Robotique

Étude et commande d'un robot SCARA 2 axes

Objectifs :
Présentation des résultats : Un soin particulier est demandé dans

1. les développements analytiques et théoriques,
2. les commentaires des programmes,
3. l'utilisation de fonctions et de procédures,
4. la présentation des résultats,
5. l'analyse d'un point de vue physique des résultats numériques obtenus,
6. la présentation des raisonnements.

Travail demandé : Pour ce projet d'Automatique, il vous est demandé un compte-rendu au format pdf. Ce rapport doit inclure vos solutions aux questions posées, mais doit surtout contenir votre analyse et vos commentaires sur chacun de vos résultats.
Vous devrez joindre à ce document vos scripts Matlab/Simulink© ou Scilab/Scicos commentés, ainsi qu'une notice d'utilisation succincte décrivant le fonctionnement global de vos programmes.
La notation de ce projet est basée sur

1. la justesse des résultats théoriques et numériques
2. vos commentaires, votre analyse ainsi que l'interprétation des résultats numériques obtenus
3. la structure de vos programmes, le soin apporté au rapport, vos initiatives personnelles pour la comparaison de vos résultats avec d'autres méthodes non proposées dans le sujet et l'approfondissement des questions.

Ce travail sera à rendre sous Moodle sous la forme d'un seul dossier compressé (.zip ou .rar) comportant vos noms, au plus tard pour le dimanche 15 novembre. Il est demandé de spécifier un pourcentage du travail réparti pour chaque binôme.

FIGURE 1 – Robot SCARA 3 axes

1 Introduction

On se propose dans ce projet d'étudier la commande d'un robot SCARA à 3 axes. Dans un soucis de simplification, nous nous intéresserons par la suite uniquement aux deux premiers degrés de liberté du robot. Ces degrés de mobilités sont associés à deux articulations de type pivot situés dans un plan horizontal.

Les coordonnées articulaires du robot sont θ_1 et θ_2. Ces coordonnées sont soumises à des contraintes (butées), à savoir

$$\theta_1^{\min} \leq \theta_1 \leq \theta_1^{\max}, \quad \theta_2^{\min} \leq \theta_2 \leq \theta_2^{\max}.$$

L'organe terminal est repéré dans l'espace par ses coordonnées cartésiennes (x_T, y_T). Les restrictions sur les coordonnées articulaires induisent un domaine restreint atteignable pour l'organe terminal. Dans le repère cartésien, ce domaine est appelé l'espace de travail ou l'espace opérationnel du robot. La commande de ce robot est ici réalisée par deux moteurs à courant continu couplés à des réducteurs et des amplificateurs de courant. Ces deux moteurs sont pilotés de manière indépendante. En notant n_1 et n_2 les rapports de réduction respectivement des moteurs du premier et du deuxième bras, on a

$$\theta_{1m} = n_1\theta_1, \ \theta_{2m} = n_2\theta_2.$$

Par la suite, on utilisera les données numériques suivantes :

— $l_1 = 0.5\ m$ longueur corps 1
— $l_1 = 0.4\ m$ longueur corps 2
— n_1, n_2 rapports de réduction de 100
— $m_1 = 5\ kg$ masse du corps 1
— $m_2 = 4\ kg$ masse du corps 2

2 Modèles géométrique et cinématique

1. Établir le modèle géométrique direct du robot, c'est-à-dire exprimer les coordonnées de l'outil (x_T, y_T) en fonction des variables articulaires $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ et des caractéristiques géométriques du robot.
2. Représenter sous Matlab l'espace de travail du robot. c'est-à-dire l'espace atteignable de l'organe terminal du robot. Afin de valider cette représentation, on pourra utiliser le fichier **visualisation_trame.m** pour visualiser dynamiquement les configurations articulaires du robot lors du parcours de l'espace de travail. On prendra $\theta_1 \in [0, 270°]$ et $\theta_2 \in [-90°, 90°]$.
3. Étudier le modèle géométrique inverse, qui permet d'exprimer les variables articulaires en fonction des coordonnées cartésiennes. Simuler plusieurs positions et analyser les solutions (existence et unicité).

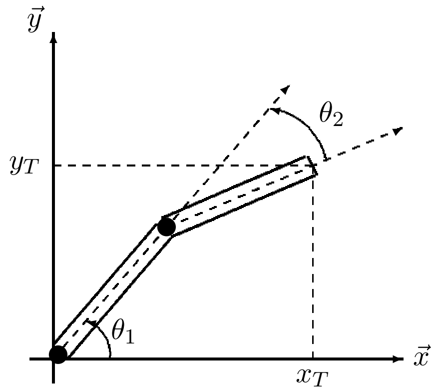

FIGURE 2 – Robot SCARA 2 axes

4. Établir analytiquement une trajectoire en cercle de l'organe terminal dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$, dont la position et la dimension seront fixées. Analyser les trajectoires articulaires correspondantes.
5. Établir une trajectoire permettant de déplacer l'organe terminal de manière linéaire dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$.
6. Le modèle cinématique direct d'un robot exprime le vecteur vitesse de l'outil $(v_{x_T}, v_{y_T})^T$, exprimé dans le repère monde $(O, \vec{x}, \vec{y})$, en fonction du vecteur des vitesses articulaires $\dot{\theta} = (\dot{\theta}_1,\ \dot{\theta}_2)^T$. Établir le modèle cinématique direct du robot SCARA et montrer qu'il peut s'écrire de la manière suivante,

