ロボットの運動（姿勢の表現）

ロボット概論　10

第10回（2019/12/2）
担当：山﨑

はじめに

- 前回の内容
  - 3次元空間での同次変換行列
  - 同次変換行列の意味
- 今回の内容
  - オイラー角
  - ロール・ピッチ・ヨー角
  - 順運動学計算
  - DHパラメータ
  - 偏微分とヤコビ行列（次回のための準備）

⇨ ロボットの姿勢を表現する方法を知ろう

（復習）同次変換行列

- 座標系Σ_Aで見た座標からΣ_0で見た座標を計算する同次変換行列${}^0\boldsymbol{T}_A$
（4×4行列になる）

回転成分
（各列ベクトルが，座標系Σ_0からみた，Σ_Aのx, y, z方向の単位ベクトル）

並進成分
（座標系Σ_0からみたΣ_Aの原点）

座標系Σ_0での位置ベクトル

座標系Σ_Aでの位置ベクトル

$$
{}^0\boldsymbol{T}_A = \left[\begin{array}{c|c} {}^0\boldsymbol{R}_A & \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{array}\right]
\qquad
\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0T_A \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}
$$

常に0　常に1　ここは常に1

回転行列の冗長性

- Z軸まわりの回転行列

$$
{}^0\boldsymbol{R}_A = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

- Y軸まわりの回転行列

$$
{}^0\boldsymbol{R}_A = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix}
$$

- X軸まわりの回転行列

$$
{}^0\boldsymbol{R}_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix}
$$

パラメータは9つあるが，各列ベクトルの大きさは1であり
（$\because\ \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ）
内積が0だから互いに直交している

⇩

パラメータは3つあれば足りる

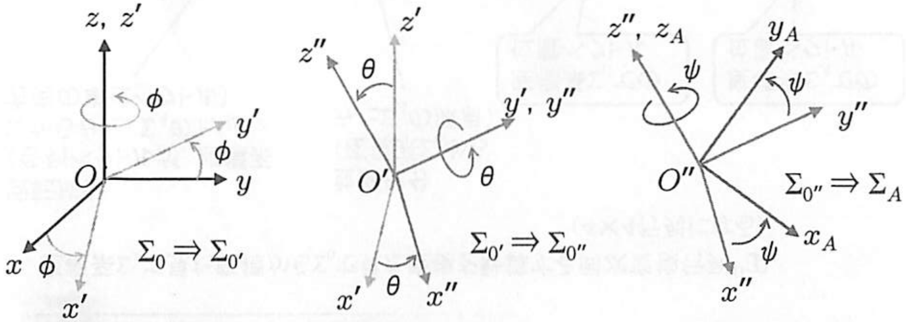
⇩

3つのパラメータで回転を表現しよう

オイラー角（Euler angles）

ϕ：ファイ
θ：シータ
ψ：プサイ

- ロボットの姿勢（向き）を3つの角度（ϕ，θ，ψ）で表現する
- 回転させる軸の順番（$z \rightarrow y' \rightarrow z''$）が重要（$z$-$y$-$z$ オイラー角とも呼ばれる）
- 回転の正方向は回転軸の正を奥方向に見たとき時計回り（右ネジの向き）



(1)z軸回りにϕ回転　(2)y'軸回りにθ回転　(3)z''軸回りにψ回転

オイラー角（Euler angles）

- オイラー角から回転行列 ${}^0R_A$ を求めよう

$$
{}^0\boldsymbol{R}_{0'} = \begin{bmatrix} C\phi & -S\phi & 0 \\ S\phi & C\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\quad
{}^{0'}\boldsymbol{R}_{0''} = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix}
\quad
{}^{0''}\boldsymbol{R}_{A} = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

z軸回りにϕ回転　y'軸回りにθ回転　z''軸回りにψ回転

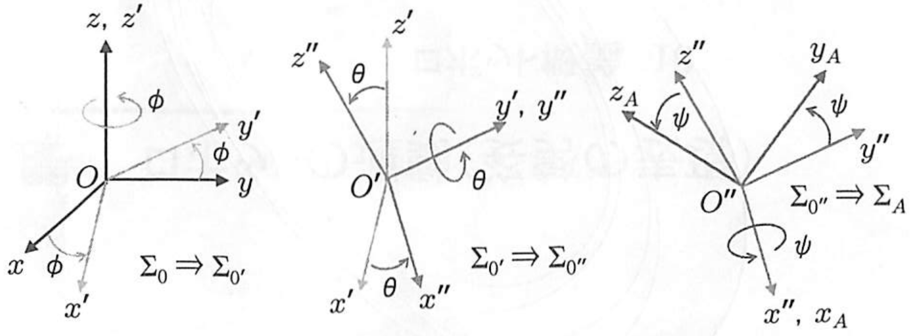
より

$$
\begin{aligned}
{}^0\boldsymbol{R}_A &= {}^0\boldsymbol{R}_{0'}\,{}^{0'}\boldsymbol{R}_{0''}\,{}^{0''}\boldsymbol{R}_A \\
&= \begin{bmatrix} C\phi C\theta C\psi - S\phi S\psi & -C\phi C\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta \\ S\phi C\theta C\psi + C\phi S\psi & -S\phi C\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

（逆に，回転行列からオイラー角を求めることもできる（逆三角関数を用いる）。ここでは割愛。）

ロール・ピッチ・ヨー角（roll-pitch-yaw angle）

- ロボットの姿勢（向き）を3つの角度（ロール角ϕ，ピッチ角θ，ヨー角ψ）で表現
- 回転させる軸の順番（$z \rightarrow y' \rightarrow x''$）に注意（$z$-$y$-$x$ オイラー角とも呼ばれる）
- 各軸それぞれが1回回転している



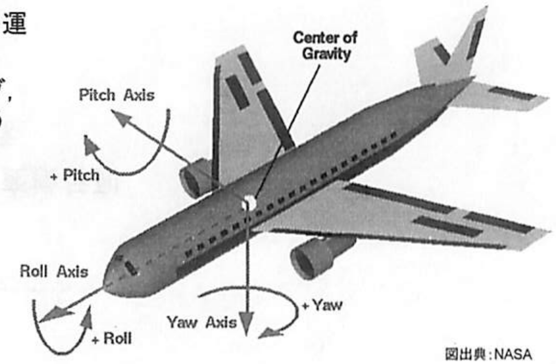
(1)z軸回りにϕ回転（ロール）　(2)y'軸回りにθ回転（ピッチ）　(3)x''軸回りにψ回転（ヨー）

ロール・ピッチ・ヨー角（roll-pitch-yaw angle）

- 回転行列は以下のようになる

$$
{}^0\boldsymbol{R}_A = \begin{bmatrix} C\phi C\theta & C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi \\ S\phi C\theta & S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta C\psi - C\phi S\psi \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi \end{bmatrix}
$$

- 飛行機，自動車など移動体の運動の表現にも用いられている
- それぞれの動きを，ローリング，ピッチング，ヨーイングともいう



図出典：NASA