

Question No. 1: Electrical engineering (1/2)

2013 年 3 月実施 問題 1 電気工学 (1 頁目 / 2 頁中)

サーボモータ (Fig. 1(a)) に対するフィードバック制御を考える. Fig. 1(b) は位置サーボ制御を示している. Fig. 1(c) は位置・速度サーボ制御を示している. 定数 K および f は正とする. 以下の問に答えよ.

- (1) Fig. 1(a) に示す系の伝達関数と単位インパルス応答を求めよ. その結果を用いてこの制御系の安定性を判別せよ.
- (2) Fig. 1(b) の制御系の閉ループ伝達関数を求め, この制御系の安定性を判別せよ. また, 固有角周波数 ω_1 および減衰率 ζ_1 を求めよ.
- (3) Fig. 1(c) の制御系の閉ループ伝達関数を求め, その固有角周波数 ω_2 および減衰率 ζ_2 を求めよ. 問(2)と問(3)の結果を比べることにより速度フィードバックの効果を説明せよ.
- (4) Fig. 1(c) の制御系において, 次の両方の設計仕様を満足するような K および f の範囲を求めよ.

- 定常速度偏差 ($R(s)=1/s^2$ に対する定常偏差) $\varepsilon_v = 0.1$
- 単位ステップ応答における行き過ぎ量 $O_s \leq 17\%$. ただし, $O_s = 17\%$ のとき $\zeta_2 = 0.5$ であるとする.

Consider the feedback control for a servo motor (Fig. 1(a)). Fig. 1(b) shows the position servo control. Fig. 1(c) shows the position-and-speed servo control. Constants K and f are positive. Answer the following questions.

- (1) Find the transfer function and the unit impulse response of the system shown in Fig. 1(a). By using the result, determine if this system is stable or not.
- (2) Find the closed-loop transfer function of the system shown in Fig. 1(b). Determine if this system is stable or not. Determine the natural angular frequency ω_1 and the damping ratio ζ_1 .

Question No. 1: Electrical engineering (2/2)

2013 年 3 月実施 問題 1 電気工学 (2 頁目 / 2 頁中)

- (3) Find the closed-loop transfer function of the system shown in Fig. 1(c). Determine the natural angular frequency ω_2 and the damping ratio ζ_2 . Explain the effect of the speed feedback by comparing the results of questions (2) and (3).
- (4) For the system shown in Fig.1(c), find the ranges of K and f that satisfy both of the following conditions:
- steady-state velocity error (steady-state error for $R(s)=1/s^2$) $\varepsilon_v = 0.1$
 - the overshoot $O_s \leq 17\%$ in the unit-step response, where $\zeta_2 = 0.5$ when $O_s = 17\%$.

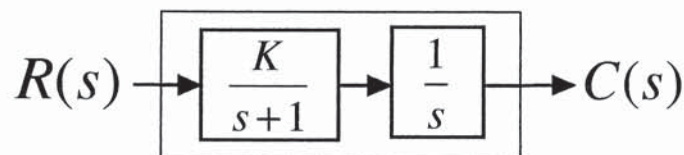


Fig. 1(a)

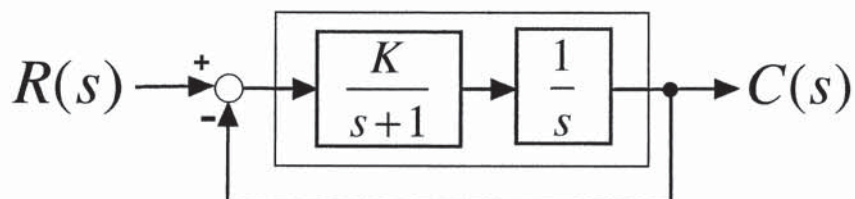


Fig. 1(b)

