

例題 B-21

圧力 1 [MPa] のボイラから飽和水を大気（圧力 0.1 [MPa]）にブローするとき、飽和水 1 [kg] から発生する蒸気量を求めよ。

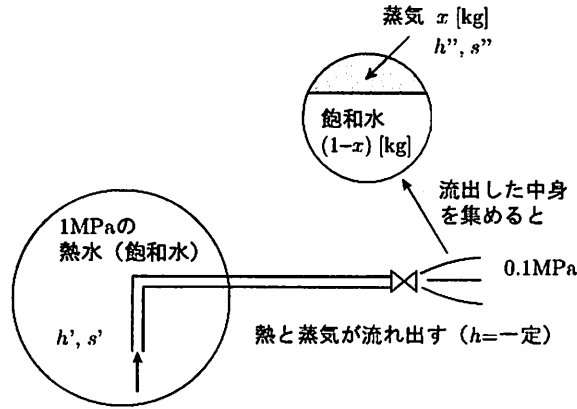


図 1: ボイラから流出する飽和水と飽和蒸気

[解答]

まずは、記号の標記として、表 1 のように、飽和水の変数を ' (ワン・ダッシュ) で、飽和蒸気の変数を '' (ツー・ダッシュ) で表すことにする（微分ではないので注意せよ）。

表 1: 飽和水と飽和蒸気の記号標記

	ギブスの自由エネルギー	エンタルピー	エントロピー	比体積
飽和水	g'	h'	s'	v'
飽和蒸気	g''	h''	s''	v''

本問では、ボイラからの飽和水と飽和蒸気は弁を流れ出るので、流出の前後でエンタルピー $h = \text{一定}$ が成立する。蒸発熱 ℓ は、エンタルピーを用いて

$$\ell = h'' - h' \quad (1)$$

であるので、クラジウス・クラペイロンの式 ($\Delta s = s'' - s' = \ell/T$) は

$$s'' - s' = \frac{h'' - h'}{T} \quad (2)$$

のように記述される。さて、1 [MPa] と 0.1 [MPa] における水の物性値は表 2 に示すとおりである。本問では、図 1 のように、ボイラ内の飽和水が流出の際、 x [kg] の蒸気と $(1-x)$ [kg] の飽和水となるとする¹。上述のように、ボイラからの流出の前後でエンタルピーは一定

¹流出する蒸気を x [kg]、飽和水を $(1-x)$ [kg] とすると、それらの合計は 1 [kg] となる。すなわち、割合を意味していることが分かるであろう。

表 2: 1 [KPa] と 0.1 [MPa] における水の物性値

	温度 [°C]	v'	v'' [m ³ /kg]	h'	h'' [kJ/kg]	s'	s'' [kJ/kg·K]
1 [MPa]	179.9	0.0011	0.1943	762.6	2776.2	2.1382	6.5828
0.1 [MPa]	99.6	0.0010	1.694	417.5	2675.4	1.3027	7.3598

($dh = 0$) であるので, 表 2 の値を用いて,

$$\underbrace{762.6}_{\text{ボイラ内の飽和水のエンタルピー (1 [MPa])}} = \underbrace{417.5 \times (1 - x)}_{\text{流出する飽和水 + 飽和蒸気のエンタルピー (0.1 [MPa])}} + \underbrace{2675.4 \times x}_{\text{飽和蒸気}} \quad (3)$$

式 (3) を解いて, 発生する蒸気量は

$$x = 0.1528 \text{ [kg]} \quad (4)$$

のように求められる.

さて, 水から蒸気へ相変化するときの T - s 線図 (等圧線) を描いたものが図 2 である.

