ロボット概論　第15回　Jan/20/2020(月)　1

①歯車の歯数と減速比，角速度，トルクの計算

[減速機]

アクチュエータの回転数を落とす．

↳ トルクを増幅

回転数：増 → トルク：減

回転数：減 → トルク：増

減速比 $Z = \dfrac{\text{入力側 } N_1}{\text{出力側 } N_2}$

└ 要は，$Z > 1$ となるようにする．

歯数 $Z_i\ (i=1,2)$ でいえば，

$Z = \dfrac{Z_2}{Z_1}$ ← { 2：大きい，トルク大　1：小さい，トルク小 }

$Z = \dfrac{\tau_2}{\tau_1} = \dfrac{Z_2}{Z_1} = \dfrac{N_1}{N_2}$ ← 入 ← 出

例) $Z_1 = 10$ (入力)　$N_1 = 90$ rpm

$Z_2 = 30$ (中間)

$Z_3 = 60$ (出力)　$N_3 = ?$

減速比 $\mu_{12} = \dfrac{Z_2}{Z_1} = \dfrac{30}{10} = 3$

$(\mu_{12} > 1)$

$\mu_{12} = \dfrac{N_1}{N_2} \Rightarrow N_2 = \dfrac{N_1}{3} = \dfrac{90}{3} = 30$ rpm

$\mu_{23} = \dfrac{Z_3}{Z_2} = \dfrac{60}{30} = 2$

$\mu_{23} = \dfrac{N_2}{N_3} \Rightarrow N_3 = \dfrac{N_2}{\mu_{23}} = \dfrac{30}{2} = 15$ rpm

∘ 平歯車：一般的なアレ

∘ 傘歯車：ジャイロボール「つるまき」

∘ 内歯車：ベイブレード「円筒の内側」

・歯のかみ合わせで伝達する．

・組み合わせ次第で様々な速度比

・バックラッシ（ガタ小）

・騒音（損失）

(減速比) $\mu = \dfrac{Z_2}{Z_1} = \dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{\tau_2}{\tau_1} = \dfrac{\omega_1}{\omega_2}$

$(\mu > 1)$

（Z：歯数，N：回転数，τ：トルク，ω：角速度）

例) 100 rpm で回転する歯数10の歯車から，歯数25の歯車へ回転を伝達する．

$N_1 = 100$ rpm

$Z_1 = 10$　　$Z_2 = 25$

$\mu = \dfrac{Z_2}{Z_1} = \dfrac{25}{10} = \dfrac{5}{2}$

$\mu = \dfrac{N_1}{N_2} \Rightarrow N_2 = \dfrac{N_1}{\mu} = \dfrac{100}{\frac{5}{2}} = \dfrac{200}{5} = 40$ rpm

② 例 $a = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow |a| = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$b = [3\ 2\ 5] \rightarrow |b| = \sqrt{3^2+2^2+5^2}$

$= \sqrt{9+4+25}$

$= \sqrt{38}$

ベクトルの内積

↳ $a \cdot b = a^T b$

$= [a_x\ a_y\ a_z] \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$

$= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

$= |a||b| \cos\theta$

ベクトルの外積

↳ $a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}$，$b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$

法線ベクトル

$a \times b = (|a||b| \sin\theta)\, n$

$$|a \times b| = |a||b| \sin\theta$$

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$a \times b$

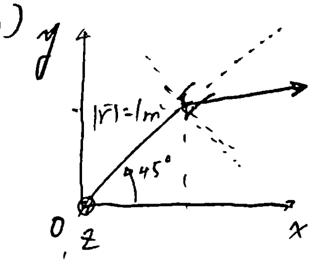
$$= \begin{bmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$$

$a \times b$

$$= \begin{bmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{bmatrix}$$

例)



$F = [2 \ 1 \ -1]^T$

$r = [\frac{1}{\sqrt{2}} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ 0]^T$

$|r \times F|$

$(= |r||F| \sin\theta)$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-1) - 0 \times (-1) \\ 0 \cdot 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} (-1) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{3}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

例) $r = [\sqrt{3} \ 1 \ 0]^T$

$F = [1 \ -1 \ 2]^T$

$r \times F$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times 2 - (-1) \times 0 \\ 0 \cdot 1 - \sqrt{3} \cdot 2 \\ \sqrt{3} \cdot (-1) - 1 \cdot 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ -2\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} - 1 \end{bmatrix}$$

③ ヤコビ行列の計算と逆運動学計算

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\theta_1, \theta_2) \\ f_2(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix}$$

$(x, y$: 手先の座標$)$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix}}_{\dot{r}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}}_{J} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial t} \end{bmatrix}}_{\dot{q}}$$

「手先位置ベクトル」　ヤコビ行列　「関節角度ベクトル」

$$\begin{cases} \dot{r} = J \dot{q} \\ \dot{q} = J^{-1} \dot{r} \end{cases}$$

(手先の速度) = J・(関節の速度)

(関節の角度) = J^{-1} (手先の速度)

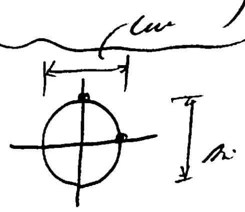
ロボット概論 2

$$\begin{cases} x = L_1\cos\theta_1 + L_2\cos(\theta_1+\theta_2) \\ y = L_1\sin\theta_1 + L_2\sin(\theta_1+\theta_2) \end{cases}$$

