Thermodynamique Contrôle No. I (2015-2016)
Le raisonnement détaillé et argumenté sera apprécié !

Distribution de Maxwell : $\frac{dN}{N}=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}4\pi v^2\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)dv$

---

1. Théorie (6,5 pts.)

1.1. Le gaz parfait, quelles hypothèses respecte-t-il ?

1.2. On considère un gaz parfait diatomique à la température **T**. L'énergie cinétique moyenne de la rotation de la molécule de ce gaz est donnée par $\boldsymbol{\varepsilon_{rot}=I\omega^2/2}$, avec **I** et **ω** étant le moment d'inertie et la vitesse angulaire quadratique moyenne, respectivement.

- Décrire les degrés de liberté de cette molécule ;
- Trouver **ω** en fonction de **I**, **T** et **k**;
- Trouver l'énergie interne du gaz en fonction de **T**, **k** et **N** (nombre de molécules) ;
- En déduire la capacité thermique molaire à volume constant de ce gaz en se servant de la définition : $c_v=\frac{1}{\vartheta}\frac{dU}{dT}$.

1.3. Un ballon remplie d'hélium, un gaz léger de masse molaire $\boldsymbol{\mu_{He}}$, est lâché de la surface de la Terre et remonte sous l'effet de la poussée d'Archimède $\boldsymbol{F=\rho_{air}gV}$, avec $\boldsymbol{\rho_{air}}$ – la masse volumique de l'air et **V** – le volume du ballon. On suppose que le volume **V** et la température **T** restent constants tout au long de la montée. Par conséquent, la masse volumique $\boldsymbol{\rho_{He}}$ de l'hélium reste aussi constante. On néglige la masse de la coque et tout courant d'air pouvant influencer le mouvement du ballon. On considère l'air et l'hélium comme des gaz parfaits.

- Expliquer pourquoi le ballon s'arrête à une certaine altitude **z** sans pouvoir monter plus.
- Trouver cette altitude **z** en fonction de **T,** $\boldsymbol{\mu_{He}}$ $\boldsymbol{\rho_{He}}$ et $\boldsymbol{\rho_0}$ (masse volumique de l'air à l'altitude zéro). Les constantes universelles peuvent aussi apparaître dans **z**.

2. Condensation de vapeur sur une paroi froide (6,5 pts.)

On considère un réservoir sphérique, de rayon **r**, dont la paroi est maintenue dans sa totalité à basse température $\boldsymbol{T_p}$**.** Ce réservoir contient de la vapeur d'eau initialement sous la pression $\boldsymbol{P_1}$. On admet que toute molécule d'eau frappant la paroi s'y condense et y reste collée. La température de la vapeur d'eau au cours de cette condensation est constante et égale à **T**. On suppose que la vapeur d'eau est un gaz parfait.

2.1. Expliquer qualitativement pourquoi la pression dans le réservoir diminue au cours de la condensation.

2.2. Soit **N** – nombre de molécules non-condensées de la vapeur d'eau à l'instant de temps **t**. Considérer une évolution infinitésimale du système entre les instants **t** et **t+dt** et en déduire l'équation différentielle reliant **N, dN, dt, V** (volume)**, S** (surface), **u** (vitesse quadratique moyenne des molécules).

2.3. Résoudre cette équation et donner l'expression pour le nombre de molécules non-condensées $\boldsymbol{N_2}$ au bout d'un temps **Δt** par rapport au début de la condensation. Donner $\boldsymbol{N_2}$ en fonction de **Δt, u, V, S,** $\boldsymbol{N_1}$ (nombre de molécules non condensées au début).

2.4. En déduire l'expression pour la pression de vapeur $\boldsymbol{P_2}$ au bout du temps **Δt** en fonction de **Δt, T, r,** $\boldsymbol{P_1}$**, R,** $\boldsymbol{\mu_{H2O}}$ (masse molaire de l'eau).

3. Cinétique de la condensation 7 pts.

Au-dessous d'une certaine température, deux molécules d'un gaz se collent l'une à l'autre après s'être entrechoquées. Ceci se passe si l'énergie cinétique de chacune de ces deux molécules avant le choc est inférieure à l'énergie de condensation $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ et leur vitesse est inférieure à une certaine vitesse critique $\boldsymbol{v_0}$. C'est ainsi que commence la condensation de la vapeur dans l'air. On essayera de trouver le taux de condensation en fonction de la température de la vapeur.

On suppose que la vapeur est un gaz parfait et que $\boldsymbol{\varepsilon_0 \ll kT}$.

3.1 Tracer l'allure de la courbe de distribution des normes de vitesses des molécules de vapeur : **dN/(N·dv)=F(v)** avec **F(v)** – la densité de probabilité que la molécule donnée se déplace à une vitesse **v**. Représenter sur ce graph la fraction **ΔN/N** de molécules dont l'énergie cinétique **ε** est inférieure à $\boldsymbol{\varepsilon_0}$. Commenter le raisonnement.

3.2. Trouver l'expression pour la probabilité **Π** que la molécule choisie ait l'énergie cinétique $\varepsilon < \varepsilon_0$. Obtenir l'expression approchée sous l'hypothèse $\boldsymbol{\varepsilon_0 \ll kT}$ en faisant un développant limité de **F(v)**. On présentera **Π** en fonction de $\boldsymbol{v_0}$**, k, T, m** (masse de la molécule d'eau) en y gardant **les termes d'ordre 3 en v**.

3.3. Exprimer **Π** en fonction de **R**, **T** et $\boldsymbol{E_0}$ (énergie molaire de condensation).

Le taux de condensation est définie comme le nombre de doublets de molécules collées créés par unité de temps et donné par : $\boldsymbol{\Gamma\approx\Pi^2 f}$, avec **f** étant le nombre de collisions entre molécules par unité de temps. La grandeur **f** peut être estimée en prenant la surface de la collision égale à la section transversale de la molécule, supposée sphérique et ayant un diamètre **d**.

3.4. A supposer que la concentration n de molécules de vapeur ne varie pas au cours de la condensation, démontrer que le taux de collision suit loi de puissance en température : $\boldsymbol{\Gamma\propto T^\beta}$ et trouver la valeur numérique de l'exposant **β**.