



Resumo 1 - EDII

Aluno: Nathann Zini dos Reis

Matrícula: 19.2.4007

Aula 3 - Introdução sobre pesquisa externa e acesso sequencial indexado

Conceito: A finalidade da pesquisa externa é fazer, de forma mais eficiente, para cada caso, a busca de dados que, devido ao tamanho, estão em memória secundária (ou não estão na memória principal).

Na pesquisa externa, a métrica de complexidades é o número de transferências de dados entre as memórias principal e secundária, diferindo da pesquisa interna que mede a complexidade pelo número de movimentações e comparações.

Sistema de paginação

É um sistema que consiste em estratégias que pode promover a implementação eficiente de métodos de pesquisa externas.

Um bloco de memória é nomeado de página. Para diminuir o número linear de transferências da memória secundária para a principal, os arquivos em memórias secundárias é divididos em blocos de memórias (páginas) e transferir o bloco inteiro, ao invés de cada um arquivo, diminuindo, portanto, o número de transferência.

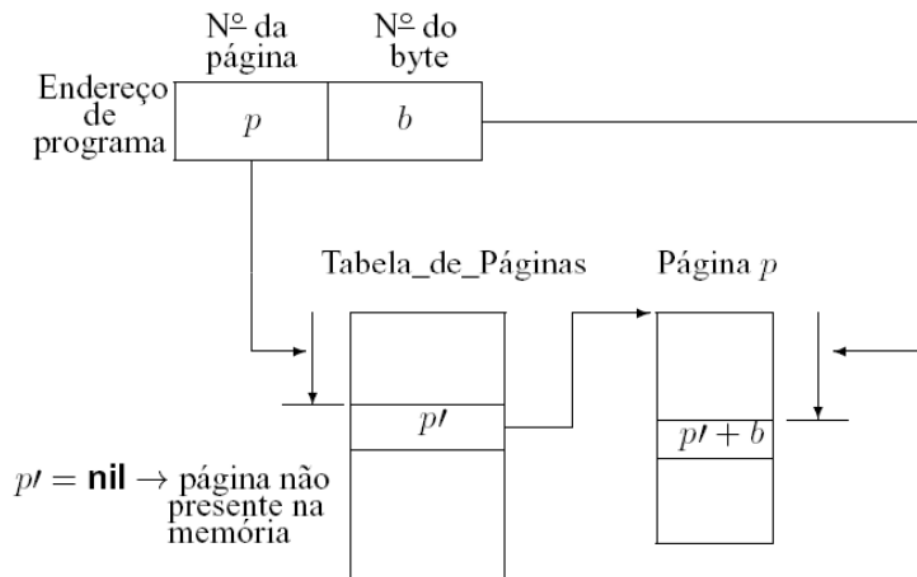
É importante fazer o mapeamento de endereços da memória para saber se o endereço/arquivo que quer procurar/achar em memória secundária já não está em memória principal. A referência para o bloco de memória/páginas é feita por bits que vão representar a página e depois ao item dentro da páginas. Ex:

----|--

página | ítem

Método da tabela de páginas para verificar se a página se encontra ou não na memória principal; Nessa tabela vai conter o endereço da página e um valor que indica se ele se encontra na memória principal (#) ou se ele não se encontra na memória principal (NULL).

Sistema de Paginação



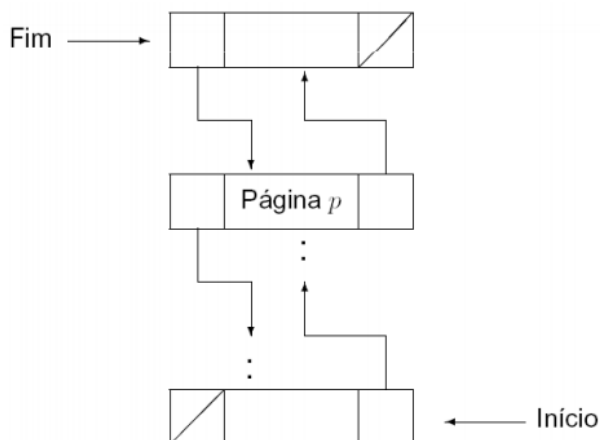
Caso a página não se encontre na memória principal, deverá, portanto, carregar da memória secundária a página desejada. Caso a memória principal esteja cheia, tem-se que tirar alguma página que esteja lá dentro. Para isso, é melhor e mais correto retirar a página que menos foi utilizada ou foi utilizada por último. Uma estratégia é organizar a tabela de páginas como uma fila, colocando sempre no início da fila a pagina que foi utilizada. Dessa forma, a que estiver em último da fila é a que foi menos utilizada.

