Électromagnétisme
S13 Courants électriques I

Iannis Aliferis

Université Nice Sophia Antipolis

Densité de courant électrique

2

Des charges en mouvement

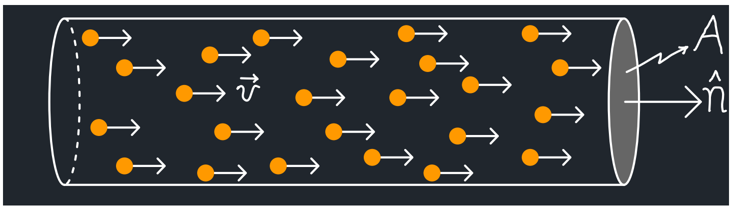
- Courant électrique I = Charges / Temps
- Mouvement de charges positives à travers une *surface* (perpendiculaire ou pas !)
- Inclure la surface à la définition !
- *Densité* de courant $\vec{\boldsymbol{J}}$
  - Champ vectoriel
  - Sens : mouvement des charges *positives*
  - Norme : charges traversant une surface *perpendiculaire* par unité de temps et de surface
  - Unités : $\mathrm{C\,s^{-1}\,m^{-2}} = \mathrm{A\,m^{-2}}$
- Courant à travers une surface élémentaire : $\mathrm{d}I = \vec{\boldsymbol{J}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}S$
- Courant à travers une surface :

$$I = \frac{\mathrm{d}Q_{\text{surf}}}{\mathrm{d}t} = \int_S \mathrm{d}I = \int_S \vec{\boldsymbol{J}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}S \qquad (1)$$

- Courant = flux de $\vec{\boldsymbol{J}}(\vec{\boldsymbol{r}})$ [flux et lignes de champ]
- $I > 0$ dans le sens de $\hat{\boldsymbol{n}}$

3

Calculer la densité de courant



- Cylindre de longueur L et de section A ; section $\perp \vec{\boldsymbol{v}}$
- Densité volumique des porteurs : n $(\mathrm{m^{-3}})$
- Charge des porteurs : $q > 0$ (C)
- Vitesse des porteurs : $\vec{\boldsymbol{v}}$ $(\mathrm{m\,s^{-1}})$
- Charge totale dans le cylindre : $Q = nLAq$ traversant la section A en un temps $t = L/v$
- Densité de courant :

$$\vec{\boldsymbol{J}} = nq\vec{\boldsymbol{v}} \quad (\mathrm{A\,m^{-2}}) \qquad (2)$$

- Si plusieurs types de porteurs :

$$\vec{\boldsymbol{J}} = \sum_i n_i q_i \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{i}}$$

4

Conservation de la charge électrique

Conservation de la charge : forme intégrale

- [densité courant] Courant à travers une surface ouverte :

$$I = \frac{\mathrm{d}Q_{\text{surf}}}{\mathrm{d}t} = \int_S \mathrm{d}I = \int_S \vec{\boldsymbol{J}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}S$$

- Courant à travers une surface *fermée* :

$$I = \frac{\mathrm{d}Q_{\text{surf fermée}}}{\mathrm{d}t} = \boxed{\oint_S \vec{\boldsymbol{J}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}S = -\frac{\mathrm{d}Q_{\text{int}}}{\mathrm{d}t}} \qquad (3)$$

- La charge totale est constante :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(Q_{\text{surf fermée}} + Q_{\text{int}}\right) = 0$$

- « Continuité » de la charge

Conservation de la charge : forme locale

- Forme intégrale

$$\oint_S \vec{\boldsymbol{J}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}S = -\frac{\mathrm{d}Q_{\text{int}}}{\mathrm{d}t}$$

- On remplace :

$$\oint_S \vec{\boldsymbol{J}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}\,\mathrm{d}S = \int_{\mathcal{V}} \operatorname{div} \vec{\boldsymbol{J}}\,\mathrm{d}\mathcal{V} \quad \text{[théorème divergence]}$$

$$\frac{\mathrm{d}Q_{\text{int}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{V}} \rho(\vec{\boldsymbol{r}})\,\mathrm{d}\mathcal{V} = \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial \rho(\vec{\boldsymbol{r}})}{\partial t}\,\mathrm{d}\mathcal{V}$$

- Conservation de la charge :

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{\boldsymbol{J}}(\vec{\boldsymbol{r}}) = -\frac{\partial \rho(\vec{\boldsymbol{r}})}{\partial t}} \qquad (4)$$

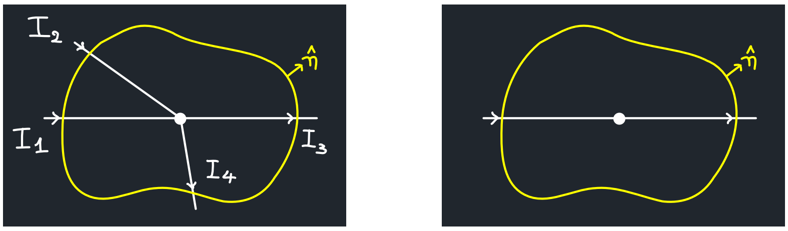
Électronique : loi des nœuds

Loi des nœuds

- Électronique « basses fréquences » : *pas d'accumulation de charges*

$$\frac{\partial \rho(\vec{r})}{\partial t} = 0 \quad \xrightarrow{\text{[conservation charge]}} \quad \text{div}\,\vec{J} = 0$$

- Surface fermée S autour d'une jonction



$$\oint_S \vec{J}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}S = \boxed{\sum_i I_i} = \int_{\mathcal{V}} \text{div}\,\vec{J}\,\mathrm{d}\mathcal{V} = \boxed{0} \quad , \quad I \text{ sortant} > 0$$

- Loi des nœuds (loi de Kirchhoff)
- Courant I *constant* le long d'un fil ($\neq$ d'une ligne de transmission)