

Latihan Soal Scientific Computing

Persiapan UAS (Kampus Kemanggisian – Alam Sutera)

Clue untuk turunan numerik

Hampiran Selisih Pusat

$$f' = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} + O(h^2)$$

Galat untuk hampiran selisih pusat :

$$O(h^2) = -\frac{h^2}{6} f'''(t), \quad x_{i-1} < t < x_{i+1}$$

1. Dengan menggunakan skema pusat, hitunglah turunan pertama dan turunan kedua dari

- | | |
|---|----------------------------------|
| a) $y = -0.1x^4 - 15x^3 - 0.5x^2 - 0.25x^2 + 1.2$ | pada $x = 0$ dengan $h = 0.25$ |
| b) $y = x^3 + 4x - 15$ | pada $x = 0.4$ dengan $h = 0.25$ |
| c) $y = x^2 \cos x$ | pada $x = 3$ dengan $h = 0.1$ |
| d) $y = \tan \frac{x}{3}$ | pada $x = 3$ dengan $h = 0.5$ |
| e) $y = \sin \frac{0.5\sqrt{x}}{x}$ | pada $x = 3$ dengan $h = 0.2$ |
| f) $y = e^x + x$ | pada $x = 3$ dengan $h = 0.2$ |
| g) $y = e^x - 5x^2$ | pada $x = 2.5$ dengan $h = 0.2$ |
| h) $y = \frac{x-3}{3x+1}$ | pada $x = 2.3$ dengan $h = 0.2$ |
| i) $y = 3xe^x - \cos x$ | pada $x = 1.3$ Dengan $h = 0.01$ |

serta carilah $O(h^2)$ nya pada hasil turunan numerik !

2. Data berikut ini dikumpulkan untuk jarak yang ditempuh versus waktu untuk roket:

t, s	0	25	50	75	100	125
y, km	0	32	58	78	92	100

Gunakan turunan numerik untuk memperkirakan kecepatan dan akselerasi roket pada setiap waktu.

3. Dapatkan taksiran turunan pertama untuk data dengan jarak yang tidak sama. Ujilah dengan data berikut ini:

x	1	1.5	1.6	2.5	3.5
$f(x)$	0.6767	0.3734	0.3261	0.08422	0.01596

di mana $f(x) = 5e^{-2x}x$. Bandingkan hasil nya dengan turunan yang analitik.

4. Data berikut ini disediakan untuk kecepatan suatu benda sebagai fungsi waktu,

t, s	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
$v, m/s$	0	34.7	61.8	82.8	99.2	112.0	121.9	129.7	135.7	140.4

- a) Dengan menggunakan metode numerik terbaik yang tersedia, seberapa jauh benda bergerak dari $t = 0$ hingga 28 s ?
- b) Dengan menggunakan metode numerik terbaik yang tersedia, berapakah percepatan benda pada $t = 28$ s ?
- c) Dengan menggunakan metode numerik terbaik yang tersedia, berapakah percepatan benda pada $t = 0$ s ?
5. Gunakan data berikut untuk menemukan kecepatan dan percepatan pada $t = 10$ detik:

t, s	0	2	4	6	8	10	12	14	16
x, m	0	0.7	1.8	3.4	5.1	6.3	7.3	8.0	8.4

Dengan menggunakan metode ekstrapolasi richardson

6. Dengan menggunakan metode Trapesium 4 pias dan Gauss-Legendre 3 pias, hitunglah integral berikut:

a) $\int_0^3 x e^{2x} dx$

g) $\int_{-2}^3 y e^{-y} dy$

b) $\int_1^2 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$

h) $\int_0^3 e^{-y} \sin^2 y dy$

c) $\int_0^2 \frac{e^x \sin x}{1+x^2} dx$

i) $\int_0^1 x^{0.1} (1.2 - x) (1 - e^{20(x-1)}) dx$

d) $\int_{-3}^3 \frac{1}{1+x^2} dx$

j) $\int_{-\frac{1}{2}}^0 \frac{1}{t^2} e^{-\frac{1}{2t^2}} dt$

e) $\int_2^4 \frac{1}{x(x+2)} dx$

k) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} 6 \sin 2x + 9 \cos 3x dx$

f) $\int_0^2 \frac{1}{(1+y^2) \left(1 + \frac{y^2}{2}\right)} dx$

l) $\int_0^2 \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} - 3} dx$

Serta ukurlah error yang didapatkan dari hasil perhitungan antara pengerjaan secara analitik maupun secara numeriknya !

7. Selesaikanlah persamaan diferensial biasa berikut, dengan menggunakan metode numerik Runge-Kutta Orde 2. Apabila persamaan dapat dikerjakan secara analitik dengan sederhana, maka wajib untuk menghitungnya !

- | | | | |
|---|--|-------------------------|-----------------------|
| a) $\frac{dy}{dt} = yt^2 - 1.1y$ | $h_1 = 0.5$
$h_2 = 0.25$ | $t = 0 \rightarrow 2$ | $y(0) = 1$ |
| b) $\frac{dy}{dt} = (1 + 4t)\sqrt{y}$ | $h = 0.25$ | $t = 0 \rightarrow 1$ | $y(0) = 1$ |
| c) $\frac{dy}{dt} = y \sin^3 t$ | $h_1 = 0.1$
$h_2 = 0.05$ | $t = 0 \rightarrow 3$ | $y(0) = 1$ |
| d) $\frac{dy}{dt} = -2y + t^2$ | $h_1 = \text{sesuai selera}$
$h_2 = \text{sesuai selera}$ | $t = 0 \rightarrow 3$ | $y(0) = 1$ |
| e) $\frac{dy}{dt} + 2(t + 1)y^2 = 0$ | $h_1 = \text{sesuai selera}$
$h_2 = \text{sesuai selera}$ | $t = 0 \rightarrow 2$ | $y(0) = -\frac{1}{8}$ |
| f) $2\frac{dy}{dx} + (4 \cos x)y = x$ | $h = 0.5$ | $t = 0 \rightarrow 2$ | $y(0) = 1$ |
| g) $\frac{dy}{dx} - 4xy = \sin x^2$ | $h = 0.25$ | $t = 0 \rightarrow 3$ | $y(0) = 7$ |
| h) $x\frac{dy}{dx} + 2y = xe^{x^2}$ | $h = 0.25$ | $t = 1 \rightarrow 2.5$ | $y(1) = 3$ |
| i) $x\frac{dy}{dx} + (\sin x)y = 0$ | $h_1 = 0.5$
$h_2 = 0.25$ | $t = 0 \rightarrow 2.5$ | $y(0) = 10$ |
| k) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{xy}$ | $h_1 = \text{sesuai selera}$
$h_2 = 0.1$ | $t = 1 \rightarrow 3$ | $y(1) = -\sqrt{2}$ |