Лабораторная работа №3: «Организация циклов». Задание 1

Цель работы:

Дать студентам практический навык в использовании базовых конструкций структурного программирования - операторов цикла. Работа составлена из трёх заданий.

Постановка задачи

Вычислить и вывести на экран в виде таблицы значения функции, заданной графически (см. лабораторная работа № 2, задание 1), на интервале от Хнач до Хкон с шагом dx. Интервал и шаг задать таким образом, чтобы проверить все ветви программы. Таблицу снабдить заголовком и шапкой.

Теоретическое введение

Для решения задачи использована программа, подготовленная в лабораторной работе №2, задание 1 и оператор цикла с предусловием:

```
<Начальное значение>
while <Условие>:
    <Инструкции>
   <Приращение>
[else:
   <Блок, выполняемый, если не использовался break>
]
```

Для обмена с консолью (вывод сообщений и ввод начальных данных) использованы стандартные процедуры print() и input(). Результаты работы программы записываются в текстовый файл.

Описание алгоритма

1. Ввести значения переменных Xbeg, Xend, dx.
2. Присвоить текущему значению Xt начальное значение: Xt = Хнач.
3. Вычислить значение функции и вывести в виде строки таблицы.
4. Вычислить новое значение аргумента Xt = Xt + Dx.
5. Если значение аргумента меньше Xend, то перейти к пункту 3.
6. Завершить рисование таблицы и работу программы.

Описание входных и выходных данных

В предшествующей работе был принят вещественный тип данных (real). В этой работе тип данных сохранён. Для упрощения последующего контроля работы программы в выходной текстовый файл записываются и начальные данные.

Листинг программы

```
# -*- coding: cp1251 -*-
from math import *
print('Введите Xbeg, Xend и Dx')
```

```
xb = float(input('Xbeg='))
xe = float(input('Xend='))
dx = float(input('Dx='))
print("Xbeg={0: 7.2f} Xend={1: 7.2f}"
      .format(xb, xe))
print("  Dx={0: 7.2f}".format(dx))
xt = xb
print("+--------+--------+")
print("I   X    I    Y   I")
print("+--------+--------+")
while xt <= xe:
    if xt < -5:
        y = 1
    elif xt >=-5 and xt<0:
        y = -(3/5)*xt-2
    elif xt >= 0 and xt<2:
        y = -sqrt(4-xt**2)
    elif xt >= 2 and xt<4:
        y = xt-2
    elif xt >= 4 and xt<8:
        y = 2+sqrt(4-(xt-6)**2)
    else: y = 2
    print("I{0: 7.2f} I{1: 7.2f} I"
          .format(xt, y))
    xt += dx
print("+--------+--------+")
```

Результат работы программы

```
Xbeg= -10.00 Xend=  10.00
  Dx=   1.00
+--------+--------+
I   X    I    Y   I
+--------+--------+
I -10.00 I   1.00 I
I  -9.00 I   1.00 I
I  -8.00 I   1.00 I
I  -7.00 I   1.00 I
I  -6.00 I   1.00 I
I  -5.00 I   1.00 I
I  -4.00 I   0.40 I
I  -3.00 I  -0.20 I
I  -2.00 I  -0.80 I
I  -1.00 I  -1.40 I
I   0.00 I  -2.00 I
I   1.00 I  -1.73 I
I   2.00 I   0.00 I
I   3.00 I   1.00 I
I   4.00 I   2.00 I
```

5.00	3.73
6.00	4.00
7.00	3.73
8.00	2.00
9.00	2.00
10.00	2.00

Задания к лабораторной работе №3 «Организация циклов». Задание 2

Вычислить и вывести на экран в виде таблицы значения функции, заданной графически (см. задание 1 лабораторной работы № 2, стр. 7), на интервале от `Хнач` до `Хкон` с шагом `dx`. Интервал и шаг задать таким образом, чтобы проверить все ветви программы. Таблицу снабдить заголовком и шапкой.

