

Nathalie Ayi

Maître de conférences

Laboratoire Jacques Louis Lions
UMR 7598
Campus Jussieu - Bâtiment 16-26 Bureau 301
15 Rue des Fossés Saint-Bernard
75005 Paris
✉ nathalie.ayi@sorbonne-universite.fr
Née le 25 Février 1989 à Orléans
Nationalité française
Pacsée, 1 enfant (née en 2018)

Situation actuelle

2017–... **Maître de conférences**, Sorbonne Université, Laboratoire Jacques Louis Lions, Paris, France.

Formation et Diplômes

2016–2017 **Post-Doctorat**, Équipe IPSO, INRIA Bretagne Atlantique, Laboratoire IRMAR, Rennes, France.

2013–2016 **Doctorat de Mathématiques**, Université de Nice Sophia-Antipolis, Équipe Inria COFFEE, Nice, France.

Thèse intitulée “*Influence du stochastique sur des problématiques de changement d’échelles*”, préparée au laboratoire Jean Alexandre Dieudonné (LJAD) sous la direction de Florent Berthelin et Laure Saint-Raymond, soutenue le Lundi 19 Septembre 2016.

Composition du Jury :

- Florent Berthelin (directeur de thèse), Université de Nice Sophia-Antipolis,
- Arnaud Debussche (rapporteur), École normale supérieure de Rennes,
- François Delarue (examinateur), Université de Nice Sophia-Antipolis,
- Laurent Desvillettes (rapporteur), Université Pierre et Marie Curie, Paris Diderot,
- Isabelle Gallagher (présidente de Jury), Université Pierre et Marie Curie, Paris Diderot,
- Thierry Goudon (examinateur), Université de Nice Sophia-Antipolis,
- Laure Saint-Raymond, (directrice de thèse), École normale supérieure de Paris.

2012–2013 **Master 2 Recherche**, Université de Nice Sophia-Antipolis, Nice, *Mention Très Bien*.

2012 **Agrégation de Mathématiques**, Éducation Nationale, France.
Option : Probabilités et Statistiques.

2012 **Diplôme de l’École Normale Supérieure de Lyon**, ENS Lyon.

2010–2012 **Master Mathématiques (Spécialité Agrégation)**, Université de Nice Sophia-Antipolis, Cours croisé PENSUNS ENS Lyon-Nice, Nice, *Mention Bien*.

2009–2010 **Licence de Mathématiques**, ENS Lyon (Auditeur libre), Université Claude Bernard, Lyon, *Mention Assez Bien*.

2006–2009 **Classes préparatoires**, Lycée Pothier, Orléans.

2005–2006 **Baccalauréat Scientifique**, Lycée Charles Péguy, Orléans, *Mention Très Bien*.

Thèmes de recherche

Équations aux dérivées partielles (déterministes et stochastiques) – Calcul stochastique – Théorie cinétique des gaz – Lois de conservation scalaires – Problématiques de changement d'échelle – Limite hydrodynamique – Limite diffusive – Limite Boltzmann-Grad – Équation de Boltzmann – Modèles à vitesses discrètes – Systèmes de particules en interaction.

Publications

Articles acceptés ou publiés dans des journaux à comité de lecture

- 2017 **From Newton's law to the linear Boltzmann equation without cut-off**, N. Ayi.
Communications in Mathematical Physics, 350(3), 1219-1274.
- 2017 **Regularity of velocity averages for transport equations on random discrete velocity grids**, N. Ayi, T. Goudon.
Analysis & PDE, 10, 1201-1225.

Articles soumis ou en révision

- 2018 **Analysis of an asymptotic preserving scheme for stochastic linear kinetic equations in the diffusion limit**, N. Ayi, E. Faou.
- 2017 **High-Field Limit from a Stochastic BGK Model to a Scalar Conservation Law with Stochastic Forcing**, N. Ayi.

