

## 制御工学II

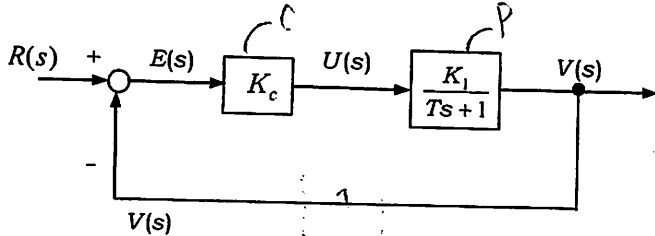
# 制御工学Ⅱ (第1回 2016年9月15日)

学籍番号: 149059

氏名: 高浪 泰因

(1) 下図に示す1次遅れ系において、目標値  $R(s)$  から出力  $V(s)$  への伝達関数を求めよ。

(2)  $T=1, K_1=1, K_c=1$  のとしたときの、ステップ入力  $R(s) = \frac{1}{s}$  に対する応答  $v(t)$  を求めよ。



【解答(1)】

プラントの入出力関係: 
$$V(s) = \frac{K_1}{Ts+1} U(s) \quad (1)$$

制御装置の入出力関係: 
$$U(s) = K_c E(s) \quad (2)$$

加え合わせ点: 
$$E(s) = R(s) - V(s) \quad (3)$$

まず、式(2)を式(1)に代入する。

$$V(s) = \frac{K_1}{Ts+1} K_c E(s) \quad (4)$$

続いて、式(3)を式(4)に代入する。

$$V(s) = \frac{K_1 K_c}{Ts+1} R(s) - \frac{K_1 K_c}{Ts+1} V(s) \quad (5)$$

$$\frac{K_1 K_c}{Ts+1} V(s) \text{ を移項して整理すれば } \frac{Ts+1+K_c K_1}{Ts+1} V(s) = \frac{K_c K_1}{Ts+1} R(s) \quad (6)$$

を得る。

以上は公式を使わない方法だが >>> フィードバック結合の公式を使えば良い。  $G_{VR}(s) = \frac{V(s)}{R(s)} = \frac{PC}{1+L(s)}$

したがって、 $R(s)$  から  $V(s)$  への伝達関数は次のように得られる。

$$G_{VR}(s) = \frac{V(s)}{R(s)} = \frac{K_c K_1}{Ts+1+K_c K_1} \quad (7)$$

【解答(2)】

ここで、 $T=1, K_1=1, K_c=1$  とおけば、 $G_{VR}(s) = \frac{2}{s+2}$  となる。目標値は  $R(s) = \frac{1}{s}$  であるから、出力は

$$V(s) = G_{VR}(s) R(s) = \frac{2}{s+2} \frac{1}{s}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s+2} \right) \quad (8)$$

と書かれる。これを逆ラプラス変換すれば、単位ステップ目標値に対する応答が次のように得られる。

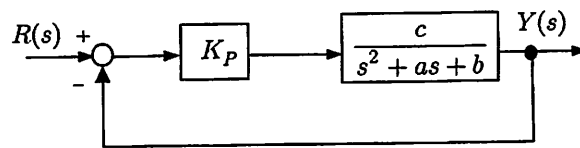
$$v(t) = \mathcal{L}^{-1}(V(s)) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s+2} \right) \right]$$

## 制御工学 II (第2回 2016 年 9 月 22 日)

学籍番号: \_\_\_\_\_

氏名: \_\_\_\_\_

次のブロック線図で示されるフィードバック制御系について以下の問に答えなさい。



1) パラメータを  $a=4, b=1, c=2$ 、制御ゲイン  $K_P=1$  としたとき系の安定性について述べよ。

フィードバック.

$$\text{系はFB結合であるから } G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1 \cdot 2}{s^2 + 4s + 1}}{1 + \frac{1 \cdot 2}{s^2 + 4s + 1}} = \frac{2}{s^2 + 4s + 1 + 2} = \frac{2}{s^2 + 4s + 3} = \frac{2}{(s+1)(s+3)}$$

となって特性方程式の根は  $s = -1, -3$  負の実数であるから、系は安定である。

2) 上記の場合のフィードバック系のインパルス応答を関数で示し、過渡応答について調べよ。

入力  $R(s)$  がインパルス関数  $\delta(s)$  であることから過渡応答  $y(t)$  は

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \mathcal{L}^{-1}[G(s) \cdot \delta(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2}{(s+1)(s+3)} \cdot 1\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)} + \frac{-1}{(s+3)}\right]$$

となって  $y(t) = e^{-t} - e^{-3t}$

べき乗項は負なのでともに単調に減少して、0 に収束する。

3) パラメータを  $a=2, b=9, c=18$ 、 $K_P=1$  としたときの安定性について述べよ。

$$\text{系はFB結合であるから } G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1 \cdot 18}{s^2 + 2s + 9}}{1 + \frac{1 \cdot 18}{s^2 + 2s + 9}} = \frac{18}{s^2 + 2s + 9 + 18} = \frac{18}{s^2 + 2s + 27} = \frac{18}{(s+1)^2 + 26}$$

となって特性方程式の根は  $s = -1 \pm j\sqrt{26}$ 。極の実部は負の実数であるから、系は安定である。

4) 上記 3) の場合のフィードバック系のインパルス応答を関数で示し、過渡応答について調べよ。

入力  $R(s)$  がインパルス関数  $\delta(s)$  であることから過渡応答  $y(t)$  は

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \mathcal{L}^{-1}[G(s) \cdot \delta(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{18}{(s+1)^2 + 26} \cdot 1\right] = \frac{18}{\sqrt{26}} \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\sqrt{26}}{(s+1)^2 + (\sqrt{26})^2}\right]$$

となって  $y(t) = \frac{18}{\sqrt{26}} e^{-t} \sin \sqrt{26} t$

角振動数  $\sqrt{26} [\text{rad/s}]$  で振動しながら減衰して 0 に収束する。

制御工学Ⅱ (第3回 2016年9月29日)

