Flux $\oint_{S_5} dS_5 = \int_{S5} r_2^2 \sin(\theta)\, d\theta d\varphi - \int_{S6} r_1^2 \sin(\theta)\, d\theta d\varphi$

$= r_2^2 \int_{S6} \sin(\theta) d\theta d\varphi - r_1^2 \int_{S_1} \sin(\theta) d\theta d\varphi$

$E(r_2)\, r_2^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin(\theta) d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi - \underset{E(r_1)}{r_1^2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin(\theta) d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi$

Oublié de multiplier par E

$= r_2^2 (\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2))(\varphi_2 - \varphi_1) - r_1^2 (\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2))(\varphi_2 - \varphi_1)$

$= (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)(\varphi_2 - \varphi_1)(r_2^2 - r_1^2)$

Flux $= (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)(\varphi_2 - \varphi_1)(E(r_2) r_2^2 - E(r_1) r_1^2)$

$\varphi_2 \neq \varphi_1 \qquad \theta_2 \neq \theta_1$

$r_2^2 \vec{E}(r_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\cancel{r_2^2}} \cancel{r_2^2}$

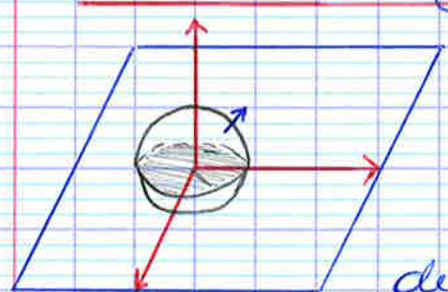
$r_1^2 E(r_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\cancel{r_1^2}} \cancel{r_1^2}$

$r_1^2 E(r_1) = r_2^2 E(r_2)$

donc $\int_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = 0$

Exercice 2.6 :

1) Méthode 1 Gauss :



• $\oint \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n}\, dS = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$.

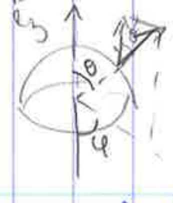
Q_{int} : ? La charge à l'intérieur de la sphère correspond au disque de rayon R.

Son aire vaut πR^2. ρ_s est constant donc

$Q_{int} = \rho_s \pi R^2$

Donc $\oint \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n}\, dS = \frac{\rho_s \pi R^2}{\varepsilon_0}$.

$\int_S \rho_s dS = \rho_s \int_S dS = \rho_s \times S$



$\cos\theta = \frac{a}{h} = \frac{\hat{e}_3}{\hat{e}_r}$

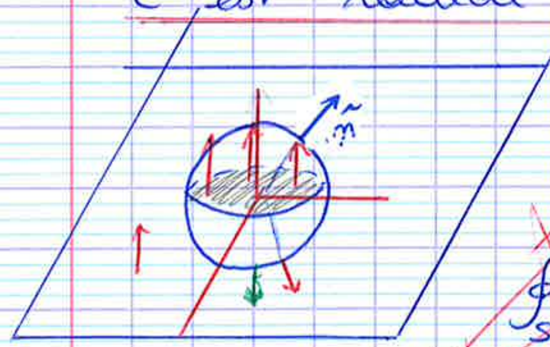
$\hat{e}_r = \frac{\hat{e}_3}{\cos\theta}$

2ème méthode : Calcul de l'intégrale

$\oint \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n}\, dS$. or $\hat{n} = \hat{e}_r$ car on se trouve sur la surface d'une sphère.

Cherchons les invariances de $\vec{E}$ ainsi que sa direction :

$\vec{E}$ est radial ~~dos~~ en effet :



$\vec{E}(\vec{r}) = E(r) \cdot \hat{e}_r$

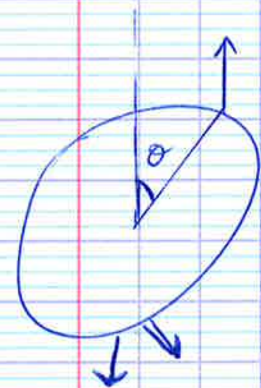
$\oint_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n}\, dS = \oint_S \underset{\text{constante}}{E(r)} \cdot \underbrace{\hat{e}_r \cdot \hat{e}_r}_{=1} dS$

