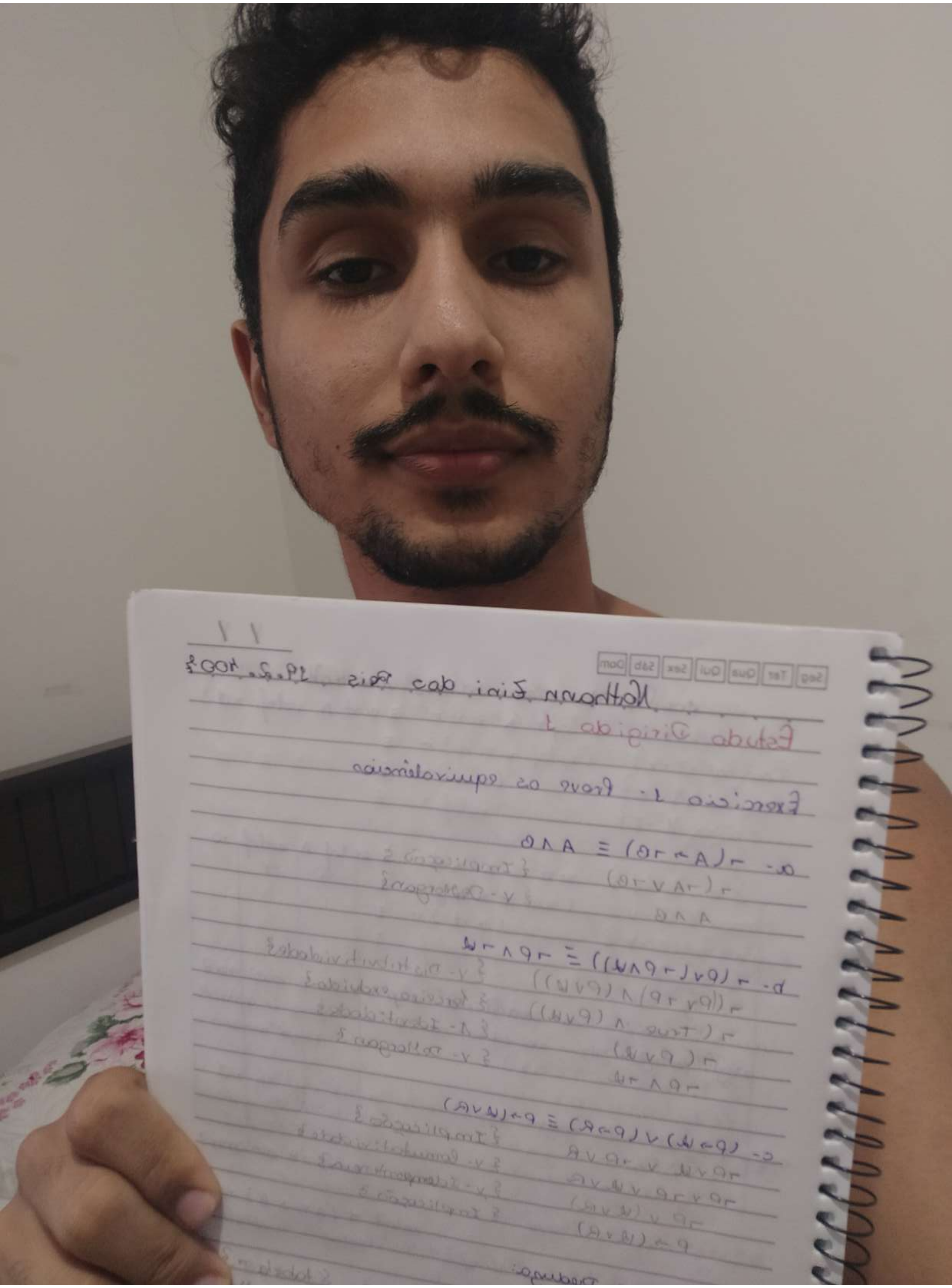
Estudo Dirigido 1
Exercício 1: Prove as equivalências

Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sáb | Dom   / /

Nathann Zini dos Reis   19.2.1007

Estudo Dirigido 1

Exercício 1 - Prove as equivalências

a- $\neg(A \to \neg B) \equiv A \land B$

$\neg(\neg A \lor \neg B)$ {Implicação}

$A \land B$ {∨ - DeMorgan}

b- $\neg(P \lor (\neg P \land Q)) \equiv \neg P \land \neg Q$

$\neg((P \lor \neg P) \land (P \lor Q))$ {∨ - Distributividade}

$\neg(\text{True} \land (P \lor Q))$ {Terceiro excluído}

$\neg(P \lor Q)$ {∧ - Identidade}

$\neg P \land \neg Q$ {∨ - DeMorgan}

c- $(P \to Q) \lor (P \to R) \equiv P \to (Q \lor R)$

$\neg P \lor Q \lor \neg P \lor R$ {Implicação}

$\neg P \lor \neg P \lor Q \lor R$ {∨ - Comutatividade}

$\neg P \lor (Q \lor R)$ {∨ - Idempotência}

$P \to (Q \lor R)$ {Implicação}

Exercício 2 - Deduza:

a- $\text{true} \land \text{false} \equiv \neg \text{false} \land \neg \text{true}$ {tabela ¬}

