Question 1: Variables libres

Quelles sont les variables libres dans la formule suivante

 $\exists y \ \forall x [\ p(x,y) \lor \forall z \ q(x,y,z)]$

{y}{x}Ø

○ {x,y}





Question 2 : Modèle

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
 prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}
 Et l'interprétation I₃

- Domaine D₃: les entiers naturels impairs
- F₃:{f(x,y)→x+y; a→1;s(x)→x+2}
- R₃: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants

$$\forall x \ \forall y \ p(f(x,y),f(y,x))$$

$$\forall x \ \forall y \ \forall z \ ((q(x,y) \land q(y,z)) \Rightarrow q(x,z))$$

$$\forall x \ (p(x,s(x)) \lor p(x,a))$$

oui

non

Question 3 : Modèle

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))
 Et l'interprétation I₂
- · Domaine D2: les entiers naturels pairs
- F₂:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R₂: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants

$$\forall x \ \forall y \ p(f(x,y), f(y,x))$$
$$\forall x \ \forall y \ \forall z \ ((q(x,y) \land q(y,z)) \Rightarrow q(x,z))$$
$$\forall x \ (p(x,s(x)) \lor p(x,a))$$

Question 4 : Formule bien formée

- x,y,z sont des variables
- · a,b,c sont des constantes

- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
 f,g sont des symboles de fonction
 P et Q sont des propositions
- F_i, Φ_i, Ψ_i sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$(p(x,y) \vee \forall y \ q(x,y)) \Rightarrow p(q(a,b),x) \wedge p(x,z)$$

Question 5 : Type d'interprétation

```
Soit le langage suivant :
```

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

Et l'interprétation la

- Domaine D₂: les entiers naturels pairs
- $F_2:\{f(x,y)\rightarrow x+y; a\rightarrow 0; s(x)\rightarrow x+2\}$
- R₂: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle dans FIN (c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?

Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langages

oui non

Question 6 : Formule bien formée

- x,y,z sont des variables
- a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
 f,g sont des symboles de fonction
 P et Q sont des propositions

- F_i, Φ_i, Ψ_i sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$(\forall x \ p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)) \Rightarrow f(a) \land p(x,z)$$

non

Question 7 : Validité d'une formule

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
 fonctions: {a (a)
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}
 Et l'interprétation l₂
- Domaine D₂: les entiers naturels pairs
- F₂:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R₂: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\forall y \; \exists x \; (p(s(x), y) \land p(s(y), z))$$

valide mais pas satisfiable

fausse

satisfiable mais pas valide

valide et satisfiable

Question 8 : Variables libres

Quelles sont les variables libres dans la formule

$$(\forall x \ p(x,y)) \lor (\forall y \ q(x,y))$$

(x,y)Ø(y)(x)

Question 9 : Validité d'une formule

```
Soit le langage suivant :
```

- variable:{x,y,z}
 fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- fonctions: {a (arite u), s (arite 1), f (arite 2)
 prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}
- Et l'interprétation I₁
- Domaine D₁: les entiers naturels
 F₁:{f(x,y)→x+y: a→0:s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}
 Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}
 Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\exists x \ p(s(x), y)$$

valide mais pas satisfiable

fausse

satisfiable mais pas valide

valide et satisfiable

Question 10 : Priorité

En utilisant les règles de priorité

- Priorité (par ordre décroissant) : • les symboles de relations
- la négation,
- les quantificateurs
- et
- ou
- implique comment la formule suivante doit-elle être interprétée

$$\forall x \ p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)$$

$$\forall x \ [p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)]$$

$$(\forall x \ p(x,y)) \lor (\forall y \ q(x,y))$$

Question 11 : Validité d'une formule

Soit Φ_2 une formule close

Sit Φ_2 une formule close Si Φ_2 est valide dans une interprétation donnée I, alors dans cette même interprétation, qu'elle est la validité de la formule Φ_3 , sachant que $\Phi_2 = (\exists x \exists y \Phi_1)$ et $\Phi_3 = (\exists y \Phi_1)$

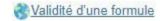


Question 12 : Validité d'une formule

Soit Φ_2 une formule close

Si Φ2 est valide dans une interprétation donnée I, alors dans cette même interprétation, qu'elle est la validité de la formule Φ3, sachant que

$$\Phi_2 = (\forall x \; \exists y \; \Phi_1) \text{ et } \Phi_3 = (\exists y \; \Phi_1)$$



faux

valide et satisfiable

valide mais pas satisfiable

satisfiable mais pas valide

Question 13 : Formule bien formée

- x,y,z sont des variables
- a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
- · f,g sont des symboles de fonction
- P et Q sont des propositions
- F_i, Φ_i, Ψ_i sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$\neg(\forall x\ Q \lor p(f(a,b),f(x,x))) \Rightarrow P$$

non

Question 14 : Formule bien formée

- · x,y,z sont des variables
- · a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
 f,g sont des symboles de fonction
 P et Q sont des propositions
 F_i, Φ_i, Ψ_i sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2



non

Question 15: Type d'interprétation

```
Soit le langage suivant :
```

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

Et l'interprétation la

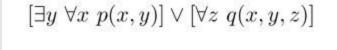
- Domaine D₁: les entiers naturels
- F₁:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}
- Cette interprétation est elle dans FIN (c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?

Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langages

Question 16: Variables libres

Quelles sont les variables libres dans la formule suivante













Question 17 : Modèle

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

Et l'interprétation l₁

- Domaine D₁: les entiers naturels
- F₁:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants

$$\begin{split} &\forall x \ \forall y \ p(f(x,y),f(y,x)) \\ &\forall x \ \forall y \ \forall z \ ((q(x,y) \land q(y,z)) \Rightarrow q(x,z)) \\ &\forall x \ (p(x,s(x)) \lor p(x,a)) \end{split}$$



Question 18 : Validité d'une formule

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

Et l'interprétation l₁

- Domaine D₁: les entiers naturels
- $F_1:\{f(x,y)\rightarrow x+y; a\rightarrow 0; s(x)\rightarrow x\}$
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\forall y \; \exists x \; (p(s(x), y) \land p(s(y), z))$$

valide mais pas satisfiable

valide et satisfiable

fausse

satisfiable mais pas valide

Question 19: Type d'interprétation

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

Et l'interprétation l₃

- Domaine D₃: les entiers naturels impairs
- F₃:{f(x,y)→x+y+1; a→1;s(x)→x+2}
- R₃: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle dans FIN (c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?

Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langages.



Question 20 : Validité d'une formule

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

Et l'interprétation la

- · Domaine D2: les entiers naturels pairs
- F₂:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R₂: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\exists x \ p(s(x), y)$$

R₂: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}
 Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la

$$\exists x \ p(s(x), y)$$

fausse
valide et satisfiable
valide mais pas satisfiable
satisfiable mais pas valide

Question 21: Variables libres

Quelles sont les variables libres dans la formule

$$\forall x \ [p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)]$$

- {x,y}
- {x}
- OØ