0,00/1 Point

 $\exists y \ \forall x [\ p(x,y) \lor \forall z \ q(x,y,z)]$ 

Corrigé

○ {x,y}

○ {y}

○ {x}

@ Ø

○ {x,y}

○ {x} ○ Ø

Quelles sont les variables libres dans la formule suivante

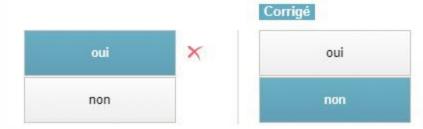
#### Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
   prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}
   Et l'interprétation I<sub>3</sub>

- Domaine D<sub>3</sub>: les entiers naturels impairs
- F<sub>3</sub>:{f(x,y)→x+y; a→1;s(x)→x+2}
- R<sub>3</sub>: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants

$$\forall x \ \forall y \ p(f(x,y), f(y,x))$$
$$\forall x \ \forall y \ \forall z \ ((q(x,y) \land q(y,z)) \Rightarrow q(x,z))$$
$$\forall x \ (p(x,s(x)) \lor p(x,a))$$

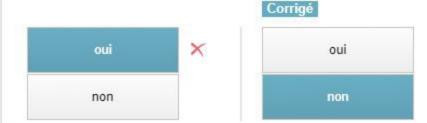


### Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}
   Et l'interprétation l<sub>2</sub>
- . Domaine D2: les entiers naturels pairs
- F<sub>2</sub>:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R<sub>2</sub>: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants

$$\forall x \ \forall y \ p(f(x,y), f(y,x))$$
$$\forall x \ \forall y \ \forall z \ ((q(x,y) \land q(y,z)) \Rightarrow q(x,z))$$
$$\forall x \ (p(x,s(x)) \lor p(x,a))$$



- x,y,z sont des variables
- a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
  f,g sont des symboles de fonction
- · P et Q sont des propositions F<sub>i</sub>, Φ<sub>i</sub>, Ψ<sub>i</sub> sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$(p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)) \Rightarrow p(q(a,b),x) \land p(x,z)$$



# Question 5: Type d'interprétation

#### Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

Et l'interprétation la

- Domaine D<sub>2</sub>: les entiers naturels pairs
- $F_2:\{f(x,y)\rightarrow x+y; a\rightarrow 0; s(x)\rightarrow x+2\}$
- R<sub>2</sub>: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>

Cette interprétation est elle dans FIN ( c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?

Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langages





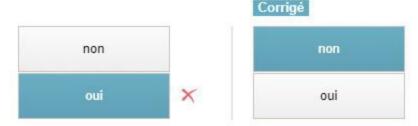
l'entier 2k s'obtient à partir de la constante a en appliquant k fois la fonction s

- x,y,z sont des variables
- a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
  f,g sont des symboles de fonction
  P et Q sont des propositions

- F<sub>i</sub>, Φ<sub>i</sub>, Ψ<sub>i</sub> sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$(\forall x \ p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)) \Rightarrow f(a) \land p(x,z)$$



- Question 7 : Validité d'une formule
- Soit le langage suivant :
- variable:{x,y,z} fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)} prédicats (p (arité 2), q (arité 2))
- Et l'interprétation la Domaine D<sub>2</sub>: les entiers naturels pairs
- F<sub>2</sub>:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R<sub>2</sub>: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>
- Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\forall y \; \exists x \; (p(s(x), y) \land p(s(y), z))$$

fausse

valide mais pas satisfiable

valide et satisfiable

satisfiable mais pas valide

Quelles sont les variables libres dans la formule

$$(\forall x \ p(x,y)) \lor (\forall y \ q(x,y))$$









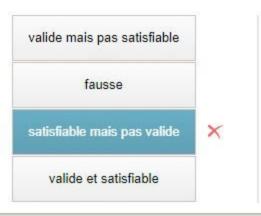
## Question 9 : Validité d'une formule

```
Soit le langage suivant :
```

- variable:{x,y,z}
   fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- fonctions: {a (arite u), s (arite 1), f (arite 2)
   prédicats {p (arité 2), q (arité 2)}
- Et l'interprétation I<sub>1</sub>
- Domaine D<sub>1</sub>: les entiers naturels
   F<sub>1</sub>:{f(x,y)→x+y: a→0:s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>
   Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>
 Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\exists x \ p(s(x), y)$$





