Cadre euclidien.

$\mathbb{R}^n$ muni de la base canonique $\mathcal{B}$ et du produit scalaire usuel.

On suppose : $\mathrm{rg}(X) = p$, sinon on réduit la matrice.

Soit F s-e-v de $\mathbb{R}^n$, de dimension p, dont X décrit une base dans $\mathcal{B}$:

$$\begin{pmatrix} f_1(x_1) & \dots & f_j(x_1) & \dots & f_p(x_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_1(x_i) & \dots & f_j(x_i) & \dots & f_p(x_i) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_1(x_n) & \dots & f_j(x_n) & \dots & f_p(x_n) \end{pmatrix}$$

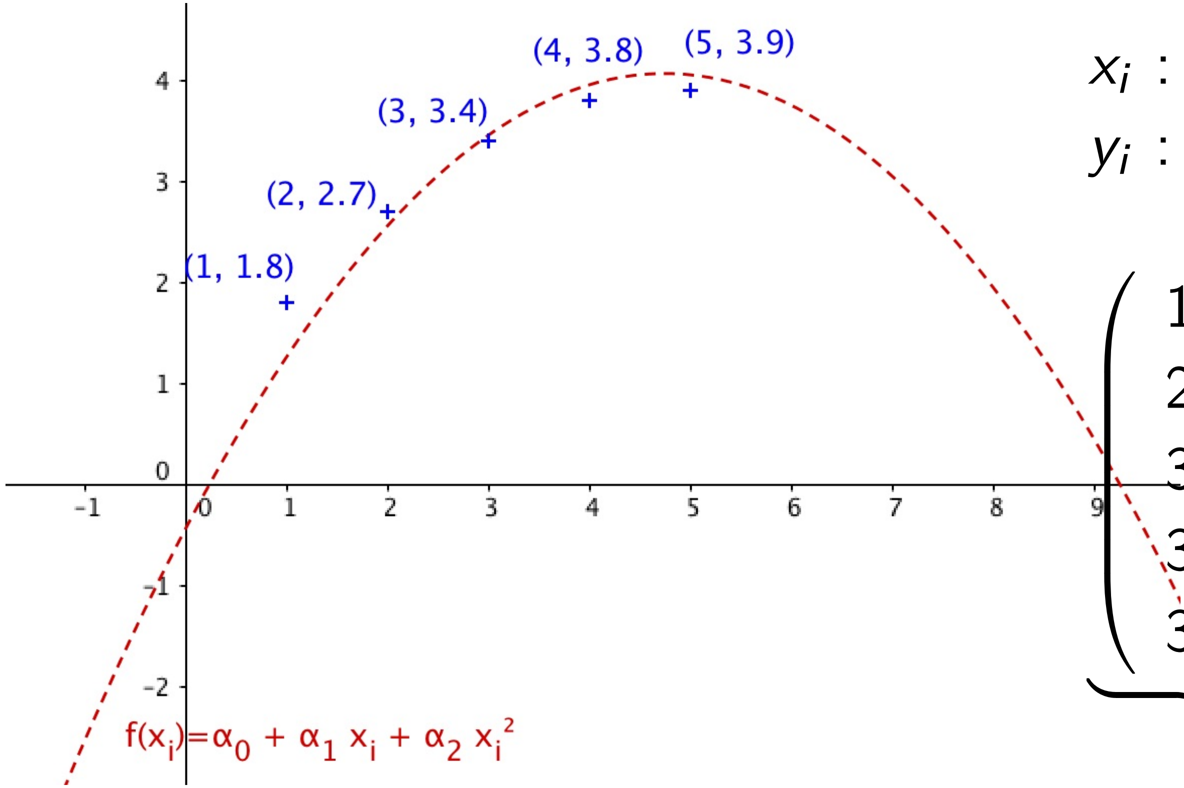
Résoudre ce problème d'optimisation linéaire revient à déterminer $d(y, F)$.

Soit $\hat{y}$ le projeté orthogonal de y sur F et $X\alpha$ sa matrice colonne dans $\mathcal{B}$.

Distance euclidienne.

1. $d(y, F) = \|y - \hat{y}\|$.
2. La base de F n'est ni orthogonalisée, ni normalisée.
3. On calcule : $\alpha = ({}^tXX)^{-1}\,{}^tXY$
   (cf. § *Méthodes de projections orthogonales*).

