

ロボットの開発の歴史と社会的背景

ロボット概論 1

第1回(2019/9/23)

担当:山崎

1

シラバスより

■ 授業概要・目的

ロボットに応用される要素技術は幅広いが、機械的要素無くしてロボットの存在はありえない。ロボット概論ではロボット開発に関連する歴史的・社会的背景、最新の応用事例について解説し、機械工学科で学ぶ専門科目とのかかわりを明らかにする。さらに、ロボットの制御・運動学、機械的要素以外の電気電子・情報処理技術についても解説する。また、ロボットに関する倫理的な問題・安全についても述べる。

■ 到達目標

- (1) ロボット開発の流れについて理解し、説明できる。
- (2) ロボットの構成要素の機能・性能を説明できる。
- (3) ロボットの姿勢や運動を計算で求めることができる。

2

シラバスより

■ 授業方法と留意点

- 毎回のテーマに関する資料を配付し、スライドと板書を併用してその内容を講義する。また関連する動画の視聴と演習により理解を深める。

■ 評価方法(基準)

- 演習課題の評価40%+定期試験の結果60%

■ 担当者の研究室等

- 1号館4階 山崎准教授室

3

シラバスより

■ 関連科目

- 制御工学I・II, 計算機制御, センサ信号処理(3年次)
- 微積分I・II, 線形代数I・II

※ロボットの姿勢や運動の計算に、

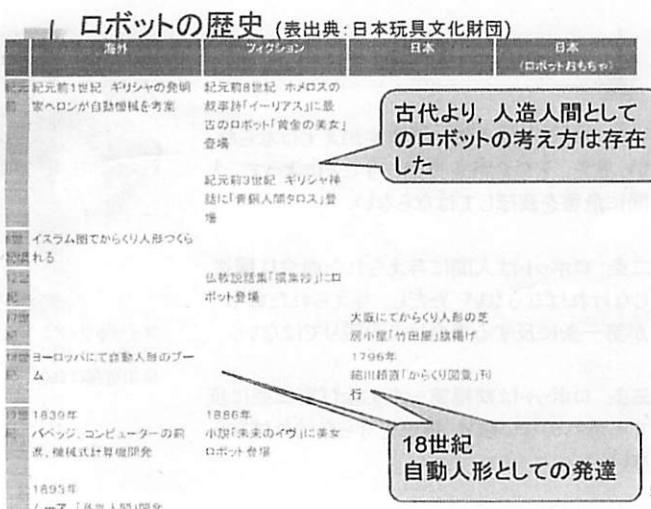
- 基本的な微積分(偏微分を含む)
- 三角関数
- 行列計算(逆行列、行列式を含む)



■ 参考書

- 日本機械学会, ロボティクス

4



5

ヨーロッパの自動人形(オートマタ)

ぜんまいを動力として動く



出典:wikipedia

「ドロワー」(1773) 「音楽家」(1774) 「ライター」(1772)
ジャケ・ドロー、ジャン・フレデリック・レショー

6

日本の自動人形(からくり人形)

機巧図彙(からくりずい、きこうずい) :細川半蔵、1796年成立
和時計や茶運び人形などのからくりについて説明した書物



弓曳童子



茶運び人形

出典:wikipedia

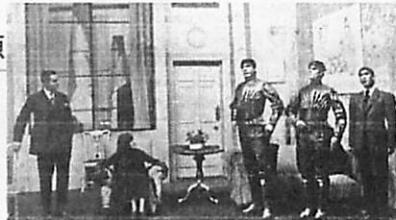
7

ロボットという単語が作られる
(1920)

1920年 米アーヴィング・ウェスティングハウス社 創作家カレル・チャペック がロボット第1号「オーランクス」を発表	1920年 西村真琴 日本初のロボット を発表
1927年 演説ロボット「エリック」発表	1920年 映画「マロボリス」に人間 型ロボット、マリア登場
1932年 物理学者メイ、「ロボットアル ファ」発表	
1934年 サンフランシスコ万博で歩くロ ボット「ウーリー」発表	
1945年 数学者ノイマン、「コンピューター の基礎」ノイマン型コンピューター 開発	
1948年 ウィーナー、「サイバネティック理 論・生物と機械を統ぶシステム」 提唱	
1946年 ベンシルベニア大学、世界初大 型コンピューター「ENIAC」完成	

8

ロボットの語源



出典:wikipedia

- チェコの戯曲家カレル・チャペックが、その作品「R.U.R.(ロッサム万能ロボット会社)」(1920)で使ったのが起源
- チェコ語で強制労働を意味する「ロボッタ robot」と、スロバキア語で労働者を意味する「ロボトニーク robotnik」からの造語とされる
- 一種の人造人間であり、人間に反乱する

9

日本初のロボット:学天則

- 東洋初のロボット(1928年(昭和3年))
- 高さ約3.5m、幅約3m
- 製作者:西村真琴(元・北海道帝国大学教授)
- 空気圧で腕や表情を駆動させる
- 復元:大阪市立科学館(2008年)



出典:Wikipedia

10

著作	フィクション	日本	日本 (ロボットおもちゃ)
1900年 ヒューリングが「人工知能」を提 出	1950年 アイザック・アシモフ、SF小 説 小説「われはロボット」で 「ロボット=原稿」を提出	1959年 東京工業農政研究室が 販売していた時代 「人工の手」を開発を試験 「われはロボット」を多 機能用ブリキロボットを多 く販売	
1954年 チボリ社が認証再生ロボット特 許	1951年 手帳治虫が「鉄腕アトム」 連載	1959年 東京工業農政研究室が 販売していた時代 「人工の手」を開発を試験 「われはロボット」を多 機能用ブリキロボットを多 く販売	
1957年 ソ連が世界初の人工衛星「ス プートニク1号」打ち上げ成功	1952年 バーナード・ウルフが「手足 をサイボーグ化する」「ロボ トマー手術」を構成したSF小 説「リムボー」発表	1959年 東京工業農政研究室が 販売していた時代 「人工の手」を開発を試験 「われはロボット」を多 機能用ブリキロボットを多 く販売	
1958年 米国コンソリューションズ・コ ーポレーション社が商業用ロボット 発表	1956年 米国映画「試金の惑星」に 万能ロボット「ロビー」登場	1959年 東京工業農政研究室が 販売していた時代 「人工の手」を開発を試験 「われはロボット」を多 機能用ブリキロボットを多 く販売	
1959年 根山光輝「鉄人28号」連 載	1950 小説、アニメでのロボット	1959年 東京工業農政研究室が 販売していた時代 「人工の手」を開発を試験 「われはロボット」を多 機能用ブリキロボットを多 く販売	
1959年ロバート・ス・ハイ ラインが「進化半導體など 後に影響を与えた小説」宇 宙の歎」発表			

11

ロボット工学三原則

第一条 ロボットは人間に危害を加えてはならな
い。また、その危険を見過ごすことによって、人
間に危害を及ぼしてはならない。



アイザック・アシモフ
「われはロボット」
早川書房(1950)

第二条 ロボットは人間に与えられた命令に服従
しなければならない。ただし、与えられた命令
が第一条に反する場合はこの限りではない。

第三条 ロボットは前掲第一条および第二条に反
する恐れのない限り、自己を守らなければなら
ない。

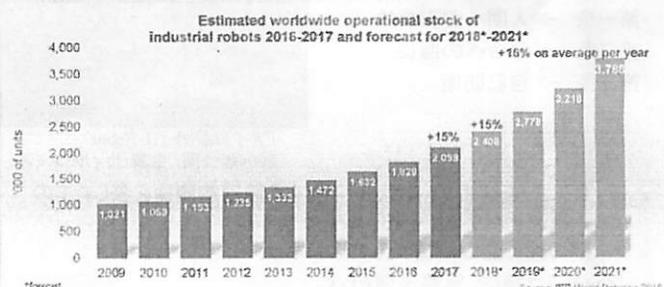
12

世界の産業用ロボット稼働台数 (マニュファクチャリング用)

Category	2015 END	2016 END	2017 END	Estimated annual growth rate (%)		Total
				12M	24M	
All	293,314	307,874	315,403	+5.4%	+2.1%	926,591
中国	255,483	262,976	271,055	+2.9%	+3.2%	800,014
米国	9,150	9,146	9,280	+0.1%	+1.4%	27,516
ヨーロッパ	42,227	43,617	43,608	+0.0%	+0.0%	130,552
韓国	21,430	21,578	21,519	+0.4%	-0.3%	64,527
日本	49,230	49,896	50,009	+1.3%	+0.2%	149,135
印度	44,254	46,665	48,213	+5.4%	+3.2%	139,072
その他のアジア	7,724	7,986	8,113	+2.7%	+1.6%	23,843
オーストラリア/ニュージーランド	2,311	2,318	2,386	+3.0%	+3.0%	6,715
中東	214,144	216,928	214,979	+0.9%	-1.0%	646,051
オーストラリア	10,068	10,259	10,290	+2.0%	+0.3%	30,617
カナダ	14,743	15,738	15,848	+0.7%	-0.1%	46,329
フランス	16,719	16,725	16,812	+0.5%	-0.5%	50,352
その他の中東・アフリカ	2,041	2,071	2,121	+1.5%	+2.4%	6,234
その他	7,717	7,737	7,737	+0.1%	+0.0%	23,221
サマータイム	7,694	7,749	7,746	+0.7%	-0.1%	23,230
ヨーロッパ	7,502	7,627	7,716	+1.6%	+1.2%	22,945
オランダ	6,731	6,919	6,918	+3.1%	+0.0%	19,568
オランダ	11,250	11,682	11,672	+3.7%	-0.1%	34,604
オランダ	11,250	11,682	11,672	+3.7%	-0.1%	34,604
フィンランド	4,124	4,311	4,358	+4.6%	+1.6%	12,981
フランス	23,163	24,446	26,238	+5.1%	+7.1%	76,827
オランダ	26,593	27,012	27,033	+1.4%	-0.1%	79,957
オランダ	4,774	4,794	4,794	+0.4%	+0.0%	13,968
オランダ	4,774	4,794	4,794	+0.4%	+0.0%	13,968
オランダ	41,026	42,379	43,196	+3.4%	+2.0%	122,626
オランダ	1,286	1,338	1,342	+3.8%	+0.3%	4,026
オランダ	3,146	3,268	3,262	+4.0%	-1.8%	9,696
オランダ	2,857	2,968	2,968	+3.8%	+0.0%	8,904
オランダ	2,857	2,968	2,968	+3.8%	+0.0%	8,904
オランダ	3,095	3,152	3,152	+2.2%	+0.0%	9,500
オランダ	7,954	8,176	8,176	+2.7%	+0.0%	25,206
オランダ	7,954	8,176	8,176	+2.7%	+0.0%	25,206
オランダ	11,057	11,937	12,040	+8.1%	+1.1%	35,127
オランダ	11,057	11,937	12,040	+8.1%	+1.1%	35,127
オランダ	3,106	3,165	3,165	+2.0%	+0.0%	9,500
オランダ	3,106	3,165	3,165	+2.0%	+0.0%	9,500
オランダ	15,343	15,375	15,375	+0.2%	+0.0%	46,477
オランダ	15,343	15,375	15,375	+0.2%	+0.0%	46,477
オランダ	1,048	1,058	1,058	+1.0%	+0.0%	3,175
オランダ	1,048	1,058	1,058	+1.0%	+0.0%	3,175
オランダ	1,048	1,058	1,058	+1.0%	+0.0%	3,175
オランダ	3,115	3,135	3,135	+0.6%	+0.6%	9,500
オランダ	3,115	3,135	3,135	+0.6%	+0.6%	9,500
Total	2,630	2,647	2,647	+0.6%	+0.0%	7,954
Total	22,127	22,127	22,127	+0.0%	+0.0%	63,344
Total	1,444,859	1,458,932	1,467,129	+0.6%	+0.6%	4,360,910
Total	594,339	594,339	594,339	+0.0%	+0.0%	1,782,997
Total	465,548	465,548	465,548	+0.0%	+0.0%	1,398,134

*IFR (International Federation of Robotics, 国際ロボット連盟)

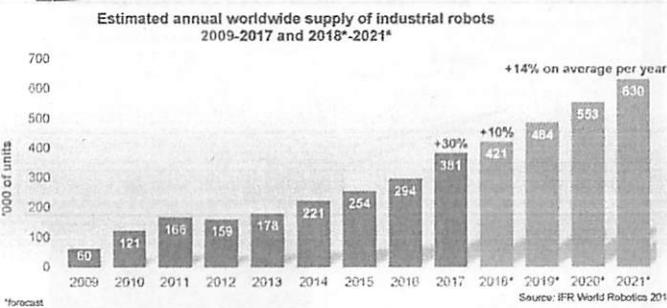
産業用ロボット稼働台数



2017年には200万台を突破
2020年には300万台を突破の予測
2021年には380万台との予測

20

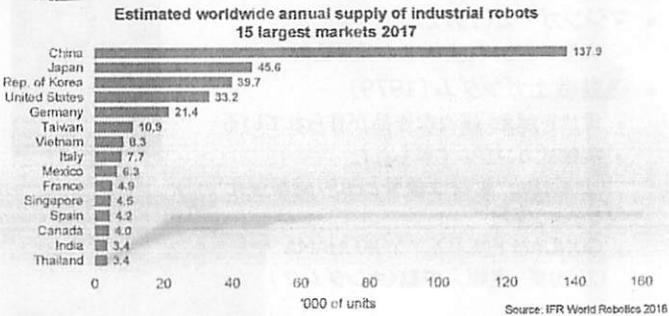
産業用ロボット販売台数



2017年には38万台(前年比+30%)
2021年には63万台との予測
2009年はリーマンショックによる落ち込み²¹

22

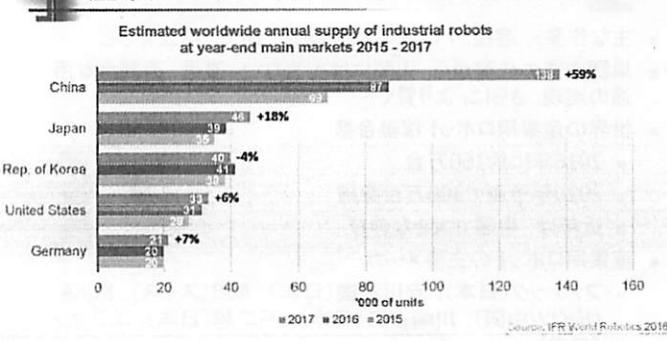
産業用ロボット販売台数(国別)



中国が138万台(全体の36%)でトップ(ただし、海外のメーカーによる販売が3/4)
生産台数では日本メーカーのシェアは56%で世界一

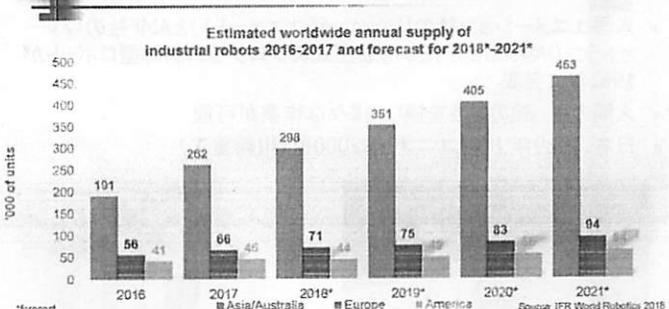
22

産業用ロボット販売台数(上位5カ国)



上位5カ国(中国、日本、韓国、アメリカ、ドイツ)で全体の73%

産業用ロボット販売台数(地域別)



アジアの占める割合、伸びとも大きい

24

ロボット工学三原則

- 第一条 → 人間への安全性
- 第二条 → 命令への服従
- 第三条 → 自己防衛



「アイ,ロボット」(I, Robot)
2004年公開、主演: ウィル・スミス

- フィクションを超えて、ロボットに関する倫理的側面を表したものとして現実のロボット工学に影響を与えた
- 「人間の役に立つ機械」としてのロボット
- アシモフは後に、第零法則として、
ロボットは人類に対して危害を加えてはならない。またその危機を看過してはならない。

を追加している。(「ロボットと帝国」(1985))

13

日本: ロボット漫画の誕生

- 鉄腕アトム(手塚治虫 1952)
 - 感情を持つロボット
- 鉄人28号(横山光輝 1956)
 - リモコンで動く大型ロボット



サンコミックス版
鉄腕アトム 1巻表紙



鉄人28号 モニュメント(兵庫・長田) 高さ15.3メートル

14

日本: ロボットアニメの広がり

- マジンガーZ(1972)
 - 人型ロボットに主人公が乗り込む
- 機動戦士ガンダム(1979)
 - 世代を超える、様々な作品が作られている
 - 実物大ガンダムも作られた
(全高18m、素材は鉄骨とFRP(繊維強化プラスチック))
 - GUNDAM FACTORY YOKOHAMA
(2020夏 実物大の動くガンダム?)



超合金魂マジンガーZ



实物大ガンダム(東京お台場)

1960年	1963年	1967年
生物の動きや機能をロボットに 取り入れる学問「バイオニクス」公開	「鉄腕アトム」「鉄人28号」 アニメ世界初の産業用ロボット テレビ放送開始	歩行動作や仕掛けにも工 入、国産ロボット製造開始 また、アボロ11号が月面 (ロボット第1世代) 着陸を実現したこの時代、 宇宙への夢がロボットたち にも託された。
登場	「ユニメート」登場	
		1962年
		アメリカAMF社産業用ロボット 「バーサトラン」発売
		1966年
		アメリカGE社、パワーアシスト機 械「ハーディマン」開発
		1966年
		ノルウェー、トランファー社「産業 ロボット」開発
		1969年
		アメリカ、現在のインターネットの 元祖「アーバネット」運営開始

1960年代 産業用ロボットの登場



15

産業用ロボット

- 米国ユニメーション社の「Unimate(ユニメート)」とAMF社の「バーサトラン(Versatrax)」という油圧式のプログラム制御型ロボットが1961年に発表
- 人間の手、腕の動きを模し、様々な作業が可能
- 日本: 1969年 川崎ユニメート2000型(川崎重工)



<https://www.robotics.org/>



<http://cyberneticzoo.com/>

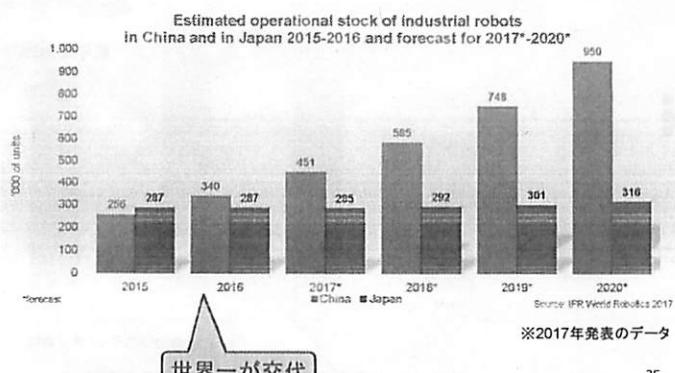
産業用ロボットの発展

- 主な作業: 溶接、ハンドリング、塗装、加工、組立てなど
- 単調作業の代替から、人間には出来ない、高速、高精度な用途の実現、さらに、より賢くへ
- 世界の産業用ロボット稼働台数
 - 2016年に約160万台
 - 2020年予測で300万台突破
 - 近年は、中国で大きな伸び
- 産業用ロボットの主要メーカー
 - ファナック(日本)、安川電機(日本)、ABB(スイス)、KUKA(ドイツ/中国)、川崎重工(日本)、不二越(日本)、エプソン(日本)、...
- 近年は、産業用以外の、サービスロボットも大きく伸びてきている



16

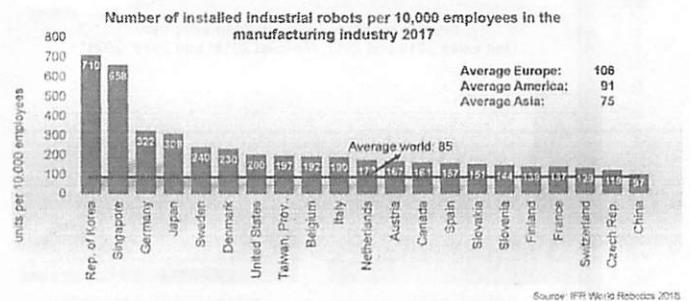
産業用ロボット稼働台数(日中の比較)



世界一が交代

25

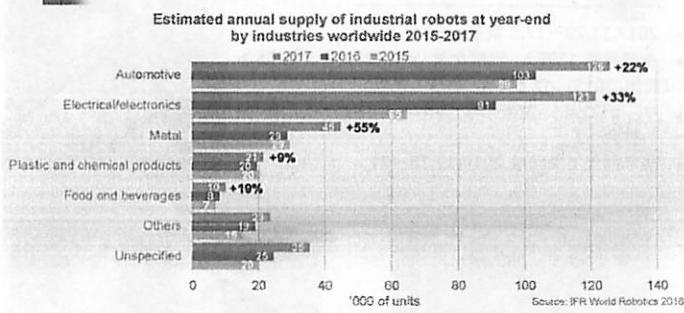
従業員10000人当りのロボット台数(密度)



韓国が最も高いが、平均ではアジアが低い

26

世界の産業用ロボットの利用分野



自動車関連がトップ(全体の33%)

電気電子関連も大きく伸びている(全体の32%)

27

サービスロボット

- 様々なサービスを提供するロボット
- 近年、急速に伸びている
- レスキュー・ロボット
- 医療用ロボット
- 掃除用ロボット
- 警備ロボット など



ロボット掃除機 ルンバ
<https://www.irobot-jp.com/roomba/>



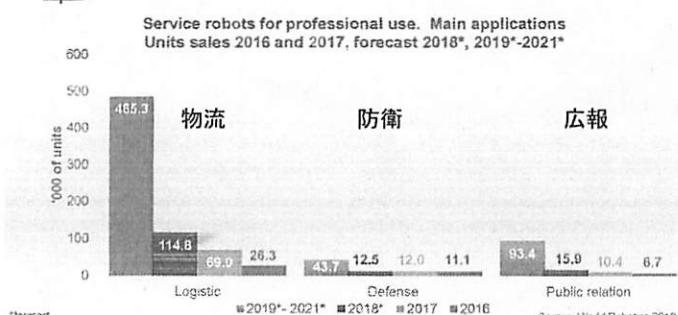
レスキュー・ロボット Quince
<http://www.furo.org/ja/robot/quince/>



内視鏡外科手術用カメラ操作ロボット
EMARO <http://www.riverfieldinc.com/>

28

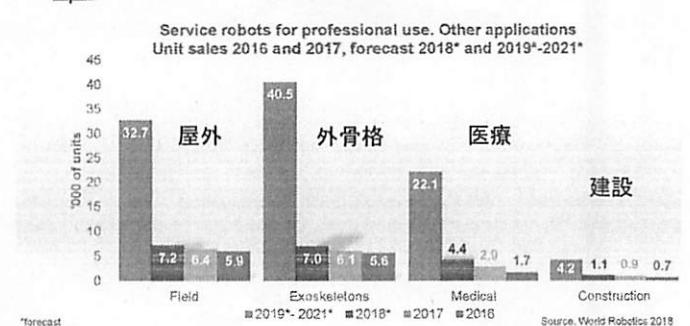
業務用サービスロボット販売台数(1)



各方面で今後大幅増が見込まれるが、特に
物流での伸びが予測される

29

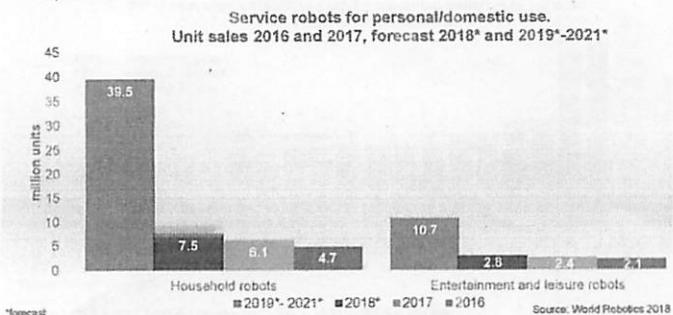
業務用サービスロボット販売台数(2)



様々な領域での利用が見込まれている

30

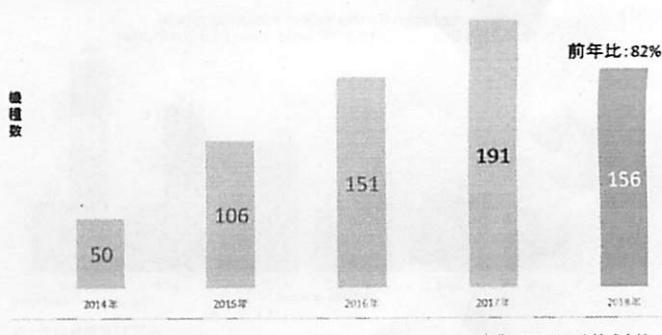
個人/家庭用サービスロボット販売台数



ロボット掃除機は家庭でも普及が進んでいる

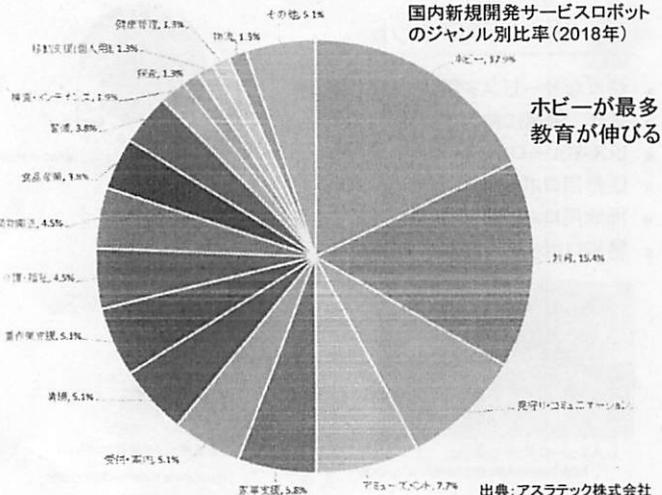
31

国内で開発されたサービスロボットの機種数(2014~2018)



昨年比で減少も2018年も150機種を超える 32

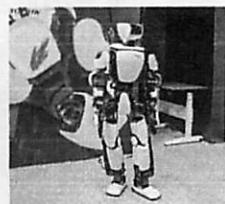
国内新規開発サービスロボットのジャンル別比率(2018年)



ホビーが最多
教育が伸びる

2017国際ロボット展

- 2017.11.29～12.2 東京ビックサイト
- 来場者数 13万人、出展企業・団体数計:612社・団体 (前回(2015) 12.1万人、出展 446社)
- テーマ『ロボット革命がはじまつた－そして人に優しい社会へ』
- 隔年開催で次回は 2019.12.18～21



出典:ロボスタ

ロボットの定義と基本構成

ロボット概論 2

第2回(2019/9/30)

担当:山崎

1

2

はじめに

■前回の内容

- ロボット開発の歴史と社会的背景

■今回の内容

- ロボットの定義と基本構成
- 環境に応じた設計思想の違い

ロボットの定義(辞書)

■辞書(明鏡国語辞典)

- ①精巧な機械装置によって人間のように手足を動かす人形。人造人間。
- ②コンピューターの制御によって特定の作業・操作を自動的に行う装置。「産業用一」
- ③他人の意のままに操られて動く人。傀儡。

■ Wikipedia

- 人の代わりに何等かの作業を自律的に行う装置、もしくは機械のこと。

3

ロボット…?

■ 様々な形態のモノがロボットと呼ばれている

- パワードスーツ



Panasonic アシストスーツ

- ドローン



DJI Mavic Pro

- アンドロイド



toto

- 自動運転車(ロボットカー)



The Robocar

5

ロボットの定義(JIS B0134:2015によるもの)

- ロボット及びロボティックデバイス JIS B0134:2015 (ISO8373:2012に対応)
- JIS B0134:2015でロボットの定義が追加
- ロボット(robot)
 - 二つ以上の軸についてプログラムによって動作し、ある程度の自律性をもち、環境内で動作して所期の作業を実行する運動機構。
 - 注記 1 ロボットは、制御システム及び制御システムとのインターフェースを含む。
 - 注記 2 ロボットを産業用ロボット又はサービスロボットに分類するには、所期の用途によるものとする。
- ロボティックデバイス(robotic device)
 - 産業用ロボット又はサービスロボットの特徴を満たすが、プログラムできる軸数又は自律性の程度に不足のある運動機構。
 - 例 パワーアシスト装置、遠隔操縦装置、2軸の産業用マニピュレータ。
- 自律性(autonomy)
 - 人の介入なしに、現在の状態及びセンシングに基づいて所期の作業を実行する能力。

■ 産業用ロボット(industrial robot)

- 自動制御され、再プログラム可能で、多目的なマニピュレータであり、3軸以上でプログラム可能で、1か所に固定して又は移動機能をもって、産業自動化の用途に用いられるロボット。
- 注記 1 産業用ロボットは、次のものを含む。
 - マニピュレータ(アクチュエータを含む。)。
 - 制御装置[ペンダント及び通信インターフェース(ハードウェア及びソフトウェア)を含む。]。
- 注記 2 産業用ロボットは、統合による追加軸を含む。

■ 参考: JIS B0134:1998での、産業用ロボットの定義

- 自動制御によるマニピュレーション機能又は移動機能をもち、各種の作業をプログラムによって実行できる、産業に使用される機械。

6

ロボットの定義(JIS B0134:2015による)

マニピュレータ(manipulator)

- 互いに連結され相対的に回転又は直進運動する一連の部材で構成され、対象物(工作物、工具など)をつかみ、通常、数自由度で動かすことを目的とした機械。
- 注記1 マニピュレータは、オペレータ、プログラム可能なコントローラ、又は論理システム(カム機構、リレー制御回路など)によって制御される。
- 注記2 マニピュレータは、エンドエフェクタを含まない。



サービスロボット(service robot)

- 人又は設備にとって有益な作業を実行するロボット。産業自動化の用途に用いるものを除く。
- 注記1 産業自動化の用途には、製造、検査、包装、組立などがある。
- 注記2 多関節ロボットは、生産ラインで使われる場合は産業用ロボットであるが、食事支援に使う場合はサービスロボットである。

ロボットに対する考えは時代とともに変化し、明確に定義付けするのは難しい

ロボットをつくるには

- ロボットを作り、動かすには様々な学問分野の知識が必要。以下はその一部。
- 材料をどうするか？強度は大丈夫か？
 - 材料学、材料力学
- どのような機構にするか？どんな動きをするか？
 - 機構学、運動学、機械力学
- どのような駆動系を使うか？
 - 電気・電子工学、流体力学
- 自身や環境の情報をどうやって知るか
 - 計測工学
- 思い通りに動くように関節等へ指令を与える
 - 制御工学
- ロボット自身に知的な考え方をさせたい
 - 情報工学

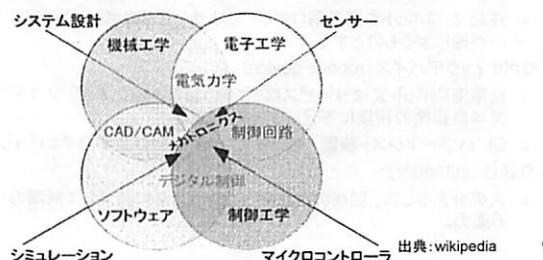


基礎になるのは、
数学と物理

8

メカトロニクス(Mechatronics)

- 機械(mechanism)と電子(electronics)からの造語。和製英語だが、世界で使われるようになった。
- 機械、電気系、制御系、情報系の融合した分野
- ロボットもメカトロニクスによるシステムであり、現代社会のあらゆるところに見ることができる



アクチュエータとセンサ

アクチュエータ(actuator)

- 駆動部に用いられる
- 動きを発生させる要素
- 方式:電動、油圧、空気圧など

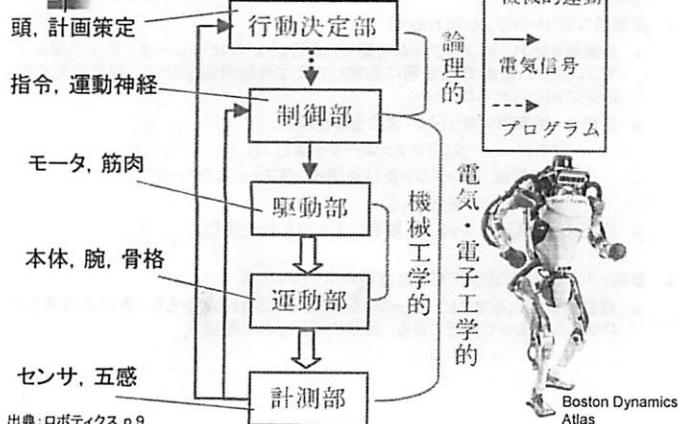
センサ(sensor)

- 計測部に用いられる
- 温度や圧力などの物理量を電気信号などの別の信号に変換する
- 内界センサと外界センサに分けられる

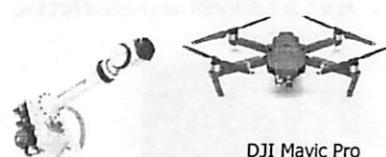
※それぞれの種類・方式については(5, 6回で扱う)

10

ロボットの構成要素



さまざまなロボットを構成要素に分けて考えてみよう



DJI Mavic Pro



FANUC Robot
R-2000iC



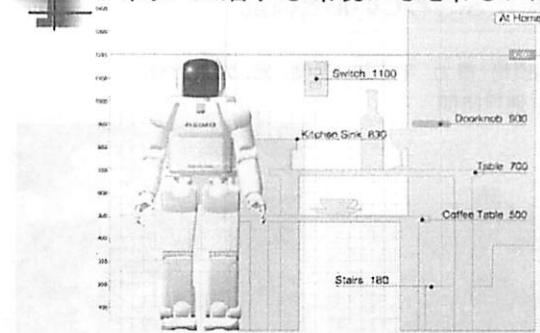
SONY AIBO

12

環境による設計思想の違い

- 活動する環境に応じてロボットの形態(形、機能、大きさ、性能など)は異なってくる。次に、環境と形態とに注目して分析してみよう。
- 人間が生活する環境
- 工場環境
- 災害現場
- 宇宙環境

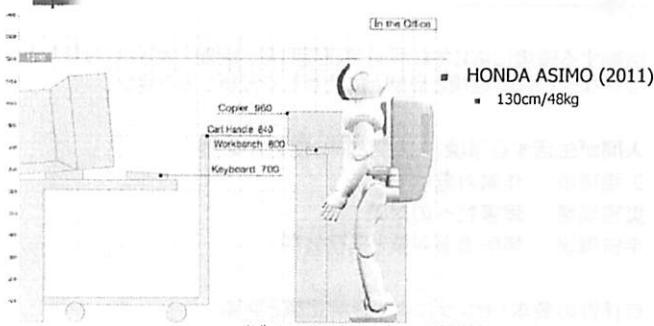
人が生活する環境にふさわしいかたち



出典:<http://world.honda.com/ASIMO>

問: 生活空間で作業するロボットは人間型が適しているか?

人が生活する環境にふさわしいかたち



出典:<http://world.honda.com/ASIMO>

問: 生活空間で作業するロボットは人間型が適しているか?