$$\begin{pmatrix} v_{xT} \\ v_{yT} \end{pmatrix} = J(\theta)\,\dot{\theta},$$

où $J(\theta)$ est une matrice de dimension 2×2, appelée matrice jacobienne, à déterminer.
7. Analyser le modèle cinématique inverse, c'est-à-dire le modèle qui exprime les vitesses articulaires en fonction du vecteur vitesse de l'organe terminal. Que concluez-vous ?

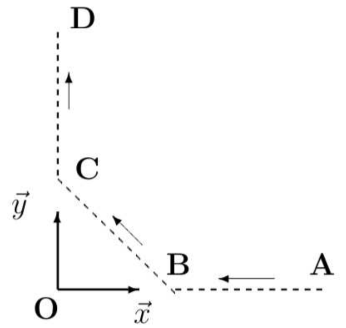

FIGURE 3 – Poursuite d'une trajectoire autour de points de singularités

8. Dans cette question, on suppose que $\theta^{min} = -175°$, $\theta^{max} = 175°$, $\theta^{min} = -175°$, et $\theta^{max} = 175°$. On cherche à suivre la trajectoire d écrite sur la Figure 3. A l'instant initial l'outil se trouve en A ($\theta_1 = 1°$, $\theta_2 = -1°$) puis passe successivement par B ($\theta_1 = 85°$, $\theta_2 = -175°$), C ($\theta_1 = 175°$, $\theta_2 = -175°$) et D ($\theta_1 = 89°$, $\theta_2 = -1°$). On suppose que pendant toute la durée de ce mouvement un asservissement de vitesse permet de maintenir les vitesses v_{xT} et v_{xyT} de l'effecteur telles que : $\sqrt{v_{xT}^2 + v_{yT}^2 = 1}$ m.s^{-1}.

Entre A et B, l'outil se déplace le long de l'axe $(O, \vec{x})$ (v_{xT}= 1 m.s^{-1}), entre B et C, l'outil suit un segment de droite, enfin entre C et D l'outil se déplace le long de l'axe $(O, \vec{x})$ (v_{xT}= 1 m.s^{-1}). Est-il possible de suivre la trajectoire ABCD ? Après avoir éventuellement modifié la trajectoire, tracer l'évolution des vitesses articulaires θ_1 et θ_2 le long de celle-ci.

9. Mettre en place analytiquement une trajectoire articulaire partant de θ_{init} et allant à θ_{fin} en t_1 secondes (avec des vitesses et accélérations initiales et finales nulles), restant à θ_{fin} pendant $t_2 - t_1$ secondes, puis faisant le chemin inverse de θ_{fin} à θ_{init} en t_1 secondes (avec les mêmes conditions sur les vitesses et accélérations). Cette trajectoire doit être continue pour les positions et vitesses articulaires. Représenter graphiquement vos trajectoires, en analysant les vitesses et accélérations maximales pour chacun des deux corps. Effectuez les simulations dynamiques de chacune des trajectoires précédentes en utilisant le fichier **visualisation_trame.m**.

3 Modèle dynamique

On s'intéresse dans cette partie à la modélisation dynamique du robot afin de mettre en place un contrôle de position. La commande d'un tel robot est réalisée par deux moteurs à courant continu couplés avec des réducteurs et des amplificateurs de courant (et/ou tension). Les réducteurs sont placés entre les moteurs et les bras du robot. Ces réducteurs ont une masse de 1 kg, qui est supposée être simplement ajoutée sur les masses respectives des deux moteurs. Les inerties des réducteurs sont négligeables par rapport ‘a celles des moteurs. Les masses des deux bras du robot sont supposées uniformes. Pour le calcul des inerties J_1 et J_2 des segments 1 et 2 respectivement, on assimile ces bras à des tiges. Les couples transmis par les deux moteurs sont notés respectivement T_1 et T_2. Le moteur à courant continu retenu (identique pour les deux bras) est le moteur GR80X80 de la société MDP, dont la fiche technique est en annexe. L'amplificateur de courant possède un gain de 5 $A{\cdot}V^{-1}$. On mesure θ_{1m} et θ_{2m} par deux potentiomètres identiques, qui travaillent entre ± 10 V pour une rotation complète de 2π radians. Le schéma du fonctionnement mécanique du robot est représenté sur la Figure 4. Pour l'étude dynamique, on pourra prendre en compte la masse m_c transportée par le robot (cette partie sera spécifiée dans l'énoncé). On note J_{1m} et J_{2m} les inerties respectives des deux moteurs. Les couples transmis par les moteurs sont notés respectivement T_1 et T_2. Les masses des deux segments du robot (avec les moteurs), supposées uniformes et homogènes, sont notées m_1 et m_2.

