

問題 1 1 電気回路・電子回路 設問すべてについて解答すること。

I 図 1 は、計器用分圧器の原理図である。交流電圧  $E$  が大きく直接測定できない場合、その電圧を 2 つのコンデンサ、コイルおよび測定器で構成される回路で分割（分圧）し、測定器に合う電圧  $V_R$  に下げる。このとき、電圧の大きさ  $|E|$  と  $|V_R|$  の比は測定器によらず一定でなければならない。

そのための条件および電圧の大きさの比を、次の（１）～（４）の手順で求めよ。ただし、２つのコンデンサの静電容量をそれぞれ  $C_1$  および  $C_2$ 、コイルのインダクタンスを  $L$ 、測定器の内部抵抗を  $R$ 、電圧  $E$  の角周波数を  $\omega$  とする。いずれも導出過程を示し、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $L$ 、 $R$ 、 $\omega$  のうち必要な文字を用いて答えよ。

（１）端子  $ab$  間の電圧  $V_{ab}$  と電圧  $V_R$  の比  $\frac{V_{ab}}{V_R}$  を  $\frac{R+j\omega L}{S+jT}$  で表すとき、 $S$  および  $T$  を求めよ。

（２）電圧  $E$  と電圧  $V_{ab}$  の比  $\frac{E}{V_{ab}}$  を  $\frac{U+jV}{j\omega C_1(R+j\omega L)}$  で表すとき、 $U$  および  $V$  を求めよ。

（３）電圧  $E$  と電圧  $V_R$  の比  $\frac{E}{V_R}$  を求めよ。

（４）測定器によらず  $\frac{|E|}{|V_R|}$  が一定となるための条件、およびそのときの  $\frac{|E|}{|V_R|}$  を求めよ。

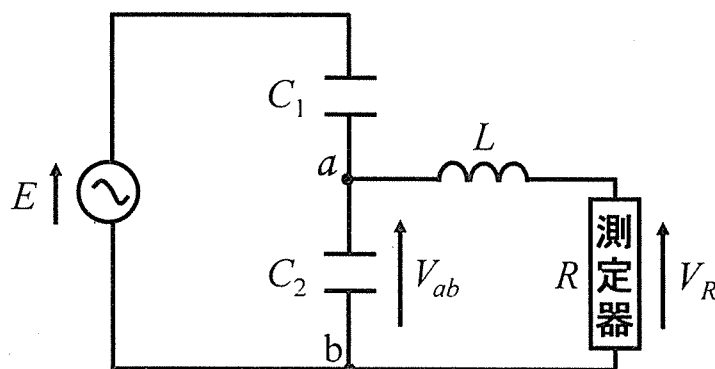


図 1

Ⅱ 図2はオペアンプとダイオードを用いた半波整流回路である。この回路に関して、次の(1)～(5)の問いに答えよ。なお、導出過程も示すこと。

ただし、オペアンプの特性は理想的、すなわち利得は無限大、入力インピーダンスは無限大、出力インピーダンスはゼロとする。また、ダイオードの特性も理想的、すなわち飽和電圧は0V、on抵抗は $0\Omega$ とする。したがって、順方向電圧に対しては短絡(on)、逆方向電圧に対しては開放(off)となる。さらに、この回路の動作において、D1とD2の両方が同時にonまたはoffになることはない。

- (1) D1をoff、D2をonとしたとき、電圧増幅率  $V_{OUT}/V_{IN}$  を求めよ。
- (2) D1をon、D2をoffとしたとき、電圧  $V$  を求めよ。
- (3)  $V_{IN} > 0$  のとき、 $I_{IN} > 0$  となる。このとき、D1とD2それぞれの状態(onかoffか)を答えよ。また、このときの電圧  $V_{OUT}$  を、 $V_{IN}$  を用いて表せ。
- (4)  $V_{IN} < 0$  のとき、 $I_{IN} < 0$  となる。このとき、D1とD2それぞれの状態(onかoffか)を答えよ。また、このときの電圧  $V_{OUT}$  を求めよ。
- (5)  $R1 = 1\text{ k}\Omega$ 、 $R2 = 5\text{ k}\Omega$  として  $V_{IN}$  が図3の時の  $V_{OUT}$  の波形を図示せよ。0Vの位置および波高値の電圧を明記すること。

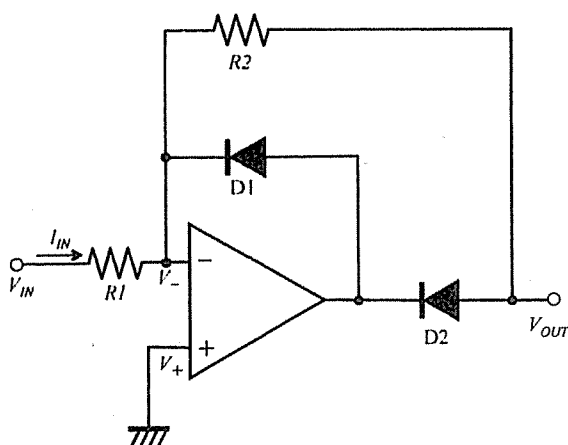


図2

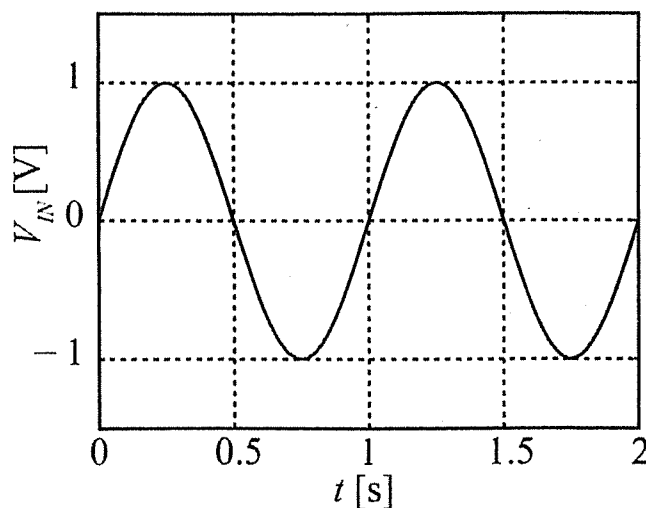


図3

**問題 1 2 計測数理解析** 設問すべてについて解答すること。

I 離散的な確率変数  $X_1, \dots, X_n$  は互いに確率的に独立で、次のように同一のベルヌーイ分布に従う。

$$P(X_i = a) = \begin{cases} q, & a = 0 \text{ の時,} \\ p, & a = 1 \text{ の時,} \end{cases} \quad i = 1, \dots, n,$$

ここで、 $q + p = 1$ ,  $0 < p < 1$  である。次の (1) ~ (3) の問いに答えよ。

(1)  $X_i$  の期待値  $E[X_i]$  と分散  $\text{Var}[X_i]$  を  $q, p$  を用いて書き表せ。

(2)  $\sum_{i=1}^n X_i$  の分布は、以下のように二項分布  $B(n, p)$  に従う。

$$P\left(\sum_{i=1}^n X_i = k\right) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \quad k = 0, 1, \dots, n. \quad (i)$$

このことを以下の手順に従い、 $n$  に関する帰納法で証明せよ。

(step 1)  $n = 1$  の時 (i) が成立することを示せ。

(step 2)  $n = m$  の時 (i) が成立すると仮定して、 $n = m + 1$  の時に成立することを示せ。この際、 $k = 0$ ,  $k = m + 1$ ,  $1 \leq k \leq m$  の三つの場合に分け、三番目の場合、次の条件付き確率を考えよ。

$$\begin{aligned} P\left(\sum_{i=1}^{m+1} X_i = k\right) &= P\left(\sum_{i=1}^m X_i + X_{m+1} = k \mid X_{m+1} = 0\right) P(X_{m+1} = 0) \\ &\quad + P\left(\sum_{i=1}^m X_i + X_{m+1} = k \mid X_{m+1} = 1\right) P(X_{m+1} = 1), \end{aligned}$$

ここで、 $P(A|B)$  は事象  $B$  に関する事象  $A$  の条件付き確率である。

(3) (1) と (2) の結果を用いて、二項分布  $B(n, p)$  の平均と分散を求めよ。

II 常微分方程式  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  に従う  $y(x)$  について,  $y(x_0) = y_0$  とする。ここで  $f(x, y)$  は, 与えられた関数である。 $x$  を  $h$  だけ進めるステップを繰り返して,  $x_1 = x_0 + h, x_2 = x_1 + h, \dots$  での  $y$  値である  $y_1, y_2, \dots$  を数値計算する方法に関して, 以下 (1) と (2) に答えよ。