工場にふさわしい形



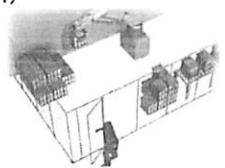
出典:日産自動車

モノが作業対象
既知の環境
教示に基づく動作



工場にふさわしい形

- 安全性の確保
 - 「産業用ロボット(定格出力が80Wを超えるもの)」に接触することにより危険が生ずるおそれがあるときは、さく又は囲い等を設けること(労働安全衛生規則第150条の4)
- ロボットによる死亡事故(2015.7 ドイツ)
- 厚生労働省通達(平成25年12月)
 - 条件を満たせば、産業用ロボットと人の協働作業が可能に



出典:安全知識.com



FANUC 協働ロボットCR-35iA

17

災害現場にふさわしい形

- 危険物処理、災害、高放射線下
- 未知環境
- 自律移動、遠隔操作
- 不整地走行



産総研と東京大学の
災害対応用ヒューマノイドロボット
HRP-2改、JAXON



Telerob
telemax PRO



千葉工大、東北大、
国際レスキューシステム研究機構、
Quince



ボストンダイナミクス
BigDog

宇宙にふさわしい形と機能

- 全く異なる環境(重力, 宇宙線, 温度, 光, 大気…)
- 極限環境, 通信時間



火星探査ローバー
ソジャーナ



スペースシャトル
カナダアーム

通信時間の問題

- 電波(光)の速度: 30万 km/s (地球を7回り半)
- 静止衛星: 高度3万6千 km (片道0.12秒)
- 月まで38万km (片道1.3秒)
- 火星まで 5600万km~4億km(片道3分~20分)
- 環境を認識し判断を下す自律走行の必要性



テレイグジスタンス(Telexistence)

- 遠隔臨場感, 遠隔存在感
- 遠隔地のロボットを自分自身の分身(アバター)として動かす
- 視覚, 聴覚, 触覚などを共有
- 医療, 宇宙開発, 深海探査などへの応用



テレイグジスタンスロボット Telesar V

環境による設計思想の違い

- 活動する環境に応じてロボットの形態(形, 機能, 大きさ, 性能など)は異なってくる。環境と形態とに注目して分析してみよう。
- 人間が生活する環境 人間と同じ能力が必要
- 工場環境 作業対象はモノ
- 災害現場 障害物への対策
- 宇宙環境 極限環境対策と通信時間
- 自律性の要求(センサによる環境認識と判断)
- 求められる形, 機能, 大きさ, 性能は場合によって異なる

おわりに

- ロボットはどのように定義されているか?
- 産業用ロボットとサービスロボットの違いは?
- ロボット工学はどのような分野と関連しているか?
- ロボットの構成要素はどのように分けられるか?
- 環境によって求められる機能はどのように変わるか?

ロボットの機構(1)

ロボット概論 3

第3回(2019/10/7)

担当:山崎

1

はじめに

■ 前回の内容

- ロボットの定義
- ロボットの構成要素
- 環境による設計思想の違い

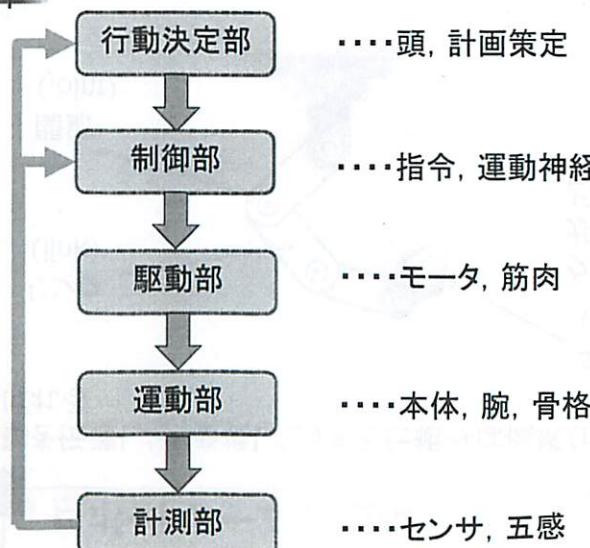
■ 今回の内容

- ロボットアームの自由度
- 記号による構造の表現
- 代表的なロボットアームの構造

➡ 図記号を用いてロボットの構造を描けるようになろう

2

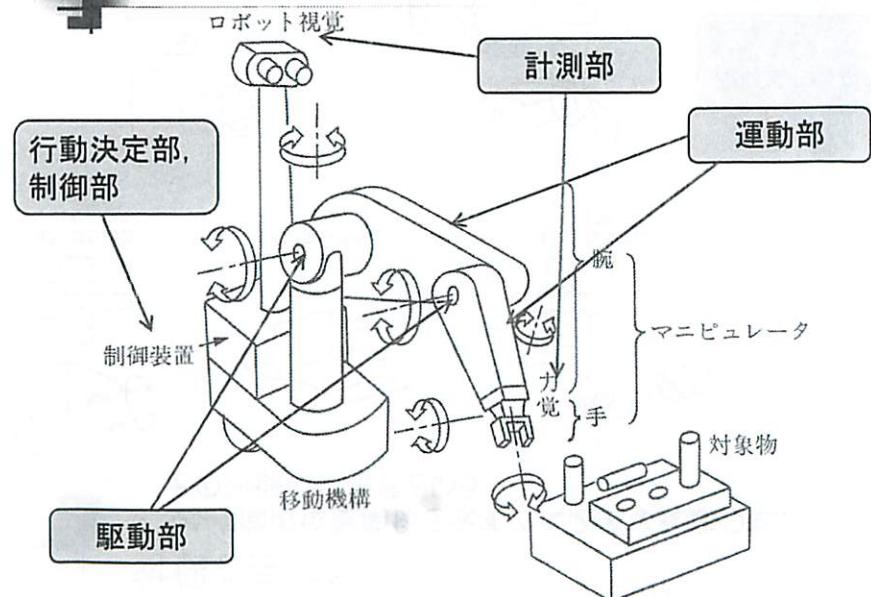
(復習)ロボットの構成要素



3

出典:川崎, ロボット工学の基礎, 森北出版

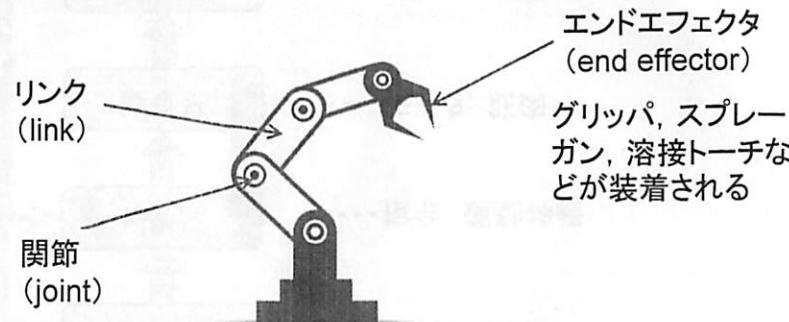
ロボットの構成例



4

ロボットアームの機構

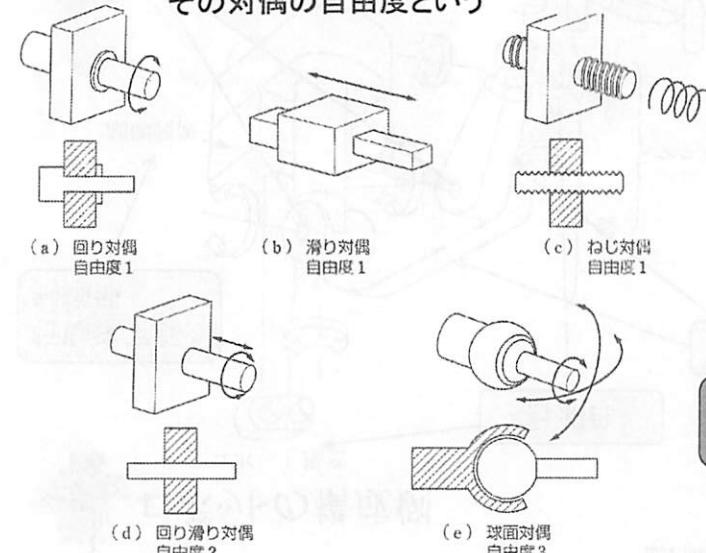
- 運動を伝達したり変換したりする仕組みは機構(mechanism)と呼ばれる



- 機構学では、リンクが相対運動するように連結された様子を対偶(pair)という

対偶と自由度

- リンク間の位置関係を表すのに必要な変数の数をその対偶の自由度という

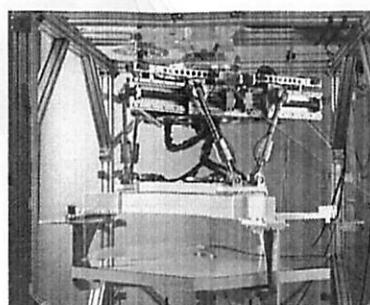


様々な対偶が用
いられている

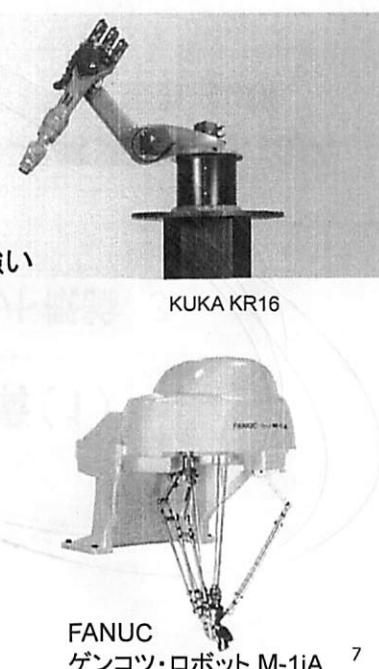
6

リンク機構

- シリアルリンク(serial link)
 - 各リンクが直列、可動範囲が広い
- パラレルリンク(parallel link)
 - 各リンクが並列、発生できる力が強い



三菱電機
分割鏡交換ロボット

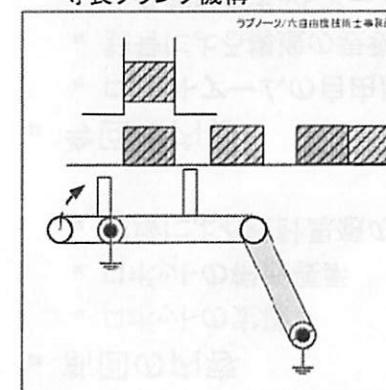


7

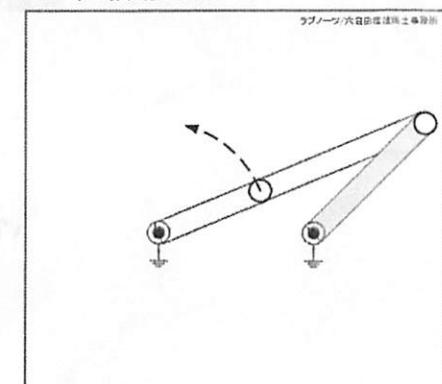
様々なリンク機構

出典:ラブノーツ/六自由度技術士事務所

- 中間リンクに機能をもたせた不等長クランク機構



- 往きはゆっくりと動作し帰りは素早く揺動運動

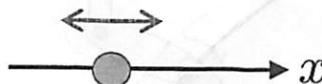


- 能動関節 ⇒ 自身で力を発生させる
- 受動関節 ⇒ 他の関節に動きに応じて動く

8

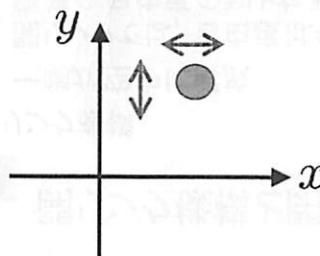
自由度(degree of freedom; DOF)

- 一般に、運動を記述するために必要な変数の個数を自由度という
- 例えば、直線上を自由に動ける質点の運動は、



自由度は 1
変数は x だけが十分

- 平面上を自由に動けるときは、

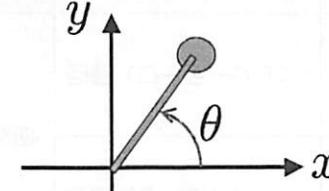


自由度は 2
変数は x と y の二つが必要

9

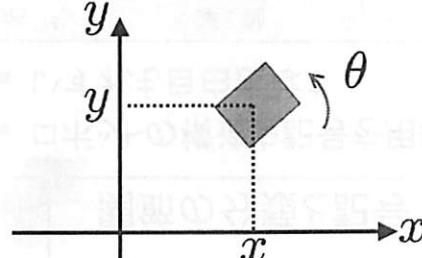
自由度(degree of freedom; DOF)

- 拘束がある場合は、自由度が落ちる



自由度は 1

- 物体の向きを考えるならば自由度が増える



自由度は 3

10

三次元空間での自由度

並進運動

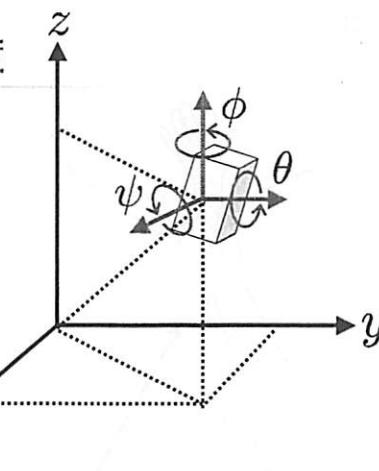
- x, y, z の各軸(3自由度)

- 物体の位置

回転運動

- x, y, z の各軸周りの回転
(3自由度(ψ, θ, ϕ))

- 物体の向き(姿勢)

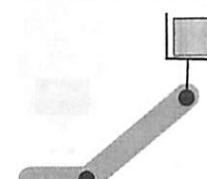
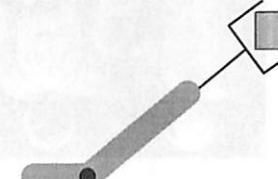


- 3次元空間で、マニピュレータの手先姿勢を自由に決めたいなら6自由度が必要となる
- 例えば、腕に3自由度、手先に3自由度

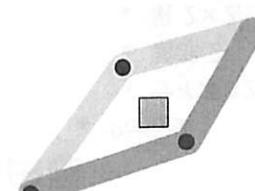
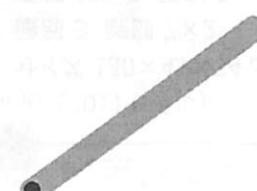
11

自由度(degree of freedom; DOF)

- 自由度が足りないとハンドの向きを変えられない

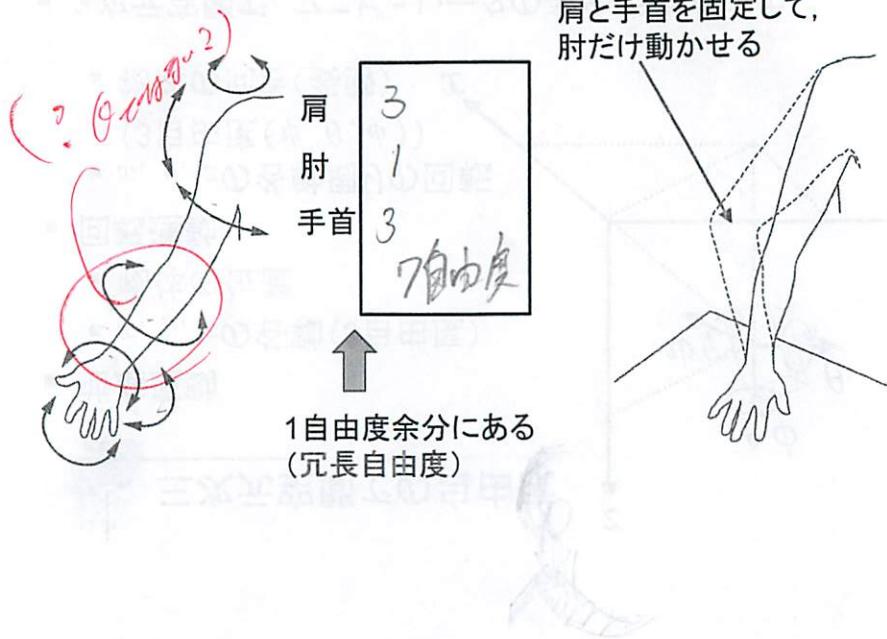


- 自由度が高い 障害物を避けられる、先端は同じでも違う姿勢



12

腕の自由度



13

開リンク機構と閉リンク機構の自由度

開リンク機構

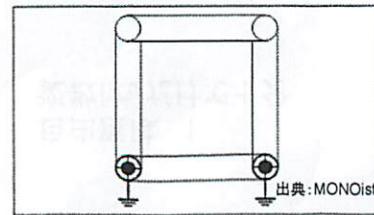
- 一端が空中に解放
- 開リンクでは、自由度は各関節の自由度の和となる



- 3つのリンク、2つの(自由度1の)関節で自由度は2

閉リンク機構

- 両端が基礎に拘束
- 開リンクに比べ自由度が落ちる



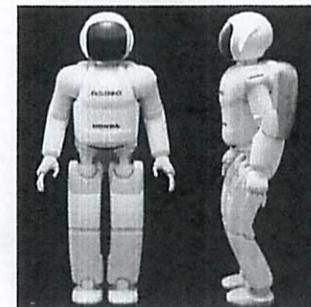
- 4つのリンク、4つの(自由度1の)関節があるが自由度は1(四節回転機構)

※一般的な計算法としてクツツバッハ・グルーブラー方程式がある。¹⁵

人型ロボットの自由度

Asimo (2011モデル)

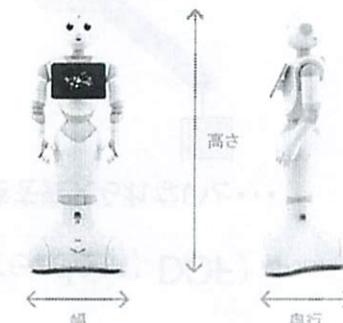
- サイズ $130 \times 45 \times 34$ cm
- 頭部 3, 腕部 7×2
- 手部 13×2 , 腰部 2
- 脚部 6×2
- 合計 57自由度



13

Pepper

- サイズ $1210 \times 480 \times 425$ mm
- 頭部 2
- 肩 2×2 , 肘 2×2
- 手首 1×2 , 手 1×2
- 腰 2, 膝 1, ホイール3
- 合計 20自由度



14

関節の分類と記号

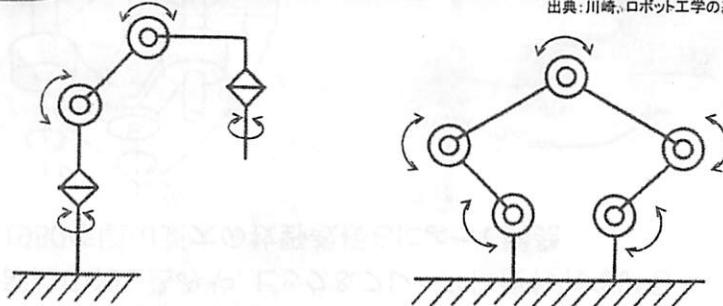
ロボットの構造を記号を用いて表現してみよう

いずれも自由度は1

名称	運動	形状例	記号	文字記号
回転関節	旋回 (ピボット)			P
	回転 (ローテーション)			R
直動関節	並進 (スライド)			S

記号によるロボットアームの表現例

出典:川崎, ロボット工学の基礎, 森北出版



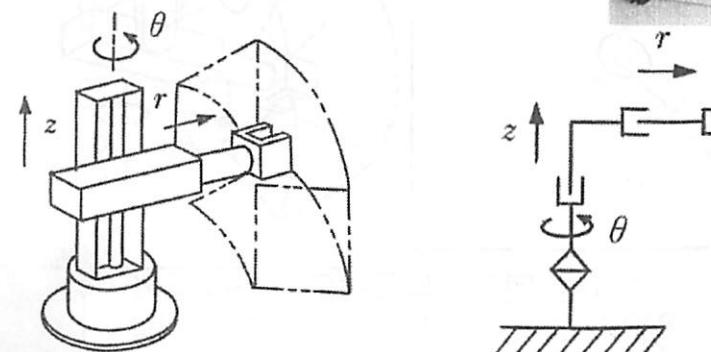
※図の矢印は説明の補足のためのものなので、描く必要は無い

- 図記号によってロボットがどのような動きをとるかが分かる
- 次に、代表的なロボットアーム(マニピュレータ)の構造を図記号で表しながら見ていこう

17

円筒座標系ロボット

- 回転関節+直動関節+直動関節
- 作業範囲の割に設置面積が小さい
- 対象物が円周上にあるとき便利
- 産業用ロボット初期のAMF社バーサトラン(Versatran)はこの形

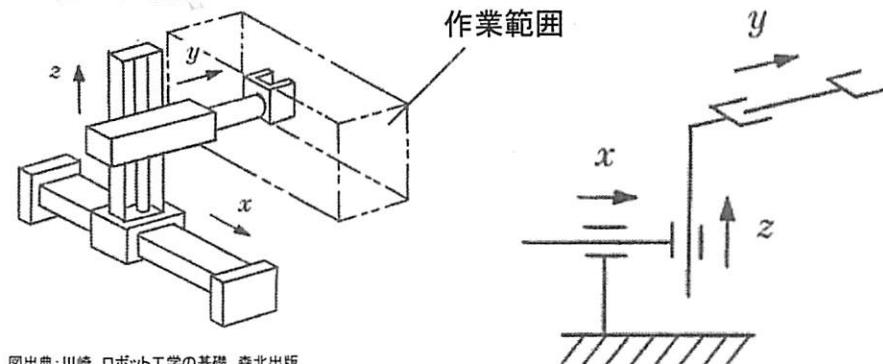


19

直交座標系ロボット

蛇の目ミシン工業
JC-3

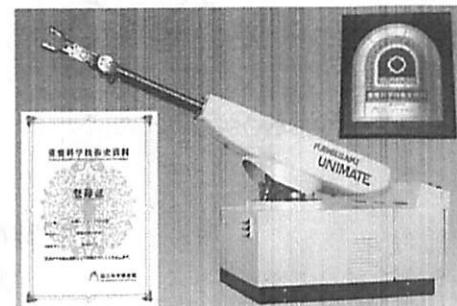
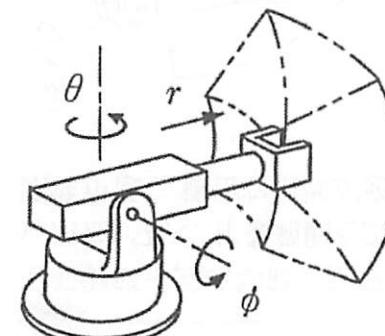
- 直動関節が3つ
- 作業範囲の割に設置面積が大きい
- 剛性が大きく、高精度な位置決めも可能



出典:川崎, ロボット工学の基礎, 森北出版

極座標系ロボット

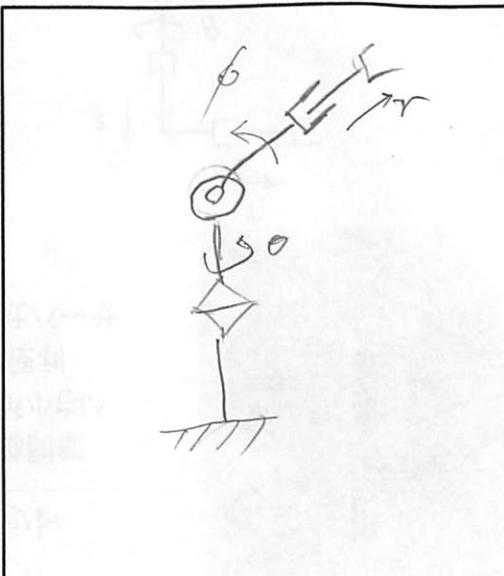
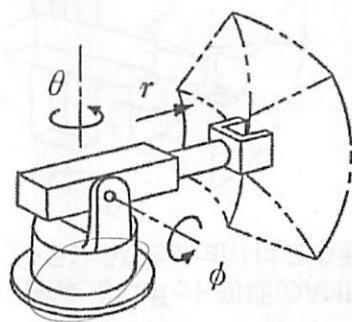
- 回転関節+回転関節+直動関節
- 円筒型と似ているが、上下方向に作業範囲が広がる
- 世界初の産業用ロボット「ユニメート(Unimate)」はこの形



Unimation社との技術提携で国産初の産業用ロボットとなった「川崎ユニメート2000型」(1969)

20

問: 下図の極座標系ロボットの機構を、(16枚目のスライドの)記号を用いて図示せよ

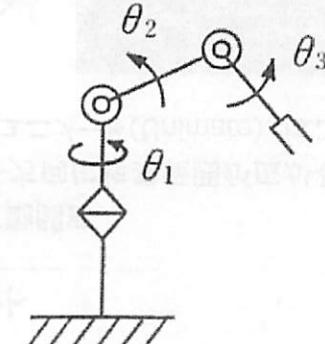
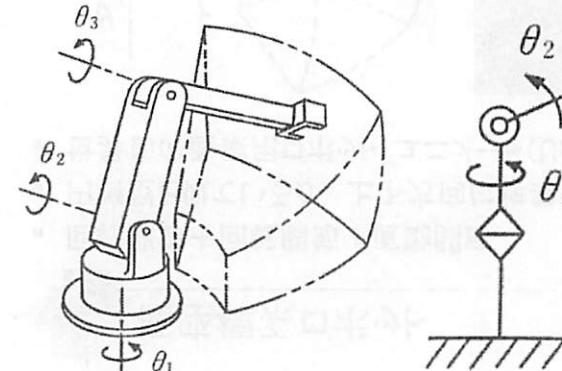


垂直多関節型ロボット

- 回転関節 + 回転関節 + 回転関節
- 汎用性が高く、作業範囲を広く取れる
- 剛性が低く、緻密な制御が必要



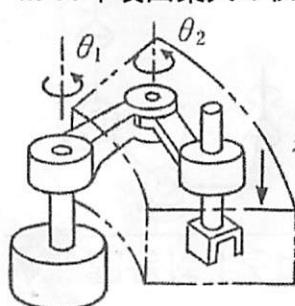
EPSON S5シリーズ



22

水平多関節型ロボット

- 回転関節 + 回転関節 + 直動関節
- スカラ型ロボットとも呼ばれる(SCARA; Selective Compliance Assembly Robot Arm)
- 垂直方向には剛性が高いが、水平面内では柔らかい
- 部品の押し込みや、ピック＆プレースに使われている
- 1980年頃山梨大の牧野教授によって開発



デンソーウェーブ HSRシリーズ

23

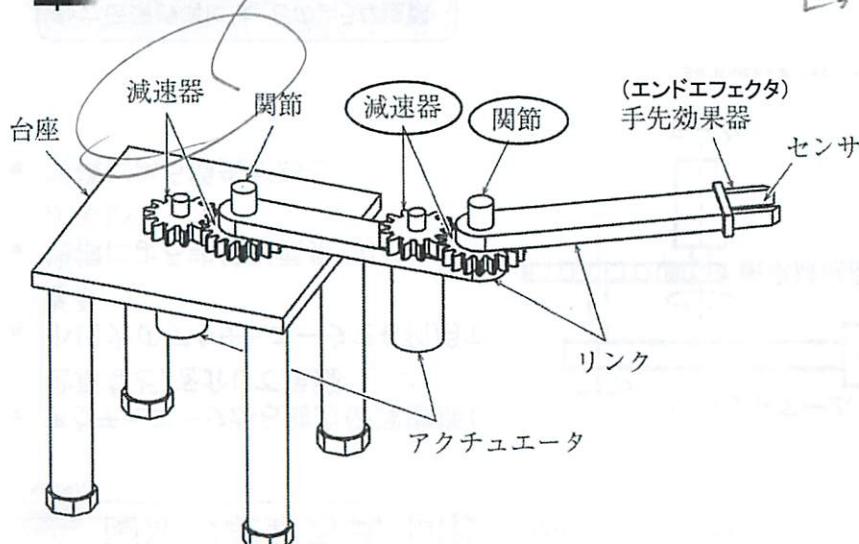
ロボットの機構(2)

ロボット概論 4

第4回(2019/10/21)

担当:山崎

ロボットアームの基本構造



佐遠¹白柳²
モータを作成する
難いから。
レコード³から

はじめに

前回の内容

- ロボットアームの自由度
- 記号による機構の表現
- 代表的なロボットアームの構成

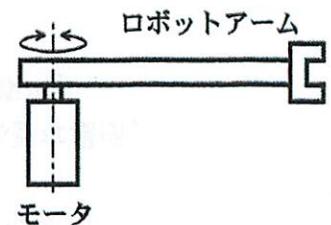
今回の内容

- 関節の駆動方式
- 様々な伝動機構

→ 関節部分を動かす仕組みを学ぼう

関節の駆動方式: 直接駆動

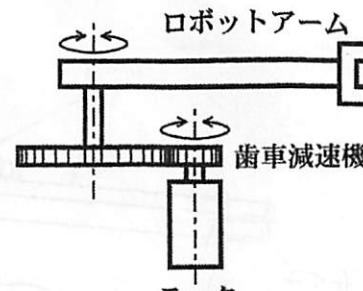
- アクチュエータの出力軸と関節軸を直接接続
- 介在する機構が少ないため、摩擦などの非線形要素の影響が小さい
- 大出力、高精度のアクチュエータが必要
- アームの動特性の影響が大きい



出典:日本機械学会, ロボティクス

関節の駆動方式:間接駆動

- アクチュエータから動力伝達機構(歯車など)を介して接続
- 小出力のアクチュエータでも利用できる
- 機構による非線形要素(ガタなど)が多い
- 機構による損失がある



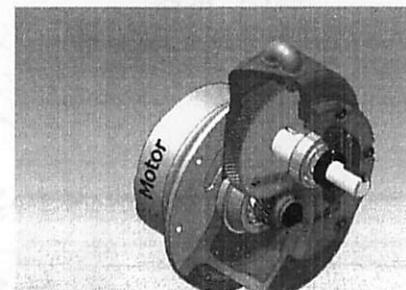
出典:日本機械学会、ロボティクス

動力伝達機構には、どのような種類があるだろう？

5

減速機

- 高回転のアクチュエータの回転数を落とし、トルクを増幅
 - 身近な例)
 - 変速ギア付き自転車
 - 減速比 $\frac{\text{入力側の回転数 } N_1}{\text{出力側の回転数 } N_2}$
 - 減速されるとき, $z > 1$
 - 例) $z=2$ なら、出力側の回転数は入力側の半分になる
 - 減速の代わりにトルクを増幅する（逆に增速すればトルクが減る）
- $$T_2 = T_1 \times z$$
- ※実際は損失がある



出典:
<https://www.youtube.com/watch?v=lCtaI4CnBHM>

7

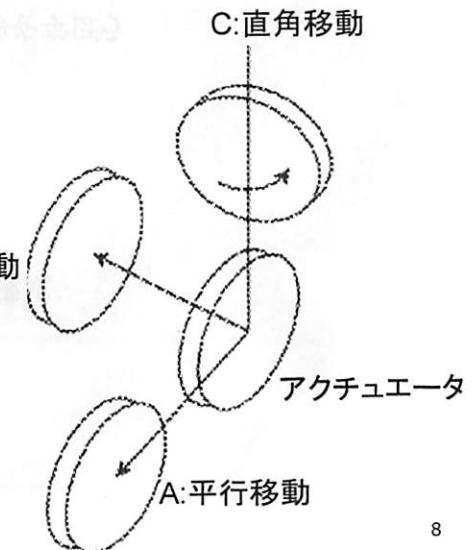
動力伝達機構(伝動機構, Power transmission mechanism)

- 種類
 - 歯車、ベルト、リンク、カムなど
- 伝動する内容
 - 運動(位置、速度、…), 力(並進力、回転力)
- 必要性
 - (動力を発生する場所) ≠ (動力が必要な場所)
 - [発生] → 変換 → [伝達] → 変換 → [作用]
 - 減速機としての役割
- シンプルな機構ほど良い
 - 効率(伝達効率)が良くなる → 損失(ロス)が少ない
 - 非線形要素(ガタなど)が減る → 制御性、安定性の向上

6

回転運動の伝達

- どうやって伝達する?
- A:回転を平行移動
- B: 軸方向移動
- C: 直角移動

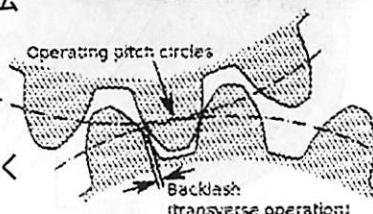
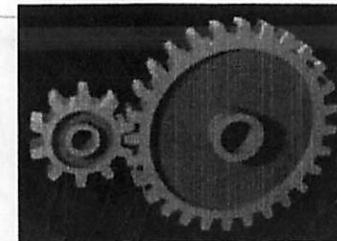


機構をうまく使えば実現できる

8

歯車(gear, ギヤ)

- 歯のかみあわせで回転運動を伝達する
- 大動力、高速の伝動に適する
- 歯車の組み合わせで、様々な速度比を得られる
- 回転軸が交差したり、ねじれても伝達できる
- 騒音が出やすい
- 軸間距離が長いと適さない
- 歯の形状にはインボリュート曲線が広く使われている
- バックラッシュと呼ばれる小さなガタがある



図出典:wikipedia

演習

- 下図のような歯車の組み合わせで、歯車1に入力軸が、歯車3に output 軸がつながれている。



- 歯車1の回転数が90rpmのとき、歯車3の回転数Nは何rpmか。

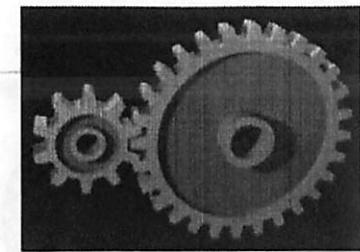
$$N_3 = \frac{N_1}{Z_{23}} = \frac{(N_1/Z_{12})}{Z_{23}} = \frac{N_1}{Z_{12} \cdot Z_{23}} = \frac{90}{3 \cdot 2} = 15 \text{ rpm}$$

11

$$\begin{aligned} Z_{12} &= \frac{N_1}{N_2} \\ Z_{23} &= \frac{N_2}{N_3} \\ \Rightarrow N_3 &= \frac{N_2}{Z_{23}} \end{aligned}$$

回転数の伝達

- 回転数は歯数の逆比になっている



図出典:wikipedia

$$\text{減速比} = \frac{\text{回転数1}}{\text{回転数2}} = \frac{\text{角速度1}}{\text{角速度2}} = \frac{\text{歯数2}}{\text{歯数1}}$$

$$\text{回転数2} = \text{回転数1} \times \frac{\text{歯数1}}{\text{歯数2}}$$

角速度 rad/s :
1秒間に何ラジアン回るか

rpm: 1分間での回転回数
(revolution per minute)

