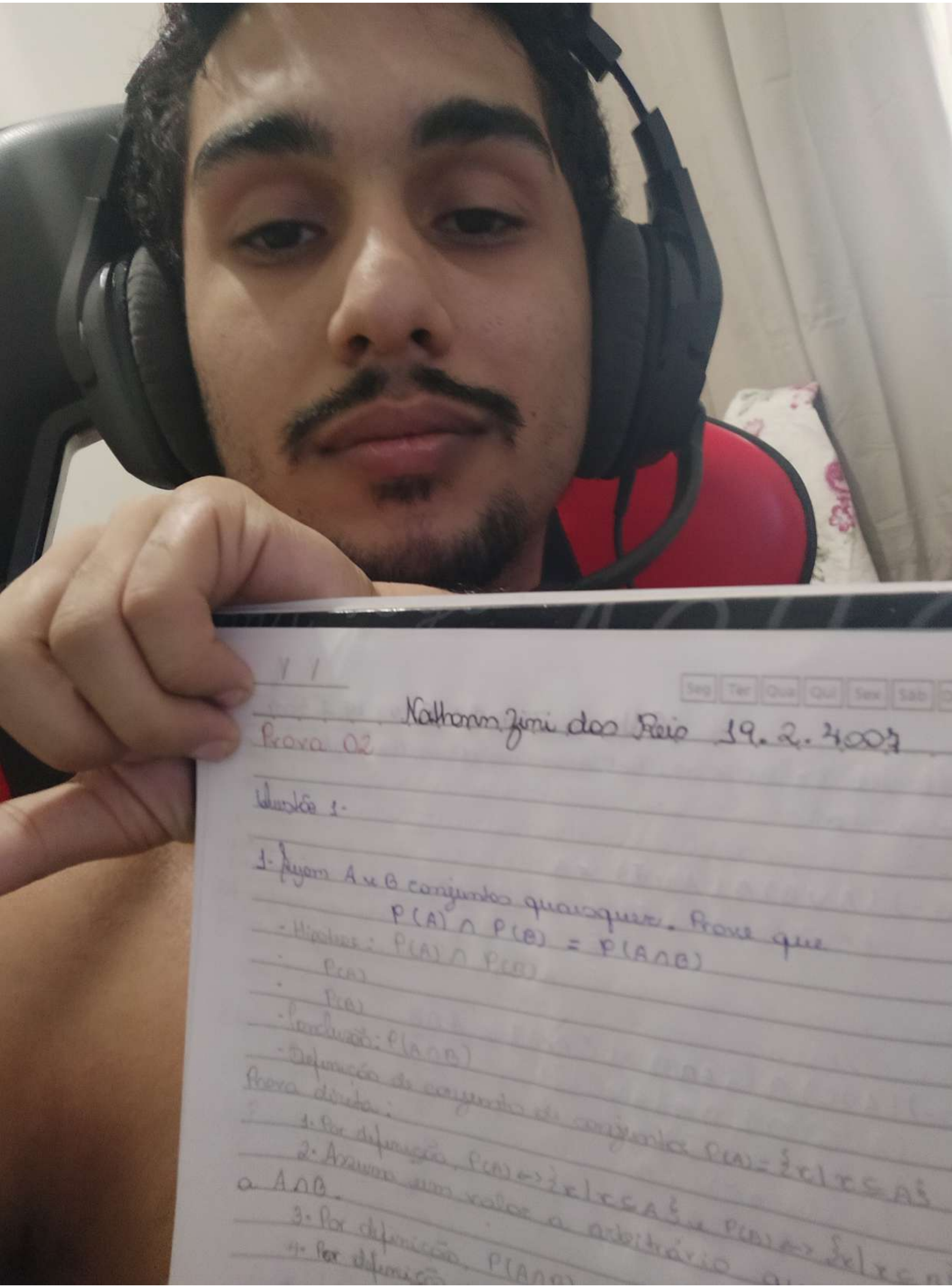

Nathann Zini dos Reis 19. 2. 2007
Prova 02
Questão 1-
1- Sejam A e B conjuntos quaisquer. Prove que
P(A) ∩ P(B) = P(A∩B)
- Hipótese: P(A) ∩ P(B)
P(A)
P(B)
- Conclusão: P(A∩B)
- Definição de conjunto de conjuntos
Prova direta:
1. Por definição de conjuntos P(A) = {x | x ⊆ A}
2. Assumo um valor a arbitrário
a A∩B.
3. Por definição, P(A) <-> {x | x ⊆ A} e P(B) <-> {x | x ⊆ B}
4. Por definição P(A∩B)

/ /

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

Prova 02

Questão 1-

1- Sejam A e B conjuntos quaisquer. Prove que

$$P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$$

- Hipótese: $P(A) \cap P(B)$
- $P(A)$
- $P(B)$
- Conclusão: $P(A \cap B)$
- Definição de conjunto de conjunto: $P(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$

