STROBBE
FALCONE
PeiP2
G4

TP Signaux n°4

24/04

3.5 / 5

I. Préparation

1.1) Système à non minimum de phase

$$|G_1(j\omega)| = \frac{1}{|j\omega+10|} = \frac{1}{\sqrt{100+\omega^2}}$$

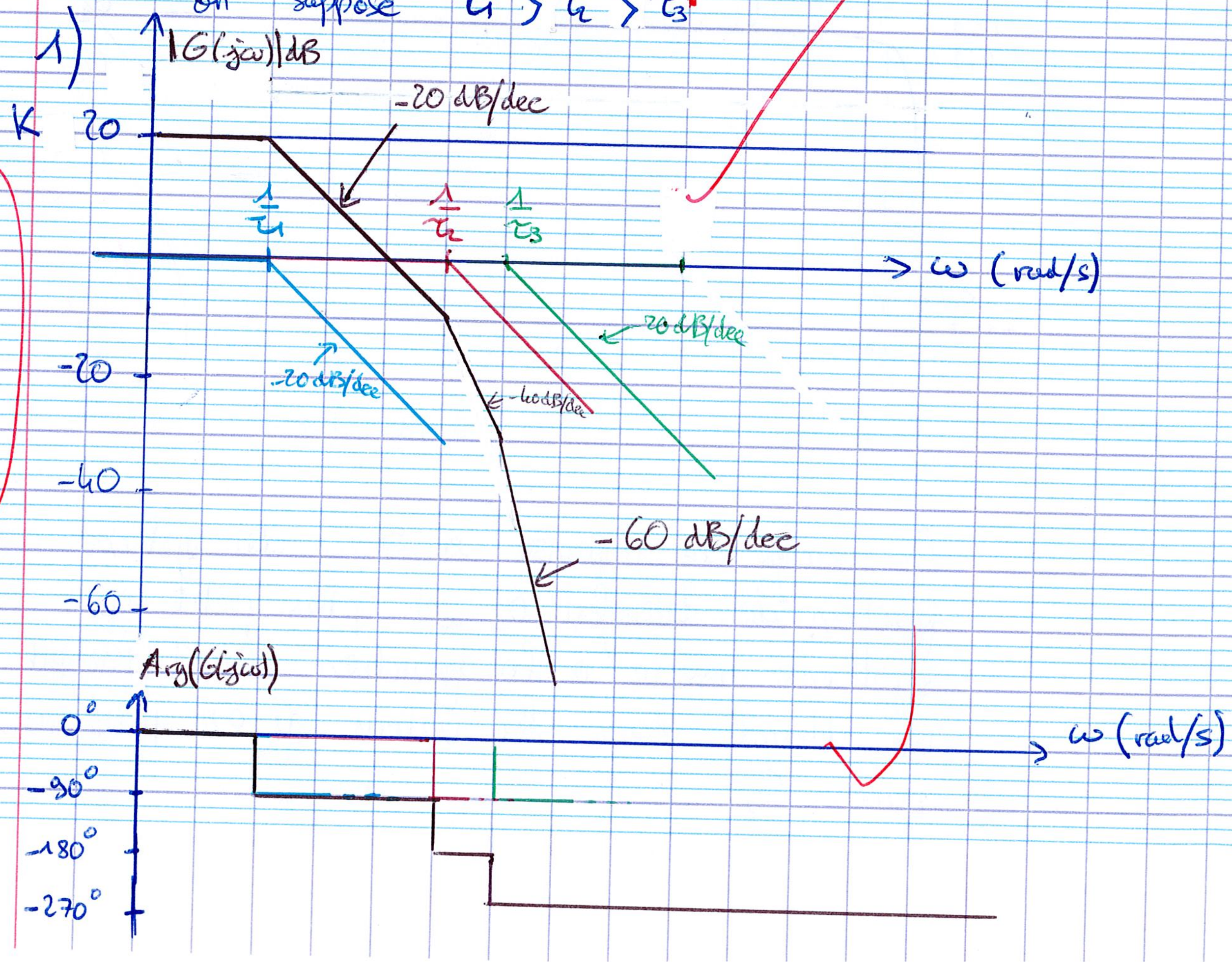
$$|G_2(j\omega)| = \frac{|1-j\omega|}{|1+j\omega||j\omega+10|} = \frac{\cancel{\sqrt{1+\omega^2}}}{\cancel{\sqrt{1+\omega^2}}\sqrt{100+\omega^2}} = |G_1(j\omega)|$$

