問題1 微分積分・線形代数・常微分方程式 解答例

ここにあげたのは 1 つの解答の方法である。また I (3), (4) には同等な解がたくさん存在する。

[I] (1) 対称行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

を用いて $II = \overrightarrow{v}A^t\overrightarrow{v}$ と表される。

(2) 固有多項式は

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} 2 - \lambda & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 - \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 - \lambda & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 - \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 - \lambda & 3 - \lambda & 3 - \lambda & 3 - \lambda \\ -1 & 2 - \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 - \lambda & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 - \lambda \end{vmatrix}$$
$$= (3 - \lambda) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 - \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 - \lambda & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 - \lambda \end{vmatrix} = (3 - \lambda) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 - \lambda & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 - \lambda & -2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 - \lambda \end{vmatrix}$$
$$= (3 - \lambda)^{2} (1 - 2\lambda + \lambda^{2} - 4) = (\lambda - 3)^{3} (\lambda + 1)$$

となるので、固有値は 3 (重複度 3), -1 である。

-1 に対する固有ベクトルは

であるから
$$a \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} (a = b = c = 0 ではない)$$

-1 に対する固有ベクトルは

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & -8 & 4 \\ 0 & 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$
$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

であるから
$$d \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} (d \neq 0)$$

$$(3) \ \overrightarrow{u}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \overrightarrow{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \overrightarrow{u}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} からシュミットの直交化により直交系を作る。 \overrightarrow{v}_1 = \overrightarrow{u}_1$$

$$\overrightarrow{v}_{2} = \overrightarrow{u}_{2} - \frac{\langle \overrightarrow{u}_{2}, \overrightarrow{v}_{1} \rangle}{\langle \overrightarrow{v}_{1}, \overrightarrow{v}_{1} \rangle} \overrightarrow{v}_{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ここで
$$\overrightarrow{v}_2' = \begin{pmatrix} 1\\1\\2\\0 \end{pmatrix}$$
 とおく。

$$\overrightarrow{v}_3 = \overrightarrow{u}_3 - \frac{\langle \overrightarrow{u}_3, \overrightarrow{v}_1 \rangle}{\langle \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_1 \rangle} \overrightarrow{v}_1 - \frac{\langle \overrightarrow{u}_3, \overrightarrow{v}_2' \rangle}{\langle \overrightarrow{v}_2', \overrightarrow{v}_2' \rangle} \overrightarrow{v}_2' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

これより

$$P = \begin{pmatrix} \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \text{EFSE} \quad {}^t\!PAP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(4)
$${}^t(X,Y,Z,W) = {}^t\!P {}^t(x,y,z,w)$$
 とおくと $II = 3X^2 + 3Y^2 + 3Z^2 - W^2$ となる。

$$\left[\mathbf{II} \right] (1) \ f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

(2) 1)
$$g'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
, $g''(x) = x(1-x^2)^{-3/2}$ であるから $g(0) = \sin^{-1} 0 = 0$, $g'(0) = 1$, $g''(0) = 0$

$$g(0) = \sin^{-1} 0 = 0, \ g'(0) = 1, \ g''(0) = 0$$
2) $(1 - x^2)g''(x) - xg'(x) = x(1 - x^2)^{-1/2} - \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} = 0$

3)
$$g''(x)(1-x^2) - g'(x)x = 0$$
 であるから

$$g^{(n+2)}(x) (1-x^2) + ng^{(n+1)}(x) (-2x) + \frac{n(n-1)}{2} g^{(n)}(x) (-2) - \left\{ g^{(n+1)} x + ng^{(n)}(x) \right\} = 0$$

すなわち

$$(1 - x^2)g^{(n+2)}(x) - (2n+1)xg^{(n+1)} - n^2g^{(n)}(x) = 0$$

4) 3) の漸化式で x=0 とすると $g^{(n+2)}(0)=n^2g^{(n)}(0)$ となる。 $g(0)=0,\ g'(0)=1$ であるから

$$g^{(2m)}(0) = 0$$
, $g^{(2m+1)}(0) = (2m-1)^2(2m-3)^2 \cdots 3^2 \cdot 1^2$

5) g(x) のマクロリン展開は

$$g(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2m-1)^2 (2m-3)^2 \cdots 3^2 \cdot 1^2}{(2m+1)!} x^{2m+1}$$
$$= x \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2m-1)^2 (2m-3)^2 \cdots 3^2 \cdot 1^2}{(2m+1)!} (x^2)^m$$