Лабораторная работа №3: «Организация циклов». Задание 2

Постановка задачи

Для десяти выстрелов, координаты которых задаются генератором случайных чисел, вывести текстовые сообщения о попадании в мишень (см. лабораторная работа № 2, задание 2).

Теоретическое введение

Для решения задачи использована программа, подготовленная в лабораторной работе №2, задание 2 и оператор цикла с параметром:

```
for <Текущий элемент> in <Последовательность>:
        <Инструкции внутри цикла>
[else:
        <Этот код выполняется, если в теле цикла>
        <не использовался  break>]
```

Вывод сообщения выполняется стандартной функцией print().

Для формирования координат точки используется модуль генератора случайных чисел, который подключается инструкцией:

```
import random
```

или

```
from random import *
```

Для формирования случайного вещественного числа воспользуемся функцией

```
uniform(<Начало>,<Конец>)
```

Эта функция генерирует псевдослучайное число в диапазоне от <Начало> до <Конец>.

При этом правая граница не входит в интервал генерируемых значений (интервал открыт справа). В нашей задаче значения X формируются в диапазоне (-1, 4), а для Y – (-1, 10).

Описание алгоритма

1. Вывести "шапку".
2. В цикле от 1 до 10.
3. Сформировать координаты точки `X`, `Y`.
4. Определить попадание точки в заданную область. Если есть попадание, то переменная `flag` получает значение 1, а иначе – 0.
5. Вывести координаты точки и маркер оставить на строке сообщения.
6. Вывести результат Yes или No в соответствии со значением переменной `flag`.
7. Изменить параметр цикла и проверить условие завершения.
8. Если условие `False`, то перейти к п. 3.
9. Завершить работу программы.

Описание входных и выходных данных

Типы переменных, использованные в предыдущей работе, не изменялись. Для организации цикла введена новая переменная целого типа (`int`).

Листинг программы

```
# -*- coding: cp1251 -*-
from math import *
from random import *
flag = 0
print("    X        Y   Res")
print("--------------------")
for n in range(10):
    x = uniform(-1, 4)
    y = uniform(-1, 10)
    if (x < -1) or (x > 4):
        flag = 0       #False
    if (((x>=-1) and (x< 1) and (y>=2*x+2)
                 and (y<= x**3-4*x**2+x+6))
        or
        ((x>=1)and(x<=4)and(y>=x**3-4*x**2+x+6)
               and (y<= 2*x+2))):
        flag = 1
    else:
        flag = 0
    print("{0: 7.2f} {1: 7.2f}"
          .format(x, y), end=" ")
    if flag:
        print("Yes")
    else:
        print("No")
```

Результат тестирования программы

```
    X        Y   Res
--------------------
  -0.68    7.15 No
   3.53    3.44 No
  -0.05    4.02 Yes
  -0.24    0.01 No
   2.48    5.58 Yes
   0.41    4.77 Yes
   0.09    0.89 No
   0.68    0.98 No
  -0.03    5.46 Yes
  -0.73    0.73 Yes
```

Задания к лабораторной работе №3 «Организация циклов». Задание 2

Для десяти выстрелов, координаты которых задаются генератором случайных чисел, вывести текстовые сообщения о попадании в мишень (см. лабораторная работа № 2, задание 2).

Лабораторная работа №3: «Организация циклов». Задание 3

Постановка задачи

Вычислить и вывести на экран в виде таблицы значения функции интегрального синуса, заданной с помощью степенного ряда, на интервале от `Хнач` до `Хкон` с шагом `dx` с точностью ε – эпсилон.