(1)  $x$  を  $x_i$  から  $x_{i+1}$  に 1 ステップ進める際の  $y$  値を

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$$

とする計算法を採用する。 $x$  を 1 ステップ進める際に,  $h$  の何次の誤差が  $y$  の計算値に生じうるか評価せよ。また,  $x_0$  から始めて, ある定められた  $x_{\text{final}}$  までステップを繰り返して数値計算する場合,  $x_{\text{final}}$  において,  $h$  の何次の誤差が  $y$  の計算値に蓄積されうるか評価せよ。

(2) 改めて,  $x$  を  $x_i$  から  $x_{i+1}$  に 1 ステップ進める際の  $y$  値を

$$y_{i+1} = y_i + hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hf_i\right)$$

とする計算法を採用する。ここで  $f_i = f(x_i, y_i)$  である。 $x$  を 1 ステップ進める際に,  $h$  の何次の誤差が  $y$  の計算値に生じうるか評価せよ。

**問題 1 3 制御工学** 設問すべてについて解答すること。

I 図1のフィードバック制御系について、(1)～(6)の問いに答えよ。ただし、 $R(s)$ ,  $E(s)$ ,  $U(s)$ ,  $D(s)$ ,  $Y(s)$ はそれぞれ目標値  $r(t)$ , 偏差  $e(t)$ , 操作量  $u(t)$ , 外乱  $d(t)$ , 制御量  $y(t)$ のラプラス変換を表す。

まず、図2のブロック線図で表される  $K(s)$ を用いる。以下の(1)～(4)の問いに答えよ。

(1)  $R(s)$ から  $Y(s)$ への伝達関数を、 $P(s)$ と  $C(s)$ を用いて表せ。

(2)  $P(s) = \frac{1}{s+1}$ ,  $C(s) = \frac{c_1}{s+1}$ ,  $D(s)=0$ , 目標値  $r(t)=1$  とする。定常偏差が0となる  $c_1$ を求めよ。

(3)  $D(s)$ から  $Y(s)$ への伝達関数を、 $P(s)$ と  $C(s)$ を用いて表せ。

(4)  $P(s) = \frac{1}{s+1}$ ,  $C(s) = \frac{c_2 s}{s+1}$ ,  $R(s)=0$ , 外乱  $d(t)=\sin t$  とする。  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)=0$  となる  $c_2$ を求めよ。

次に、 $P(s) = \frac{K_1}{T_1 s + 1}$ ,  $K(s) = \frac{K_2}{T_2 s + 1}$ を用いる。以下の(5)と(6)の問いに答えよ。

(5)  $P(s)$ の単位インパルス応答が図3となるとき、適切な  $K_1$ と  $T_1$ の値を下記の選択肢の中からそれぞれ一つを選び、数値で答えよ。ただし、重複して選択してもよい。

選択肢：4, 2, 1, 0.5, 0.25

(6)  $P(s)$ は(5)で求めた伝達関数を用いる。 $R(s)$ から  $Y(s)$ への伝達関数の減衰係数が1, 固有角周波数が2 rad/sec となるとき、 $K_2$ と  $T_2$ を求めよ。

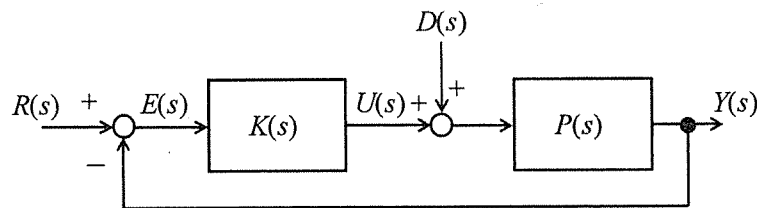


図1 フィードバック制御系

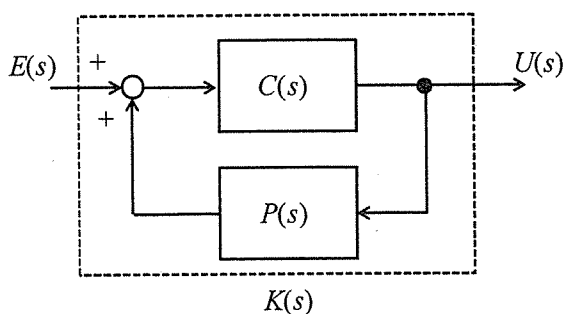


図2  $K(s)$ のブロック線図

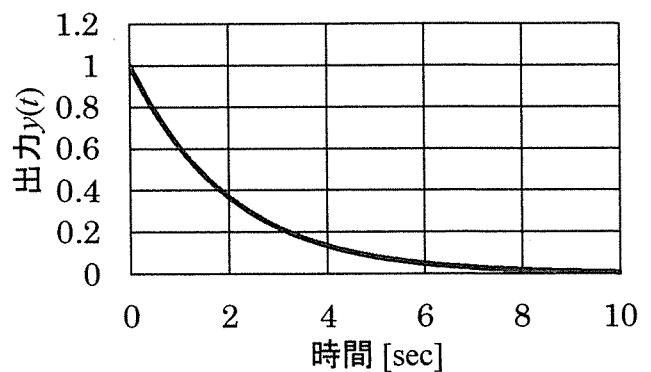


図3  $P(s)$ の単位インパルス応答

II 以下の (1) と (2) の問いに答えよ。

(1) つぎの時間関数  $f(t)$  のラプラス変換を求めよ。ただし、 $\beta > \alpha \geq 0$  とする。

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t < \alpha) \\ 1 & (\alpha \leq t \leq \beta) \\ 0 & (t > \beta) \end{cases}$$

(2) つぎの時間関数  $g(t)$  のラプラス変換は  $\mathcal{L}[g(t)] = \frac{1}{A(s)} \times \frac{1}{1 + \exp\{B(s)\}}$  で表される。ただし、 $A(s)$

と  $B(s)$  は  $s$  の多項式とする。 $A(s)$  と  $B(s)$  を求めよ。

$$g(t) = \begin{cases} 1 & (2n \leq t \leq 2n+1) \\ 0 & (2n+1 < t < 2n+2) \end{cases} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

III 図4に示す RLC回路において、電圧  $v_i(t)$  を入力信号、電圧  $v_o(t)$  を出力信号とする。ただし、 $R$  は抵抗値、 $L$  はインダクタンス、 $C$  は静電容量を表わす。

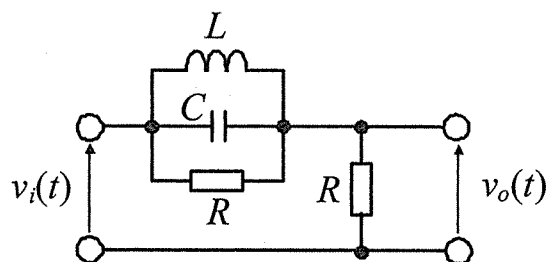


図4 RLC回路

この回路の伝達関数は  $G(s) = \frac{as^2 + bs + c}{s^2 + ds + e}$  で表される。伝達関数  $G(s)$  の中の  $(a, b, c, d, e)$  を  $R$  と  $L$  と  $C$  を用いて表せ。

**問題 1 4 力学・材料力学** 設問すべてについて解答すること。

I 次の(1), (2)の問いにすべて答えよ。

- (1) 質量  $m$  の質点が自然長  $L$ , バネ定数  $k$  の重さのないバネでブロックにつながれ, 摩擦のない水平面上で 1 次元運動をしている(図 1)。時刻 0 でバネは自然長の状態にあり, このときの質点の位置を原点として図 1 のように座標軸を取り, ブロックに固定されているバネの左端の座標を  $X$ , 質点の座標を  $x$  として, 以下の問いに答えよ。

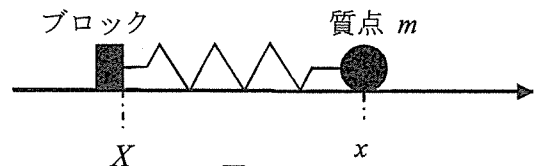


図 1

- [A] まず,  $X = -L$  の位置でブロックを動かさないように固定し, 質点を単振動させた。空気抵抗は無視できるものとする。
- 質点の角振動数を答えよ。
  - 質点の運動方程式を書き下せ。
- [B] 次に, 時刻  $t$  のブロックの位置が  $X(t) = -L + D \sin(\omega t)$  となるようにブロックを動かした。質点には速度  $v$  に比例する抵抗  $(-cv)$  が働いている。  $D, \omega, c$  は定数である。
- 時刻  $t$  の質点の座標を  $x(t)$  として, 時刻  $t$  でのバネの伸びを答えよ。
  - このときの質点の運動方程式を書き下せ。
  - 振動をはじめてから十分に時間が経過したのちの質点の運動の特徴を簡潔に述べよ。

