


Nom :	Prénom :	Groupe :
ECOLE POLYTECHNIQUE UNIVERSITAIRE DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS		
	Cycle Initial Polytech Première Année Année scolaire 2014/2015 <hr style="width: 60%; margin: 10px auto;"/> Epreuve N°2 Electronique Numérique	Note / 14 → /20

Vendredi 10 Avril 2015

Durée : 45 mn

- ☐ Cours et documents NON autorisés.
- ☐ Calculatrice NON autorisée.
- ☐ Vous répondrez directement sur cette feuille.
- ☐ Tout échange entre étudiants (gomme, stylo, réponses...) est interdit
- ☐ Vous êtes prié :
 - d'indiquer votre nom, prénom et groupe.
 - d'éteindre TOTALEMENT votre téléphone portable.

CORRECTION

TOUTE FRAUDE ou TENTATIVE DE FRAUDE SERA SANCTIONNEE

L'étudiant ayant triché ET l'étudiant ayant aidé (le cas échéant) seront traduits devant la commission disciplinaire de l'université.

Transcodage binaire ↔ décimal :

$$2^{-4}=0,0625$$

$$2^7=128 \quad 2^6=64 \quad 2^5=32 \quad 2^4=16 \quad 2^3=8 \quad 2^2=4 \quad 2^1=2 \quad 2^0=1 \quad 2^{-1}=0,5 \quad 2^{-2}=0,25 \quad 2^{-3}=0,125 \quad 2^{-4}=0,0625$$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Rappels de l'algèbre de Boole :

Commutativité : $A \cdot B = B \cdot A$

$A + B = B + A$

Associativité : $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

$A + (B + C) = (A + B) + C$

Distributivité : $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$

Complémentarité : $A \cdot \bar{A} = 0$

$A + \bar{A} = 1$

Idempotence : $A \cdot A = A$

$A + A = A$

Identités remarquables : $A + 1 = 1$

$A \cdot 1 = A$

$A + 0 = A$

$A \cdot 0 = 0$

Th. de De Morgan : $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

EXERCICE I : Algèbre de Boole

1pts

1. Montrez par l'algèbre de Boole que : $A.(A + B) = A$

$$A.A + A.B = A + A.B = A.(1 + B) = A.1 = A$$

1pts

2. Montrez par l'algèbre de Boole que : $(A + B).(\bar{A} + \bar{B}) = A \oplus B$

$$A.\bar{A} + A.\bar{B} + \bar{A}.B + B.\bar{B} = 0 + A.\bar{B} + \bar{A}.B + 0 = A \oplus B$$

1pts

3. A l'aide des théorèmes de De Morgan et des propriétés de l'algèbre de Boole, trouvez l'expression du complément de la fonction suivante : $F = a.\bar{b}.c + (\bar{a} + b + d)$

$$\bar{F} = \overline{a.\bar{b}.c + (\bar{a} + b + d)} = \overline{a.\bar{b}.c}.\overline{\bar{a} + b + d} = (\bar{a}.\bar{\bar{b}}.\bar{c}).\bar{\bar{a} + b + d} = (\bar{a} + b + \bar{c}).a.\bar{b}.\bar{d} = \bar{a}.a.\bar{b}.\bar{d} + b.a.\bar{b}.\bar{d} + \bar{c}.a.\bar{b}.\bar{d}$$

$$\bar{F} = a.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d}$$

EXERCICE II : Synthèse de fonction logique et simplification

La table de vérité ci-contre représente les états d'un circuit à 3 entrées (A, B et C) et 2 sorties (S₀ et S₁).

A	B	C	S ₀	S ₁
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

1pts

1. Donnez l'expression de l'équation logique de S₀.

$$S_0 = \bar{A}.B.C + A.\bar{B}.C + A.B.\bar{C} + A.B.C$$

1pts

2. Etablissez le tableau de Karnaugh pour S₀.

A \ B C	0 0		0 1		1 1		1 0	
0					1			
1			1		1		1	

1pts

3. Donnez une expression simplifiée de S_0 en faisant des regroupements à l'aide du tableau de Karnaugh (représentez les regroupements sur le tableau).

$$S_0 = B.C + A.C + A.B$$

1pts

4. Donnez l'expression de l'équation logique de S_1 , et montrez (de façon simple) qu'elle est égale à : $S_1 = A \oplus B \oplus C$

$$S_1 = \bar{A}.\bar{B}.C + \bar{A}.B.\bar{C} + A.\bar{B}.\bar{C} + A.B.C$$

$$S_1 = \bar{A}.(\bar{B}.C + B.\bar{C}) + A.(\bar{B}.\bar{C} + B.C)$$

$$S_1 = \bar{A}.(\bar{B}.C + B.\bar{C}) + A.(\overline{\bar{B}.C + B.\bar{C}})$$

$$S_1 = \bar{A}.(B \oplus C) + A.(\overline{B \oplus C}) = A \oplus B \oplus C$$

EXERCICE III : Karnaugh pour une fonction incomplètement définie

Dans chaque cas, donnez les équations logiques simplifiées (vous veillerez à représenter en couleur si possible, les regroupements que vous choisissiez).

1pts

A \ B C	00	01	11	10
	0	0	0	0
1	1	0	1	X

$$S = A.(B + \bar{C})$$

1pts

A B \ C D	00	01	11	10
	0	1	1	0
0 1	1	1	X	1
1 1	0	1	X	0
1 0	X	1	1	0

$$S = D + \bar{A}.B$$

1pts

A B \ C D	00	01	11	10
	0	1	1	0
0 1	0	1	1	0
1 1	1	X	1	X
1 0	1	X	1	0

$$S = D + A.\bar{C}$$

EXERCICE IV : Vote au directoire

Le comité directeur d'une entreprise est constitué de quatre membres :

- le directeur : **A**
- ses trois adjoints : **B, C, D.**

Lors des réunions, les décisions sont prises à la majorité.

Chaque personne dispose d'un interrupteur pour voter sur lequel elle appuie en cas d'accord avec le projet soumis au vote.

En cas d'égalité du nombre de voix, celle du directeur A compte double.

On vous demande de réaliser un dispositif logique permettant l'affichage du résultat du vote sur une lampe R.

1. Remplissez la table de vérité ainsi que le tableau de Karnaugh associé.

1pts

déc.	A	B	C	D	R
0	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

1pts

A B \ C D	C D			
	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0				
0 1			1	
1 1	1	1	1	1
1 0		1	1	1

1pts

2. A partir du tableau de Karnaugh, établissez l'équation logique de R (vous veillerez à représenter sur le tableau les regroupements que vous choisissez).

$$R = A.B + A.D + A.C + B.C.D = A.(B + C + D) + B.C.D$$

1pts

3. Réalisez le schéma logique avec des portes élémentaires en minimisant le nombre de portes (4 portes devraient suffire).

