Séries d'applications (1)

J. Ribault

13 janvier 2017

QCM

$(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$.
Soit $x \in I$.
$\sum_{n\geqslant 0} f_n(x)$

1. est un nombre
2. est une application
3. est une série numérique
4. est une série d'applications
5. n'existe pas nécessairement

QCM

$(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$.
Soit $x \in I$.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} f_n(x)$$

1. est un nombre
2. est une application
3. est une série numérique
4. est une série d'applications
5. n'existe pas nécessairement

QCM

$(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$$

1. est un nombre
2. est une application définie sur I
3. est une série numérique
4. est une série d'applications
5. aucune réponse n'est correcte

QCM

Soient $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$ et $x \in I$.
On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ S_n = \sum_{k=0}^{n} f_k$$

S_n

1. est un nombre
2. est une application définie sur I
3. est une suite numérique
4. est une suite d'applications définies sur I
5. n'existe pas nécessairement

QCM

Soient $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$ et $x \in I$.
On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ S_n = \sum_{k=0}^{n} f_k$$

$(S_n(x))$

1. est un nombre
2. est une application définie sur I
3. est une suite numérique
4. est une suite d'applications
5. n'existe pas nécessairement

QCM

Soient $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I, \mathbb{K})$ et $x \in I$.
On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ S_n = \sum_{k=0}^{n} f_k$$

(S_n)

1. est un nombre
2. est une application définie sur I
3. est une suite numérique
4. est une suite d'applications définies sur I
5. n'existe pas nécessairement

QCM

Soient $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$ et $x\in I$.
On pose :

$$\forall n\in\mathbb{N},\ S_n=\sum_{k=0}^{n} f_k$$

$S_n(x)$

1. est un nombre
2. est une application définie sur I
3. est une suite numérique
4. est une suite d'applications
5. n'existe pas nécessairement

QCM

Soient $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$ et $x \in I$.
On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ S_n = \sum_{k=0}^{n} f_k \text{ et } R_n = \sum_{k=0}^{+\infty} f_k - S_n$$

R_n

1. est un nombre
2. est une application définie sur I
3. est une suite numérique
4. est une suite d'applications définies sur I
5. aucune des réponses n'est correcte

QCM

Soient $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$ et $x \in I$.
On suppose que $\sum_{n\geqslant 0} f_n$ converge simplement sur I.

On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ S_n = \sum_{k=0}^{n} f_k \text{ et } R_n = \sum_{k=0}^{+\infty} f_k - S_n$$

R_n

1. est un nombre
2. est une application définie sur I
3. est une suite numérique
4. est une suite d'applications définies sur I
5. aucune des réponses n'est correcte

QCM

$(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$.
On suppose que $\sum_{n\geqslant 0} f_n$ converge simplement sur I.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} f_n$$

1. est un nombre
2. est une application définie sur I
3. est une série numérique
4. est une série d'applications
5. aucune réponse n'est correcte

☠☠☠ Notations

$(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$.

Sans hypothèses supplémentaires, on peut définir :

- $\displaystyle\sum_{n\geqslant 0} f_n$. C'est une série d'applications.
- pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\displaystyle S_n=\sum_{k=0}^{n} f_k$.

  C'est une application définie sur I.
  - $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est alors une suite d'applications.
  - pour tout $x\in I$, $S_n(x)$ est un nombre.
  - pour tout $x\in I$, $(S_n(x))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite numérique.
- pour tout $x\in I$, $\displaystyle\sum_{n\geqslant 0} f_n(x)$. C'est une série numérique.

Notations

$(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I, \mathbb{K})$.

SUR LE DOMAINE DE CONVERGENCE SIMPLE DE $\sum\limits_{n\geqslant 0} f_n$,

on peut définir :

- $S = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} f_n$. C'est une application.
- pour tout $n \in \mathbb{N}$, $R_n = S - S_n$. C'est une application. (R_n) est une suite d'applications.

Notations

$(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite à éléments dans $\mathcal{F}(I,\mathbb{K})$.

POUR TOUT x APPARTENANT AU

DOMAINE DE CONVERGENCE SIMPLE DE $\sum\limits_{n\geqslant 0} f_n$,

on peut définir :

- $S(x)=\sum\limits_{n=0}^{+\infty} f_n(x)$. C'est un nombre.
- pour tout $n\in\mathbb{N}$, $R_n(x)=S(x)-S_n(x)$. C'est un nombre. $(R_n(x))_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite numérique.