Sistema de Paginação

■ Políticas de remoção de páginas da memória principal:

■ Menos Recentemente Utilizada (LRU):

- Remove a página menos recentemente utilizada.
- Princípio: comportamento futuro deve seguir o passado recente.



Funcionamento:

- Toda vez que uma página é utilizada, ela é colocada no fim da fila.
- A página que está no início da fila é a página LRU.
- A nova página trazida da memória secundária deve ser colocada na moldura que contém a página LRU.

8

Acesso Sequencial Indexado

é um método em que cada item é lido sequencialmente por meio de uma chave de pesquisa (um index). Para aumentar a eficiência o arquivo deve estar ordenado pelo campo chave/index;

Antes de realizar a busca, deve ser feito o "pré processamento" que é um vetor que vai ser armazenado o número da página e a chave do primeiro item (que vai ser o menor valor, pois está ordenado)

3	14	25	41
1	2	3	4

1

3	5	7	11
---	---	---	----

 2

14	17	20	21
----	----	----	----

 3

25	29	32	36
----	----	----	----

 4

41	44	48
----	----	----

Após encontrar qual a página desejada através da verificação pela chave dos itens, deverá carregar essa página para memória principal. Ao abrir o arquivo, o ponteiro estará sempre no início. Portanto deverá mover o ponteiro para a página/bloco desejado. Para tanto, deverá pular o paginas * o tamanho de cada página utilizando o fseek e ler com o fread.

exemplo de estrutura para tabela:

Acesso Sequencial Indexado

```
#include <iostream>
#include <stdio.h>
using namespace std;

#define ITENSPAGINA 4
#define MAXTABELA 100

// definição de uma entrada da tabela de índice das páginas
typedef struct {
    int posicao;
    int chave;
} tipoindice;

// definição de um item do arquivo de dados
typedef struct {
    char titulo[31]; int chave; float preco;
} tipoitem;

// continuando ...
```

Exemplo de geração de tabela de índice:

```
// gera a tabela de índice das páginas
cont = 0; pos = 0;
while (fread(&x, sizeof(x), 1, arq) == 1) {
    cont++;
    if (cont%ITENSPAGINA == 1) {
        tabela[pos].chave = x.chave;
        tabela[pos].posicao = pos+1;
        pos++;
    }
}
```

porém não é o mais eficiente, pois passa por todos os itens desnecessariamente. Uma alternativa é ao invés de ler item por item, lê a pagina toda e coloca a chave do primeiro item lido na tabela;

Ao fazer a pesquisa, é importante verificar se o item que deseja achar não é menor que o primeiro item da primeira pagina e também verificar se a ultima pagina não está cheia.

Aula 4 - Árvore binária de pesquisa externa e árvore B

Conceito de Árvore binária de pesquisa

- é uma estrutura de dados que consiste em um "struct" que contem um dado/item e duas referências para seus "filhos", um à esquerda e um à direita. E cada um desses filhos contém seus próprios itens e referências aos filhos deles. Até o último filho apontar para nulo, ou seja, não tem mais filhos, mas folhas.

- para simular o comportamento do dado da árvore sendo guardado em memória principal, na memória secundária, ou arquivo, ao invés de guardar apenas o item, deve se guardar também dois outros valores representando se há ou se não há filhos para aquele nó. caso haja, coloque o valor referente a posição que o filho daquele nó está no arquivo à medida que você vá adicionando valores na árvore.

Introdução à Árvore B

Árvore B é um tipo de árvore n-ária, ou seja, ela pode ter mais que dois filhos, ao contrário da árvore binária.

propriedades de controles de quantidades de filhos por página/nó e itens

■ Em uma árvore B de ordem **m**, tem-se:

- página raiz: contém entre **1** e **2m** itens;
- demais páginas: contém, no mínimo, **m** itens e **m+1** descendentes e, no máximo, **2m** itens e **2m+1** descendentes;
- páginas folhas: aparecem todas no mesmo nível;
- itens: aparecem dentro de uma página em ordem crescente, de acordo com suas chaves, da esquerda para a direita.