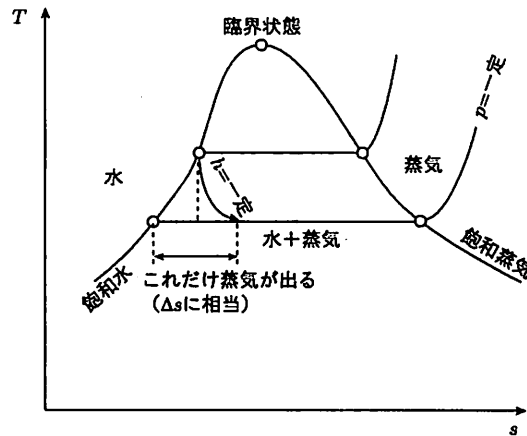


図 2: 蒸発・凝縮の T - s 線図 (等圧線)

覚えておこう（蒸発・凝縮の T - s 線図, p - v 線図）

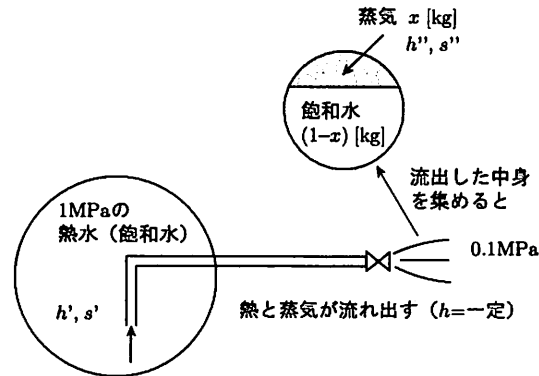


図 3: ボイラから流出する飽和水と飽和蒸気

$$\left. \begin{array}{l} ()' : \text{飽和水} \\ ()'' : \text{飽和蒸気} \end{array} \right\} \Rightarrow h'' - h' = \ell \quad (\text{蒸発熱}), \quad s'' - s' = \frac{h'' - h'}{T} \quad (5)$$

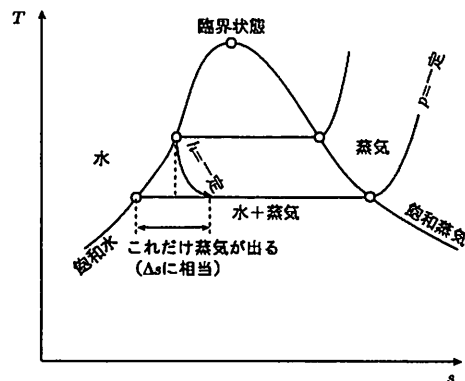


図 4: 蒸発・凝縮の T - s 線図

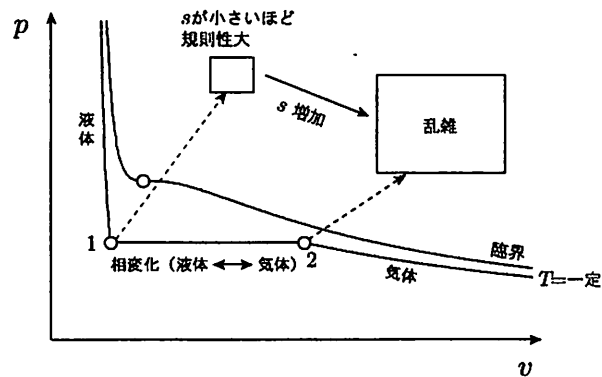


図 5: 蒸発・凝縮の p - v 線図

例題 B-28

図6のような基本ランキン (Rankine) ・サイクルを行う蒸気プラントがある。ボイラの入口と出口、復水器の入口と出口における作業流体の状態をそれぞれ 1, 2, 3, 4 と表すとき、次の問に答えよ。

- (1) このサイクルの T - s 線図および h - s 線図の概略を、作業流体の気液飽和曲線とともに示せ。
- (2) 状態 a から圧力が等しい状態 b にいたる等圧過程の平均温度 $\langle T \rangle_{ab}$ を、比エンタルピー h と比エントロピー s を用いて、 $\langle T \rangle_{ab} = (h_b - h_a) / (s_b - s_a)$ と定めると、ランキン・サイクルの熱効率 η は次式で表されることを示せ。

$$\eta = 1 - \frac{\langle T \rangle_{34}}{\langle T \rangle_{12}} \quad (6)$$

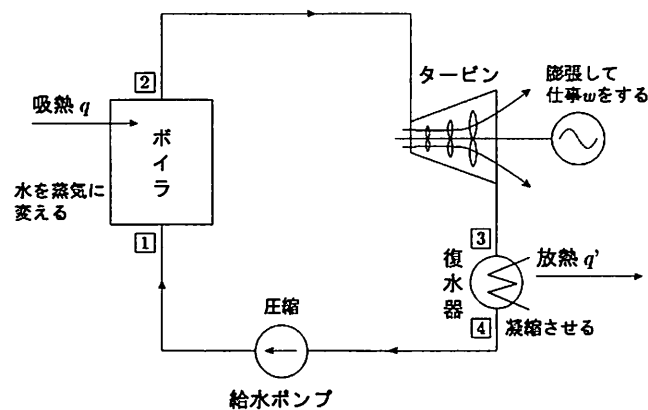


図 6: 基本ランキン・サイクル

[解答]