学籍番号:

氏名:

1) 伝達関数が  $G(s) = \frac{1}{1+Ts}$  であるシステムの周波数伝達関数のゲインおよび位相を求めよ。

その後、

- ・角周波数  $\omega$  とゲインの関係
- ・角周波数  $\omega$  と位相の関係

を述べよ。

周波数伝達関数は、 $G(j\omega) = \frac{1}{1+\omega Tj}$  より、分母分子に  $1-\omega Tj$  をかけ、実部と虚部に分けて記述

すると、

$$G(j\omega) = \frac{1}{1+\omega Tj} = \frac{1-\omega Tj}{1+\omega^2 T^2} = \frac{1}{1+\omega^2 T^2} - \frac{\omega T}{1+\omega^2 T^2} j$$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\left(\frac{1}{1+\omega^2 T^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega T}{1+\omega^2 T^2}\right)^2}$$

よって、ゲイン  $|G(j\omega)|$  は

$$= \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}$$

$\omega$  に  $\infty$  になると 大小

また位相  $\angle G(j\omega)$  は  $\angle G(j\omega) = -\tan^{-1}(\omega T)$

となる。したがって、周波数  $\omega$  が大きくなると、ゲイン  $|G(j\omega)|$  は小さくなり、位相は  $\omega$  とともに遅れていく。しかし  $\pi/2$  より遅れることはない。  $\frac{\pi}{2}$  が 50% まで遅れる

2) 上記の伝達関数の時定数を  $T=1/3$  として正弦波  $u(t)=2\sin 3t$  が入力されたときの応答を求めよ。

$y(t) = A|G(j\omega)|\sin(\omega t + \varphi)$  であるから

$|G(j\omega)|$  と  $\varphi$  を求める

$$= 2|G(j\omega)|\sin(3t + \varphi)$$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\left(\frac{1}{1+\omega^2 T^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega T}{1+\omega^2 T^2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{1+3^2/3^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi = \tan^{-1}(-\omega T) = -\tan^{-1}(1) = -\frac{\pi}{4}$$

①

## 制御工学Ⅱ（第4回 2016年10月13日）

学籍番号：

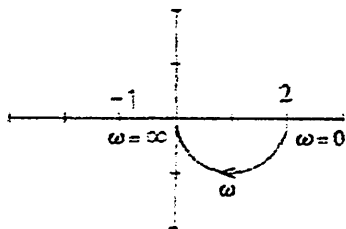
氏名：

次の文章の空欄に適切な語句を入れよ。

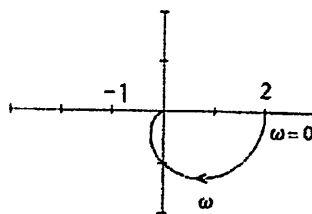
安定なシステムに角周波数 $\omega$ の正弦波が入力された場合の定常出力は、入力波と同じ角周波数 $\omega$ の正弦波となる。しかし、入力と出力の振幅比および位相差は入力角周波数 $\omega$ によって（ **変化する** ）。この入出力の振幅比と位相差の入力角周波数 $\omega$ による変化のありさまを（ **周波数応答** ）と呼ぶ。

安定なシステムの伝達関数 $G(s)$ のラプラス演算子 $s$ を $s = j\omega$ と置き換えた複素関数 $G(j\omega)$ を（ **周波数応答関数** ）という。 $G(j\omega)$ の絶対値 $|G(j\omega)|$ と偏角 $\angle G(j\omega)$ をそれぞれ、（ **ゲイン** ）と（ **位相** ）という。 $G(j\omega)$ は複素関数であるので、複素平面上に複素ベクトルとして表わされる。また $G(j\omega)$ は角周波数 $\omega$ の関数であることから、この複素ベクトルは $\omega$ により（ **変化する** ）。このときの、複素ベクトルの先端が複素平面に描く軌跡を（ **ベクトル軌跡** ）とよぶ。

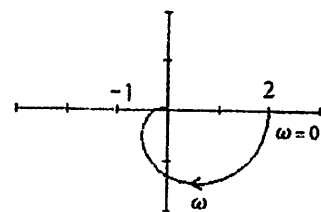
1次、2次、3次のベクトル軌跡から、システムの次数とともに、高い角周波数 $\omega$ で位相遅れが（ **大きく** ）なっていることが分かる。



1次遅れ



2次遅れ



3次遅れ

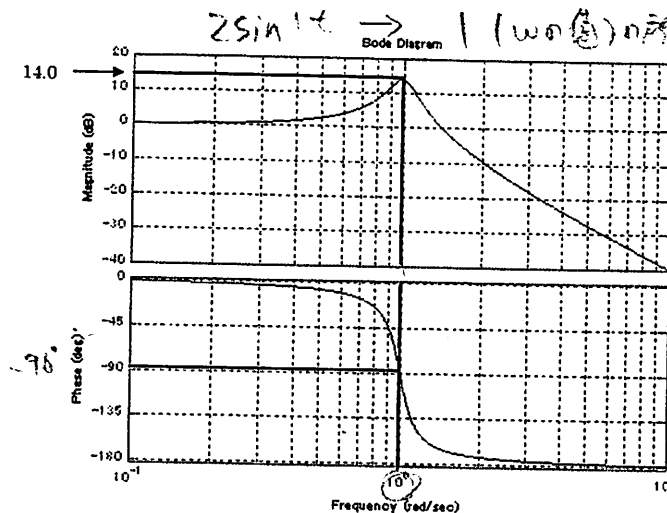
# 制御工学II (第5回 2016年10月20日)

学籍番号:

氏名:

システム  $G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$  のボード線図が下図のように与えられる。