Por exemplo, em uma árvore B de ordem 3, o nó raiz, ou página raiz, contém de 1 a 6 itens. as demais páginas contém, no mínimo de 3 itens e 4 descendentes e, no máximo, 6 itens e 7 descendentes;

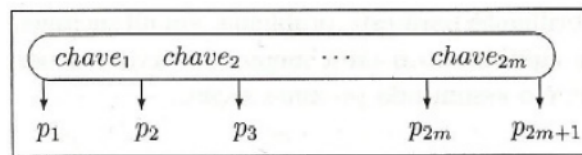
Ou seja, todas as páginas da árvore B tem a mesma quantidade máxima de itens; A raiz é a única que pode ter um item só. A quantidade de filhos dependem da quantidade de itens que a página possui, sempre terá 1 filho a mais que a quantidade de itens. Exemplo: 3 itens → 4 filhos...

Para realização de pesquisa dentro de uma árvore B, terá que comparar se o valor está antes do primeiro item da página, ou depois do último, ou se é intermediário entre dois itens da mesma página, e então seguir para o

página que o apontador em questão referencia até achar o item desejado. Caso não ache e chegue em apontador NULO, é porque a busca não foi sucedida.

A página, ou nó, é guardado na memória através de um struct composto por um vetor de Registro tamanho $2m$ (cada registro tem uma chave e outros componentes) e outro vetor de Apontador tamanho $2m+1$ que é do tipo página capaz de guardar ponteiros que referenciam à outra página

■ Forma geral de uma página de uma árvore B de ordem m :



```

typedef long TipoChave;

typedef struct TipoRegistro {
    TipoChave Chave;
    /* outros componentes */
} TipoRegistro;

typedef struct TipoPagina* TipoApontador;

typedef struct TipoPagina {
    short n;
    TipoRegistro r[MM];
    TipoApontador p[MM + 1];
} TipoPagina;

```

Pesquisa dentro da Árvore B

Árvore B: Pesquisa

```
void Pesquisa(TipoRegistro *x, TipoApontador Ap)
{ long i = 1;
  if (Ap == NULL)
  { printf("TipoRegistro nao esta presente na arvore\n");
    return;
  }
  while (i < Ap->n && x->Chave > Ap->r[i-1].Chave) i++;
  if (x->Chave == Ap->r[i-1].Chave)
  { *x = Ap->r[i-1];
    return;
  }
  if (x->Chave < Ap->r[i-1].Chave)
  Pesquisa(x, Ap->p[i-1]);
  else Pesquisa(x, Ap->p[i]);
}
```

Pesquisa sequencial para se encontrar o intervalo desejado

Verifica se a chave desejada foi localizada

Ativação recursiva da Pesquisa em uma das subárvores (esquerda ou direita)

26

Ao realizar uma pesquisa, você analisa quantos itens tem dentro da página e ao mesmo tempo, item por item da pagina, analisa se ele é maior que o item desejado para saber se ele está ou não naquela página. Caso não esteja, verifica qual a posição intermediária que o item desejado está dentro da página para saber qual apontador deve ser acessado para chegar no item desejado. Ao achar o item, passa ele por referência e finaliza a recursividade.

Para a impressão da árvore B, basta verificar cada item de cada página se ele possui filho à esquerda até chegar à folha, e imprime os valores. Dessa forma, imprime os valores em ordem crescente.

Caminhamento

Árvore B: Caminhamento

```
void Imprime(TipoApontador arvore){
    int i = 0;

    if (arvore == NULL) return;

    while (i <= arvore->n) {
        Imprime(arvore->p[i]);
        if (i != arvore->n)
            cout << arvore->r[i].Chave << " ";
        i++;
    }
}
```

Aula 5 - Árvore B (inserção)

características da árvore B :

- cada nó, com exceção da raiz, que pode ter 1 item, tem de m a $2m$ itens e $m+1$ a $2m+1$ filhos.
- todas as folhas estão no mesmo nível, ou seja, a árvore é sempre balanceada.

Princípio da inserção:

- Para inserir um item na árvore, deve-se, similarmente à árvore binária, percorrer a árvore analisando se o valor é maior ou menor

que o item a ser inserido até chegar na página em que desejamos inserir.