2) $\forall a,b$, $\sin a \times \sin b = \frac{1}{2}\left(\cos(a-b) - \cos(a+b)\right)$

1.2) Système à pôle dominant

on suppose $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3$

1)



2) On sait que : $G(\omega_R) = \dfrac{K}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = \dfrac{G(0)}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$

$$\Leftrightarrow 2\xi\sqrt{1-\xi^2} = \frac{G(0)}{G(\omega_R)}$$

$$\Leftrightarrow \xi^2(1-\xi^2) = \left(\frac{G(0)}{2G(\omega_R)}\right)^2 \qquad X = \xi^2$$

$$\Leftrightarrow -X^2 + X - \left(\frac{G(0)}{2G(\omega_R)}\right)^2 = 0$$

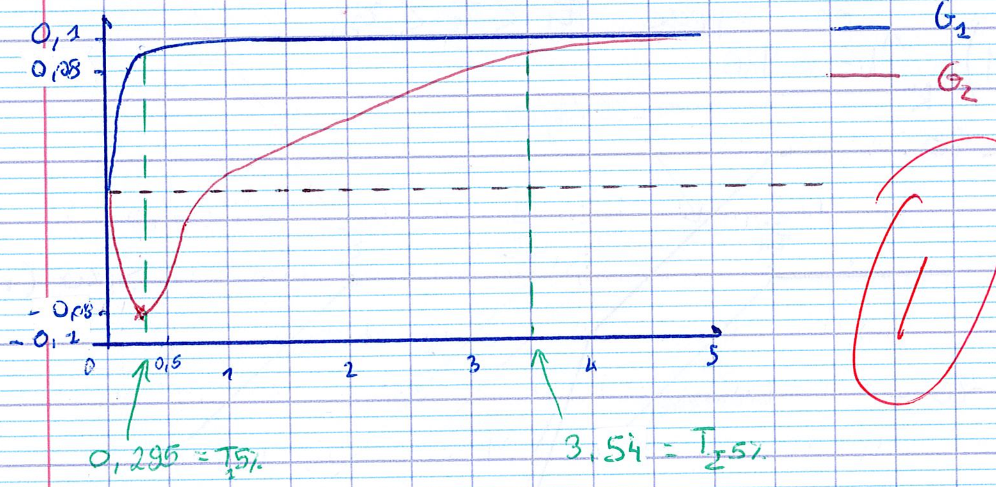
$$\Delta = 1 - 4(-1)\left(-\left(\frac{G(0)}{2G(\omega_R)}\right)^2\right) = 1 - \left(\frac{G(0)}{G(\omega_R)}\right)^2$$

$$X = \frac{-1 \pm \sqrt{1-\left(\frac{G(0)}{G(\omega_R)}\right)^2}}{-2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \sqrt{1-\left(\frac{G(0)}{G(\omega_R)}\right)^2}\right)$$

$$\text{donc } \xi = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1 - \sqrt{1-\left(\frac{G(0)}{G(\omega_R)}\right)^2}}$$

Simulation :

1. Tracé des réponses indicielles :



Le temps de réponse à 5 % du système associé à la fonction de transfert G_1 est plus petit que celui du système associé à la fonction de transfert G_2.
G_1 atteint donc la valeur finale plus rapidement que G_2.

STROBBE
FALCONE

Commentaire : On obtient une somme de cosinus.

2.2 Système à pôle dominant.

Réponse indicielle :