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial\theta_1} & \frac{\partial x}{\partial\theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial\theta_1} & \frac{\partial y}{\partial\theta_2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -L_1\sin\theta_1 - L_2\sin(\theta_1+\theta_2) & -L_2\sin(\theta_1+\theta_2) \\ L_1\cos\theta_1 + L_2\cos(\theta_1+\theta_2) & L_2\cos(\theta_1+\theta_2) \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} L_1 = 40\,cm = 0.4\,m \\ L_2 = 60\,cm = 0.6\,m \\ \theta_1 = 0\,rad \\ \theta_2 = \frac{\pi}{2}\,rad \end{cases}$$



$$J = \begin{pmatrix} -0.4\cdot\sin(0) - 0.6\sin(\frac{\pi}{2}) & -0.6\sin(\frac{\pi}{2}) \\ 0.4\cdot\cos(0) + 0.6\cos(0+\frac{\pi}{2}) & 0.6\cos(\frac{\pi}{2}) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -0.6 & -0.6 \\ 0.4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} 0 & 0.6 \\ -0.4 & -0.6 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-0.6\times 0-(-0.6)\times 0.4}$$

$$= \frac{1}{0.24}\begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{5} \\ -\frac{2}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{25}{6}\begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{5} \\ -\frac{2}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \cancel{\frac{25}{6}\cdot\frac{3}{5}} \\ \cancel{\frac{25}{6}\cdot(-\frac{2}{5})} & \cancel{\frac{25}{6}\cdot(-\frac{3}{5})} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{2} \\ -\frac{5}{3} & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

4/10 $\frac{2}{5}$

$\frac{6}{10}$

$\frac{24}{100}$ $\frac{12}{50}$ $\frac{6}{25}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = J\begin{bmatrix} \dot\theta_1 \\ \dot\theta_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = 0.2\ m/s \\ \dot{y} = -0.3\ m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot\theta_1 \\ \dot\theta_2 \end{bmatrix} = J^{-1}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{2} \\ -\frac{5}{3} & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cancel{0\times 0.2} + \frac{5}{2}\times(-0.3) \\ (-\frac{5}{3})\times 0.2 + (-\frac{5}{2})\times(-0.3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\cancel{\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}} \\ -\frac{5}{3}\times\cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}} \end{bmatrix}$$

$$-\frac{1}{3} + \frac{3}{4} = -\frac{4}{12} + \frac{9}{12}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} \\ \frac{5}{12} \end{bmatrix}$$

$\dot{x} = -\frac{3}{4}\ m/s$

$\dot{y} = \frac{5}{12}\ m/s$

④ 同次変換行列と各座標系で見た手先位置の計算

$${}^{B}T_H = Rot(y, \tfrac{\pi}{2})\,Trans(0,0,2)\,Rot(x, \tfrac{\pi}{2})$$

$${}^{0}T_C = {}^{0}T_A\,{}^{A}T_B\,{}^{B}T_C$$

$${}^{A}T_0 = {}^{0}T_A^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} {}^{B}p \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{B}T_H\begin{bmatrix} {}^{H}p \\ 1 \end{bmatrix}$$

⑤ 自由度の計算

↳ ・行動決定部
・制御部

・計測部

・運動部

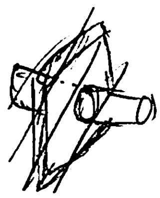
・駆動部

ロボットアームの機構

↳ ・joint "関節"
・link "腕"
・end-efector "関節"

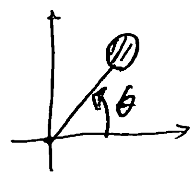
○ 対偶と自由度

↳ 対偶：動きの選択肢？



・回り対偶① → 切り滑り対偶 ②
・滑り対偶①
・ねじ対偶①
・球面対偶③ → x, y, (z?)

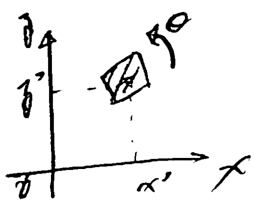
・拘束が多い場合



自由度1

変数：θ

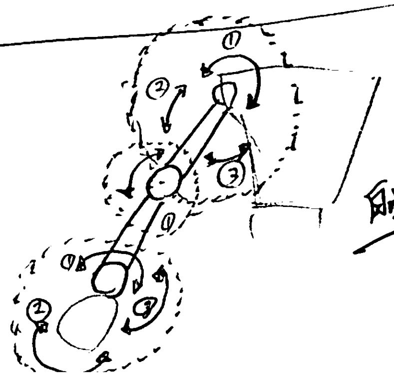
・物体の向きを考える。



自由度3

変数：x, y, θ

腕の自由度



3 + 1 + 3

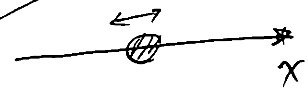
⇓

自由度：7

○ 自由度 DOF (Degree of freedom)

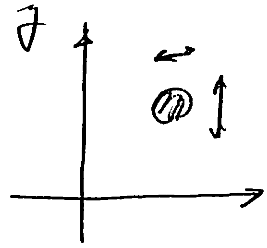
↳ 度(合) ← の ← 自由

2,



直線：自由度1

変数：x



平面：自由度2

変数：x, y

記号

↳

うごく方

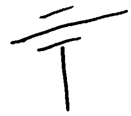
P (Pripod)

R (Rotation)

回転

直動

S (Slide)



$= {}^{n}T_{q}$

$$\begin{bmatrix} {}^{B}p \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{B}T_{H} \begin{bmatrix} {}^{H}p \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$