### Question 10 : Priorité

En utilisant les règles de priorité

- Priorité (par ordre décroissant) : • les symboles de relations
- la négation,
- les quantificateurs
- et
- ou
- implique comment la formule suivante doit-elle être interprétée

$$\forall x \ p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)$$



$$\forall x \ [p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)]$$



$$(\forall x \ p(x,y)) \lor (\forall y \ q(x,y))$$

Soit Φ2 une formule close

Si  $\Phi_2$  est valide dans une interprétation donnée I, alors dans cette même interprétation, qu'elle est la validité de la formule  $\Phi_3$ , sachant que  $\Phi_2 = (\exists x \exists y \Phi_1)$  et  $\Phi_3 = (\exists y \Phi_1)$ 

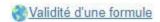


## Question 12 : Validité d'une formule

Soit Φ<sub>2</sub> une formule close

Si Φ<sub>2</sub> est valide dans une interprétation donnée I, alors dans cette même interprétation, qu'elle est la validité de la formule Φ<sub>3</sub>, sachant que

$$\Phi_2 = (\forall x \; \exists y \; \Phi_1) \text{ et } \Phi_3 = (\exists y \; \Phi_1)$$



faux

valide et satisfiable



satisfiable mais pas valide

### Question 13 : Formule bien formée

- x,y,z sont des variables
- a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
- f,g sont des symboles de fonction
- P et Q sont des propositions
- F<sub>i</sub>, Φ<sub>i</sub>, Ψ<sub>i</sub> sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

$$\neg(\forall x \ Q \lor p(f(a,b),f(x,x))) \Rightarrow P$$

non

oui

- · x,y,z sont des variables
- · a,b,c sont des constantes
- p,q,r,s sont des symboles de prédicat
  f,g sont des symboles de fonction
  P et Q sont des propositions
  F<sub>i</sub>, Φ<sub>i</sub>, Ψ<sub>i</sub> sont des formules

La formule suivante est elle bien formée sachant que p,q et f sont d'arité 2

non

oui

#### Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

### Et l'interprétation I1

- . Domaine D1: les entiers naturels
- F<sub>1</sub>:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>

Cette interprétation est elle dans FIN (c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?

Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langages

non seul 0 peut s'écrire comme un terme sans variable

Quelles sont les variables libres dans la formule suivante

 $[\exists y \ \forall x \ p(x,y)] \lor [\forall z \ q(x,y,z)]$ 

OØ

○ {y}

○ {x}

§ {x,y}

### Question 17 : Modèle

#### Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

### Et l'interprétation l<sub>1</sub>

- Domaine D<sub>1</sub>: les entiers naturels
- F<sub>1</sub>:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x}
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>

Cette interprétation est elle un modèle pour les axiomes suivants

$$\forall x \ \forall y \ p(f(x,y),f(y,x))$$
 
$$\forall x \ \forall y \ \forall z \ ((q(x,y) \land q(y,z)) \Rightarrow q(x,z))$$
 
$$\forall x \ (p(x,s(x)) \lor p(x,a))$$

oui

Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

Et l'interprétation I<sub>1</sub>

- Domaine D<sub>1</sub>: les entiers naturels
- $F_1:\{f(x,y)\rightarrow x+y; a\rightarrow 0; s(x)\rightarrow x\}$
- R1: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\forall y \; \exists x \; (p(s(x), y) \land p(s(y), z))$$

valide mais pas satisfiable

valide et satisfiable

fausse

satisfiable mais pas valide

# Question 19 : Type d'interprétation

#### Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

### Et l'interprétation la

- Domaine D<sub>3</sub>: les entiers naturels impairs
- F<sub>3</sub>:{f(x,y)→x+y+1; a→1;s(x)→x+2}
- R<sub>3</sub>: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>

Cette interprétation est elle dans FIN ( c'est à dire le domaine est-il finiment engendré)?

Rappel : elle l'est si et seulement si tous les éléments du domaine sont des termes sans variable du langages.

non

oui



l'entier 2k+1 s'obtient à partir de la constante a en appliquant k fois la fonction s

### Question 20 : Validité d'une formule

#### Soit le langage suivant :

- variable:{x,y,z}
- fonctions: {a (arité 0), s (arité 1), f (arité 2)}
- prédicats (p (arité 2), q (arité 2))

#### Et l'interprétation la

- · Domaine D2: les entiers naturels pairs
- F<sub>2</sub>:{f(x,y)→x+y; a→0;s(x)→x+2}
- R<sub>2</sub>: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>

Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la formule suivante

$$\exists x \ p(s(x), y)$$

R<sub>2</sub>: {p(x,y)→x=y; q(x,y)→x<y}</li>
 Dans cette interprétation, qu'elle est la validité de la

$$\exists x \ p(s(x), y)$$

fausse

valide et satisfiable

valide mais pas satisfiable

satisfiable mais pas valide

### Question 21: Variables libres

Quelles sont les variables libres dans la formule

$$\forall x \ [p(x,y) \lor \forall y \ q(x,y)]$$

- {x,y}
- {x}
- OØ