- Se a página em que deseja-se inserir um novo item não estiver vazia, pode-se apenas inserir o novo item nela;
- Caso a página esteja cheia, mas o pai dela não estiver, basta apenas dividir a página em duas criando uma nova página, colocando os dois valores maiores na nova página, os item novo inserido vai ser inserido na página e o valor do meio é subido para o pai desse página e o seu apontador a esquerda aponta para a página antiga, agora com 2 números (o novo item e o menor item que já existia na página anteriormente) e o apontador à direita aponta para a nova página criada com os outros dois maiores valores da página anteriormente.
- Quando tanto a página quanto os pais estiverem cheios ao fazer a inserção de um novo item, deverá dividir a raiz em duas páginas e criar uma nova raiz, caracterizando, portanto, o crescimento da árvore. **(A árvore sempre cresce para cima, a fim de manter o balanceamento)**

Processo de Inserção:

```

void Insere(TipoRegistro Reg, TipoApontador *Ap)
{ short Cresceu;
  TipoRegistro RegRetorno;
  TipoPagina *ApRetorno, *ApTemp;
  Ins(Reg, *Ap, &Cresceu, &RegRetorno, &ApRetorno);
  if (Cresceu) /* Arvore cresce na altura pela raiz */
  { ApTemp = (TipoPagina *)malloc(sizeof(TipoPagina));
    ApTemp->n = 1;
    ApTemp->r[0] = RegRetorno;
    ApTemp->p[1] = ApRetorno;
    ApTemp->p[0] = *Ap;  *Ap = ApTemp;
  }
}

```

- A variável "Cresceu" é responsável para verificar se foi encontrada a página folha (True) para a inserção ou não (False). E também é usada para saber se foi necessário criar uma nova raiz, ou seja, se aumentou o nível da árvore;
- RegRetorno é o registro que foi/vai ser adicionado na página e o apRetorno é o filho à direita do registro retornado e o ApTemp é a nova página criada

```

void Ins(TipoRegistro Reg, TipoApontador Ap, short *Cresceu,
          TipoRegistro *RegRetorno, TipoApontador *ApRetorno)
{ long i = 1; long j;
  TipoApontador ApTemp;
  if (Ap == NULL)
  { *Cresceu = TRUE; (*RegRetorno) = Reg; (*ApRetorno) = NULL;
    return;
  }
  while ( i < Ap->n && Reg.Chave > Ap->r[i-1].Chave) i++;
  if (Reg.Chave == Ap->r[i-1].Chave)
  { printf(" Erro: Registro ja esta presente\n"); *Cresceu = FALSE;
    return;
  }
}

```

- Primeiramente verifica se a árvore é vazia, se for vazia, indica que cresceu para no método anterior se crie uma nova raiz ou se caso já tenha sido chamada recursivamente, criar uma nova pagina;
- a variável **i** vai representar onde, na página, que irá ser inserido o novo valor;
- verifica se o item já existe;

```

if (Reg.Chave < Ap->r[i-1].Chave) i--;
Ins(Reg, Ap->p[i], Cresceu, RegRetorno, ApRetorno);
if (!*Cresceu) return;
if (Ap->n < MM)    /* Pagina tem espaco */
    { InereNaPagina(Ap, *RegRetorno, *ApRetorno);
      *Cresceu = FALSE;
      return;
    }
/* Overflow: Pagina tem que ser dividida */
ApTemp = (TipoApontador)malloc(sizeof(TipoPagina));
ApTemp->n = 0; ApTemp->p[0] = NULL;

```

- Agora verifica se o item vai ser adicionado antes ou depois do próximo valor da pagina e chama recursivamente a própria função para adicionar na página até que haja espaço ou tenha encontrado a folha para então dividi-la em duas folhas/paginas;
- Verifica se a folha foi encontrada, e adiciona na pagina folha caso haja espaço; Se não houver espaço, cria-se uma nova pagina temporária;

```

if ( i < M + 1)
{ InereNaPagina(ApTemp, Ap->r [MM - 1], Ap->p[MM]);
  Ap->n--;
  InereNaPagina(Ap, *RegRetorno, *ApRetorno);
}
else InereNaPagina(ApTemp, *RegRetorno, *ApRetorno);
for ( j = M + 2; j <= MM; j++)
  InereNaPagina(ApTemp, Ap->r [j - 1], Ap->p[j]);
Ap->n = M;  ApTemp->p[0] = Ap->p[M+1];
*RegRetorno = Ap->r [M];  *ApRetorno = ApTemp;
}