このシステムに正弦波入力  $u_1(t) = 2 \sin t$  が加えられたときの定常出力をグラフを用いて求めよ。



システム  $G(s)$  に正弦波入力  $u(t) = A \sin \omega t$  が加えられた

ときの定常出力を  $y(t) = B \sin(\omega t + \varphi)$  とするとき、振幅

比と位相(差)は次のように与えられる。

$$\frac{B}{A}(\omega) = |G(j\omega)| \quad \varphi(\omega) = \angle G(j\omega)$$

さらにゲイン(振幅比)をデシベル値で表せば

$$|G(j\omega)|_{\text{db}} = 20 \log_{10} |G(j\omega)| \quad \Delta = 20 \log_{10} |G(j\omega)|$$

となることに注意する。

さて、入力  $u_1(t)$  の振動数を  $\omega_1$  とすれば、 $\omega_1 = 1.0$

である。この周波数における  $G(j\omega)$  のゲイン  $|G(j\omega)|_{\text{db}}$  と

位相角  $\angle G(j\omega)$  を、与えられたボード線図から読みとれば

$$|G(j\omega_1)|_{\text{db}} \cong 14.0(\text{db}) \quad (a)$$

$$\text{デシベルの定義から } |G(j\omega)|_{\text{db}} = 20 \log_{10} |G(j\omega)|$$

$$\text{であるから } \frac{1}{20} |G(j\omega)|_{\text{db}} = \log_{10} |G(j\omega)|$$

$$2 \times 10^{0.7} = 10.023$$

さらに常用対数の定義から

$$|G(j\omega)| = 10^{\frac{1}{20} |G(j\omega)|_{\text{db}}} \quad (b)$$

と書かれる。上式の  $|G(j\omega)|_{\text{db}}$  に(a)の右辺の値を代入すば

$$|G(j\omega_1)| = |G(j)| = 10^{\frac{1}{20} \times 14.0} = 10^{0.7} \cong 5.0 \quad (b)$$

をえる。

一方、位相角をそれぞれの周波数について図から読み取れば

$$\angle G(j\omega_1) = \angle G(j) = -90.0^\circ = -\frac{\pi}{2}(\text{rad}) \quad (d)$$

これらの値を用いて  $u_1(t) = \sin t$  に対する定常出力を求めよう。

$$(c), (d) \text{より振幅は5倍になり、位相は } 90.0^\circ = \frac{\pi}{2}(\text{rad}) \text{ だ}$$

け遅れる。すなわち、定常出力は

$$y_2(t) = 10 \sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$$

または

$$y_2(t) = 10 \sin(t - 90^\circ)$$

となる。

$$y_2(t) = 10 \sin(2t - 90^\circ)$$

# 制御工学 II (第 6 回 2016 年 10 月 27 日)

学籍番号:

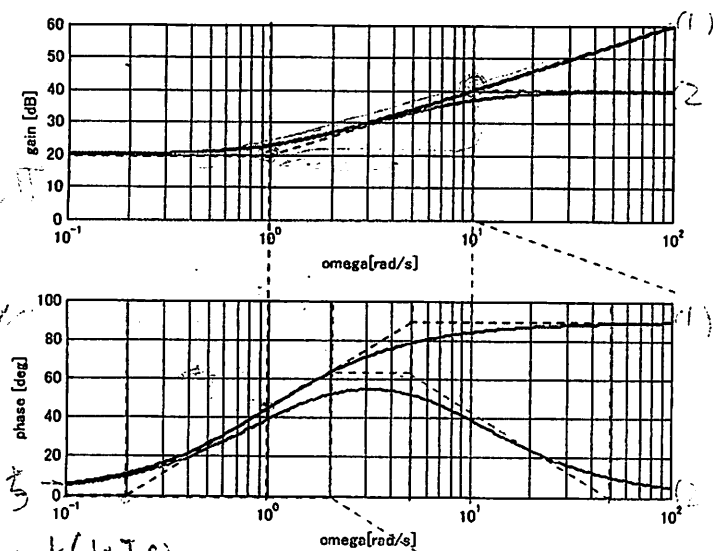
氏名:

1) 一次進み要素と呼ばれる次の伝達関数

$$G(s) = K(1 + T_1 s)$$

のボード線図を折れ線近似で描け。ただし  $K=10$ ,  $T_1=1$  とする。

2) また  $G(s)$  に一次遅れが加えられた  $G(s) = \frac{K(1 + T_1 s)}{1 + T_2 s}$  について  $T_2=0.1$  として同様に示せ。



$$G(s) = K(1 + T_1 s)$$

$$s = j\omega$$

このシステムの周波数伝達関数は、

$$G(j\omega) = K(1 + jT_1\omega) = 10(1 + j\omega)$$

$$\text{これよりゲイン } |G(j\omega)| = 10\sqrt{1 + \omega^2}$$

よってゲイン [dB] は

$$g(\omega) = 20 \log_{10} |G(j\omega)| = 20 \log_{10} 10 \sqrt{1 + \omega^2} \text{ [dB]}$$

また位相は

$$\phi(\omega) = \angle G(j\omega) = \tan^{-1}(10\omega/10) = \tan^{-1} \omega$$

$\omega \ll 1$  のときは、

$$g(\omega) \cong 20 \log_{10} 10 + 20 \log_{10} 1 = 20 \text{ [dB]}$$

$$\phi \cong \tan^{-1}(0) = 0^\circ \text{ であり}$$

$$\log 1 = 0$$

1 の所までとされている

$\omega \gg 1$  のときには、

$$g(\omega) \cong 20 \log_{10} 10 + 20 \log_{10} \omega \text{ [dB]}$$

$$\phi \cong \tan^{-1}(\infty) = 90^\circ \text{ である。}$$

さらに  $\omega=1$  のときには

$$g(\omega) \cong 20 \log_{10} 10 + 20 \log_{10} 2 \cong 23 \text{ [dB]}$$

$$\phi \cong \tan^{-1}(1) = 45^\circ$$

である。

さらに折点周波数  $\omega_s$  および  $\omega_1, \omega_2$  は

$$\omega_s = \frac{1}{T} = 1, \quad \omega_1 \cong \frac{\omega_s}{5} = \frac{1}{5}, \quad \omega_2 \cong 5\omega_s = 5$$

