専門科目（午前）

16　大修

時間　9：30 ～ 11：00

電気電子工学
電子物理工学

注　意　事　項

1. 次の3つの問題分野（I～III）の中から2つの問題分野を選択して解答せよ。
   - I.　電気数学
   - II.　電気回路
   - III.　電気磁気学

   ただし，3つ以上の問題分野を選択した場合はすべて無効とする。

2. 解答は問題ごとに指定されている答案用紙に記入せよ。

3. その際，選択した問題分野の答案用紙には，「問題分野選択」欄に「○」印を記せ。

4. 選択の有無にかかわらず，すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。

5. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。

（次ページに続く）

1. 微分方程式は，ラプラス変換を用いて解くことができる。次の問題を読み，1)から 7)の問に答えよ。

関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ あるいは $L\{f(t)\}$ は，

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} \exp(-st) f(t) dt$$

によって定義される。以下，$t_0 > 0$ として問題に答えよ。

1)　以下の関数のラプラス変換を求めよ。

a)　$f(t) = \begin{cases} 1, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$

b)　$f(t) = \begin{cases} 1, t \geq t_0 \\ 0, t < t_0 \end{cases}$

c)　$f(t) = \begin{cases} \sin\{\omega(t - t_0)\}, t \geq t_0 \\ 0, t < t_0 \end{cases}$

2)　以下の問に答えよ。

a)　導関数 $\dfrac{df(t)}{dt}$ のラプラス変換が，$sF(s) - f(0)$ と表されることを示せ。

b)　関数 $f(t - t_0)$ のラプラス変換を，$F(s)$ を用いて表せ。

ただし，$t < 0$ の時 $f(t) = 0$ とする。

c)　デルタ関数 $\delta(t - t_0)$ のラプラス変換を求めよ。

ただし，デルタ関数は任意の関数 $g(t)$ に対して，

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) g(t) dt = g(t_0)$$

の性質を持つものとして定義される。

問　題　分　野
I. 電気数学

【I.電気数学】
（前ページからの続き）

直線上を運動する質量mの質点に，時刻$t=t_0$で直線にそって瞬間的な力$P\delta(t-t_0)$が加わったときの運動は，質点の速度を$v(t)$とすると，つぎの微分方程式で記述される。

$$m\frac{d}{dt}v(t)=P\delta(t-t_0)$$

3) 両辺をラプラス変換し，$v(t)$のラプラス変換$V(s)$の式を導け。ただし，$t=0$における速度を$v(0)$とする。

4) $v(0)=0$の条件のもと，3)で導いた$V(s)$を逆ラプラス変換して，$t\geq 0$のときの質点の速度$v(t)$を求めよ。

つぎに，他端を固定したバネにつながれた質点の 1 次元運動を考える。時刻$t=t_0$に質点に瞬間的な力$P\delta(t-t_0)$が加わったときの運動は，質点の位置を$x(t)$とすると，つぎの微分方程式で記述される。

$$m\frac{d^2}{dt^2}x(t)=P\delta(t-t_0)-k\,x(t)$$

ただし，質点の質量をm，バネ定数をkとする。また，$t=0$でバネは自然の長さにあり，そのとき$x(0)=0$とする。

5) 両辺をラプラス変換し，$x(t)$のラプラス変換$X(s)$の式を導け。ただし，$t=0$における速度を$v(0)$とおき，$\dfrac{k}{m}$をω_0^2とせよ。

