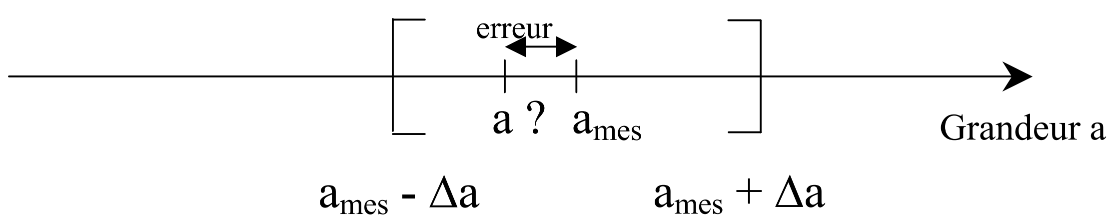
Calcul d'incertitude

Toute mesure est affectée d'une erreur
- Précision limitée des appareils
- Erreur humaine

Grandeurs physiques
- premières ou directes (température, temps, dimension,…)
- composées (concentration, densité, …)

1 - Incertitude ponctuelle (mesure unique)
- incertitude absolue : Δa
- incertitude relative : $\Delta a/a_{mes}$

$$a = a_{mes} \pm \Delta a$$



2 - Incertitudes statistiques (mesures répétitives)

Moyenne arithmétique

$$\overline{a}_{mes} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a^{i}_{mes}}{n}$$

Ecart-type

$$\Delta a_{mes} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(a^{i}_{mes} - \overline{a}_{mes}\right)^{2}}$$

Entre une incertitude ponctuelle et et statistique, on choisira celle dont le Δ englobe l'autre.

Grandeurs composés

Exemple $$X = a \times \frac{(b-c)}{d}$$

Comment déterminer l'incertitude ΔX à partir des incertitudes connues Δa, Δb, Δc et Δd ?

1 - Méthode des dérivées partielles
(la plus générale)

$$\Delta X = \left|\frac{\partial F}{\partial a}\right|\Delta a + \left|\frac{\partial F}{\partial b}\right|\Delta b + \left|\frac{\partial F}{\partial c}\right|\Delta c + \ldots$$

$$\frac{\partial F}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{a(b-c)}{d}\right) = \frac{b-c}{d}$$

$$\frac{\partial F}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\left(\frac{a(b-c)}{d}\right) = \frac{-a}{d}$$

$$\frac{\partial F}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{a(b-c)}{d}\right) = \frac{a}{d}$$

$$\frac{\partial F}{\partial d} = \frac{\partial}{\partial d}\left(\frac{a(b-c)}{d}\right) = \frac{-a(b-c)}{d^2}$$

2 - Méthode algébrique

Les opérations sont appliqués successivement sur les différentes parties de l'expression mathématique.

Les grandeurs premières ne doivent apparaître qu'une fois.

Aucune expression trigonomètrique

Opération	**X**	**ΔX**	**$\Delta X/X$**
somme	$a+b$	$\Delta a+ \Delta b$	$\Delta a+ \Delta b/(a+b)$
différence	$a-b$	$\Delta a+ \Delta b$	$\Delta a+ \Delta b/(a-b)$
produit	$a\times b$	$a\Delta b+ b\Delta a$	$\Delta a/a+ \Delta b/b$
quotient	a/b	$(a\Delta b+ b\Delta a)/b^2$	$\Delta a/a+ \Delta b/b$
puissance	a^n	$na^{n-1}\Delta a$	$n\Delta a/a$

A retenir: **ΔX est la somme des Δ absolu pour les sommes et les différences.**

$\Delta X/X$ est la somme des Δ relatifs pour les produits et quotients.

Ecart-type des somme et des différences

$$y = a(\pm s_a) + b(\pm s_b) - c(\pm s_c) \qquad s_y = \sqrt{s_a{}^2 + s_b{}^2 + s_c{}^2}$$

Ecart-type des produits et des quotients

$$y = \frac{a(\pm s_a) \times b(\pm s_b)}{c(\pm s_c)} \qquad \frac{s_y}{y} = \sqrt{\left(\frac{s_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{s_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{s_c}{c}\right)^2}$$

Représentation des résultats calculés
Chiffres significatifs

Définitions

$$\underbrace{0{,}00}_{\text{chiffres non significatifs}}\underbrace{\overbrace{104}^{\text{chiffres certains}}\overset{\text{1 chiffre incertain}}{5}}_{\text{chiffres significatifs}}$$

1 - Incertitude connue

☞ le dernier chiffre significatif doit correspondre à l'incertitude

$$1{,}523418 \pm 0{,}0003 \Rightarrow 1{,}5234$$

2 - Incertitude inconnue

convention : le dernier chiffre écrit **est** significatif

Comment respecter la convention ?