よって、ボード線図は上図のようになる。

# 制御工学Ⅱ (第7回 2016年11月10日)

学籍番号:

氏名:

1) PID 制御の周波数特性についてその特徴を述べよ。

ANS

低周波領域は積分要素によりゲイン特性を大きく、高周波領域は微分要素により、位相進みの特性を持つ。このことによってステップ入力に対する定常偏差を0にすることができ、かつ位相余裕を改善して安定性を増すことや、入力の変化(微分)に速やかに反応することで速応性を向上できるなどの特徴を持つ。

2) プラントの伝達関数が  $P(s) = \frac{0.1}{1+0.1s}$  で与えられるとき、フィードバック制御器として比例ゲイン  $K_p=2$ 、積分時定数  $T_I=1$  のPI 制御を行うときの開ループ伝達関数をボード線図で示せ。比例ゲインと積分は並列に配置されたとする。線図は折れ線近似でよい。

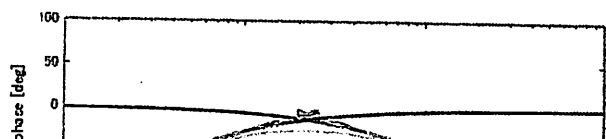
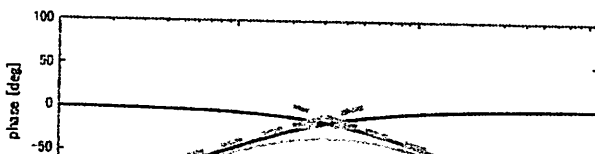
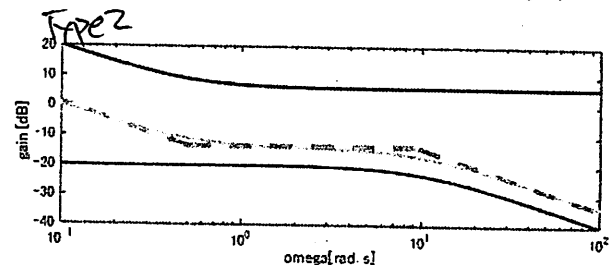
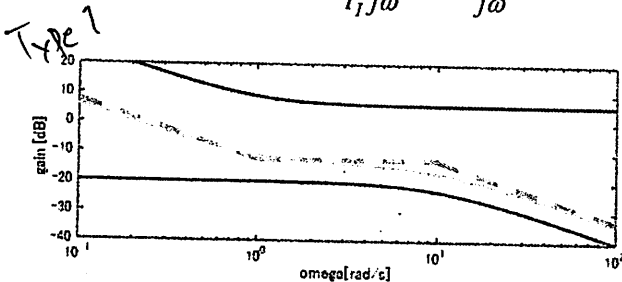
PI 制御器の形を特定しなかったために、2種類の制御器が考えられ、両方共に正解です。制御器の違いもチェックしてください。

$K_p$  でくくる制御器  $G(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$

Type1  $C(j\omega) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I j\omega}\right) = \frac{2(1+j\omega)}{j\omega}$ ,  $L(j\omega) = C(j\omega)P(j\omega) = \frac{2(1+j\omega)}{j\omega} \cdot \frac{0.1}{1+0.1j\omega} = \frac{0.2(1+j\omega)}{j\omega(1+0.1j\omega)}$

比例と積分が並列の要素とすると

Type2  $C(j\omega) = \left(K_p + \frac{1}{T_I j\omega}\right) = \frac{(1+2j\omega)}{j\omega}$ ,  $L(j\omega) = C(j\omega)P(j\omega) = \frac{(1+2j\omega)}{j\omega} \cdot \frac{0.1}{1+0.1j\omega} = \frac{0.1(1+2j\omega)}{j\omega(1+0.1j\omega)}$





# 制御工学Ⅱ (第8回 2016年11月17日)

学籍番号: \_\_\_\_\_

氏名: \_\_\_\_\_

一巡伝達関数とそのナイキスト線図が下図のように与えられるフィードバック制御系の安定性を判別せよ。

(a)  $L(s) = \frac{s+2}{(s^2+0.5s+0.5)}$

$Z=N+\Pi=0+0=0 \rightarrow$  閉ループが不安定極を持たないから「安定」である。  
点が常に左側にある。

【補足】

このフィードバック制御系の特性方程式

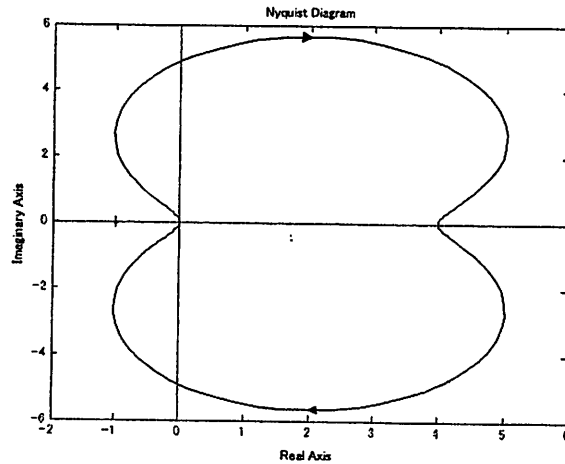
$$1+L(s) = \frac{s^2+1.5s+2.5}{s^2+0.5s+0.5} = 0$$