外燃機関と内燃機関の種別を図7に示す。

本問は、図7のうち、外燃機関に属するランキン・サイクルに関する問題である。ランキン・サイクルの特徴を図示すると、図8のようになる。この図8の基本ランキン・サイクルは次の4つの過程からなっている。

- 過程 1 → 2 (吸熱・蒸発過程): 熱量 $q = h_2 - h_1$ を吸熱 (ボイラで水を蒸気に変える, $dp = 0$)
- 過程 2 → 3 (膨張過程): 仕事 $w = \int_2^3 \underbrace{v}_{\text{蒸気の体積}} dp = h_2 - h_3$ を出す (タービンで仕事に変える, $ds = 0$)
- 過程 3 → 4 (排熱・凝縮過程): 熱量 $q' = h_3 - h_4$ を放熱 (復水器で蒸気を水に変える, $dp = dT = 0$)

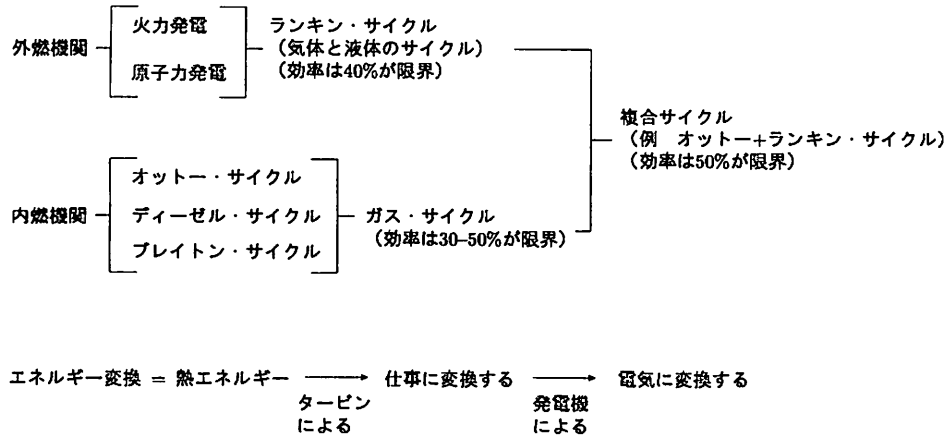


図 7: 外燃機関と内燃機関の種別

- 過程 $4 \rightarrow 1$: タービンから出た仕事を少し ($w' = \int_4^1 \underbrace{v}_{\text{水の体積}} dp^2 = h_1 - h_4$) 入れる (給水ポンプ, $ds = 0$)

図 9 には, このランキン・サイクルの p - v 線図を, 図 10 には T - s 線図を, 図 11 には h - s 線図 (モリエ (Mollier) 線図) を描いてある.

このランキン・サイクルの効率 η は,

$$\eta = \frac{\text{正味の仕事}}{\text{水が受け取った熱量}} = \frac{w - w'}{q} = 1 - \frac{\overbrace{q'}^{\text{排熱量}}}{q} \quad (7)$$

このランキン・サイクルの全エネルギー E を考えると,

$$E = \underbrace{\overbrace{h}^{\text{エンタルピー=熱力学的エネルギー}}}_{=u+pv} + \overbrace{\left(\underbrace{\frac{1}{2}u^2}_{\text{運動エネルギー}} + \underbrace{gz}_{\text{過程 1} \rightarrow \text{2 での位置エネルギー}} \right)}^{\text{力学的エネルギー}} \quad (8)$$