例) 100 rpm で回転する歯数10の歯車から歯数25の歯車へ回転を伝達すると

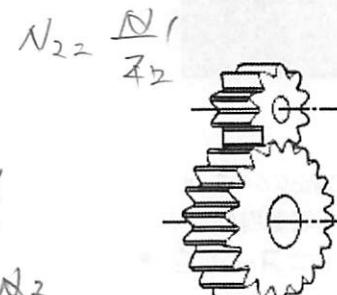
$$\text{減速比 } \frac{25}{10} = 2.5 \text{ よって, } 100 \times \frac{1}{2.5} = 40 \text{ rpm}$$

10

さまざまな歯車

平歯車

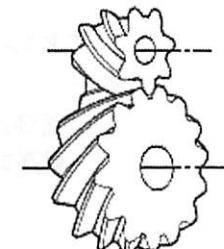
- 最も一般的な歯車
- 歯すじが軸に平行



11

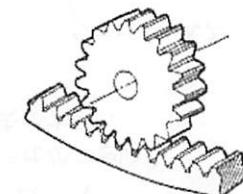
はすば歯車

- 歯すじがつるまき線
- 平歯車より強く静か



内歯車

- 円筒の内側に歯
- 2つの歯車の回転方向が同じ

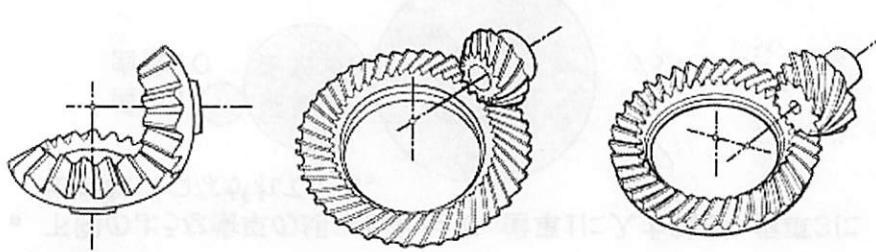


図出典:小原歯車工業

12

さまざまな歯車

- すぐばかさ歯車 ■ まがりばかさ歯車
- 回転の向きを変えられる ■ 歯すじが曲線のかさ歯車
- 歯すじが直線 ■ 2軸が交わらない
- ハイポイドギヤ
- 歯すじが曲線のかさ歯車
- 2軸が交わらない



図出典:小原歯車工業

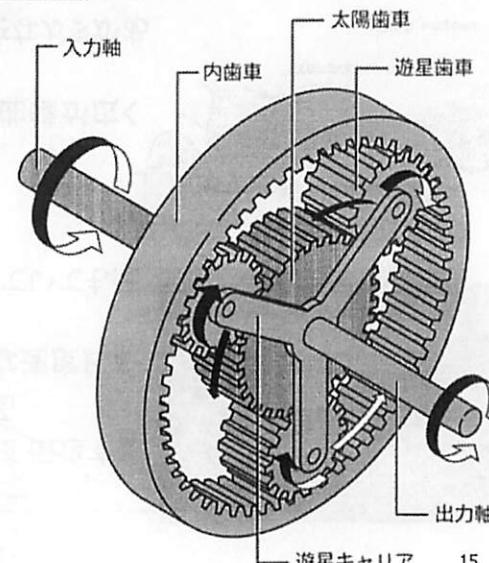
13

遊星歯車機構(planetary gear mechanism)

- 小型で高い減速比が得られる
- 大きなトルクが伝達できる
- 入力軸と出力軸を同軸上に配置できる
- 直列に繋げて多段構成にできるが、効率は下がる



遊星歯車が組み込まれたモータ

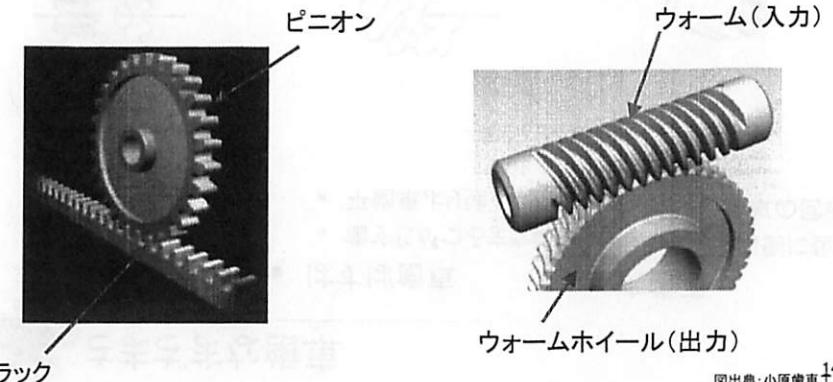


図出典:モノクロウ

15

さまざまな歯車

- ラック・ピニオン
- 回転運動を直動運動に変換
- ラックが動くスペースが必要
- ウオームギヤ
- 減速比が大きい
- 損失が大きい



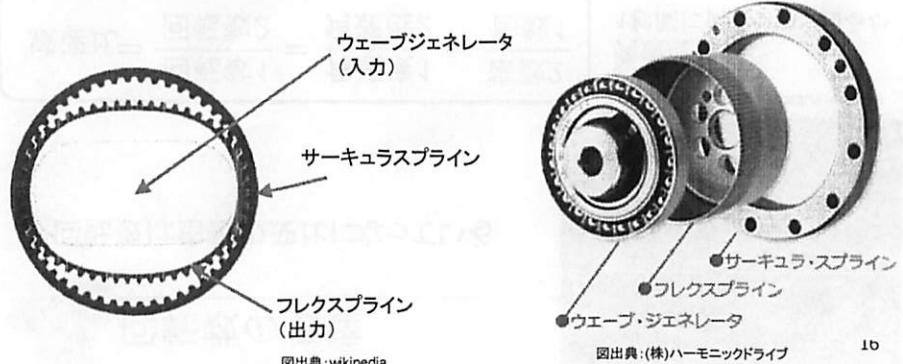
図出典:小原歯車工業

14

高様

波動歯車装置(Strain wave gearing)

- ハーモニックドライブとも呼ばれる(ハーモニック・ドライブ・システムズ社の登録商標)
- 小型で高い減速比(～300)を得られる
- バックラッシュが小さく、高精度、高効率、静粛
- 剛性が、硬いギヤには劣る

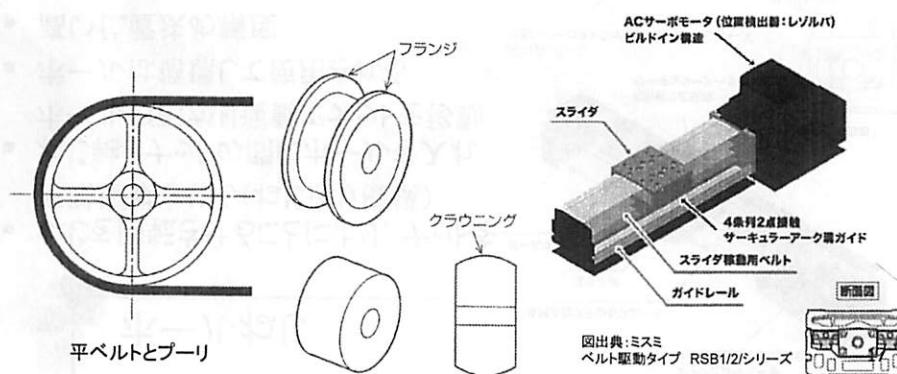


図出典:(株)ハーモニックドライブ

16

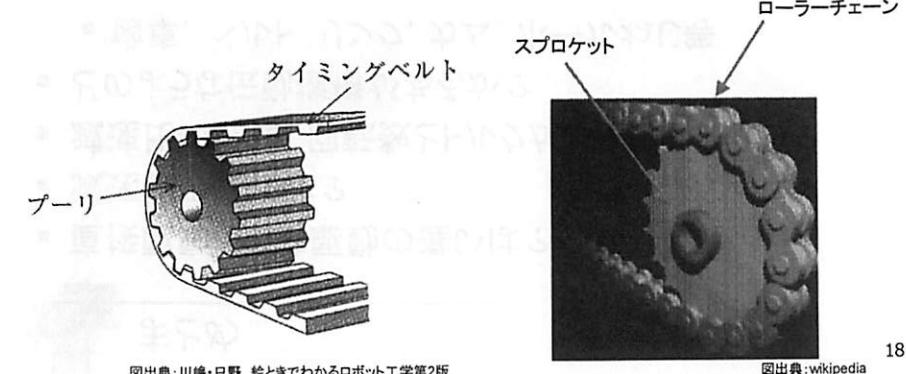
ベルトによる伝達

- ベルトやチェーンをブーリやスプロケットに巻き付けた機構（巻き掛け伝動機構）
- 軸間距離に制約がない、軽量で騒音が少ない
- 回転運動の伝達、直動運動への変換（例：ベルトコンベア）
- ベルトのように摩擦を利用している場合、滑りが生じる



ベルトによる伝達

- タイミングベルト（歯付きベルト）
 - 回転むらがない
 - 歯飛び現象に注意
- スプロケットとローラーチェーン
 - 低速大荷重の伝達に向く
 - 潤滑が必要

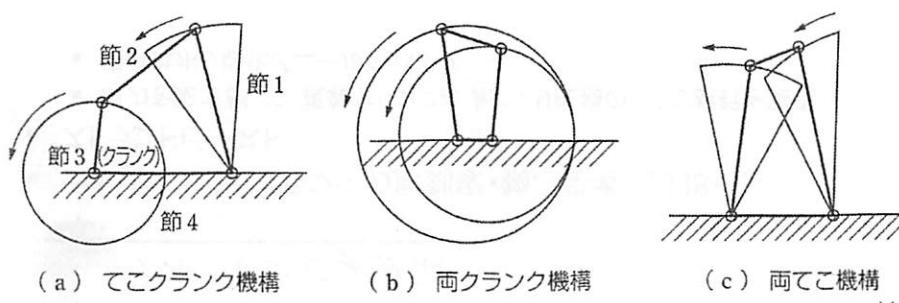


18

図出典:wikipedia

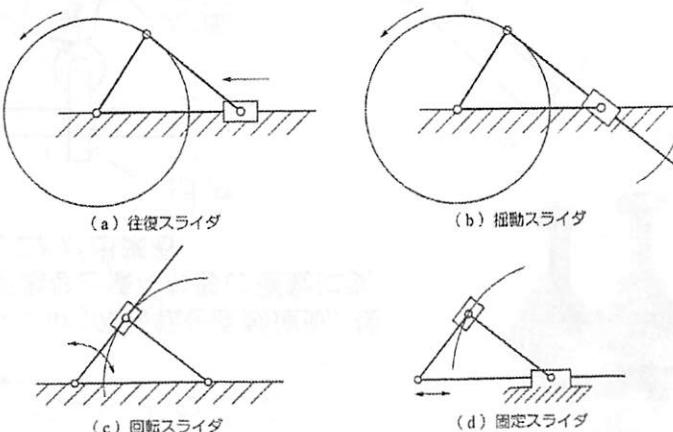
リンク機構による伝達

- リンク（節）の組み合わせで複雑な運動の実現が可能
- 回転できるリンクをクランク、揺動（1周未満の回転）するリンクをてこといふ
- 平面4節リンク機構
 - 4つのリンクが4個の回り対偶で連結
 - 回転運動 \leftrightarrow 回転、揺動運動



リンク機構による伝達

- スライダクランク機構
- 回転運動を直動運動に変換



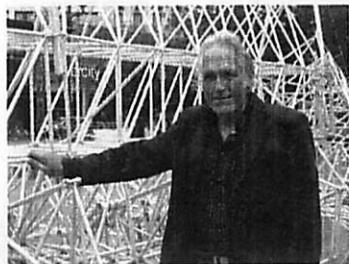
20

図出典:松元・横田, ロボットメカニクス

図出典:松元・横田, ロボットメカニクス

テオ・ヤンセン機構

- テオ・ヤンセン(オランダの彫刻家・物理学者, 1948~)
- ストランドビースト
 - 風力を動力として、複雑なリンク機構により生物のような歩行を実現
 - 素材はポリ塩化ビニールのパイプ

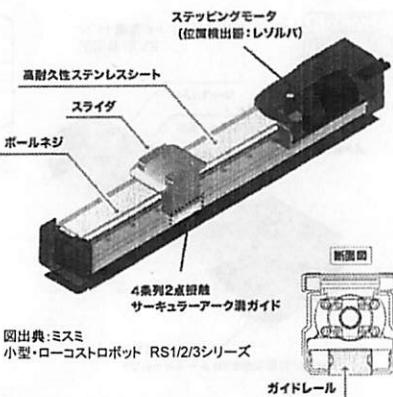


図出典:wikipedia

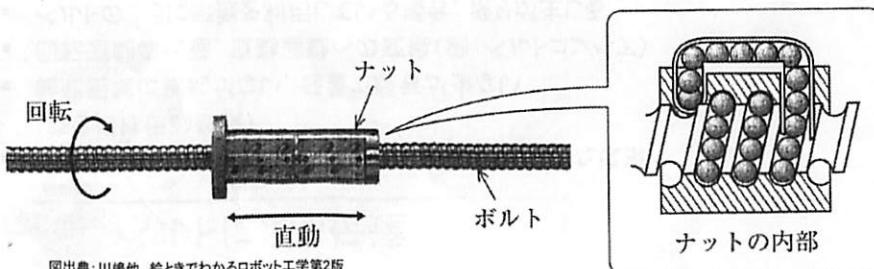
21

ボールねじ

- ねじを回転させることにより、ナットを直動運動させる(ねじ送り機構)
- ねじ軸とナットの間にボールを入れ、ボールの転がり運動でナットを移動
- ボールは循環して使用される
- 高い位置決め精度



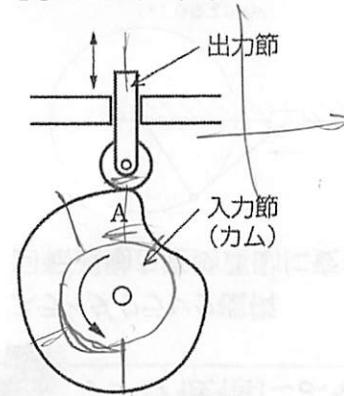
図出典:ミスミ
小型・ローコストロボット RS1/2/3シリーズ



図出典:川崎他. 絵ときでわかるロボット工学第2版

カムによる伝動

- カム(cam)の回転を直動運動、搖動運動など様々な形の運動に変えることが出来る



(a) 直動運動を作る板カム



(b) 搖動運動を作る板カム

図出典:wikipedia

図出典:松元・横田, ロボットメカニクス

まとめ

- 直接駆動と間接駆動の違いは?
- 減速機の役割は?
- 減速比の計算、回転数とトルクがどう変化するか?
- どのような伝動機構があるか?
 - 歯車、ベルト、リンク、カム、ボールねじ等

24

はじめに

前回の内容

- 関節の駆動方式
- 様々な伝動機構

今回の内容

- アクチュエータの分類、比較
- 油圧・空気圧モータ
- 電動モータ
- モータの駆動回路、制御系

→ どのようなアクチュエータがあるか学ぼう

アクチュエータとセンサ(1)

ロボット概論 5

第5回(2019/10/28)

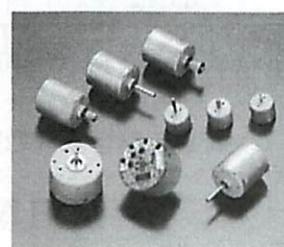
担当:山崎

1

2

アクチュエータ(actuator)

- 電気や流体などのエネルギーを運動に変換するもの
- ロボットの駆動力となり、動力伝達機構(前回)を介して、様々な動きを実現
- 望ましい特性
 - 小型・軽量
 - 大きな力・トルク
- 高速・高精度に目標の位置・速度に達する
- 省エネルギー
- 保守が容易で、長寿命
- 低コスト

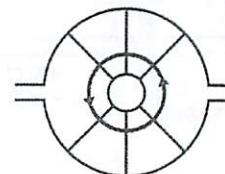


出典:日本電産

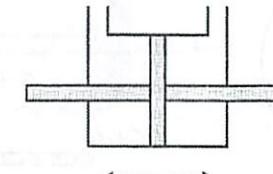
3

アクチュエータの分類

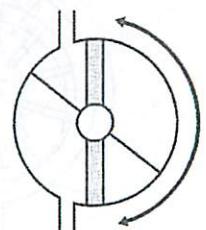
運動形態による分類



(a) 回転運動



(b) 直進運動



(c) 摆動運動

エネルギー源による分類

- 電動、油圧、空気圧が代表的
- 他に超音波、高分子によるものなど

図出典:川嶋・只野、絵ときでわかるロボット工学第2版

4

アクチュエータの特性比較

- 力は油圧が強いが、防爆性(火花などでの爆発を防ぐ)では空気圧が優れる。
- 取り扱いの容易さや制御性からロボットでは電動がよく使われている

	電動	油圧	空気圧
質量対出力比	△	○	○
質量対容積比	△	○	○
制御性	○	○	△
保守性	○	△	○
防爆性	○	○	○
価格	○	△	○

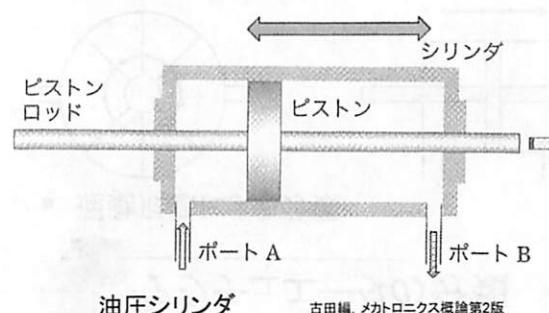
◎大変優れている ○優れている △やや劣っている

表出典:川嶋・只野,
絵ときでわかるロボット工学第2版

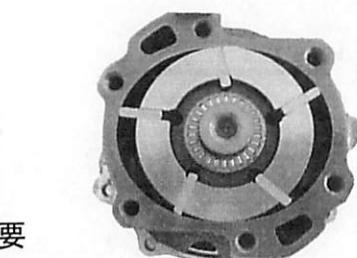
5

油圧アクチュエータ

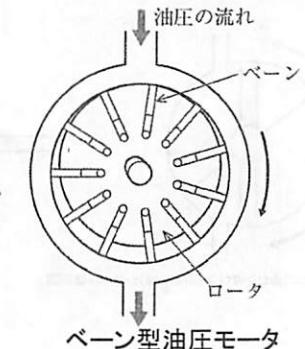
- 油の圧力を利用、大出力
- 構造がシンプルで小型化が可能
- 油圧を与える装置と作動油の保守が必要
- 直動運動 - 油圧シリンダ
- 回転運動 - 油圧モータ



古田編, メカトロニクス概論第2版



図出典: Wikipedia

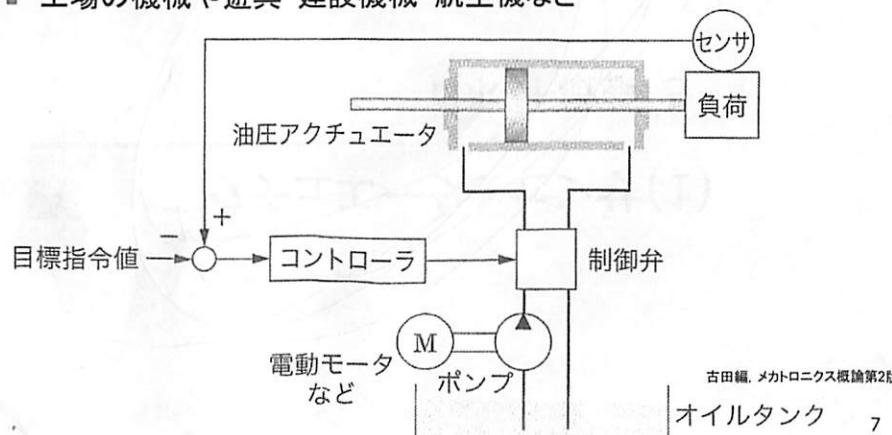


図出典:川嶋・只野, 絵ときでわかるロボット工学第2版

6

油圧アクチュエータの構成

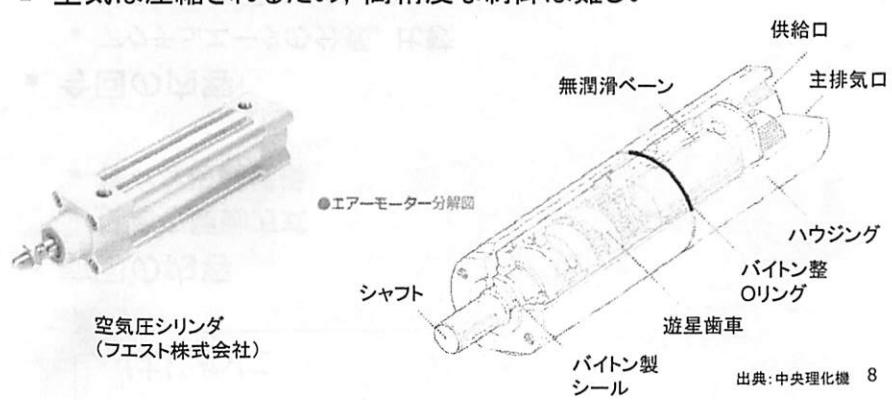
- 出力=(流体の圧力)×(ピストン断面積)
- 速度=(流量)/(ピストン断面積)
- 工場の機械や遊具・建設機械・航空機など



7

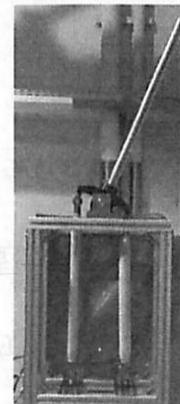
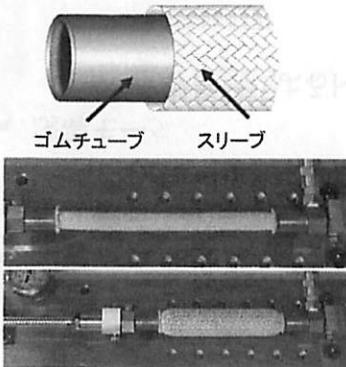
空気圧アクチュエータ

- 空気圧を利用
- 基本的構造は油圧アクチュエータと同じ
- 油圧に比べ、軽量・安価で油漏れの心配も無い
- 空気は圧縮されるため、高精度な制御は難しい



マッキンベン型アクチュエータ

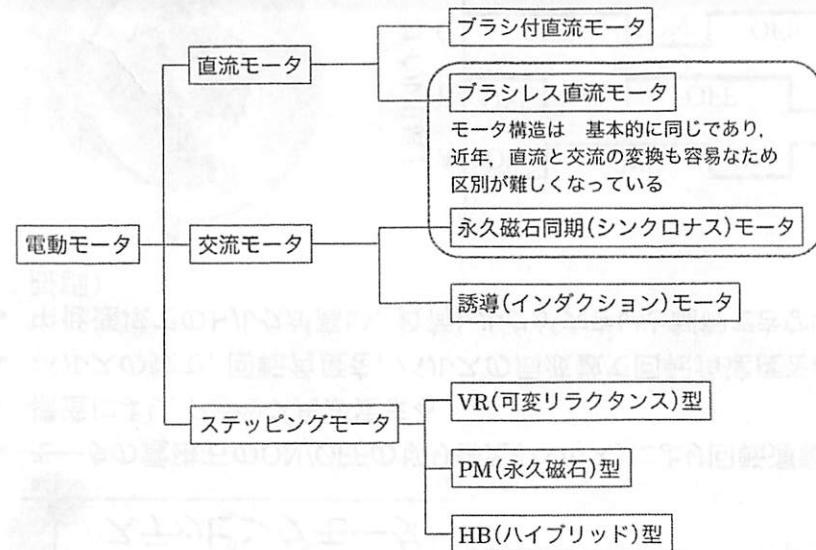
- ゴムチューブの周囲をスリーブと呼ばれる網で覆った構造
- 空気(油圧のものもある)を注入するとゴムチューブが膨らんで収縮する
- 人工筋肉として使われる



出典:ブリヂストン

9

電動モータの分類

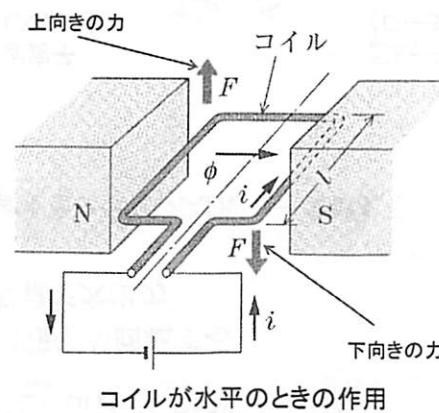
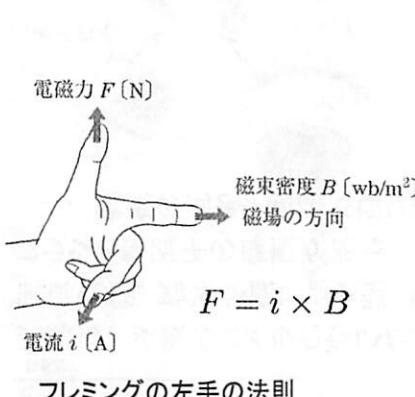


古田編、メカトロニクス概論第2版

10

直流(DC)モータ(Direct Current motor)の原理

- 電磁力によって回転させる
- 磁場の中のコイルに電流を流すと、コイルは回転する

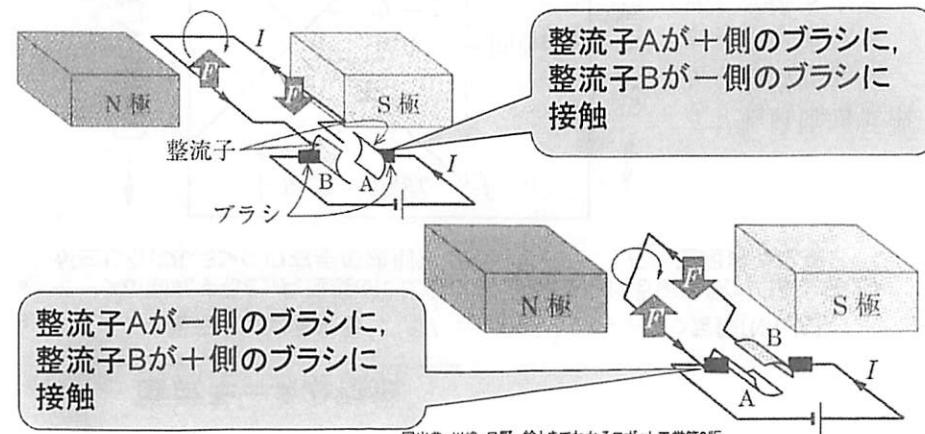


図出典:川嶋・只野、絵ときでわかるロボット工学第2版

11

直流(DC)モータ(Direct Current motor)の原理

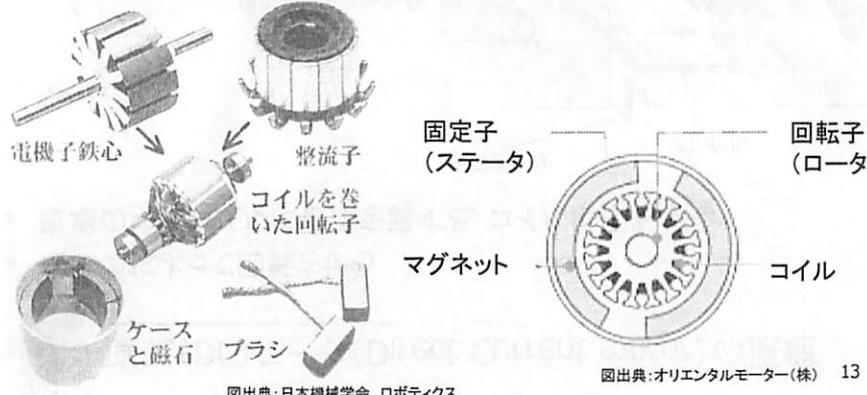
- 電源が直流
- ブラシと整流子により、コイルの回転角に応じて電流の向きを切替え
- 制御性能、効率が高い。小型、軽量で大出力



図出典:川嶋・只野、絵ときでわかるロボット工学第2版

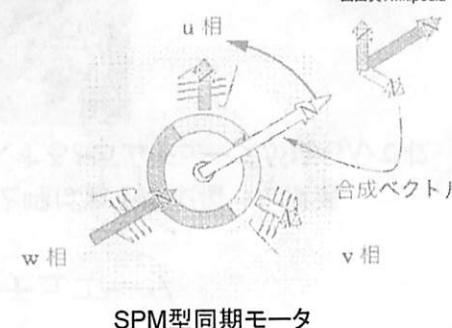
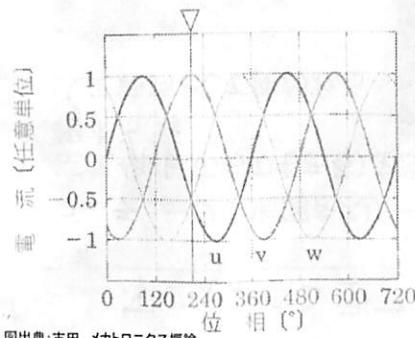
直流(DC)モータ(Direct Current motor)の構造

- 実際は、多数のコイルを巻いた回転子が回転する
- 制御性能、効率が高い。小型、軽量で大出力
- ブラシと整流子の摩擦がある
→ 電流の向きを回路で切り替えるブラシレスDCモータがある



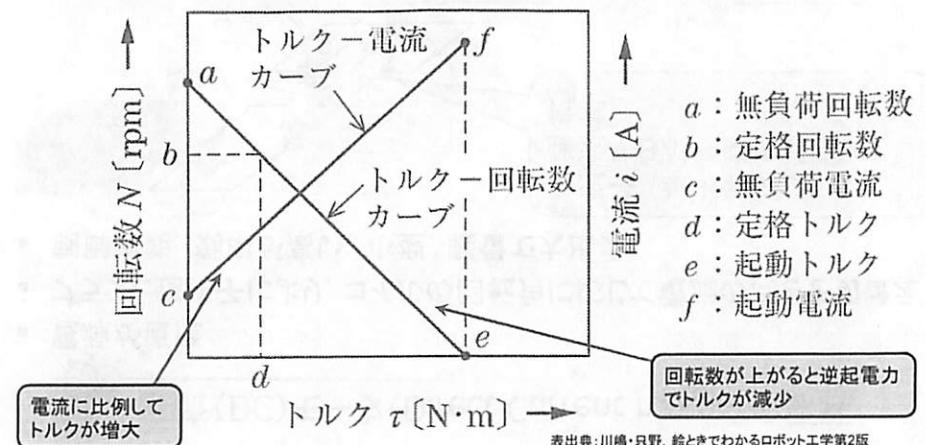
交流(AC; Alternating Current)モータ

- 工場→三相交流 が一般的
- 永久磁石(PM)同期モータ
→ DCモータと基本構造は同じ
- 誘導モータ
→ 誘導電流によるトルクで回転する



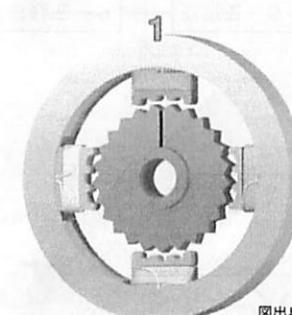
直流モータの特性

- トルク T は電流 i に比例する $T = K_T i$ (K_T :トルク定数[Nm/A])
- モータが回転すると、角速度 ω に比例して、回転を妨げる逆起電力(誘起電圧)が生じる(フレミングの右手の法則) $E = K_E \omega$ (K_E :逆起電力定数)

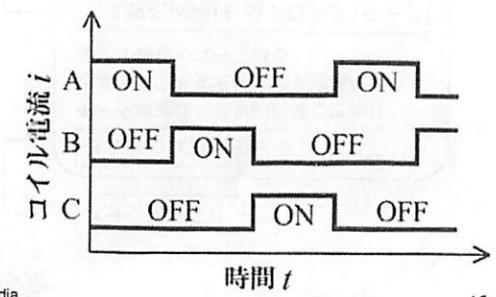


ステッピングモータ

- モータの電磁石のON/OFFの切り替え(パルス)により回転運動
- 構造により、ステップ角が定まる
- パルスの数で、回転角度を、パルスの周波数で回転角速度を制御
- 中低速域でのトルクが高いため、負荷トルクが大きいと制御できない(脱調)



VR型ステッピングモータの構造



電動モータの比較

- DCモータは、バッテリ駆動が容易で、扱いやすく小型化に向く。ホビー用途にも。産業向けには大型化しやすく、長寿命な交流モータが広く使われている。

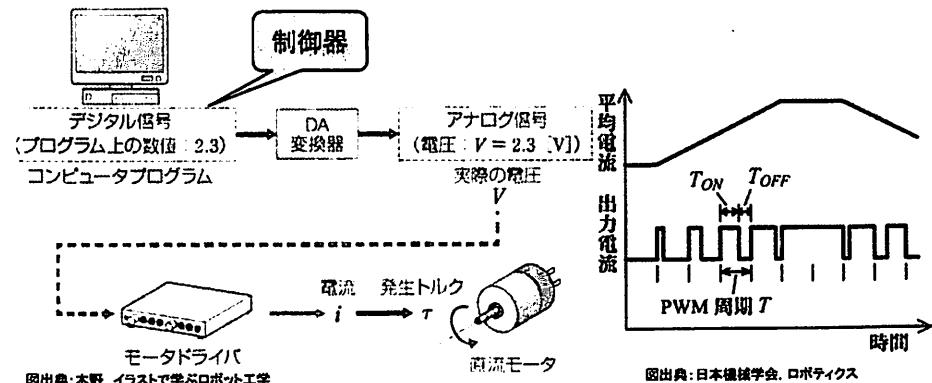
	直流モータ (ブラシ付き)	ステッピング モータ	交流モータ
長寿命		○	○
低速回転		○	○
高効率	○		
低成本	○		○
位置決め精度		○	

図出典:川嶋・只野、絶対でわかるロボット工学第2版

17

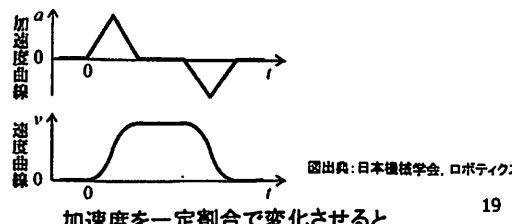
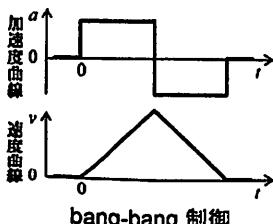
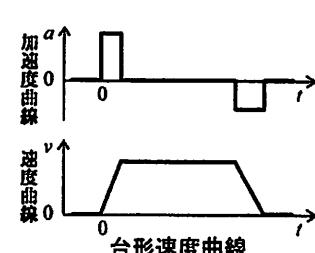
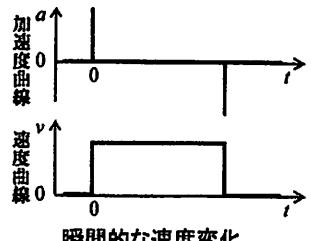
モータドライバ

- モータに電流を与えて、駆動させる電子回路
- パルス幅変調(PWM, Pulse Width Modulation)による指示
 - PWM周期内の、ONの時間とOFFの時間の比(デューティ比)を変化させる
 - ONの時間が長いと平均電流が高くなる ⇒ 発生トルクが大きくなる