である。ダランベールの商判定を利用すると

$$\lim_{m \to \infty} \frac{(2m+1)^2 (2m-1)^2 \cdots 3^2 \cdot 1^2}{(2m+3)!} \times \frac{(2m+1)!}{(2m-1)^2 (2m-3)^2 \cdots 3^2 \cdot 1^2}$$

$$= \lim_{m \to \infty} \frac{(2m+1)^2}{(2m+3)(2m+2)} = 1$$

より、収束半径は $\sqrt{\frac{1}{1}}=1$ である。

問題 2 基礎力学·基礎電磁気学解答例

- (1) 電荷量 CV_0 、静電エネルギー $\frac{CV_0^2}{2}$
- (2) 金属棒に流れる電流 (電子) に磁場による力 (ローレンツカ) が働いたから。
- (3) はじめ、金属棒は磁場による力によって徐々に加速される。そうすると、金属棒を含む回路に誘導起電力がコンデンサーによる電圧とは逆向きに発生する。これらが、等しくなった時に、回路には電流が流れなくなり、金属棒は一定速度で運動し続ける。

(4)
$$m \frac{dv(t)}{dt} = -Bw \frac{dQ(t)}{dt}$$

$$(5) a = -\frac{1}{RC}, b = \frac{Bw}{R}$$

(6)
$$h = -\frac{m}{Bw}, d = CV_0$$

(7)
$$s = \frac{BwV_0}{mR}$$
, $k = -\frac{m + B^2w^2C}{mRC}$

(8)
$$v(t) = \frac{BwCV_0}{m + B^2w^2C} \left(1 - \exp\left[-\frac{m + B^2w^2C}{mRC}t\right]\right)$$

(9)
$$v_f = \frac{BwCV_0}{m + B^2w^2C}$$
, $Q_f = \frac{B^2w^2C^2V_0}{m + B^2w^2C}$

(10)
$$F(C, B, w) = B^2 w^2 C$$

$$(11) \ \frac{U_0}{2}$$

| 9 A[計算機構造] 解答例

I

(1) 0.5=8/16 なので、符号ビット $s=0, n=0, f_1=8, f_2=f_3=f_4=f_5=f_6=0$ である。従って、0.5 は 00800000 と表される。

また、1.0 より小さく、1.0 に一番近い数値は、 $0.999\cdots=15/16+15/16^2+\cdots$ であるので、 $s=0, n=0, f_1=f_2=f_3=f_4=f_5=f_6=15$ となり、00FFFFFFF となる。

- (2) $s = 1, n = 1, f_1 = 6, f_2 = 8, f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = 0$ であるので、 $-16 \times (6/16 + 8/16^2) = -6.5$ となる。

最小値については、s=0, n=1000000で、 $f_1=1, f_2=f_3=f_4=f_5=f_6=0$ のときであるので、40100000 と表される。

(4) $16^8 \times (1/16^4 + 4/16^5 + 8/16^6) = 16^5 \times (1/16 + 4/16^2 + 8/16^3)$ であるので、16進数表示すると、05148000 となる。

1

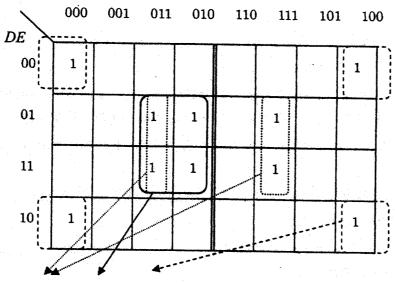
(1) 真理値表は以下のようになる。

x_2	x_1	x_0	$\int f(x_2,x_1,x_0)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

この真理値表より、 $(x_2+x_1+x_0)(x_2+x_1+x_0)(x_2+x_1+x_0)(x_2+x_1+x_0)$ を得る。

(2)

ABC



- 1. rからyまでの伝達関数は $\frac{PC}{1+P(H+C)}$ dからyまでの伝達関数は $\frac{P}{1+P(H+C)}$
- 2. 間1の結果より Rおよび Dから Yまでの伝達関数は以下のようになる.

$$Y(s) = \frac{K_C}{(1+K_PT_D)s^2 + (1+K_P)s + K_C} \frac{R_0}{s^2} + \frac{s}{(1+K_PT_D)s^2 + (1+K_P)s + K_C} \frac{D_0}{s}$$
 したがって、最終値の定理より定常偏差は以下のようになる.