Actes de séminaire sans comité de lecture

- 2018 **Eighth Montreal Industrial Problem Solving Workshop - Rio Tinto Report**, D. Jovmir, N. Ayi, A. Poterie, C. Budd, S. H. Jun, K. A. Alahassa, S. Amraoui, S. Ibrahim, T. Y. Lee, C.P. Liou, C. Poissant, V. Rochon Montplaisir, L. Sarrazin-Mc Cann, P. Duchesne, R. Arsenault, and M. Latraverse.
- 2017 **Derivation of the linear Boltzmann equation without cut-off starting from particles**, N. Ayi.
Journées Équations aux dérivées partielles, Cedram.
- 2017 **Stochastic discrete velocity averaging lemmas and Rosseland approximation**, N. Ayi.
Séminaire Laurent Schwartz — EDP et applications, Cedram.

Conférences, Workshops, Écoles

Exposés dans des conférences nationales ou internationales

- Déc. 2017 **Étude mathématique des fluides : aspects cinétiques et dynamiques**, Paris, France.
- Oct. 2017 **Dynamics in multi-component systems : mathematical and physical aspects**, Lille, France.
- Juin 2017 **Journées EDP 2017**, Roscoff, France.
- Mars 2017 **Journées Jeunes EDPistes**, Autrans, France.
- Déc. 2016 **Workshop Mean-field dynamics of many particle systems**, Vienne, Autriche.
- Mai 2016 **Conférence Mathematical Topics in Kinetic Theory**, Cambridge, Royaume-Uni.

Exposés à des séminaires ou groupes de travail

- Déc. 2017 **Séminaire de Modélisation et Calcul Scientifique**, *Université Paris 13.*
- Oct. 2017 **Séminaire Jacques Louis Lions**, *Université Pierre et Marie Curie.*
- Février 2017 **Séminaire Laurent Schwartz**, *École Polytechnique.*
- Janvier 2017 **Séminaire Landau des jeunes chercheurs en Analyse**, *Université de Rennes.*
- Janvier 2017 **Séminaire d'Analyse, Probabilités et Modélisation**, *Université d'Orléans.*
- Octobre 2016 **Séminaire d'Analyse numérique et équations aux dérivées partielles**, *Université de Lille.*
- Avril 2016 **Séminaire d'Analyse**, *Université de Nantes.*
- Avril 2016 **Séminaire des doctorants**, *T.U. Wien, Vienne.*
- Mars 2016 **Séminaire Landau des jeunes chercheurs en Analyse**, *Université de Rennes.*
- Janvier 2016 **Groupe de Travail "Applications des mathématiques"**, *ENS Rennes.*
- Sept. 2015 **Journée de rentrée de l'équipe d'Analyse de l'ENS ULM**, *Paris.*
- Juin 2014 **Séminaire des doctorants de l'équipe d'EDPs et Analyse Numérique**, *Nice.*
- Avril 2014 **Séminaire des doctorants de l'équipe Probabilités et Statistiques**, *Nice.*

Participation régulière à un groupe de travail, avec exposé

- 2017–2018 **Groupe de travail "Limites vers l'hyperbolique"**, *Sorbonne Université.*
Exposé en Février 2018.
- 2015–2016 **Groupe de travail "EDPs-Probas"**, *Université de Nice Sophia-Antipolis.*
Exposés en Septembre 2015 et Octobre 2015.

Participation à des conférences nationales ou internationales sans exposé

- Sept. 2017 **MAFRAN DAYS : Mathematical Frontiers in the Analysis of Many-particle Systems**, *Cambridge, Royaume-Uni.*
- Août 2017 **Huitième atelier de résolution de problèmes industriels de Montréal**, *Université de Montréal, Canada.*
- Juillet 2017 **Fluids, dispersion and blow-up**, *Institut Henri Poincaré (Paris), France.*
- Mai 2017 **Analysis of transport equations : Vlasov equation and related models**, *Université de Rennes 1, France.*
- Janvier 2017 **Journées Nantes-Rennes**, *Université de Nantes, France.*
- Mars 2016 **Journées Jeunes EDPistes français**, *Université de Bordeaux, France.*
- Mai 2015 **Workshop Mathematical problems in kinetic theory**, *Université de Rennes 1, France.*
- Mai 2015 **Journées Nice-Toulon-Marseille**, *Porquerolles, France.*
- Mars 2015 **Journées Jeunes EDPistes français**, *Saint-Brévin, France.*
- Nov. 2014 **Kinetic equations**, *CIRM, Marseille, France.*
- Juin 2014 **Advances in nonlinear PDEs : analysis, numerics, stochasticity, applications**, *Université de Vienne, Autriche.*
- Avril 2014 **Nonlinear PDEs with random conditions**, *Université de Toulouse, France.*
- Mars 2014 **"Journées Numériques"**, *Université de Nice Sophia-Antipolis, France.*

