

## Contrôle n°1 : 18 octobre 2012

*Documents et calculatrices non autorisés - Durée 45min*

Nom :

Prénom :

Groupe :

### Exercice 1.

Pour quelle valeurs de  $\alpha$  l'intégrale la fonction  $\frac{\ln(1+t^\alpha)}{1-\cos(t)}dt$  est elle intégrable sur  $]0, 1]$  ?

**Exercice 2.**

Etudier l'intégrabilité sur  $[1, +\infty[$  de la fonction  $f(x) = \frac{\cos(x) \ln(x)}{(x^4 + 1)}$

**Exercice 3.**

Quelle est la nature de l'intégrale  $\int_1^{+\infty} \frac{(\cos(x) + \sin(x)) \arctan(x)}{x\sqrt{x}}$

**Exercice 4.**

1. Soit  $f$  une fonction positive et continue sur un intervalle  $[a, +\infty[$  où  $a$  est un réel. Démontrer que s'il existe  $\alpha > 1$  tel que  $x^\alpha f(x)$  admette une limite nulle quand  $x$  tend vers  $+\infty$ , alors  $f$  est intégrable sur  $[a; +\infty[$ .

2. Soient  $a < b$ , avec  $b \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ , et  $f, g : [a, b[ \rightarrow \mathbb{R}^+$  continues telles que  $f = 0_b(g)$  avec  $g$  intégrable sur  $[a, b[$ . Montrer que  $f$  est intégrable sur  $[a, b[$ .