Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP
Departamento de Computação - DECOM
BCC101 - Matemática Discreta I
Estudo Dirigido 1
Lógica Proposicional e Lógica de Predicados

Nome: **Matrícula:**

1. **Prove as seguintes equivalências lógicas usando as propriedades da Álgebra Booleana.**

   a) $\neg(A \rightarrow \neg B) \equiv A \wedge B$

   b) $\neg(P \vee (\neg P \wedge Q)) \equiv \neg P \wedge \neg Q$

   c) $(P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow R) \equiv P \rightarrow (Q \vee R)$

2. **Deduza a tabela verdade do $\wedge$, usando o axiomas da Álgebra Booleana e a tabela verdade da negação (derivada anteriormente a partir dos axiomas). O caso true $\wedge$ true é apresentado abaixo, como exemplo. Você deve deduzir os demais casos, ou seja, true $\wedge$ false, false $\wedge$ true, false $\wedge$ false.**

$$
\begin{aligned}
\text{true} \wedge \text{true} &= \neg\text{false} \wedge \neg\text{false} && \{\text{tabela}\neg\} \\
&= \neg(\text{false} \vee \text{false}) && \{\vee - \text{ DeMorgan}\} \\
&= \neg\text{false} && \{\vee - \text{Idempotência}\} \\
&= \text{true} && \{\text{tabela}\neg\}
\end{aligned}
$$

3. **Dizer que "Guilherme não é músico ou Marcelo é professor" é, do ponto de vista lógico, dizer o mesmo que:**

   a) Se Marcelo é professor, então Guilherme é músico.

   b) Se Guilherme é músico, então Marcelo é professor.

   c) Se Guilherme não é músico, então Marcelo é professor.

   d) Se Guilherme é músico, então Marcelo não é professor.

   e) Se Guilherme não é músico, então Marcelo não é professor.

4. **Prove cada um dos subsequentes seguintes, usando as regras de inferência de Dedução Natural ou os teoremas já demonstrados em aula.**

   a) $(A \wedge \neg A) \vdash False$

   b) $B \vee (\neg B), A \rightarrow B \vdash (\neg A) \vee B$

   c) $(A \wedge (B \wedge C)) \vdash ((A \wedge B) \wedge C)$

5. **Para cada uma das fórmulas a seguir, indique se ela é verdadeira ou falsa, para cada um dos domínios de discurso indicados.**

	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{N}$	$\{0, 1\}$
$\forall x \exists y (x > y)$			
$\forall x \exists y (y > x)$			
$\exists x \forall y (x > y)$			
$\exists x \forall y (x \geq y)$			
$\exists y \forall x (x \geq y)$			
$\exists y \exists z \forall x (x = y \vee x = z)$			
$\forall x \exists y (x - y = 0)$			
$\forall x \forall y \forall z (x = y \wedge y = z \rightarrow x = z)$			
$\forall x \forall y (x \neq x \rightarrow y = 0)$			
$\forall x \exists y \exists z (x + y = z \rightarrow x = 1 \vee x = 0)$			

6. Prove o argumento $\forall x[P(x) \wedge Q(x)] \rightarrow \forall x[P(x)] \wedge \forall [xQ(x)]$.

7. Prove o argumento

$$\forall x[P(x) \vee Q(x)],\ \forall x[\neg Q(x) \vee S(x)];\ \forall x[R(x) \rightarrow \neg S(x)],\ \exists x[\neg P(x)] \vdash \exists x[\neg R(x)].$$