```

- Então analisa se o item que deseja inserir é menor ou maior que a primeira metade da pagina folha, caso seja, o ultimo item dessa pagina é inserido na temporaria, e o novo item é inserido na página.
- é passado para a página temporária os demais itens da segunda metade da pagina anterior;
- após isso, a pagina é setada a quantidade de elementos para a quantidade minima M, retorna o item do meio que terá que ir para a pagina pai; e retorna o ponteiro para a nova pagina temporária que foi criada com a segunda metade dos itens da pagina;
- caso a pagina pai esteja incompleta, apenas é adicionada o item que era do meio da pagina filha e o apontador direito apontando pra nova pagina que foi criada; Caso o pai esteja cheio o processo é repetido até encontrar uma pagina que não esteja cheia ou então criar uma nova raiz;

```

void InsereNaPagina(TipoApontador Ap,
                    TipoRegistro Reg, TipoApontador ApDir)
{ short NaoAchouPosicao;
  int k;
  k = Ap->n; NaoAchouPosicao = (k > 0);
  while (NaoAchouPosicao)
  { if (Reg.Chave >= Ap->r[k-1].Chave)
    { NaoAchouPosicao = FALSE;
      break;
    }
    Ap->r[k] = Ap->r[k-1];
    Ap->p[k+1] = Ap->p[k];
    k--;
    if (k < 1) NaoAchouPosicao = FALSE;
  }
  Ap->r[k] = Reg;
  Ap->p[k+1] = ApDir;
  Ap->n++;
}

```

O inserir na pagina funciona adicionando um novo item na pagina, caso a pagina estiver vazia, e atribuindo null para o apontador a direita desse item e incrementando a quantidade de itens nessa pagina; Caso a pagina contenha algum valor, é verificado em qual posição da pagina o item vai ser adicionado antes de o fazer;

Aula 6 - Árvore B: Remoção

Características da remoção:

- Apenas podem ser removidos itens que estejam localizados nas folhas;

- Importante lembrar que deve-se sempre ser mantido a propriedade de que as páginas devem ter pelo menos M itens cada (não podem ter apenas 1 item);
- Caso ao remover um item da página folha ela fique com menos que o mínimo permitido de itens, deve-se pegar "emprestado" com uma página irmã, caso ela possa emprestar (ou seja, tenha pelo menos $M+1$ itens); desse modo, o valor mais a direita, ou o mais a esquerda dependendo, da página irmã, sobe para a página pai e o valor mais a esquerda ou o mais a direita anteriormente dessa página pai, desce para a página de onde foi removido o item;
- Se nenhuma página irmã puder emprestar um item, a página irmã é fundida com a página cujo item foi removido juntamente com registro que intermedia essas duas páginas;
- A análise é feita novamente para a página pai para verificar se ela satisfaz a condição de ter pelo menos M itens; Caso ela não tenha pelo menos M itens, ela pega "emprestado" com a irmã se puder, caso não possa, essa página é fundida com a irmã e o registro intermediária da página pai e a verificação é feita novamente com a página pai até que a condição seja satisfeita ou então a raiz fique vazia e seja eliminada, tornando o primeiro filho a nova raiz;
- Caso o item que deseja-se remover não seja um registro da folha, deve-se ser trocado com o registro mais a esquerda do filho a direita ou com o registro mais a direita do filho a esquerda até que ele chegue na folha e seja removido;
- A casos de que uma página irmã possa emprestar um registro enquanto a outra irmã teria que fazer a fusão. Localmente, o empréstimo é melhor e mais rápido, porém, a longo prazo, a fusão é melhor no sentido de que diminuirá o número de páginas e eventualmente diminuirá o tamanho/nível da árvore;


```

void Retira(TipoChave Ch, TipoApontador *Ap)
{
    short Diminuiu;
    TipoApontador Aux;
    Ret(Ch, Ap, &Diminuiu);
    if (Diminuiu && (*Ap) != 0) /* Arvore diminui na altura */
    {
        Aux = *Ap;
        *Ap = Aux->p[0];
        free(Aux);
    }
}

```

"Diminuiu" indica se uma quantidade menor do que **m** itens passa a ocupar a página.

