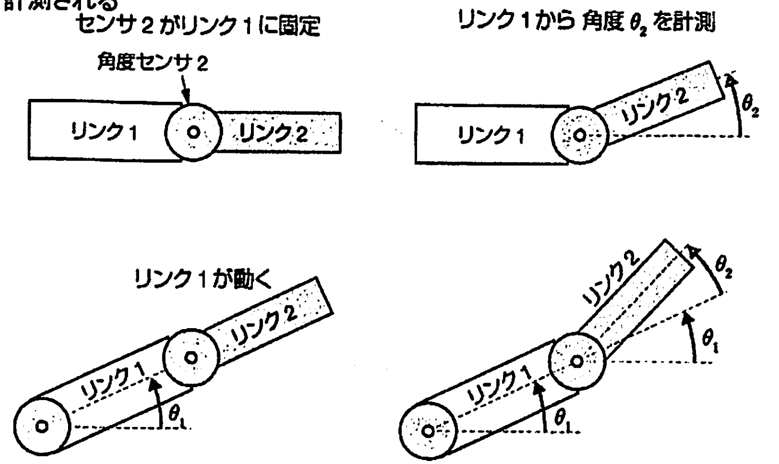
順運動学の計算

- 同次変換行列があれば順運動学は解ける
- 一般に，各リンクの角度は，センサによりそれぞれの基準状態からの角度として計測される

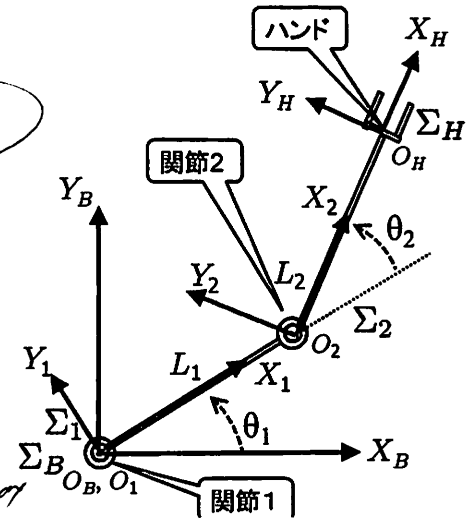


図出典：木野，谷口，イラストで学ぶロボット工学

$\sigma_n = \dfrac{P}{2(w-a)h} = \dfrac{P}{(2w-2a)h} = \dfrac{200\times 33}{2(20-10)5} = \dfrac{\sigma_{max}}{\sigma_n} = \dfrac{(60-10)5\times\sigma_{max}}{200\times 33} = \dfrac{\cancel{60\times5}\times\sigma_{md}}{\cancel{200}\times 33 \; 4} = \dfrac{285.182}{4\times 33} = 2.1604$

順運動学の計算

- 平面上を動く，関節が2つのロボットアームの姿勢を考えよう



- 4つの座標系をとる

Σ_B：ベース座標系（動かない）

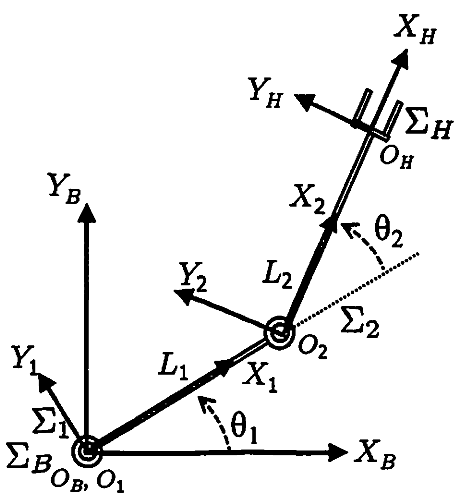
Σ_1：ベース座標系からθ_1回転した座標系（関節1に固定の座標系）

Σ_2：Σ_1からX_1軸方向にL_1並進の後，θ_2回転した座標系（関節２に固定の座標系）

Σ_H：Σ_2からX_2軸方向にL_2並進した座標系（ハンドに固定の座標系）

順運動学の計算

- 各座標系間の同次変換行列を求める



1) θ_1回転

$$ {}^{B}\boldsymbol{T}_1 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

2) L_1並進 ⇒ $\cancel{\theta_1}$ θ_2回転

$$ {}^{1}\boldsymbol{T}_2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & L_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

3) L_2並進

$$ {}^{2}\boldsymbol{T}_H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

順運動学の計算

- 隣接する同次変換行列を掛けることで，離れた座標系間の同次変換行列が求まる

$$ {}^{B}\boldsymbol{T}_H = {}^{B}\boldsymbol{T}_1 {}^{1}\boldsymbol{T}_2 {}^{2}\boldsymbol{T}_H = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & L_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 - S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 - S\theta_1 C\theta_2 & L_1 C\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_1 + C\theta_1 S\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 + C\theta_1 C\theta_2 & L_1 S\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ = \begin{bmatrix} C(\theta_1+\theta_2) & -S(\theta_1+\theta_2) & L_1 C\theta_1 \\ S(\theta_1+\theta_2) & C(\theta_1+\theta_2) & L_1 S\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

加法定理でまとめる

$\dfrac{285.18}{132} =$

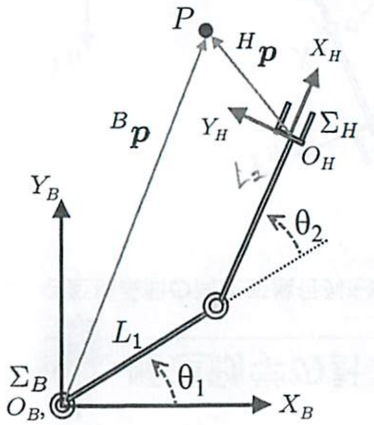
$$ = \begin{bmatrix} C(\theta_1+\theta_2) & -S(\theta_1+\theta_2) & L_1 C\theta_1 + L_2 C(\theta_1+\theta_2) \\ S(\theta_1+\theta_2) & C(\theta_1+\theta_2) & L_1 S\theta_1 + L_2 S(\theta_1+\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