Prova direta:

1. Por definição, $P(A) \leftrightarrow \{x \mid x \subseteq A\}$ e $P(B) \leftrightarrow \{x \mid x \subseteq B\}$

2. Assuma um valor a arbitrário que pertença a $A \cap B$.

3. Por definição, $P(A \cap B) \leftrightarrow \{x \mid x \subseteq (A \cap B)\}$

4. Por definição de intersecção, $A \cap B \leftrightarrow \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

5. Da mesma forma que, por definição, $P(A) \cap P(B) \leftrightarrow \{x \mid x \in P(A) \wedge x \in P(B)\} \leftrightarrow \{x \mid x \subseteq A \wedge x \subseteq B\}$.

6. Então, é correto afirmar que esse teorema é verdadeiro

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom / /

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

2. Para todo inteiro positivo n, $n^2 + n + 3$ é primo

Esse argumento é INVÁLIDO, pois há contra exemplo que prova o contrário.

Contra exemplo:

$n = 2$

Se $n = 2$, $2^2 + 2 + 3 = 9$ e 9 não é primo, mas um quadrado perfeito, pois pode ser escrito na forma $i = k^2$ $(9 = 3^2)$.

3. $\sqrt[3]{2}$ não é número racional

Hipótese: $\sqrt[3]{2}$

Conclusão: não é racional

Prova por absurdo.

1. $P \land \neg Q \to P$
2. Logo, suponha que $\sqrt[3]{2}$ é racional.
3. Definição de número racional: r é racional se existe $p, q \in \mathbb{Z}$ tais que $r = p/q$.
4. por definição se $\sqrt[3]{2}$ é racional, $\sqrt[3]{2} = \frac{p}{q}$
5. elevando tudo ao cubo, $2 = \frac{p^3}{q^3} \Rightarrow 2q^3 = p^3$. q
6. Temos que $2q^3 = p^3$, e, por definição de número par, temos que p^3 é par, ou seja, P = é par.
7. Substituindo P, $2q^3 = (2k)^3 = 8k^3 = \frac{8}{2}k^3 = q^3 \Rightarrow$ $4k^3 = q^3 \Rightarrow 2(2k^3) = q^3$.
8. Logo, pode-se afirmar que q também é par, pela definição. Porém, uma vez que p e q podem assumir qualquer valor inteiro, é um absurdo afirmar que ambos são pares. Logo é um absurdo afirmar que $\sqrt[3]{2}$ é racional. Ou seja $\sqrt[3]{2}$ é irracional.

/ / Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

4- O produto de qualquer número racional diferente de zero e qualquer número irracional é racional.

Esse argumento é inválido, pois se você pegar qualquer número irracional e multiplicá-lo por 1 (que é um número racional) você obtém o próprio número irracional.

Contra-exemplo:

• Pegue o número irracional que foi provado no exercício anterior, $\sqrt[3]{2}$

• Fica $\sqrt[3]{2} \cdot 1 = \sqrt[3]{2}$, que é irracional.

5- Para todo inteiro n, se $5 \nmid n^2$, então $5 \nmid n$.

• Hipótese: $5 \nmid n^2$ p

• Conclusão: $5 \nmid n$ q

Por contraposição:

$\neg q \rightarrow \neg p$

1 • Hipótese: $5 \mid n$

2 • Conclusão: $5 \mid n^2$

3 • Definição de divisão: a e b inteiros não nulos, então $b = a \cdot c$, para c um inteiro

4 • então $5 \mid n \Leftrightarrow n = 5c$

5 - Na conclusão $5 \mid n^2 = 5 \mid (5c)^2 = 5 \mid 25c^2 = 5 \mid 5(5c^2)$. As operações de soma e multiplicação são fechadas no conjunto de números inteiros, logo, $5c^2 = t$.

6 • Portanto temos $5 \mid 5t$. Então é correto afirmar que se $5 \mid n$ então $5 \mid n^2$.

7 • Portanto pode-se concluir que se $5 \nmid n^2$, então $5 \nmid n$.

/ /

Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sáb | Dom

Nathann Zimi dos Reis 19.2.4007

6- Existem dois números inteiros consecutivos tais que o primeiro deles é um cubo perfeito e o seguinte é um quadrado perfeito.

Prova por demonstração construtiva:

Considere dois inteiros consecutivos x e y que assumem os valores 8 e 9, respectivamente. x pode ser escrito por n^3 e y pode ser escrito por k^2, dessa forma 8 é um cubo perfeito, pois $2^3 = 8$, e 9 é um quadrado perfeito, pois $3^2 = 9$.

Logo é verdadeiro esse teorema.