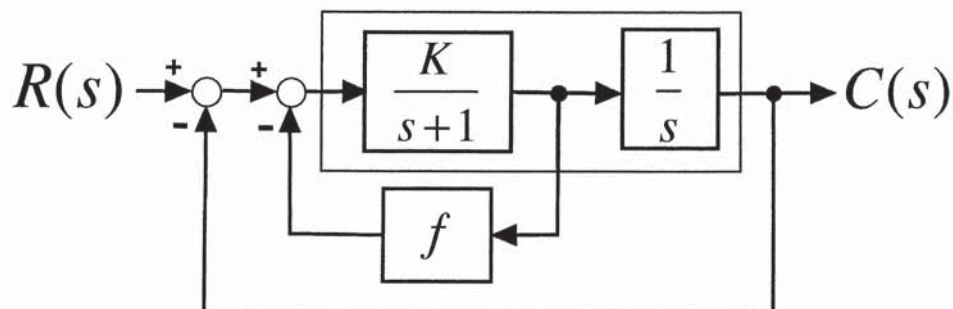


Fig. 1(c)

Question No. 2: Communication engineering (1/2)

2013 年 3 月実施 問題 2 通信工学 (1 頁目/2 頁中)

両側波帯(DSB) 変調を用いる信号伝送の受信機モデルを Fig.2 に示す. 受信機フィルタは次式で与えられる伝達関数 $H(f)$ を持つものとする.

$$H(f) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |f| \leq f_o/2 \text{ のとき} \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

受信機には DSB 被変調信号 $x(t) = A_c \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t)$ と白色雑音 $n(t)$ の和が入力されている. ここで, $\cos(2\pi f_m t)$ は送信ベースバンド信号, A_c および f_c はそれぞれ搬送波の振幅および周波数であり, $2f_m < f_o \ll f_c$ である. $n(t)$ の自己相関関数は $\frac{N_0}{2} \delta(\tau)$ で与えられるものとする. ここで, $\frac{N_0}{2}$ は $n(t)$ の両側電力スペクトル密度であり, $\delta(\tau)$ は単位インパルス関数である.

以下の問に答えよ.

- (1) フーリエ変換を用いて DSB 被変調信号 $x(t)$ の周波数スペクトル $X(f)$ を求めよ. 必要ならば $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi f\tau) df = \delta(\tau)$ を用いよ.
- (2) 逆フーリエ変換を用いて受信機フィルタのインパルス応答 $h(t)$ を求めよ.
- (3) 受信機フィルタ入力における雑音成分の自己相関関数 $\rho_{nn}(\tau)$ および電力スペクトル密度 $N(f)$ を求めよ. ここで, $N(f)$ は $\rho_{nn}(\tau)$ のフーリエ変換である.
- (4) 受信機出力 $y(t)$ の信号成分を求めよ.
- (5) 受信機出力 $y(t)$ の信号対雑音電力比(S/N)を求めよ.

Question No. 2: Communication engineering (2/2)

2013 年 3 月実施 問題 2 通信工学 (2 頁目 / 2 頁中)

The receiver model for signal transmission using double side-band (DSB) modulation is shown in Fig. 2. The receiver filter is assumed to have the following transfer function $H(f)$.

$$H(f) = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \leq |f| \leq f_o/2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}.$$

The sum of the DSB-modulated signal $x(t) = A_c \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t)$ and the white noise $n(t)$ is input to the receiver, where $\cos(2\pi f_m t)$ represents the transmitted baseband signal, A_c and f_c are the amplitude and the carrier frequency, respectively, and $2f_m < f_o \ll f_c$. The autocorrelation function of $n(t)$ is given by $\frac{N_0}{2} \delta(\tau)$, where $\frac{N_0}{2}$ denotes the double-sided power spectrum density of $n(t)$, and $\delta(\tau)$ denotes the unit impulse function.

Answer the following questions.

- (1) Derive the frequency spectrum $X(f)$ of the DSB-modulated signal $x(t)$ by using the Fourier transform. Use $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi f\tau) df = \delta(\tau)$ if necessary.
- (2) Derive the impulse response $h(t)$ of the receiver filter by using the inverse Fourier transform.
- (3) Derive the autocorrelation function $\rho_{nn}(\tau)$ and power spectrum density $N(f)$ of the noise component at the receiver filter input, where $N(f)$ is the Fourier transform of $\rho_{nn}(\tau)$.
- (4) Derive the signal component of the receiver output $y(t)$.
- (5) Derive the signal-to-noise power ratio (S/N) of the receiver output $y(t)$.