- (2) 糸の上端  $O$  が固定されているヨーヨー (質量  $m$ ) が静止した状態から, 鉛直面内において, 重心  $G$  が距離  $H$  だけ落下した状態が図 2 である。重力加速度を  $g$  とし, 糸の質量は無視できるものとして, 次の問いに答えよ。なお, ヨーヨーは二枚の一樣な円板を貼り合わせた形になっており, ヨーヨーの慣性モーメントは  $I$ , 小さい円板の半径は  $R$  である。また, 小さい円板の周りに糸が巻きつけられている。重心  $G$  は円板の中心軸上である。

- 静止した状態から距離  $H$  だけ落下した状態へのポテンシャルエネルギーの変化量を示しなさい。
- 距離  $H$  だけ落下した状態でのヨーヨーの角速度を示しなさい。
- 角加速度を  $\alpha$ , 糸の張力を  $F$  として, 回転運動に関する運動方程式を示しなさい。
- ヨーヨーの重心  $G$  の並進運動について, 鉛直方向 ( $z$  方向) の運動方程式を, 糸の張力  $F$  を用いて, 示しなさい。

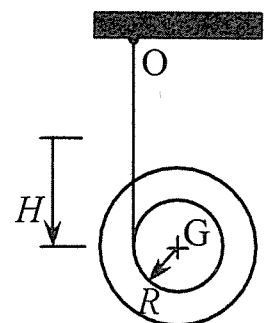


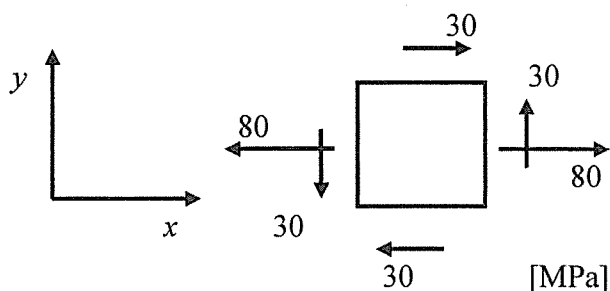
図 2

II 次の(1), (2)の問いについて答えよ。

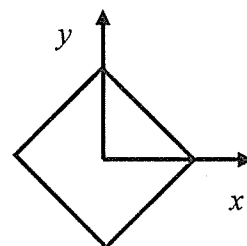
(1) 図3(i)に示す $\sigma_x = 80 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_y = 0 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{xy} = 30 \text{ MPa}$ の平面応力状態を考える。

(a) 主応力 $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ と最大せん断応力 $\tau_{\max}$ の値を求めよ。

(b)  $x$ 面と $y$ 面を, $xy$ 面に垂直な軸まわりに $\pi/4$ だけ回転させた面を, 図3(ii)のように解答用紙に描き, その四つの面に働く応力の向きと大きさを図3(i)にならって記入せよ。



(i)



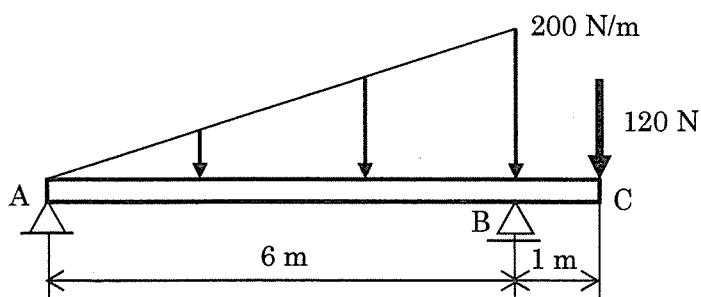
(ii)

図3

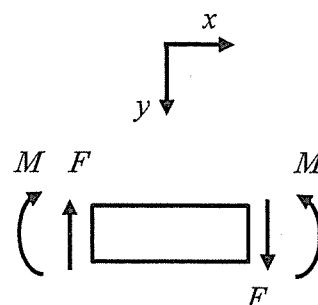
(2) 図4(i)に示す長さ7mの真直なはりACを考える。はりACは左端の点Aを回転支点で, 左端から6m離れた点Bを移動支点で支持され, 点Aで0, 点Bで200 N/mに直線的に変化する分布荷重と, 右端の点Cに120 Nの集中荷重が作用する。

(a) 支点A, Bに働く反力 $R_A$ ,  $R_B$ (上向き正)の値を求めよ。

(b) はりACのせん断力図(SFD), 曲げモーメント図(BMD)を描け。なお, 点A, B, Cでの値をそれらの図に記入せよ。ただし, 座標 $x, y$ , せん断力 $F$ , 曲げモーメント $M$ の正の向きは, 図4(ii)に示す向きとする。



(i)



(ii)

図4



問題 15 流体力学 設問すべてについて解答すること。

解答の注意：解答用紙について，設問Ⅰを表面，設問Ⅱを裏面に記入すること。また，各設問の小問について，たとえば (1)  $x=y+z$  のように，可能ならば最終的な解答に小問の番号と下線あるいはワクなどを付して明記すること。

Ⅰ 図Ⅰのように，直径  $2R$  の円筒容器の側面最下端部に，容器の半径方向に沿ってパイプ（長さ  $l$ ）が取り付けられている。パイプの先端には，バルブ付の円形ノズル（直径  $d$ ）がパイプの軸に対し上向き角度  $\alpha$  で取り付けられている。ここで，パイプの直径とノズルの長さは，パイプの長さや後述する液面の高さに比べ十分小さく，それらの大きさを考慮する必要はない。この容器に水を入れ，パイプ中の空気を追い出してからノズルのバルブを閉めて円筒容器のある高さまで水を入れた後，容器の鉛直な中心軸まわりに一定の角速度  $\omega$  で十分な時間回転させて定常状態とした。この状態では，回転軸上での液面の高さが  $z_0$  となり，水は容器から飛び出すことはなかった。設定する座標系には，図Ⅰのように容器底面部の中心を原点  $O$  とし，回転軸方向（鉛直）上向きに  $z$  座標，容器の半径方向に  $r$  座標，方位角（周）方向に  $\theta$  座標（ $\theta=0$  にパイプを設置）とする回転円筒座標系  $(r, \theta, z)$  を採用する。また， $z$  軸上の水面に位置する点  $A$  は  $r=0, z=z_0$ ，パイプと円筒容器の接続部に位置する点  $B$  は  $r=R, \theta=0, z=0$ ，パイプ先端の点  $C$  は  $r=R+l, \theta=0, z=0$  と表される。重力加速度と水の密度をそれぞれ  $g, \rho$  とし，圧力は全てゲージ圧として次の小問に答えよ。小問(1)～(3)はバルブを閉めたままの定常状態における問題であるが，小問(4)～(6)についてはバルブを開けたままにして，ノズルから水が噴出している定常状態における問題である。ただし，ノズルの直径  $d$  は円筒容器の半径  $R$  に対し十分小さく ( $d \ll R$ )，液面の降下は考えなくともよい。また，流体の運動において各種流動損失はないものとする。

- (1) 原点  $O$  における圧力  $p_0$  を問題文の中で与えられた記号を用いて示せ。
- (2) 点  $B$  における圧力  $p_B$  を  $g, z_0, \rho, R, \omega$  を用いて示せ。
- (3) 点  $C$  における圧力  $p_C$  を  $g, z_0, \rho, R, l, \omega$  を用いて示せ。
- (4) バルブが開いているときに，ノズルから噴出する水の速さ  $v_N$ （回転系における速度の大きさ）を  $g, z_0, R, l, \omega$  を用いて示せ。なお，角速度  $\omega$  で回転する回転座標系を用いれば，流れは定常流として扱うことができる。（回転場のエネルギー式の中では，遠心力の作用による単位質量あたりのエネルギーへの影響は， $-r^2\omega^2/2$  と表される。）
- (5) 噴出した水が到達する最大高さ  $h_{\max}$  を  $g, v_N, \alpha$  の記号を用いて示せ。
- (6) 円筒容器に十分大きな水平平板が  $z = h_{\max}/2$  の高さに取り付けられており，容器が回転するとこの板が容器の周りを回転する。角速度  $\omega$  で回転している場合，ノズルから噴出した水は全てその板の上に落下した。このとき，水は跳ね返ることなく板の上に広がったものとして，板が水から受ける下向きの力の大きさ  $F$  を  $g, z_0, \rho, d, R, l, \omega, \alpha$  を用いて示せ。ただし，水平平板上の水の重量は考えないものとする。