分子が閉ループ極を与えるから

$$s^2+1.5s+2.5=(s+0.75)^2-0.75^2+2.5=0$$

$$\text{から } s_1 = -0.75 + j1.39, s_2 = -0.75 - j1.39$$

となって全ての閉ループ極の実部は負である



2-1 特性根の正部  
N=L(s) の正部  
 $\pi = -1$  の回り  
図々

(b)  $L(s) = \frac{s+1}{(s-0.5)(s^2+s+1)}$

$Z=N+\Pi=-1+1=0 \rightarrow$  閉ループが不安定極を持たないから「安定」である。  
点が常に左側にある。

【補足】

このフィードバック制御系の特性方程式

$$1+L(s) = 1 + \frac{s+1}{(s-0.5)(s^2+s+1)} = 0$$

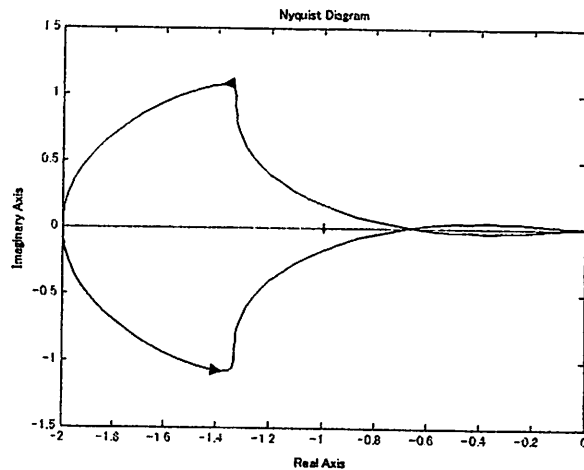
$$\Leftrightarrow (s-0.5)(s^2+s+1) + s+1 = 0$$

から極を調べると、

$$s_1 = -0.0772 + 1.2003i, s_2 = -0.0772 - 1.2003i,$$

$$s_3 = -0.3456.$$

すべての特性根の実部は負である。



N: (-1, 20)

2-1 特性根の正部  
N=L(s) の正部  
2-1 特性根の正部  
2-1 特性根の正部

(c)  $L(s) = \frac{s+2}{(s-0.5)(s^2+s+1)}$

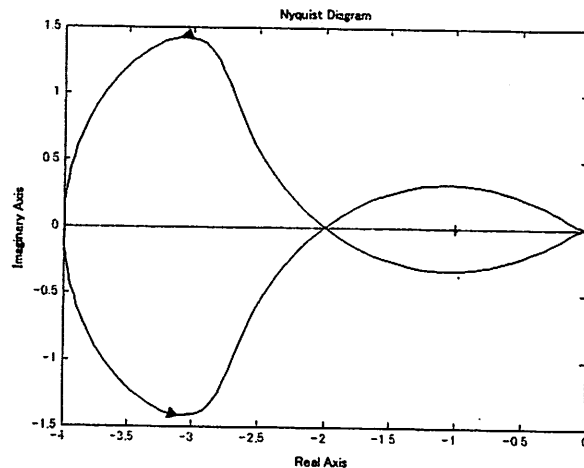
$Z=N+\Pi=1+1=2 \rightarrow$  閉ループが不安定極を持つから「不安定」である。  
 $-1+j0$  点が右側に来る場合がある。

【補足】

このシステムの極は

$$s_1 = 0.1700 + 1.3254i, s_2 = 0.1700 - 1.3254i,$$

$s_3 = -0.8400$  である。よって の実部が正である (不安定)。



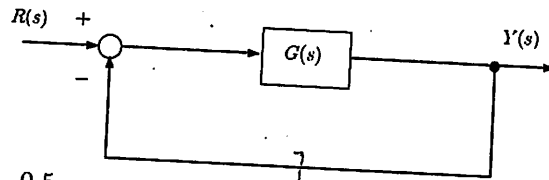
2-1 特性根の正部  
N=L(s) の正部  
2-1 特性根の正部  
2-1 特性根の正部

# 制御工学Ⅱ (第9回 2016年11月24日)

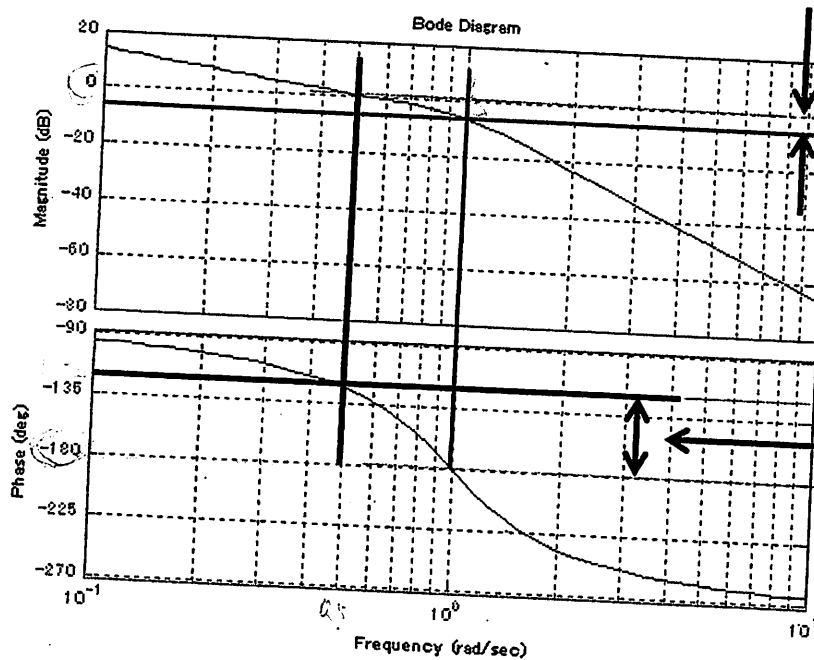
学籍番号:

氏名:

