Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom / /

22

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

Questão 4 - $f(n) = \begin{cases} f(1) = 1 \\ f(n) = 3f(n-1) + 1, \ n \geq 2 \end{cases}$

Encontre uma fórmula fechada equivalente para $f(n)$.

n	1	2	3	4	5
$f(n)$	1	4	13	40	121
$3^n - 1$	2	8	26	80	242
$\frac{1}{2}(3^n - 1)$	1	4	13	40	121

Provar que $\frac{1}{2}(3^n - 1)$ é equivalente à recursividade

Indução fraca:

① Passo base: $n = 1$, tem que $f(1) = \frac{1}{2}(3^1 - 1) = 1$, logo, $P(1)$ é verdadeiro

② Hipótese Indutiva: suponha um $k \in \mathbb{N}^*$ e que $f(k) = \frac{1}{2}(3^k - 1)$

③ Passo Indutivo: Provar que $f(k+1) = \frac{1}{2}(3^{k+1} - 1)$

$f(k+1) = 3f(k+1-1) + 1$, pela definição de $f(n)$

$= 3f(k) + 1$

$= 3\left(\frac{1}{2}(3^k - 1)\right) + 1$ Aplicando a H.I.

$= \frac{3}{2}(3^k - 1) + 1$

$= \frac{3(3^k - 1) + 2}{2}$ Provando $f(k+1)$

$= \frac{3^k - 3 + 2}{2} = (3^k - 1) \cdot \frac{1}{2}$

Conclusão?

FORONI