Juillet 2013 **Mathematics for industry and society**, *Ambassade de France, Berlin, Allemagne.*

Participation régulière à des séminaires (en tant qu'auditrice)

- 2017–2018 **Séminaire du Laboratoire Jacques Louis Lions**, *Laboratoire Jacques Louis Lions, Sorbonne Université.*
- 2016–2017 **Séminaire d'Analyse**, *Laboratoire Jean Leray, Université de Nantes.*
- 2016–2017 **Groupe de travail “Applications des mathématiques”**, *ENS Rennes.*
- 2013–2016 **Séminaire de l'équipe EDP Analyse Numérique**, *Laboratoire J.A. Dieudonné, Université de Nice.*
- 2013–2016 **Séminaire des doctorants de l'équipe d'EDPs et Analyse Numérique**, *Laboratoire J.A. Dieudonné, Université de Nice.*
- 2013–2016 **Séminaire des doctorants de l'équipe de Probabilités et Statistiques**, *Laboratoire J.A. Dieudonné, Université de Nice.*

Activités de recherche annexes

Reviews pour *Kinetic and Related Models*, *Archive for Rational Mechanics and Analysis* et *Journal of Computational Physics*.

Invitations, séjours scientifiques

- Sept. 2017 **Université de Cambridge, Cambridge.**
Ariane Trescases, Clément Mouhot.
- Avril 2016 **T.U. Wien, Vienne.**
Ansgar Juengel.
- Juin 2015 **Université de Harvard, M.I.T., Boston.**
Laure Saint-Raymond.
- Février 2015 **Université de Harvard, M.I.T., Boston.**
Laure Saint-Raymond.
- Juin 2014 **Université de Vienne, T.U. Wien, Vienne.**
Christian Schmeiser, Ansgar Juengel.

Expériences professionnelles

Stages

- 2013 **Mémoire Master Recherche**, *INRIA, Université de Nice Sophia-Antipolis, Nice.*
Sujet : Lois de conservation scalaires stochastiques.
- 2011 **Mémoire Master 1**, *Université de Nice Sophia-Antipolis, Nice.*
Sujet : Chaîne de Markov, Mesure invariante et ergodicité.

Enseignements

- 2013–2016 **DCCE, Chargée de TDs (192 heures)**, *Institut Supérieur d'Économie et de Management, Nice.*
TDs de Statistiques en L1 Administration Économique et Sociale, TDs d'Analyse en L1 Éco-Gestion, Khôlles d'Analyse en L1 Mathématiques, Khôlles d'Algèbre en L1 Mathématiques.
- 2012–2013 **Tutorat**, *Institut Supérieur d'Économie et de Management, Nice.*
Statistiques en L1 Éco-Gestion.

Formation professionnalisante

2013-2014 **Parcours Pédagogie, UNS, Nice.**

Formation composée de plusieurs modules : Animer un cours, L'engagement des étudiants, Prise de parole en public, Gestion des conflits en milieu universitaire

Vulgarisation scientifique

Mars 2017 **Semaine des Mathématiques**, *Lycée Charles Péguy et Lycée Jean Zay, Orléans.*

Talk : *Introduction au monde de la recherche en Mathématiques Appliquées.*

Mars 2015 **Semaine des Mathématiques**, *Lycée René Goscinny, Drap.*

Talk : *Système de particules et mécanique des fluides.*

Octobre 2013 **Fête de la science**, *Université de Nice Sophia-Antipolis.*

Atelier Mathématiques.

Compétences variées

Langues

Français Langue maternelle

Anglais Courant (Certificat : CLES Niveau 2)

Espagnol Notions

Informatique

Bureautique Maîtrise de Word, Open Office, \LaTeX ,

OS Windows, Linux, Mac OS

Prog. Scilab, Matlab, Notions de Python

Internet Notions de HTML (Certificat : C2i2e)

Résumé des travaux de thèse

Mes travaux s'inscrivent dans le vaste domaine des équations aux dérivées partielles. Ils s'articulent autour de deux axes principaux qui sont explorés conjointement.