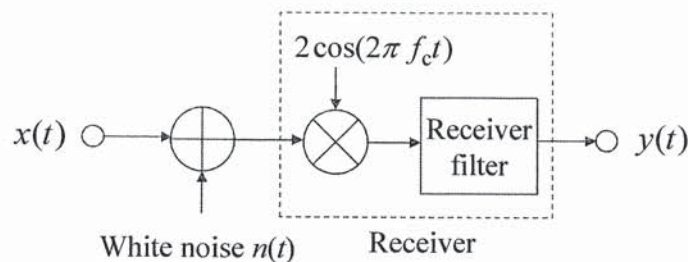


Fig. 2

Question No. 3: Electronic engineering (1/1)

2013 年 3 月実施 問題 3 電子工学 (1 頁目 / 1 頁中)

逆バイアスを印加したときに完全空乏化する階段 pn 接合を考える。接合面と垂直に x 軸を Fig. 3 のように定義する。p 形領域のアクセプタ濃度は N_A で $-w_p \leq x \leq 0$ 領域が空乏化し、n 形領域のドナー濃度は N_D で $0 \leq x \leq w_n$ 領域が空乏化している。ここで、 $N_A > N_D$ とする。半導体の誘電率は ϵ で、単位電荷は q である。以下の問に答えよ。

p

- (1) 空乏層内の空間電荷密度 $Q(x)$ を与え、 w_n に対する w_p の比を求めよ。空間電荷密度の分布を描け。
- (2) 空間電荷領域における電界 $E(x)$ を求め、電界分布を描け。
- (3) $x = 0$ における電位を基準とする電位 $V(x)$ を求め、電位分布を描け。
- (4) 接合に生じる全電位 V_j を用いて空乏層幅 $w_p + w_n$ を求めよ。

Consider an abrupt pn junction which is fully depleted when a reverse bias is applied. Define the x -axis perpendicular to the junction interface as shown in Fig. 3. The acceptor concentration is N_A in the p region and the $-w_p \leq x \leq 0$ region is depleted, and the donor concentration is N_D in the n region and the $0 \leq x \leq w_n$ region is depleted. Here, $N_A > N_D$. The dielectric constant of the semiconductor is ϵ and the elementary charge is q . Answer the following questions.

- (1) Give the space charge density $Q(x)$ in the depletion layer and derive the ratio of w_p to w_n . Sketch the distribution of the space charge density.
- (2) Derive the electric field $E(x)$ in the space charge region, and sketch the distribution of the electric field.
- (3) Derive the potential $V(x)$ with respect to the potential at $x = 0$, and sketch the distribution of the potential.
- (4) Derive the width of the depletion layer $w_p + w_n$ using the total potential at the junction V_j .

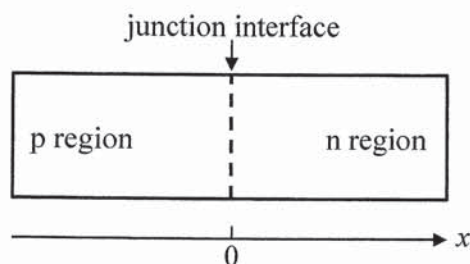


Fig. 3

Question No. 4: Computer science 1 (1/3)

2013 年 3 月実施 問題 4 計算機 1 (1 頁目 / 3 頁中)

Fig. 4 (a)に示す命令を持つ、一つのレジスタ A とランダムアクセスメモリ(RAM)を備えた計算機を考える. レジスタの値と RAM の各番地に格納されている値は符号付き整数である. 整数のオーバーフローやアンダーフローは起きないと仮定する. RAM の番地は 0, 1, 2 であり, この RAM と命令を格納するメモリとは独立している.