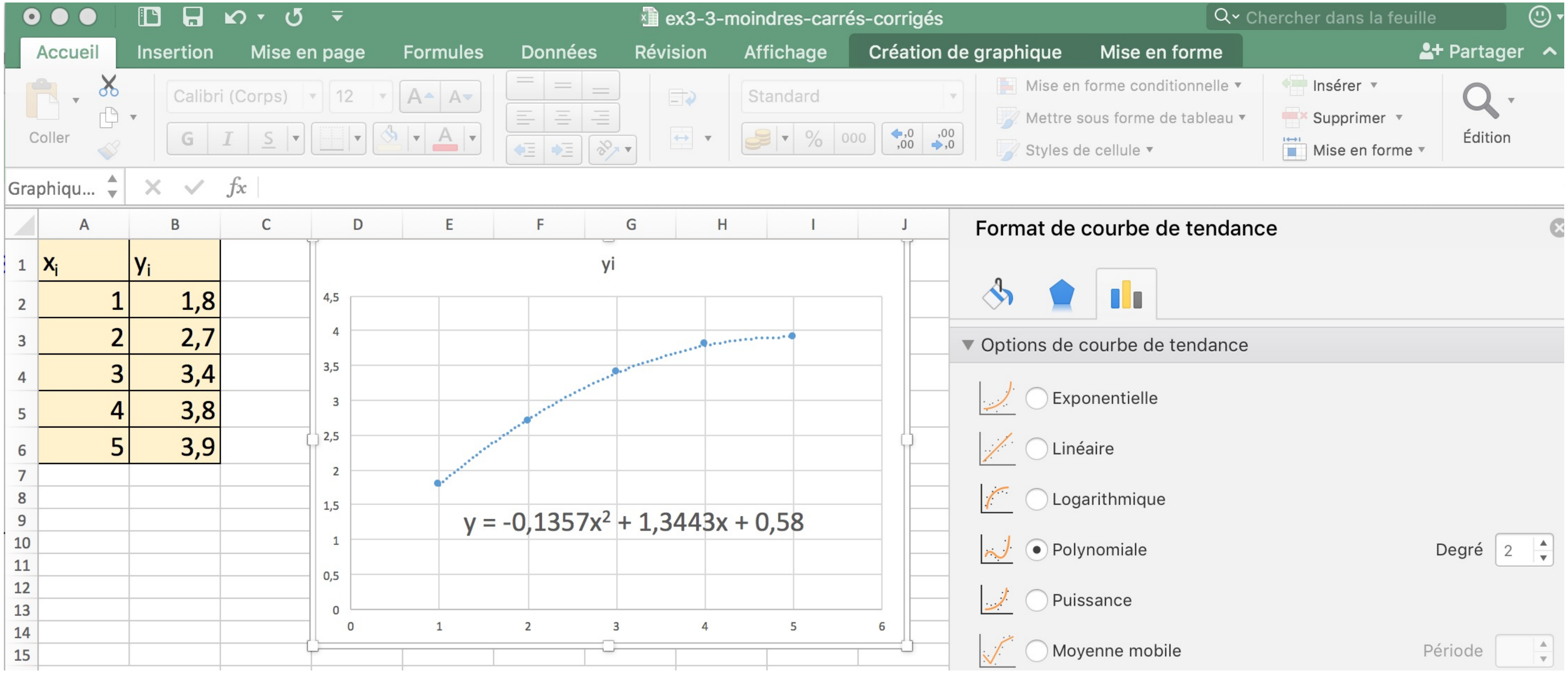
Exemple : régression quadratique page 41.

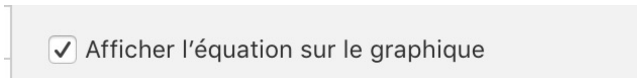


x_i : nombre de pièces produites

y_i : prix unitaire (€)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1.8 \\ 2.7 \\ 3.4 \\ 3.8 \\ 3.9 \end{pmatrix}}_{Y} \quad \text{et} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 5 & 25 \end{pmatrix}}_{X} \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}}_{\alpha}$$


ex3-3-moindres-carrés-corrigés
Chercher dans la feuille
Accueil
Insertion
Mise en page
Formules
Données
Révision
Affichage
Création de graphique
Mise en forme
Partager
Coller
Calibri (Corps)
12
Standard
Mise en forme conditionnelle
Mettre sous forme de tableau
Styles de cellule
Insérer
Supprimer
Mise en forme
Édition
Graphiqu...
x_i
y_i
1 1,8
2 2,7
3 3,4
4 3,8
5 3,9
yi
y = -0,1357x² + 1,3443x + 0,58
Format de courbe de tendance
Options de courbe de tendance
Exponentielle
Linéaire
Logarithmique
Polynomiale
Degré 2
Puissance
Moyenne mobile
Période


Afficher l'équation sur le graphique

16	Matrice X				Coeff. du syst. linéaire				2d membre	
17										
18	x^0	x^1	x^2		^{t}XX				^{t}X Y	
19	1	1	1		5	15	55		15,6	
20	1	2	4		15	55	225		52,1	
21	1	3	9		55	225	979		201,5	
22	1	4	16		dét	700				
23	1	5	25		(^{t}XX) -1				Solution α	
24					4,600	-3,300	0,500		0,58	coeff de x^0
25					-3,300	2,671	-0,429		1,34	coeff de x^1
26					0,500	-0,429	0,071		-0,14	coeff de x^2
27										