Таблицу снабдить заголовком и шапкой. Каждая строка таблицы должна содержать значение аргумента, значение функции и количество просуммированных членов ряда.

$$Si(x) = \int_0^x \frac{Sin(x)}{x} dx = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2\cdot n+1}}{(2\cdot n+1)! \cdot (2\cdot n+1)} = x - \frac{x^3}{3!\cdot 3} + \frac{x^5}{5!\cdot 5} - \ldots + \quad |x| < \infty$$

Теоретическое введение

При решении подобных задач, в которых имеется общая формула вычисления элемента ряда, очень полезно получить рекуррентную формулу. Такая формула позволяет упростить процесс программирования и ускоряет работу программы, так как получение следующего результата основывается на предыдущем. Особое внимание следует обратить на сходимость ряда. Если ряд расходится или сходится слабо, то программа может формировать сообщения о переполнении значений переменных или выводить неверный результат. Следует обращать внимание на границы допустимых значений аргумента.

1. Будем искать рекуррентное соотношение в виде выражения: $a_{n+1} = k \cdot a_n$. Получим выражение для k:

$$k = \frac{(-1)^{n+1} \cdot x^{2\cdot(n+1)+1} \cdot (2\cdot n+1)! \cdot (2\cdot n+1)}{(2\cdot(n+1)+1)! \cdot (2\cdot(n+1)+1) \cdot (-1)^n \cdot x^{2\cdot n+1}} = -\frac{x^2 \cdot (2\cdot n+1)}{(2\cdot n+2)\cdot(2\cdot n+3)^2}$$

При выполнении преобразования выражение факториала в знаменателе было преобразовано к виду:

$(2\cdot(n+1)+1)! = (2\cdot n+3)! = (2\cdot n+1)!\cdot(2\cdot n+2)\cdot(2\cdot n+3)$

2. Для решения задачи нам потребуется два цикла. Первый цикл `While` (с предусловием), будет обеспечивать изменение значения переменной `X` от `Хнач` до `Хкон` с шагом `dx`. Второй цикл – это цикл с постусловием. Он нужен для итерационных вычислений элементов ряда с $|a_n| < \varepsilon$.

В языке Python цикл с постусловием отсутствует. Для организации такого цикла воспользуемся циклом с предусловием в следующей форме:

```
while True:
    <тело цикла>
    if not <условие>:
        break;
```

Для обмена с консолью (ввод/вывод) использованы стандартные функции `input()` и `print()`.

Описание алгоритма

1. Ввести значения переменных Xнач, Xкон, dx и параметр точности ε.
2. Вывести "шапку" таблицы.
3. Инициировать Xt начальным значением (Xнач).
4. В цикле по Xt.
5. Инициировать переменную для подсчёта суммы членов ряда и переменную, которая отвечает за номер члена ряда (n).
6. В цикле по an.
7. Вычислить k, элемент ряда an, сумму элементов ряда и номер элемента.
8. Если модуль элемента ряда меньше ε, то прервать цикл (break) по an, иначе перейти к п.6.
9. Вывести строки таблицы: значение Xt, вычисленное значение функции и количество просуммированных членов ряда
10. Вычислить новое значение переменной Xt =Xt + dx.
11. Если значение аргумента меньше Xкон, то перейти к пункту 4.
12. Завершить рисование таблицы, и работу программы.

Описание входных и выходных данных

Поскольку тип переменных и точность представления не ограничены условием задачи, то входные переменные (Xнач, Xкон, dx и параметр точности ε) и вычисляемые значения аргумента и функции представляются переменными вещественного типа (float). Количество членов ряда подсчитывается переменной целого типа (int).

Листинг программы

```
# -*- coding: cp1251 -*-
from math import *
print('Введите Xbeg, Xend, Dx и Eps')
xb = float(input('Xbeg='))
xe = float(input('Xend='))
dx = float(input('Dx='))
eps = float(input('Eps='))
print("+--------+--------+-----+")
print("I   X    I   Y    I   N I")
print("+--------+--------+-----+")
xt = xb
while xt <= xe:
    an = xt
    n = 0
```

```
        y = an
        while True:
            k=-(xt**2)*(2*n+1)/((2*n+2)*(2*n+3)**2)
            an = an*k
            y = y + an
            n = n + 1
            if abs(an) < eps:
                break
        print("I{0: 7.2f} I{1: 7.3f} I{2: 4} I"
              .format(xt,y,n))
        xt = xt + dx
    print("+--------+--------+-----+")
```