であるが, 一般に,

$$h \gg \frac{1}{2}u^2, gz \quad (9)$$

であるので, このサイクルの全エネルギー E はエンタルピーに等しい:

$$E \approx h \quad (10)$$

したがって, それぞれの過程で吸熱・放熱した熱量, および仕事は, 次のようにエンタル

²水の体積 \ll 蒸気の体積より $dv \approx 0$ に注意せよ. この仕事 w' は無視できるほど小さい

ピーの差で表される。

$$\text{過程 } 1 \rightarrow 2 \text{ (吸熱・等圧過程): ボイラに入れる熱量 } q = h_2 - h_1 \quad (11)$$

$$\text{過程 } 2 \rightarrow 3: \text{ タービンから出る仕事 } w = h_2 - h_3 \quad (12)$$

$$\text{過程 } 3 \rightarrow 4 \text{ (排熱・等圧過程): 復水器から出る熱量 } q' = h_3 - h_4 \quad (13)$$

$$\text{過程 } 4 \rightarrow 1: \text{ 給水ポンプに入れる仕事 } w' = h_1 - h_4 \quad (14)$$

これらの関係を式 (7) に代入して、効率 η は³

$$\eta = 1 - \frac{h_3 - h_4}{h_2 - h_1} \quad (16)$$

ここで、エンタルピーは

$$h = u + pv \Rightarrow dh = \underbrace{du + p dv}_{=T ds} + v dp = T ds + v dp \quad (17)$$

のように表されるが、過程 $1 \rightarrow 2$ と過程 $3 \rightarrow 4$ は等圧過程 ($dp = 0$) であるので、

$$dh = T ds \quad (18)$$

したがって、

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 T ds = \langle T \rangle_{12} (s_2 - s_1) \quad (19)$$

$$h_3 - h_4 = \int_4^3 T ds = \langle T \rangle_{34} (s_3 - s_4) \quad (20)$$

ただし、 $\langle T \rangle_{12}$ は過程 $1 \rightarrow 2$ での平均温度、 $\langle T \rangle_{34}$ は過程 $3 \rightarrow 4$ での平均温度である。式 (19) と式 (20) を式 (16) に代入して、

$$\eta = 1 - \frac{\langle T \rangle_{34} (s_3 - s_4)}{\langle T \rangle_{12} (s_2 - s_1)} \quad (21)$$

となるが、 T - s 線図 10 より、 $s_1 = s_4$ 、 $s_2 = s_3$ より、基本ランキン・サイクルの熱効率 η は

$$\eta = 1 - \frac{\langle T \rangle_{34}}{\langle T \rangle_{12}} \quad (22)$$

となる。ここで、式 (22) の $\langle T \rangle_{34}$ は復水器の温度なのでほぼ一定である。つまり、熱効率 η を大きくするためには、分母の $\langle T \rangle_{12}$ を大きくするしかない。

さて、基本ランキン・サイクルの T - s 線図 10 および図 12 (左図) において、過程 3 (タービン) の位置は蒸気の飽和線よりも少し低い位置となっているため、湿った状態である。