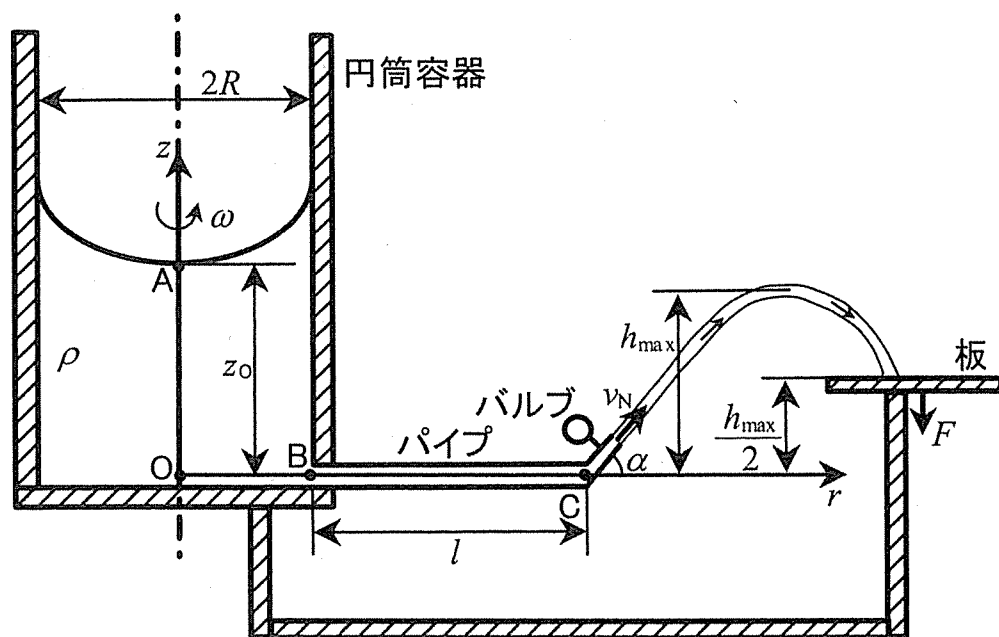


図 I

【次ページに続く】

## II 図Ⅱに示す V 字管内の液柱の振動問題を解く。

まず、必要となる非定常のベルヌーイの定理をオイラーの運動方程式から導出する。非粘性・非圧縮性（一様密度  $\rho$ ）の非定常な二次元流れに対するオイラーの運動方程式のベクトル表示は、次式の(A)で与えられる。ただし、時刻  $t$  における位置ベクトル  $\mathbf{r}$  の点 P での速度ベクトルを  $\mathbf{v}$ 、圧力（絶対圧とする）を  $p$ 、単位質量あたりの外力（重力などの保存力とする）のベクトル  $\mathbf{f}$  のポテンシャルを  $U$  とする（ $\mathbf{f} = -\nabla U$ ）。以下の小問（1）～（4）に答えよ。

$$\partial \mathbf{v} / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + \nabla p / \rho + \nabla U = \mathbf{0} \quad \text{----- (A)}$$

(1) デカルト座標系における式(A)の成分表示を記せ。ただし、 $\mathbf{r} = (x_1, x_2)$ ,  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$  とする。

(2) 時刻  $t$  において、点 P を通る流線に沿った座標を  $s$ 、P での流線の線要素ベクトルを  $d\mathbf{r}$  とし、P での流線の単位接線ベクトル  $\mathbf{T}$  を  $ds$  と  $d\mathbf{r}$  で表せ。また、 $\mathbf{T}$  を  $V$  と  $\mathbf{v}$  で表せ。ただし、 $ds = |d\mathbf{r}|$ ,  $V = |\mathbf{v}|$  とする。

(3)  $d\mathbf{r} = (dx_1, dx_2)$  として、 $V/ds$  を  $dx_1$  と  $v_1$  で表せ。また、 $V/ds$  を  $dx_2$  と  $v_2$  で表せ。

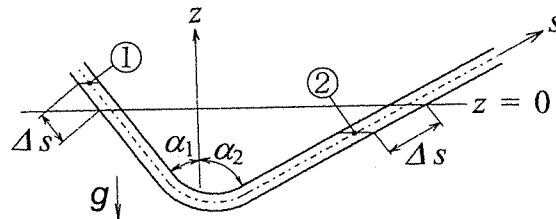
(4) 式(A)と  $d\mathbf{r}$  のスカラー積をとると、次式の(B)の非定常のベルヌーイの定理が導出される。

$$(\partial V / \partial t) ds + d(V^2/2) + dp/\rho + dU = 0 \quad \text{----- (B)}$$

ここで、式(B)の左辺の第2, 3項はそれぞれ式(A)の左辺の第2, 3項に由来し、

$$d(V^2/2) = (\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{r}, \quad dp/\rho = (\nabla p/\rho) \cdot d\mathbf{r} \quad \text{----- (C)}$$

の関係にある。式(C)の各右辺を成分表示することによって式(C)を証明せよ。



図Ⅱ

次に、図Ⅱの V 字管内の液柱（液面①と②の間の一様密度  $\rho$  の液体）の振動問題を解く。ただし、摩擦抵抗を無視し、重力加速度を  $g$  とする。管の左、右の腕は鉛直座標  $z$  の軸に対してそれぞれ  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  の角度をなし、管の両端は大気（圧力  $p_a$ ）に開放されている。液柱の流れは、管に沿って左腕から右腕に進む座標  $s$  に沿う一次元流れとみなせる。管の断面積  $A$  は  $s$  に沿って一定であり、 $s$  に沿った液柱の長さを  $L$  とする。初期条件として  $t=0$  で、液柱は、左、右の腕におけるそれぞれの液面①、②の鉛直座標の差を  $H$ （①が②より上）として、初速零で自由振動を開始する。時刻  $t$  において、図Ⅱに示すように液面①、②（それぞれ  $s=s_1$ ,  $s=s_2$  とする）が液面のつりあい位置（ $z=0$  で  $s_1=0$ ,  $s_2=L$  とする）から管に沿って  $\Delta s$  だけ離れているとき（ $s_1=-\Delta s$ ,  $s_2=L-\Delta s$ ），以下の小問（5）～（8）に答えよ。

- (5) 液面①, ②でのそれぞれの圧力  $p_1, p_2$ , 鉛直座標  $z_1, z_2$ , 重力によるポテンシャル  $U_1, U_2$  を求めよ。ただし,  $z_1, z_2, U_1, U_2$  については  $\Delta s$  を含む形で求め,  $z = 0$  でのポテンシャルは零とする。
- (6)  $s$  方向速度  $V = ds/dt$  は  $s$  に沿って一定である理由を記せ。また  $V$  を  $\Delta s$  を含む形で求めよ。
- (7)  $s$  方向加速度  $dV/dt$  ( $= DV/Dt$ ) は局所加速度  $\partial V/\partial t$  に等しい理由を記せ。また  $\partial V/\partial t$  を  $\Delta s$  を含む形で求めよ。
- (8) 式(B)を液面①から②まで積分して得られる微分方程式を示すとともに, この方程式の解  $\Delta s$  を与えられた初期条件を用いて求めよ。

**問題 16 熱力学** 設問すべてについて解答すること。

I 質量  $1\text{ [kg]}$  の理想気体 (比熱比  $\kappa$ , 気体定数  $R\text{ [J/(kg} \cdot \text{K)]}$ ) を作動流体とした二種類の閉じた系のサイクルについて考える。これらのサイクルは次のような可逆状態変化からなっている。これらのサイクルの  $p$ - $V$  線図を図 1 に示す。(ここでは「サイクル A」もしくは「サイクル B」と称する。)

サイクル A は次のような可逆状態変化で構成されている。

状態 A1 → 状態 A2 : 温度  $T_{A1}\text{ [K]}$ , 圧力  $p_{A1}\text{ [Pa]}$ , 体積  $V_{A1}\text{ [m}^3\text{]}$  である状態 A1 から断熱圧縮することで温度  $T_{A2}\text{ [K]}$ , 圧力  $p_{A2}\text{ [Pa]}$ , 体積  $V_{A2}\text{ [m}^3\text{]}$  である状態 A2 に到達する。

状態 A2 → 状態 A3 : 状態 A2 から圧力  $p_{A2}\text{ [Pa]}$  のままで等圧加熱することで, 温度  $T_{A3}\text{ [K]}$ , 圧力  $p_{A3}\text{ [Pa]}$ , 体積  $V_{A3}\text{ [m}^3\text{]}$  である状態 A3 に到達する。この可逆状態変化で系は熱量  $Q_{HA}\text{ [J]}$  を受け取る。

状態 A3 → 状態 A4 : 状態 A3 から断熱膨張することで, 温度  $T_{A4}\text{ [K]}$ , 圧力  $p_{A4}\text{ [Pa]}$ , 体積  $V_{A4}\text{ [m}^3\text{]}$  である状態 A4 に到達する。

状態 A4 → 状態 A1 : 状態 A4 から圧力  $p_{A4}\text{ [Pa]}$  のままで等圧冷却することで, 状態 A1 に戻る。この可逆状態変化で系は熱量  $Q_{LA}\text{ [J]}$  を捨てる。

ここでは, 圧力  $p_{A2}\text{ [Pa]}$  と圧力  $p_{A1}\text{ [Pa]}$  との比  $\frac{p_{A2}}{p_{A1}}$  を  $X$  とし, 体積  $V_{A1}\text{ [m}^3\text{]}$  と体積  $V_{A2}\text{ [m}^3\text{]}$  と

