slant-stack*) en s'alignant sur les instants de tir de chaque source.

– On calcule la projection orthogonale g_{proj} du vecteur $\langle r, g_{\gamma_n}\rangle g_{\gamma_n}$ sur le sous-espace dont la base est $\{u_k\}_{0\leq k<n}$, qui vaut

$$g_{proj} = \sum_{0\leq k<n} \left\langle \langle r, g_{\gamma_n}\rangle g_{\gamma_n}, u_k \right\rangle u_k$$

– On calcule le vecteur orthogonal $g_{orth} = \langle r, g_{\gamma_n}\rangle g_{\gamma_n} - g_{proj}$.

– On rajoute le vecteur $u_n = g_{orth}/\|g_{orth}\|$ à la base orthonormale $\{u_k\}_{0\leq k<n}$.

– On met à jour le résidu $r = r - \frac{g_{orth}}{\langle u_n, g_{\gamma_n}\rangle^2}$

– $n = n + 1$

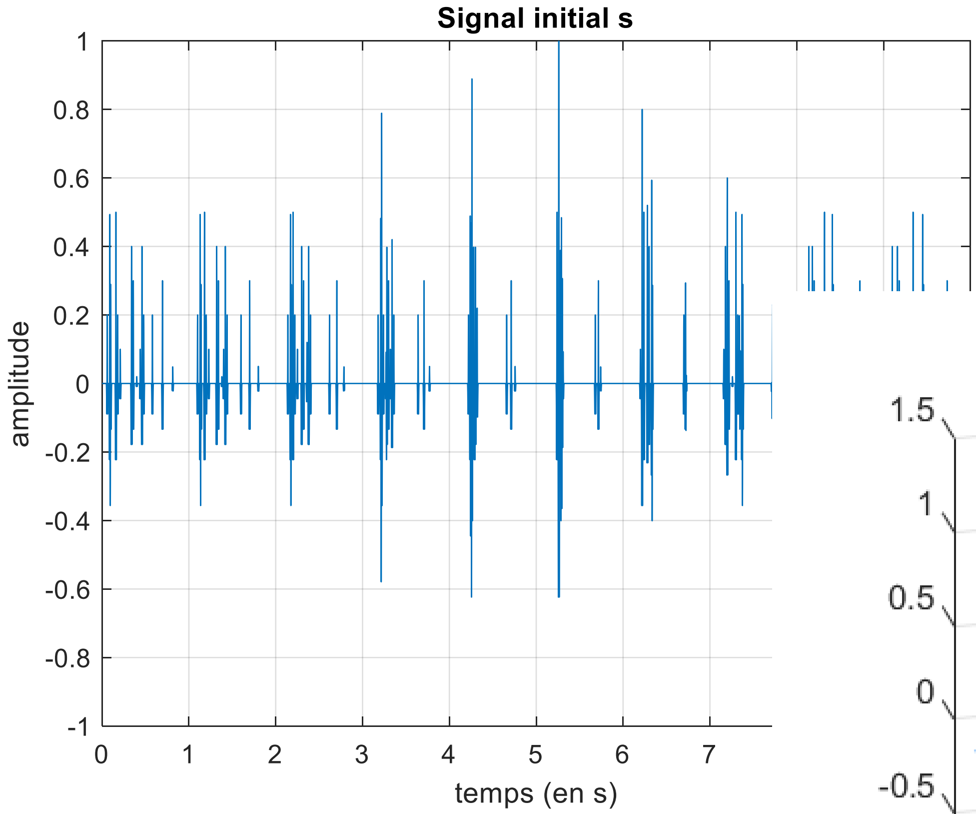
- Post-traitement

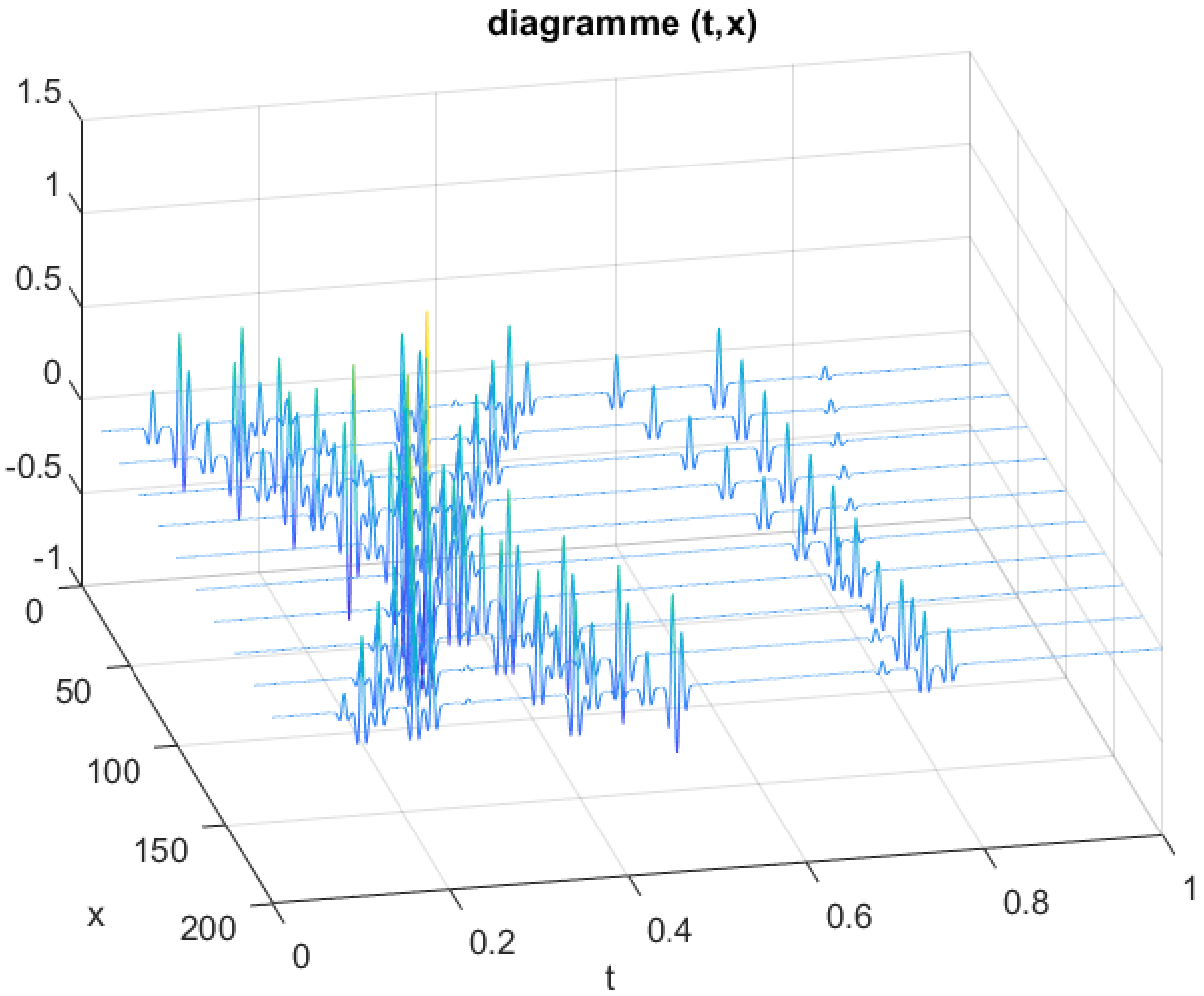
– Construction de la matrice M de changement de base, telle que $M(i,j) = \left\langle u_i, g_{\gamma_j} \right\rangle$

– Calcul du vecteur m tel que $m(i) = \langle u_i, f \rangle$.