ブロック線図が次のように与えられるフィードバック制御系がある。

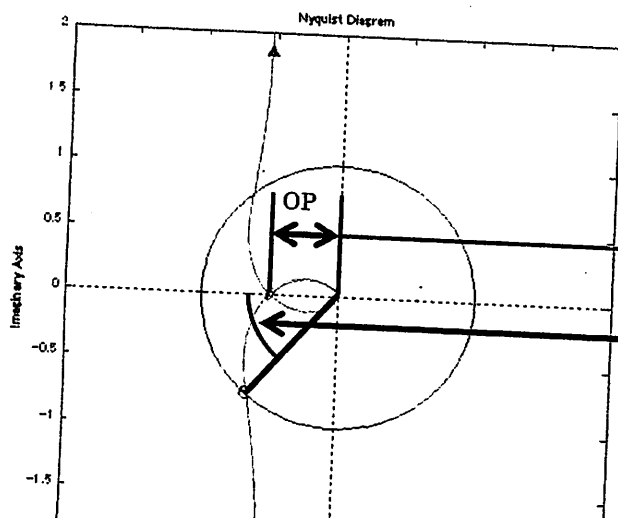


ここに  $G(s) = \frac{0.5}{s^3 + s^2 + s}$  とする。このシステムのボード線図とナイキスト線図は下図のように与えられる。このシステムのゲイン余裕  $G_M$  と位相余裕  $P_M$  を図中に記入し、またそれらのおおよその値を図から求めよ。



ゲインが0の所から

0.5015



ゲイン余裕

$$G_M = 20 \log_{10} \frac{1}{|OP|} \approx 20 \log_{10} \frac{1}{0.5} = 20 \log_{10} 2 = 6 \text{ dB}$$

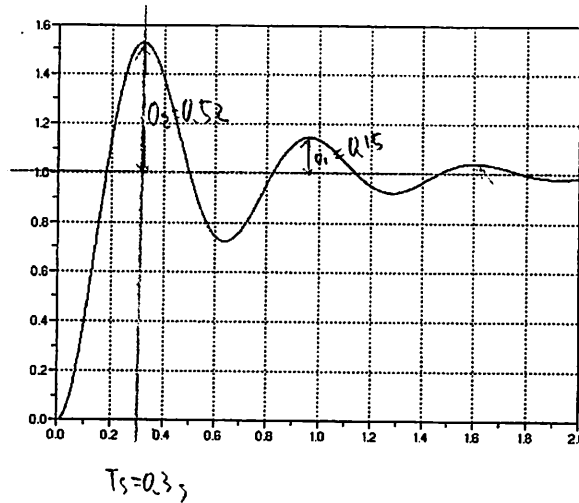
位相余裕  $P_M \approx 50^\circ$

# 制御工学Ⅱ (第 10 回 2016 年 12 月 1 日)

学籍番号:

氏名:

伝達関数が不明な制御要素のステップ応答波形が下図のように得られた。波形から制御要素の伝達関数を近似伝達関数として推定せよ。



## 【解答】

波形より, 行き過ぎ量  $O_s = 0.52$ , 第 2 ピーク値  $O_1 = 0.15$ , 行き過ぎ時間  $T_s = 0.3$  s から

$$\text{振幅減衰比 } A_r = \frac{O_1}{O_s} = \frac{0.15}{0.52} = 0.29$$

$$\text{また, } A_r = e^{-\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \text{ より}$$

$$\zeta = \frac{(\ln A_r)^2}{4\pi^2 + (\ln A_r)^2} = \frac{(\ln 0.29)^2}{4\pi^2 + (\ln 0.29)^2} = 0.19$$

$$\text{一方, } T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \approx 0.3 \text{ より}$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{T_p \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{0.3 \sqrt{1-0.19^2}} = 10.32 [\text{rad/s}]$$

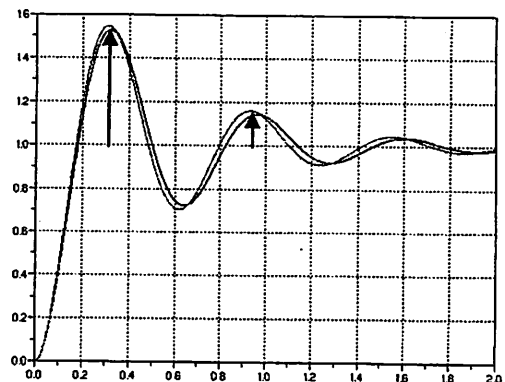
また

$$y_{\infty} = K = 1 \quad \text{に収束すると見える}$$

したがって, 近似伝達関数  $G(s)$  は

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{10.32^2}{s^2 + 2 \times 0.19 \times 10.32s + 10.32^2} = \frac{106.5}{s^2 + 3.92s + 106.5}$$

と推定することができる。



問題のステップ応答に, 推定した伝達関数のステップを応答を赤線で示すと, 図のようになり, 大よそ傾向は同じ応答となっていることが分かる。

# 制御工学Ⅱ (第 11 回 2016 年 12 月 8 日)

学籍番号:

氏名:

図 1 のように PID 補償器をある制御対象に実装した。この PID 制御系のゲインを表 1 を用いて限界感度法で決定する。

そのために、まず、比例制御のみで、 $K_p$  を増加させ、出力応答を観察した。すると  $K_p=5.0$  で図 2 に示すような持続振動となった。

以上の情報から、PID 制御系の各ゲイン  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  を求めよ。

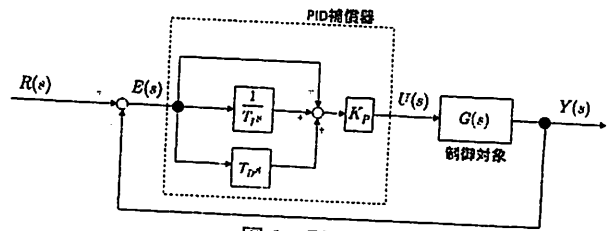


図 1. PID 制御系

表 1. 限界感度法によるパラメータの設定

	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P 制御	$0.5 K_c$	-	-
PI 制御	$0.45 K_c$	$0.833 T_c$	-
PID 制御	$0.6 K_c$	$0.5 T_c$	$0.125 T_c$