の比  $\frac{V_{A1}}{V_{A2}}$  を  $Y$  とし, 体積  $V_{A3}\text{ [m}^3\text{]}$  と体積  $V_{A2}\text{ [m}^3\text{]}$  との比  $\frac{V_{A3}}{V_{A2}}$  を  $Z$  とする。

サイクル B は次のような可逆状態変化で構成されている。

状態 B1 → 状態 B2 : 温度  $T_{B1}\text{ [K]}$ , 圧力  $p_{B1}\text{ [Pa]}$ , 体積  $V_{B1}\text{ [m}^3\text{]}$  である状態 B1 から等温圧縮することで温度  $T_{B2}\text{ [K]}$ , 圧力  $p_{B2}\text{ [Pa]}$ , 体積  $V_{B2}\text{ [m}^3\text{]}$  である状態 B2 に到達する。状態 B1 と状態 A1 の温度, 圧力, 体積はいずれも等しい。状態 B2 の圧力は状態 A2 と等しい。この可逆状態変化で系は熱量  $Q_{B1-B2}\text{ [J]}$  を捨てる。

状態 B2 → 状態 B3 : 状態 B2 から圧力  $p_{B2}\text{ [Pa]}$  のままで等圧加熱することで, 温度  $T_{B3}\text{ [K]}$ , 圧力  $p_{B3}\text{ [Pa]}$ , 体積  $V_{B3}\text{ [m}^3\text{]}$  である状態 B3 に到達する。この可逆状態変化で系は熱量  $Q_{HB}\text{ [J]}$  を受け取る。

状態 B3 → 状態 B4 : 状態 B3 から等温膨張することで, 温度  $T_{B4}\text{ [K]}$ , 圧力  $p_{B4}\text{ [Pa]}$ , 体積  $V_{B4}\text{ [m}^3\text{]}$  である状態 B4 に到達する。状態 B4 の温度, 圧力, 体積はいずれも状態 A4 と等しい。この可逆状態変化で系は熱量  $Q_{B3-B4}\text{ [J]}$  を受け取る。

状態 B4 → 状態 B1 : 状態 B4 から等圧冷却することで状態 B1 に戻る。この可逆状態変化で系は熱量  $Q_{LB}\text{ [J]}$  を捨てる。

ただし, 状態 B4 から状態 B1 に至るまでに捨てられる熱量  $Q_{LB}\text{ [J]}$  を完全に再生して状態 B2 か

ら状態 B3 に至るまでに与えられる熱量  $Q_{HB}$  [J] としている。すなわち、熱量  $Q_{LB}$  [J] と熱量  $Q_{HB}$  [J] とは等しい。

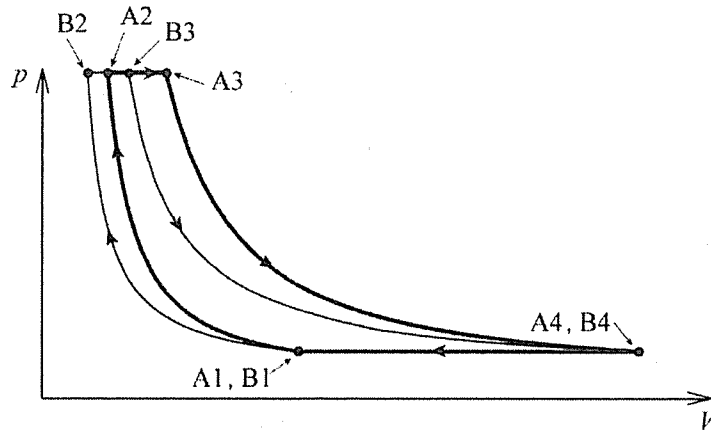


図 1

- (1) 図 1 に示した  $p$ - $V$  線図のように、サイクル A の状態 A1, 状態 A2, 状態 A3, 状態 A4 の位置を明示した温度とエントロピーの線図 ( $T$ - $S$  線図) とサイクル B の状態 B1, 状態 B2, 状態 B3, 状態 B4 の位置を明示した  $T$ - $S$  線図を重ねて示せ。
- (2) 温度  $T_{A2}$  [K] と温度  $T_{A1}$  [K] の比  $\frac{T_{A2}}{T_{A1}}$  を  $\kappa$ ,  $X$  のすべてを用いて表せ。
- (3)  $\frac{T_{A3}-T_{A2}}{T_{A4}-T_{A1}}$  を  $Y$ ,  $\kappa$  のすべてを用いて表せ。
- (4) サイクル A の熱効率  $\eta_A$  を  $Y$ ,  $\kappa$  のすべてを用いて表せ。
- (5) 状態 A3 の内部エネルギー  $U_{A3}$  [J] と状態 A2 の内部エネルギー  $U_{A2}$  [J] との差  $\Delta U (= U_{A3} - U_{A2})$  [J] を  $Q_{HA}$ ,  $\kappa$  のすべてを用いて表せ。
- (6) 状態 A3 から状態 A4 の間に理想気体がした仕事  $W_{A3-A4}$  [J] を  $\kappa$ ,  $R$ ,  $X$ ,  $Z$ ,  $T_{A1}$  のすべてを用いて表せ。
- (7) 熱量  $Q_{HA}$  [J] と熱量  $Q_{LA}$  [J] の差  $Q_{HA} - Q_{LA}$  を  $\kappa$ ,  $R$ ,  $X$ ,  $T_{A1}$ ,  $T_{A3}$  のすべてを用いて表せ。
- (8) 熱量  $Q_{HA}$  [J] と熱量  $Q_{LA}$  [J] の差  $Q_{HA} - Q_{LA}$  を最大にする圧力  $p_{A2}$  [Pa] と圧力  $p_{A1}$  [Pa] の比  $X$  を  $\kappa$ ,  $T_{A1}$ ,  $T_{A3}$  のすべてを用いて表せ。
- (9) 体積  $V_{B3}$  [m<sup>3</sup>] と体積  $V_{B1}$  [m<sup>3</sup>] の比  $\frac{V_{B3}}{V_{B1}}$  を  $X$ ,  $Z$  のすべてを用いて表せ。
- (10) 温度  $T_{B3}$  [K] と温度  $T_{B1}$  [K] の比  $\frac{T_{B3}}{T_{B1}}$  を  $Z$  を用いて表せ。
- (11) 状態 B3 から状態 B4 の間に理想気体がした仕事  $W_{B3-B4}$  [J] を  $\kappa$ ,  $R$ ,  $Z$ ,  $Y$ ,  $T_{A1}$  のすべてを用いて表せ。

【次ページに続く】

(12) 熱量  $Q_{B3-B4}$  [J] を  $\kappa$ ,  $R$ ,  $Z$ ,  $Y$ ,  $T_{A1}$  のすべてを用いて表せ。

(13) サイクル B の熱効率  $\eta_B$  を  $T_{A1}$ ,  $T_{A4}$  のすべてを用いて表せ。

(14) 状態 A3 のエントロピー  $S_{A3}$  [J/K] と状態 B3 のエントロピー  $S_{B3}$  [J/K] との差

$\Delta S (= S_{A3} - S_{B3})$  [J/K] を  $R$ ,  $X$  のすべてを用いて表せ。

(15) サイクル A での入熱量である熱量  $Q_{HA}$  [J] とサイクル B での熱量  $Q_{HB}$  [J] の比  $\frac{Q_{HA}}{Q_{HB}}$  を  $\kappa$ ,  $X$  のすべてを用いて表せ。

II  $p$ - $v$  線図における断熱線の傾きと等温線の傾きについて考える。ここでは圧力を  $p$  [Pa], 温度を  $T$  [K], 比体積を  $v$  [m<sup>3</sup>/kg], 比内部エネルギーを  $u$  [J/kg], 比エンタルピーを  $h$  [J/kg], 比エントロピーを  $s$  [J/(kg · K)], 定圧比熱を  $c_p$  [J/(kg · K)], 定積比熱を  $c_v$  [J/(kg · K)], 単位質量あたりの熱量を  $q$  [J/kg] とする。以下の文章の空欄 ㉠ から ㉣ に, 適切な物理量を入れよ。ただし, 解答は  $T$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $u$ ,  $h$ ,  $s$ ,  $q$  から必要なものを用い, どの空欄に対する解答であるか判るようにすること。

熱力学の第一法則の式に熱力学の第二法則の式を用いると,

$$du = \text{㉠} d\text{㉡} - \text{㉢} d\text{㉣} \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$$d\text{㉤} = \text{㉠} d\text{㉡} + \text{㉣} dp \quad \cdots \cdots \text{②}$$