$= \oint E(r) \oint_S dS = E(r) S$

$= E(r) 4\pi R^2$

$= \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0} 4\pi R^2$

$= 2 \frac{\rho_s \pi R^2}{\varepsilon_0}$



$\vec{E}(\vec{x}) = E(z)\, \hat{e}_3$

$\begin{cases} = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0} \hat{e}_3 & \text{si } z > 0 \\ = -\frac{\rho_s}{2\varepsilon_0} \hat{e}_3 & \text{si } z < 0 \end{cases}$

Décomposons la sphère en deux surfaces :

$S_1 \cup S_2 \quad \oint_S \vec{E}(z) \cdot \hat{n}\, dS = \int_{S_1} E(z) \cdot \hat{e}_3 \cdot \hat{e}_r\, dS_1 + -\int_{S_2} E(z) \hat{e}_3 \cdot \hat{e}_r\, dS_2$

or $\hat{e}_3 \cdot \hat{e}_r = \cos(\theta)$

Flux $= \int_{S_1} E(z) \cos(\theta)\, dS_1 - \int_{S_2} E(z) \cos(\theta)\, dS_2$

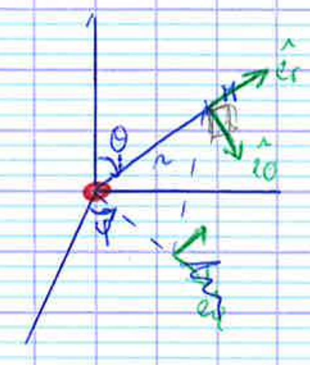
Flux : $\int_{S_1} \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\cos\theta \, dS_1 - \int_{S_2}\frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\cos\theta \, dS_2)$

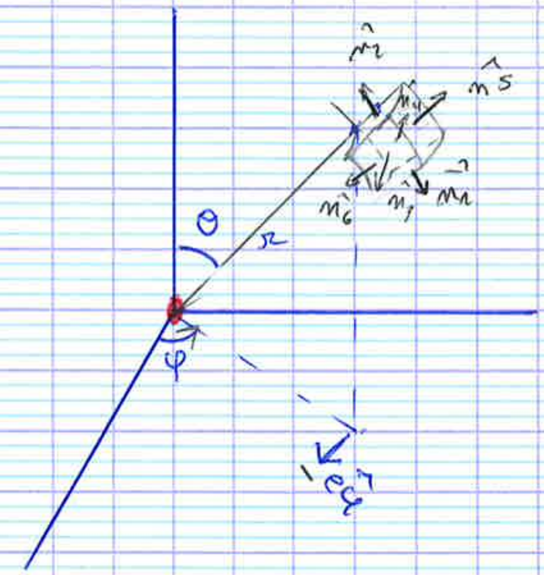
$dS_1 = R^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

$\frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\Big(\int_{S_1}$

TD Électromagnétisme :

Exercice 2.5 :





1) a) $\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = 0$?

Gauss ? On sait que le flux vaut $\frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$
Or $Q_{int} = 0$ car la charge est en dehors du volume. Donc $\oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = 0$

b) Calculons $\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS$.

Décomposons S par $S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 \cup S_5 \cup S_6$.

On sait que $\vec{E} = E\hat{e_r}$

$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = \int_{S_1} E \hat{e_r} \cdot \hat{n_1}\, dS_1 + \dots + \int_{S_6} E \hat{e_r} \cdot \hat{n_6}\, dS_6$ $\quad \hat{n_1} = \hat{e_\theta}$, $\hat{n_2} = -\hat{e_\theta}$

$\hat{n_3} = -\hat{e_\varphi}$ $\quad \hat{n_4} = \hat{e_\varphi}$ $\quad \hat{n_5} = \hat{e_r}$ $\quad \hat{n_6} = -\hat{e_r}$

$\hat{e_r} \cdot \hat{e_\varphi} = \hat{e_r} \cdot (-\hat{e_\varphi}) = 0$

$\hat{e_r} \cdot \hat{e_\theta} = \hat{e_r} \cdot (-\hat{e_\theta}) = 0$.

$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = \int_{S_5} E(r_2) \cdot \hat{e_r} \cdot \hat{e_r}\, dS_5 + \int_{S_6} E(r_1) \cdot \hat{e_r} (-\hat{e_r})\, dS_6$

$= E(r_2) \int_{S_5} dS_5 - E(r_1) \int_{S_6} dS_6$