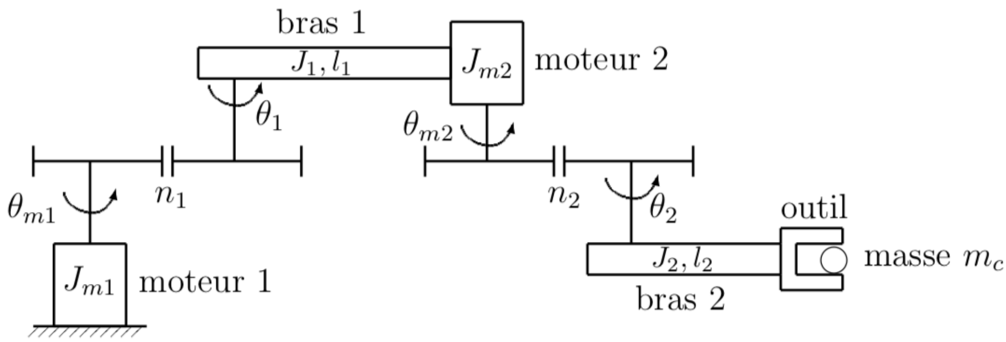

FIGURE 4 – Schéma du fonctionnement mécanique du robot SCARA

10. On suppose que $m_c = 0$. A partir des équations de Lagrange, établir le modèle dynamique direct du robot. Montrer que ce modèle s'écrit sous la forme

$$M(\theta_m)\ddot{\theta}_m + F(\theta_m, \dot{\theta}_m) = T,$$

où

$$\theta_m = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{1m} \\ \dot{\theta}_{2m} \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix}.$$

11. Programmer le modèle dynamique sous Matlab/Simulink.

4 Commande

Afin de régler une loi de commande, nous choisissons une trajectoire de référence à partir de laquelle nous comparerons plusieurs lois de commande.

12. Mettre en place une loi de commande linéaire simple, du type P ou PD. Votre choix sera à argumenter. Régler ce correcteur pour obtenir un suivi le plus rapide possible, une dynamique d'erreur la moins oscillatoire possible, tout en respectant les contraintes de saturation sur l'actionneur.
13. Simuler votre loi de commande.

Afin de commander le robot, on peut s'intéresser aux techniques non linéaires, parmi lesquelles figure la commande linéarisante. Etant données θ_1^{ref} et θ_2^{ref} deux trajectoires articulaires de référence, on pose

$$e_1 = \theta_{m1} - \theta_1^{ref}, \; e_2 = \theta_{m2} - \theta_2^{ref}.$$

Ainsi

$$\ddot{e} = \begin{pmatrix} \ddot{e}_1 \\ \ddot{e}_2 \end{pmatrix}$$

est une fonction de T, l'entrée de commande, à savoir

$$\ddot{e} = [M(\theta_m)]^{-1} \left[T - F(\theta_m, \dot{\theta}_m) \right] - \ddot{\theta}_{ref},$$

où $\theta_{ref} = (\theta_1^{ref} \; \theta_2^{ref})^T$. La commande linéarisante consiste alors à imposer une dynamique pour l'erreur e, et d'en déduire la commande par inversion. Dans notre cas, on aura

$$\ddot{e} = S\dot{e} - Pe,$$

où S et P sont des matrices à déterminer qui assurent la stabilité et les performances du suivi de trajectoire.

14. Mettre en place une loi de commande linéarisante. Programmez la de manière à respecter le même cahier de charges que précédemment.
15. On souhaite réaliser la tâche suivante : à partir d'une position initiale de l'espace travail donnée on veut que le robot effectue un cercle de rayon r_0 (à définir) et de centre c_0 (à définir). Les vitesses et accélérations initiales et finales sont supposées être nulles. Ecrire un programme qui permet de simuler cette tâche et de la visualiser dans l'espace de travail.
16. On considère désormais que le robot transporte une masse m_c placée au niveau de l'organe terminal. Modifier votre modèle dynamique afin d'inclure ce nouvel élément. En conservant les lois de commande précédemment établies, simuler l'ensemble pour plusieurs valeurs de masse.
17. Une perturbation de couple peut se modéliser comme une perturbation en entrée de votre système. Mettez en place une perturbation constante et analyser sa régulation. Le résultat vous semble-t-il satisfaisant ?

5 Conclusion

18. Conclure sur votre travail ...