となり, 式①と式②のそれぞれから

$$\text{㉢} = \left( \frac{\partial u}{\partial \text{㉣}} \right)_{\text{㉡}} = \left( \frac{\partial \text{㉤}}{\partial \text{㉣}} \right)_p \quad \cdots \cdots \text{③}$$

が得られる。定圧比熱  $c_p$  は

$$c_p = \left( \frac{\partial q}{\partial T} \right)_p = \left( \frac{\partial \text{㉤}}{\partial T} \right)_p = \left( \frac{\partial \text{㉤}}{\partial \text{㉡}} \right)_p \left( \frac{\partial \text{㉡}}{\partial T} \right)_p \quad \cdots \cdots \text{④}$$

式④に式③を用いると,

$$c_p = \text{㉠} \left( \frac{\partial \text{㉡}}{\partial T} \right)_p \quad \cdots \cdots \text{⑤}$$

同様に定積比熱  $c_v$  は

$$c_v = \text{㉠} \left( \frac{\partial \text{㉡}}{\partial T} \right)_v \quad \cdots \cdots \text{⑥}$$

式⑤と式⑥とから比熱比  $\kappa$  は

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_p}{\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v} = \frac{-\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_s \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_T}{-\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_s \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_T} = \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s}{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T} \dots\dots\dots ⑦$$

式⑦は  $p$ - $v$  線図上での断熱線の傾きである  $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s$  と等温線の傾きである  $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T$  との比  $\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s}{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T}$  が比

熱比  $\kappa$  の値に等しいことを示している。



**問題 17 生産加工** 設問すべてについて解答すること。

I 次の(1)～(5)の問いについて答えよ。

- (1) 図1は、Pb-Sn系平衡状態図の模式図を示している。図中のL、 $\alpha$ および $\beta$ は、それぞれ液相、 $\alpha$ 相および $\beta$ 相を示す。Pb-40mass%Sn合金を350℃からゆっくりと冷却したときの組織変化を、図を描き、かつ文章で答えなさい。
- (2) 共晶組成を有するPb-Sn合金を350℃からゆっくりと冷却した。共晶温度直下における $\alpha$ 相と $\beta$ 相の質量比を算出しなさい。
- (3) Pb-Sn合金の共晶組織が層状組織となる理由を、原子の拡散の観点から答えなさい。
- (4) 共析鋼をオーステナイト相単相の温度域から焼入れた。その熱処理によって得られる共析鋼の微細組織名を答えなさい。さらに、その強度および延性の特徴についても答えなさい。
- (5) 前問(4)の熱処理で得られた共析鋼に対して焼戻し処理を施す。低温焼戻し処理(150℃程度)あるいは高温焼戻し処理(600℃程度)を施す場合、共析鋼の微細組織および強度・延性はどのように変化するであろうか？それぞれの焼戻し処理で得られる共析鋼の微細組織および強度・延性の変化について答えなさい。

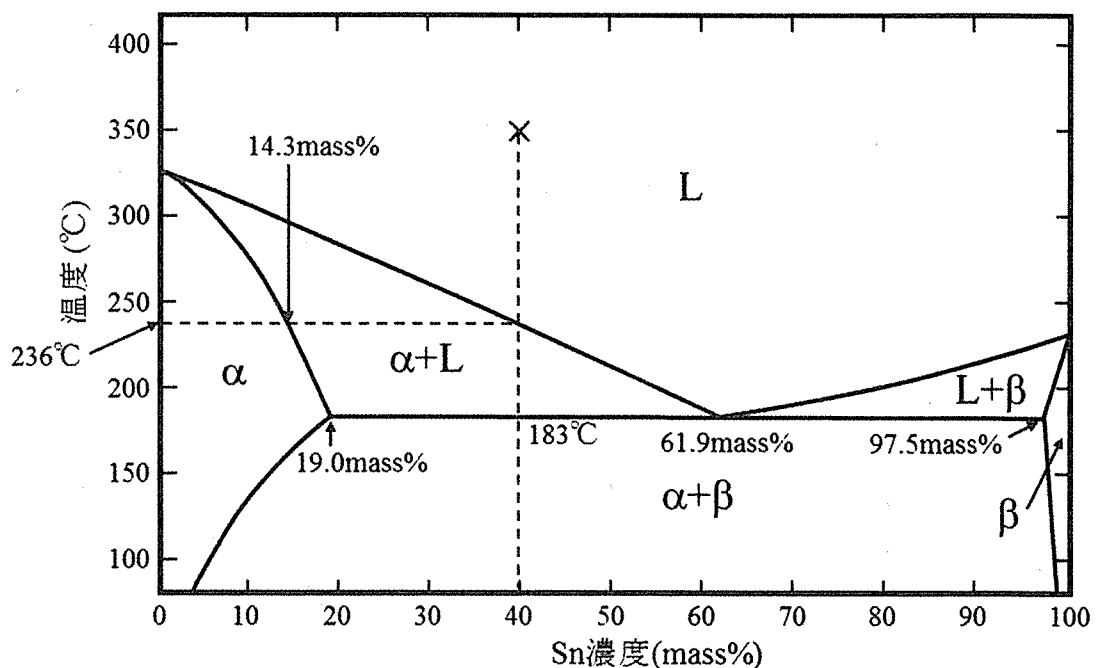
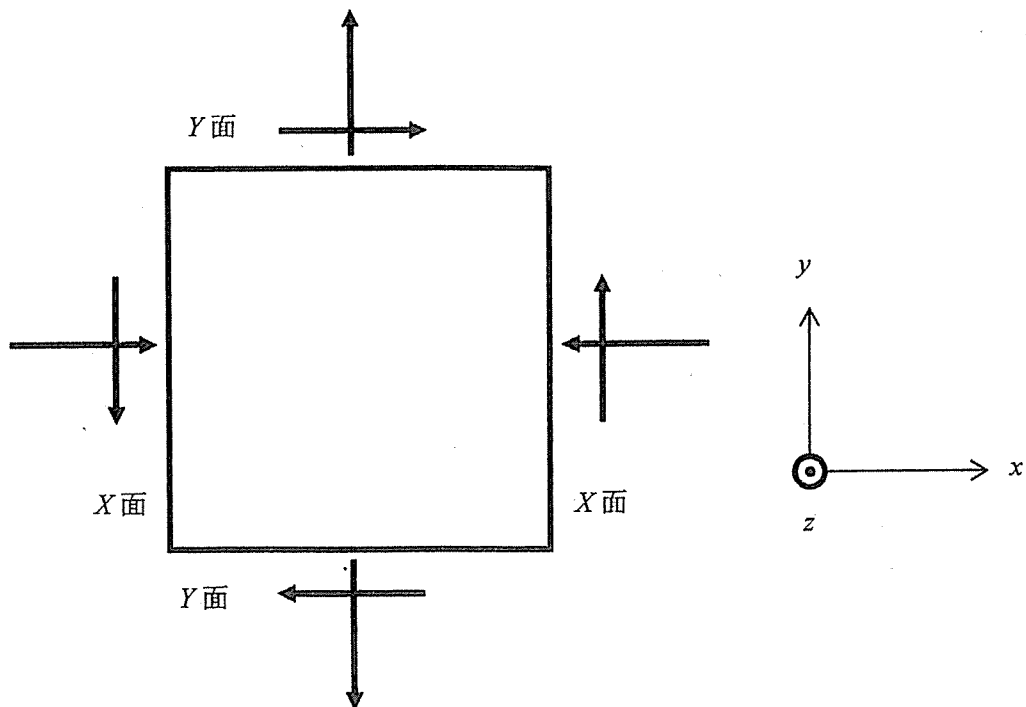


図1 Pb-Sn系平衡状態図の模式図

## II

塑性曲線が  $\sigma = 300 + 150 \bar{\epsilon}^{0.5}$  [MPa] の剛塑性体から一辺 10 mm の立方体を切り出した。ここで、 $\sigma$  は降伏応力、 $\bar{\epsilon}$  は相当ひずみである。この立方体の  $X$  面、 $Y$  面、 $Z$  面の各面の法線を  $x, y, z$  とする。さて、その立方体の  $z$  方向には荷重を全く作用させないが、 $x$  軸方向に 6 kN の圧縮荷重とせん断荷重を加えたところ、材料内部の  $x$  軸を法線に持つ  $X$  面上には図のような圧縮応力とせん断応力が生じた。同時に  $y$  軸方向に 12 kN の引張荷重を加えたところ、材料内部の  $y$  軸を法線に持つ  $Y$  面上には引張応力が生じ、また  $X$  面の  $y$  方向せん断応力と共役なせん断応力も生じて、均一な塑性変形を開始した。Tresca の降伏条件が成り立つものとして、次の (1) ~ (6) の問について答えよ。