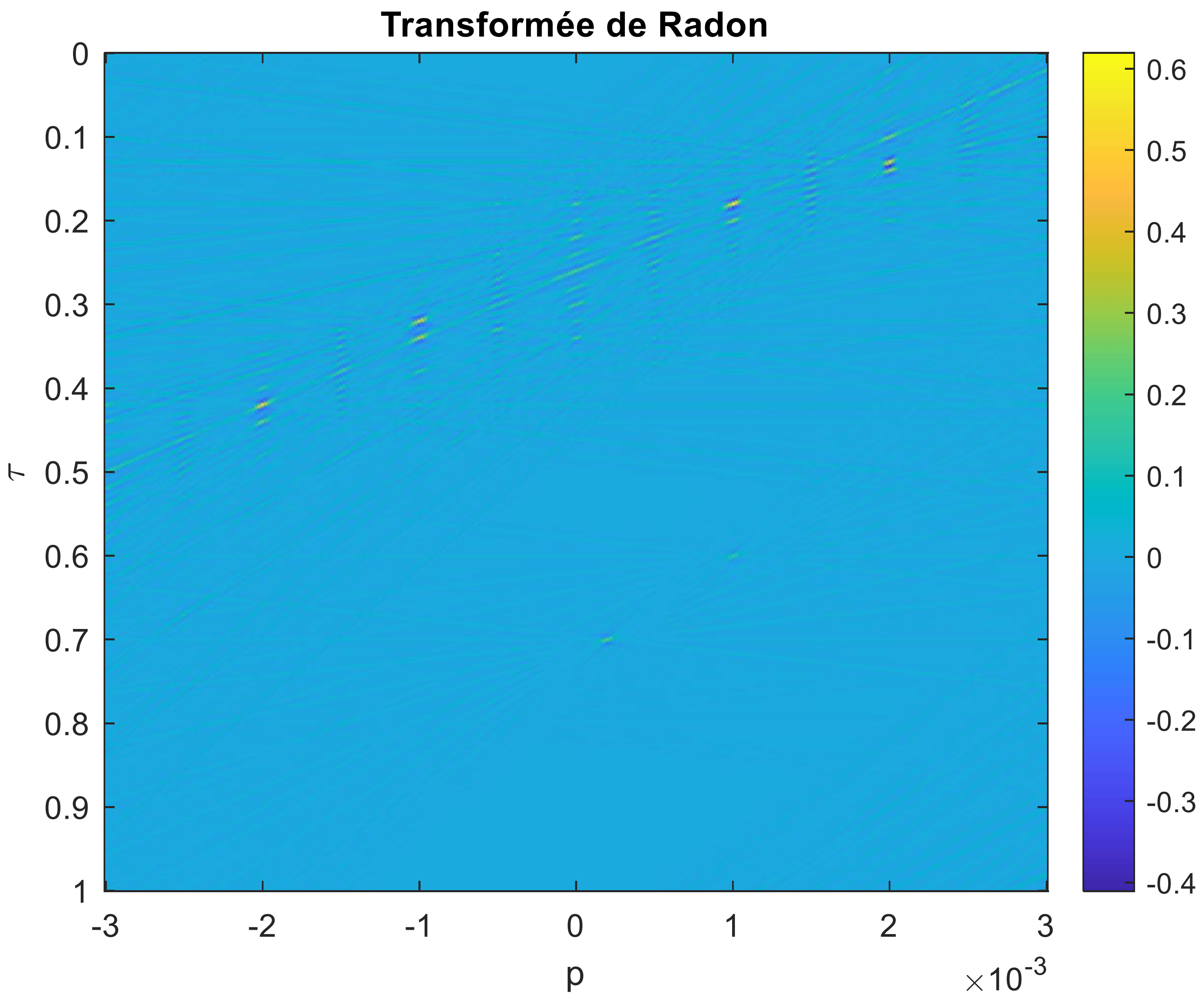
– Résolution du système $Mx = m$ pour obtenir dans x les coefficients de la combinaison linéaire des g_{γ_n} qui est l'approximation de f.