Método para iniciar a remoção do item; No fim, verifica se a raiz da árvore está vazia. Caso esteja, o primeiro filho é feito como nova raiz e logo a árvore diminui de tamanho;

```

void Ret(TipoChave Ch, TipoApontador *Ap, short *Diminuiu)
{
    long j, Ind = 1;
    TipoApontador Pag;
    if (*Ap == NULL)
    {
        printf("Erro: registro nao esta na arvore\n");
        *Diminuiu = FALSE;
        return;
    }
}

```

Primeiro verifica se a árvore é nula;

```

Pag = *Ap;
while (Ind < Pag->n && Ch > Pag->r[Ind-1].Chave) Ind++;
if (Ch == Pag->r[Ind-1].Chave)
{ if (Pag->p[Ind-1] == NULL)    /* TipoPagina folha */
  { Pag->n--;
    *Diminuiu = (Pag->n < M);
    for (j = Ind; j <= Pag->n; j++)
      { Pag->r[j-1] = Pag->r[j];  Pag->p[j] = Pag->p[j+1]; }
    return;
  }
  /* TipoPagina nao e folha: trocar com antecessor */
  Antecessor(*Ap, Ind, Pag->p[Ind-1], Diminuiu);
  if (*Diminuiu)
    Reconstitui(Pag->p[Ind-1], *Ap, Ind - 1, Diminuiu);
  return;
}
/* continua ... */

```

47

```

if (Ch > Pag->r[Ind-1].Chave) Ind++;
Ret(Ch, &Pag->p[Ind-1], Diminuiu);
if (*Diminuiu) Reconstitui(Pag->p[Ind-1], *Ap, Ind - 1, Diminuiu);
}

```

Primeiro, similarmente à inserção, a árvore é percorrida até que seja encontrada o valor que deseja ser removido; Faz a verificação se a página é folha ou não, caso seja folha, o item é apenas removido e verifica se a pagina tem a quantidade mínima ou não de itens. Caso tenha, nada é feito e a função apenas é finalizada, caso não tenha a quantidade mínima, é chamado o método de reconstituir através do verificador "diminui";

```

void Reconstitui(TipoApontador ApPag, TipoApontador ApPai,
                int PosPai, short *Diminuiu)
{ TipoPagina *Aux; long DispAux, j;
  if (PosPai < ApPai->n) /* Aux = TipoPagina a direita de ApPag */
  (*) { Aux = ApPai->p[PosPai+1]; DispAux = (Aux->n - M + 1) / 2;
      ApPag->r[ApPag->n] = ApPai->r[PosPai];
      ApPag->p[ApPag->n + 1] = Aux->p[0]; ApPag->n++;
  (**) if (DispAux > 0) /* Existe folga: transfere de Aux para ApPag */
      { for (j = 1; j < DispAux; j++)
          InsereNaPagina(ApPag, Aux->r[j - 1], Aux->p[j]);
        ApPai->r[PosPai] = Aux->r[DispAux - 1]; Aux->n -= DispAux;
        for (j = 0; j < Aux->n; j++) Aux->r[j] = Aux->r[j + DispAux];
        for (j = 0; j <= Aux->n; j++) Aux->p[j] = Aux->p[j + DispAux];
        *Diminuiu = FALSE;
  (**) }
}
/* continua ... */

```

- o valor posPai recebe a posição do ponteiro da pagina filho (Para saber qual a posição que o filho está na página pai);
- é verificado se há filho à direita/ pagina irmã para pegar emprestado ou fundir com ela, usando a posição da pagina filho e verificando a quantidade de elementos que o pai tem; se a posição for menor que a quantidade de itens é porque há paginas irmã a direita;
- é atribuído à aux o apontador da pagina irmã a direita e o DispAux é a quantidade de itens que podem ser emprestados da pagina irmã;
- é verificado então se há itens a ser emprestado, caso tenha é feito a transferência do elemento mais a esquerda da pagina irmã para a pagina pai;
- Caso não tenha itens para emprestar é feito a fusão;

```

else /* Fusao: intercala Aux em ApPag e libera Aux */
{ for (j = 1; j <= M; j++) InereNaPagina(ApPag, Aux->r[j-1], Aux->p[j]);
  free(Aux);
  (**) for (j = PosPai + 1; j < ApPai->n; j++)
        { ApPai->r[j-1] = ApPai->r[j]; ApPai->p[j] = ApPai->p[j+1]; }
  ApPai->n--;
  if (ApPai->n >= M) *Diminuiu = FALSE;
}
(*)