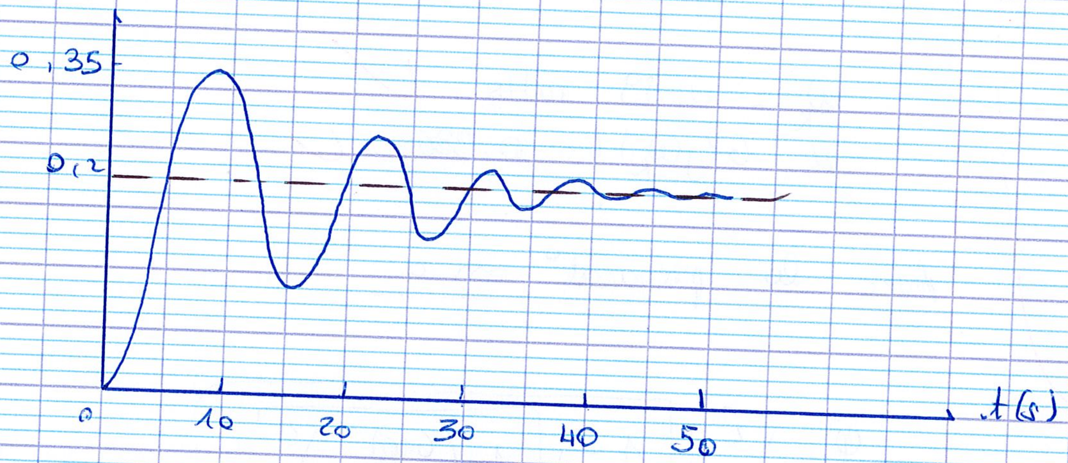
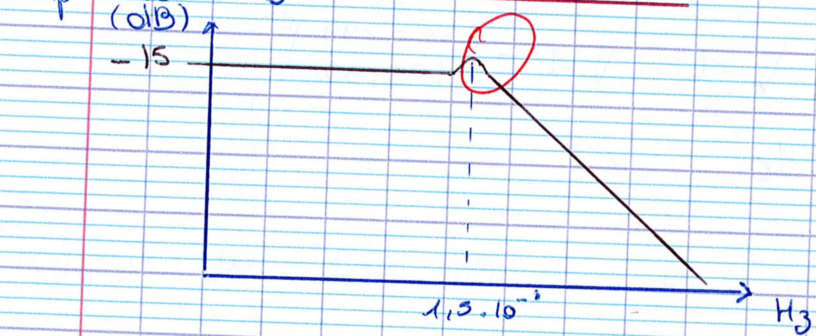
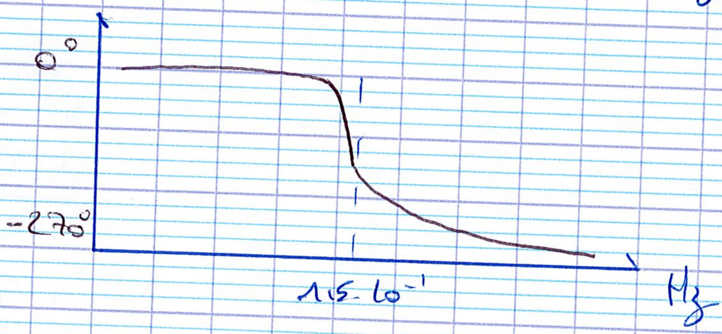


Diagramme de Bode :





Peut-on assimiler ce système à un système du premier ordre ?

déphasage et Réponse indicielle

On remarque qu'il y a une résonance non nulle en $f = 1,5.10^{-1}$ Hz environ. On ne peut donc pas assimiler ce système à un système du second ordre.

2. On obtient $|G(0)|_{dB} = -14$ dB

soit $G(0) = 10^{-\frac{14}{20}} = 10^{-0,7} \simeq 0,199$

$\omega_R = 0,99$ rad/s

et $|G(j\omega_R)| = 0,986$

Avec la préparat° on a :

$$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\sqrt{1-\left(\frac{G(0)}{|G(j\omega_R)|}\right)^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\sqrt{1-\left(\frac{0,199}{0,986}\right)^2}}$$

$$= 0,10$$

On cherche ω_0. On sait $\omega_R = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$

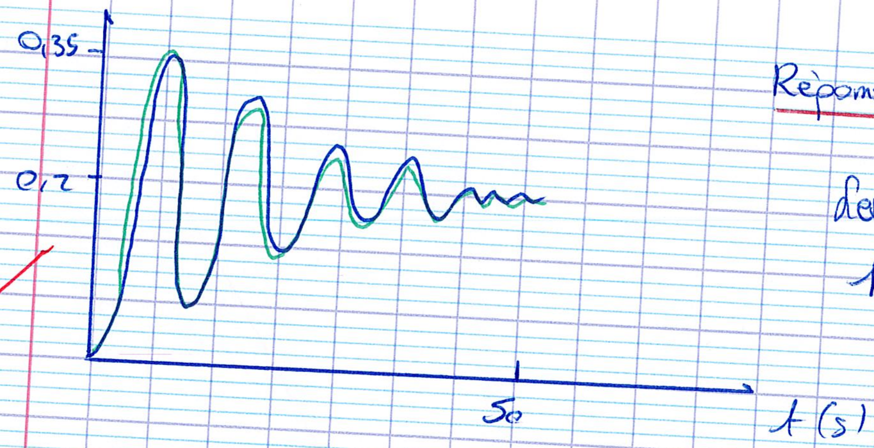
$$\omega_0 = \frac{\omega_R}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$= \frac{0,99}{\sqrt{1-(0,1)^2}}$$