加減速曲線

- ロボットの運動を決める際には、加減速を適切に行う必要がある
- 経路を定める経路計画と、加えて加減速曲線を定める軌道計画

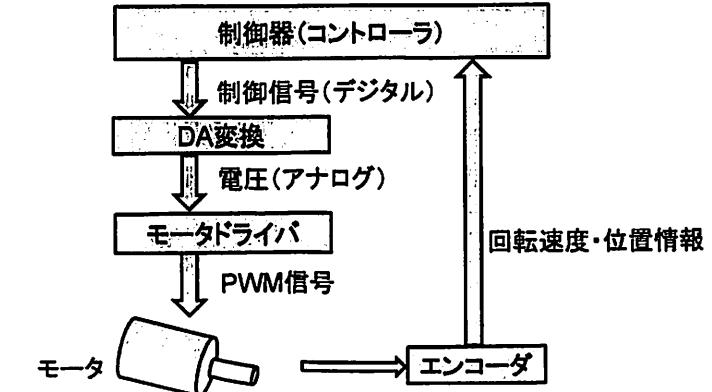


図出典:日本機械学会、ロボティクス

19

サーボモータ

- 回転速度や位置を検出・推定し、目標値に向けて動作するモータはサーボモータと呼ばれる
- 出力の情報を入力側に戻す構造をフィードバックという
- 目標値との誤差を0にするように、制御信号を調整する制御方式をフィードバック制御と言い、PID制御がその代表である(3年の制御工学I・IIで学ぶ)

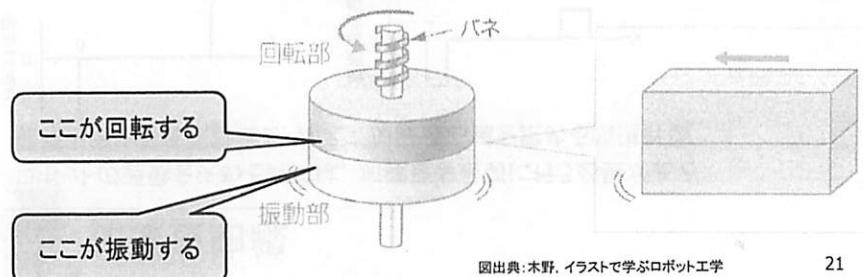


20

その他のアクチュエータ

超音波アクチュエータ

- 振動部(ステータ部)の振動により、バネで押さえ付けられた、回転部(ロータ部)が振動する(リニア型は直線状に動く)
- 振動部には、圧電素子(電圧を加えると変形)などが用いられる
- 高精度、小型軽量、非駆動時にも保持が可能
- 効率が低く、寿命が短い、高コスト



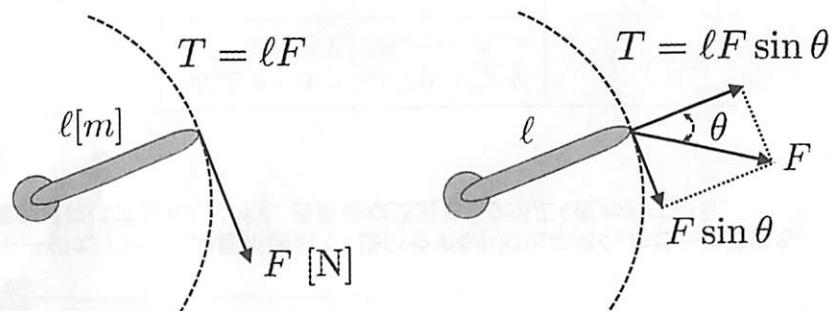
モータのスペックシートを読む

- 例) 近藤科学 KRS-3301 ICS
- 7.4V時:
 - 最大トルク: 6.0kgf·cm 最高スピード: 0.14s/60°
 - 6.0V時:
 - 最大トルク: 4.9kgf·cm, 最高スピード: 0.16s/60°
 - 寸法: 32.5 × 26 × 26mm(突起部除く)
 - 重量: 26.4g
 - 最大動作角度: 270° ($\pm 135^\circ$)
 - ギヤ種類: 樹脂ギヤ, ケース材質: 樹脂
 - ギヤ比: 262.92:1, 電源電圧: 6~7.4V
 - ケーブル: 脱着式, コネクタ: ZHコネクタ
 - 通信規格: ICS3.6(シリアル/PWM選択式)
 - 通信速度: 115200/625000/1250000bps
 - 初期設定: PWMモード, 信号レベル: TTL
 - 回転モード: 可



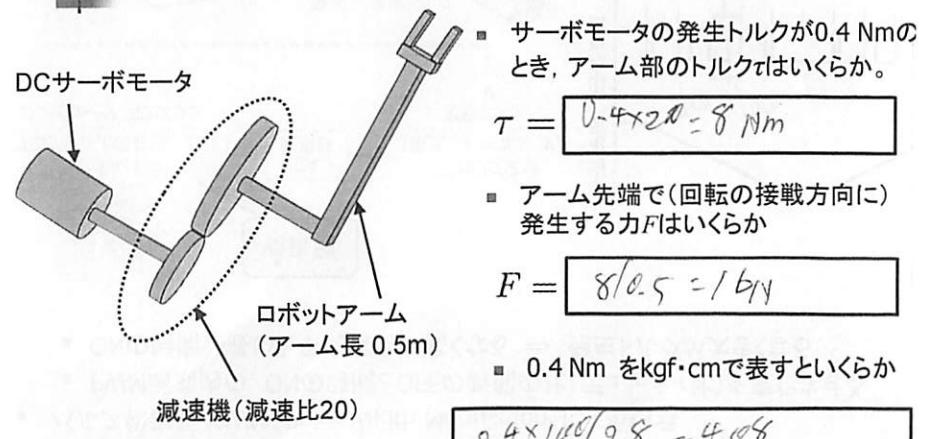
トルク(力のモーメント)

- 回転運動については、力よりもトルクで考える
- 物体を回転させようとする能力を表す物理量(単位 Nm)
- (回転軸までの距離) × ((接線方向の)力の大きさ)



※正しくはベクトル量であり、位置ベクトルと力ベクトルの外積 $\ell \times F$

演習: 下図のロボットアームがある以下の問いに答えよ



$$1 \text{ kgf} \doteq 9.8 \text{ N}$$

ロボットの運動(ベクトル運動)

ロボット概論 7

第7回(2019/11/11)
担当:山崎

1

はじめに

前回の内容

- センサとは
- 色々な内界センサ
- 色々な外界センサ

今回の内容

- ベクトルの基礎
- 内積と外積
- トルクと角速度のベクトル表現
- 行列の基礎

2

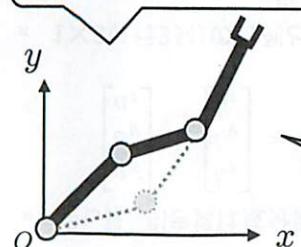
運動学と動力学

運動学(キネマティクス, kinematics)

- ロボットアームのリンクの位置や速度などの関係を幾何学的に考える

各関節の角度から、先端の位置、向きを求める
⇒ 順運動学

どのような姿勢を
とっている／とるべきか？



先端の位置、向きから、各関節の角度を求める
⇒ 逆運動学

ベクトル、行列、三角関数による計算

力、トルクによってどのよう
な運動になるか？

動力学(ダイナミクス, dynamics)

- ロボットアームにかかる力やトルクと運動との関係を考える
- 運動方程式と微積分学

3

ベクトルの基礎

- 向きと大きさを持った量をベクトルという
- 変位、速度、加速度、力、トルク、角速度等様々な物理量がベクトルで表される
- 一方、長さ、質量、面積など大きさのみで表される量をスカラーという
- 工学では、主に縦ベクトルが使われる

2次元縦ベクトル
(列ベクトル)

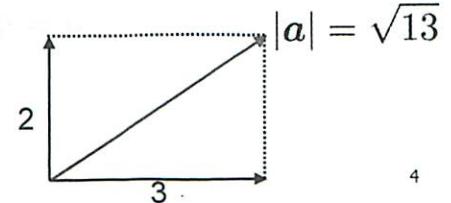
$$\text{例) } \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

3次元横ベクトル
(行ベクトル)

$$\mathbf{b} = [3 \ 2 \ 5]$$

ベクトルの大きさ (スカラーになる)

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$



4

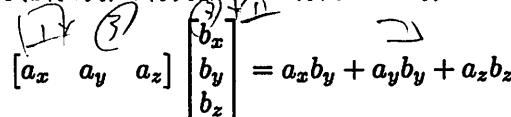
ベクトルの計算

- ベクトルの計算は行列の計算と同じ

- 足し算、引き算は成分同士で加減

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \pm b_x \\ a_y \pm b_y \\ a_z \pm b_z \end{bmatrix}$$

- 1×3 (1行3列)の行列と 3×1 の行列のかけ算 \Rightarrow スカラーになる(後述の内積)



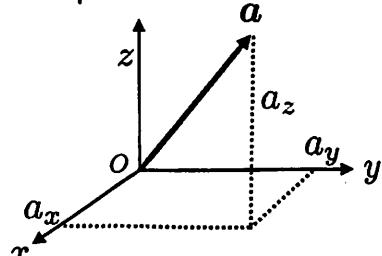
$$\begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

- 3×1 の行列と 1×3 の行列のかけ算 $\Rightarrow 3 \times 3$ の行列になる

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_x & b_y & b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x b_x & a_x b_y & a_x b_z \\ a_y b_x & a_y b_y & a_y b_z \\ a_z b_x & a_z b_y & a_z b_z \end{bmatrix}$$

5

位置ベクトル



- 物体の位置をベクトルで表す(位置ベクトル)

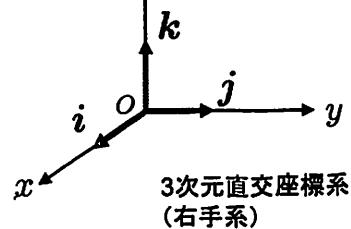
$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad |a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

- 大きさ1のベクトル…単位ベクトル

例) 直交単位ベクトル
 $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

- 単位ベクトルを用いた位置ベクトルの表現

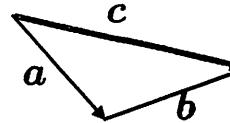
$$\begin{aligned} a &= a_x \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + a_y \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + a_z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= a_x i + a_y j + a_z k \end{aligned}$$



単位ベクトル方向成分の大きさ

ベクトルの基礎

- ベクトルの足し算の図的意味



$$a + b = c$$

$$b = c - a \text{ (終点-始点)}$$

- 以下の性質を持つ

- 転置(transpose) :(上付きの) 記号 T

縦 \Leftrightarrow 横の変換

$$a + b = b + a$$

$$(x + y)a = xa + ya$$

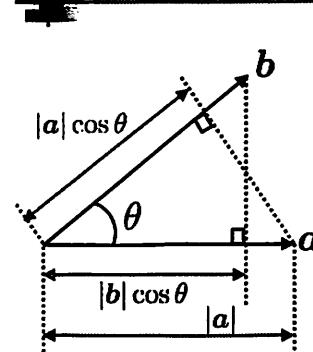
$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

※ x, y はスカラー

$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, a^T = [a_x \ a_y \ a_z]$$

$$b = [b_x \ b_y \ b_z], b^T = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$$

ベクトルの内積(\cdot , inner product, スカラー積)



$$\begin{aligned} a \cdot b &= a^T b \\ &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \\ &= |a| |b| \cos \theta \end{aligned}$$

ベクトルの大きさ ベクトルのなす角度

- 値はスカラー

- 直交するベクトルの内積 $\Rightarrow 0$

- 同一直線上のベクトルの内積

\Rightarrow ベクトルの大きさの積

- 直交単位ベクトルの内積

$$i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0$$

$$i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$$

内積を使った計算

$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$$

- ベクトル a の i 方向成分 a_x を取り出したい

$a = a_x i + a_y j + a_z k$ の i 方向の単位ベクトルとの内積をとる

$$a \cdot i = a_x \frac{i \cdot i}{1} + a_y \frac{j \cdot i}{0} + a_z \frac{k \cdot i}{0} = a_x$$

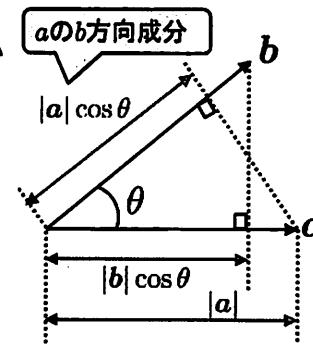
- ベクトルの、ある方向の成分を求めたい

⇒ その方向の単位ベクトルとの内積をとればよい

ベクトル b と同じ向きの単位ベクトル $\frac{b}{|b|}$

$$\begin{aligned} a \cdot \frac{b}{|b|} &= |a| \left| \frac{b}{|b|} \right| \cos \theta \\ &= |a| \cos \theta \end{aligned}$$

ベクトル a の b 方向成分(スカラー)



演習1

$$a = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

のとき、以下を計算せよ

$$a^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

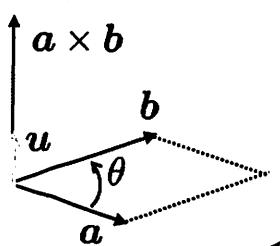
$$\begin{aligned} a \cdot b &= \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |a| &= \sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b \cdot \frac{a}{|a|} &= |b| \cdot \left| \frac{a}{|a|} \right| \cos \theta \\ &= |b| \cdot a \cos \theta \end{aligned}$$

10

ベクトルの外積(×, vector product, ベクトル積)



$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$$

$$a \times b = (|a||b|\sin\theta) u$$

※ u は a, b を含む平面に垂直で、その向きを $a \rightarrow b$ の方向に θ ($\leq \pi$)だけ回転させたとき右ねじが進む方向の単位ベクトル

工学では、2つのベクトルに垂直なベクトルが欲しいときがある

内積と異なり、計算結果はベクトルである

右ねじ…時計方向に回すと奥に進む
(先端を手前に見たとき、反時計回りになるように)

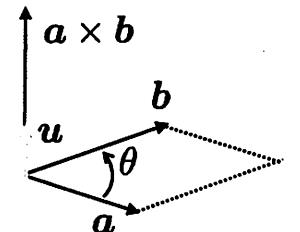
$$\text{外積の大きさ } |a \times b| = |a||b|\sin\theta$$

a, b を2辺とする平行四辺形の大きさ

外積の計算

$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a \times b &= (a_y b_z - a_z b_y) i + (a_z b_x - a_x b_z) j + (a_x b_y - a_y b_x) k \\ &= \begin{bmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{bmatrix} \end{aligned}$$



よく使われる覚え方(たすきがけの形)

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

外積の公式

$$a \times b$$

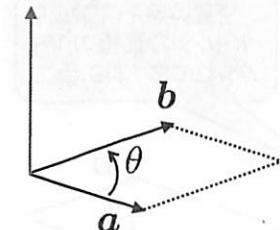
$$a \times b = -b \times a \quad (\text{交換法則は成り立たない})$$

$$a \times (b \times c) \neq (a \times b) \times c \quad (\text{結合法則は成り立たない})$$

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c \quad (\text{分配法則})$$

$$a \times a = 0$$

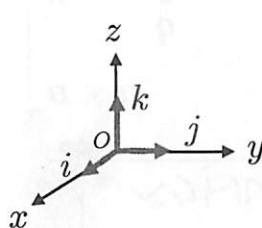
$$a \times (b \times c) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c \quad (\text{ベクトル3重積})$$



直交単位ベクトルの外積

$$i \times i = j \times j = k \times k = 0$$

$$i \times j = k, \quad j \times k = i, \quad k \times i = j$$



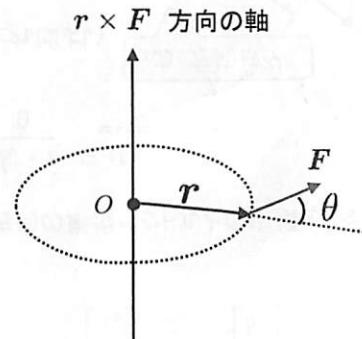
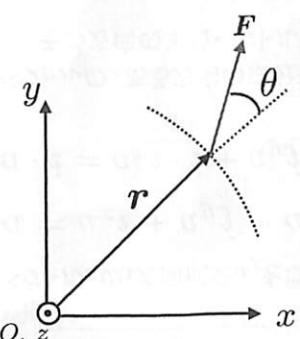
a, b の向きが同一線上のとき

$$a \times b = 0$$

13

トルク(力のモーメント)のベクトル表現

- 位置ベクトル r の先端に F の力が作用するとき、外積 $r \times F$ の向きが回転軸、大きさが $|r \times F|$ のトルクが発生する
- r と F がともに $x-y$ 平面上ならば、トルクのベクトルの向きは、平面に垂直になる
- トルクの大きさは $|r \times F| = |r||F| \sin \theta$

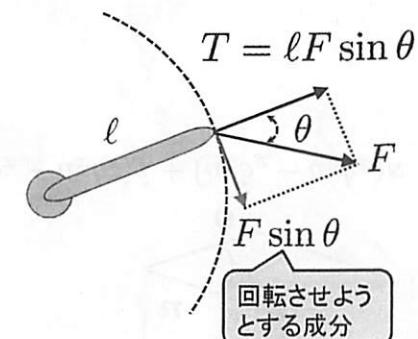
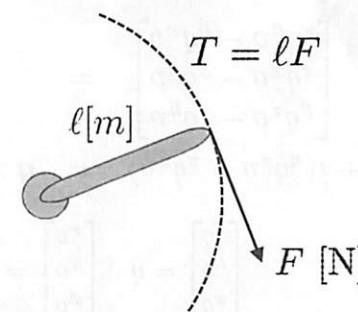


※ ◎ は画面の奥から手前に向けて z 軸があることを示す

15

(復習)トルク(力のモーメント)

- 物体を回転させようとする能力を表す物理量(単位 Nm)
- (回転軸までの距離) \times ((接線方向の)力の大きさ)
- 先端にかかる力が同じでも、腕が長いほど、トルクは大きい。また、同じトルクで回転させても、腕の先ほど力は小さくなる。



- 正しくはベクトル量であり、位置ベクトルと力ベクトルの外積 $\ell \times F$

角速度のベクトル表現

- 角速度もベクトルで表現される
- 角速度ベクトル ω は、 ω の向きが回転軸、 $|\omega|$ が角速度の大きさを示す。
(回転の向きは右ネジの向き)

$$\text{点 } P \text{ の位置ベクトルが } r \text{ のとき, 速度ベクトル } v \text{ は,}$$

$$v = \omega \times r$$

加速度ベクトル a は

$$a = \dot{v} = \dot{\omega} \times r + \omega \times \dot{r}$$

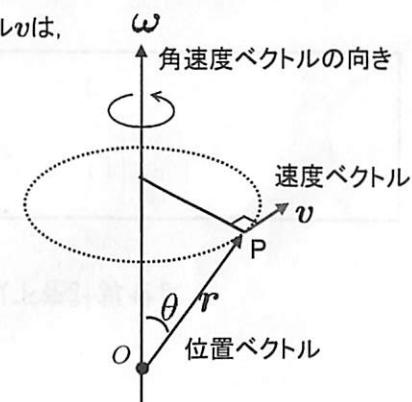
$$= \dot{\omega} \times r + \omega \times v$$

- また、角運動量をベクトルで表すと、

$$L = r \times mv = J\omega$$

ただし、 J は慣性モーメント

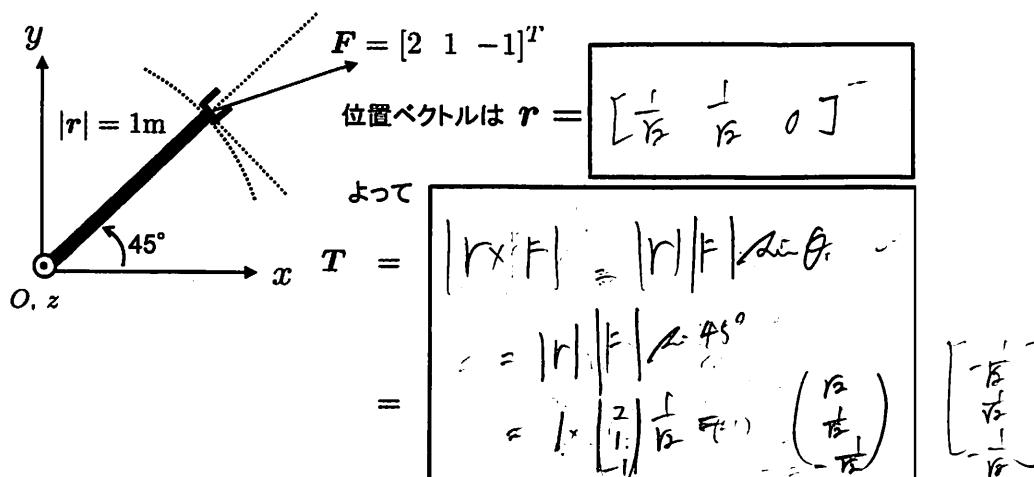
- 剛体の回転運動を表すオイラーの運動方程式は $\frac{dL}{dt} = J\dot{\omega} = T$



16

演習2

下図のように、 x - y 平面上を動くロボットアームの位置ベクトル r の先端に、力 F [N]が作用している。このときのロボットアームのトルク T を求めよ。



行列の基礎

要素を四角に並べることで行列(matrix)が作られる

例) 2行3列(2×3)の行列

列(column)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

行(row)

2次正方形行列
(縦横のサイズが同じ)

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

単位行列(I, E, I_n)

対角成分が1, 他は0

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

転置行列(T)
行と列が入れ替わる

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

行列の計算

足し算, 引き算は成分同士で加減

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} \end{bmatrix}$$

行列の掛け算 ($\ell \times m$ 行列と $m \times n$ 行列の掛け算 $\Rightarrow \ell \times n$ 行列)

2×2行列と 2×1行列(列ベクトル) \Rightarrow 2×1行列

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y \\ a_{21}x + a_{22}y \end{bmatrix}$$

2×2行列と 2×2行列 \Rightarrow 2×2行列

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

$$AB \neq BA$$

$$(AB)C = A(BC) \quad \Leftarrow \text{結合法則}$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$(A+B)C = A(B+C) \Leftarrow \text{分配法則}$$

逆行列(inverse matrix)

掛けると単位行列になる

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

行列式(determinant) $|A|$ あるいは $\det A$
 $|A|=0$ のとき逆行列は存在しない

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ad - bc$$

※3次の場合はサラスの展開
一般には余因子展開等で計算

2次正方形行列の逆行列

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

※一般には余因子行列や掃き出し法で計算

演習3

□ 次の行列計算をせよ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^T B = \boxed{\begin{bmatrix} 5 & -5 & 8 \\ 3 & 4 & -5 \end{bmatrix}}$$

$$\text{det } A = \boxed{-7}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{bmatrix} d-b & c-a \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{-7} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \boxed{\frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}}$$

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \\ &= 1 - 6 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^T B = \boxed{\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}}$$

③

$$= \begin{bmatrix} 1 \cdot 2 + 3 \cdot -1 & 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) & 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 \\ 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 & 2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) & 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 3 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} 5 & -5 & 8 \\ 3 & 4 & -5 \end{bmatrix}}$$

ロボットの運動(同次変換)

ロボット概論 8

第7回(2019/11/18)

担当:山崎

1

行列の基礎(復習)

- 要素を四角に並べることで行列(matrix)が作られる

例) 2行3列(2×3)の行列
列(column)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

2次正方形行列
(縦横のサイズが同じ)

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

- 単位行列(I , E , I_n)
対角成分が1, 他は0

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 転置行列(T)
行と列が入れ替わる

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

はじめに

前回の内容

- ベクトルの基礎
- 内積と外積
- トルクと角速度のベクトル表現
- 行列の基礎

今回の内容

- 行列と三角関数の復習
- 並進と回転
- 同次変換(平面の場合)

→ ロボットアームの手先位置や姿勢を計算できるようになろう

2

行列の計算(復習)

- 足し算, 引き算は成分同士で加減

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} \end{bmatrix}$$

- 行列の掛け算 ($\ell \times m$ 行列と $m \times n$ 行列 の掛け算 $\Rightarrow \ell \times n$ 行列)

2×2行列と2×1行列(列ベクトル) \Rightarrow 2×1行列

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y \\ a_{21}x + a_{22}y \end{bmatrix}$$

2×2行列と2×2行列 \Rightarrow 2×2行列

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

$$AB \neq BA$$

$$(AB)C = A(BC)$$

←結合法則

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$(A+B)C = A(C+B) \Leftarrow \text{分配法則}$$

4

逆行列(inverse matrix) (復習)

- 掛けると単位行列になる

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

- 行列式(determinant) $|A|$ あるいは $\det A$
 $|A|=0$ のとき逆行列は存在しない

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad |A| = ad - bc$$

※3次の場合はサラスの展開
一般には余因子展開等で計算

- 2次正方形行列の逆行列

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

※一般には余因子行列や掃き出し法で計算

5

三角関数の定理

- 基本相互関係

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

- 加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

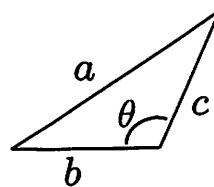
- 余角公式

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta$$

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \theta$$

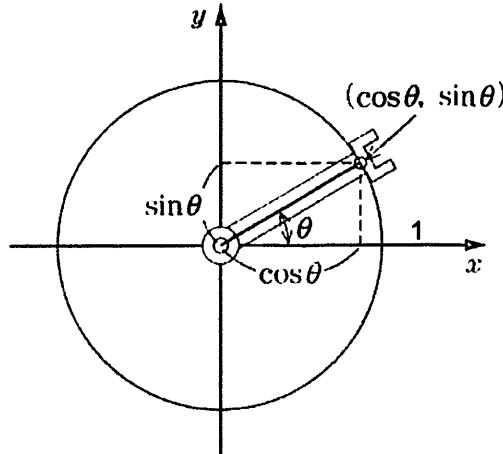
- 余弦定理

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta$$

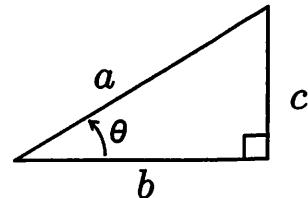


三角関数

- 単位円上($a=1$ のとき)の点の座標が、三角関数(\sin と \cos)の値になっている



出典: 川崎, 只野, 組ときでわかるロボット工学第2版



$$\sin \theta = \frac{c}{a}$$

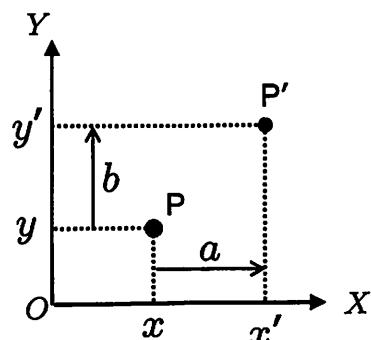
$$\cos \theta = \frac{b}{a}$$

$$\tan \theta = \frac{c}{b} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

点の並進移動

- 点Pの位置ベクトル $P=[x \ y]^T$ を $P'=[x' \ y']^T$ に並進移動

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+a \\ y+b \end{bmatrix}$$



次スライド以降、表記の簡単化のため、

$$\begin{cases} S\theta = \sin \theta \\ C\theta = \cos \theta \end{cases}$$

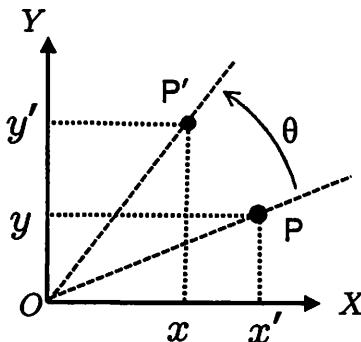
と記述する

8

点の回転移動

- 点Pの位置ベクトル $P=[x \ y]^T$ を $P'=[x' \ y']^T$ まで、 θ だけ回転させる

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta \\ S\theta & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



回転変換を以下で書く(回転行列)

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta \\ S\theta & C\theta \end{bmatrix}$$

逆方向への回転は

$$\begin{aligned} R(-\theta) &= \begin{bmatrix} C(-\theta) & -S(-\theta) \\ S(-\theta) & C(-\theta) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C\theta & S\theta \\ -S\theta & C\theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

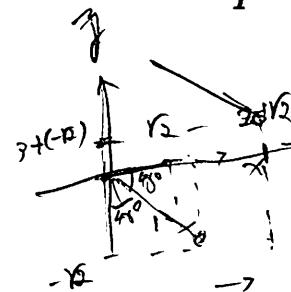
逆回転は、元の回転行列の転置である
ことが分かる

$$R(-\theta) = R(\theta)^{-1} = R(\theta)^T$$

演習1

$$\theta = 45^\circ$$

- 位置ベクトル $P=[1 \ 0]^T$ を時計方向に 45° 回転させた後、 x 軸方向に2、 y 軸方向に3だけ並進移動させた位置ベクトル P' は？

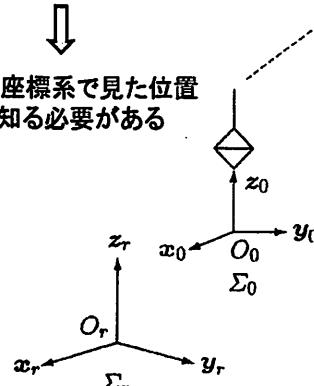


$$\begin{aligned} P' &= R(-\theta)P + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(0) & S(0) \\ -S(0) & C(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} + 2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} + 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

座標系

- 一般に、ロボットの運動は複数の座標系を使って考える
(関節や手先等に固定された座標系が
それぞれ動いていくイメージ)

- 各座標系で見た位置
を知る必要がある



出典:川崎、ロボット工学の基礎第2版

Σ_r : 基準座標系(ワールド座標系)
 Σ_0 : ベース座標系 Σ_s : センサ座標系
 Σ_H : 手先(ハンド)座標系 Σ_{Wi} : 対象物*i*の作業座標系

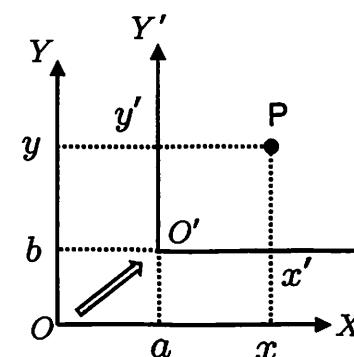
座標系の並進移動

- 点Pを2つの座標系で
見てみた



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

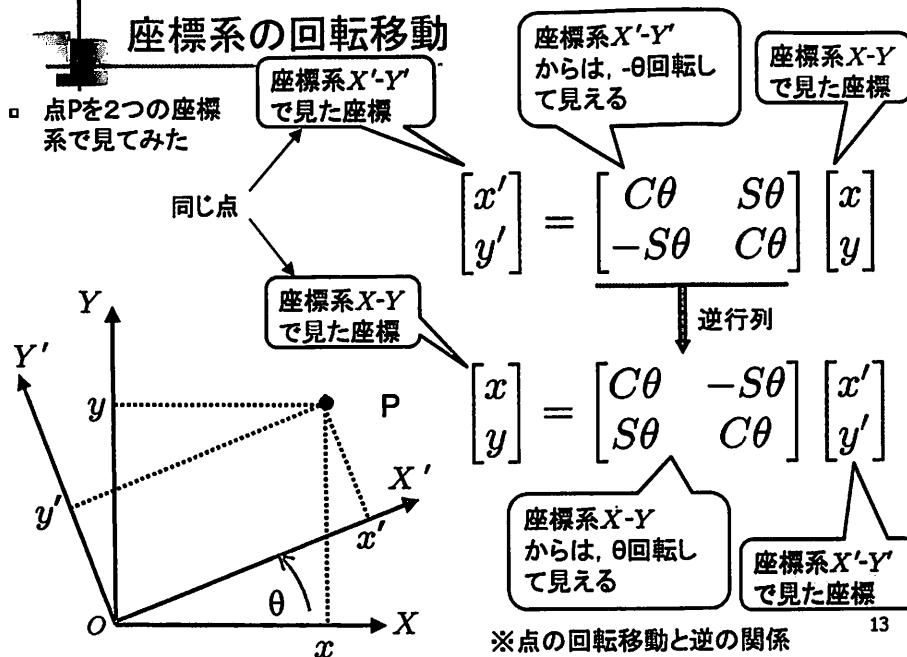
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$



※点の並進移動と逆の関係

座標系の回転移動

- 点Pを2つの座標系で見てみた



同次変換(homogeneous transform)

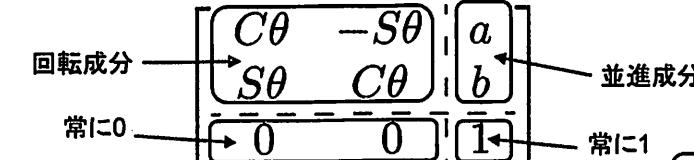
- 座標系の並進と回転を一つの行列で表したい
- 位置ベクトルの次元を1つ拡大

同次変換行列

- 並進a,b回転θを表す

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

ここは常に1



並進、回転する前の座標系で見た位置

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & a \\ S\theta & C\theta & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

並進、回転した後の座標系で見た位置

座標系の並進⇒回転 14

並進変換・回転変換

- 並進と回転の同次変換行列を記号で表すこととする
- (a, b)だけ移動する並進変換(Translation transform)

$$\text{Trans}(a, b) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

回転成分は単位行列
(回転しない)

- 角度θだけ回転する回転変換(Rotation transform)

$$\text{Rot}(\theta) = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

並進成分は0
(並進しない)

同次変換行列

- 座標系X-Yと、(a, b)だけ並進した座標系X'-Y'の変換

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \text{Trans}(a, b) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 座標系X'-Y'と、θだけ回転した座標系X''-Y''の変換

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \text{Rot}(\theta) \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ 1 \end{bmatrix}$$

同次変換行列を並べることで、複数回の座標系の変換が計算できる

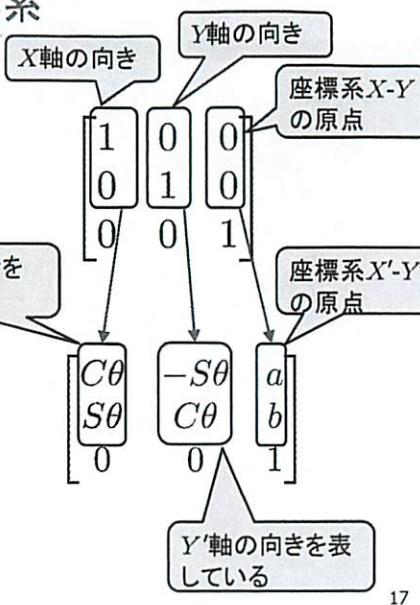
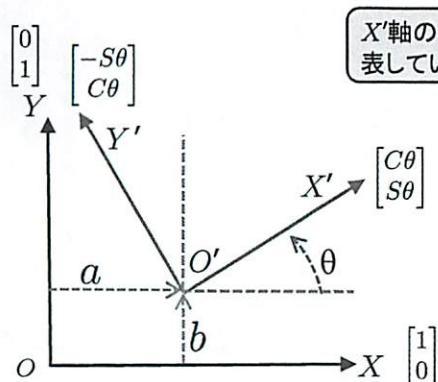
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} &= \text{Trans}(a, b) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \text{Trans}(a, b) \text{Rot}(\theta) \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & a \\ S\theta & C\theta & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

左から右に座標系の動きを示す
右から左に各座標系で見た位置ベクトルを示す

同次変換行列と座標系

- 同次変換行列は座標系を表しているともいえる

(座標系X-Yから見て、座標系X'-Y'はどう見えるか?)



