

Nathann Zini dos Reis 19.2.2007

Questão 2: Prove que $5^n - 1$ é divisível por 4, para todo $n \geq 0$

Indução para

① - Base: $P(0)$ é verdadeira, pois $5^0 - 1 = 0$ e 0 é divisível por 4 ✓

② - Hipótese Indutiva: Assuma um K arbitrário com que $P(K)$ é verdadeira.

tem-se $P(K) = 5^K - 1$ ✓

Utilização:

Se $P(K)$ é divisível por 4, $P(K) = 4m$. Logo,

$$5^K - 1 = 4m \Rightarrow 5^K = 4m + 1$$

③ Base Indutiva: Verificar que $P(K+1)$ é verdadeira;

$$5^{K+1} - 1 \equiv 5^K \cdot 5 - 1$$

$$\equiv (4m + 1) \cdot 5 - 1$$

$$\equiv 20m + 5 - 1$$

$$\equiv 20m + 4$$

$$\equiv 4(5m + 1) \rightarrow \text{Como } 5m + 1$$

está no conjunto de números inteiros, $5m + 1$ pode ser escrito como t

$$4(5m + 1) = 4t$$

Logo, tem-se que $5^{K+1} - 1 = 4t$, portanto $P(K+1)$ é divisível por 4, para todo $K \geq 0$. ✓