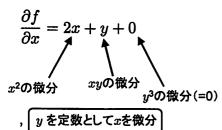


- 変数関数を、ある1変数に関して微分することを偏微分という
- する変数以外は定数として、(従来の)微分の操作をすれば良い
- 注目する変数方向の変化率を表している
- 例として、以下のようなxとyの2つの変数から値が決まる関数fを考える $f(x,y) = x^2 + xy + y^3$
- 関数fのxによる偏微分

■ 関数fのyによる偏微分



$$rac{\partial f}{\partial y} = 0 + x + 3y^2$$
 , $egin{pmatrix} x \, egin{pmatrix} x \, egin{pmatrix} x \, egin{pmatrix} x \, egin{pmatrix} b \, egin{pmatrix} d \, b \, egi$

ヤコビ行列(Jacobian matrix)

手先位置x. yが関節角度 θ_1 . θ_2 の関数 f_1 . f_2 から決まるとしよう

$$egin{bmatrix} x \ y \end{bmatrix} = egin{bmatrix} f_1(heta_1, heta_2) \ f_2(heta_1, heta_2) \end{bmatrix} egin{bmatrix} egin{matrix} eta \ f_1(heta_1, heta_2) = L_1 \cos heta_1 + L_2 \cos (heta_1 + heta_2) \ f_2(heta_1, heta_2) = L_1 \sin heta_1 + L_2 \sin (heta_1 + heta_2) \end{bmatrix}$$

両辺を微分すると

行列として整理すると

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \frac{d\theta_2}{dt} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \frac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix}$$

全微分といわれる

 $\left[\frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \frac{d\theta_2}{dt}\right]$

いう

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{bmatrix}$$

この行列をヤコビ行列という。 また、その行列式をヤコビアンと

19

演習1

以下の偏微分を計算せよ

$$g(\theta_1, \theta_2) = 2\cos\theta_1\sin\theta_2 + \sin(\theta_1 + 3\theta_2)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \theta_2} = \frac{\partial g}{\partial \theta_2} \cdot (-\beta_1 \theta_1) + \cos(\beta_1 + \beta_2)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \theta_2} = 2 \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2$$

演習2

■ 以下の関数f1, f5が与えられたとき、ヤコビ行列Jを求めよ。

$$f_1(\theta_1, \theta_2) = 3\cos\theta_1 + 2\cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$f_2(\theta_1, \theta_2) = 3\sin\theta_1 + 2\sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3/2\theta_1 & -1/2(\theta_1 + \theta_2) & -2/2(\theta_1 + \theta_2) \\ 3\cos\theta_1 & +1\cos\theta(\theta_1 + \theta_2) & 2\cos\theta_1 + \theta_2 \end{bmatrix}$$

18