$$= 0,994 \text{ rad/s}$$

Finalement $H(p) = \frac{K\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$

$$= \frac{0,196}{p^2 + 0,199\,p + 0,988}$$

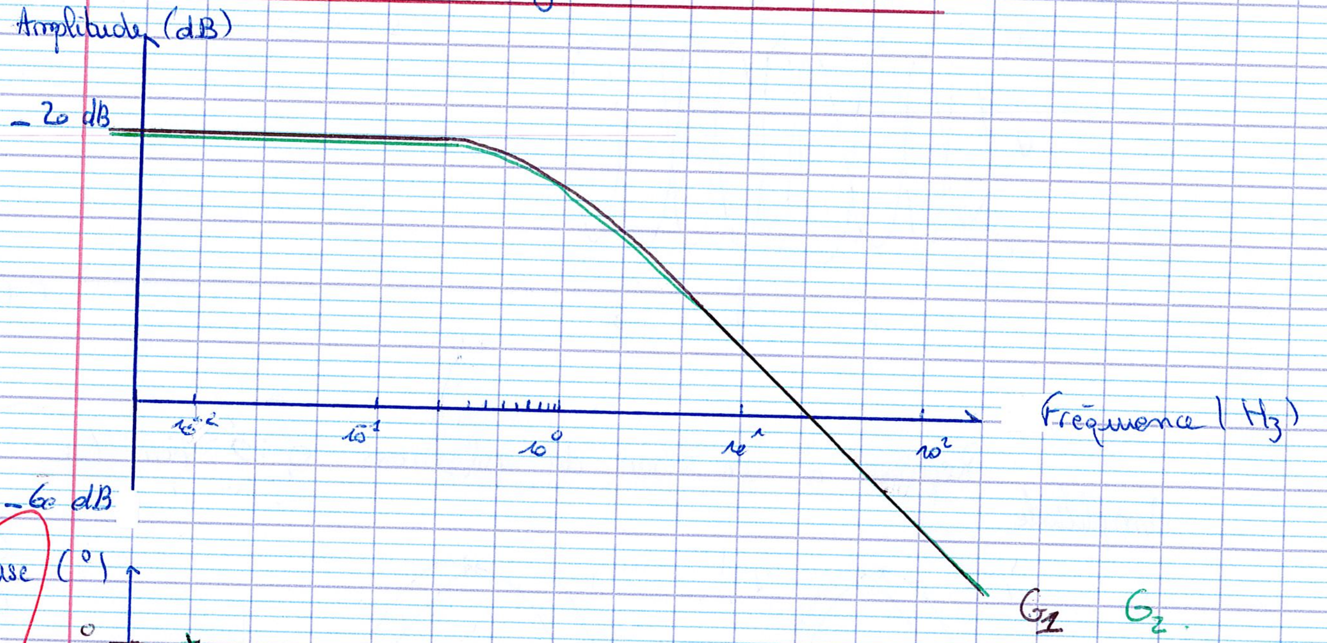


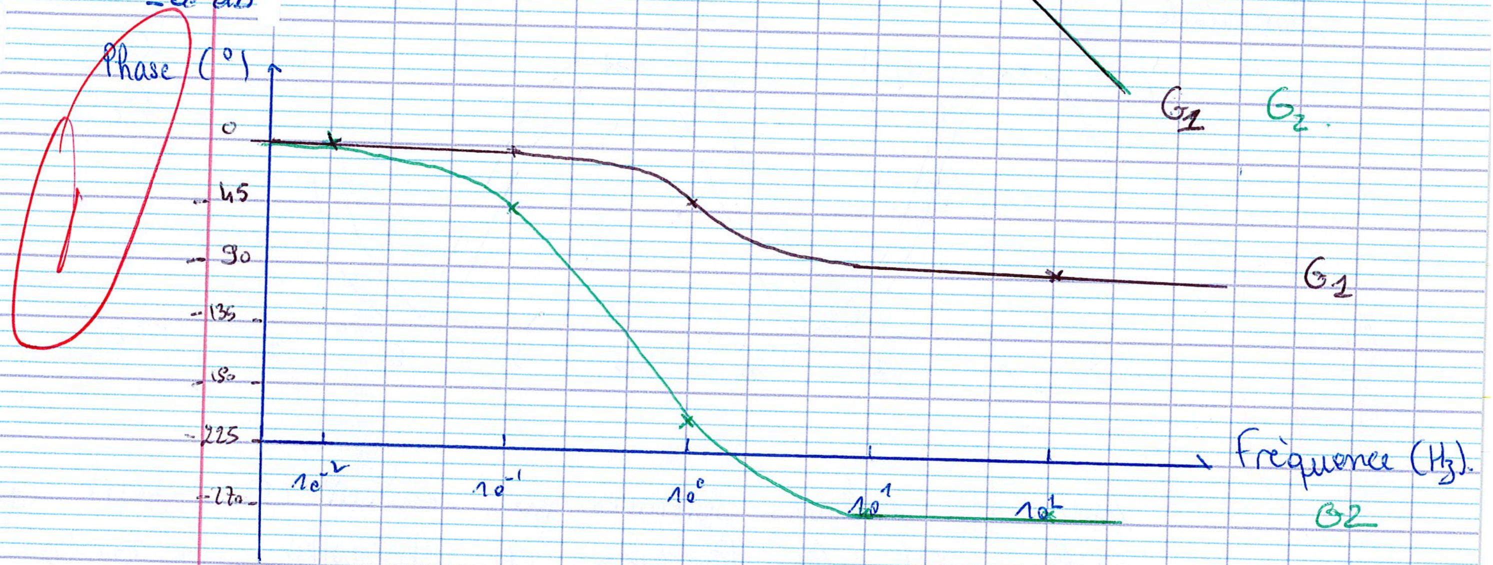
Réponses indicielles.

Les deux courbes sont presques superposées

