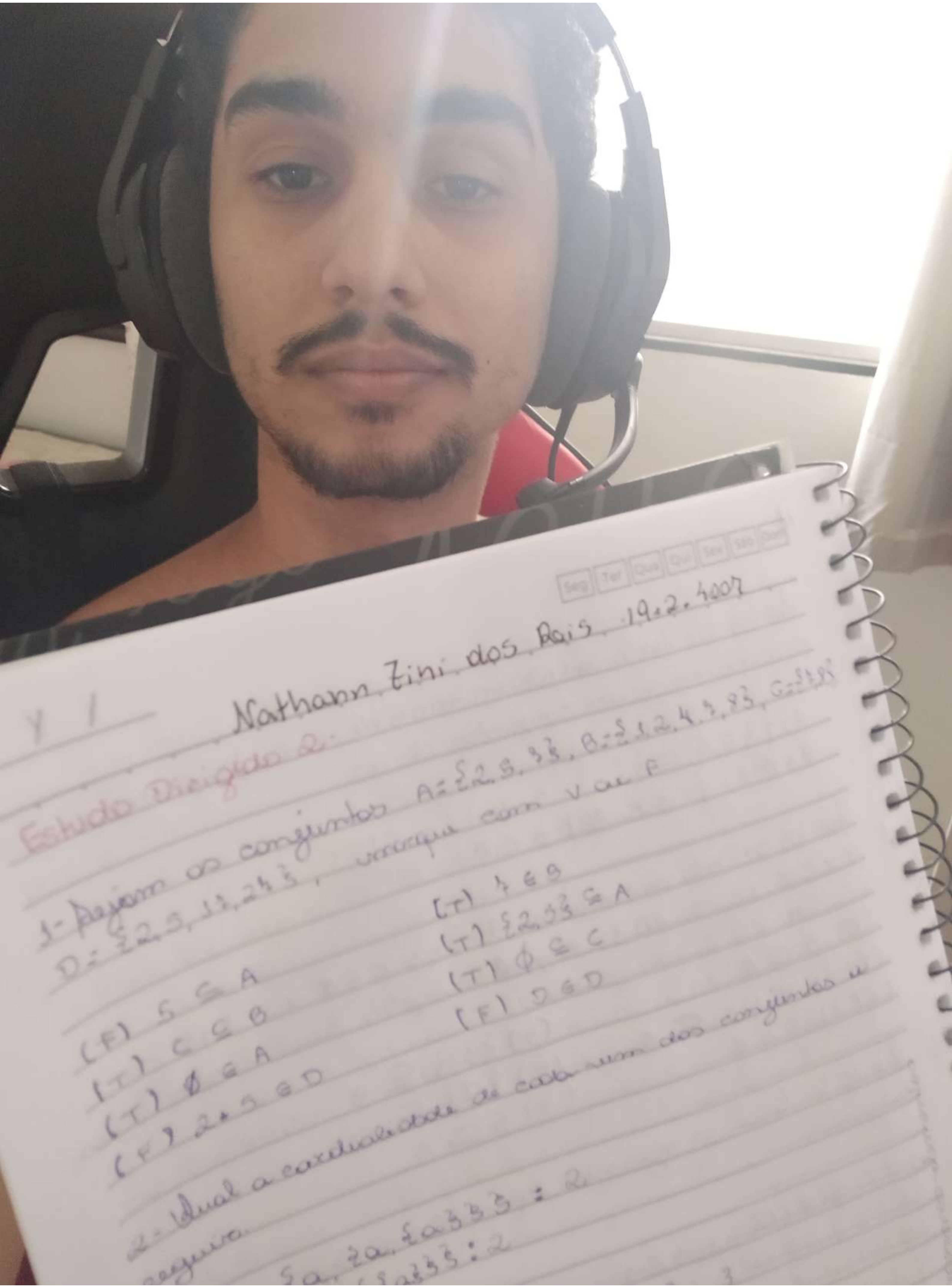
Nathann Zini dos Reis 19.2.2007
Estudo Dirigido 2:
1- Sejam os conjuntos A = {2, 5, 7}, B = {1, 2, 4, 7, 8}, C = {7, 8}
D = {2, 5, {1}, {2}}, marque com V ou F
(F) 5 ⊆ A
(T) C ⊆ B
(T) ∅ ∈ A
(F) 2, 5 ∈ D
(T) 7 ∈ B
(T) {2, 5} ⊆ A
(T) ∅ ⊆ C
(F) D ∈ D
2- Qual a cardinalidade de cada um dos conjuntos a seguir:
{a, {a}} : 2

Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sáb | Dom

/ /

Nathann Zini dos Reis 19.2.2007

Estudo Dirigido 2.

1- Sejam os conjuntos $A = \{2, 5, 7\}$, $B = \{1, 2, 4, 7, 8\}$, $C = \{7, 8\}$, $D = \{2, 5, 17, 27\}$, marque com V ou F

(F) $5 \subseteq A$ (T) $7 \in B$

(T) $C \subseteq B$ (T) $\{2, 5\} \subseteq A$

(T) $\emptyset \in A$ (T) $\emptyset \subseteq C$

(F) $2 + 5 \in D$ (F) $D \in D$

2- Qual a cardialidade de cada um dos conjuntos a seguir.

a) $S = \{a, \{a, \{a\}\}\}$: 2

b) $S = \{a, \{\{a\}\}\}$: 2

c) $S = \{\emptyset\}$: 1

d) $S = \{a, \{\emptyset\}, \emptyset\}$: 3

e) $S = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}$: 3

3- Quais são verdadeiros ou falsos

(T) Se $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$, então $A = B$, pois ambos assumem os mesmos elementos

(T) $\emptyset = \{\emptyset\}$ pois é o mesmo elemento

(F) $\{\emptyset\} = \{0\}$, pois 0 é um elemento

(T) $\{\emptyset\} = \{\{\emptyset\}\}$, pois

(F) Se $A \neq B$ e $B \neq C$, então $A \neq C$, pois A pode assumir elementos iguais a C e ainda assim ambos serem diferentes de B.

