

DOCUMENTS ET CALCULATRICES NON AUTORISÉS

LA PRÉCISION DES RAISONNEMENTS ET LE SOIN APPORTÉ À LA RÉDACTION SERONT PRIS EN COMPTE
DANS LA NOTATION

Exercice 1

On suppose connue la propriété de transformation de somme en produit de la fonction exponentielle. Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $(\exp(x))^n = \exp(nx)$.

Exercice 2

On considère la fonction $f : x \mapsto \ln(-x^2 - 3x + 4)$ et on note \mathcal{D}_f son domaine de définition.

1. Déterminer \mathcal{D}_f .
2. Donner deux fonctions u et v de sorte que $f = v \circ u$.
3. Sans dériver f , déterminer le sens de variation de f .

Exercice 3

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$, où ω et φ sont des réels.

Le graphe de g est donné page 3.

Déterminer ω et φ .

Exercice 4

Compléter le tableau page 4. Aucune justification n'est attendue.

Exercice 5

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On nomme, comme dans le cours, $[r, \varphi, \theta]$ les coordonnées sphériques d'un point où φ représente la longitude et θ représente la colatitude.

Décrire et représenter l'ensemble \mathcal{F} :

$$\mathcal{F} = \left\{ M[\rho, \varphi, \theta], \rho = 1, \varphi = \frac{\pi}{4}, \theta \in [0, \pi] \right\}$$

Exercice 6

Déterminer et représenter l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan d'affixe z tels que :

$$\left| \frac{z-5}{z+1-i} \right| \leq 1$$

Exercice 7

Les questions de cet exercice se trouvent sur la copie (page 6).

Exercice 8

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

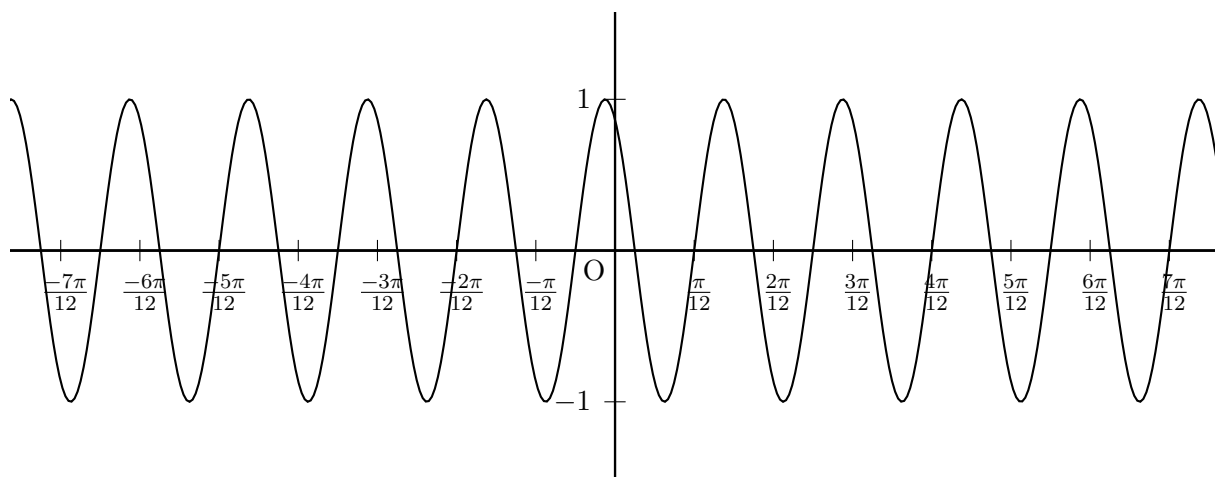
Soient A, B, C et D quatre points tels que :

$$A(-1, 1, 2); \quad B(0, 1, 4); \quad C(1, 1, 3) \text{ et } D(-1, 4, 3)$$

1. Déterminer l'aire, en unités d'aire, du triangle ABC .
2. Le triangle ABC est-il rectangle en A ? Justifier la réponse.
3. (a) Justifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
(b) Donner le volume, en unités de volume, du parallélépipède engendré par les vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{AD} .

Pour information...

(cette partie n'est pas distribuée aux étudiants car elle se trouve sur la copie)

Exercice 3**Exercice 4**

	Forme algébrique	Forme exponentielle
$z_1 = \frac{-3 + 3i}{-1 - \sqrt{3}i}$		
$z_2 = -4(\cos \alpha - i \sin \alpha)$		
$z_3 = \left(\frac{2}{-5 - 5i} \right)^{31}$		

Exercice 7

$\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormée directe de l'espace.

Soient \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} trois vecteurs tels que :

$$\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}; \quad \vec{v} = \vec{i} - \vec{k} \text{ et } \vec{w} = \vec{j} + 2\vec{k}$$

Lorsque la réponse à la question est un vecteur, vous donnerez ses coordonnées cartésiennes dans \mathcal{B} .

Question	Bref justificatif	Réponse
\vec{v} et \vec{w} sont-ils colinéaires ?		
Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$		
Déterminer $\vec{u} \wedge \vec{v}$		
Calculer $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$		
Donner $[\vec{u}, \vec{w}, \vec{v}]$		