- (1) この材料を引張試験して、最初に塑性変形を開始する時の降伏応力  $\sigma_0$  とせん断降伏応力  $k_0$  は何 MPa になるか答えよ。
- (2) 上記のような荷重が作用した時、この材料内部に生じている応力状態をモールの応力円で示し、 $X$  面、 $Y$  面、 $Z$  面の各面に作用する応力状態を示す位置も記入せよ。
- (3) 最大主応力、中間主応力、最小主応力の値は何 MPa になるか。
- (4) 下の図に、直交する最大せん断応力面を書き込み、その面上にせん断応力の方向も書き込め。
- (5) この塑性変形が開始した瞬間のひずみ増分成分の比  $d\epsilon_x : d\epsilon_y : d\epsilon_z : d\epsilon_{xy} : d\epsilon_{yz} : d\epsilon_{zx}$  を求めよ。
- (6) 応力比が一定でさらに大きな相当応力が生じるようにしたら、塑性変形が進み、相当ひずみが 1 に達した。この変形に必要な平均変形抵抗を求めよ。

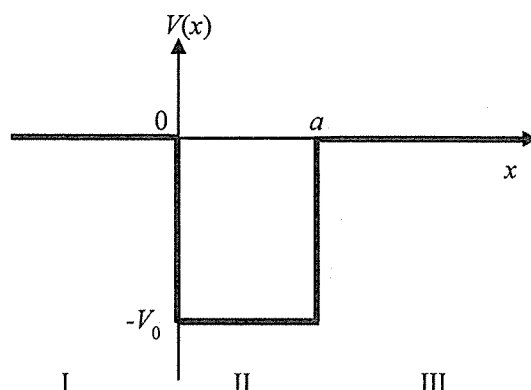


問題 18 量子力学 設問すべてについて解答すること。

I 1次元井戸型ポテンシャルにおける粒子の散乱について考える。

質量  $m$  の粒子が、図に示すようなポテンシャル  $V(x)$  に  $x < 0$  の領域からエネルギー  $E$  で入射した。

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 & \text{領域 I} \\ -V_0, & 0 < x \leq a & \text{領域 II} \\ 0, & a < x & \text{領域 III} \end{cases}$$



ここで  $x$  は1次元空間の座標であり、 $a$  および  $V_0$  は正の定数である。プランク定数を  $h$ 、また  $\hbar = h/(2\pi)$  とする。

以下の (1) ~ (5) の問いについて答えよ。

(1) 領域 I, II, III での波動関数を  $\phi_I(x)$ ,  $\phi_{II}(x)$ ,  $\phi_{III}(x)$  とする。それぞれの領域で、粒子のシュレーディンガー方程式を書け。解答には記号  $V(x)$  をそのまま用いてはいけない。

(2)  $x < 0$  の領域からエネルギー  $E$  ( $E > 0$ ) の粒子が入射するとき、波動関数  $\phi_I(x)$ ,  $\phi_{II}(x)$ ,  $\phi_{III}(x)$  は、以下のように書くことができる。

$$\phi_I(x) = e^{ikx} + Ae^{-ikx},$$

$$\phi_{II}(x) = Be^{iqx} + Ce^{-iqx},$$

$$\phi_{III}(x) = De^{ikx},$$

式中の正の定数 (波数)  $k$  と  $q$  を求めよ。ただし、 $A, B, C, D$  は定数である。

(3) 波動関数とその微分の連続条件  $\phi_I(0) = \phi_{II}(0)$ ,  $\phi'_I(0) = \phi'_{II}(0)$ ,  $\phi_{II}(a) = \phi_{III}(a)$ ,  $\phi'_{II}(a) = \phi'_{III}(a)$  より、 $A, B, C, D$  の関係式 (連立方程式) を求めよ。解答には  $k$  および  $q$  を用いよ。

ただし、 $\phi'_I(0), \phi'_{II}(0)$  は、それぞれ、 $\phi_I(x), \phi_{II}(x)$  の  $x=0$  での微分を、 $\phi'_{II}(a), \phi'_{III}(a)$  は、それぞれ、 $\phi_{II}(x), \phi_{III}(x)$  の  $x=a$  での微分を意味する。

(4) 設問 (3) で  $aq = \pi$  として、連立方程式を解いて、複素数  $A$  と  $D$  を求めよ。

必要があれば、 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$  を用いて良い。

(5)  $aq = \pi$  としたときの粒子の反射率  $R$  と透過率  $T$  を求めよ。

II 以下の (1) ~ (7) の問いについて答えよ。

- (1) 質量  $m$  の粒子が、力を受けず、ポテンシャルエネルギーが零で、1次元空間 ( $x$  軸) 上を運動するとき、時間を  $t$  として、波動関数  $\psi(x, t)$  が満たす時間に依存するシュレーディンガー方程式を書け。ただし、プランク定数  $h$  ではなく、それを  $2\pi$  でわった  $\hbar$  (エイチバー) を使え。

- (2) 波動関数  $\psi(x, t)$  のフーリエ変換  $\tilde{\psi}(k, t)$  を

$$\tilde{\psi}(k, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ikx} \psi(x, t) dx$$

で定義する。時刻  $t=0$  における波束の規格化された波動関数  $\psi(x, 0)$  が、

$$\psi(x, 0) = \left(\frac{b}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{b}{2}x^2\right) \exp(ik_0x)$$

( $b$  は正の定数,  $k_0$  は実定数) であるとき、そのフーリエ変換  $\tilde{\psi}(k, 0)$  を求めよ。ただし、任意の複素数  $\beta$  と正の数  $a$  に対して

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ay^2 + \beta y} dy = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{\beta^2}{4a}\right) \quad \text{①}$$

が成り立つ。

- (3) 問 (1) の答えより、フーリエ変換  $\tilde{\psi}(k, t)$  が満たすべき微分方程式を導け。

- (4) 問 (3) の方程式を解いて、 $\tilde{\psi}(k, t)$  を  $\tilde{\psi}(k, 0)$  を使って表せ。(ただし、 $t > 0$  とする。)

- (5)  $\tilde{\psi}(k, t)$  をフーリエ逆変換して、 $\psi(x, t)$  を計算し、これを使って、時刻  $t$  における粒子の存在確率密度  $\psi^*(x, t)\psi(x, t)$  を求め、 $t$  の関数として表せ。ただし、 $\psi^*(x, t)$  は  $\psi(x, t)$  の複素共役を表す。問 (2) の式①は、実部が正の複素数  $a$  についても成り立つとしてよい。また、 $\alpha$  を零でない任意の複素数とすると、

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^*} = \frac{\alpha + \alpha^*}{\alpha\alpha^*}$$

が成り立つ。

- (6) 粒子の運動量  $p$  と、その2乗  $p^2$  の期待値を、それぞれ  $\langle p \rangle$  と  $\langle p^2 \rangle$  と書くとき、

$$\Delta p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2} \text{ を求めよ。ただし、任意の正の数 } a \text{ に対して}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} y^2 e^{-ay^2} dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2a\sqrt{a}}$$

が成り立つ。問 (4) で求めた  $\tilde{\psi}(k, t)$  の結果を使って計算しても良い。

- (7) 時刻  $t$  における粒子の座標  $x$  と、その2乗  $x^2$  の期待値を、それぞれ  $\langle x \rangle$  と  $\langle x^2 \rangle$  と書くとき、

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \text{ を計算し、} (\Delta x) \cdot (\Delta p) \text{ を求めよ。}$$

**問題 19 電子物性・固体物性** 設問すべてについて解答すること。

幅  $w$ 、厚さ  $d$  の板状の半導体試料の  $y$  方向に電流  $I$  を流した (図 1)。電流は試料を一様に流れ、このとき距離  $L$  だけ離れた端子①、②間の電圧は  $V$  であった。この試料のキャリアは電荷  $q$  を持つ 1 種類と考えてよく、そのキャリア密度は  $N$  である。次の (1) ~ (8) の問いに答えよ。

- (1) 試料中の電流密度および電界の大きさを求めよ。
- (2) 試料の抵抗率を求めよ。
- (3) キャリアのドリフト速度を求めよ。

図 1 の試料の  $z$  方向 (試料を下から上に垂直に貫く方向) に一様な磁界  $B$  を加えた。このとき、試料の抵抗率は変化せず、電流  $I$  は  $y$  方向に一様に流れている。

- (4) ドリフトにより、1 個のキャリアに生じるローレンツ力の大きさと向きを答えよ。
- (5) 電流に垂直な向きの電界から、1 個のキャリアが受ける力の大きさと向きを答えよ。
- (6) 端子③に電圧計のマイナス端子を、端子④に電圧計のプラス端子をつなぎ、 $x$  方向の電圧を測定した。測定値  $V_H$  を求めよ。

半導体試料を次の [ア]、[イ]、[ウ] に変更した。ただし、 $N_D > N_A$  であり、不純物から生じるキャリアは真性キャリアよりも十分多い。

[ア] ドナーのみを含む (ドナー密度  $N_D$ )

