Nathann Ein. dos Reis 19.2.4007

21/11/21

Semana 9

Integração Numérica

Seção 13.4

1- $\int_1^5 \sqrt{x-1}\,dx$ (o espaçamento entre os pontos a e b)

a-

x_i	1	5
$f(x_i)$	0	2

$h = 5-1 = 4$,

Fórmula = $I = \frac{h}{2}(y_0 + y_1)$

$I = \int_1^5 \sqrt{x-1}\,dx = \frac{4}{2}(0+2)$

$= 2 \cdot (2) = 4$,,

b- $P_1(x) = \Delta^0 f(x_0) + (x - x_0)\frac{\Delta^1 f(x_0)}{1!\,h^1}$ $h = 5$

c	$\Delta^0 f(x_0)$	$\Delta^1 f(x_0)$
1	0	2
5	2	

Substituindo polinômio interpolador

$= 0 + (x-0)\frac{2}{5}$

$= \frac{2}{5}x$ | $f(x) = \frac{2}{5}x$

$\int_1^5 \frac{2}{5}x\,dx = \frac{2}{5}\int_1^5 x\,dx = \frac{2}{5}\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^5 = \frac{24}{5} = 4{,}8$

21/11/21

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

c. Não. Os resultados se diferem por 0,8.

2.

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$f(x_i)$	0,21	0,32	0,42	0,51	0,82	0,91	1,12

$I = \int_0^6 f(x)\,dx$ $\quad h = \frac{6-0}{6} = 1$

$I = \frac{h}{2}[0,21 + 2(0,32) + 2(0,42) + 2(0,51) + 2(0,82) + 2\cdot(0,91) + 1,12]$

$I = \frac{1}{2}[1,33 + 0,64 + 0,84 + 1,02 + 1,64 + 1,82]$

$I = \frac{1}{2}[7,29] \Rightarrow I = 3,645$ u.

limite superior $= \frac{(6)^3}{12(6)^2} \cdot 2 = \frac{216}{432} \cdot 2 = 1$

$I = \int_0^6 f(x)\,dx = 3,645$ com limite superior igual a 1.

3. $\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}}\,dx$

ou $h = \frac{4-0}{8} = \frac{1}{2} = 0,5$

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x_i)$	1	0.5	0.414	0.366	0.333	0.309	0.289	0.274

$I = \int_0^4 f(x)\,dx$ $\quad h = 0,5$

21/11/21

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

$I = \frac{1}{4}[1 + 2(0.6) + 2(0.44) + 0.366]$

$I = \frac{3.194}{4} = 0,7985$

limite superior $= \frac{4^3}{12(4)^2} \cdot 3 = \frac{64}{192} \cdot 3 = 1$

$I = \int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}}\,dx = 0,7985$ com limite superior igual a 1.

b.

21/11/21

Nathanna Gini dos Reis 19.2.4005

Seção 14.2

Primeira Regra de Simpson

$$1- \int_1^4 \sqrt{x}\,dx$$

$h = \frac{4-1}{4} = 0,75 \qquad m = \frac{3}{0,75} = 4$

Tabela

i	xi	yi	ci
0	0,00	0	1
1	0,75	0,866	4
2	1,50	1,224	2
3	2,25	1,50	4
4	3	1,732	1

i	xi	yi
5	3,75	1,93
6	4,5	2,12

$I_2 = \frac{0,75}{3}[0 + 4(0,866) + 2(1,224) + 4(1,5) + 1,732]$

$I_2 = 0,25 \cdot [1,732 + 3,464 + 2,448 + 6]$

$I_2 = 0,25 \cdot [13,644] = 3,411$ // ~ 4 intervalos

$I'_2 = 0,25[0 + 4(0,866) + 1,224]$

$I'_2 = 0,25 \cdot [4,688] = 1,172$ ~ 2 intervalos

$I''_2 = 0,25[0 + 3,464 + 2,448 + 6 + 3,464 + 1,732 + 2,12]$

$I''_2 = 0,25 \cdot [19,216] = 4,804$ ~ 6 intervalos

$\text{Erro} \leq \frac{(3)^5}{6^{180.256}} \cdot 3 = \frac{243}{180.256} = 0,01382$ (limite superior)