- (1) Fig. 4 (b)のプログラム (命令の列) を実行した後のレジスタ A の値は何か.
- (2) RAM の 0 番地に格納されている整数 m と, RAM の 1 番地に格納されている整数 n との和 $m + n$ を計算し, RAM の 2 番地に格納して停止するプログラムを書け. 2 番地以外の RAM の値を変更してはならない.
- (3) Fig. 4 (c)は, 和 $10 + 9 + 8 + \dots + 1$ を計算し, その結果を RAM の 0 番地に格納して停止するプログラムである. \boxed{x} , \boxed{y} , \boxed{z} のそれぞれに対し適切な整数を答えよ.

Consider a computer which has the instructions shown in Fig. 4 (a), equipped with one register A and a random access memory (RAM). The value of the register and the value stored at each address of the RAM are signed integers. Assume that no integer overflow or underflow will occur. The addresses of the RAM are 0, 1, and 2, and this RAM is separate from the memory for storing the instructions.

- (1) What is the value of the register A after executing the program (the sequence of instructions) in Fig. 4 (b)?
- (2) Write a program that computes the sum $m + n$ of the integer m stored at the address 0 of the RAM and the integer n stored at the address 1 of the RAM, stores the result to the address 2 of the RAM, and halts. Do not change the values of the RAM other than that of the address 2.
- (3) Fig. 4 (c) is a program that computes the sum $10 + 9 + 8 + \dots + 1$, stores the result to the address 0 of the RAM, and halts. Give appropriate integers for each of \boxed{x} , \boxed{y} , and \boxed{z} .

Question No. 4: Computer science 1 (2/3)

2013 年 3 月実施 問題 4 計算機 1 (2 頁目 / 3 頁中)

命令 Instruction	動作 Operation
SET i	A に整数 i を格納する. Store the integer i to A.
ADD i	RAM の i 番地に格納されている値と, A の値を加算し, 結果を A に格納する. Add the value stored at the address i of the RAM and the value of A, and store the result to A.
LOAD i	RAM の i 番地に格納されている値を, A に格納する. Store the value stored at the address i of the RAM to A.
STORE i	RAM の i 番地に, A の値を格納する. Store the value of A to the address i of the RAM.
IFP i	A の値が正ならば, 先頭の命令から数えて i 番目の命令にジャンプする (ただし先頭の命令を 1 番目と数える). If the value of A is positive, jump to the i -th instruction counted from the initial instruction (where the initial instruction is counted as the 1st).
HALT	プログラムの実行を停止する. Stop the execution of the program.

Fig. 4 (a)

Question No. 4: Computer science 1 (3/3)

2013 年 3 月実施 問題 4 計算機 1 (3 頁目 / 3 頁中)

```
1:    SET -5
2:    STORE 0
3:    ADD 0
4:    HALT
```

Fig. 4 (b)

```
1:    SET 0
2:    STORE 0
3:    SET 10
4:    STORE 1
5:    ADD 0
6:    STORE 0
7:    SET x
8:    ADD y
9:    IFP z
10:   HALT
```

Fig. 4 (c)

Question No. 5: Computer science 2 (1/3)

2013 年 3 月実施 問題5 計算機2 (1 頁目 / 3 頁中)

Fig. 5 (a) に示す関数 f は、整数の対 (x, y) の入力に対して、 $ax + by = \text{GCD}(x, y)$ となる整数の対 (a, b) を返す。ただし、入力 (x, y) は $x \geq y > 0$ を満たすものとし、プログラムの構文と意味は Fig. 5 (b) のとおりとする。ここで、 $\text{GCD}(x, y)$ は整数 x と y の最大公約数を表わす。また、 $-$, $*$, div , mod はそれぞれ整数の減算、乗算、除算の商、除算の剰余を表わす。

- (1) $f(16, 7)$ を計算せよ。計算過程も示すこと。
- (2) 任意の入力 (x, y) に対して、 $f(x, y)$ の計算が停止することを証明せよ。
- (3) 任意の入力 (x, y) に対して、 $f(x, y)$ の計算における再帰呼び出しの深さ $\delta(x, y)$ は次のように与えられる。

$$\delta(x, y) = \begin{cases} 0 & (x \bmod y = 0 \text{ の場合}) \\ \delta(y, x \bmod y) + 1 & (x \bmod y > 0 \text{ の場合}) \end{cases}$$