6) $v(0)=0$の条件のもと，5)で導いた$X(s)$を逆ラプラス変換して，$t\geq 0$のときの質点の位置$x(t)$を求めよ。

7) $t\geq 0$に対する質点の速度について議論せよ。

問題分野
II. 電気回路

1. 電気回路について，以下の問に答えよ。

1) R [Ω]の抵抗を用いて図 II.1.1 のような立体回路を構成した。以下の問に答えよ。

a) a-b 間の合成抵抗を求めよ。

b) a-b 間に電源を接続したときの独立な閉路の数を求めよ。

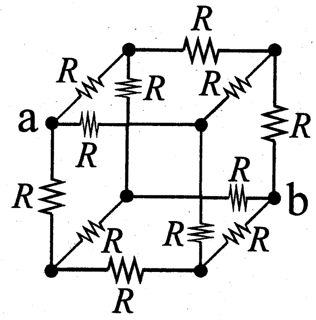

図 II.1.1

2) 図 II.1.2 は R [Ω]の抵抗と V [V]の理想電圧源を用いて構成した回路である。以下の問に答えよ。

a) a-b 間に発生する電圧を求めよ。

b) 矢印に示す c-d 間の抵抗の値が R から $R+\Delta R$ に増加したときの a-b 間の電圧の変化量を補償定理を用いて求めよ。

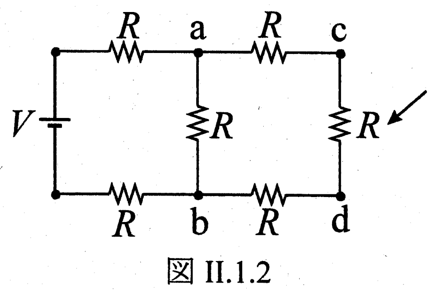

図 II.1.2

3) 図 II.1.3 のように R [Ω]の抵抗を無限につないだときの端子対 a-b から見込んだ入力抵抗を求めよ。

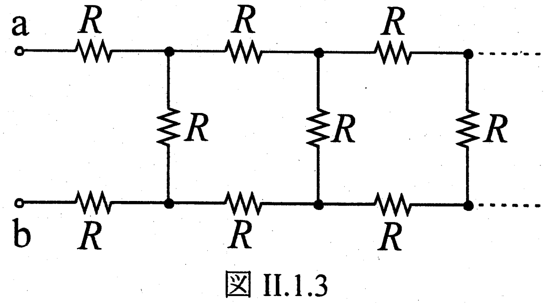

図 II.1.3

4) 図 II.1.4 の回路を一段とする回路を考える。ここで，L [H/m]は単位長さあたりのインダクタンス，C [F/m]は単位長さあたりのキャパシタンスを表し，Δz [m]は微小区間とする。$L\Delta z$ と $C\Delta z$ は集中定数回路素子として扱えるものとする。以下の問に答えよ。

a) 図 II.1.5 のように有限段の回路を構成したときに端子対 a-b から見込んだ入力インピーダンスは純虚数になることを数学的帰納法を用いて示せ。

b) 図 II.1.6 のように無限段の回路を構成したときの端子対 a-b から見込んだ入力インピーダンスを求めよ。ただし，$2\omega^2 LC(\Delta z)^2$ の項は十分小さく無視できるものとする。