Результат работы программы

```
Xnach=  -4.00  Xkon=   6.00
Dx=   2.00   Eps=   0.00003
+--------+--------+-----+
I   X    I   Y    I   N I
+--------+--------+-----+
I  -4.00 I -1.758 I   8 I
I  -2.00 I -1.605 I   5 I
I   0.00 I  0.000 I   1 I
I   2.00 I  1.605 I   5 I
I   4.00 I  1.758 I   8 I
I   6.00 I  1.425 I  10 I
+--------+--------+-----+
```

Задание к лабораторной работе №2 "Организация циклов". Задание 3

Вычислить и вывести на экран монитора в виде таблицы значения функции, заданной с помощью ряда Тейлора, на интервале от `Хнач` до `Хкон` с шагом `dx` и точностью `ε`. Таблицу снабдить заголовком и шапкой. Каждая строка таблицы должна содержать значение аргумента, значение функции и количество просуммированных членов ряда.

1. $\ln\frac{x+1}{x-1} = 2\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2\cdot n+1)\cdot x^{2\cdot n+1}} = 2\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{3\cdot x^3}+\frac{1}{5\cdot x^5}+\ldots\right),\qquad |x|>1$

2. $e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^n}{n!} = 1-x+\frac{x^2}{2!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}-\ldots,\qquad |x|<\infty$

3. $e^{x} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!} = 1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\ldots,\qquad |x|<\infty$

4. $\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{n+1}}{n+1} = x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots,\qquad -1<x\le 1$

5. $\ln\frac{1+x}{1-x} = 2\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2\cdot n+1}}{2\cdot n+1} = 2\cdot\left(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\ldots\right),\qquad |x|<1$

6. $\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n} = -\left(x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\ldots\right),\qquad -1\le x<1$

7. $arcctg(x) = \frac{\pi}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot x^{2\cdot n+1}}{2\cdot n+1} = \frac{\pi}{2}-x+\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{5}+\ldots,\qquad x\le 1$

8. $arctg(x) = \frac{\pi}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2\cdot n+1)\cdot x^{2\cdot n+1}} = \frac{\pi}{2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{3\cdot x^3}-\frac{1}{5\cdot x^5}+\ldots,\qquad x>1$

9. $arctg(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot x^{2\cdot n+1}}{(2\cdot n+1)} = x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\ldots,\qquad |x|\le 1$

10. $Arth(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2\cdot n+1}}{2\cdot n+1} = x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}+\ldots,\qquad |x|<1$

11. $Arcth(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2\cdot n+1)\cdot x^{2\cdot n+1}} = \frac{1}{x}+\frac{1}{3\cdot x^3}+\frac{1}{5\cdot x^5}+\ldots\ ,\qquad |x|>1$

12.

$$\frac{1}{x+3}=\frac{1}{2}-\frac{(x+1)}{2^2}+\frac{(x+1)^2}{3}-\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot(x+1)^n}{2^{n+1}}$$

$, -3 < x < 1$

13. $e^{-x^2}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2\cdot n}}{n!}=1-x^2+\frac{x^4}{2!}-\frac{x^6}{3!}+\frac{x^8}{4!}-\ldots,\qquad |x|<\infty$

14. $\cos(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2\cdot n}}{(2\cdot n)!}=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots,\qquad |x|<\infty$

15. $\frac{\sin(x)}{x}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2\cdot n}}{(2\cdot n+1)!}=1-\frac{x^2}{3!}+\frac{x^4}{5!}-\frac{x^6}{7!}+\ldots,\qquad |x|<\infty$

16. $\ln(x)=2\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^{2\cdot n+1}}{(2\cdot n+1)\cdot(x+1)^{2\cdot n+1}}=2\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}+\frac{(x-1)^3}{3\cdot(x+1)^3}+\frac{(x-1)^5}{5\cdot(x+1)^5}+\ldots\right),\qquad x>0$

