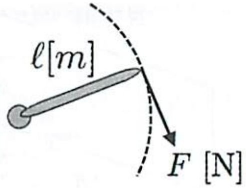
復習1：歯車の歯数と減速比，角速度，トルクの計算

- 物体を回転させようとする能力をトルクという

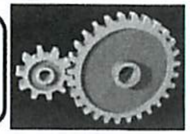


トルク＝回転軸までの距離×（接線方向の）力
[Nm]

※ベクトルでは外積 $\ell \times F$ で計算

- 歯数が少→多と歯車をつなげると，歯数が多い歯車の回転は遅く，トルクは大きくなる

$$\text{減速比} = \frac{\text{回転数1}}{\text{回転数2}} = \frac{\text{角速度1}}{\text{角速度2}} = \frac{\text{歯数2}}{\text{歯数1}} = \frac{\text{トルク2}}{\text{トルク1}}$$



角速度 rad/s：
1秒間に何ラジアン回るか

rpm：1分間での回転回数
（revolution per minute）

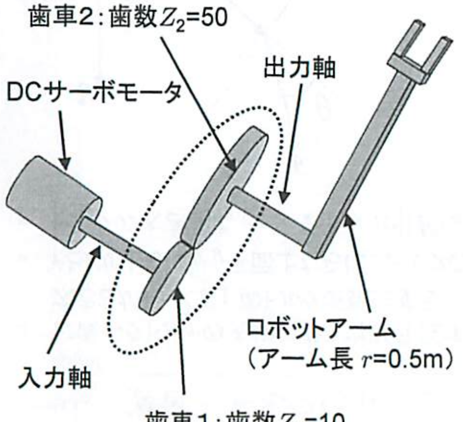
図出典：wikipedia

1 トルクが大きい

演習1（続き）

$\mu = \frac{T_2}{T_1}$　$T_2 = \mu \times T_1$
$= 5 \times 3$

- 次に，DCサーボモータを3 Nmのトルクで回転させると，



出力軸のトルクは

$$\tau = \boxed{T_{in} \times R = 3 \times 5 = 15\ \text{Nm}}$$

アーム先端が回転の接線方向に発生する力は

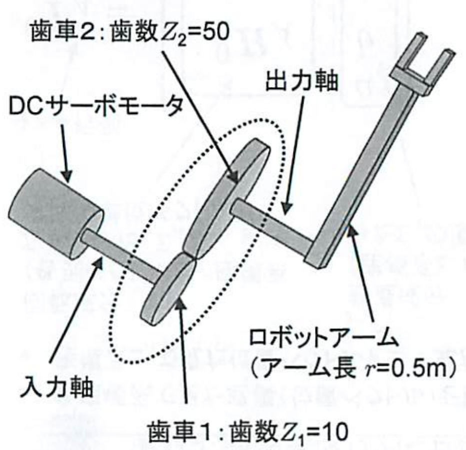
$$F = \boxed{T_2 / x_2 = 15/0.5 = 30\ \text{N}}$$

となる。（ただし損失は無視するとする）

$Fx = \tau$

演習1

- DCサーボモータが回転し，その先に下図のように歯車，ロボットアームがつながれている



減速比Rは，

$$R = \boxed{\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{50}{10} = 5 \ (<1)}$$

100 rpmで入力軸が回転するとき，歯車2の回転数N_2は

$$N_2 = \boxed{N_1/5 = 100/5 = 20\ \text{rpm}}$$

その角速度は，

$$\omega = \boxed{\frac{2}{3}\pi \ \text{rad/s}}$$

また，アーム先端の（接線方向の）速度は

$$v = \boxed{\frac{2}{3}\pi \times 0.5 = \frac{1}{3}\pi} \ \text{m/s}$$

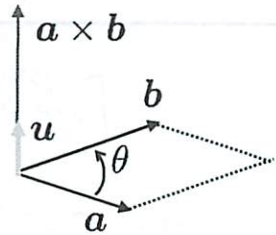
$\omega r = v$

$\mu = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{N_1}{N_2} = 5$

復習2：ベクトルの外積

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix},\ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$$

工学では，2つのベクトルに垂直なベクトルが欲しいときがある



$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\boldsymbol{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\boldsymbol{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\boldsymbol{k}$$

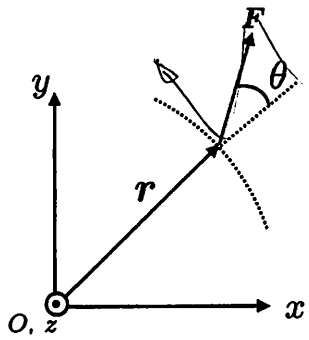
$$= \begin{bmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{bmatrix}$$