c) a)と b)の場合における入力インピーダンスの違いの物理的意味を説明せよ。

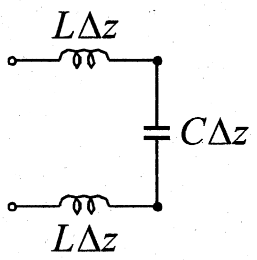

図 II.1.4

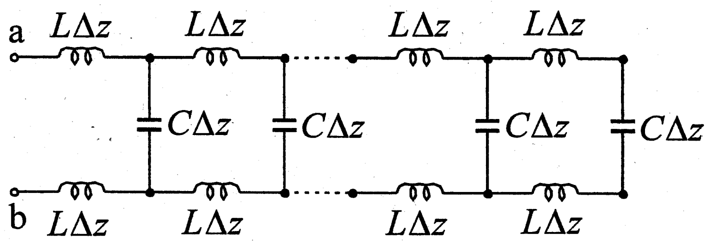

図 II.1.5

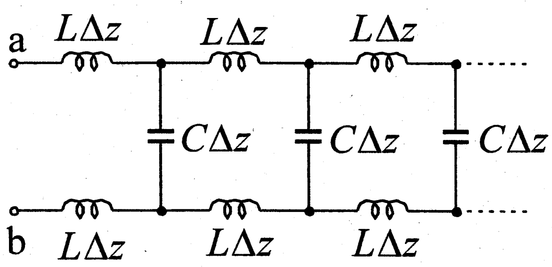

図 II.1.6

問 題 分 野
III. 電気磁気学

1． 紙面に垂直な無限長の導線に電流 I_1 ，I_2 ，I_3 が流れている。

$$\begin{cases} I_1 \text{ は紙面手前から奥の向きに 1 A} \\ I_2 \text{ は紙面奥から手前の向きに 2 A} \\ I_3 \text{ は紙面手前から奥の向きに 3 A} \end{cases}$$

このとき，図 III.1.1～III.1.4 に示す閉曲線 C_1 ，C_2 ，C_3 ，C_4 に沿って磁界 **H** を矢印で示した向きに周回線積分した値 $\oint \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l}$ を答えよ。

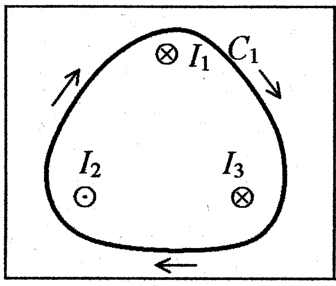

図 III.1.1

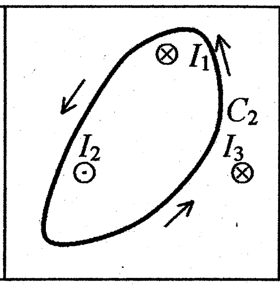

図 III.1.2

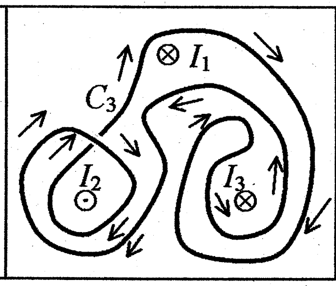

図 III.1.3

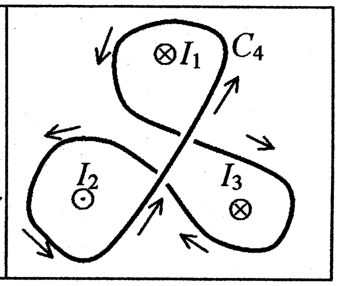

図 III.1.4

2． 以下の対話を読んで問に答えよ。ただし，空気の誘電率を $\varepsilon_0 = 8.9\times10^{-12}$ F/m, 透磁率を $\mu_0 = 1.3\times10^{-6}$ H/m とする。

太郎: 静電容量を電圧で制御できる素子を知っているかい？

花子: ええ，知っているわ。バラクタダイオードでしょ？ ダイオードの空乏層を絶縁体の代わりに使うのよね。印加する逆方向電圧を大きくすると，空乏層が大きくなるから静電容量が $\boxed{\text{A}}$ なるんでしょ。

太郎: そうそう。でも，最近はもっと直接的なデバイスがあるよ。MEMS キャパシタって知っているかい？ MEMS は Micro Electro-Mechanical System の略で，キャパシタを集積回路用の微細加工技術を使って形成するんだ。

花子: うーん，なんだかよく判らないんだけど。

太郎: 原理は簡単だよ。図 III.2.1 のように，絶縁体基板に固定電極を形成して，これに平行に平面電極を浮かせた<u>（ア）平行平板キャパシタ</u>を考えてごらん。平面電極は，絶縁体で細く，弾力があって自由に伸び縮みできる支持体を使って支持するんだ。そこに直流電圧をかけると，平行を保ったまま電極が互いに $\boxed{\text{B}}$ 合って，<u>（イ）その力</u>で電極の間の距離が変わるから，<u>（ウ）容量が変わる</u>んだ。

