Polytech' Nice Sophia – Antipolis PeiP 2

2016/2017 **FEUILLE DE T.D. 2**

EXERCICES D'ANALYSE – Intégration et Convergence d'intégrales généralisées. Cas des fonctions positives.

<u>Exercice 1.</u>

Etudier la convergence des intégrales suivantes :

$A_1 = \int_1^{+\infty} \frac{2x+1}{\sqrt{(x-1)(x^4+1)}} \, dx$; $B_1 = \int_0^1 \frac{e^{sinx}}{\sqrt{x}} \, dx$; $C_1 = \int_2^{+\infty} \frac{\arctan x}{x\ln(1+x^2)} \, dx$;

$D_1 = \int_0^{+\infty} e^{-x^2} \, dx$; $E_1 = \int_0^1 \sqrt{-\ln x} \, dx.$

<u>Exercice 2.</u>

Etudier la convergence des intégrales suivantes :

$A_2 = \int_0^1 \cos^2\left(\frac{1}{x}\right) dx$; $B_2 = \int_1^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} \, dx$

<u>Exercice 3.</u>

Discuter, suivant la valeur du paramètre, la convergence de :

$A_3 = \int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^\alpha} \, dx$, $\alpha > 0$

<u>Exercice 4.</u>

Etudier la convergence des intégrales :

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{\arctan t}{t\sqrt{t}} \, dt$$

$$I_2 = \int_1^{+\infty} \frac{\ln t}{\sqrt{t^3+t^2+1}} \, dt$$

<u>Exercice 5.</u>

Soit $a \in \mathbb{R}, f : [a, +\infty[\to \mathbb{R}^+$ continue, intégrable sur $[a, +\infty[$ admettant une limite finie l en $+\infty$.

1) Montrer que $l = 0$.
2) Montrer que pour tout $\alpha \in [1, +\infty[$, l'application $g : [a, +\infty[\to \mathbb{R}$ telle que $g(x) = (f(x))^\alpha$ est intégrable sur $[a, +\infty[$.