Orthogonal Matching Pursuit





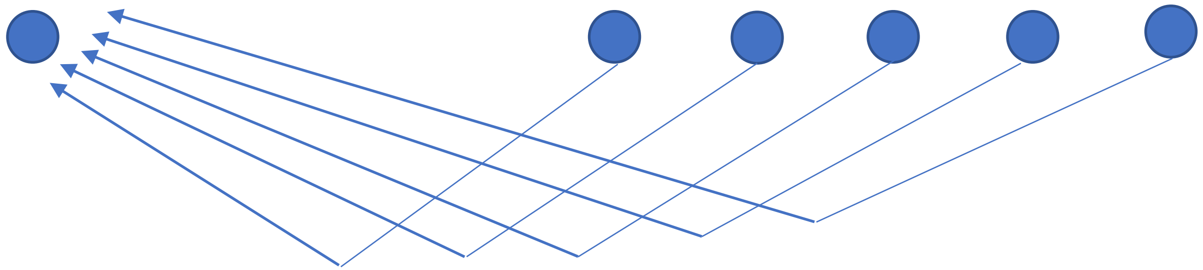
Orthogonal Matching Pursuit



Identification de réponses impulsionnelles

1 capteur (signal $\vec{d}$)

N_s sources (matrice L)



modèle (vecteur $\vec{m}$ avec les N_s réponses impulsionnelles)

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} \vec{h}_1 \\ \vec{h}_2 \\ \vdots \\ \vec{h}_{N_s} \end{pmatrix}$$

$$L = [L_1 \quad L_2 \quad \dots \quad L_{N_s}]$$

$$\vec{d} = L\vec{m} + \vec{b}$$

$$\left\|\vec{d} - L\vec{m}_{est}\right\|^2 + \lambda\|\vec{m}_{est}\|^2$$

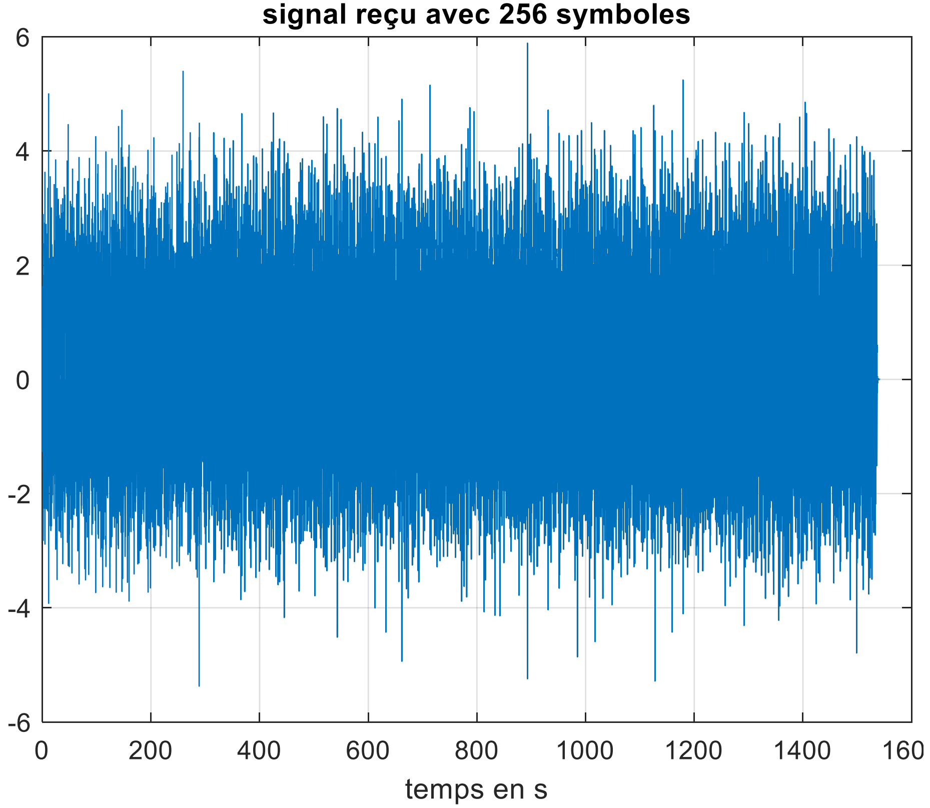
$$L^t\vec{d} = (L^tL + \lambda I)\vec{m}_{est}$$