³カルノー・サイクルの熱効率は

$$\eta = 1 - \frac{T_l}{T_h} \quad (15)$$

であったが、この式から、カルノー・サイクルの場合、系の T_h と初圧が高く、 T_l と排圧が低いほど熱効率 η は大きくなる。

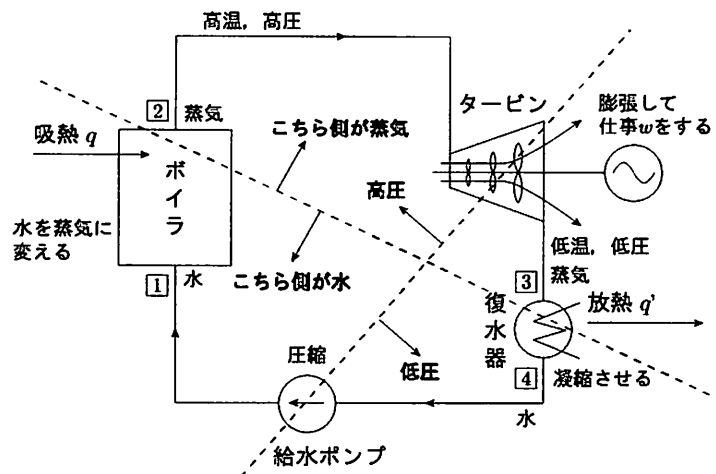


図 8: 基本ランキン・サイクル

この状態が湿っていることはキャビテーションの発生をもたらし、タービン破損の要因ともなるため、なるべく湿らさないようにしたい。

カルノー・サイクルは理論上もっとも効率の良いサイクルであるが、熱効率を高めることを目指して、基本ランキンサイクルの形状をできるだけカルノー・サイクルのそれに近づけるように考えよう (図 12 参照)。そのとき、図 12 (左図) 左図の尖り部が余分であるので、この部分を無くすように考え出されたのが再熱ランキン・サイクルである。これは図 13 のように、過程 5 → 6 を追加する (熱量を加える) ことによって、図 14 のような T - s 線図となり、1 つの大きな尖り部が複数の小さな尖り部となり、カルノー・サイクルの形状に近づくことが分かる。他方、図 12 (左図) の左の灰色部を無くすように考え出されたのが再生ランキン・サイクルである。実際に、再熱 (再生) ランキン・サイクルの熱効率は 45 ~ 47 [%] 程度となり、基本ランキンサイクルのそれ (40 [%] 程度 (図 7 参照)) よりも高くなることが知られている。

