25

Nathann Zini dos Reis 19.2.4001

Questão 3 - Prove para todos inteiros $n \geq 1$ é verdade que $2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n^2 + n$.

Indução Fraca:

① Passo base: $P(1) = 2 \cdot 1 = 2$;

$1^2 + 1 = 2$;

Portanto, $P(1)$ é verdadeiro

② Hipotese Indutiva: Suponho um K arbitrario em que $K \geq 2$ e $P(K) = 2 + 4 + 6 + \cdots + 2K = K^2 + K$ ✓

③ Passo Indutivo: Provar que $P(K+1)$ é verdadeira

• Para $n = K+1$, $2 + 4 + 6 + \cdots + 2K + (2[K+1]) = (K+1)^2 + K+1$

$= \underbrace{2 + 4 + 6 + \cdots + 2K}_{K^2 + K} + 2(K+1) = (K+1)^2 + (K+1)$ → Pela Hipotese Indutiva

$= K^2 + K + 2K + 2 =$

$= [K^2 + 2K + 1] + K + 1$

$= (K+1)^2 + (K+1)$

Logo, $2 + 4 + 6 + \cdots + 2(K+1) = (K+1)^2 + (K+1)$, verificando, portanto a validade de $P(K+1)$.

Então, a equação é valida para todo $n \geq 1$

✓