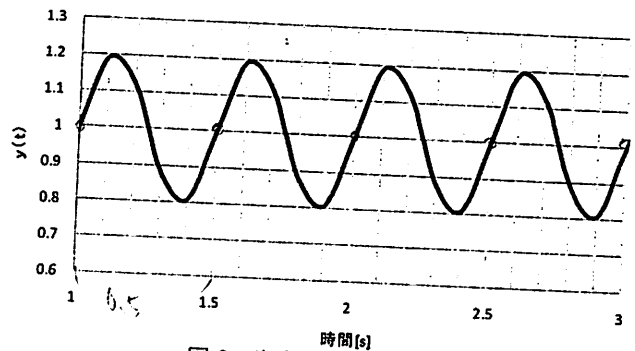


図 2. 出力の持続振動の様子

## 【解答】

題意から持続振動に至った  $K_p$  が 5.0 であることから、 $K_c=5.0$  となる。  $K_p=K_c$   
 また、持続振動波形から、振動周期  $T_c=0.5[s]$  であることが読み取れる。  
 したがってこれらの値を用いて表 1 から各ゲインを求めると、

$$K_p=0.6 K_c=0.6 \times 5.0=3.0$$

$$T_i=0.5 T_c=0.5 \times 0.5=0.25$$

$$T_d=0.125 T_c=0.125 \times 0.5=0.0625$$

となる。

# 制御工学Ⅱ (第 12 回 2016 年 12 月 15 日)

学籍番号:

氏名:

制御対象  $P(s) = \frac{100}{(s+10)^2}$  に対して、 $C(s) = 1$

の制御器を用いてフィードバック系の単位ステップ応答 (図 2) を求めると、大きな偏差があったために  $C(s) = 10$  のゲイン補償を行った (図 1)。単位ステップ応答を確認したところ、速応性は上がったが、振動的になり偏差はまだ残った。

問 1) ゲイン補償後のフィードバック系の閉ループ伝達関数  $G(s)$

を求めよ。  
制御対象  $P(s) = \frac{100}{(s+10)^2}$ 、制御器  $C(s) = 10$

から閉ループの伝達関数は

$$G(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} = \frac{10 \cdot 100}{(s+10)^2 + 10 \cdot 100} = \frac{1000}{s^2 + 20s + 1100}$$

問 2) 偏差をなくすためにはどのような補償を行えばよいか設計指針を述べよ。

積分要素を加えると標準偏差を 0 にすることができる。しかし積分だけを加えると高域のゲインが低下してしまうことから PI 制御を用いる

問 3) 位相余裕を保持しながら偏差をなくす制御器を設計せよ。  
偏差をなくし、ゲインを保持するためには PI 制御を用いる。

このときの位相変化をゲイン交差周波数  $\omega_{gc}$  に与えないためには折れ点の周波数を  $\frac{\omega_{gc}}{5}$  以下にすれば良い。

折れ点は  $30/5 = 6 \text{ rad/s}$  より小さければ良いので簡単のために時定数を  $T=2$  とすると 制御器  $C(s) = \frac{2s+1}{2s}$  とすれば良い。時定数は  $1/6$  より大きければよいが折れ線の近似誤差があるので、ある程度大きく取ったほうが良い。

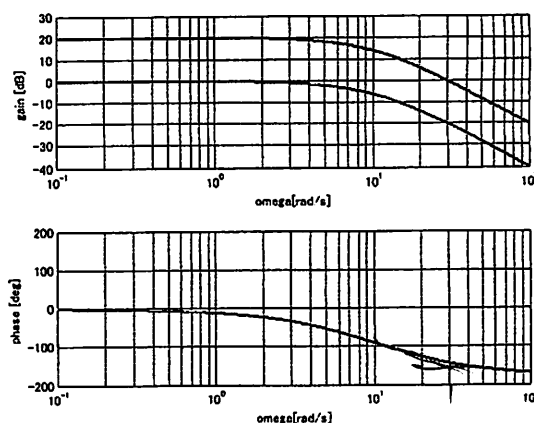


図 1 開ループ伝達関数

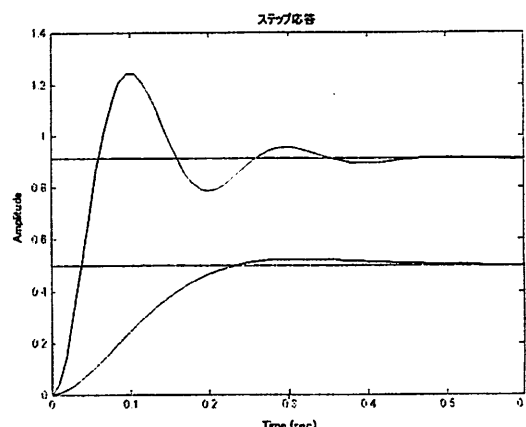
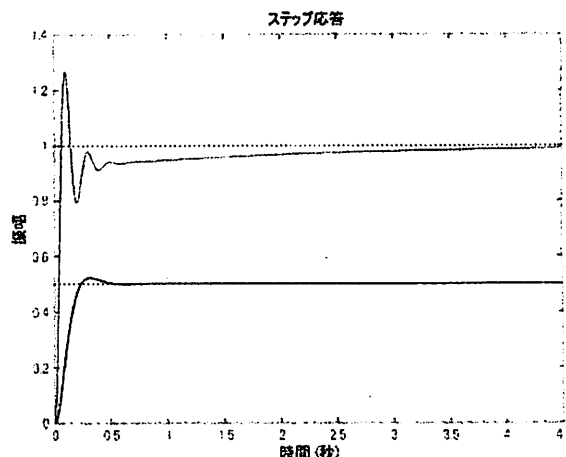
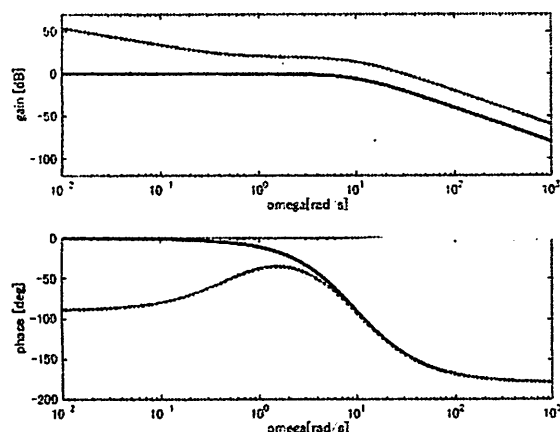