On remarque avec les diagrammes de Bode qu'il y a une différence dans les hautes fréquences. Or notre bande passante est dans les basses fréquences.
On peut donc assimiler notre système à un système du second ordre

2. Tracé des diagrammes de Bode :



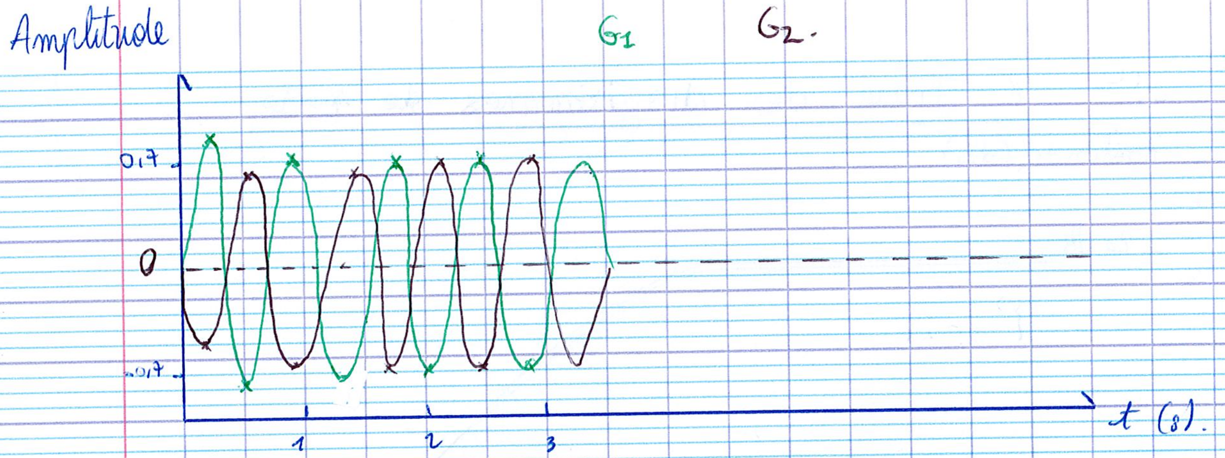


On compare :