(T) $\emptyset \in \{\emptyset\}$, pois vazio pertence a todos os conjuntos

(T) $\emptyset \subseteq A$, pois vazio é subconjunto de todos conjuntos

FORONI

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom / /

Nathann Zini dos Reis 19. 2. 2007

(T) $\emptyset \in A$, pois vazio pertence a todos os conjuntos

(F) Se $A \subset B$ e $B \subseteq C$, então $A \subset C$, pois B não necessariamente todos os elementos de C

(F) Se $A \in B$ e $B \not\subseteq C$, então $A \subseteq C$, pois A está dentro de B, mas B não está dentro do C, então $A \notin C$.

4- O que se pode dizer do conjunto S e $P(S) = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}$?

Pode-se concluir que é uma representação de conjunto de potência, cujo conjunto é $S = \{x, y\}$, de cardinalidade 2 e 4 subconjuntos

5- Prove que, se $P(A) = P(B)$, então $A = B$

Hipotese: $P(A) = P(B)$

Conclusão: $A = B$

Definições:

- Conjunto de potência: $P(A) \to \{x \mid x \subseteq A\}$
- Igualdade: $A = B \leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$

Prova Direta:

1- Por definição, $P(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$ e $P(B) = \{x \mid x \subseteq B\}$

2- Por definição, se $P(A) = P(B)$, então $(P(A) \subseteq P(B)) \wedge (P(B) \subseteq P(A))$

3- Logo, se todos os subconjuntos estão contidos uns nos outros, eles possuem os mesmos elementos.

4- Portanto, já que todos os elementos são iguais, $A = B$

C.q.d.

Seg Ter Qua Qui

/ /

Nathany Zini dos Reis 19.2.2027

6- Prove que, se $(A \cap B) \subseteq A$, sem que A e B são conjuntos arbitrários.

1. Assuma um elemento arbitrário x, sem que $x \in A$.

2. Por definição de intersecção, $A \cap B = \{x \mid x \in A \land x \in B\}$

3. Assume-se que x é um elemento da intersecção de A e B, logo $x \in A \land x \in B$.

4. Por definição de contingência, $(A \cap B) \subseteq A \leftrightarrow \forall x (x \in A \cap B \rightarrow x \in A)$. Se x pertence a $A \cap B$, então pertence a A. logo $A \cap B \subset A$.

7- Prove que, se $A \cup B = A - B$, então $B = \emptyset$

Hipótese: $P \land \neg Q \rightarrow F$

- $P = A \cup B = A - B$
- $\neg Q = B \neq \emptyset$

Definição de união: $A \cup B \leftrightarrow \forall x \{x \mid x \in A \lor x \in B\}$

Definição de diferença: $A - B \leftrightarrow \forall x \{x \mid x \in A \land x \notin B\}$

Definição de igualdade: $A = B$, então $(A \subseteq B) \land (B \subseteq A)$

Prova por contradição

1. por definição, $A \cup B \leftrightarrow \{x \mid x \in A \lor x \in B\}$

2. por definição, $A - B \leftrightarrow \{x \mid x \in A \land x \notin B\}$

3. Aplicando a comutatividade, a negação e a implicação, tem-se que $x \in A \land x \notin B \equiv x \in B \rightarrow x \in A$

4. por definição de igualdade, $A \cup B \subseteq A - B \land A - B \subseteq A \cup B$.

5. uma vez que $x \in A \lor x \in B$ e se $x \in A$, $x \in B$, mas se $x \in B \rightarrow x \in A$, tem que $B \subset A$ e $B = \emptyset$.

6. $B \neq \emptyset \land B = \emptyset$ é um absurdo.

Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom

/ /

Nathann Zini dos Reis 19.2.2007

Questão 8 - Prove as identidades usando as leis Algébricas para conjuntos

a-) $(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A$

$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \equiv A \cup (B \cap \bar{B})$ {distributividade}

$\equiv A \cup \emptyset$ {Prop. do complemento}

$\equiv A$ {Exist. do conjunto vazio}

b-) $(A \cup C) \cap [(A \cap B) \cup (\bar{C} \cap B)] = A \cap B$

$(A \cup C) \cap [B \cap (A \cup \bar{C})]$ {distributividade}

$[(A \cup C) \cap (A \cup \bar{C})] \cap B$ {Associatividade}

$[A \cup (C \cap \bar{C})] \cap B$ {distributividade}

$[A \cup \emptyset] \cap B$ {Prop. do complemento}

$A \cap B$ {Exist. do conj. vazio}

c-) $A \cap (B \cap \bar{A}) = B \cap A$

$(A \cap B) \cap (A \cap \bar{A})$ {distributividade}

$(A \cap B) \cap \emptyset$ {Prop. do complemento}

$A \cap B$ {Exist. do conj. vazio}

$B \cap A$ {Comutatividade}