図 2 単位ステップ応答

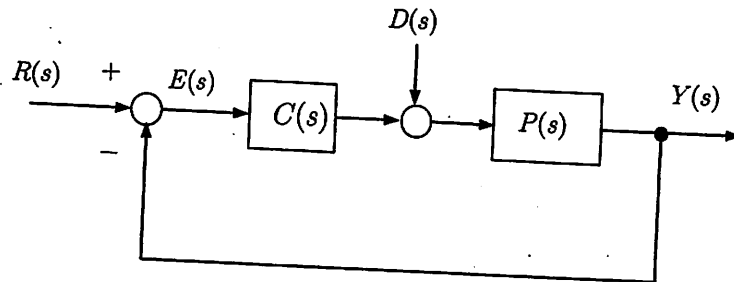


# 制御工学Ⅱ (第 13 回 2016 年 12 月 22 日)

学籍番号:

氏名:

ブロック線図が次のように与えられるフィードバック制御系について考える。



制御対象は DC モータで

$$P(s) = \frac{25}{(s+5)^2}$$

のように与えられる。このシステムにおいて、目標誤差が十分に小さくなるように制御器を決定したい。目標誤差の条件が正弦波入力  $r(t) = \sin \omega t$  に対して  $0.5 \text{ rad/s}$  で  $1\%$  以下としたいときどのような制御器が必要か、次の問いに従って求めよ。

(1) 目標値  $R(s)$  から偏差  $E(s)$  までの伝達関数を制御器は  $C(s)=K$  として求めよ。

$$\text{開ループ特性 } L(s) = C(s)P(s) = K \frac{25}{(s+5)^2}$$

$$\text{閉ループ特性 } G(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{(s+5)^2}{(s+5)^2 + 25K} = \frac{s^2 + 10s + 25}{s^2 + 10s + 25(K+1)}$$

(2)  $0.5 \text{ rad/s}$  の正弦波入力に対する偏差が  $e < 0.01$  ( $1\%$  以下) であるためにはゲイン  $K$  をいくらにしたらよいか求めよ。ただし  $\left| \frac{1}{1+L(s)} \right| < 0.01$  のとき  $|L(s)| > 101$  であればよい。

$$\text{開ループ特性 } |L(s)| = K \left| \frac{25}{(s+5)^2} \right| > 101$$

$$K \left| \frac{25}{(s+5)^2} \right|_{s=j\omega} = \frac{25K}{|- \omega^2 + 25 + 10j\omega|} = \frac{25K}{\sqrt{(-\omega^2 + 25)^2 + 100\omega^2}}$$

$\omega = 0.5$  を代入すると

$$\frac{25K}{\sqrt{(-0.25 + 25)^2 + 100 \cdot 0.25}} = \frac{25K}{\sqrt{637.6}} > 101 \quad \text{から}$$

$$K > \frac{101 \sqrt{637.6}}{25} = 102$$

## 制御工学Ⅱ (第 14 回 2017 年 1 月 5 日)

学籍番号:

氏名:

フィードバック制御において、望ましい開ループ特性とはどのようなものか、次の問いに答よ。

1) 望ましい開ループ特性についてイ)低周波領域、ロ)中周波領域、ハ)高周波領域に分けて概略のゲイン特性を図 1 に示せ。

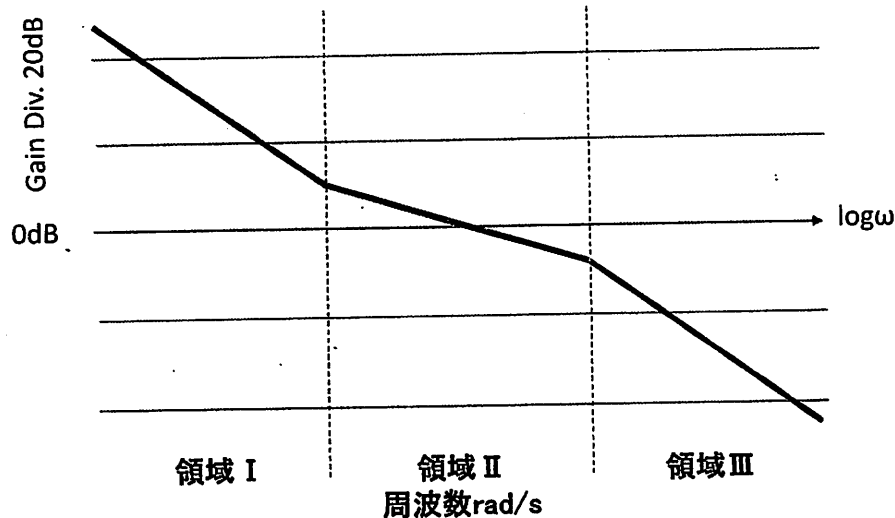


図 1 望ましい開ループ伝達関数

2) 望ましい制御器の特性に関する次の文章の空欄に適切な語句を入れよ。

制御器の特性はその(開ループ)伝達関数によって表され、この周波数特性を望ましいものにするによって設計が実現される。(外乱)や(目標値)の変化が想定される低い周波数領域ではできるだけゲインを(大きく)する。このことによって(目標値)追従性、(外乱)除去性能を高めることができる。(雑音)や(モデル)誤差が存在する高い周波数領域では、できるだけゲインを(小さく)することによって、安定性を増すことができる。中周波数領域では、ゲインが(0)dBになる(ゲイン交差)周波数を大きくしながら、ハンチングをおこす条件を回避できるように(位相余裕)を大きくする。