D'une part, on s'intéresse à ce qu'on appelle des problématiques de **changements d'échelle** dans le contexte de la **cinétique des gaz**. En effet, un gaz est un système physique constitué d'un très grand nombre de petites particules pour lequel il existe plusieurs niveaux de description. L'échelle microscopique correspond à l'échelle des composants élémentaires de la matière (atomes, molécules). L'échelle macroscopique constitue l'échelle accessible facilement expérimentalement et pour laquelle on peut faire des mesures de quantités caractéristiques du gaz telles que le volume, la température, la pression ... On peut aussi introduire une description intermédiaire correspondant à une description statistique appelée échelle mésoscopique. Une question naturelle est de chercher à relier les différents niveaux de description. En d'autres termes, partant d'un modèle à une échelle, on cherche à trouver le modèle qui décrit de façon satisfaisante ce qui se passe à l'échelle supérieure.

D'autre part, on s'intéresse à ces problématiques dans un contexte où de l'aléa est introduit. En effet, le Hasard est l'impossibilité de prévoir avec certitude un fait quelconque. Cette incapacité peut s'expliquer de plusieurs façons : la méconnaissance de paramètres nécessaires à la prévision ou alors le manque de précision les concernant. Dans la pratique, ces deux situations se présentent souvent. Ainsi, considérer des **modèles incluant une part d'aléa** apparaît pertinent. Plusieurs types d'aléa ont été adoptés : en considérant des données initiales aléatoires et/ou en distribuant l'aléa sur tout l'intervalle de temps. Une question intéressante est alors celle d'un éventuel "effet régularisant" du bruit sur la dynamique. Par "effet régularisant", on signifie que la dynamique observée hériterait de propriétés supplémentaires bénéfiques par rapport à un modèle sans ce bruit.

Les travaux réalisés concernent donc tous des changements d'échelle différents, avec des façons de brouter la dynamique différente selon les contextes. Les trois premiers résultats ont été obtenus au cours de ma thèse et ont chacun fait l'objet d'un article.

1. Limite Boltzmann-Grad

Le premier résultat concerne le passage de l'échelle microscopique à l'échelle mésoscopique : partant des **lois de Newton**, on obtient l'**équation de Boltzmann**. Le résultat historique associé à ce type de problématique est dû à Lanford qui, partant à l'échelle microscopique d'un système appelé sphères dures, obtient en passant à la limite sur le nombre de particules dans la limite de faible densité appelée **limite Boltzmann-Grad**, l'équation de Boltzmann. Les jalons de la preuve ayant été posés par Lanford, ce résultat a depuis été complété par de nombreux auteurs. On citera les plus récentes contributions dues à Gallagher, Saint-Raymond et Texier [2] et Pulvirenti, Saffirio et Simonella [4], tous deux étendant le résultat au cas des potentiels à courte portée.

Notre contexte est alors le suivant : on considère cette fois des **potentiels à portée infinie**. Le problème est le suivant : dès lors que le potentiel est à portée infinie (et ce peu importe sa décroissance) une **singularité non intégrable** apparaît dans l'équation de Boltzmann, rendant caduc l'utilisation seule de la stratégie de Lanford. Notre preuve repose alors sur une combinaison de la stratégie de Lanford avec des outils développés récemment dans [1] pour étudier le processus des collisions et de nouveaux arguments de dualité pour étudier les termes additionnels associés à la partie longue portée qui mènent à des estimations faibles explicites. On se place notamment dans le cas d'une particule marquée dans un gaz à l'équilibre. Cela correspond à prendre les données initiales sous formes aléatoires selon un loi de densité de formes particulières.

2. Passage d'un modèle BGK à une loi de conservation scalaire stochastique

Ce résultat concerne cette fois le passage de l'échelle mésoscopique à l'échelle macroscopique : partant d'un **modèle BGK**, en passant à la limite sur ε , le libre parcours moyen, on obtient une **loi de conservation scalaire avec un terme de forçage stochastique**.

Le premier modèle BGK, introduit par Bathnagar, Gross et Krook, est une version simplifiée de l'équation de Boltzmann possédant les mêmes propriétés de conservation de la masse, de quantité de mouvement et d'énergie et propriété d'entropie, pour lequel on peut prouver la relaxation vers le même équilibre que celui associé à l'équation de Boltzmann. Ces modèles BGK ont ensuite été généralisés par Lions, Perthame et Tadmor [3] permettant ainsi de construire des équations cinétiques adaptées à d'autres systèmes hydrodynamiques.