以下の問に答えよ。

- (a) $\delta(16, 7)$ を計算せよ。計算過程も示すこと。
- (b) 任意の入力 (x, y) について、次の性質

$$(c, d) \text{ を } f(x, y) \text{ の返す値とするとき, } cx + dy = \text{GCD}(x, y) \text{ となる} \quad (5A)$$

が成立することが $\delta(x, y)$ に関する数学的帰納法で証明できる。以下では、任意の整数 x, y ($x \geq y > 0, x \bmod y > 0$) について、 $\text{GCD}(x, y) = \text{GCD}(y, x \bmod y)$ となることを用いてよい。

- (i) $\delta(x, y) = 0$ の場合について、(5A) が成立することを示せ。
- (ii) $\delta(x, y) > 0$ の場合について、帰納法の仮定を用いて (5A) が成立することを示せ。

Question No. 5: Computer science 2 (2/3)

2013 年 3 月実施 問題5 計算機2 (2頁目／3頁中)

Given a pair (x, y) of integers as input, the function f shown in Fig. 5 (a) returns a pair (a, b) of integers such that $ax + by = \text{GCD}(x, y)$, where it is assumed that the input (x, y) satisfies $x \geq y > 0$ and the syntax and semantics of the program are given in Fig. 5 (b). Here, $\text{GCD}(x, y)$ denotes the greatest common divisor of integers x and y . Furthermore, $-$, $*$, div and mod denote integer subtraction, multiplication, the quotient of integer division and the remainder of integer division, respectively.

- (1) Calculate $f(16, 7)$. Show your working.
- (2) Prove that the computation of $f(x, y)$ terminates for any input (x, y) .
- (3) For any input (x, y) , the depth of recursive calls in the computation of $f(x, y)$ is given as:

$$\delta(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \bmod y = 0, \\ \delta(y, x \bmod y) + 1 & \text{if } x \bmod y > 0. \end{cases}$$

Answer the following questions.

- (a) Calculate $\delta(16, 7)$. Show your working.
- (b) It can be shown by mathematical induction on $\delta(x, y)$ that, for any input (x, y) , the following property holds:

$$\text{if } (c, d) \text{ is the return value of } f(x, y), \text{ then } cx + dy = \text{GCD}(x, y). \quad (5A)$$

Below, you may use the fact that $\text{GCD}(x, y) = \text{GCD}(y, x \bmod y)$ for any integers x, y ($x \geq y > 0, x \bmod y > 0$).

- (i) Show that (5A) is satisfied for the case $\delta(x, y) = 0$.
- (ii) Show that (5A) is satisfied for the case $\delta(x, y) > 0$, using the induction hypothesis.

Question No. 5: Computer science 2 (3/3)

2013 年 3 月実施 問題5 計算機2 (3頁目 / 3頁中)

```

function f(x,y);
var a,b;
begin
  if x mod y = 0 then return (0,1)
  else begin
    (a,b):= f(y, x mod y);
    return (b, a - b*(x div y))
  end
end
end

```

Fig. 5(a)

function $f(x_1, \dots, x_k)$; var y_1, \dots, y_l ; c	引数 x_1, \dots, x_k , 局所変数 y_1, \dots, y_l , 本体 c をもつ関数 f の宣言. ただし, 引数および局所変数の値は整数であるとする. $f(n_1, \dots, n_k)$ を評価するには, 値 n_1, \dots, n_k を変数 x_1, \dots, x_k に代入し, その後, c を実行する. Declaration of function f with arguments x_1, \dots, x_k , local variables y_1, \dots, y_l and body c , where values of arguments and local variables are integers. To evaluate $f(n_1, \dots, n_k)$, assign values n_1, \dots, n_k to the variables x_1, \dots, x_k and then execute c .
begin $c_1; \dots; c_k$ end	c_1 から c_k を順に実行する. Execute c_1, \dots, c_k in this order sequentially.
if b then c_1 else c_2	b の値が真であれば c_1 を実行し, そうでなければ c_2 を実行する. Execute c_1 if the value of b is true, and execute c_2 otherwise.
$(x_1, x_2) := (e_1, e_2)$	変数 x_1, x_2 にそれぞれ式 e_1, e_2 の値を代入する. Assign the values of e_1, e_2 to variables x_1, x_2 , respectively.
return (e_1, e_2)	式 e_1 の値と式 e_2 の値の対を関数呼び出しの結果として返す. Return the pair of values of e_1 and e_2 as the result of function call.
$e_1 = e_2$	式 e_1 と式 e_2 の値が等しければ真, そうでなければ偽を返す. Return true if the values of e_1 and e_2 are the same, return false otherwise.
$f(e_1, \dots, e_k)$	$f(n_1, \dots, n_k)$ を呼び出す. ただし, n_1, \dots, n_k はそれぞれ式 e_1, \dots, e_k の値とする. Call $f(n_1, \dots, n_k)$, where n_1, \dots, n_k are the values of e_1, \dots, e_k , respectively.