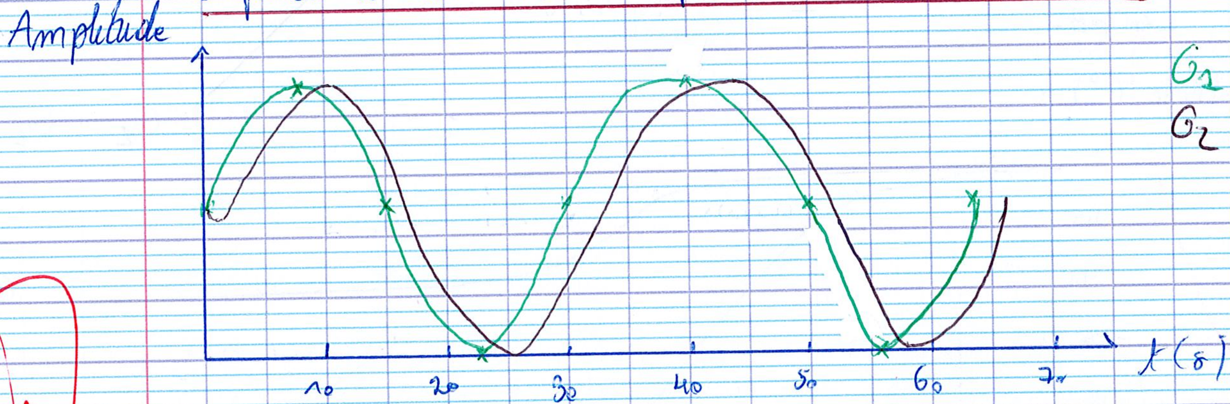
Les gains sont les mêmes alors que les phases diffèrent. En effet le déphasage du système associé à G_2 est plus élevé (en valeur absolue).
Ceci est cohérent puisque les systèmes associés à G_1 et G_2 sont identiques, à un déphaseur pur près.
(c-à-d : $G_2(p) = \frac{1-p}{1+p} \times G_1(p)$).

3. Tracé des réponses à un sinus causal :

Tracé des réponses pour le système associé à G_1 et à G_2 avec une entrée sinusoïdale de pulsation 10 rad/s.



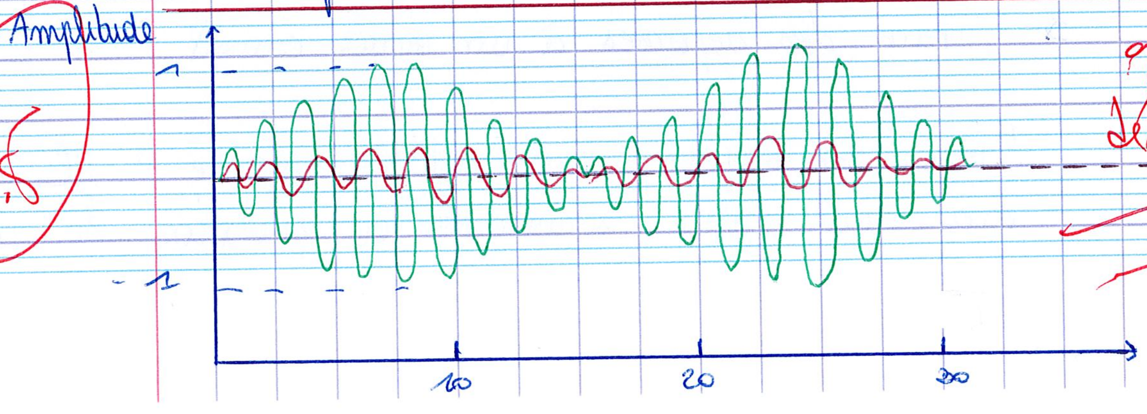
Réponse à un sinus de pulsation 0.2 rad/s.



Avec les valeurs obtenues par calcul on sait que quelque soit la fonction de transfert G_1 ou G_2, à pulsations égales, les gains restent inchangés.
($|G_1(j\omega_1)|_{dB} = 0{,}0707 = |G_2(j\omega_1)|_{dB}$ et $|G_1(j\omega_2)|_{dB} = |G_2(j\omega_2)|_{dB} = 0{,}1$)
En revanche, on obtient que la phase est différente si l'on change de fonction de transferts.
($Arg(G_1(j\omega_1)) = -45°$ et $Arg(G_2(j\omega_1)) = -214°$;
$Arg(G_1(j\omega_2)) = -1{,}15°$ et $Arg(G_2(j\omega_2)) = -24°$;)

4. Réponse à l'entrée $e(t) = \sin(\omega_3 t) \cdot \sin(\omega_2 t)$.

0,8



gain
déphasage