同次変換行列

- 任意の同次変換行列はTrans(・)とRot(・)で表される。
- 複数の変換をつなげることで，複雑な座標系の変換も扱える

$$^0T_C = {}^0T_A\,{}^AT_B\,{}^BT_C$$

- 逆変換は，逆行列を考えれば良いので，次式で与えられる

$$^AT_0 = {}^0T_A^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} & {}^0R_A^T & & -{}^0R_A^T \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

演習1-1

- ハンド座標系Σ_Hの座標をベース座標系Σ_Bの座標へ変換する同次変換行列が以下で与えられている。^BT_Hを計算せよ。

$$^BT_H = \mathbf{Rot}\left(y, \frac{\pi}{2}\right)\mathbf{Trans}(0,0,2)\mathbf{Rot}\left(x, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{bmatrix} C\frac{\pi}{2} & 0 & S\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\frac{\pi}{2} & 0 & C\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\frac{\pi}{2} & -S\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & S\frac{\pi}{2} & C\frac{\pi}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

演習1-2

- 座標系Σ_Hで見た位置ベクトル $^H\boldsymbol{p} = [2\ \ 1\ \ 1]^T$ を，^BT_H を用いて座標系Σ_Bで見た位置ベクトル $^B\boldsymbol{p}$ に変換せよ。

$$\begin{bmatrix} {}^Bp \\ 1 \end{bmatrix} = {}^BT_H \begin{bmatrix} {}^Hp \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

同次変換行列の意味

- 座標系Σ_0から並進(2, 3, 5)の後，Y軸回りに90° 回転し，次にZ軸回りに90° 回転した座標系Σ_Aを考える
- このときΣ_AからΣ_Aへの同次変換行列は

$$^0T_A = \mathbf{Trans}(2,\ 3,\ 5)\mathbf{Rot}(y, \tfrac{\pi}{2})\mathbf{Rot}(z, \tfrac{\pi}{2})$$

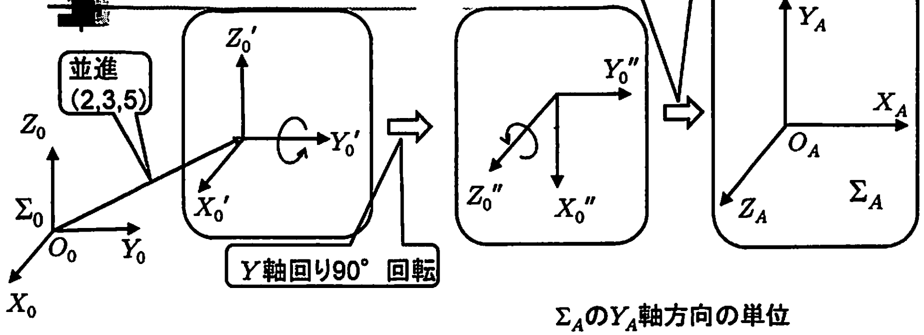
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

同次変換行列は，Σ_AからΣ_Aへどのように座標系が移動したかを表している

同次変換行列の意味



Σ_AのX_A軸方向の単位ベクトル
（Σ_0のX_0軸方向の単位ベクトル
$[1\ 0\ 0]^T$が$[0\ 1\ 0]^T$に移った）

Σ_AのY_A軸方向の単位ベクトル

Σ_AのZ_A軸方向の単位ベクトル

$$
{}^0\boldsymbol{T}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

座標系Σ_0で見たΣ_Aの原点O_Aの位置

Σ_OからΣ_Aへの座標軸の動きが分かる