花子: なるほど。電気工学と機械工学って，意外なところにも接点があるものね。

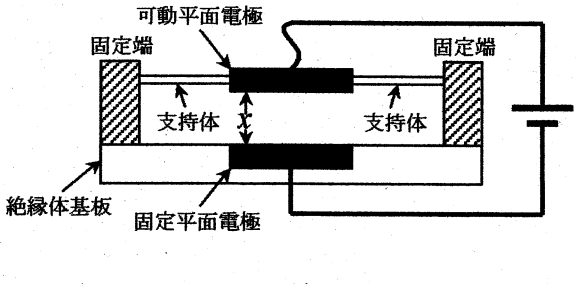

図 III.2.1　MEMS 平行平板キャパシタの原理図

1) a) $\boxed{\text{A}}$ には，「大きく」「小さく」のいずれが入るか答えよ。

b) 下線部（ア）の平行平板キャパシタに関して，次の問に答えよ。

i) 平行平板キャパシタの電極形状が 300 μm × 300 μm の正方形で，電極間距離が 0.8 μm のときに，静電容量 C [pF] を求めよ。なお，電極間隙は空気であるとし，間隙から外には電気力線が漏れ出さないものとする。

ii) 実際のキャパシタでは，電気力線が電極間隙から外に漏れ出す。その様子を，解答欄の図に記入せよ。なお，導線の影響は無視できるものとする。

c) $\boxed{\text{B}}$ には，「引き付け」（図 III.2.2）と「反発し」（図 III.2.3）のいずれが入るか答えよ。

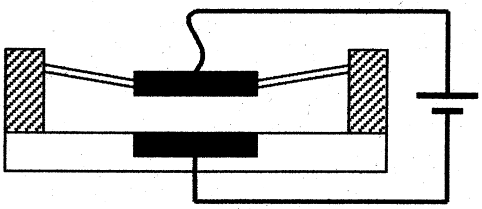

図 III.2.2

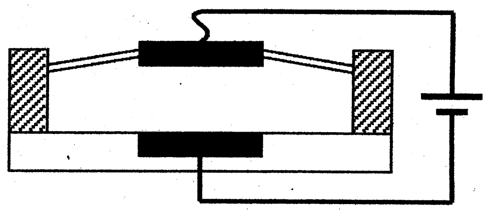

図 III.2.3

2) 電極面を一辺の長さが a の正方形とし，電極間距離を x として以下の問に答えよ。

a) 電圧 V を加えた状態での下線部（イ）の力の大きさ F_1 を式で表せ。なお，x は a に比べて十分小さいものとする。

b) 平行平板キャパシタに電圧を印加しないときの電極間距離を x_0 とする。支持体は弾性的に変形するものとし，その変形によって生じる電極面に垂直な方向の復元力の大きさ F_2 が $F_2 = k|x-x_0|$（k は正の定数）で表されるとする。このとき F_2 が a) の F_1 と釣り合うものとして，下線部（ウ）の静電容量 C を印加電圧 V の関数としてグラフで表せ。なお，可動電極は変形しないものとする。

3) 実際の MEMS キャパシタには，電極自体がその一端を固定され，他端が印加電圧により弾性的に変形する方式もある。電極が図 III.2.4 のような形状となっている場合の電気力線を，その間隔および向きに注意して解答欄に描け。なお，導線の影響は無視できるものとする。

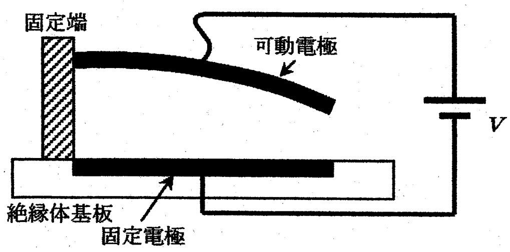

図 III.2.4 MEMS キャパシタ