順運動学の計算

- θ_1, θ_2が分かれば，同次変換行列から各関節・先端の向き・位置が分かる

$$ {}^{B}\boldsymbol{T}_H = \begin{bmatrix} C(\theta_1+\theta_2) & -S(\theta_1+\theta_2) & L_1C\theta_1 + L_2C(\theta_1+\theta_2) \\ S(\theta_1+\theta_2) & C(\theta_1+\theta_2) & L_1S\theta_1 + L_2S(\theta_1+\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

ハンドの向き（X_H軸の向き）　ハンドの向き（Y_H軸の向き）　ハンドの位置（ハンド座標系の原点）



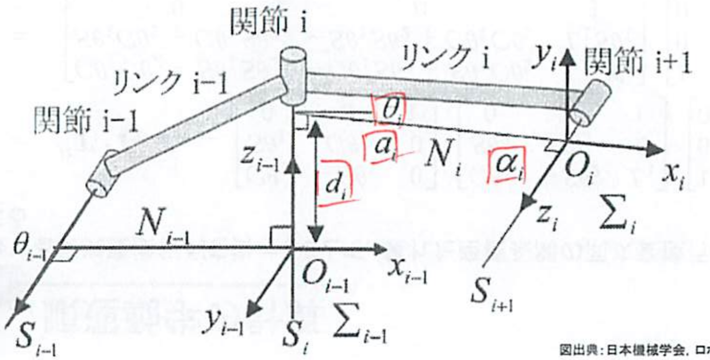
※ハンド座標系で見た位置ベクトルについては，次式でベース座標系に変換できる

$$ \begin{bmatrix} {}^{B}\boldsymbol{p} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{B}\boldsymbol{T}_H \begin{bmatrix} {}^{H}\boldsymbol{p} \\ 1 \end{bmatrix} $$

D-H法（Denavit-Hartenberg method）

- よく知られた座標系の取り方として，4つのパラメータを用いるD-H法がある
- 関節軸iを含む直線をS_iとし，S_{i-1}とS_iの共通法線をN_{i-1}とする
- S_iの向きを座標系Σ_{i-1}のz_{i-1}軸とし，N_{i-1}とS_iの交点を原点O_{i-1}とする
- N_{i-1}の方向をx_{i-1}とし，右手系でy_{i-1}軸を決める

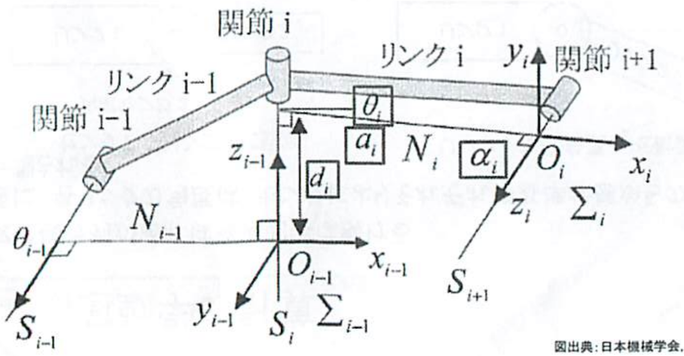
※軸の決め方の異なる修正D-H法もある



図出典：日本機械学会，ロボティクス

D-Hパラメータ（Denavit-Hartenberg method parameters）

- 4つのパラメータで次の座標系の位置・向きが表現される
- a_i ：共通法線N_iの長さ（リンク長さ）
- θ_i ：x_{i-1}軸とx_i軸のなす角（リンク間角度）
- α_i ：z_{i-1}軸とz_i軸のなす角（リンクのねじれ角）
- d_i ：原点O_{i-1}から共通法線N_{i-1}とS_iとの交点までの距離（リンク間距離）



図出典：日本機械学会，ロボティクス

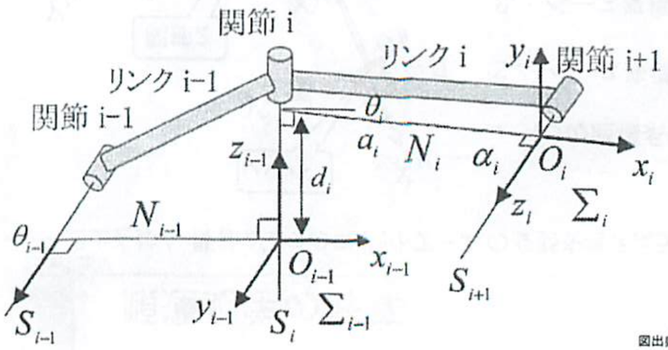
D-Hパラメータ（Denavit-Hartenberg method parameters）

- 同次変換行列を考えると

$$ {}^{i-1}\boldsymbol{T}_i = \mathbf{Rot}(z,\theta_i)\mathbf{Trans}(0,0,d_i)\mathbf{Trans}(a_i,0,0)\mathbf{Rot}(x,\alpha_i) $$

$$ = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_iC\alpha_i & S\theta_iS\alpha_i & a_iC\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_iC\alpha_i & -C\theta_iS\alpha_i & a_iS\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

※関節iが回転関節の場合はθ_iが，直動関節の場合はd_iが変数となる（他は固定）



図出典：日本機械学会，ロボティクス