演習2-1

- エンドエフェクタ座標系 Σ_E からベース座標系 Σ_B への座標変換を行う同次変換行列 ${}^B T_E$ が以下で与えられている。 ${}^B T_E$ を計算せよ。

$${}^B T_E = \text{Trans}(3, 0) \text{Rot}\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{Trans}(1, 0)$$

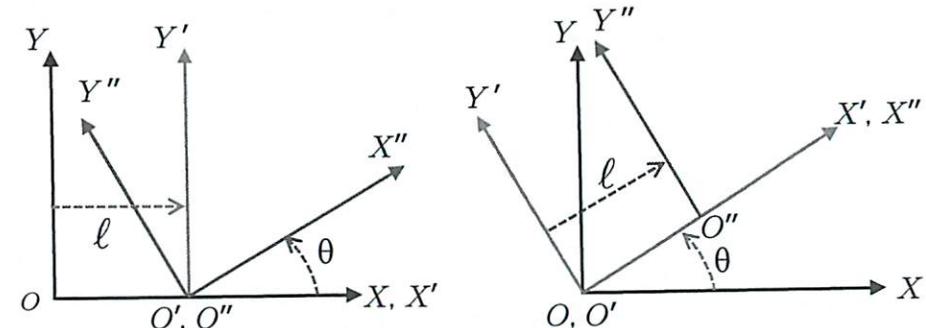
$$\begin{aligned} \text{Trans}(3, 0) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{Trans}(3, 0) \text{Rot}\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{Trans}(1, 0) \\ \text{Rot}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \begin{bmatrix} C\frac{\pi}{2} & -S\frac{\pi}{2} & 0 \\ S\frac{\pi}{2} & C\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{Trans}(1, 0) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

同次変換の順番

- 変換の順番が違うと結果は異なるので注意(左から右に考える)

$$\text{Trans}(\ell, 0) \text{Rot}(\theta) \neq \text{Rot}(\theta) \text{Trans}(\ell, 0)$$

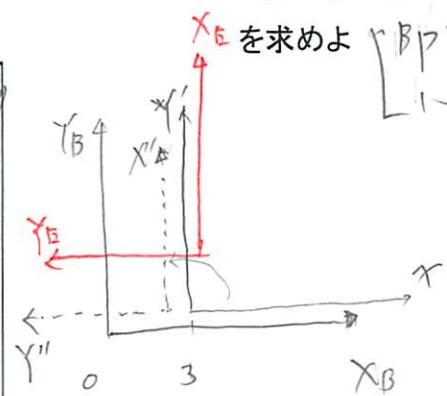
$$\begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & \ell \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & \ell C\theta \\ S\theta & C\theta & \ell S\theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



演習2-2

- ${}^B T_E$ を用いて、座標系 Σ_E で点Pを見た位置ベクトル ${}^E p = [3 \ 1]^T$ から、点Pを座標系 Σ_B で見た位置ベクトル ${}^B p$

$$\begin{aligned} \text{求めよ } {}^E p &= {}^B T_E \begin{bmatrix} {}^E p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \\ {}^B p &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$



※同次変換行列を表すとき、下記のようなルールで書かれることが多い

②この座標系で見た位置ベクトルに変換する
①この座標系で見た位置ベクトルを

$$({}^B T_E)$$

ロボットの運動(同次変換 その2)

ロボット概論 9

第9回(2019/11/25)

担当:山崎

1

2

はじめに

前回の内容

- 行列と三角関数の復習
- 並進と回転
- 同次変換(平面の場合)

今回の内容

- 3次元空間での同次変換行列
- 同次変換行列の意味

→ 3次元空間でも、ロボットアームの手先位置や姿勢を計算できるようになろう

(復習) 同次変換(homogeneous transform)(平面の場合)

- 並進と回転を一つの行列で表現する
- 位置ベクトルの次元を1つ拡大

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

ここは常に1

- 同次変換行列 ${}^B T_E$ ※座標系 Σ_E で見た座標を Σ_B で見た座標に変換

回転成分

$${}^B T_E = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & a \\ S\theta & C\theta & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

座標系の並進⇒回転を表す

並進成分

常に0

常に1

座標系 Σ_B での座標

同次変換行列

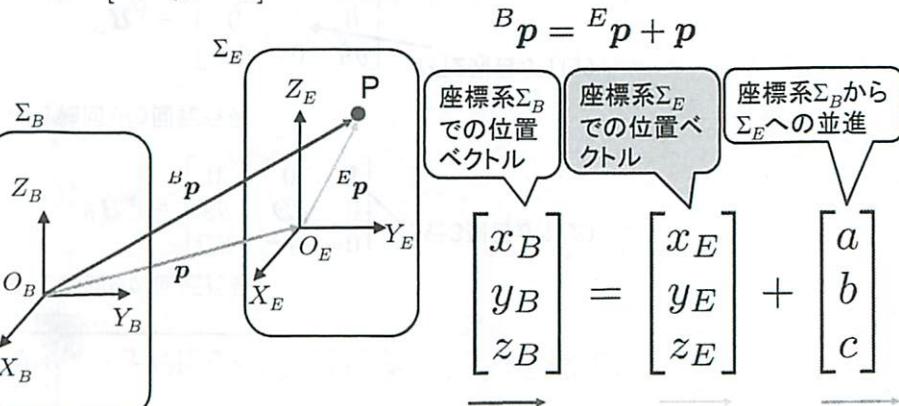
座標系 Σ_E の座標値

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & a \\ S\theta & C\theta & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}$$

3

座標系の並進移動(3次元の場合)

- 2つの座標系 Σ_B, Σ_E
- $p = [a \ b \ c]^T$: Σ_B の原点から Σ_E の原点への位置ベクトル
- ${}^E p = [x_E \ y_E \ z_E]^T$: Σ_E の原点から点Pへの位置ベクトル
- ${}^B p = [x_B \ y_B \ z_B]^T$: Σ_B の原点から点Pへの位置ベクトル



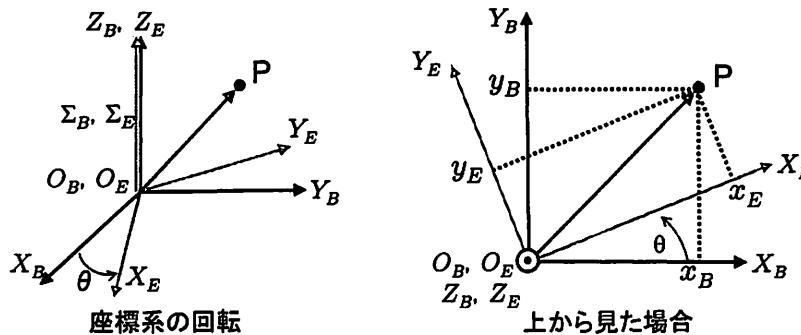
座標系の回転移動(Z軸まわりの場合)

- Σ_B から θ だけ z 軸回りに回転した座標系を Σ_E とする

座標系 Σ_B での位置ベクトル

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_E C\theta - y_E S\theta \\ x_E S\theta + y_E C\theta \\ z_E \end{bmatrix}$$

座標系 Σ_E での位置ベクトル



5

6

同次変換行列

- 平面の場合と同様に、同次変換行列を導入する。

- 位置ベクトルの次元を一つ拡大

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

ここは常に1

- 座標系 Σ_A の座標を座標系 Σ_0 の座標へ変換する同次変換行列
(4×4行列になる)

回転成分 並進成分

$${}^0 T_A = \begin{bmatrix} {}^0 R_A & \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & 1 \end{bmatrix}$$

常に0 常に1

座標系 Σ_0 での位置ベクトル 座標系 Σ_A での位置ベクトル

$${}^0 T_A = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0 T_A \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}$$

7

各軸回りの座標系の回転移動

- Z軸回りの回転行列

$${}^0 R_A = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3行3列目が1(Z)

- Y軸回りの回転行列

$${}^0 R_A = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix}$$

2行2列目が1(Y)

- X軸回りの回転行列

$${}^0 R_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix}$$

1行1列目が1(X)

同次変換行列

- 並進変換

$$\text{Trans}(a, b, c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- y軸回りの回転変換

$$\text{Rot}(y, \theta) = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- z軸回りの回転変換

$$\text{Rot}(z, \theta) = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- x軸回りの回転変換

$$\text{Rot}(x, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta & 0 \\ 0 & S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8

同次変換行列

- 任意の同次変換行列はTrans(・)とRot(・)で表される。
- 複数の変換をつなげることで、複雑な座標系の変換も扱える

$${}^0T_C = {}^0T_A {}^A T_B {}^B T_C$$

- 逆変換は、逆行列を考えれば良いので、次式で与えられる

$${}^A T_0 = {}^0 T_A^{-1} = \begin{bmatrix} {}^0 R_A^T & -{}^0 R_A^T \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & 1 \end{bmatrix}$$

9

演習1-1

- ハンド座標系 Σ_H の座標をベース座標系 Σ_B の座標へ変換する同次変換行列が以下で与えられている。 ${}^B T_H$ を計算せよ。

$${}^B T_H = \text{Rot}\left(y, \frac{\pi}{2}\right) \text{Trans}(0, 0, 2) \text{Rot}\left(x, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{bmatrix} C\frac{\pi}{2} & 0 & S\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\frac{\pi}{2} & 0 & C\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\frac{\pi}{2} & -S\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & S\frac{\pi}{2} & C\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

演習1-2

- 座標系 Σ_H で見た位置ベクトル ${}^H p_A = [2 \ 1 \ 1]^T$ を、 ${}^B T_H$ を用いて座標系 Σ_B で見た位置ベクトル ${}^B p$ に変換せよ。

$$\begin{bmatrix} {}^B p \\ 1 \end{bmatrix} = {}^B T_H \begin{bmatrix} {}^H p \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

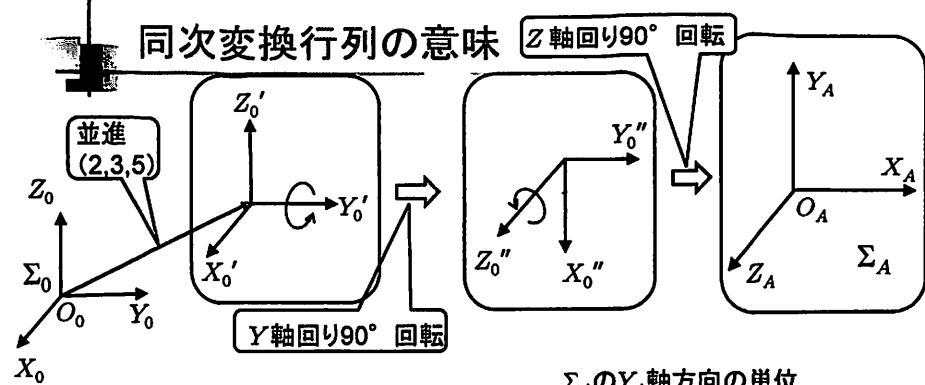
同次変換行列の意味

- 座標系 Σ_0 から並進(2, 3, 5)の後、Y軸回りに90°回転し、次にZ軸回りに90°回転した座標系 Σ_A を考える
- このとき Σ_A から Σ_A への同次変換行列は

$$\begin{aligned} {}^0 T_A &= \text{Trans}(2, 3, 5) \text{Rot}(y, \frac{\pi}{2}) \text{Rot}(z, \frac{\pi}{2}) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

同次変換行列は、 Σ_A から Σ_A へどのように座標系が移動したかを表している

同次変換行列の意味



Σ_A の X_A 軸方向の単位ベクトル
(Σ_0 の X_0 軸方向の単位ベクトル
[1 0 0]^Tが[0 1 0]^Tに移った)

Σ_0 から Σ_A への座標軸
の動きが分かる

$${}^0T_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

説明:

- Σ_A の X_A 軸方向の単位ベクトル
- Σ_A の Y_A 軸方向の単位ベクトル
- Σ_A の Z_A 軸方向の単位ベクトル
- 座標系 Σ_0 で見た Σ_A の原点 O_A の位置

13

はじめに

前回の内容

- 3次元空間での同次変換行列
- 同次変換行列の意味

今回の内容

- オイラー角
- ロール・ピッチ・ヨー角
- 順運動学計算
- DHパラメータ
- 偏微分とヤコビ行列(次回のための準備)

→ ロボットの姿勢を表現する方法を知ろう

ロボットの運動(姿勢の表現)

ロボット概論 10

第10回(2019/12/2)

担当:山崎

1

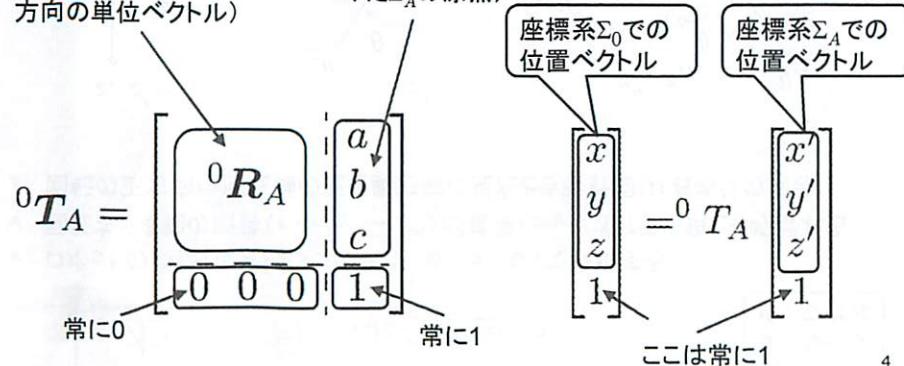
2

(復習) 同次変換行列

- 座標系 Σ_A で見た座標から Σ_0 で見た座標を計算する同次変換行列 0T_A
(4×4行列になる)

回転成分
(各列ベクトルが、座標系
 Σ_0 からみた、 Σ_A のx, y, z
方向の単位ベクトル)

並進成分
(座標系 Σ_0 から
みた Σ_A の原点)



4

回転行列の冗長性

Z軸まわりの回転行列

$${}^0R_A = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

パラメータは9つあるが、各列ベクトル
の大きさは1であり
($\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$)
内積が0だから互いに直交している

Y軸まわりの回転行列

$${}^0R_A = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix}$$

パラメータは3つあれば足りる

X軸まわりの回転行列

$${}^0R_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix}$$

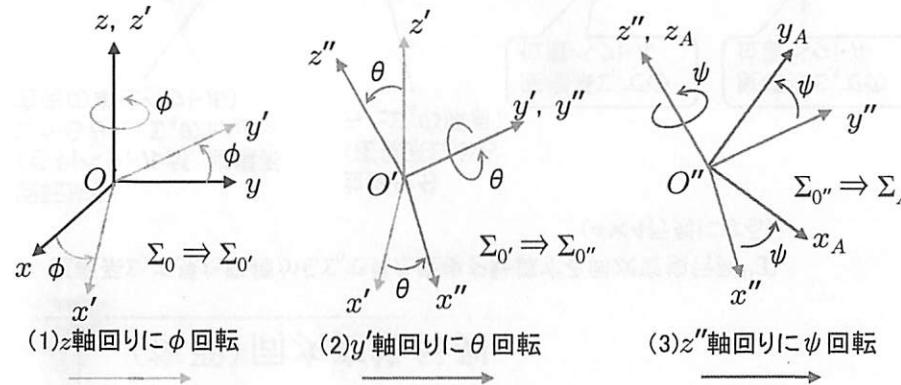
3つのパラメータで回転を表現しよう

4

オイラー角 (Euler angles)

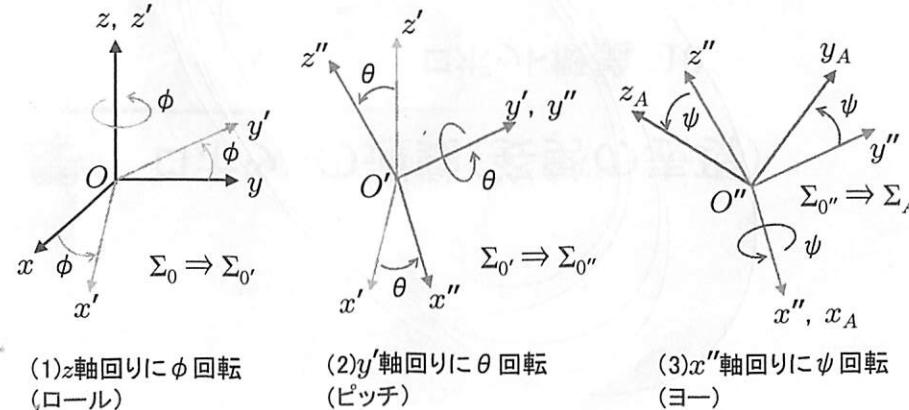
ϕ : ファイ
 θ : シータ
 ψ : プサイ

- ロボットの姿勢(向き)を3つの角度(ϕ , θ , ψ)で表現する
- 回転させる軸の順番($z \rightarrow y' \rightarrow z''$)が重要($z-y-z$ オイラー角とも呼ばれる)
- 回転の正方向は回転軸の正を奥方向に見たとき時計回り(右ネジの向き)



ロール・ピッチ・ヨー角 (roll-pitch-yaw angle)

- ロボットの姿勢(向き)を3つの角度(ロール角 ϕ , ピッチ角 θ , ヨー角 ψ)で表現
- 回転させる軸の順番($z \rightarrow y' \rightarrow x''$)に注意($z-y-x$ オイラー角とも呼ばれる)
- 各軸それぞれが1回回転している



オイラー角 (Euler angles)

- オイラー角から回転行列 ${}^0 R_A$ を求めよう

$${}^0 R_{0'} = \begin{bmatrix} C\phi & -S\phi & 0 \\ S\phi & C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^0 R_{0''} = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \quad {}^0 R_A = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

z 軸回りに ϕ 回転

y' 軸回りに θ 回転

z'' 軸回りに ψ 回転

より

$$\begin{aligned} {}^0 R_A &= {}^0 R_{0'} {}^0 R_{0''} {}^0 R_A \\ &= \begin{bmatrix} C\phi C\theta C\psi - S\phi S\psi & -C\phi C\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta \\ S\phi C\theta C\psi + C\phi S\psi & -S\phi C\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(逆に、回転行列からオイラー角を求めるこどもできる(逆三角関数を用いる)。ここでは割愛。)

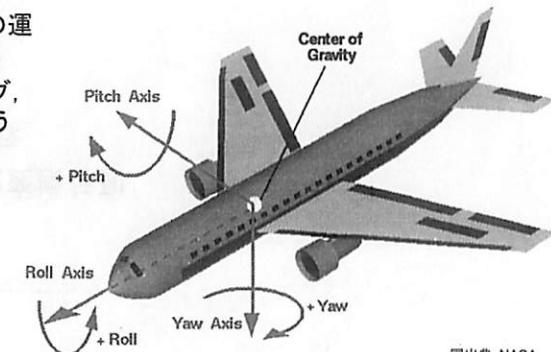
6

ロール・ピッチ・ヨー角 (roll-pitch-yaw angle)

- 回転行列は以下のようになる

$${}^0 R_A = \begin{bmatrix} C\phi C\theta & C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi \\ S\phi C\theta & S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta C\psi - C\phi S\psi \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi \end{bmatrix}$$

- 飛行機、自動車など移動体の運動の表現にも用いられている
- それぞれの動きを、ローリング、ピッキング、ヨーイングともいう

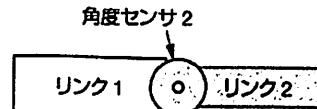


図出典:NASA

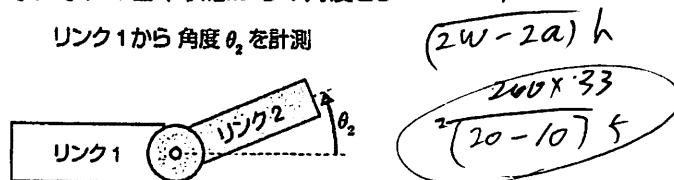
順運動学の計算

- 同次変換行列があれば順運動学は解ける
- 一般に、各リンクの角度は、センサによりそれぞれの基準状態からの角度として計測される

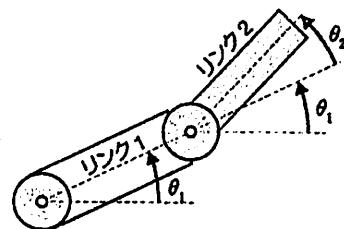
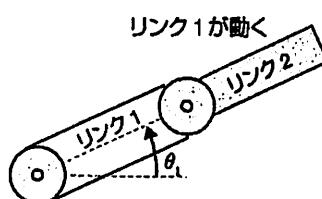
センサ 2 がリンク 1 に固定



リンク 1 から角度 θ_2 を計測



$$\sigma_n = \frac{P}{2(W-a)h}$$



図出典:木野、谷口、イラストで学ぶロボット工学

$$(2W - 2a) h$$

$$200 \times 33$$

2

$$\sigma_{nax}$$

9

$$\frac{(20-10)5 \times \sigma_{nax}}{200 \times 33}$$

$$\frac{4 \times \sigma_{nax}}{33 \times 33} \\ 4$$

順運動学の計算

- 平面上を動く、関節が2つのロボットアームの姿勢を考えよう

- 4つの座標系をとる

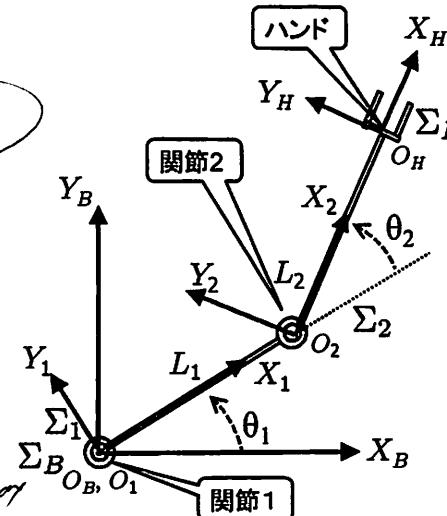
Σ_B : ベース座標系 (動かない)

Σ_1 : ベース座標系から θ_1 回転した座標系 (関節 1 に固定の座標系)

Σ_2 : Σ_1 から X_1 軸方向に L_1 並進の後、 θ_2 回転した座標系 (関節 2 に固定の座標系)

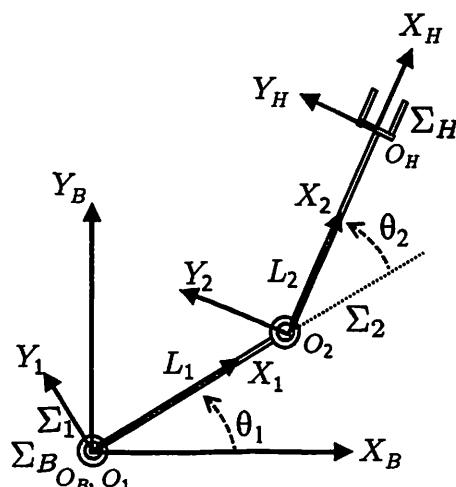
Σ_H : Σ_2 から X_2 軸方向に L_2 並進した座標系 (ハンドに固定の座標系)

10



順運動学の計算

- 各座標系間の同次変換行列を求める



1) θ_1 回転

$${}^B T_1 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{285.162}{4 \times 33}$$

2) L_1 並進 $\Rightarrow \theta_2$ 回転

$$= 2.1604$$

$${}^1 T_2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & L_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3) L_2 並進

$${}^2 T_H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= 185.18 \\ 132$$

11

順運動学の計算

- 隣接する同次変換行列を掛けることで、離れた座標系間の同次変換行列が求まる

$$\begin{aligned} {}^B T_H &= {}^B T_1 {}^1 T_2 {}^2 T_H = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & L_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 - S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 - S\theta_1 C\theta_2 & L_1 C\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_1 + C\theta_1 S\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 + C\theta_1 C\theta_2 & L_1 S\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C(\theta_1 + \theta_2) & -S(\theta_1 + \theta_2) & L_1 C\theta_1 \\ S(\theta_1 + \theta_2) & C(\theta_1 + \theta_2) & L_1 S\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

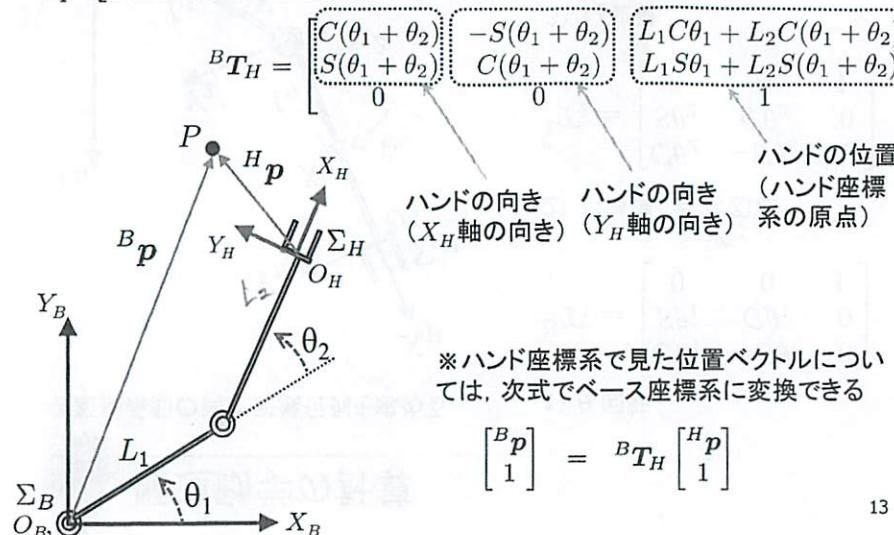
加法定理でまとめる

$$= \begin{bmatrix} C(\theta_1 + \theta_2) & -S(\theta_1 + \theta_2) & L_1 C\theta_1 + L_2 C(\theta_1 + \theta_2) \\ S(\theta_1 + \theta_2) & C(\theta_1 + \theta_2) & L_1 S\theta_1 + L_2 S(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

12

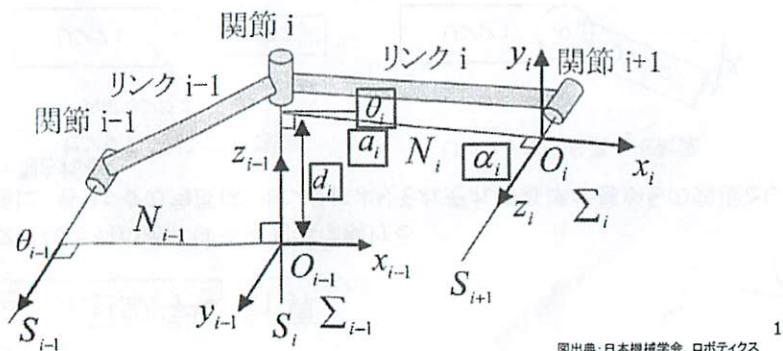
順運動学の計算

- θ_1, θ_2 が分かれれば、同次変換行列から各関節・先端の向き・位置が分かる



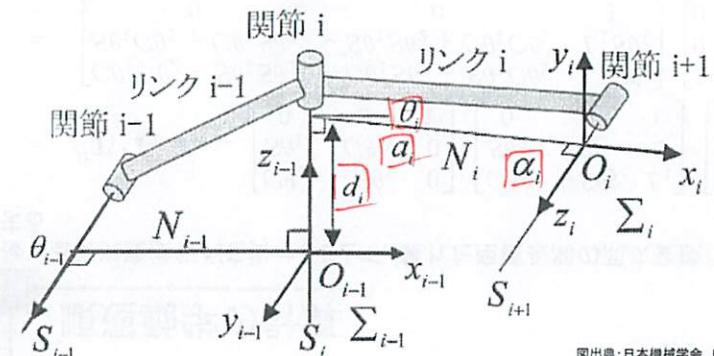
D-Hパラメータ(Denavit-Hartenberg method parameters)

- 4つのパラメータで次の座標系の位置・向きが表現される
- a_i : 共通法線 N_i の長さ(リンク長さ)
- θ_i : x_{i-1} 軸と x_i 軸のなす角(リンク間角度)
- α_i : z_{i-1} 軸と z_i 軸のなす角(リンクのねじれ角)
- d_i : 原点 O_{i-1} から共通法線 N_{i-1} と S_i との交点までの距離(リンク間距離)



D-H法(Denavit-Hartenberg method)

- よく知られた座標系の取り方として、4つのパラメータを用いるD-H法がある
 - 関節軸 i を含む直線を S_i とし、 S_{i-1} と S_i の共通法線を N_{i-1} とする
 - S_i の向きを座標系 Σ_{i-1} の z_{i-1} 軸とし、 N_{i-1} と S_i の交点を原点 O_{i-1} とする
 - N_{i-1} の方向を x_{i-1} とし、右手系で y_{i-1} 軸を決める
- ※軸の決め方の異なる修正D-H法もある

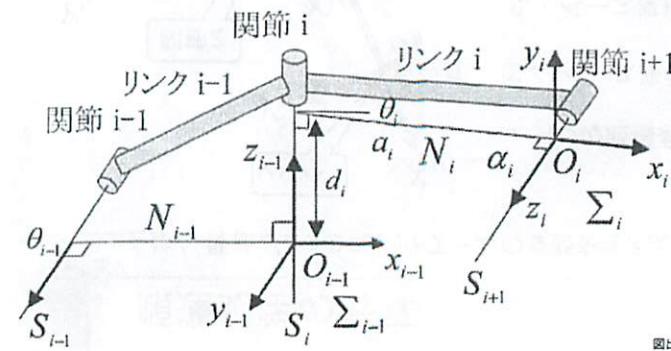


D-Hパラメータ(Denavit-Hartenberg method parameters)

- 同次変換行列を考えると

$$\begin{aligned} {}^{i-1} T_i &= \text{Rot}(z, \theta_i) \text{Trans}(0, 0, d_i) \text{Trans}(a_i, 0, 0) \text{Rot}(x, \alpha_i) \\ &= \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

※関節*i*が回転関節の場合
は θ_i が、直動関節の場合は
 d_i が変数となる(他は固定)



偏微分

- 多変数関数を、ある1変数に関して微分することを偏微分という
- 注目する変数以外は定数として、(従来の)微分の操作をすれば良い
- 注目する変数方向の変化率を表している
- 例として、以下のような x と y の2つの変数から値が決まる関数 f を考える

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^3$$

関数 f の x による偏微分

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y + 0$$

x²の微分 *xyの微分* *y^3 の微分(=0)*

, **y を定数として x を微分**

関数 f の y による偏微分

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 0 + x + 3y^2$$

, **x を定数として y を微分**

, **∂ はラウンドと読む**

17

演習1

以下の偏微分を計算せよ

$$g(\theta_1, \theta_2) = 2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin(\theta_1 + 3\theta_2)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \theta_1} = 2 \cos \theta_1 \cdot (-\sin \theta_1) + \cos(\theta_1 + 3\theta_2)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \theta_2} = 2 \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2$$

18

ヤコビ行列(Jacobian matrix)

手先位置 x, y が関節角度 θ_1, θ_2 の関数 f_1, f_2 から決まるとして

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\theta_1, \theta_2) \\ f_2(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix}$$

例) $f_1(\theta_1, \theta_2) = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$
 $f_2(\theta_1, \theta_2) = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$

両辺を微分すると

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \frac{d\theta_2}{dt} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \frac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix}$$

全微分といわれる

この行列をヤコビ行列という。
 また、その行列式をヤコビアンといいう

行列として整理すると

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix}$$

19

演習2

以下の関数 f_1, f_2 が与えられたとき、ヤコビ行列 J を求めよ。

$$f_1(\theta_1, \theta_2) = 3 \cos \theta_1 + 2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$f_2(\theta_1, \theta_2) = 3 \sin \theta_1 + 2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\begin{aligned} J &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -3 \sin \theta_1 - 2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 3 \cos \theta_1 + 2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & 2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

20

ロボットの運動(逆運動学)

ロボット概論 11

第12回(2019/12/9)

担当:山崎

はじめに

前回の内容

- オイラー角
- ロール・ピッチ・ヨー角
- 逆運動学計算
- DHパラメータ
- 偏微分とヤコビ行列

今回の内容

- 逆三角関数
- 逆運動学(幾何的に解く手法)
- 逆運動学(ヤコビ行列による手法)

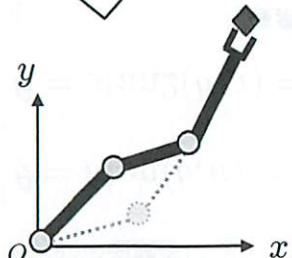
→ 目標位置までロボットアームを動かすには?

(復習)運動学

- 運動学(kinematics, kinematics)
 - ロボットアームのリンクの位置や速度などの関係を幾何学的に考える

どのような姿勢を
とっている/とるべきか?

