TD n°1 : Nombres complexes

Exercice 1 :

1. Soit le nombre complexe $z = -1/2 + i/2$, représenter graphiquement z, $-z$, $\bar{z}$ et $-\bar{z}$.
2. Comparer $\arg(z)$, $\arg(-z)$, $\arg(\bar{z})$ et $\arg(-\bar{z})$.
3. Retrouver le résulat à l'aide de la notation exponentielle : $z = re^{i\theta}$.

Exercice 2 :

Donner la forme cartésienne ($z = a + ib$) des nombres complexes suivants :

1. $z = \frac{1+i}{1-i}$
2. $z = \frac{-2+3i}{4i}$
3. $z = \frac{1-2i}{-2+3i}$

Exercice 3 :

Donner le module et l'argument des nombres complexes suivants :

1. $z = 1 + \sqrt{3}i$
2. $z = \sqrt{2}\,(-1 + i)$
3. $z = -3\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$
4. $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)$
5. $z = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}+\sqrt{2}i}\right)^3$

Exercice 4 :

Trouver de deux façons différentes l'inverse des nombres complexes suivants :

1. $z = -1 + i$
2. $z = \sqrt{3} - 3i$

Exercice 5 :

Linéariser les quantités suivantes, θ étant un réel.
Linéariser siginifie réécrire l'expression comme une somme de termes de la forme $a\cos(k\theta)$ et $b\sin(k\theta)$.

1. $(\sin(\theta))^2$
2. $(\cos(2\theta))^2$
3. $(\cos(\theta))^3$
4. $(\sin(\theta))^4$

Exercice 6 :

Calculer les racines des polynômes suivants :

1. $z^2 - 3 + 4i$
2. $z^2 - i$
3. $z^2 - 2z + 2$
4. $z^2 - (2 + 2i)z - 3 + 6i$
5. $z^4 - 4iz^2 - 4$
6. $z^4 - 81$
7. $z^3 - z^2 - z - 2$