Fig. 5(b)

Question No. 6: Advanced physics 1 (1/2)

2013年3月実施

問題6 物理専門 1

(1 頁目 / 2 頁中)

任意の波動関数が $\Psi(x) = \langle x | \Psi \rangle = \sum_j C_j u_j(x) = \sum_j C_j \langle x | j \rangle$ と展開できると仮定する. ここで $u_j(x)$ と C_j はそれぞれ正規直交関数と複素展開係数である. 以下の問に答えよ.

(1) (a) $|\Psi\rangle$ を表す縦ベクトルを示せ.

(b) $\sum_j |j\rangle\langle j| = 1$ と $\int dx |x\rangle\langle x| = 1$ を示せ. $\langle x | x' \rangle = \delta(x - x')$ (δ 関数) を使ってよい.

(c) $A_v |\Psi\rangle = \begin{bmatrix} \langle 1 | A_v | 1 \rangle & \langle 1 | A_v | 2 \rangle & \cdot \\ \langle 2 | A_v | 1 \rangle & \langle 2 | A_v | 2 \rangle & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} |\Psi\rangle$ と $\langle j | A_v | k \rangle = \int u_j^*(x) A_f u_k(x) dx$ を示せ.

ここで A_f と A_v はそれぞれ関数とベクトルに作用する演算子で, $\langle x | A_v | \Psi \rangle = A_f \langle x | \Psi \rangle$ である.

(2) シュレーディンガー方程式 $i\hbar \frac{d}{dt} \Psi(x) = H \Psi(x)$ から $i\hbar \frac{dC_j}{dt} = \sum_k \langle j | H | k \rangle C_k$ が得られることを示せ.

ここで i と \hbar はそれぞれ虚数単位と 2π で割ったプランク定数である.

(3) 2 準位系のハミルトニアン $H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{22}$ で記述されるエネルギー固有値を求めよ. ただしこの系のケットベクトルは $|\Psi\rangle = C_1(t)|1\rangle + C_2(t)|2\rangle$ と表される.

(4) 2 準位系のハミルトニアンにおいて $H_{11} = H_{22} = \hbar\omega$, $H_{12} = H_{21} = \hbar\Omega$ のとき, シュレーディンガー方程式を使って問 (3) の $C_1(t)$ と $C_2(t)$ を求めよ. 系は $t=0$ で状態 $|1\rangle$ にあるとし, ω と Ω は任意定数である.

Question No. 6: Advanced physics 1 (2/2)

2013年3月実施

問題6 物理専門 1

(2頁目/2頁中)

We assume the existence of the expansion of an arbitrary wavefunction

$\Psi(x) = \langle x|\Psi\rangle = \sum_j C_j u_j(x) = \sum_j C_j \langle x|j\rangle$, where $u_j(x)$ and C_j are an orthonormal function and a complex expansion coefficient, respectively. Answer the following questions.

(1) (a) Show the column vector that denotes $|\Psi\rangle$.

(b) Show that $\sum_j |j\rangle\langle j| = 1$ and $\int dx |x\rangle\langle x| = 1$, where you can use $\langle x|x'\rangle = \delta(x-x')$ (δ function).

