POLYTECH NICE-SOPHIA

Probabilités : devoir surveillé n°1

Nom :	Groupe de TD :
Total :	Note sur 20 :

Toute communication entre étudiants est **strictement** interdite.

La calculatrice n'est pas autorisée.

N.Auxire

Dénombrement.

1.Quiz : circle the right answer.

1. Twenty students have each sampled one or more of three kinds of candy bars that a school store sells. If three students have sampled all three kinds, and five have sampled exactly two kinds, how many students have sampled only one ?

   Answer A : 8 Answer B : 12 Answer C : 15 Answer D : 17 Answer E : 18

2. The probabilty that Juan does his math homework tonight is $\frac{2}{5}$,that Nicole does his math homework tonight is $\frac{9}{10}$, and that Amy does his math homework tonight is $\frac{7}{9}$. What is the probability that at least one of them does their homework tonight ?

   Answer A : $\frac{187}{90}$ Answer B : $\frac{21}{50}$ Answer C : $\frac{74}{75}$

3. A commitee of four people is to be selected from a group of eight women and four men. Assuming the selection is made randomly, what is the probability that the commitee consists of two women and two men ?

   Answer A : $\frac{56}{165}$ Answer B : $\frac{6}{495}$ Answer C : $\frac{28}{495}$ Answer D : $\frac{28}{165}$ Answer E : $\frac{34}{495}$

2. Questions à propos du quiz.

1. Avec les seuls chiffres 1,2 et 3, combien y-a-t-il de façons de former un nombre de vingt chiffres contenant exactement trois fois le chiffre 3 et exactement cinq fois le chiffre 2 ?
   Justifier la formule de dénombrement puis donner l'ordre de grandeur sous la forme $a \times 10^n$ avec : $a \in [\![1, 9]\!]$ et $n \in \mathbb{N}$.
2. Parmi les expériences aléatoires décrites ci-dessus, laquelle peut être modélisée par la répétition d'expériences de Bernouilli indépendantes ? Justifier la réponse.

Zone de réponse

Zone de réponse

Problèmes : probabilités sur un univers dénombrable.

Partie 1.

On considère E, F deux ensembles finis tels que $E = [\![1, n]\!]$ et $F = \{1, 2, 3\}$.
On nomme $\mathscr{A}(E, F)$ l'ensemble des applications définies sur E et à valeurs dans F.

1. Soit l'application $\phi \left| \begin{array}{ccc} \mathscr{A}(E,F) & \to & F^n \\ (f : E \to F) & \mapsto & (f(k))_{1 \leq k \leq n} \end{array} \right.$. Montrer que l'application ϕ est bijective.
2. Déduire le cardinal de $\mathscr{A}(E, F)$.
3. Déterminer le cardinal de la partie de $\mathscr{A}(E, F)$ dont les éléments sont des applications constantes.
4. Dénombrer les éléments de $\mathscr{A}(E, F)$ qui sont des applications non constantes et non surjectives.
5. Déterminer le cardinal de la partie de $\mathscr{A}(E, F)$ dont les éléments sont des applications surjectives.

Zone de réponse

Zone de réponse

Partie 2.

Soit n un entier naturel non nul.

Une boîte opaque formée de trois compartiments numérotés de 1 à 3 contient n boules numérotées de 1 à $n(n \geq 1)$.

Un basculement de la boîte occasionne un rangement aléatoire des n boules entre les trois compartiments, chaque compartiment pouvant éventuellement contenir les n boules.

1. Décrire un modèle d'urne de cette expérience. En déduire l'univers U.
2. En considérant l'espace probabilisable $(U, \mathscr{P}(U))$, définir p, l'application probabilité uniforme.
3. Soit l'événement E : «*les boules se répartissent équitablement entre les trois compartiments* ».
   Décrire E en compréhension puis discuter son image par p en fonction de n.
4. Soit X, la variable aléatoire réelle sur $(U, \mathscr{P}(U), p)$ indiquant le nombre de compartiment vide.
   Donner l'image directe de X.
5. Déterminer la loi de X dans l'ordre décroissant des valeurs prises par X. Justifier les calculs.

Zone de réponse

Zone de réponse

Zone de réponse

On dispose de 100 dés parmi lesquels 25 sont pipés.
Pour chaque dé pipé,la probabilité d'obtenir le chiffre 6 lors d'un lancer est de $\frac{1}{2}$.
L'expérience aléatoire consiste à tirer un dé puis à lancer n fois ce dé ($n \geq 1$).

1. Définir le modèle d'urne associé à cette expérience puis déduire l'univers U.
2. On considère les événements suivants :
   – A : «*le dé étant tiré, on obtient n fois le chiffre 6.*»
   – B : «*le dé tiré est pipé.*»
   On considère l'espace (U, T) avec $T = \langle A, B \rangle$.
   Déterminer la probabilité p en fonction des données de l'expérience.
3. Déterminer p_n, la probabilité de B sachant A.
4. Justifier que cette suite $(p_n)_n$ est convergente.
   Déterminer et interpréter la limite de la suite $(p_n)_n$.

Zone de réponse

Zone de réponse