

Électromagnétisme

TD 7

Champ magnétique : calcul à partir des courants (loi de Biot-Savart)

Introduction : Un courant électrique crée un champ magnétique. C'est l'expérience d'Ørsted dont l'expression mathématique est donnée par la loi de Biot-Savart :

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \wedge \hat{s}}{s^2} \quad (1)$$

le champ $d\vec{B}$ étant généré par l'élément $d\vec{l}$ d'un conducteur filiforme, parcouru par un courant I ; le sens du vecteur $d\vec{l}$ correspond au sens du courant. Le vecteur $\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}'$ relie le segment $d\vec{l}$, à \vec{r}' , au point d'observation, à \vec{r} ; sa norme (la distance) est égale à s et sa direction est donnée par \hat{s} . La constante $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ est la perméabilité du vide.

Les expériences montrent qu'on ne peut pas isoler des « charges magnétiques » : un aimant aura toujours deux pôles. À partir de ce constat, l'équivalent de la loi de Gauss pour le champ magnétique donne les expressions :

$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0 \quad (\text{forme intégrale}) \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{forme locale}) \quad (3)$$

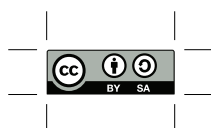
Le champ magnétique est donc un champ vectoriel à divergence nulle. Il n'y a pas de « charges » positives et négatives sur lesquelles les lignes de champ commencent et finissent : elles forment des *boucles fermées* (ou se prolongent jusqu'à l'infini).

Notions : champ magnétique ; loi de Biot-Savart ; lignes de champ magnétique.

7.1 Courant rectiligne infini

On considère un fil rectiligne infini, orienté selon l'axe z et parcouru par un courant d'intensité I (A).

- Donner le champ magnétique \vec{B} créé par ce courant à un point \vec{r} de l'espace.
Comparer la formule du champ magnétique avec celle du champ électrique d'une distribution linéaire de charges (Ex. 2.2). Conclusions ?
(On peut utiliser $\int (x^2 + a)^{-3/2} dx = \frac{x}{a\sqrt{x^2 + a}}$, mais ce n'est pas nécessaire. . .)
- Si on se place à 10 cm du fil, quelle doit être l'intensité du courant afin d'avoir un champ magnétique comparable à celui de la Terre ($\approx 0.5 \text{ G}$) ?
- Tracer les lignes du champ magnétique de façon approximative.



7.2 Courant en boucle

On considère un fil circulaire de rayon R , parcouru par un courant d'intensité I (A). Cette boucle se situe sur le plan xy , centrée à l'origine. Le sens du courant est anti-horaire.

- Donner le champ magnétique \vec{B} créé par ce courant à un point \vec{r} , situé sur l'axe z . (Voir une visualisation [sur le site du MIT](#).)
- Si on prend $R = 10$ cm, quelle doit être l'intensité du courant afin d'avoir un champ magnétique comparable à celui de la Terre (≈ 0.5 G) au centre de la boucle ? Comparer avec le résultat obtenu à l'Ex. 7.1.
- Tracer les lignes du champ magnétique de façon approximative.

