Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sáb | Dom   / /

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

Questão 2 - Prove que $5^n - 1$ é divisível por 4, para todo $n \geq 0$

Indução fraca

① - Passo base: $P(0)$ é verdadeira, pois $5^0 - 1 = 0$ e 0 é divisível por 4

② - Hipótese Indutiva: Assuma um K arbitrário com que $P(K)$ é verdadeira.

tem-se $P(K) = 5^K - 1$.

Observação:

Se $P(K)$ é divisível por 4, $P(K) = 4m$. Logo

$5^K - 1 = 4m \Rightarrow 5^K = 4m + 1$

③ Passo Indutivo: Verificar que $P(K+1)$ é verdadeira;

$$5^{K+1} - 1 = 5^K \cdot 5 - 1$$

$$= (4m+1) \cdot 5 - 1$$

$$= 20m + 5 - 1$$

$$= 20m + 4$$

$$= 4(5m+1)$$ → Como $5m$ está fechado no conjunto de números inteiros, $5m+1$ pode ser escrito como t

$4(5m+1) = 4t$.

Logo, tem-se que $5^{K+1} - 1 = 4t$, portanto $P(K+1)$ é divisível por 4, para todo $K \geq 0$.