Question 1 : Variables libres

Quelles sont les variables libres dans la formule suivante

$$\exists y \; \forall x [\; p(x, y) \lor \forall z \; q(x, y, z)]$$

- ○ {x,y}
- ◉ {y}
- ○ {x}
- ○ ∅

Question 2 : Modèle

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_3

- Domaine D_3 : les entiers naturels impairs
- F_3:{f(x,y)→x+y; a→1;s(x)→x+2}
- R_3: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants

$$\forall x\ \forall y\ p(f(x,y), f(y,x))$$

$$\forall x\ \forall y\ \forall z\ ((q(x,y) \wedge q(y,z)) \Rightarrow q(x,z))$$

$$\forall x\ (p(x,s(x)) \vee p(x,a))$$

oui

non

Question 3 : **Modèle**

Soit le langage suivant :
- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_2
- Domaine D_2 : les entiers naturels pairs
- F_2:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R_2: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants

$$\forall x\ \forall y\ p(f(x,y), f(y,x))$$

$$\forall x\ \forall y\ \forall z\ ((q(x,y) \wedge q(y,z)) \Rightarrow q(x,z))$$

$$\forall x\ (p(x,s(x)) \vee p(x,a))$$

oui

non

Question 4 : Formule bien formée

- x,y,z sont des variables
- a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
- f,g sont des symboles de fonction
- P et Q sont des propositions
- F_{i}, Φ_{i}, Ψ_{i} sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$(p(x,y) \vee \forall y\ q(x,y)) \Rightarrow p(q(a,b),x) \wedge p(x,z)$$

oui

non

Question 5 : Type d'interprétation

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_2

- Domaine D_2 : les entiers naturels pairs
- F_2:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R_2: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle dans FIN (c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?
Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langages

oui

non

Question 6 : Formule bien formée

- x,y,z sont des variables
- a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
- f,g sont des symboles de fonction
- P et Q sont des propositions
- F_i, Φ_i, Ψ_i sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$(\forall x \; p(x, y) \vee \forall y \; q(x, y)) \Rightarrow f(a) \wedge p(x, z)$$

non

oui

Question 7 : Validité d'une formule

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_2

- Domaine D_2 : les entiers naturels pairs
- F_2:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R_2: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\forall y \; \exists x \; (p(s(x), y) \wedge p(s(y), z))$$

valide mais pas satisfiable

fausse

satisfiable mais pas valide

valide et satisfiable

Question 8 : Variables libres

Quelles sont les variables libres dans la formule

$$(\forall x\ p(x,y)) \vee (\forall y\ q(x,y))$$

- ◉ {x,y}
- ○ Ø
- ○ {y}
- ○ {x}

Question 9 : Validité d'une formule

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_1

- Domaine D_1 : les entiers naturels
- F_1:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\exists x \ p(s(x), y)$$

- valide mais pas satisfiable
- fausse
- satisfiable mais pas valide
- valide et satisfiable

Question 10 : **Priorité**

En utilisant les règles de priorité
Priorité (par ordre décroissant) :

- les symboles de relations
- la négation,
- les quantificateurs
- et
- ou
- implique

comment la formule suivante doit-elle être interprétée

$$\forall x \ p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)$$

◉

$$\forall x \ [p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)]$$

○

$$(\forall x \ p(x,y)) \lor (\forall y \ q(x,y))$$

Question 11 : **Validité d'une formule**

Soit Φ_2 une formule close
Si Φ_2 est valide dans une interprétation donnée I, alors dans cette même interprétation,qu'elle est la validité de la formule Φ_3, sachant que
$\Phi_2 =(\exists x \exists y \, \Phi_1 \,)$ et $\Phi_3 =(\exists y \, \Phi_1 \,)$

- faux
- valide mais pas satisfiable
- **satisfiable**
- valide et satisfiable

Question 12 : Validité d'une formule

Soit Φ_2 une formule close
Si Φ_2 est valide dans une interprétation donnée I, alors dans cette même interprétation,qu'elle est la validité de la formule Φ_3, sachant que

$$\Phi_2 = (\forall x\ \exists y\ \Phi_1) \text{ et } \Phi_3 = (\exists y\ \Phi_1)$$

Validité d'une formule

- faux
- valide et satisfiable
- valide mais pas satisfiable
- satisfiable mais pas valide

Question 13 : Formule bien formée

- x,y,z sont des variables
- a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
- f,g sont des symboles de fonction
- P et Q sont des propositions
- F_i, Φ_i, Ψ_i sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$\neg(\forall x \; Q \vee p(f(a,b), f(x,x))) \Rightarrow P$$

non

oui

Question 14 : Formule bien formée

- x,y,z sont des variables
- a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
- f,g sont des symboles de fonction
- P et Q sont des propositions
- F_i, Φ_i, Ψ_i sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$Q \vee \neg P$$

non

oui

Question 15 : Type d'interprétation

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_1

- Domaine D_1 : les entiers naturels
- F_1:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle dans FIN (c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?
Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langages

non

oui

Question 16 : Variables libres

Quelles sont les variables libres dans la formule suivante

$$[\exists y\ \forall x\ p(x,y)] \lor [\forall z\ q(x,y,z)]$$

- ○ ∅
- ○ {y}
- ◉ {x,y}
- ○ {x}

Question 17 : Modèle

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_1

- Domaine D_1 : les entiers naturels
- F_1:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants

$$\forall x\ \forall y\ p(f(x,y), f(y,x))$$

$$\forall x\ \forall y\ \forall z\ ((q(x,y) \wedge q(y,z)) \Rightarrow q(x,z))$$

$$\forall x\ (p(x,s(x)) \vee p(x,a))$$

non

oui

Question 18 : Validité d'une formule

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_1

- Domaine D_1 : les entiers naturels
- F_1:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\forall y\ \exists x\ (p(s(x), y) \wedge p(s(y), z))$$

- valide mais pas satisfiable
- valide et satisfiable
- fausse
- satisfiable mais pas valide

Question 19 : Type d'interprétation

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_3

- Domaine D_3 : les entiers naturels impairs
- F_3:{f(x,y)→x+y+1; a→1;s(x)→x+2}
- R_3: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Cette interprétation est elle dans FIN (c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?
Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langages.

non

oui

Question 20 : Validité d'une formule

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}

Et l'interprétation I_2

- Domaine D_2 : les entiers naturels pairs
- F_2:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R_2: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\exists x \ p(s(x), y)$$

- F_2:{f(x,y)→x+y; a→0; s(x)→x+2}
- R_2: {p(x,y)⟶x=y; q(x,y)⟶x<y}

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la

$$\exists x \; p(s(x), y)$$

- fausse
- valide et satisfiable
- valide mais pas satisfiable
- **satisfiable mais pas valide**

Question 21 : Variables libres

Quelles sont les variables libres dans la formule

$$\forall x\ [p(x,y) \vee \forall y\ q(x,y)]$$

- ○ {x,y}
- ○ {x}
- ○ Ø
- ◉ {y}