(c) Show that $\mathbf{A}_v|\Psi\rangle = \begin{bmatrix} \langle 1|\mathbf{A}_v|1\rangle & \langle 1|\mathbf{A}_v|2\rangle & \cdot \\ \langle 2|\mathbf{A}_v|1\rangle & \langle 2|\mathbf{A}_v|2\rangle & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} |\Psi\rangle$ and $\langle j|\mathbf{A}_v|k\rangle = \int u_j^*(x) \mathbf{A}_f u_k(x) dx$,

where \mathbf{A}_f and \mathbf{A}_v are operators operating on functions and on vectors, respectively,

and $\langle x|\mathbf{A}_v|\Psi\rangle = \mathbf{A}_f \langle x|\Psi\rangle$.

(2) Show that $i\hbar \frac{dC_j}{dt} = \sum_k \langle j|\mathbf{H}|k\rangle C_k$ is obtained from the Schrödinger equation

$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi(x) = \mathbf{H} \Psi(x)$ where i and \hbar denote the imaginary unit and the Planck constant divided by 2π , respectively.

(3) Find the energy eigenvalue expressed with matrix elements H_{11}, H_{12}, H_{21} , and H_{22} of the Hamiltonian for a two-state system, where the ket-vector is represented by

$$|\Psi\rangle = C_1(t)|1\rangle + C_2(t)|2\rangle.$$

(4) Find $C_1(t)$ and $C_2(t)$ in question (3) by using the Schrödinger equation, when $H_{11} = H_{22} = \hbar\omega$ and $H_{12} = H_{21} = \hbar\Omega$ in the Hamiltonian of the two-state system. The system is in the state $|1\rangle$ at $t = 0$, and ω and Ω are arbitrary constants.

Question No. 7: Advanced physics 2 (1/2)

2013 年 3 月実施 問題 7 物理専門 2 (1 頁目 / 2 頁中)

区間 $-\infty < x < +\infty$ における実変数 x の関数

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (0 \leq x < +\infty) \\ -e^x & (-\infty < x < 0) \end{cases}$$

を考える. また, $-\infty < x < +\infty$ で積分方程式

$$g(x) = f(x) + \int_x^{+\infty} e^{x-y} g(y) dy$$

を満足する関数 $g(x)$ を考える. 以下の問に答えよ. ただし, i は虚数単位とする.

(1) 関数 $f(x)$ のフーリエ変換

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-iwx} dx$$

を求めよ.

(2) 区間 $-\infty < x < +\infty$ における実変数 x の関数

$$h(x) = \begin{cases} e^x & (x \leq 0) \\ 0 & (x > 0) \end{cases}$$

を用いて, 関数 $g(x)$ のフーリエ変換

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{-iwx} dx$$

を求めよ.

(3) 任意の実数 x に対して複素変数 z の関数 $a(z) = \frac{e^{izx}}{1+iz}$ を考える. 関数 $a(z)$ の z 平面におけるすべての孤立特異点とその留数を求めよ.

(4) 実変数 x の関数 $g(x)$ を求めよ.

Question No. 7: Advanced physics 2 (2/2)

2013 年 3 月実施 問題 7 物理専門 2 (2 頁目 / 2 頁中)

Consider the function

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (0 \leq x < +\infty) \\ -e^x & (-\infty < x < 0) \end{cases}$$

of a real variable x in the interval $-\infty < x < +\infty$. Consider the function $g(x)$ satisfying the integral equation

$$g(x) = f(x) + \int_x^{+\infty} e^{x-y} g(y) dy$$

in the interval $-\infty < x < +\infty$. Answer the following questions. Let i denote the imaginary unit.

(1) Find the Fourier transformation

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-iwx} dx$$

of the function $f(x)$.

(2) Using the following function

$$h(x) = \begin{cases} e^x & (x \leq 0) \\ 0 & (x > 0) \end{cases}$$

of a real variable x in the interval $-\infty < x < +\infty$, find the Fourier transformation

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{-iwx} dx$$

of the function $g(x)$.

(3) Consider the function $a(z) = \frac{e^{iz}}{1+iz}$ of a complex variable z for any real number x . Find all isolated singular points and their corresponding residues of the function $a(z)$ in the z -plane.

(4) Find the function $g(x)$ of a real variable x .