

Électromagnétisme

TD 1

Force et champ électrostatiques

Introduction : La loi de Coulomb décrit la force entre deux charges q_1 et q_2 *au repos* (d'où le terme *statique*). Si on note \vec{r}_i le vecteur de position de chaque charge, le vecteur $\vec{r}_{1 \rightarrow 2} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ a son origine sur q_1 et s'étend jusqu'à q_2 . La force électrostatique exercée alors par la charge q_1 sur la charge q_2 est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{1 \rightarrow 2}^2} \hat{r}_{1 \rightarrow 2} \quad (\text{N}) \quad (1)$$

où la constante ϵ_0 (permittivité du vide) est égale à $8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1} \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ F m}^{-1}$ (rappel sur les dimensions : $\text{F} = \text{C V}^{-1}$).

La norme $r_{1 \rightarrow 2}$ du vecteur $\vec{r}_{1 \rightarrow 2}$ n'est rien d'autre que la distance entre les deux charges. Le vecteur unitaire $\hat{r}_{1 \rightarrow 2}$ montre la direction de la ligne définie par les deux charges : on parle alors d'une force *centrale*. Si les charges ont le même signe, elles se repoussent ; si elles ont des signes différents, elles s'attirent. La force $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$, exercée par la charge q_2 sur la q_1 , a la même norme que $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ mais montre dans la direction opposée (on retrouve ainsi le principe d'action/réaction de la troisième loi de Newton) : $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$.

Le champ électrostatique créé par une charge q_1 , située à \vec{r}_1 , en un point \vec{r}_2 de l'espace, est défini comme la force exercée par q_1 sur une autre charge q_2 située à \vec{r}_2 , divisée par q_2 . C'est alors une force par charge. D'après la loi de Coulomb, le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E}(\vec{r}_2) \triangleq \frac{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}}{q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{1 \rightarrow 2}^2} \hat{r}_{1 \rightarrow 2} \quad (\text{N C}^{-1} = \text{V m}^{-1}) \quad (2)$$

Le champ électrostatique d'une charge ne dépend que de la charge qui le crée et de la distance entre cette charge et le point où on calcule/mesure le champ.

Comme les forces électrostatiques exercées sur une charge par plusieurs autres charges s'additionnent de façon vectorielle, les champs électrostatiques créés par ces charges s'additionnent aussi et on obtient par cette superposition le champ total à un point de l'espace.

À partir du champ électrostatique à un point de l'espace, on peut obtenir la force qui sera exercée sur une charge q amenée à ce point :

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (3)$$

On remarque que si une charge est positive, elle sera poussée dans le sens du champ électrique, alors que si elle est négative la force sera exercée dans le sens opposé.

Notions : loi de Coulomb, force électrostatique, champ électrostatique.



1.1 Deux protons

La loi de Coulomb ressemble à la loi de la force gravitationnelle entre deux masses m_i . On retrouve qualitativement la même formule, avec les charges q_i à la place des m_i et le facteur $1/4\pi\epsilon_0$ à la place de la constante universelle de gravitation $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Examiner le rapport entre la force électrostatique et la force gravitationnelle exercées entre deux protons d'un noyau atomique, situés à une distance de quelques fm (10^{-15} m). Charge du proton $q_p = +1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ et masse du proton $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

À titre de comparaison, la taille de l'Univers est estimée à 10^{26} m et le diamètre du proton est 1.6 fm .

1.2 Deux charges

- Deux charges identiques, $q_1 = q_2 = q$, se trouvent sur l'axe x , à $x_1 = -\frac{d}{2}$ et $x_2 = \frac{d}{2}$.
Donner l'expression du champ électrique sur l'axe z . Que se passe-t-il qualitativement à $z \gg d$? Est-ce confirmé par le résultat?
- Remplacer q_2 par $-q$ et répondre aux mêmes questions.

1.3 Trois charges

Trois charges identiques, $q_1 = q_2 = q_3 = q$, se trouvent sur les sommets d'un triangle équilatéral de côté a . Les charges q_1 et q_2 se trouvent sur l'axe y , à $y_{1,2} = \pm \frac{a}{2}$ et la troisième charge sur l'axe x positif.

- Donner l'expression de la force exercée sur q_3 .
- Donner l'expression du champ électrique à l'endroit où se trouve la charge q_3 .
- Si on remplace q_3 par $-q$, quel est l'effet sur la force et le champ des questions précédentes?

1.4 Ligne chargée

Une ligne de longueur $2L$ est chargée de $\rho_l \text{ C m}^{-1}$.

- Donner l'expression du champ électrique créé sur un plan perpendiculaire à la ligne et qui passe par son centre.
- Toujours sur ce plan, quel est le champ créé très loin de cette ligne?
- Toujours sur ce plan, que devient le champ si la longueur de la ligne tend vers l'infini?

1.5 Boucle chargée

Une boucle carrée, de côté a , porte une charge uniforme, de $\rho_l \text{ C m}^{-1}$.

Donner l'expression du champ électrique à une hauteur z au dessus du centre de la boucle.