```

- é adicionado na pagina filho todos os elementos da pagina irmã e a pagina irmã é liberada e a pagina pai é remanejada movendo para esquerda todos os elementos seguintes; e verifica se a pagina pai tem a quantidade mínima de elementos. Caso tenha, diminui recebe FALSE e nada é feito, caso não tenha, diminui recebe TRUE e o mesmo processo é feito para a pagina pai;

```

else /* Aux = TipoPagina a esquerda de ApPag */
  (*) { Aux = ApPai->p[PosPai-1]; DispAux = (Aux->n - M + 1) / 2;
      for (j = ApPag->n; j >= 1; j--) ApPag->r[j] = ApPag->r[j-1];
      ApPag->r[0] = ApPai->r[PosPai-1];
      for (j = ApPag->n; j >= 0; j--) ApPag->p[j+1] = ApPag->p[j];
      ApPag->n++;
      if (DispAux > 0) /* Existe folga: transf. de Aux para ApPag */
        (***) { for (j = 1; j < DispAux; j++)
                InereNaPagina(ApPag, Aux->r[Aux->n - j],
                              Aux->p[Aux->n - j + 1]);
              ApPag->p[0] = Aux->p[Aux->n - DispAux + 1];
              ApPai->r[PosPai-1] = Aux->r[Aux->n - DispAux];
              Aux->n -= DispAux; *Diminuiu = FALSE;
            }
        (***)

```

/* continua ... */

```

else /* Fusao: intercala ApPag em Aux e libera ApPag */
{
  (***)
  for (j = 1; j <= M; j++)
    InereNaPagina(Aux, ApPag->r[j - 1], ApPag->p[j]);
  free(ApPag); ApPai->n--;
  if (ApPai->n >= M) *Diminuiu = FALSE;
}
(***)
}
(*)

```

similarmente ao processo feito com a página irmã à direita, buscando seu elemento mais a esquerda ou então fazendo a fusão, o mesmo é feito para página irmã à esquerda, buscando seu elemento mais a direita ou então fazendo a fusão;

Aula 7 - Árvore B*

Árvore B* é uma das várias maneiras de implementar uma árvore B;

é importante lembrar que, apesar do método de implementação da árvore B, todas as propriedades bases da árvore B devem ser mantidas;

Características adicionais:

- Todos os itens de uma árvore B* **devem** estar armazenados em páginas folhas;
- é dividida na segunda estrutura:
 - uma estrutura que possuem TODOS os apontadores da árvore até chegar na página folha; Todos os itens dessa estrutura não são itens uteis, ou seja, não estão de fato indexado no arquivo, eles servem de base de comparação para fazer o caminhamento dentro da árvore até chegar nos itens uteis (as paginas folhas), ou seja, são apenas chaves de comparação;

- Outra diferença é que as chaves dos filhos a esquerda são sempre menores que a chave pai e a da direita não mais é maior, mas maior ou igual a chave pai;
- opcionalmente, pode-se colocar um apontador em cada página folha apontando para a próxima página folha a fim de fazer acesso indexado sequencial;
 - é mais eficiente para caso que queiras imprimir, por exemplo, todos os itens de uma árvore, já que só é imprimido valores das páginas folhas;
- A pesquisa é feita de modo que sempre para nas páginas folhas, onde estão os itens, diferentemente da árvore B que para ao achar o item em qualquer nível;
- A árvore é armazenada de maneira diferente:
 - 1º parte: páginas internas, referente a estruturas que guardam as chaves e os apontadores. São guardados a quantidade n de chaves na página, vetor de chaves e vetor de apontadores;
 - 2º parte: páginas externas, referentes as páginas folhas;. Será guardado a quantidade n de itens e o vetor de registros;
- para tratar o fato de o apontador poder apontar para diferentes tipo de estruturas, usa-se o typedef enum que vai enumerar as possibilidades de um tipo, no caso, tipos de páginas;

```

typedef long TipoChave;

typedef struct TipoRegistro {
    TipoChave Chave;
    /* outros componentes */
} TipoRegistro;

typedef enum {Interna, Externa} TipoIntExt;

typedef struct TipoPagina* TipoApontador;


typedef struct TipoPagina {
    TipoIntExt Pt;
    union {
        struct {
            int ni;
            TipoChave ri[MM];
            TipoApontador pi[MM + 1];
        } U0;
        struct {
            int ne;
            TipoRegistro re[MM2];
        } U1;
    } UU;
} TipoPagina;