各関節の角度から、先端の位置、向きを求める
⇒ 順運動学



主な用途: 外力による姿勢変化を調べる
目標軌道との誤差を調べる

先端の位置、向きから、各関節の角度を求める
⇒ 逆運動学

主な用途: 目標の位置・軌道にロボットアームを動かす

(準備)逆三角関数

- 逆運動学では、逆三角関数(アークサイン、アークコサイン、アークタンジェント)が使われる
- 三角関数(\sin , \cos , \tan)の値から、角度を返す
- 値域に注意

値域

$$x = \sin \theta \iff \theta = \sin^{-1} x \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

$$x = \cos \theta \iff \theta = \cos^{-1} x \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

$$x = \tan \theta \iff \theta = \tan^{-1} x \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$$

計算例

※ \arcsin , \sin^{-1} という書き方もされる

$$\sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{6}, \quad \cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\pi}{4}$$

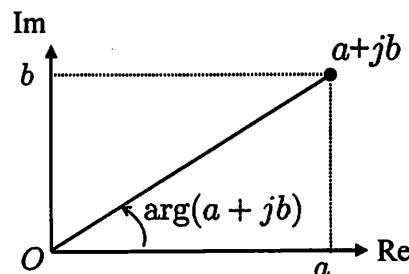
(準備)逆三角関数

- \tan の逆関数については \tan^{-1} 以外に atan2 という関数もしばしば使われる

$$\theta = \text{atan}(b, a) = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) \quad \begin{matrix} \text{値域} \\ \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right) \end{matrix}$$

$$\theta = \text{atan2}(b, a) = \arg(a + jb) \quad (-\pi < \theta \leq \pi)$$

複素平面上の偏角(argument)で角度を考える



計算例

$$\text{atan2}(2, 2) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{atan2}(3, 0) = \frac{\pi}{2}$$

5

2自由度ロボットアームの逆運動学計算

構造によっては、幾何的に解けることを確認しよう。

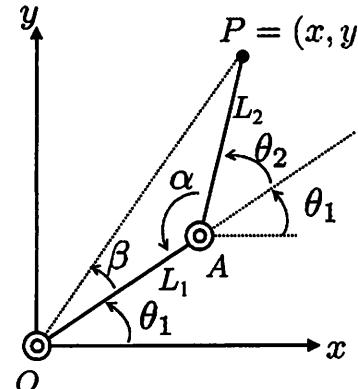
- 順運動学については次式で求まる
(θ_1, θ_2 から x, y が求まる)

$$\begin{cases} x = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

- 上式を出発点に逆運動学を解いていこう
(手先位置 x, y から θ_1, θ_2 を求めよう)

方針

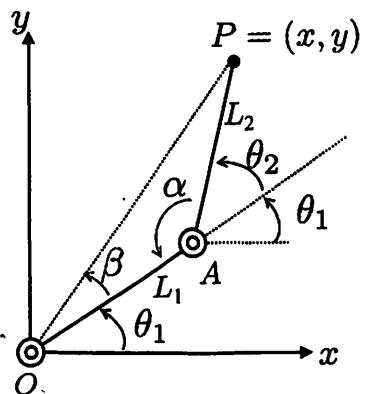
- $\triangle OAP$ を考える
- 余弦定理から、 $\cos \alpha, \cos \beta$ を求める
- 逆三角関数で α, β を求める
- α, β から θ_1, θ_2 を求める



2自由度ロボットアームの逆運動学計算

余弦定理より $\overline{OP}^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos \alpha$ であるから

$$\cos \alpha = \frac{L_1^2 + L_2^2 - \overline{OP}^2}{2L_1L_2}$$



よって、逆三角関数を使って

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{L_1^2 + L_2^2 - \overline{OP}^2}{2L_1L_2} \right)$$

ここで $\overline{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$ より

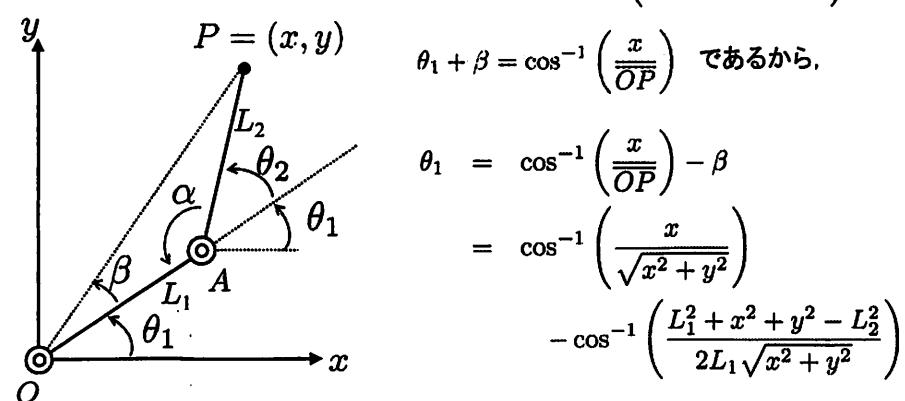
$$\theta_2 = \pi - \alpha$$

$$= \pi - \cos^{-1} \left(\frac{L_1^2 + L_2^2 - (x^2 + y^2)}{2L_1L_2} \right)$$

自由度ロボットアームの逆運動学計算

また $L_2^2 = L_1^2 + \overline{OP}^2 - 2L_1\overline{OP} \cos \beta$ より $\cos \beta = \frac{L_1^2 + \overline{OP}^2 - L_2^2}{2L_1\overline{OP}}$

$$\text{よって } \beta = \cos^{-1} \left(\frac{L_1^2 + \overline{OP}^2 - L_2^2}{2L_1\overline{OP}} \right)$$



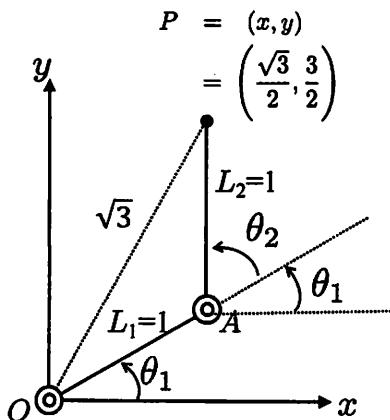
$\theta_1 + \beta = \cos^{-1} \left(\frac{x}{\overline{OP}} \right)$ であるから、

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{x}{\overline{OP}} \right) - \beta$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{L_1^2 + x^2 + y^2 - L_2^2}{2L_1\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

数値例

$$L_1 = L_2 = 1, x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = \frac{3}{2} \text{ のとき, } \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{3}$$



前項までの結果から、

$$\begin{aligned} P &= (x, y) \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} \right) \\ \theta_1 &= \cos^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \\ \theta_2 &= \pi - \cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \\ &= \pi - \frac{2}{3}\pi = \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

複数解の存在

$$L_1 = L_2 = 1, x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = \frac{3}{2}$$

このとき、

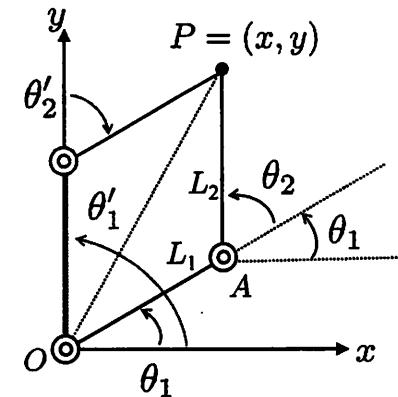
$$\theta_1 = \frac{\pi}{6}, \theta_2 = \frac{\pi}{3}$$

の他に

$$\theta'_1 = \frac{\pi}{2}, \theta'_2 = -\frac{\pi}{3}$$

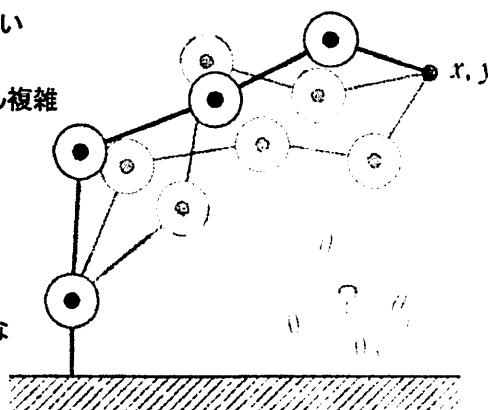
も解である。

解に(0以上などの)条件を
つけることで、絞り込める



さらに複雑な場合は

- 順運動学計算
 - 自由度が増えても対応しやすい
 - 逆運動学計算
 - 自由度が多い場合はどんどん複雑になる
 - 解が一意に決まらない
- ↓
- ロボットの構造によらない方法はないか？



図出典:木野・谷口、イラストで学ぶロボット工学

(復習) 偏微分

- 多変数関数を、ある1変数に関して微分することを偏微分という
- 注目する変数以外は定数として、(従来の)微分の操作をすれば良い
- 注目する変数方向の変化率を表している
- 例として、以下のような x と y の2つの変数から値が決まる関数 f を考える

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^3$$

▪ 関数 f の x による偏微分

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y + 0$$

▪ 関数 f の y による偏微分

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 0 + x + 3y^2$$

x^2 の微分 xy の微分 y^3 の微分 (=0)

, y を定数として x を微分

, x を定数として y を微分

∂ はラウンドと読む

(復習) ヤコビ行列 (Jacobian matrix)

順運動学の計算により、手先位置 x, y と関節角度 θ_1, θ_2 について

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\theta_1, \theta_2) \\ f_2(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix}$$

例) $f_1(\theta_1, \theta_2) = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$
 $f_2(\theta_1, \theta_2) = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$

の関係が得られているとする。両辺を微分すると

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \frac{d\theta_2}{dt} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \frac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix}$$

全微分といわれる

行列として整理すると

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix}$$

この行列をヤコビ行列という

13

ヤコビ行列 (Jacobian matrix)

ここで、手先位置ベクトル $r = [x \ y]^T$ ヤコビ行列 $J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}$
 関節角度ベクトル $q = [\theta_1 \ \theta_2]^T$

とおくと、

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix}$$

は $\dot{r} = J \dot{q}$ 各関節の速度(\dot{q})に対し、手先の速度(\dot{r})がどう変化するかを表している

さらに、 J に逆行列があれば、

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{r}$$
 手先の速度(\dot{r})に対し、各関節の速度(\dot{q})がどう変わるかを表している

となる

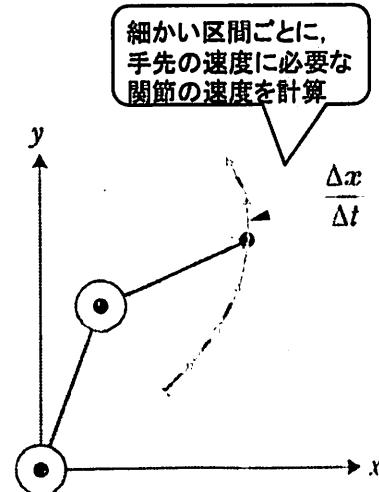
14

分解速度法による軌道制御

- こう動かしたいという手先位置の目標軌道(各時刻での位置)が与えられている
- これを微分すれば、各時刻での軌道上の目標速度が分かる

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{r}$$

- 上式で、目標速度に必要な各関節の速度を求め、関節を動かす
- ごく短い時間間隔 Δt ごとに繰り返し計算し、動かしていくことで目標軌道を達成する。



図出典: 木野・谷口, イラストで学ぶロボット工学

- 逆運動学計算を直接行わずに、手先の軌道制御を実現できる！

15

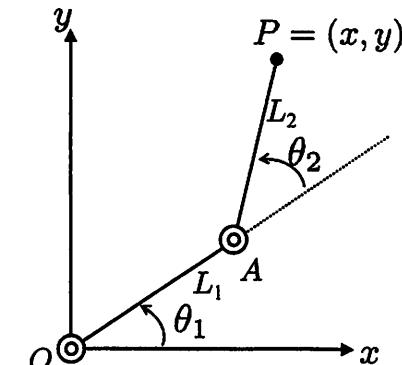
計算例

- 順運動学計算により

$$\begin{cases} x = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

- ヤコビ行列 J は

$$\begin{aligned} J &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$



16

計算例

- 行列式を計算すると

$$\begin{aligned} |\mathbf{J}| &= (-L_1 L_2 S_1 + C_{12} - L_2^2 S_{12} C_{12}) - (-L_1 L_2 S_{12} C_1 - L_2^2 C_{12} S_{12}) \\ &= L_1 L_2 (S_{12} C_1 - S_1 C_{12}) + L_2^2 (C_{12} S_{12} - S_{12} C_{12}) \\ &= L_1 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 - \theta_1) \\ &= L_1 L_2 \sin \theta_2 \end{aligned}$$

ただし、 $\sin(\theta_1 + \theta_2) = S_{12}$, $\cos(\theta_1 + \theta_2) = C_{12}$ と略記

復習

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \text{のとき, 行列式 } |\mathbf{A}| = ad - bc$$

$$\text{逆行列 } \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

17

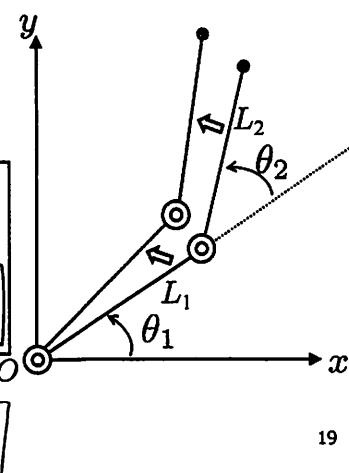
計算例

$$L_1 = L_2 = 1, \theta_1 = \frac{\pi}{6}, \theta_2 = \frac{\pi}{6} \text{ とする}$$

先端を x 方向に -0.1 m/s , y 方向に 0.1 m/s で動かしたいときに必要な関節の角速度 $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2 [\text{rad/s}]$ を求めよ。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} &= \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} \\ -\sqrt{3}-1-\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0.1+\sqrt{3} \\ 0.1\sqrt{3}+0.1-0.1-\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1+\sqrt{3} \\ 0.1\sqrt{3}+0.1-\sqrt{3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0.1(1-\sqrt{3}) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

で各関節を動かせば良い。



19

計算例

$$L_1 = L_2 = 1, \theta_1 = \frac{\pi}{6}, \theta_2 = \frac{\pi}{6} \text{ のときのヤコビ行列とその逆行列は}$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} a = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ c = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{array}$$

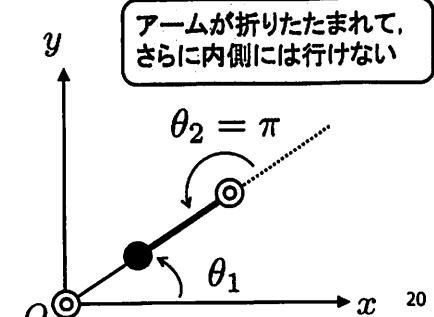
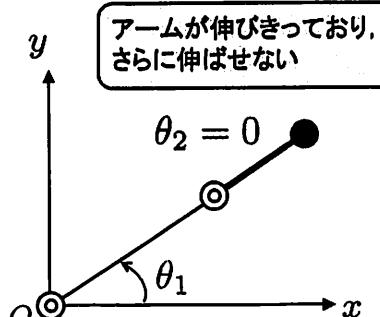
$$|\mathbf{J}| = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{1}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{3} \right)$$

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3}-1 & -1-\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

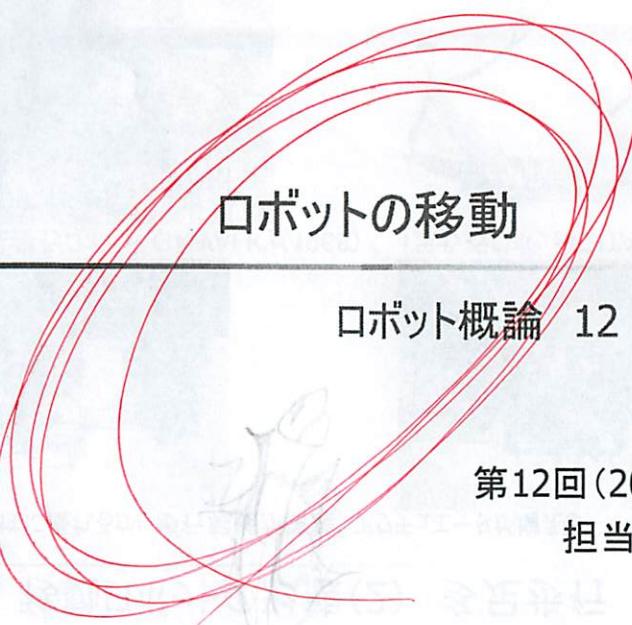
18

特異姿勢

- $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{r}}$ だが、 $|\mathbf{J}|=0$ のとき、逆行列が存在しない。これは？
- このとき、特定の方向に動けない状態（特異姿勢）にある
- $|\mathbf{J}|$ が 0 に近いと、 $\dot{\mathbf{q}}$ が非常に大きくなる \Rightarrow うれしくない
- 特異姿勢（とその周辺）を避けるように膝を曲げるロボット



20



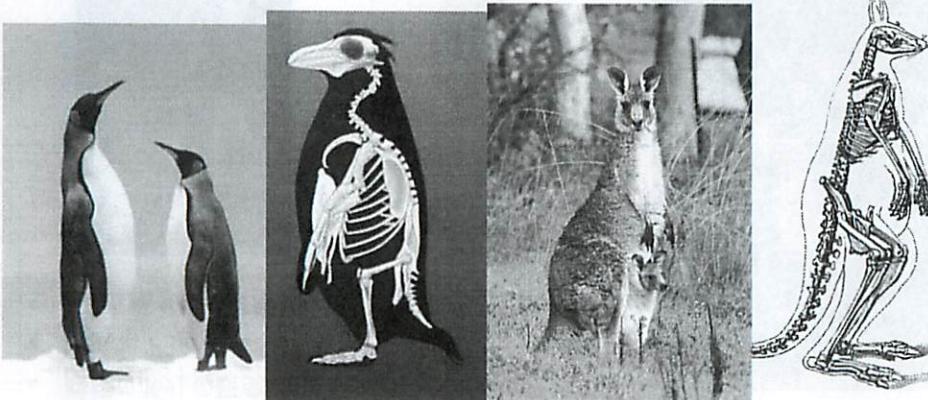
ロボット概論 12

第12回(2019/12/16)
担当:山崎

1

移動ロボットの形態(1) 2足歩行

- 直立2足歩行をするのは人間のみ



出典:雑学の泉

出典:wikipedia

出典:FCIT

3

はじめに

■ 前回の内容

- 逆三角関数
- 逆運動学(幾何的に解く手法)
- 逆運動学(ヤコビ行列による手法)

■ 今回の内容

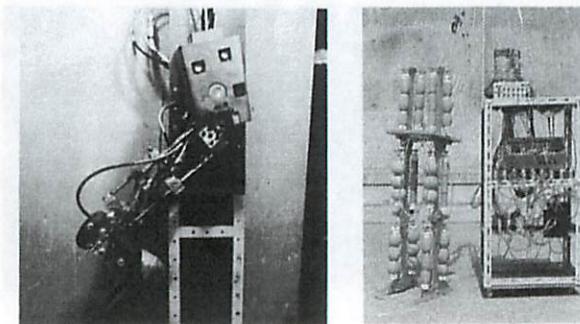
- 移動ロボットの形態
- 車輪移動ロボットの制御
- 歩行ロボットの制御

→ ロボットを移動させる方法を知ろう

2

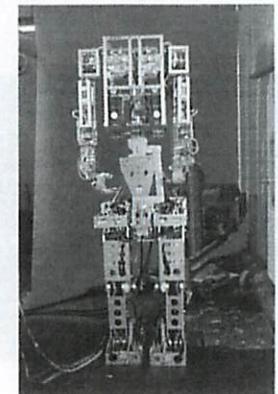
移動ロボットの形態(1) 2足歩行

- 早稲田大学の研究(加藤一郎ら)
- WL(Waseda Leg), WAP(Waseda Automatic Pedipulator), WABOT



下肢モデル:WL-1 (1967)
油圧駆動

ゴム人工筋の導入:
WAP-1 (1969)

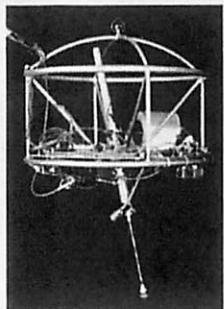


人間形ロボット:
WABOT-1 (1973)
下半身にWL-5を使用

4

移動ロボットの形態(1) 2足歩行

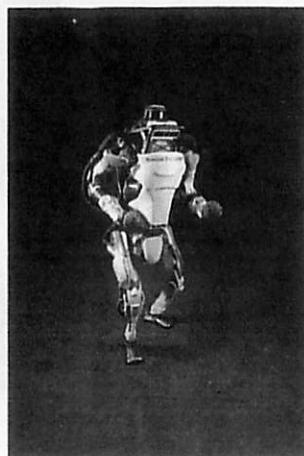
- 跳躍ロボットの研究(MIT, CMU)
- Honda P2の衝撃
- より柔軟で自然な動きに



MIT 3D One-Leg Hopper
(1983)



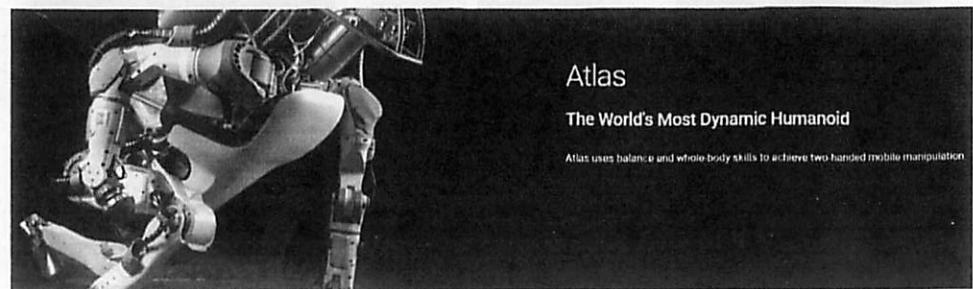
Honda P2
(1996)



Boston Dynamics
Atlas (2013~)

5

Boston Dynamics Atlas



Atlas

The World's Most Dynamic Humanoid

Atlas uses balance and whole body skills to achieve two handed mobile manipulation



1.5 m

75 kg

11 kg

Battery

Hydraulic

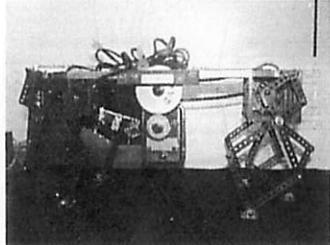
LIDAR and Stereo Vision

2.8 m/s

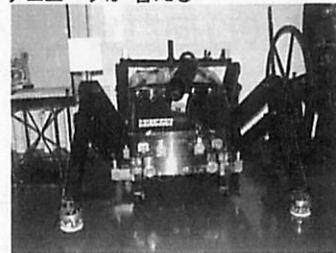
6

移動ロボットの形態(2) 多足歩行

- 安定性に優れるが、歩行戦略が複雑、アクチュエータが増える



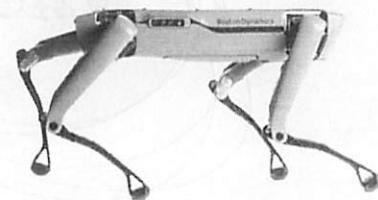
東工大6足歩行ロボット「GAWALK」(1968)



4足歩行ロボット「TITAN IV号機」(1985)



Boston Dynamics BigDog(2005)



Boston Dynamics Spot(2015~)

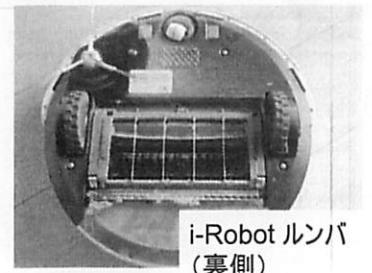
7

移動ロボットの形態(3) 車輪

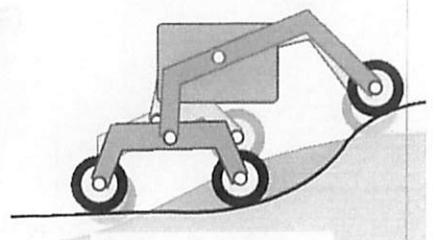
- 太古から車輪は使われている
- 機構の工夫により、不整地走行も可能
⇒ ロッカーボギー機構



マーズ・エクスプロレーション・ロー
バーB
(出典:wikipedia)



i-Robot ルンバ
(裏側)

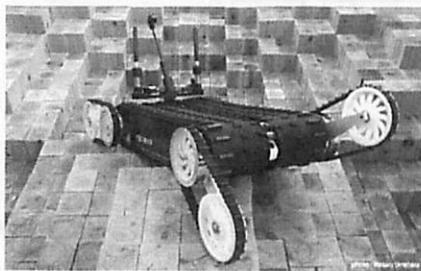


ロッカーボギー機構
(出典:wikipedia)

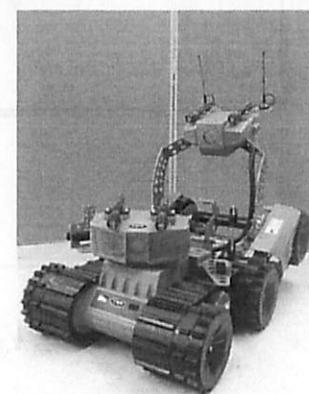
8

移動ロボットの形態(4) クローラ

- ブルドーザなどの土木機械に使われている、無限軌道
- 軟弱地盤にも強い、地面を荒らしやすい



千葉工大、東北大、
国際レスキューシステム研究機構、
Quince

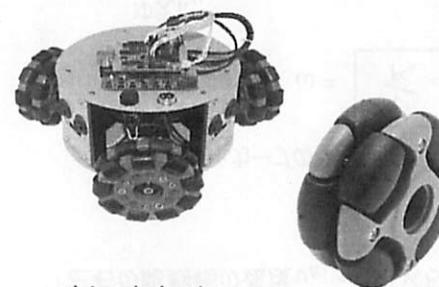


三菱電機特機システム
CWD方式小型クローラロボット
(Crawler Wheel Drive)

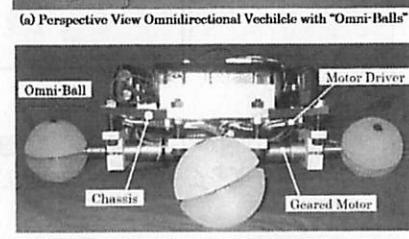
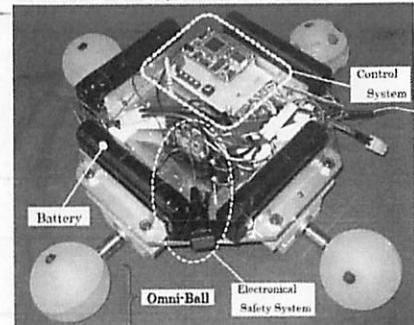
9

移動ロボットの形態(5) 全方向移動

- 前後左右の平行移動と旋回が独立に行える



オムニホイール

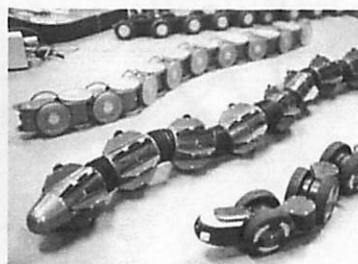


球状全方向車輪 オムニボール 10

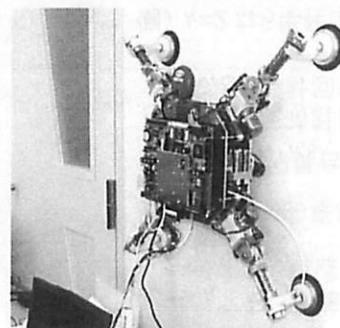
図出典: 日本機械学会、ロボティクス

移動ロボットの形態(6) その他

- ほふく移動…胴体全体の屈曲や伸縮で移動する
- 壁面移動…プロアでの吸引、粘着力、爪、静電気などが用いられている



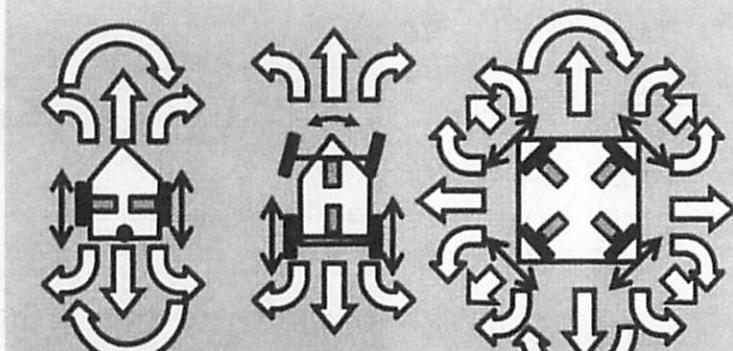
水陸両用ヘビ型ロボット「ACM-R5」
(東工大 2005)



壁面歩行ロボット
(北海道職業能力開発大学校)

11

代表的な車輪移動機構



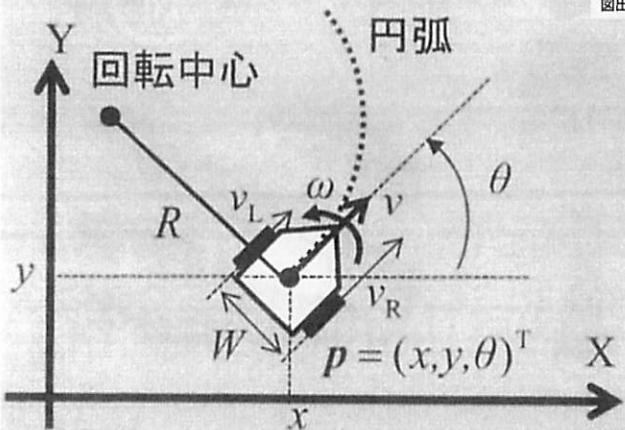
(a)対向2輪型 (b)操舵型 (c)全方向型

■ タイヤ □ モータ ←進める方向
↔ モータでタイヤを回転できる方向

12

対向2輪型移動機構のモデル

図出典:日本機械学会, ロボティクス



v_L, v_R : 左右の駆動輪の速度

R : 円弧の半径(回転半径)

W : ロボットの車輪間距離(トレッド)

p : 左右駆動輪の中心(車軸の中心)

v, ω : p の位置の速度, 角速度

$v_L = v_R$ なら直進,
 $v_L = -v_R$ なら超信地旋回

$k = 1/R$ を曲率という
(曲線の曲がり具合を表す)
 $k > 0$ のとき反時計回り,
 $k < 0$ のとき時計回り

例) $k=2$ なら半径0.5mの円弧を反時計回りに曲がる

13

対向2輪型移動機構のモデル

速度 = 回転半径 × 角速度 であるから

$$v = R\omega$$

反時計方向に曲がるとき

$$v_R = \left(R + \frac{W}{2} \right) \omega$$

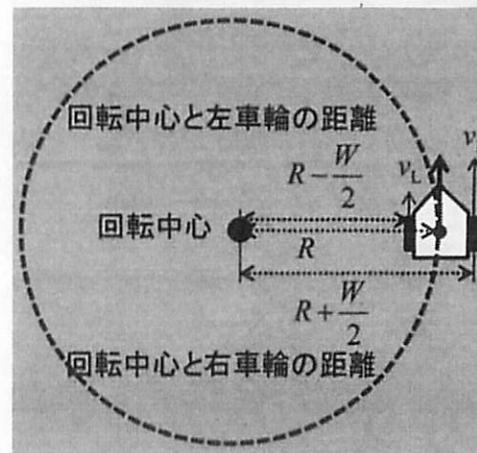
$$v_L = \left(R - \frac{W}{2} \right) \omega$$

$$\text{より } v_R + v_L = 2R\omega = 2v$$

$$\therefore v = \frac{v_R + v_L}{2} [\text{m/s}]$$

$$\text{また } v_R - v_L = W\omega \text{ より}$$

$$\therefore \omega = \frac{v_R - v_L}{W} [\text{rad/s}]$$



図出典:日本機械学会, ロボティクス

対向2輪型移動機構のモデル

さらに $2v_R = 2v + W\omega$ となるので, $v_R = v + \frac{W}{2}\omega$

同様にして $2v_L = 2v - W\omega$ より $v_L = v - \frac{W}{2}\omega$

これらを行列を用いて表現すると,

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_R + v_L \\ \frac{W}{2}\omega \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{W}{2}\omega \\ v - \frac{W}{2}\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} ?$$

※時計方向に曲がるとき v_R と v_L は逆になる

ロボットの速度, 角速度 \Leftrightarrow 左右の駆動輪の速度 の計算ができる

15

演習

$$r = \frac{l}{2} = 0.5 \text{ m} \quad 1/r = k = 2$$

- 対向2輪型の車両移動ロボットを $v=0.1$ m/sで曲率 $k=2$ のカーブを走らせたいとき, 左右の駆動輪の速度 v_R, v_L はいくらいにすれば良いか。ただし, トレッドは0.2mとする。

$$k=2 \text{ より, カーブの半径 } R = 1/2 = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{よって, 角速度 } \omega = \frac{v}{R} = \frac{0.1}{0.5} = 0.2 \text{ rad/s}$$

ゆえに,

$$\begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.2}{2} \\ 1 - \frac{0.2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.12 \\ 0.08 \end{bmatrix} \text{ m/s}$$

16

オドメトリ(Odometry)

- 計測した速度、角速度の積分から現在の位置、姿勢を推定する手法
 - 時刻 t での位置・姿勢を
 $p(t) = (x(t), y(t), \theta(t))^T$
- とすると

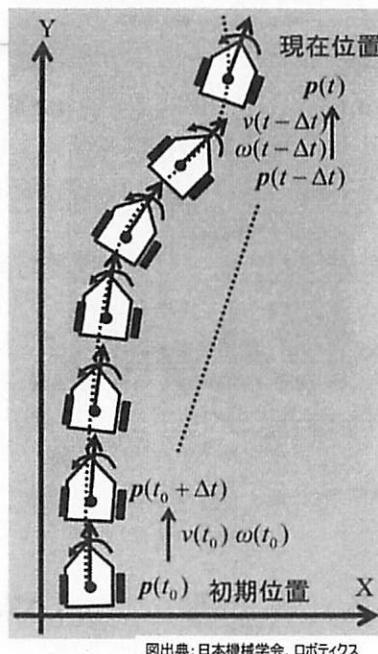
$$x(t) = \int_{t_0}^t v_x(\tau) d\tau + x(t_0)$$

$$y(t) = \int_{t_0}^t v_y(\tau) d\tau + y(t_0)$$

$$\theta(t) = \int_{t_0}^t \omega(\tau) d\tau + \theta(t_0)$$

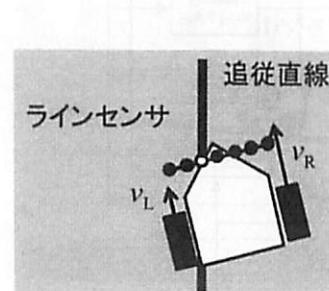
で求められる。(実用的には \int ではなく Σ の計算による)

- スリップによる誤差に注意



車両移動ロボットの自律制御(1)

- ライントレース方式
 - 工場などでの荷物搬送用のAGV(Automated Guided Vehicle)
 - 磁気テープ、黒テープなどで経路を指示



図出典:日本機械学会、ロボティクス



LEGO mindstorms
ライントレースロボ

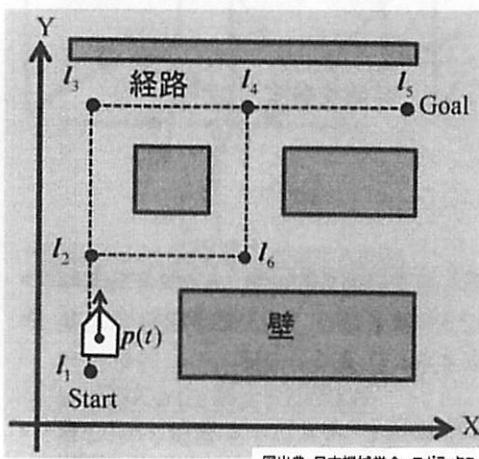


Doog社 追従運搬ロボット
THOUZER

18

車両移動ロボットの自律制御(2)

- 推定位置と地図に基づく方式



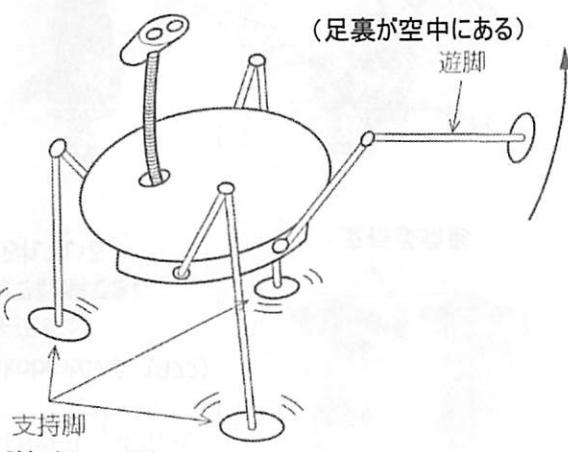
- オドメトリのみでの位置・姿勢推定は誤差が蓄積するので、カルマンフィルタなどの手法で推定の精度を向上させる

