

DEVOIR SURVEILLÉ

E.P.U. de Nice Sophia-Antipolis C.I.p.1

La présentation et la rédaction interviennent pour une part importante dans la notation.

CALCULATRICES INTERDITES

Exercice I

Dérivation. 2 questions indépendantes :

1) On considère les 4 fonctions définies par :

$$f_1(x) = \cos(\ln x) \quad ; f_2(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{(x^4 + 1)^3}} \quad ; f_3(x) = \tan(\arcsin x) \quad ; f_4(x) = \arccos(\ln x).$$

a) Déterminer les 4 ensembles de définition.

b) Déterminer les 4 expressions des dérivées $f'_k(x)$.2) Soit $f : (x, y) \mapsto \arctan \frac{x}{y^2}$.Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f , les 2 dérivées partielles premières $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$.

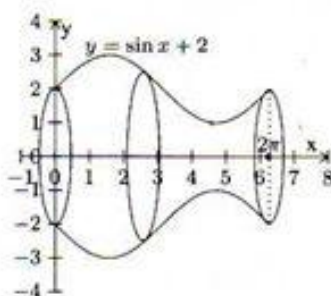
Exercice II

Intégration. 2 questions indépendantes :

1) Calculer :

$$I_1 = \int_0^1 \frac{x^3}{(1+x^4)^3} dx, \quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx, \quad F = \int \arcsin x dx, \quad G = \int \frac{3x+1}{x^2+x+1} dx.$$

2)

Déterminer le volume V du solide de révolution (sorte de cruche horizontale ci-contre) engendrée par la rotation autour de $x'x$ de la partie du plan :

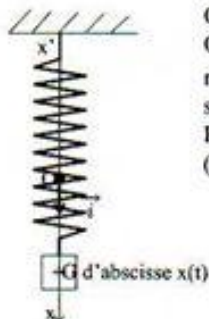
$$\left\{ M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid 0 \leq x \leq 2\pi \text{ et } 0 \leq y \leq \sin x + 2 \right\}.$$

Exercice III

Equations différentielles linéaires. 2 questions indépendantes) :

1) Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 2y' + 5y = \cos x$.

2)

On considère un solide de masse $m (> 0)$, suspendu à un ressort de raideur $k (> 0)$.

On négligera ici la force de résistance due à l'air.

On repère la position du solide à l'instant t par l'abscisse $x(t)$ de son centre de gravité G relativement au repère (O, \vec{i}) , O étant confondu avec G quand il n'y a pas tension du ressort.Reprover que x vérifie l'équation différentielle : $m x''(t) + k x(t) = mg$ puis la résoudre (on rappelle que m et k sont donc strictement positifs).