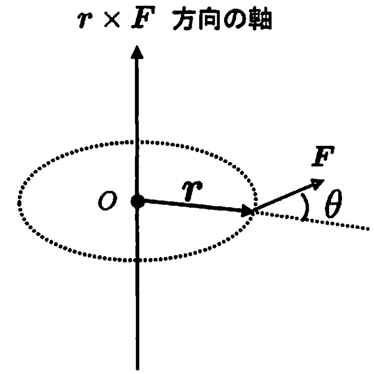
よく使われる覚え方（たすきがけの形）

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

復習2:トルク(力のモーメント)のベクトル表現

- 位置ベクトルrの先端にFの力が作用するとき，外積 $r\times F$ の向きが回転軸，大きさが$|r\times F|$ のトルクが発生する
- rとFがともにx-y平面上ならば，トルクのベクトルの向きは，平面に垂直になる
- トルクの大きさは $|\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}| = |\boldsymbol{r}||\boldsymbol{F}|\sin\theta$

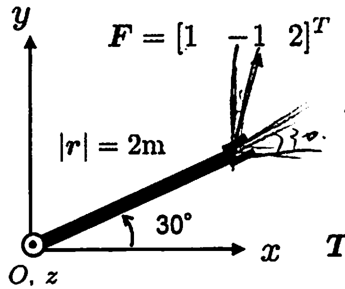




※ ⊙ は画面の奥から手前に向けてz軸があることを示す

演習2

下図のように，x-y平面上を動くロボットアームの位置ベクトルrの先端に，力F[N] が作用している。このときのロボットアームのトルクTを求めよ。



位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ = $[\sqrt{3}\ \ 1\ \ 0]^T$

よって

$$\boldsymbol{T} = r\times F = \begin{bmatrix}\sqrt{3}\\1\\0\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1\\-1\\2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\cdot 2-0\cdot(-1)\\0\cdot 1-\sqrt{3}\cdot 2\\\sqrt{3}\cdot(-1)-1\cdot 1\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}2-0\\0-2\sqrt{3}\\-\sqrt{3}-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\-2\sqrt{3}\\-\sqrt{3}-1\end{bmatrix}$$

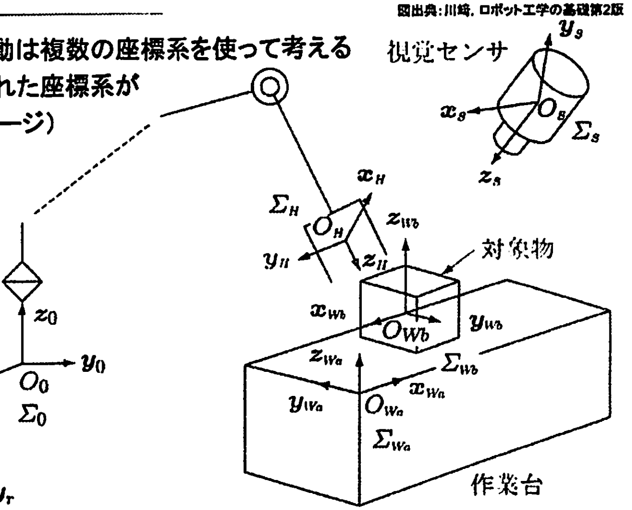
復習3:同次変換行列と各座標系で見た手先位置の計算

図出典:川崎，ロボット工学の基礎第2版

- 一般に，ロボットの運動は複数の座標系を使って考える
(関節や手先等に固定された座標系が
それぞれ動いていくイメージ)

⇩

- 各座標系で見た位置を知る必要がある



Σ_r：基準座標系(ワールド座標系)
Σ_0：ベース座標系 Σ_s：センサ座標系
Σ_H：手先(ハンド)座標系 Σ_{Wi}：対象物iの作業座標系

復習3:同次変換行列と各座標系で見た手先位置の計算

- 各座標系で見た座標(位置ベクトル)を計算するには，同次変換行列が使われる
- 座標系Σ_Aで見た位置ベクトルをΣ_0で見た位置ベクトルに変換する

回転成分
(各列ベクトルが，座標系Σ_0からみた，Σ_Aのx, y, z方向の単位ベクトル)

並進成分
(座標系Σ_0からみたΣ_Aの原点)

座標系Σ_0での位置ベクトル

座標系Σ_Aでの位置ベクトル

4×4行列

$$^0\boldsymbol{T}_A = \begin{bmatrix} \boxed{^0\boldsymbol{R}_A} & \begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix}\\ \boxed{0\ \ 0\ \ 0} & \boxed{1}\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}x\\y\\z\\1\end{bmatrix} = {}^0T_A\begin{bmatrix}x'\\y'\\z'\\1\end{bmatrix}$$

常に0　　常に1　　ここは常に1