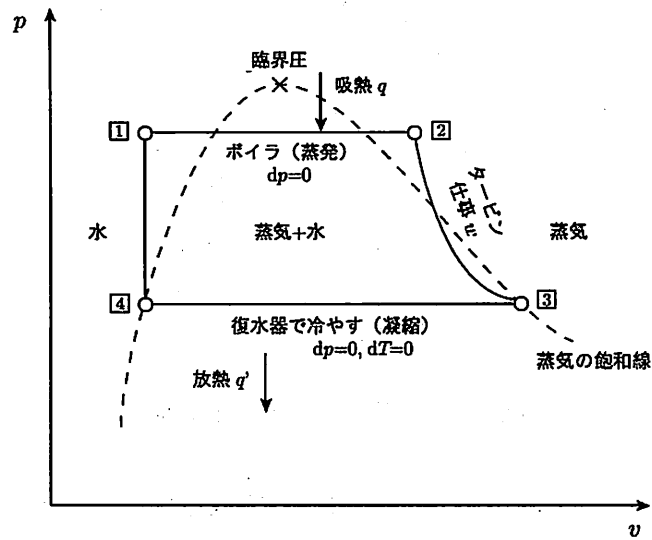


図 9: 基本ランキン・サイクルの p - v 線図

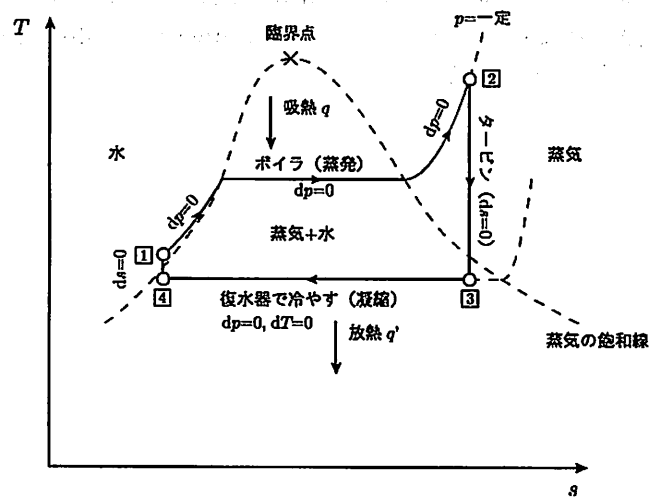


図 10: 基本ランキン・サイクルの T - s 線図

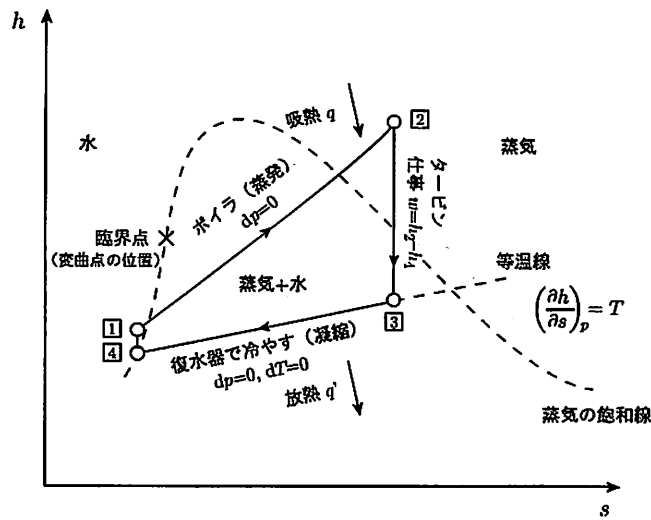


図 11: 基本ランキン・サイクルの h - s 線図 (モリエ (Mollier) 線図)

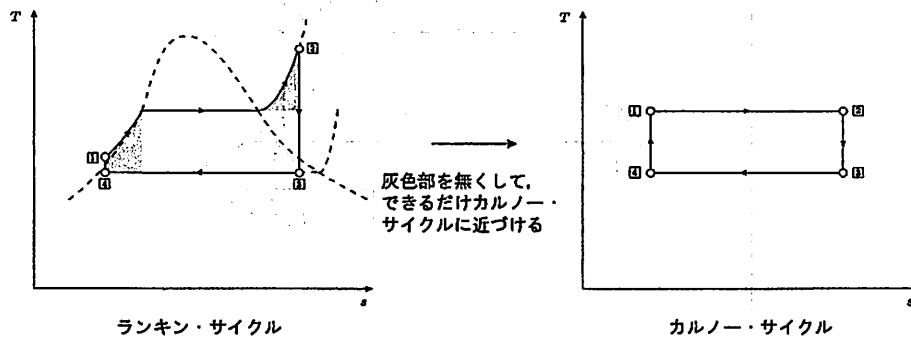


図 12: ランキン・サイクルとカルノー・サイクルの比較 (T - s 線図)

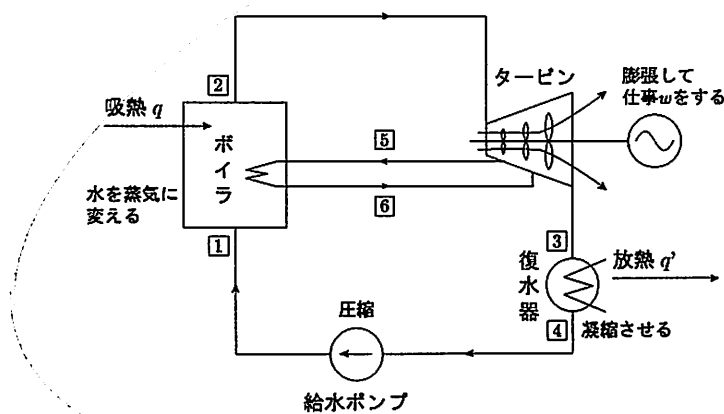


図 13: 再熱ランキン・サイクル

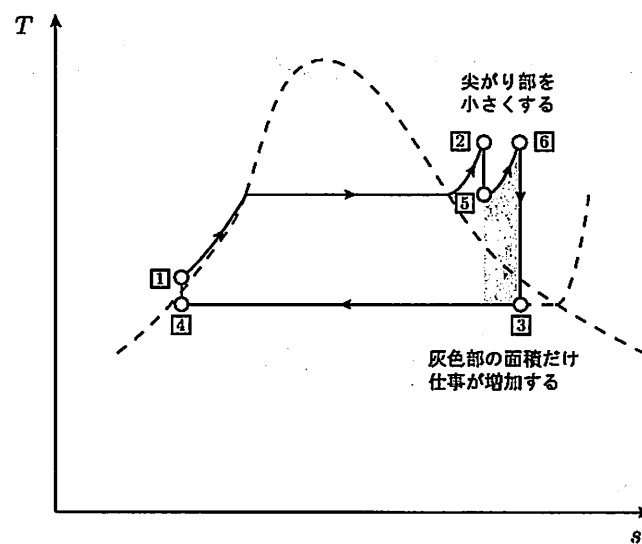


図 14: 再熱ランキン・サイクルの $T-s$ 線図