$$e_{\nu} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} s(R(s) - Y(s)) = \frac{1 + K_{P}}{K_{Q}} R_{Q}$$

3.
$$s^2 + 4s + 4 = s^2 + \frac{1 + K_P}{1 + K_P T_D} s + \frac{K_C}{1 + K_P T_D} \pm h$$

 $T_D = 0.1 \ge \bigcup \mathcal{T}, K_C = 6, K_P = 5 \ge 2.5$

外来応答については、外乱として単位ステップ入力 $1/s(D_0=1)$ を仮定すると、

$$Y(s) = \frac{s}{(1 + K_P T_D)s^2 + (1 + K_P)s + K_C} \frac{1}{s} = \frac{s/(1 + K_P T_D)}{s^2 + (1 + K_P)/(1 + K_P T_D)s + K_C/(1 + K_P T_D)} \frac{1}{s}$$

$$= \frac{1/1.5}{s^2 + 4s + 4}$$

となる、したがって、ラプラス逆変換により、

 $y(t) = 1/1.5 \times t \times \exp(-2t)$

4. 図2より Rから Yまでの伝達関数を求めると,

$$Y/R = \frac{P(G_f + F)}{1 + PF}$$
 となる.これと問 1 の結果より, $F = H + C, G_f = -H$ となる.
したがって.

$$G_f(s) = -K_P(1+T_D s), F(s) = \frac{K_C}{s} + K_P(1+T_D s)$$

5.
$$r$$
から y までの伝達関数は $\frac{K_C}{\varepsilon s^3 + (1 + \varepsilon + K_P T_D) s^2 + (1 + K_P) s + K_C}$

であるので、特性多項式 $\varepsilon s^3 + (1 + \varepsilon + K_p T_p) s^2 + (1 + K_p) s + K_c$ よりラウス列は、

$$s^{3} \qquad \varepsilon \qquad 1 + K_{P} \qquad 0$$

$$s^{2} \qquad 1 + \varepsilon + K_{P}T_{D} \qquad K_{C} \qquad 0$$

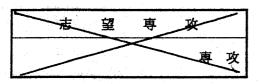
$$s^{1} \qquad \frac{(1 + \varepsilon + K_{P}T_{D})(1 + K_{P}) - \varepsilon K_{C}}{1 + \varepsilon + K_{P}T_{D}} \qquad 0$$

$$s^{0} \qquad K_{C}$$

となる。これより、

$$0 < K_C < \frac{(1 + \varepsilon + K_P T_D)(1 + K_P)}{\varepsilon}$$

正解·解答例 1/4

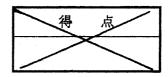




平成19年度 大学院工学研究科 (博士前期課程) 外国語

[解答用紙]

書 一



I.

1.

1)	2)	3)	4)	5)
а				j
	h	g	С	
6)	7)	8)	9)	10)
		7		
i	е	ъ	f	d

2.

	b	

3.

d

正解·解答例 2/4



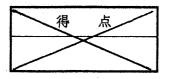


平成19年度 大学院工学研究科 (博士前期課程) 外国語

[解答用紙]

一 英

言 一



II.

1.

①	2	3	4	⑤
d	С	b	С	b
			*	

2.

a

III.

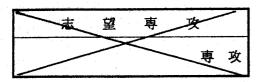
1.

Α	В	С	D
С	b	а	d

2.

a

正解·解答例 3/4

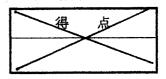




平成19年度 大学院工学研究科(博士前期課程)外国語 [角军名] 月 系氏]

一英

言吾 一



IV.

1.

①	2	3	4	⑤
b	а	d	C	d

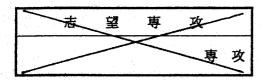
2.

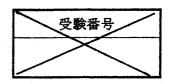
a

3.

a)	environmental	refugees
b)	power	generation
c)	developing	world

正解·解答例 4/4



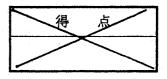


平成19年度 大学院工学研究科(博士前期課程)外国語

[解答用紙]

一 英

言 一



v.

1.

Α

The second secon		Commence of the last terms are become		and the second s
1)	2)	3)	4)	5)
е				d
	g	i	С	
6)	7)	8)	9)	
- '				
а	f	h	b	

В

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)
а						
	f	g	ь	С	е	d

2.

a)	b)	c)	d)
Т	F	T	F
v.			