[イ] アクセプタのみを含む (アクセプタ密度  $N_A$ )

[ウ] ドナーとアクセプタを両方含む (ドナー密度  $N_D$ 、アクセプタ密度  $N_A$ )。

- (7) それぞれの試料に対して  $V_H$  と  $B$  の関係を求める実験をした。実験した温度ではドナーおよびアクセプタは全てイオン化していた。図 2 の (1) ~ (4) から試料 [ア]、[イ]、[ウ] の測定データとして適当なものを選択し、記号で答えよ。また、そのように選択した理由を簡潔に述べよ。
- (8) 試料 [イ] を用いて、不純物のイオン化領域と出払い領域における  $V_H$  の温度変化を測定した。解答用紙に、 $V_H$  と  $T$  の関係を表したグラフの概形を記せ。

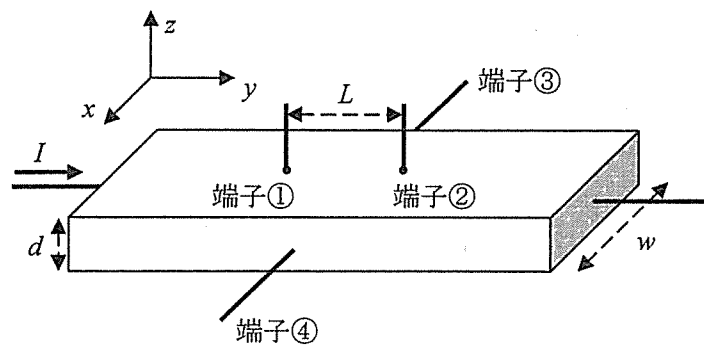


图 1

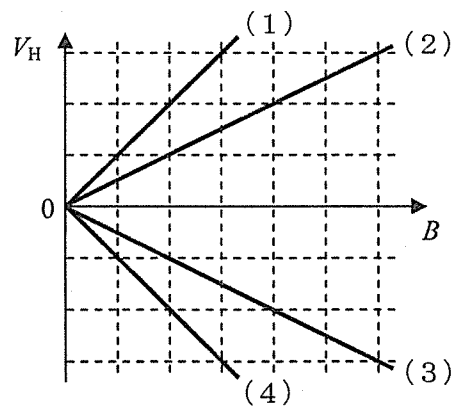


图 2

**問題 20 計算機基礎** 設問すべてについて解答すること。

I 次の(1)～(3)の問いについて答えよ。

- (1) 10進数の3.15625を2進数, 8進数, 16進数で表せ。
- (2) 以下の $A, B$ は, ある二つの実数それぞれを, IEEE754 規格の単精度浮動小数点表現(IEEE754 単精度)のビット列で表記したものである。このとき,  $A$ と $B$ が表す二つの実数の加算結果を IEEE754 単精度のビット列で表せ。また, そのビット列を 32 ビット符号無 2 進数とみなして, 16 進数に変換して表せ。ただし, IEEE754 単精度のフォーマットは,  $(-1)^s \times 1.f \times 2^{e-127}$ であり, ビット列の左から 1 ビットが符号部 $s$ , 次の 8 ビットが指数部 $e$ , 残り 23 ビットが仮数部 $f$ を表す。

$A = 0100\ 0000\ 1011\ 0010\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000$

$B = 0100\ 0001\ 1111\ 1001\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000$

- (3) 10進数の0.1を IEEE754 単精度で表したとき, これには誤差が生じる。この誤差を以下の A)～E)の手順に従って近似的に求めるものとする。
- A) 0.1を 8 進数によって表現せよ。ただし, 循環小数が生じる場合はその旨を示すこと。
- B) 上記 A)で求めた値を 2 進数によって表現せよ。ただし, 循環小数が生じる場合はその旨を示すこと。
- C) 上記 B)で求めた値を IEEE754 単精度のビット列で表せ。また, そのビット列を 32 ビット符号無 2 進数とみなし, 16 進数に変換して表せ。
- D) 上記 C)で求めた IEEE754 単精度のビット列で表される値を, 10 進数で表せ。ただし,  $3 \times 8^{-3} + 1 \times 8^{-4} + 4 \times 8^{-5} + 6 \times 8^{-6} + 3 \times 8^{-7} + 1 \times 8^{-8} + 4 \times 8^{-9} \approx 0.006249994$  を用いよ。
- E) 上記 D)で求めた値と0.1の差の絶対値を,  $a \times 10^b$ と表したとき,  $a, b$ それぞれを示せ。ただし,  $a, b$ は 10 進数 1 桁で表すこと。

II 次の文章を読み, 問いについて答えよ。

図 1 に示す回路を 2to1 セレクタと呼び, この回路は二つの入力 $I_1, I_0$ に対し, 選択入力信号 $S$ の値が 1 ならば $I_1$ を, 0 ならば $I_0$ を選択して, 選択した入力の値を出力 $Q$ として取り出す。この 2to1 セレクタを用いて, 四つの入力 $A_3, A_2, A_1, A_0$ のうち一つを, 二つの選択入力信号 $S_1, S_0$ によって出力として取り出す論理回路を構成し図示せよ。ただし, 2to1 セレクタ及び他の論理ゲートの使用総数は少ないほど良い。

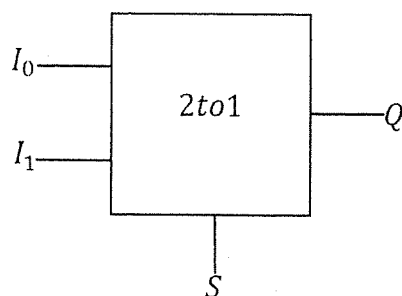


図 1 2to1 セレクタ

Ⅲ 次の(1), (2)の問いについて答えよ。

- (1) 図2に示す回路は3入力2出力の回路 $X$ であり、三つの入力 $A, B, C$ にはスイッチが接続されており、どれか一つのみが押下できるものとする。このとき、出力 $P, Q$ は、表1に示すような出力をする。 $P, Q$ を $A, B, C$ を用いて最も簡単化された論理式で表せ。

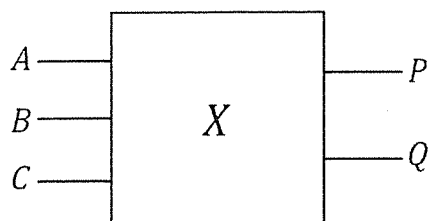


図2 回路 $X$

表1 回路 $X$ の入出力関係

入力	$P$	$Q$
$A, B, C$ どれも押下されていない	0	0
$A$ のスイッチが押下	0	1
$B$ のスイッチが押下	1	0
$C$ のスイッチが押下	1	1

- (2) 図2の回路 $X$ を二個( $X_1, X_2$ と呼ぶ)使用して、図3に示す回路を構成する。回路 $W$ は、4入力2出力の回路であり、回路 $X_1$ と回路 $X_2$ の出力 $P_1, Q_1, P_2, Q_2$ が入力となり、 $Z_1$ と $Z_2$ を出力する。図3の回路は、二人のプレイヤーが対戦する「じゃんけん」を模しており、 $A_i$ が「石」、 $B_i$ が「はさみ」、 $C_i$ が「紙」を表す( $i = 1, 2$ )。プレイヤー1は回路 $X_1$ を、プレイヤー2は回路 $X_2$ を扱う。各プレイヤーは、「石」「はさみ」「紙」のいずれか一つのスイッチのみを押下する。勝敗は、表2に示すように判定する。ただし、一方のプレイヤーがスイッチを押下し、他方がスイッチを押下していない場合は、 $Z_1, Z_2$ を $don't\ care$ として扱う。 $Z_2$ を $P_1, Q_1, P_2, Q_2$ を用いた積和標準形(加法標準形)の論理式で表せ。なお、論理式はできるだけ簡単化し、簡単化にはカルノー図を用いること。

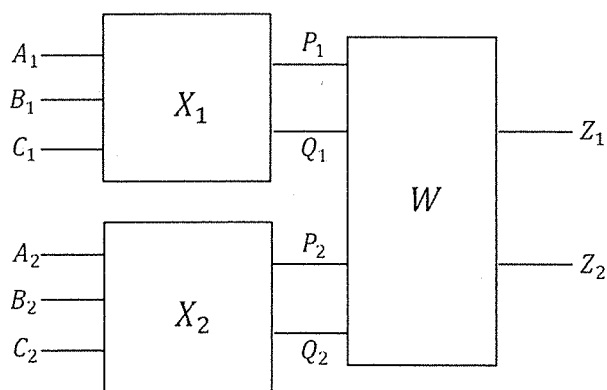


図3 「じゃんけん」を模した回路

表2 勝敗判定

勝敗	$Z_1$	$Z_2$
プレイヤー1の勝利	1	0
プレイヤー2の勝利	0	1
あいこ	1	1
二人とも押下していない	0	0