a - sommes et différences

☞ le nombre de chiffre significatifs du résultat est défini par le terme qui compte le moins de décimale

exemple : 3,**4** + 0,020 + 7,31 = 10,73 = 10,7

b – produits et quotients

☞ le nombre de chiffre significatifs du résultat équivaut à celui du terme qui en comporte le moins (marche pas toujours)

ou ☞ prendre pour incertitude sur les termes, une unité sur le dernier chiffre et appliquer au résultat la plus grande

exemple $\frac{24 \times 4.52}{100.0} = 1.08$ $\frac{24 \times 4.02}{100.0} = 0.965$

méthode 1 24 : 2 chiffres significatifs ☞ 1.1 et 0.96

méthode 2 max(1/24; 0.01/4.52; 0,1/100,0)=0.04 ☞ 1.08 et 0.96

c – logarithmes

☞ On conserve autant de chiffres à droite de la virgule qu'il y a de chiffres significatifs dans le nombre de départ

$$\textit{exemple} : \log(\mathbf{9,57}\times 10^{4}) = 4,\mathbf{981}$$

d – exponentielles

☞ On conserve autant de chiffres qu'il y a de chiffres à droite de la virgule dans le nombre de départ

$$\textit{exemple} : 10^{12,\mathbf{5}} = \mathbf{3}\times 10^{12}$$

Comment arrondir les valeurs numériques ?

Cas particulier

☞ On arrondi toujours un 5 au **nombre pair** le plus proche

$$61{,}555 \pm 0{,}07 \rightarrow \cancel{61{,}55 \pm 0{,}07} \qquad 61{,}555 \pm 0{,}07 \rightarrow 61{,}56 \pm 0{,}07$$

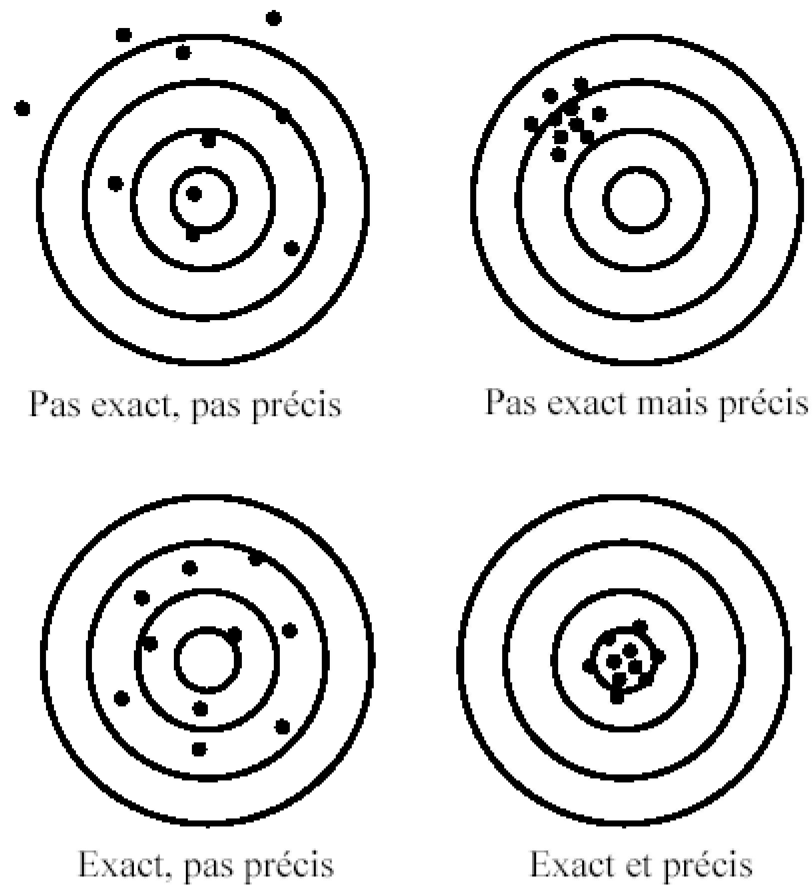
$$13{,}685 \pm 0{,}0 \rightarrow 13{,}68 \pm 0{,}04 \qquad 13{,}685 \pm 0{,}0 \rightarrow \cancel{13{,}69 \pm 0{,}04}$$

Il faut toujours reporter les opérations d'arrondi pour le dernier

☞ conserver un chiffre de sécurité pour les calculs intermédiaire

ou mieux ☞ conserver la forme littérale de la grandeur physique

Précision et Exactitude



Précision : mesure la reproductibilité
Exactitude : mesure de l'erreur