```

- a variável Pt do tipo `IntExt` recebe os valores predefinidos no `typedef` `enum`, ou seja, recebem ou interna ou externa;
- o union limita o uso da estrutura dependendo do tipo do apontador que será controlado pela variável UU; Quando usar-se o U0, será utilizado a primeira estrutura das paginas internas. Analogamente, ao usar-se o U1, será utilizado a segunda estrutura das paginas externas;
- importante perceber que, como as estruturas das paginas internas e externas são diferentes, a ordem de cada pagina não necessariamente deve ser a mesma; Como no exemplo a cima, o tamanho do vetor de registros nas páginas externas pode ser maior que a quantidade máxima de chaves nas paginas internas; exemplo, arvore de ordem $m=2$ o máximo de itens por pagina internas é de $2m = 4$; nas páginas externas podem ser $mm2 = 8$, por exemplo;

Pesquisa:

```
void Pesquisa(TipoRegistro *x, TipoApontador *Ap)
{
    int i;
    TipoApontador Pag;
    Pag = *Ap;
    if ((*Ap)->Pt == Interna)
    {
        i = 1;
        while (i < Pag->UU.U0.ni && x->Chave > Pag->UU.U0.ri[i - 1]) i++;
        if (x->Chave < Pag->UU.U0.ri[i - 1])
            Pesquisa(x, &Pag->UU.U0.pi[i - 1]);
        else Pesquisa(x, &Pag->UU.U0.pi[i]);
        return;
    }
    i = 1;
    while (i < Pag->UU.U1.ne && x->Chave > Pag->UU.U1.re[i - 1].Chave)
        i++;
    if (x->Chave == Pag->UU.U1.re[i - 1].Chave)
        *x = Pag->UU.U1.re[i - 1];
    else printf("TipoRegistro nao esta presente na arvore\n");
}
```

Pesquisa sequencial na página interna

Ativação recursiva em uma das subárvores: a Pesquisa só pára ao encontrar uma página folha.

Pesquisa sequencial na página folha

Verifica se a chave desejada foi localizada

57

Primeiramente verifica se a página em questão é uma página interna, caso seja, será feito o encaminhamento similar à árvore B dentro das páginas internas utilizando como parâmetro de comparação as chaves das páginas internas, para saber se caminha pra esquerda ou para a direita, até chegar numa página folha;

Quando encontrado a página folha que corresponde ao intervalo das chaves que esta(ria) o item desejado, será feita uma pesquisa sequencial dentro dessa página externa folha para verificar se a chave/item desejado está dentro da página folha;

Inserção:

- Para a inserção, é essencialmente do mesmo modo que a árvore B. A diferença está quando a página folha é dividida, o elemento do meio "subiria" para a página pai e sairia das páginas folhas criadas. Na árvore B*, deve ser subido APENAS a chave do item do meio, e ele não é eliminado da página folha, mas é mantido lá como elemento, comumente é mantido na página folha a direita criada;

Remoção:

- Para a remoção, é similar a remoção de uma árvore B, se mantiver a propriedade da página, o registro é apenas removido da página;
- Caso deseja-se fazer o empréstimo de uma página irmã, ao invés de mover da página irmã pro pai e o elemento do pai pra página que precisa do empréstimo, o item é movido direto da página irmã para a página que deseja o empréstimo e a chave da página pai é atualizada para o menor valor dessa página que precisou do empréstimo (ou seja, com o valor da chave do registro que foi "emprestado");
- No caso da fusão, os itens das duas páginas são juntados em uma única página, a outra página é excluída e a chave da página pai que

antes interligava as duas páginas é apenas excluído da página pai, e o mesmo é feito recursivamente para a página pai caso necessário