Ter Qua Qui Sex Sáb Dom   / /

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

Aula Semana 8 - Estratégia de Provas

Exemplo 12.7 - Prove que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se n é ímpar então $3n + 9$ é par.

Observação:

- $p \to q$
- Hipótese: n é ímpar
- Conclusão: $3n + 9$ é par
- Definição:
  - número par: n é par se existe um $k \in \mathbb{Z}$ tal que $n = 2k$
  - número ímpar: n é ímpar se existe um $k \in \mathbb{Z}$ tal que $n = 2k + 1$.

Prova (direta) da conjectura "Se n é ímpar, então $3n + 9$ é par"

1. Hipótese: n é ímpar
2. por definição de número ímpar, $n = 2k + 1$
- Preciso mostrar que $3n + 9$ é par
4. se n é ímpar, então $3n + 9 = 3(2k + 1) + 9$

$3n + 9 = 6k + 12 = 2(3k + 6)$

5. As operações de soma e multiplicação são fechadas no conjunto de números inteiros, logo $3k + 6 = t$
6. substituindo, $3n + 9 = 2t$, ou seja, pode-se afirmar que $3n + 9$ é par

C.Q.D.

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

Exemplo 12.8 - Sejam a, b $\in \mathbb{R}$, se $0 \leq a < b$ então $a^2 < b^2$

Observação:

- $P \to Q$
- Hipótese: $0 \leq a < b$
- Conclusão: $a^2 < b^2$
-

Prova (direta) da conjuntura: "se $0 \leq a \leq b$, então $a^2 < b^2$"

Já que a é maior que 0, então todo valor que a assumir na hipótese $0 \leq a < b$ faz verdadeira a conclusão que $a^2 < b^2$.

- por definição se $a < b$, então $b - a > 0$
- analogamente se $a^2 < b^2$, então $b^2 - a^2 > 0$.
- Portanto, pode-se concluir que $b^2 > a^2$ ou $a^2 < b^2$

c.q.c.

Exemplo 13.4 - Sejam a, b, c $\in \mathbb{R}$ e $a > b$. Prove que, se $ac \leq bc$, então $c \leq 0$.

Observação:

- $P \to Q$
- Hipótese: $ac \leq bc$
- Conclusão: $c \leq 0$

Prova da Conjuntura: "se $ac \leq bc$, $c \leq 0$" para $a > b$

1- por definição de números negativos: $ac \leq bc \equiv bc + (-ac) > 0$ ou $bc + (-ac) \geq 0$.

2. se $a > b$, então $a + (-b) > 0$

Seg | Ter | Qua | Qui | Sex | Sáb | Dom   / /

Nathann Zini dos Reis 19.2.4007

Prova por contraposição:

• $\neg q \to \neg p$ • $a > b$

• Hipótese: $c > 0$

• Conclusão: $ac > bc$

• definição números negativos: se $a > b$, então $a + (-b) > 0$.

Prova:

1. Se $a > b$, então $a + (-b) > 0$,
2. Se $c > 0$, c é um número não negativo

Deve concluir que $ac > bc$.

Já que c não assumirá um valor negativo, e a sempre será maior que b, é verdadeiro concluir que $ac > bc$

c. q. d.

Nathann Zini dos Reis 19.2.4003

Exemplo 13.7 - Prove por contradição que para todo n, se n^2 é par, então n é par

Prova por contradição

° $P \wedge \neg Q \rightarrow F$

1° Hipótese: n^2 é par

2° Conclusão: n é ímpar

3° por definição de quadrado perfeito, se n^2 é par então n é par.

4° Logo, pode-se afirmar que $n = 2k$.

5° Portanto, afirmar que $n = 2k+1$ é um absurdo, pois $n = 2k$, ou seja, não é ímpar

6° $n = 2k \wedge n = 2k+1 \rightarrow F$ c.q.c.

Exemplo 13.8. Prove por contradição que se $3n+2$ é ímpar então n é ímpar.

Prova por contradição

° $P \wedge \neg Q \rightarrow F$

1. Hipótese: $3n+2$ é ímpar

2° Conclusão: n é par

3° Por definição de número ímpar, $3n+2 = 2k+1$ | $3n+1 =$

4. Por definição de número par, $n = 2k$

5. Tem-se, então, que $3n+1 = 2k = n$, e afirmar isso é um absurdo, pois $3n+1 \neq n$

c.q.c.