19

歩行ロボットの脚の本数

- 安定して立つには最低3本の支持脚が必要
- 歩くためには最低1本の脚を遊脚として前方に動かす
- 足の運び方(歩容)を考える

- 歩行
 - 常に少なくとも一脚が支持脚として接地している
 - 走行
 - 全脚が地面から離れて遊脚となる瞬間がある

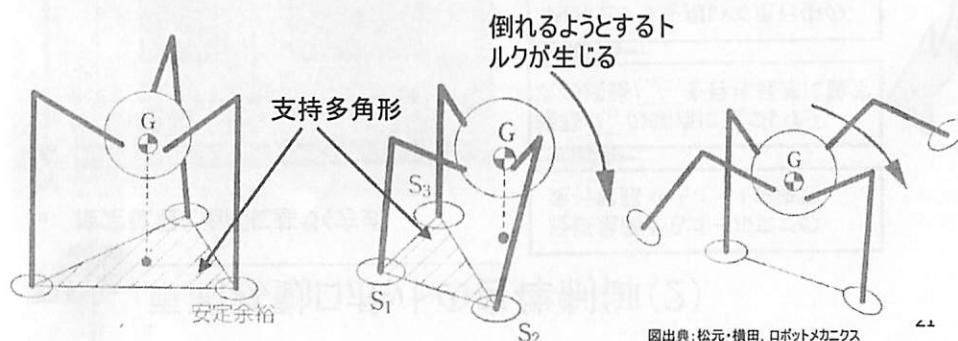


図出典:松元・横田、ロボットメカニクス

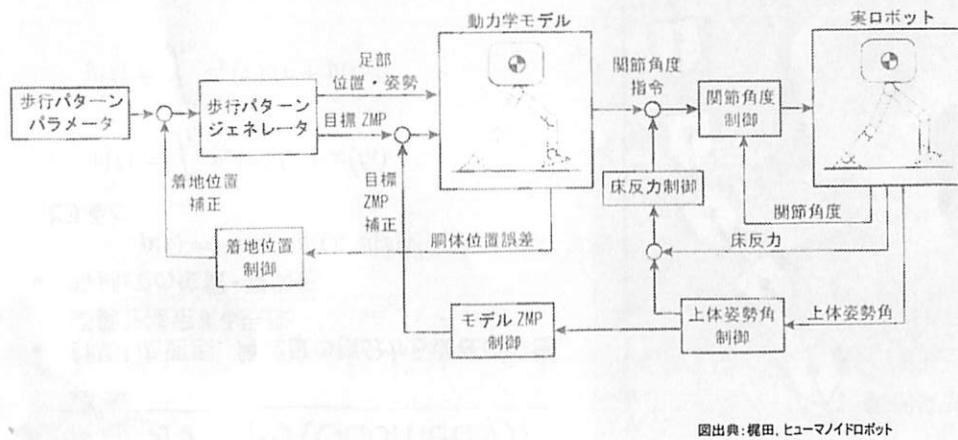
20

静歩行・動歩行

- 重心Gから鉛直下方に下ろした垂線の脚が、接地点を結ぶ多角形(支持多角形)の内部にあると安定して立てる
- 安定余裕 … 重心の投影点から支持多角形までの最短距離
- 安定状態を維持しつつ、遊脚を動かすことで、歩行を行う(静歩行)
- 安定性を保たず、転倒する前に遊脚を接地する(動歩行)



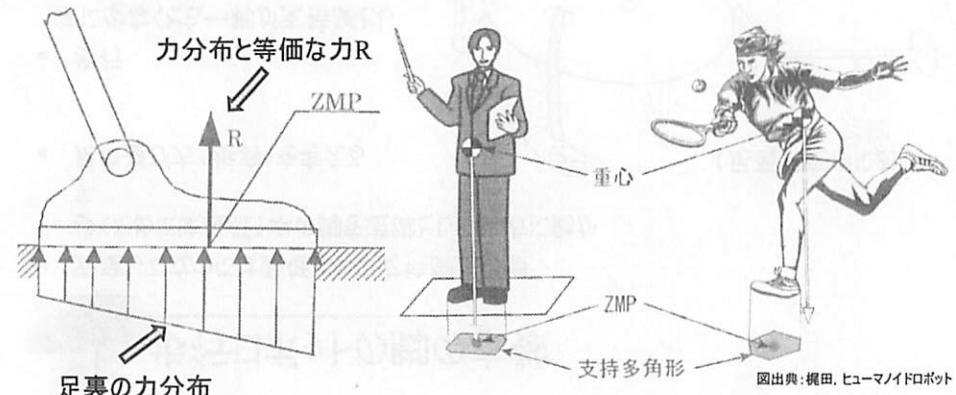
ホンダP2の歩行制御システム



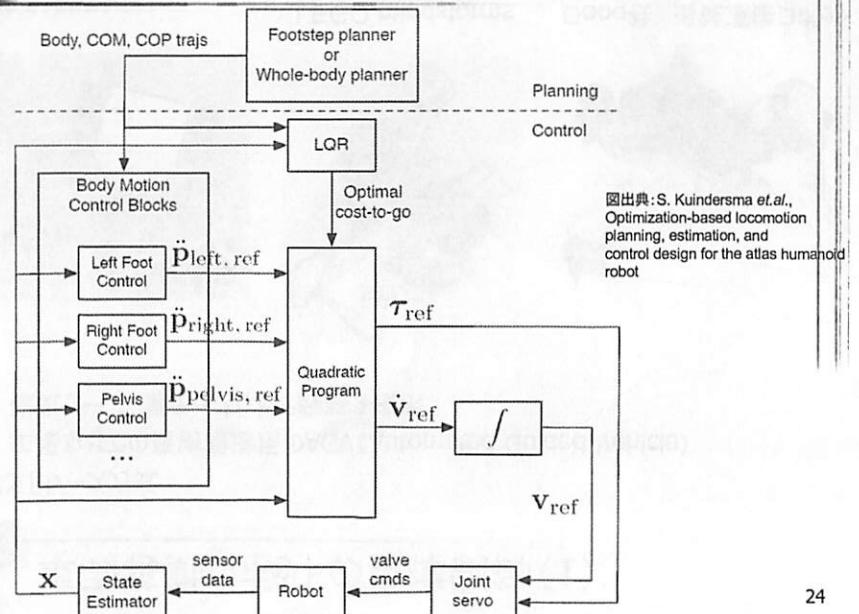
23

ZMP(zero moment point)

- 接地面における圧力中心点 (Vukobratović, 1972)
- ZMPは常に支持多角形の中に存在する
- 足裏に6軸力覚センサをつけることで計測できる
- ZMPに基づいた歩行制御が考えられている



Atlasの歩行制御システム



24

はじめに

ロボットの制御と行動決定

ロボット概論 13

第13回(2019/12/23)

担当:山崎

■ 前回の内容

- 移動ロボットの形態
- 車輪移動ロボットの制御
- 歩行ロボットの制御

■ 今回の内容

- フィードフォワード制御とフィードバック制御
- PID制御
- 行動決定の手法

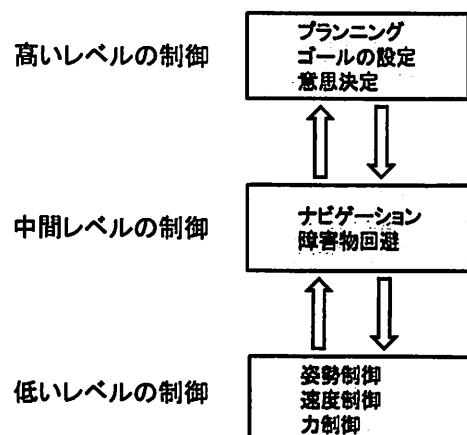
➡ 制御の基本とロボットの動かし方を知る

1

2

制御のレベル

- 「制御(control)」という言葉は様々な意味で使われている

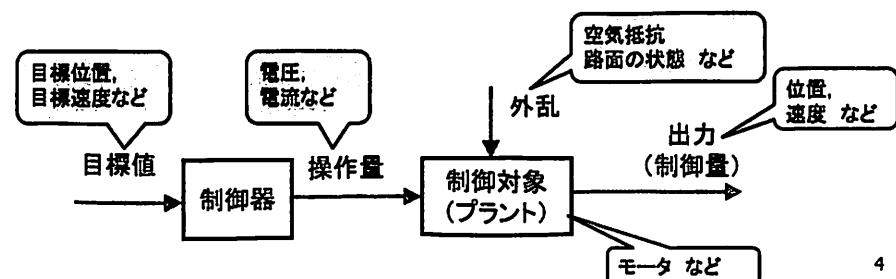


- 自律ロボットではより上位の制御の実現が求められる

3

フィードフォワード制御

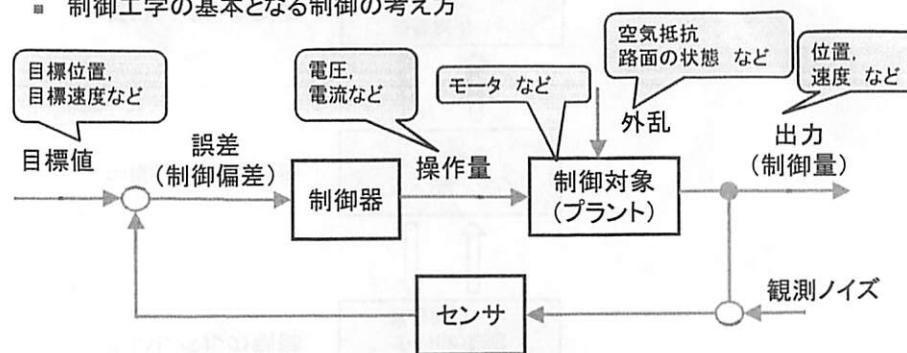
- 制御工学(の講義、3年)では主に低いレベルの制御問題を扱う
- 基本的なアイデアとして、フィードフォワード制御とフィードバック制御がある
- フィードフォワード制御
 - 目標値に基づき、操作量を決定する
 - 制御対象の特性から、制御器が適切な操作量を計算
 - 制御対象の個体差や外乱の影響の扱い



4

フィードバック制御

- 制御工学の基本となる制御の考え方



- 目標値と制御量との誤差をもとに操作量を決定する
- センサが必要になるものの、制御対象の変動や外乱にも強い

5

PID制御とは

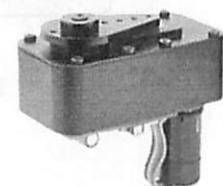
- フィードバック制御のひとつで、ロボットに限らず産業界で広く使われている
- P(比例)制御, I(積分)制御, D(微分)制御の組み合わせ
- 目標値を $r(t)$ 、制御量を $y(t)$ としたとき、

$$\text{誤差は } e(t) = r(t) - y(t)$$

- このとき、 $e(t)$ をもとに操作量を以下の式で決定する

$$\text{操作量} = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

比例項 積分項 微分項

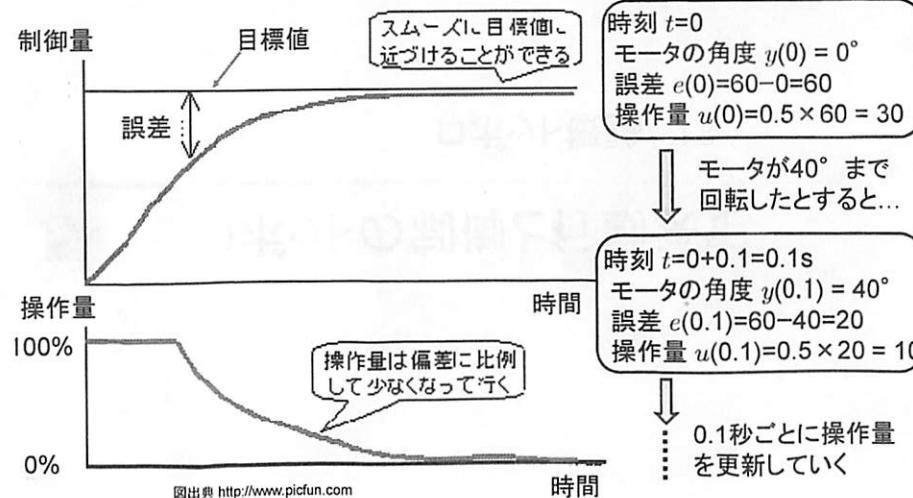


PIDパラメータの設定が可能なモータ
(バイストン
サーボモータ
VS-SV3310)
327kgf·cm

6

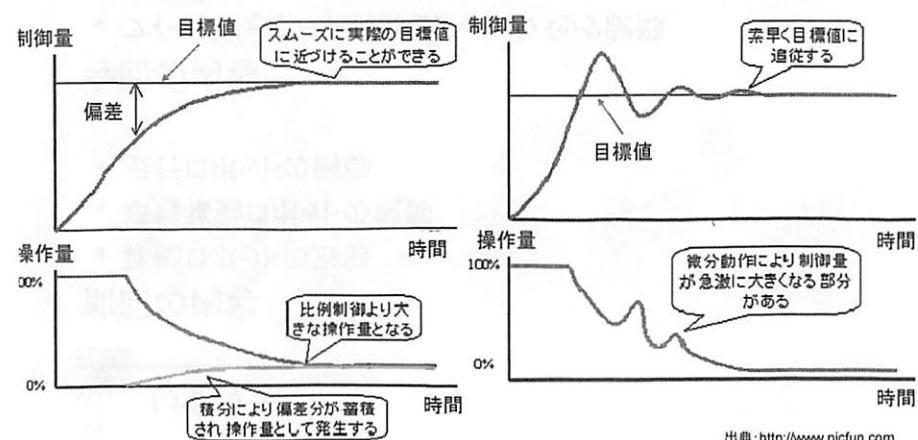
P制御(比例制御)

- 現在の誤差に比例して操作量を決定

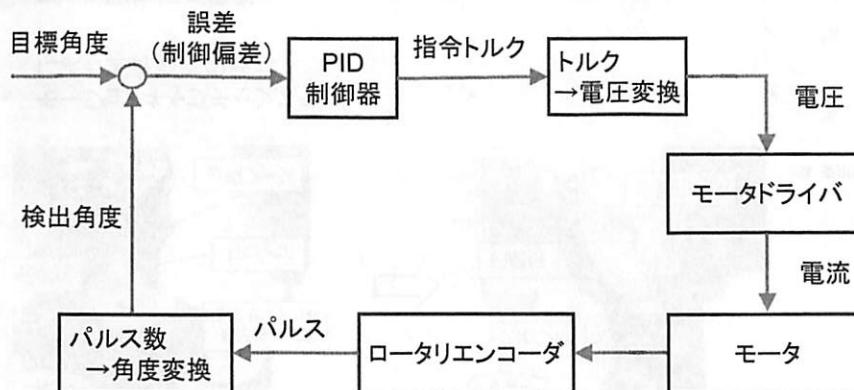


PI制御, PID制御

- PI制御（比例+積分）
- I制御で目標値へ一致させる
- PID制御（比例+積分+微分）
- D制御で過渡特性の改善



PID制御によるモータ制御の概念図

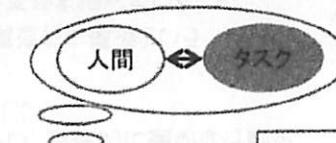


9

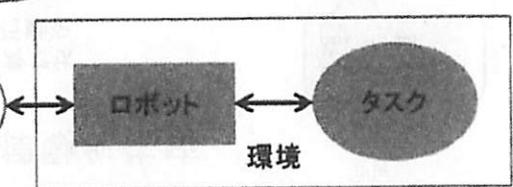
行動決定の分類

- どのようにして、ロボットの行動を決定するか

- 操縦型
 - 人間が直接操る
- 教示型
 - あらかじめ教えた動きを再生
- 自律型
 - ロボットが自律的に行動を決定



図出典：日本機械学会、ロボティクス

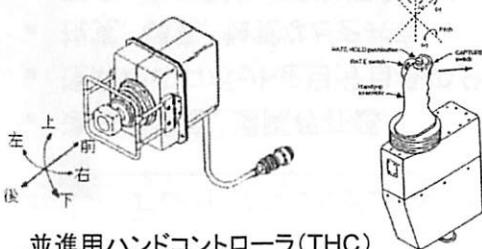


操縦型

- 各軸スイッチ方式
 - 各軸の動き(どれくらい関節を動かすか)を直接指定する
- ジョイステイックによる操縦
 - ジョイステイックの傾きや回転で動作を指令



シャトル・リモート・マニピュレータ・システム(SRMS)



並進用ハンドコントローラ(THC)
回転用ハンドコントローラ(RHC)

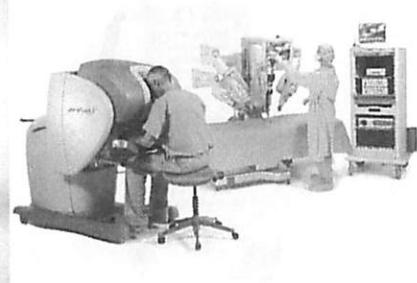
11

マスター・スレーブ方式による操縦

- 操縦者が、操作用のアーム(マスター)を動かすと、作業用のアーム(スレーブ)が同じように動く



トヨタ T-HR3
マスター制御システム



ダビンチ 遠隔手術システム
Intuitive Surgical 社

- センサ情報からのフォースフィードバック等を行うことで操作性の向上を図れる

12

テレイグジスタンス (Telexistence)

- 遠隔臨場感, 遠隔存在感
- 遠隔地のロボットを自分自身の分身(アバター)として動かす
- 視覚, 聴覚, 觸覚などを共有
- 医療, 宇宙開発, 深海探査などへの応用

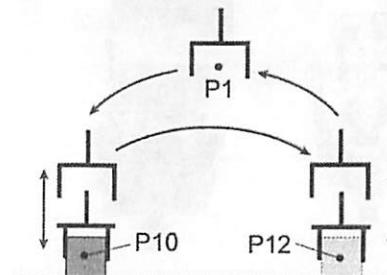


テレイグジスタンスロボット Telesar V

13

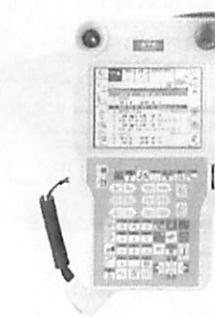
ティーチングプレイバックによる教示

- 教示再生方式
- 産業用ロボットでは広く使われている



図出典: 日本機械学会, ロボティクス

教示ポイントを順次指定していく



出典: 株)ダイヘン

ティーチングペンダントを用いた動きの教示

14

実演による教示

- 人が実演し, ロボットに教示



- ロボットが人の作業を再現



出典: 安川電機

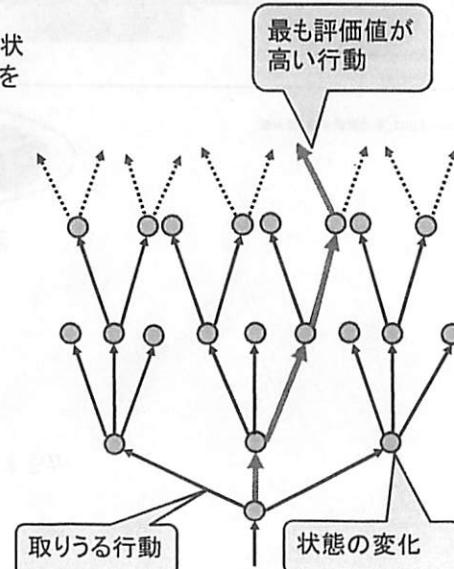
- モーションキャプチャシステムによる全身動作の教示



- マーカをカメラで撮影
(光学式モーションキャプチャ)

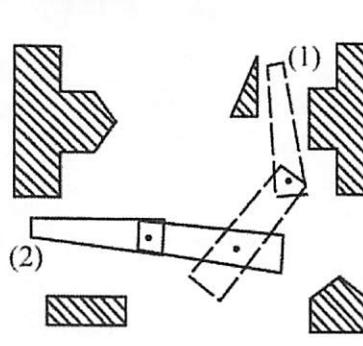
木構造による自律動作生成

- センサ等の情報から, ロボット自身で状況判断を行い, 自律的に適切な行動を遂行して欲しい
- 右のような構造を木構造という
- とりうる行動系列を調べていくことで, 適切な行動を決定できる
- 先読みによる精度向上とその限界

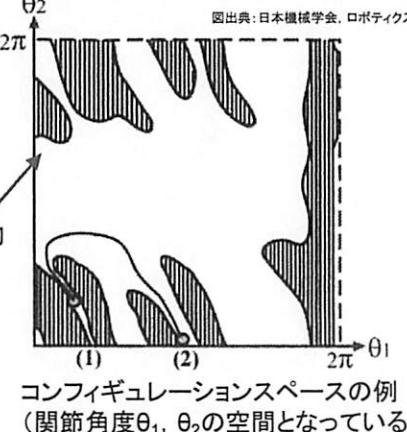


コンフィギュレーションスペースを用いた軌道生成

- ロボットが取りうる状態を空間で表現したものをコンフィギュレーションスペース (Configuration Space, C-Space) という
- 実際の見た目でなく、コンフィギュレーションスペースに変換して軌道を考える

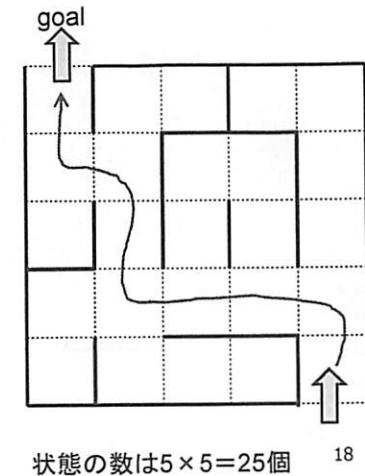
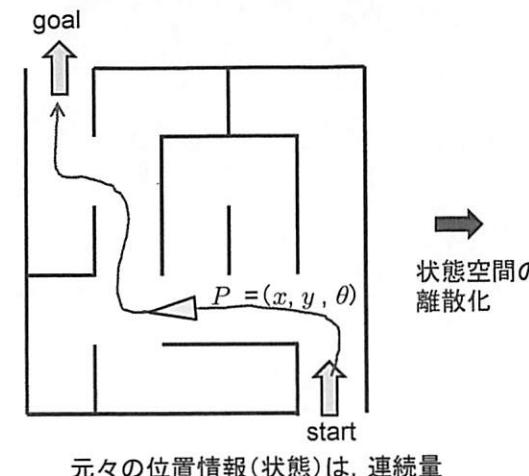


2自由度マニピュレータ
(1) ⇒ (2) に動かしたい



移動ロボットの行動生成

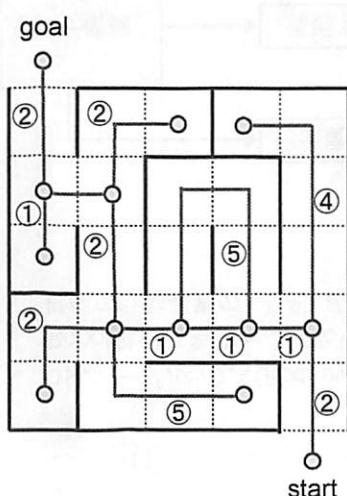
- どのようにして道筋を決定するか
例) 迷路(※ここでは、構造は既知とする)



18

グラフ構造による表現

- 分岐と行き止まり、その間の距離の情報のみ



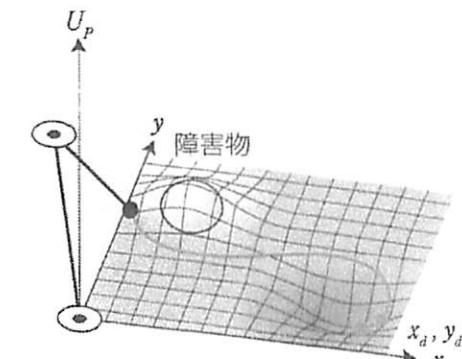
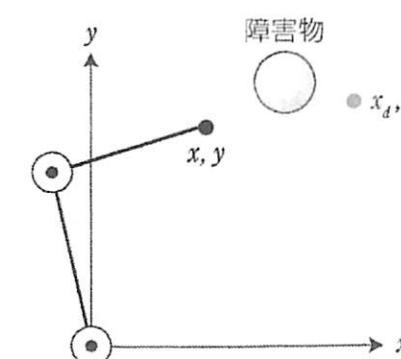
○ : ノード ——— : リンク
①～⑤: リンクの重み

- このような構造をグラフという
- ダイクストラ法、A*アルゴリズムなどで最短経路を計算できる

19

ポテンシャル場法

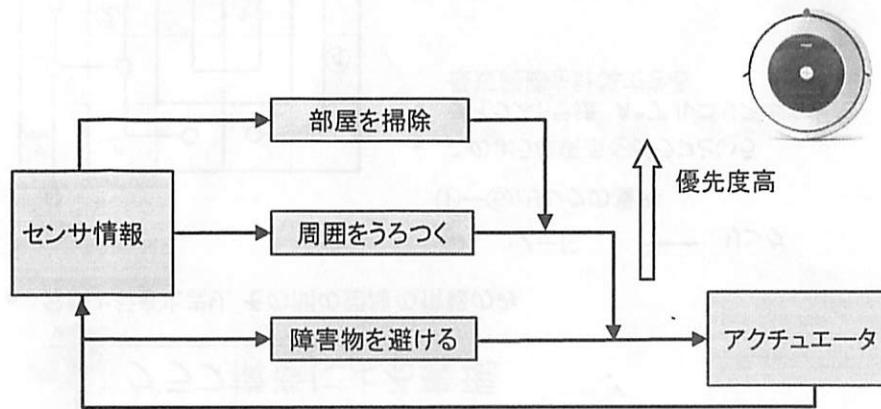
- 障害物では大きく、目標位置では小さくなるようなポテンシャル場(各位置のエネルギーの分布)を考える
- ポテンシャル場の勾配(微分)の向きに移動することで、障害物を避け、目標地点に向かう



図出典:木野・谷口. イラストで学ぶロボット工学

包摶(サブサンプション)アーキテクチャ

- ロドニー・ブルックス(Rodney Brooks) 1986
- iRobot社設立者の一人であり、ルンバは包摶アーキテクチャにより設計された
- 単純な行動要素の、並列・多層的な組み合わせにより、複雑な行動を創発



はじめに

■前回の内容

- フィードフォワード制御とフィードバック制御
- PID制御
- 行動決定の手法(操縦型, 教示型, 自律型)

■今回の内容

- 人工知能とは
- ニューラルネットワークと深層学習
- 強化学習

➡ ロボットに知能を持たせられるか？

1

2

ロボットと人工知能

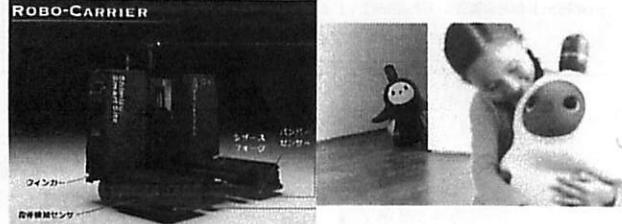
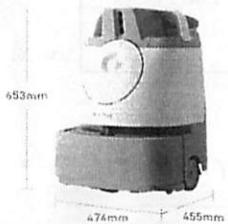
ロボット概論 14

第14回(2020/1/6)

担当:山崎

AIロボット

- 『人工知能(AI)』という言葉がニュース等で見かけることが増えている
 - AI搭載と謳われる(あるいは報道される)ロボットが多く開発されている
 - 第4次産業革命, Society 5.0 での重要な技術
-
- 清掃ロボット
Whiz
(ソフトバンク, 2018)
 - 自動搬送システム
Robo-Carrier
(清水建設, 2018)
 - 家族ロボット LOVOT
(GROOVE X, 2018)



3

人工知能(Artificial Intelligence, AI)

- 人工的に人間のもつ知能を実現したもの(ただし、統一した定義は??)
- 「知的な機械、特に、知的なコンピュータプログラムを作る科学と技術」
(平成28年版情報通信白書)

国内の主な研究者による人工知能(AI)の定義

研究者	所属	定義
中島秀之	公立はこだて未来大学	人工的につくられた、知能を持つ実態。あるいはそれをつくろうとすることによって知能 자체を研究する分野である
武田英明	国立情報学研究所	
西田聰明	京大	「知能を持つメカ」ないしは「心を持つメカ」である
渕口理一郎	北陸先端科学技術大学院	人工的につくった知的な機械をするためのもの(システム)である
長尾真貴	京都大学	人間の脳の活動を模倣までシミュレートするシステムである
沼浩一	東大	人工的に作る新しい知能の世界である
浅田雄	大研大	知能の定義が明確ないので、人工知能を明確に定義できない
松原仁	公立はこだて未来大学	究極には人間と区別が付かない人工的な知能のこと
池上高志	東大	自然にわれわれはペットや人に接するような、情動と穴諦に満ちた相互作用を、物理法則に関係なく、あるいは逆らって、人工的につくり出せるシステム
山口嵩平	慶應義塾大	人の知的な働きを模倣・支援・超越するための構成的システム
栗原聰	電気通信大	人工的につくられる知能であるが、その知能のレベルは人を超えているものを想像している
山川宏	ドワンゴ人工知能研究所	計算機知能のうちで、人間が直感・開拓に投げた場合を人工知能と呼んで扱いのではないかと思う
松尾徹	東大	人工的につくられた人間のような知能、ないしはそれをつくる技術。人間のように知的であるとは、「覚づくことのできる」コンピュータ、つまり、データの中から特徴量を生成し現象をモデル化することのできるコンピュータという意味である

(出典) 松尾徹「人工知能は人間を超えるか」(KADOKAWA) p.45より作成

人工知能研究の歴史

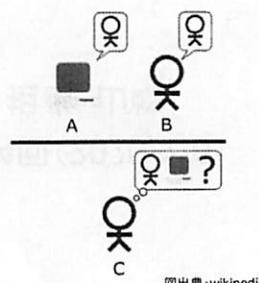
- 現在は、第3次人工知能ブーム

人工知能の書かれた状況	主な技術等	人工知能に関する出来事
1950年代	第一次人工知能ブーム (探索と推論)	チューリングテストの提唱（1950年）
1960年代	冬の時代	データマス会議にて「人工知能」という言葉が登場（1956年） ニューラルネットワークのパーセプトロン開発（1958年） 人工対話システムELIZA開発（1964年）
1970年代	冬の時代	エキスパートシステム
1980年代	第二次人工知能ブーム (知識表現)	初のエキスパートシステムMYCIN開発（1972年） MYCINの知識表現と推論を一般化したEMYCIN開発（1979年） 第五世代コンピュータプロジェクト（1982～92年） 知識記述のサイクルプロジェクト開始（1984年） 誤差逆伝播法の発表（1986年）
1990年代	冬の時代	データマイニング オントロジー 統計的自然言語処理
2000年代	第三次人工知能ブーム (機械学習)	ディープラーニングの提唱（2006年）
2010年代		ディープラーニング技術を画像認識コンテストに適用（2012年）

（出典）総務省「ICTの進化が雇用と働き方に及ぼす影響に関する調査研究」（平成28年）

AIとヒト

- チューリングテスト
 - A. Turingにより提案（1950）。ヒトと機械を（文字のみのやりとりで）間違わずに判別できるか？
 - 2014年、はじめての合格
- 強いAI／弱いAI（ジョン・サークル、哲学者、1980）
 - 人間と同様の自我や自意識を持っている（強いAI）
 - 人間と同様（あるいはそれ以上の）知的処理ができる（弱いAI）
- 汎用人工知能と特化型人工知能
- シンギュラリティ（技術的特異点、Technological Singularity）
 - AI研究の進展により、人間を超えた知性が誕生する？
 - 2045年説（レイ・カーツワイル、アメリカの発明家）



現在のAI研究の主流

人工知能の研究テーマ（の一部）

- 推論
 - 知識データをもとに新たな結論を得る
- 探索
 - 多くの解（行動）の中から、望ましい解を探し出す。
- ニューラルネットワーク
 - 生物の脳の仕組みを取り入れた数理モデル
- 遺伝的アルゴリズム
 - 生物の遺伝の仕組みを模した探索の手法
- エキスパートシステム
 - 専門知識に基づく推論により、専門家のような判断を実現する
- データマイニング
 - 大量のデータをもとに、そこに潜むルールや知識を見つける

6

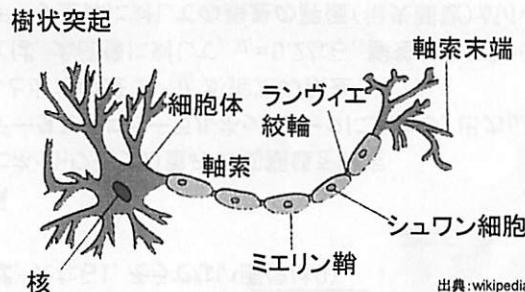
機械学習（Machine learning）

- 大量のデータや経験に基づき、コンピュータ自身が知識や判断基準を学習する
- 画像や音声の識別、自然言語処理、行動の意思決定などの利用
- 様々な機械学習の手法
 - 決定木、ニューラルネットワーク、遺伝的プログラミング、帰納論理プログラミング、サポートベクトルマシン、ペイジアンネットワーク、強化学習、K近傍法、アンサンブル学習、トピックモデル…
- コンピュータの進歩、インターネットの普及
- 大量のデータの入手が容易に（ビッグデータ）
- ニューラルネットワークを発展させた深層学習（ディープラーニング、Deep learning）をはじめ、様々な機械学習の手法が実用レベルで使われるようになってきた。

8

ニューロン

- 生物の神経細胞(ニューロン)の構造

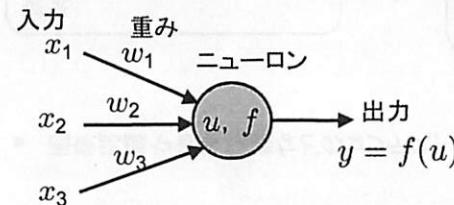


- ニューロン同士の結合(シナプス)により、ネットワークを形成している
- 信号の入力(刺激)により、活動電位が発生し、これが次のニューロンへ伝わることで、信号が伝達されていく。
- 脳の複雑な機能が、ニューロンの集合によって実現されている