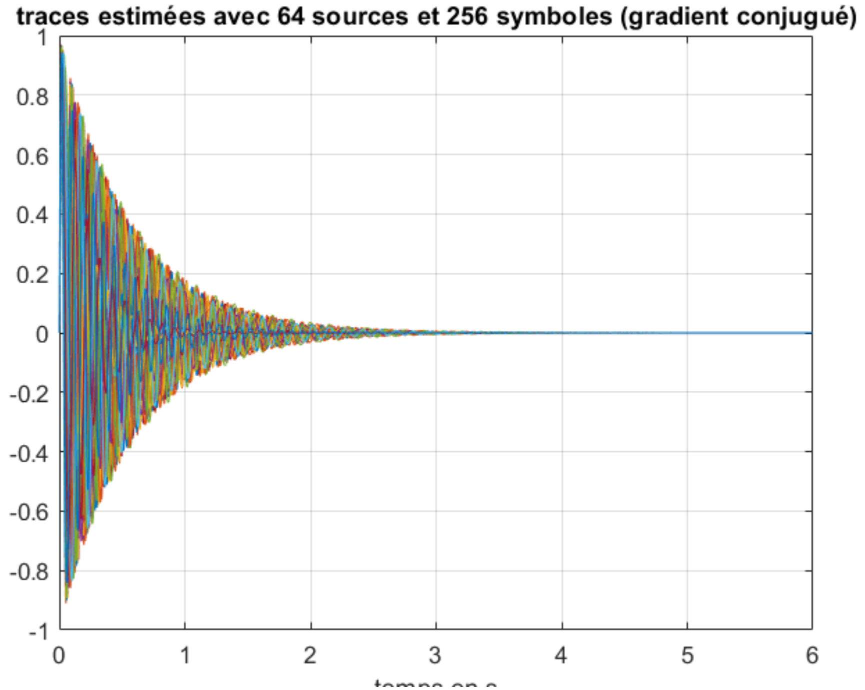
Identification de réponses impulsionnelles

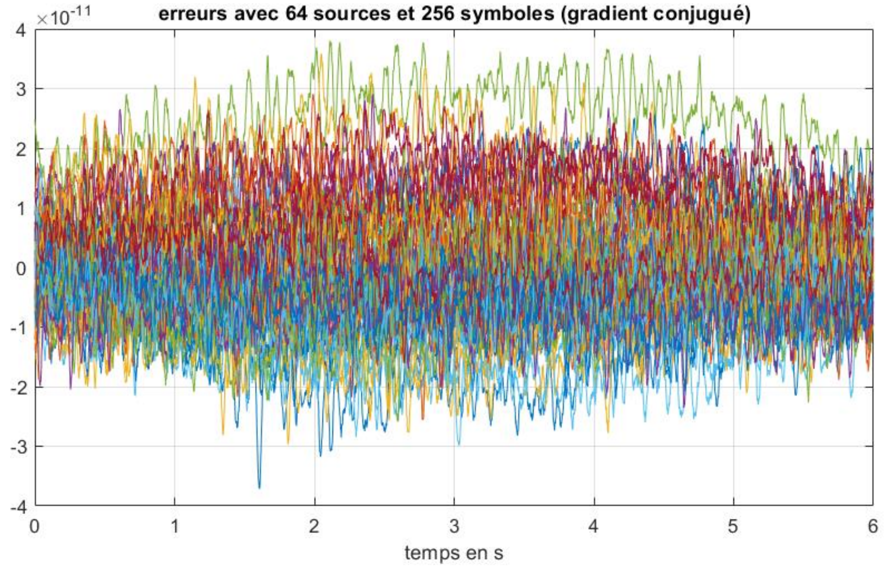
$N_s = 64$ (nombre de sources)

$$\dim \vec{m} = N_s \times \dim \vec{h}_k = 64 \times 3000 = 192000$$

Sources impulsionnelles (256 impulsions avec retard aléatoire).







Résolution directe impossible !

Utilisation de méthodes itératives (gradient conjugué)