$\equiv \neg(\text{false} \lor \text{true})$ {∨ - De Morgan}

$\equiv \neg(\text{true})$ {∨ - Dominação}

$\equiv \text{false}$ {¬ - Negação}

/ /

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

b- false $\land$ true $\equiv$ $\neg$ true $\land$ $\neg$ false {tabela $\neg$}
$\equiv$ $\neg$ (true $\lor$ false) {$\lor$ - DeMorgan}
$\equiv$ $\neg$ (true) {$\lor$ - Dominação}
$\equiv$ false {T- Negação}

c- false $\land$ false $\equiv$ $\neg$ true $\land$ $\neg$ true {tabela $\neg$}
$\equiv$ $\neg$ (true $\lor$ true) {$\lor$ - De Morgan}
$\equiv$ $\neg$ (true) {$\lor$ - Idempotência}
$\equiv$ false {T- Negação}

Exercício 3- Dizer que "Guilherme não é músico ou Marcelo é professor" é, do ponto de vista lógico, dizer o mesmo que:

b- Se Guilherme é músico, então Marcelo é professor.

Exercício 4- Prove

a- $(A \land \neg A) \vdash False$
Prova: False {Contradição}

b- $B \lor (\neg B),\ A \to B \vdash (\neg A) \lor B$
1. $B \lor (\neg B)$ Hipótese 1
2. $A \to B$ Hipótese 2
3. True 1, {terceiro excluído
4. $A \to B$ 2, 3, {$\land$-Identidade}
5. $\neg A \lor B$ 4, {Implicação} Conclusão

Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sáb | Dom   / /

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

c- $(A \land (B \land C)) \vdash ((A \land B) \land C)$

1. $(A \land (B \land C))$ Hipótese 1

2. $((A \land B) \land C)$ 1, $\{\land$ - Associatividade$\}$

5- Indique se é verdadeiro ou falso

	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{N}$	$\{0,1\}$
$\forall x \exists y \, (x > y)$	T	F	F
$\forall x \exists y \, (y > x)$	T	T	F
$\exists x \forall y \, (x > y)$	F	F	F
$\exists x \forall y \, (x \geq y)$	F	F	T
$\exists y \forall x \, (x \geq y)$	F	T	T
$\exists y \exists z \forall x \, (x = y \lor x = z)$	T	T	T
$\forall x \exists y \, (x - y = 0)$	T	T	T
$\forall x \forall y \forall z \, (x = y \land y = z \rightarrow x = z)$	T	T	T
$\forall x \forall y \, (x \neq x \rightarrow y = 0)$	T	T	T
$\forall x \exists y \exists z \, (x + y = z \rightarrow x = 1 \lor x = 0)$	F	F	T

Exercício 6- Prove o argumento:

Prove: $\forall x [P(x) \land Q(x)] \rightarrow \forall x [P(x)] \land \forall [Q(x)]$

1- $\forall x [P(x) \land Q(x)]$ Hipótese 1

2. $P(a) \land Q(a)$ 1, $\{\forall E\}$

3. $P(a)$ 2, $\{\land - E_E\}$

4. $Q(a)$ 2, $\{\land - E_D\}$

5. $\forall x (P(x))$ 3, $\{\forall I\}$

6. $\forall x (Q(x))$ 4, $\{\forall I\}$

7. $\forall x (P(x)) \land \forall x (Q(x))$ 5, 6, $\{\land - I\}$

FORONI

/ /

Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sáb | Dom

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

Exercício 7 - Prove o argumento

$\forall x[P(x) \vee Q(x)], \forall x[\neg Q(x) \vee S(x)], \forall x[R(x) \to \neg S(x)], \exists x[\neg P(x)]$
$\vdash \exists x[\neg R(x)]$

Prova:

1. $\forall x[P(x) \vee Q(x)]$	Hipotese 1
2. $\forall x[\neg Q(x) \vee S(x)]$	Hipotese 2
3. $\forall x[R(x) \to \neg S(x)]$	Hipotese 3
4. $\exists x[\neg P(x)]$	Hipotese 4
5. $P(a) \vee Q(a)$	1, {$\forall$E}
6. $\neg Q(a) \vee S(a)$	2, {$\forall$E}
7. $R(a) \to \neg S(a)$	3, {$\forall$E}
8. $\neg P(a)$	4, {$\exists$E}
9. $P(a) \vee S(a)$	5, 6, {R.R}
10. $S(a)$	8, 9, {SD}
11. $\neg R(a) \vee \neg S(a)$	7, {Implicação}
12. $\neg(\neg S(a))$	10, {duplo negação}
13. $\neg R(a)$	11, 12, {SD}
14. $\exists x[\neg R(x)]$	13, {$\exists$I}