計算例

- 行列式を計算すると

$$
\begin{aligned}
|\boldsymbol{J}| &= (-L_1L_2S_1 + C_{12} - L_2^2S_{12}C_{12}) - (-L_1L_2S_{12}C_1 - L_2^2C_{12}S_{12}) \\
&= L_1L_2(S_{12}C_1 - S_1C_{12}) + L_2^2(C_{12}S_{12} - S_{12}C_{12}) \\
&= L_1L_2\sin(\theta_1 + \theta_2 - \theta_1) \\
&= L_1L_2\sin\theta_2
\end{aligned}
$$

ただし，$\sin(\theta_1+\theta_2) = S_{12}$，$\cos(\theta_1+\theta_2) = C_{12}$ と略記

復習

$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ のとき，行列式 $|\boldsymbol{A}| = ad - bc$

逆行列 $\boldsymbol{A} = \dfrac{1}{|\boldsymbol{A}|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

計算例

$L_1 = L_2 = 1,\ \theta_1 = \dfrac{\pi}{6},\ \theta_2 = \dfrac{\pi}{6}$ のときのヤコビ行列とその逆行列は

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$a = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ $b = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$c = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$ $d = \frac{1}{2}$

$$|\boldsymbol{J}| = \boxed{\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{1}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \quad \left(1 \times 1 \times \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\right)}$$

$(|L_1| \times |L_2| \times \sin\theta_2)$

$$\boldsymbol{J}^{-1} = \boxed{\frac{1}{\frac{1}{2}}\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} - 1 & -1 - \sqrt{3} \end{bmatrix}}$$

計算例

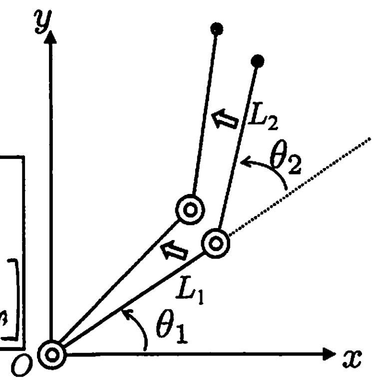
$L_1 = L_2 = 1,\ \theta_1 = \dfrac{\pi}{6},\ \theta_2 = \dfrac{\pi}{6}$ とする

先端をx方向に -0.1 m/s，y方向に0.1 m/s で動かしたいときに必要な関節の角速度 $\dot{\theta}_1$，$\dot{\theta}_2$ [rad/s]を求めよ。

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} &= \boldsymbol{J}^{-1}\begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3}-1 & -1-\sqrt{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -0.1 + 0.1\sqrt{3} \\ 0.1\sqrt{3} + 0.1 \quad -0.1 - 0.1\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 + 0.1\sqrt{3} \\ 0.1\sqrt{3} + 0.1 - 0.1 - 0.1\sqrt{3} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -0.1(1-\sqrt{3}) \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

$2\sqrt{1}$

で各関節を動かせば良い。



特異姿勢

- $\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{J}^{-1}\dot{\boldsymbol{r}}$ だが，$|J|$=0のとき，逆行列が存在しない。これは？
- このとき，特定の方向に動けない状態（特異姿勢）にある
- $|J|$が0に近いと，$\dot{\boldsymbol{q}}$ が非常に大きくなる ⇒ うれしくない
- 特異姿勢（とその周辺）を避けるように膝を曲げるロボット