9

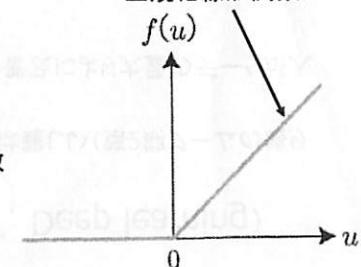
ニューロンの数式モデル

- ニューロンの働きを重み w_i と活性化関数 f で表現する



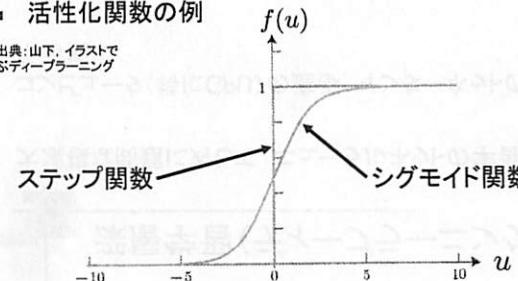
u : 入力の重み付き和
 $u = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3$
 $f(u)$: 活性化関数

ReLU
(Rectified linear unit,
正規化線形関数)

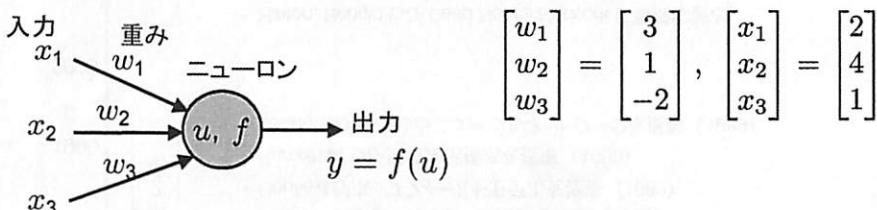


- 活性化関数の例

図出典:山下、イラストで
学ぶディープラーニング



計算例



$$\begin{aligned} u &= w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 \\ &= 3 \times 2 + 1 \times 4 + (-2) \times 1 \\ &= 8 \end{aligned}$$

活性化関数がステップ関数の時

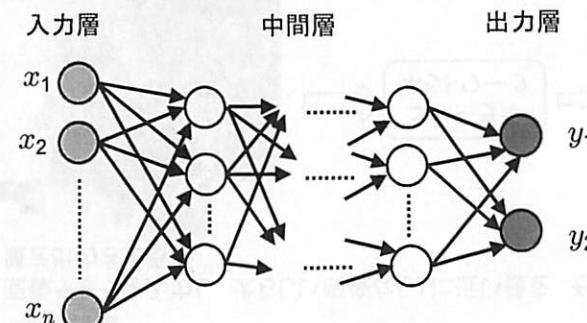
$$y = f(u) = 1$$

活性化関数がReLUの時

$$y = f(u) = 8$$

ニューラルネットワーク

- 多数のニューロンを並列に並べ、さらに多層に重ねていく
⇒ ニューラルネットワーク



- 各ニューロンは入力に対し、重み付き和から出力を計算し、それが後段のニューロンの入力になる
- 様々な入力に応じ、望ましい出力をする適切な“重み”を求めたい

※重みが変われば、同じ入力でも出力は変化する

11

ニューラルネットワーク研究の歴史

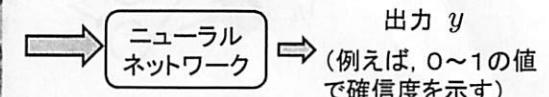
図出典:山下, イラストで
学ぶディープラーニング

1940	第1期	• McCulloch と Pitts が形式ニューロンモデルを発表 (1943) • Rosenblatt がパーセプトロンを発表 (1958)
1970		• Minsky と Papert が単純パーセプトロンは 線形分離不可能なパターンを識別できないことを指摘 (1969)
1980	第2期	• Fukushima らがネオコグニトロンを提案 (1980) • Hopfield がホップフィールドモデルを提案 (1982) • Rumelhart らが誤差逆伝播法を提案 (1986) • LeCun らが畳み込みニューラルネットワークを提案 (1989)
1990		
2000		
2010	第3期	• Hinton, Bengio らが Deep Neural Network に事前学習と オートエンコーダを導入した手法を提案 (2006) • Seide らが音声認識のベンチマークで圧勝 (2011) • Krizhevsky らが ReLU を提案し画像認識コンペで圧勝 (2012)

13

ニューラルネットワークの学習

- 重みをうまく設定して、入力に応じた望ましい出力が得られるようにできないか？
- 例) 物体認識
 - 画像データを入力し、犬らしい画像なら1に近い値を、そうでないなら0に近い値を出力させる

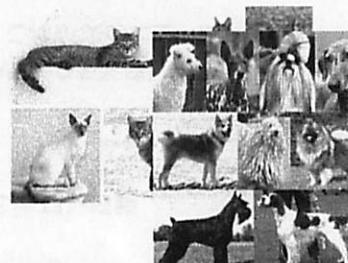


図出典:wikipedia

- 大量の画像データをもとに、正しい判断ができるように重みを修正していく
→ ニューラルネットワークの学習

ニューラルネットワークの教師あり学習

- 教師データの用意
 - 大量の画像を用意
 - 各画像 X_i にラベル Y_i を付ける **教師信号**
(例えば、犬なら1、そうでない画像は0)



- 学習の手順
 - 適当にネットワークの重みの初期値を設定
 - 画像データ X_i をニューラルネットワークに入力し、出力 y_i を得る
 - ラベルと出力の差 $Y_i - y_i$ が推定の誤差
(例えば、犬画像に対して、 $y_i = 0.2$ なら、誤差は $1 - 0.2 = 0.8$)
 - 画像データ全体に対しての誤差の評価(損失関数)が小さくなるように重みを更新していく(誤差逆伝播法, Backpropagation)

→ 入力画像が犬なら1(に近い値)を、そうでないなら0(に近い値)を出力するようになっていく

深層学習(ディープラーニング, Deep learning)

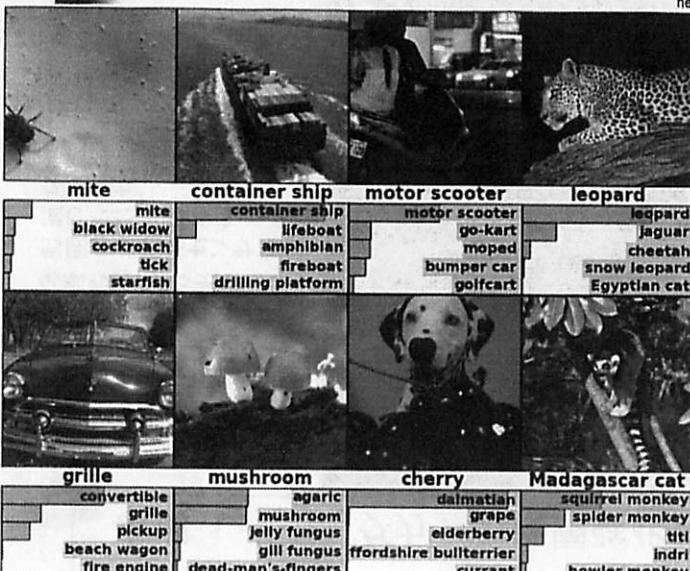
- 大規模な問題に対して、ニューラルネットの学習は難しい(第2期ブームの終り)
- コンピュータ(特にGPU)の進歩、インターネットの普及により大量のデータが入手可能に
- 畳み込み、オートエンコーダ、多層化など様々な工夫
- 画像認識や音声認識などのコンテストでの圧勝 ⇒ 第3期ブームの始まり

従来:
入力層、中間層、出力層、各1層の3層構造が基本

深層学習:
畳み込み層、プーリング層、全結合層で、4層～100層を超えるものも

16

事例: 深層学習による物体認識



出典:A. Krizhevsky et.al., ImageNet classification with deep convolutional neural networks, 2012.

- 1000種類のクラス
- 各クラス1000枚の画像から学習

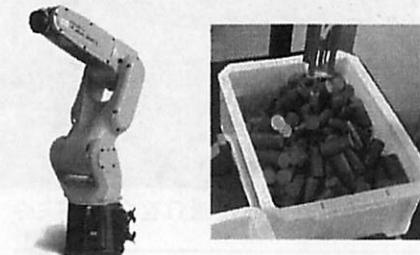
■ 14層、ニューロン
65万、パラメータ
6000万

17

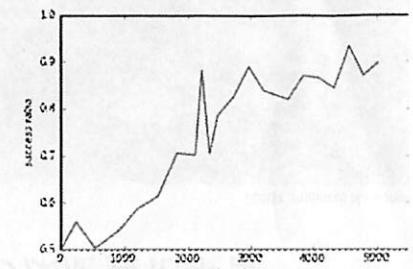
事例: 深層学習でバラ積みロボットの学習

- Preferred Networks(2016~)
 - 深層学習を様々な分野に展開しての研究、開発
 - FUNUC、トヨタ、パナソニックなどの企業との協業
- 亂雑に置かれたワークから物体を取り出す動きを学習(国際ロボット展2015)
- 事前知識無しの状態から約10時間で成功率90%に

出典: Preferred Research



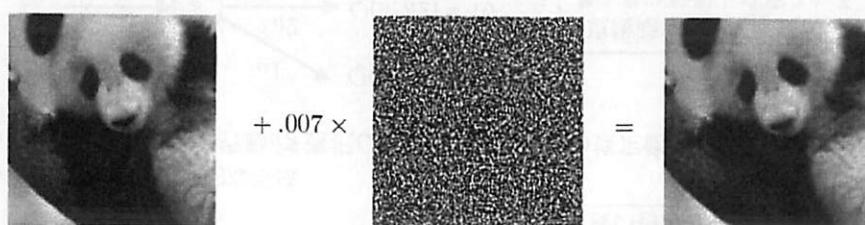
FANUC ロボットアーム
LR Mate 200iD



学習に伴う取得成功率の向上

深層学習の特徴と(現時点での)限界

- 大量のデータから、自動的に学習をさせられる(ビッグデータの活用)
- 況化(generalization)能力の高さ
 - 学習で得た知識や経験を一般化 ⇒ 未知のデータにも対応できる
- 過学習は抑制したい
- 結局は、多数のパラメータ(重み)の自動調整をしている
- AIはだませる?



57.7%パンダ

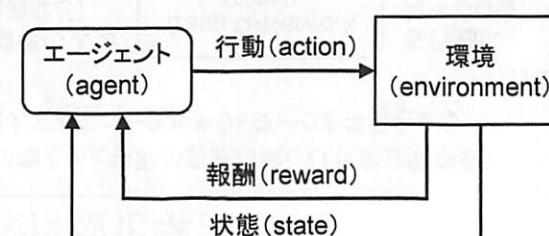
99.3%テナガザル

19

出典Goodfellow et.al., Explaining and Harnessing Adversarial Examples

強化学習(Reinforcement learning)

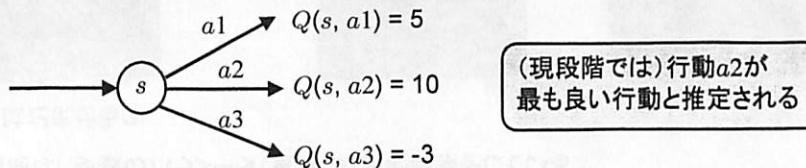
- 試行錯誤をしながらエージェントが最適な行動を見つけ出す機械学習
- エージェントの行動により、環境の状態が変化し、報酬を受けとる。
- 総報酬(収益, return)が最も良くなる方策(行動戦略, policy)を学習する。
- 試してみないと、どれが良い行動か分からない(探索と利用のトレードオフ)
- ある行動をとった直後の報酬(即時報酬)が低くとも、うまく行動していくば、その後高い報酬をもらえるかも(遅延報酬)



20

Q学習(Q-learning)

- 強化学習の代表的な手法
- $Q(s, a)$: 状態 s で行動 a を選択したときの期待収益の推定値 (Q値, 行動価値)



- 行動 a の結果の状態 s' と、受け取った報酬 r により、Q値を更新していく

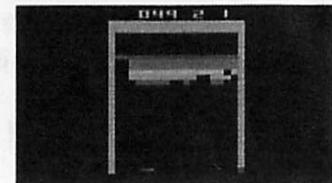
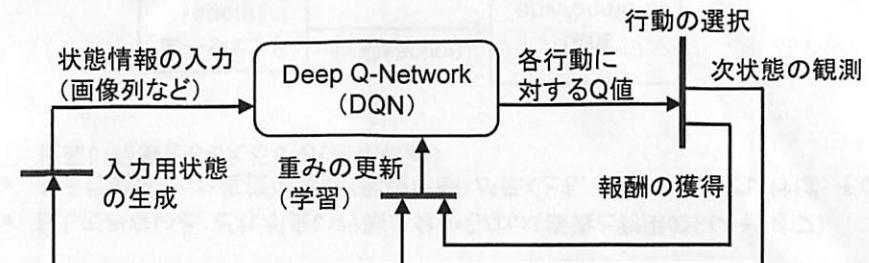
$$Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha \left(r + \max_{a' \in \mathcal{A}(s')} Q(s', a') - Q(s, a) \right)$$

- 試行錯誤を重ねることで、Q値の推定がより正しく \Rightarrow 最適な行動が分かる
- 報酬をどのように設定するか？

21

深層強化学習

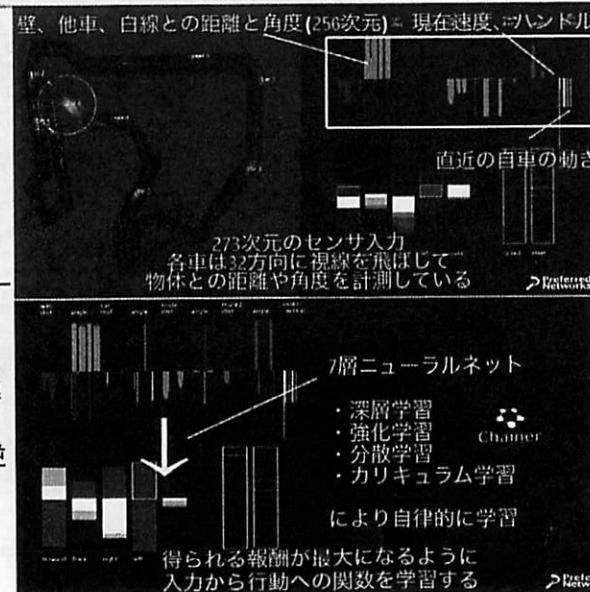
- 状態数が増えると学習が急激に難しく(状態空間爆発)
- Q値を出力するニューラルネットワークを学習させる



- 一部のゲームで、画面情報のみから人間以上のスコアを獲得できることが示された(DeepMind, Nature誌, 2015)

事例: レーシングカーの深層強化学習

- Preferred Networks (2015)
- ロボットカーが、ぶつからな動作を0から学習
- 周囲の状況をセンサで認識し、ニューラルネットワークに入力
- 道に沿って速い速度で進めばプラスの報酬を
- 壁や他の車への衝突、逆走にはマイナスの報酬



事例: レーシングカーの深層強化学習

- シミュレータ及び実機で有効性が示された



- CES2016での、深層強化学習を使った自動運転車のデモ
(トヨタ自動車, Preferred Networks)



はじめに

■前回の内容

- 人工知能とは
- ニューラルネットと深層学習
- 強化学習

■今回の内容

- ロボット利用の倫理
- 復習と演習

→ ロボット概論全体をふりかえる

ロボットと倫理、講義の復習

ロボット概論 15

第15回(2020/1/20)

担当:山崎

1

2

(復習)ロボット工学三原則

第一条 ロボットは人間に危害を加えてはならない。また、その危険を見過ごすことによって、人間に危害を及ぼしてはならない。(人間の安全)



アイザック・アシモフ
「われはロボット」
早川書房(1950)

第二条 ロボットは人間に与えられた命令に服従しなければならない。ただし、与えられた命令が第一条に反する場合はこの限りではない。
(命令への服従)

第三条 ロボットは前掲第一条および第二条に反する恐れのない限り、自己を守らなければならぬ。(自己防衛)

3

ロボットと倫理

- ロボットの発達とともに、ロボットに関する倫理的な問題が考えられるようになっている
- 2017年8月 専門家、企業トップらが国連に対し、殺人ロボット兵器の規制を求める公開書簡
- 2017年11月 殺人ロボット兵器の規制をめぐる国連初の公式専門家会議



RQ-1 プレデター



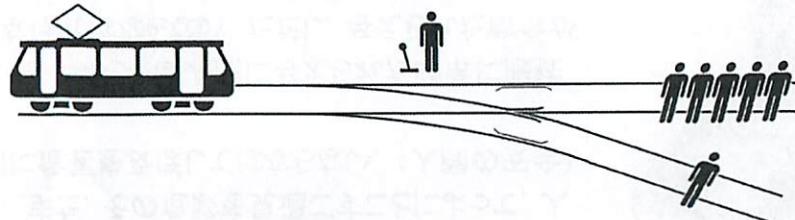
BigDog



TALOS
軍用パワードスーツ

自動運転車とトロッコ問題

- 進路を変えて5人を助ける代わりに、1人を轢いても良いのか？
- 乗員の命か？歩行者の命か？
- 犯罪者なら？高齢者なら？子供なら？



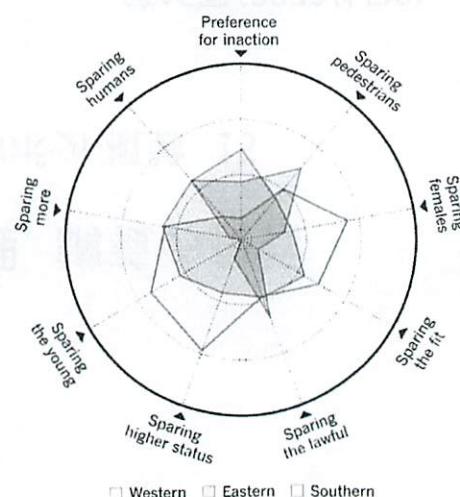
図出典:wikipedia

- どのようなプログラムにすべきだろう？
- ドイツ運輸・デジタル基盤省倫理委員会のガイドライン(2017)
 - 避けられない事故状況において、個人的な特徴(年齢、性別、身体的もしくは精神的な構成)に基づく区別は厳密に禁止される。

5

Moral Compass

- 一般的の傾向
 - 人 > 動物
 - 子供 > 高齢者
 - 多数 > 少数
- モラルには地域差が見られる



Moral Machine

- 自動運転のトロッコ問題について、MITの研究者がWeb上で調査
- 様々なシナリオに基づいてアンケート(233カ国、4000万回)
- Nature誌にて発表(2018)

A:

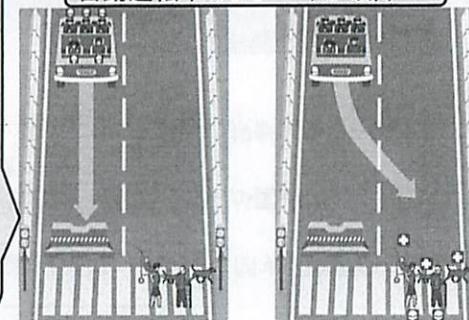
直進し障害物
に衝突

【結果】

死亡:

- 1 男性
- 1 少女
- 1 犯罪者

自動運転車のブレーキが故障



■ 図出典:<http://moralmachine.mit.edu/hl/ja>

B:
他のレーンに移る
【結果】

- 死亡:
 - 1 アスリート
体型の男性
 - 1 男性高齢者

※歩行者は青信号で交通規則を守っている

6

前回課題集の回答結果(上位)

- ✓ ① 歯車の歯数と減速比、角速度、トルクの計算(24)
- ✓ ② 外積を用いたトルクの計算(21)
- ✓ ③ ヤコビ行列の計算と逆運動学計算(18)
- ✓ ④ 同次変換行列と各座標系で見た手先位置の計算(17)
- ✓ ⑤ 自由度の計算(14)
- ✓ ⑥ 二輪型ロボットの速度、移動距離の計算(14)
- ✓ ⑦ 図記号による機構の表現(12)
- ⑦ 各種センサ(ポテンショメータ、エンコーダ、加速度センサ、ジャイロセンサ、超音波センサ、レーザ距離センサ、触覚センサ、イメージセンサ、力覚センサなど)で計測できる物理量と基本原理(12)
- ⑨ 電動、油圧、空気圧アクチュエータの特性比較(9)

※他は5票以下

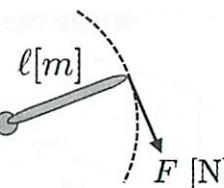
8

復習1: 齒車の歯数と減速比、角速度、トルクの計算

- 物体を回転させようとする能力をトルクという

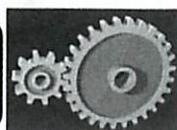
トルク = 回転軸までの距離 × (接線方向の) 力
[Nm]

※ベクトルでは外積 $\ell \times F$ で計算



- 歯数が少→多と歯車をつなげると、歯数が多い歯車の回転は遅く、トルクは大きくなる

$$\text{減速比} = \frac{\text{回転数1}}{\text{回転数2}} = \frac{\text{角速度1}}{\text{角速度2}} = \frac{\text{歯数2}}{\text{歯数1}} = \frac{\text{トルク2}}{\text{トルク1}}$$



角速度 rad/s :
1秒間に何ラジアン回るか

rpm : 1分間での回転回数
(revolution per minute)

図出典:wikipedia

1ラジアン

演習1(続き)

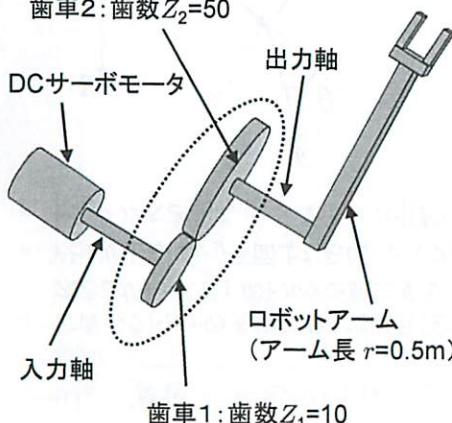
- 次に、DCサーボモータを3 Nmのトルクで回転させると、

出力軸のトルクは

$$\tau = T_{in} \times R = 3 \times 5 = 15 \text{ Nm}$$

アーム先端が回転の接線方向に発生する力は

$$F = T / R = 15 / 0.5 = 30 \text{ N}$$



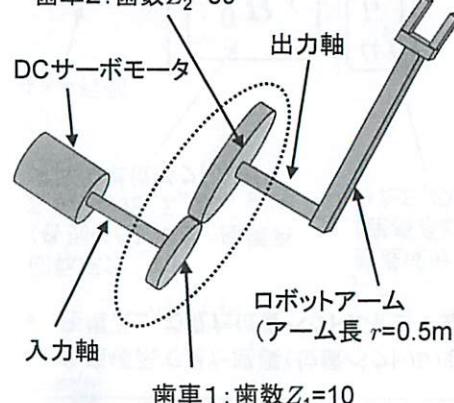
となる。(ただし損失は無視するとする)

$$F_x = F$$

演習1

- DCサーボモータが回転し、その先に下図のように歯車、ロボットアームがつながれている
減速比 R は、

歯車2:歯数 $Z_2=50$



$$R = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{50}{10} = 5 \quad (11)$$

100 rpmで入力軸が回転すると
き、歯車2の回転数 N_2 は

$$N_2 = 100 / 5 = 20 \text{ rpm}$$

その角速度は、

$$\omega = \frac{2\pi}{30} \text{ rad/s}$$

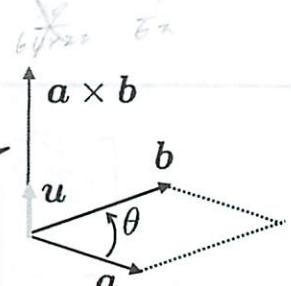
また、アーム先端の(接線方向の)速度は

$$v = \frac{2\pi \times 0.5}{30} = \frac{1}{3}\pi \text{ m/s}$$

復習2: ベクトルの外積

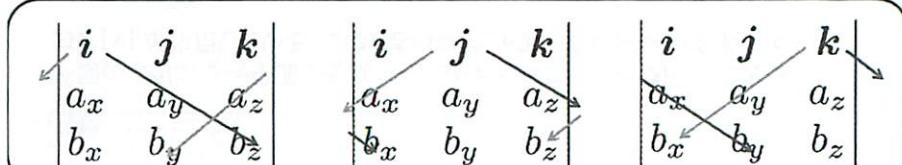
$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$$

工学では、2つのベクトルに垂直なベクトル
が欲しいときがある



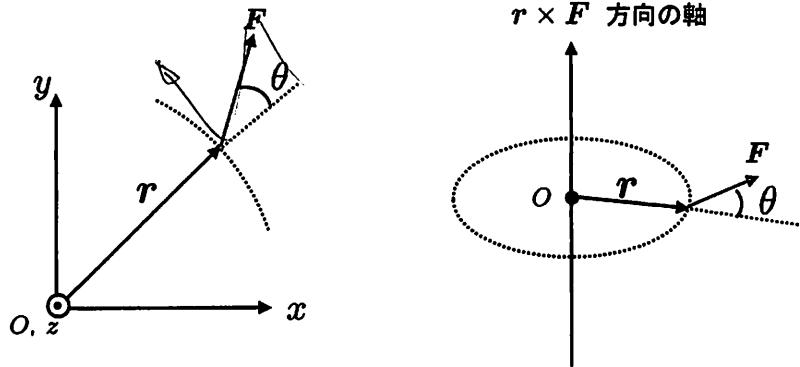
$$\begin{aligned} a \times b &= (a_y b_z - a_z b_y) \mathbf{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \mathbf{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \mathbf{k} \\ &= \begin{bmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{bmatrix} \end{aligned}$$

よく使われる覚え方(たすきがけの形)



復習2:トルク(力のモーメント)のベクトル表現

- 位置ベクトル r の先端に F の力が作用するとき、外積 $r \times F$ の向きが回転軸、大きさが $|r \times F|$ のトルクが発生する
- r と F がともに $x-y$ 平面上ならば、トルクのベクトルの向きは、平面に垂直になる
- トルクの大きさは $|r \times F| = |r||F|\sin\theta$



※ ◎は画面の奥から手前に向けてz軸があることを示す

13

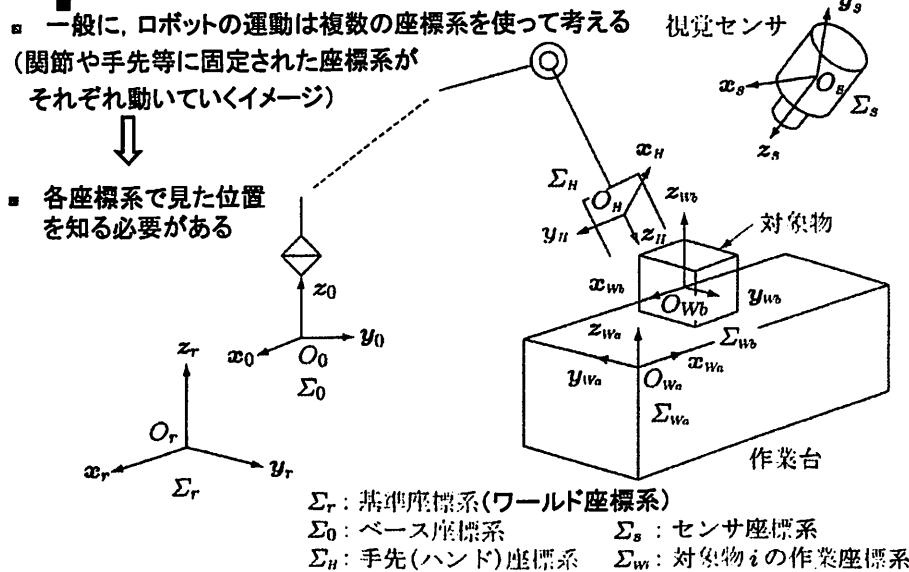
演習2

下図のように、 $x-y$ 平面上を動くロボットアームの位置ベクトル r の先端に、力 F [N]が作用している。このときのロボットアームのトルク T を求めよ。

$$\begin{aligned}
 & \text{位置ベクトル } r = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \\
 & \text{よって } T = r \times F = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 2 - 0 \cdot (-1) \\ 0 \cdot 2 - \sqrt{3} \cdot 2 \\ \sqrt{3} \cdot 1 - 1 \cdot 1 \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 2 \\ -2\sqrt{3} \\ \sqrt{3} - 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

復習3:同次変換行列と各座標系で見た手先位置の計算

図出典:川崎, ロボット工学の基礎第2版



復習3:同次変換行列と各座標系で見た手先位置の計算

- 各座標系で見た座標(位置ベクトル)を計算するには、同次変換行列が使われる
- 座標系 Σ_A で見た位置ベクトルを Σ_0 で見た位置ベクトルに変換する

回転成分
(各列ベクトルが、座標系
 Σ_0 からみた、 Σ_A の x , y , z
方向の単位ベクトル)

$$\begin{aligned}
 & \text{並進成分} \\
 & (\text{座標系}\Sigma_0\text{から} \\
 & \text{みた}\Sigma_A\text{の原点}) \\
 & \begin{aligned}
 & \text{座標系}\Sigma_0\text{での} \\
 & \text{位置ベクトル} \\
 & \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = {}^0 T_A \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} \\
 & \text{座標系}\Sigma_A\text{での} \\
 & \text{位置ベクトル}
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

16

復習3: 同次変換行列と各座標系で見た手先位置の計算

並進変換

$$\text{Trans}(a, b, c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y 軸回りの回転変換

$$\text{Rot}(y, \theta) = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

z 軸回りの回転変換

$$\text{Rot}(z, \theta) = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

x 軸回りの回転変換

$$\text{Rot}(x, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta & 0 \\ 0 & S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

任意の同次変換行列はTrans(・)とRot(・)の組み合わせで表される

複数の変換をつなげることで、複雑な座標系の変換も扱える

$${}^0T_C = {}^0T_A {}^A T_B {}^B T_C$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

演習3(続き)

$${}^0T_2 = {}^0T_1 {}^1T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

座標系 Σ_2 で点 p を見た位置ベクトルが ${}^2p = [2 \ 3 \ -1]^T$

のとき、これを Σ_0 で見たときの位置ベクトル 0p を求めると、

$$\begin{bmatrix} {}^0p \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_2 \begin{bmatrix} {}^2p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+(-1)+2+1 \\ 2 \\ 3-1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \therefore {}^0p = [1 \ 2 \ 2]^T$$

演習3

xyz直交座標系において、座標系 Σ_0 から $(2, 0, -1)$ だけ平行移動した座標系 Σ_1 と、そこから z 軸回りに $\pi/2$ rad 回転し、さらに x 軸回りに $\pi/2$ rad 回転した座標系 Σ_2 がある

なお、 x, y, z 軸回りの回転行列 R_x, R_y, R_z は以下で表される

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix}, R_y = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix}, R_z = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

座標系 Σ_i から Σ_j へ位置ベクトルを移す同次変換行列を iT_j で表すと、

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

復習4: ヤコビ行列の計算と逆運動学計算

各関節角度から手先位置を求めるのが順運動学計算、その逆が逆運動学計算

逆運動学計算を簡単にするために、ヤコビ行列を使う方法がある

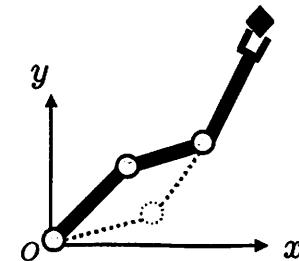
手先位置 x, y と関節角度 θ_1, θ_2 について以下の関係が成り立つとする

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\theta_1, \theta_2) \\ f_2(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix}$$

例) $f_1(\theta_1, \theta_2) = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$
 $f_2(\theta_1, \theta_2) = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$

両辺を微分すると

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix}$$



この行列をヤコビ行列という

復習4: ヤコビ行列の計算と逆運動学計算

ここで、手先位置ベクトル $r = [x \ y]^T$ ヤコビ行列 $J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}$
関節角度ベクトル $q = [\theta_1 \ \theta_2]^T$

とおくと、

$$\dot{r} = J \dot{q}$$

各関節の速度(\dot{q})で、手先の速度(\dot{r})がどう変化するか

となるので、(Jに逆行列があれば、)

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{r}$$

手先の速度(\dot{r})で、各関節の速度(\dot{q})がどう変化するか

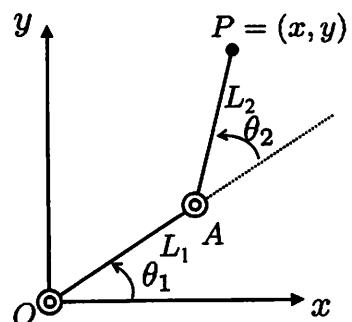
となる。

21

演習4

順運動学計算により

$$\begin{cases} x = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$



が得られている。 $L_1=40 \text{ cm}$, $L_2=60 \text{ cm}$, $\theta_1=0 \text{ rad}$, $\theta_2=\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ のとき、ヤコビ行列 J を計算すると、

$$\begin{aligned} J &= \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -0.4 \cdot 0 - 0.6 \cdot 1 & -0.6 \cdot 1 \\ 0.4 \cdot 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.6 & -0.6 \\ 0.4 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

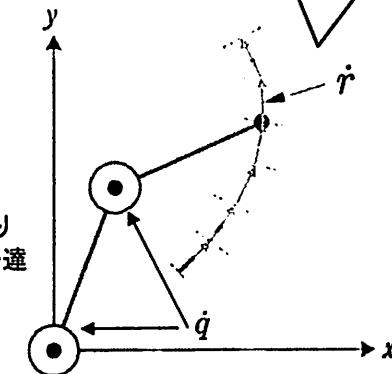
復習4: ヤコビ行列の計算と逆運動学計算

- こう動かしたいという手先位置の目標軌道(各時刻での位置, r)が与えられている
- これを微分すれば、各時刻での軌道上の目標速度(\dot{r})が分かる
- 目標速度に必要な各関節の速度を

$$\dot{q} = J^{-1} \dot{r}$$

で求め、関節を動かす

- ごく短い時間間隔 Δt ごとに \dot{r} から \dot{q} を繰り返し計算し、動かしていくことで目標軌道を達成する。(分解速度法)



図出典: 木野・谷口, イラストで学ぶロボット工学

■ 逆運動学計算を直接行わずに、手先の軌道制御を実現できる！

22

$$\frac{1}{-0.6^2 \cdot 0 - (-0.6) \cdot 0.4} \begin{bmatrix} 0 & 0.6 \\ -0.4 & -0.6 \end{bmatrix} = \frac{1}{0.24} \begin{bmatrix} 0 & 0.6 \\ -0.4 & -0.6 \end{bmatrix}$$

$$|J| = \frac{1}{0.6 \cdot (-0.6) - (-0.6) \cdot 0} = \frac{1}{-0.36 + 0.6} = \frac{1}{0.24}$$

手先を現在の位置から x 方向に 0.2 m/s , y 方向に -0.3 m/s で動かしたいときは、

$$J^{-1} = \frac{1}{0.24} \begin{bmatrix} 0 & 0.6 \\ -0.4 & -0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{4} \\ -\frac{5}{4} & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

より、

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = J^{-1} \cdot \dot{r} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{4} \\ -\frac{5}{4} & -\frac{5}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} \\ \frac{5}{12} \end{bmatrix}$$

となり、各関節を

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{3}{4} \text{ rad/s} \quad \dot{\theta}_2 = \frac{5}{12} \text{ rad/s}$$

で動かせば良い

$$\dot{r} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.3 \end{bmatrix}$$

24