Notre modèle consiste à étudier une variante du modèle BGK classique ([3]) faisant intervenir des termes supplémentaires pouvant s'interpréter de la façon suivante : les particules (en plus des collisions qu'elles subissent lorsqu'elles se rencontrent) sont soumises à un champ extérieur à deux composantes : une composante stochastique et une composante déterministe présentant un scaling champ fort. On arrive alors à prouver la convergence de ce modèle vers une loi de conservation avec forçage stochastique en prouvant la convergence vers la **formulation cinétique** associée à cette dernière.

3. Lemmes de moyenne à vitesses discrètes aléatoires

Ce résultat a été obtenu en collaboration avec Thierry Goudon et concerne un changement d'échelle du même type que le précédant, dans un cadre physique un peu différent. On part cette fois à l'échelle mésoscopique d'une équation associée aux **transferts radiatifs** dans le cadre de l'**approximation de Rosseland**. On insistera particulièrement ici sur le choix de l'aléa qui est adopté. En effet, la version déterministe de ce changement d'échelle repose sur l'utilisation de ce qu'on appelle des lemmes

de moyenne. Or, il est connu que lorsque l'on travaille à vitesses discrètes, les **lemmes de moyenne** deviennent faux. Nous avons donc, dans un premier temps, obtenu un résultat permettant de **quantifier ce défaut de régularité**. Puis, nous avons prouvé que, à **vitesse discrètes aléatoires**, lorsque celles-ci sont tirées selon une loi uniforme (sur le cube ou la sphère), un lemme de moyenne peut être restauré. Nous avons ainsi pu retrouver le résultat de changement d'échelle dans un cadre de vitesses discrètes aléatoires.

4. Changements d'échelle dans le contexte des modèles à vitesses discrètes

Ce paragraphe concerne un travail en cours en collaboration avec Laure Saint-Raymond et Erwan Faou. Il a été démarré en fin de thèse (faisant l'objet d'un chapitre) et fera l'objet d'un preprint à venir très prochainement.

On étudie un modèle en dimension deux à quatre vitesses. Dans ce cas, l'équation de Boltzmann devient ce qu'on appelle l'**équation de Broadwell**. Contrairement à ce que l'on pourrait penser, Uchiyama prouve dans [5] que l'équivalent des sphères dures pour ce modèle ne converge pas vers l'équation de Broadwell dans la limite Boltzmann-Grad. La question est alors d'établir le **modèle limite associé à ce système de particules**. L'**approche** adoptée dans un premier temps est **numérique**. En effet, on adapte les méthodes de simulation développées dans le cadre des sphères dures à notre contexte afin d'obtenir des informations sur la limite associée au modèle de Uchiyama. On arrive notamment à établir par une étude statistique que **le processus limite n'appartient pas à la classe du mouvement Brownien fractionnaire**. On rappelle que, dans le cas des sphères dures, le processus limite est un mouvement Brownien.

Les codes développés pour cette partie l'ont été sous Matlab et Python.

Références

- [1] T. Bodineau, I. Gallagher, and L. Saint-Raymond. The Brownian motion as the limit of a deterministic system of hard-spheres. *Inventiones Mathematicae*, page 41, 2015.
- [2] I. Gallagher, L. Saint-Raymond, and B. Texier. *From Newton to Boltzmann : Hard Spheres and Short-range Potentials*. Zurich Lectures in Advanced Mathematics. European Mathematical Society, 2013.
- [3] P.-L. Lions, B. Perthame, and E. Tadmor. A kinetic formulation of multidimensional scalar conservation laws and related equations. *J. Amer. Math. Soc.*, pages 169–191, 1994.
- [4] M. Pulvirenti, C. Saffirio, and S. Simonella. On the validity of the Boltzmann equation for short range potentials. *Reviews in Mathematical Physics*, 26(02) :1450001, 2014.
- [5] K. Uchiyama. On the Boltzmann-Grad limit for the Broadwell model of the Boltzmann equation. *Journal of Statistical Physics*, 52(1) :331–355, 1988.