

学籍番号: _____

名前: _____

【問】 水平軸プロペラ風車の理論的な効率を下記の順序で求めよ。ただし、図（上図）のような流管を定義し、断面内の風速・圧力分布の概略は図（下図）で与えられるものとする。入口、出口およびプロペラ位置の流管の断面積をそれぞれ A_1 、 A_2 および A とし、対応する位置における断面平均風速をそれぞれ V_1 、 V_2 および V とする。また、圧力 p^+ および p^- はそれぞれプロペラ直前と直後の圧力を表しており、空気の密度は ρ とする。

- (1) 水平軸方向の運動量保存則を用いて、プロペラに加わる右向きのスラスト T を求めよ。
- (2) 前問に対して、ベルヌーイの式を用いて、プロペラの上流および下流の圧力差として、プロペラに加わる右向きのスラスト T を求めよ。
- (3) (1), (2) で求めたスラストが等しいことを用いて、プロペラ位置の断面平均風速 V を入口断面平均風速 V_1 および出口断面平均風速 V_2 を用いて表せ。
- (4) 次式に示す水平軸方向の風速変化を示すパラメータ a を導入するとき、プロペラにより風から取り出されるパワー P を、エネルギーの保存則から求めよ。なお、風速については入口断面平均風速 V_1 を用いて記述すること。

$$V = V_1(1 - a) \quad (1)$$

- (5) P の最大値を求めよ。また、プロペラ位置の面積 A で受ける単位時間当たりの風力エネルギーを分母としたときの、風車の理論的最大効率を算出せよ。

(1) 運動量の法則より、

$$\rho Q (V_2) - \rho Q (V_1) = (F_x)$$

(風車から受ける力)

風車から流管から受ける力、

F の反作用である、

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F_x \\ -F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho Q (V_1 - V_2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

(1) から、スラスト T は、

$$T = F_x = \rho Q (V_1 - V_2) \quad \text{--- ①}$$

(2) ベルヌーイの式より

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{p^+}{\rho} = \frac{V^2}{2} + \frac{p^-}{\rho}$$

入口断面 風車前面

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p^-}{\rho} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{p^-}{\rho}$$

風車後面 出口断面

$$\Rightarrow \frac{V_1^2}{2} + \frac{p^+}{\rho} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{p^+}{\rho}$$

整理して、

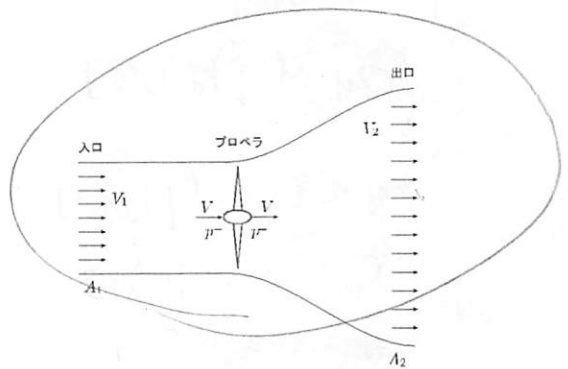
$$p^+ - p^- = \frac{\rho}{2} (V_1^2 - V_2^2) \quad \text{--- ②}$$

スラスト T は、

$$T = (p^+ - p^-) A = \frac{\rho}{2} (V_1^2 - V_2^2) A \quad \text{--- ③}$$

(3) ①と③が等しいから、

$$\begin{aligned} \rho Q (V_1 - V_2) &= \frac{\rho}{2} (V_1^2 - V_2^2) A \\ &= \frac{\rho}{2} (V_1 - V_2) (V_1 + V_2) A \\ \Rightarrow \rho Q &= \frac{1}{2} \rho (V_1 + V_2) A \end{aligned}$$



$$Q = \frac{V_1 + V_2}{2} A$$

風車を通過する速度 V は、

$$Q = A V$$

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

別紙

A

学籍番号: _____

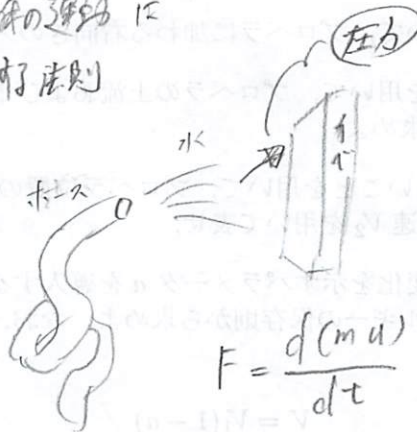
流体の運動量の法則について各自で調べ、理解した点、分からなかった点を記述せよ。

[運動量の法則]

流体が物体に及ぼす力や物体の運動に
ておける流体の運動量に関する法則

例 ホースの水

かへは静圧以上の圧力がかかり、ホースを持つ手を
離せば、水圧で
ホースが暴れ飛ぶ。



$$F = \frac{d(mu)}{dt} = \frac{m(u_1 - u_2)}{t} \quad [\text{kg} \cdot \text{m/s/s}]$$

$$= [\text{N}]$$

[流体の運動量]

$$\int Q u \, dt \quad [\text{kg} \cdot \text{m/s}]$$

流体密度: $\rho \quad [\text{kg/m}^3]$

流量: $Q \quad [\text{m}^3/\text{s}]$

時間: $\Delta t \quad [\text{s}]$

流速: $u \quad [\text{m/s}]$

[理解しつづけた点]

(わからなかった点)

→ 流体が物体に及ぼす力や物体の運動に
関係する、流体の運動量