17. $\ln(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1)\cdot(x+1)^{n+1}}=\frac{x-1}{x}+\frac{(x-1)^2}{2\cdot x^2}+\frac{(x-1)^3}{3\cdot x^3}+\ldots,\qquad x>\frac{1}{2}$

18. $\ln(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot(x-1)^{n+1}}{(n+1)}=(x-1)-\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(x-1)^3}{3}-\ldots,\qquad 0<x\le 2$

19. $\arcsin(x)=x+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2\cdot n-1)\cdot x^{2\cdot n+1}}{2\cdot 4\cdot\ldots\cdot 2\cdot n\cdot(2\cdot n+1)}=x+\frac{x^3}{2\cdot 3}+\frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7}+$

$+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot x^9}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 9}+\ldots,\qquad |x|<1.$

20. $\arccos(x)=\frac{\pi}{2}-\left(x+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2\cdot n-1)\cdot x^{2\cdot n+1}}{2\cdot 4\cdot\ldots\cdot(2\cdot n)\cdot(2\cdot n+1)}\right)=$

$\arccos(x)=\frac{\pi}{2}-\left(x+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot\cdots\cdot(2\cdot n-1)\cdot x^{2\cdot n+1}}{2\cdot 4\cdot\cdots\cdot(2\cdot n)\cdot(2\cdot n+1)}\right)=$

$=\frac{\pi}{2}-\left(x+\frac{x^3}{2\cdot 3}+\frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7}+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot x^9}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 9}+\cdots\right),\ |x|<1$

21. $sh(x)=\frac{1}{2}\cdot(e^x-e^{-x})=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2\cdot n+1}}{(2\cdot n+1)!}=x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\frac{x^7}{7!}+\qquad [x^2<\infty]$

22 $ch(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2 \cdot n}}{(2 \cdot n)!} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} +$ $\qquad [x^2 < \infty]$

23 $\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = 2 \cdot \left[\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{3 \cdot (2x+1)^3} + \frac{1}{5 \cdot (2x+1)^5} + \ldots\right]$ $\qquad (2x+1)^2 > 1$

24. $(1+x)^{\frac{1}{4}} = 1 + \frac{1}{4} \cdot x - \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} \cdot x^2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{12} \cdot x^3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{11}{16} \cdot x^4 + \ldots$ $\qquad |x| \le 1$

25. $(1-x)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{8} \cdot x^4 - \ldots$ $\qquad |x| \le 1$

26. $(1+x)^{-\frac{1}{3}} = 1 - \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot x^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{7}{9} \cdot x^3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{10}{12} \cdot x^4 - \ldots$ $\qquad |x| \le 1$

27. $(1+x)^{-3} = 1 - \frac{1}{1 \cdot 2}(2 \cdot 3 \cdot x - 3 \cdot 4 \cdot x^2 + 4 \cdot 5 \cdot x^3 - 5 \cdot 6 \cdot x^4 + \ldots)$ $\qquad |x| \le 1$

28. $(1-x)^{-4} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot x + 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot x^2 + 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot x^3 + 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot x^4 + \ldots)$ $\qquad |x| \le 1$

29. $(1+\mathrm{x})^{-5} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \mathrm{x} - 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \mathrm{x}^2 + 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \mathrm{x}^3 - 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \mathrm{x}^4 + \ldots$

$|x| \le 1$.

30. $\ln(1 + 2\mathrm{x}) = \ln 7 + \frac{2(\mathrm{x}-3)}{7} - \frac{2^2(\mathrm{x}-3)^2}{2 \cdot 7^2} + \cdots (-1)^{\mathrm{n}+1} \cdot \frac{2^{\mathrm{n}}(\mathrm{x}-3)^{\mathrm{n}}}{\mathrm{n} \cdot 7^{\mathrm{n}}}$, $\quad -\frac{1}{2} < x \le \frac{13}{2}$