システム情報学専攻

修士課程入学試験問題

専門科目　システム情報学

平成１８年８月２２日（火）　　１０：００～１３：００

出題される８問のうち，４問のみを選択して解答せよ

注　意　事　項

(1) 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと．

(2) 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること．ただし試験問題の内容に関する質問に対しては，原則として答えない．

(3) 答案用紙４枚が渡される．１題ごとに必ず１枚の答案用紙を使用すること．止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい．

(4) 各答案用紙の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること．氏名は書いてはならない．

(5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと．

(6) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする．

(7) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は，適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい．

(8) 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと．

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること．

選択問題番号	

上欄に選択した問題番号を記入すること．

第 1 問

$f(t)$のフーリエ変換を，$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$ とする．　ただし，t とωは実数で，$-\infty < t < \infty$，$-\infty < \omega < \infty$，また，$j=\sqrt{-1}$ である．

(1) $g(t)=\begin{cases} 0, & t<0 \\ f(t), & 0 \le t \le 1 \\ 0, & t>1 \end{cases}$ のフーリエ変換$G(\omega)$を$F(\omega)$を用いて表わせ.

(2) 問い(1)の問題において，$f(t)=1$ とする．$g(t)$ を偶関数$g_e(t)$と奇関数$g_o(t)$の和$g(t)=g_e(t)+g_o(t)$で表わすとき，$g_e(t)$と $g_o(t)$ を求めよ．また，$G(\omega)$の実部を$R(\omega)$，虚部を$X(\omega)$として，$G(\omega)=R(\omega)+jX(\omega)$と表す．$X(\omega)$ を $R(\omega)$ を用いて表わせ.

(3) 有界な関数$h(t)$が，$|t|>T$ で，$h(t)=0$ であるとする．$h(t)$のフーリエ変換を，$H(\omega)=\int_{-T}^{T} h(t)e^{-j\omega t}dt$ と書く．$h(t)$ を区間 $(-T,T)$ で，

$$h(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{jn\pi t/T}, \quad -T<t<T$$

のようにフーリエ級数に展開したとき，係数A_nを $H(\omega)$ を用いて表わせ.

(4) $H(\omega)$ を $H(n\pi/T)$ を用いて表せ．ただし，n は整数で，$-\infty < n < \infty$とする．

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 2 問

演算増幅器を用いた回路について以下の問いに答えよ．ただし，図１，２，３中の演算増幅器は全て理想的であり，ω は角周波数を表す.

(1) 理想的な演算増幅器の条件を３つ述べよ.

(2) 図１に示す回路の出力電圧V_{out}と入力電圧V_{in1}, V_{in2}との関係を求めよ. また，この回路が減算回路として動作するための条件を示せ.

(3) 図２に示す回路の利得 $G(\omega)$ を求めよ．また，$G(\omega)$ の振幅と位相の周波数特性の概形を示し，この回路の働きについて説明せよ.

(4) 図３に示す回路の同相利得$K_{\mathrm{c}}(\omega)$ と差動利得$K_{\mathrm{d}}(\omega)$ を求めよ．ただし，$K_{\mathrm{d}}(\omega)$ は，出力電圧V_{out}と差動入力電圧 $V_{\mathrm{in2}}-V_{\mathrm{in1}}$ の比とする.

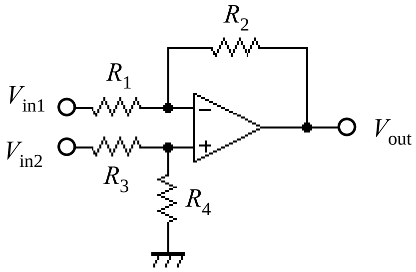


図１

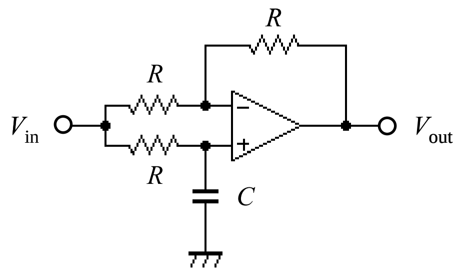


図２

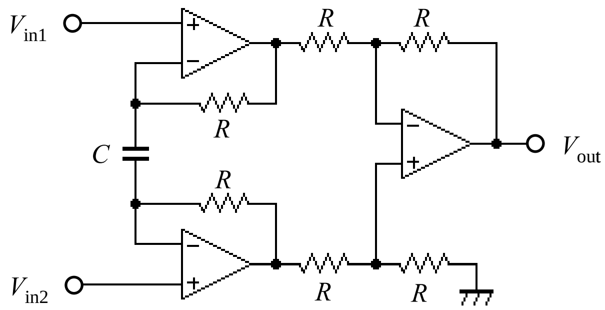


図３

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 3 問

(1) 図 1 のブロック線図で与えられる入力 $u(t)$，出力 $y(t)$ の線形系の状態空間表現を求めよ．ただし，状態ベクトルは $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$ とする．また，入力 $u(t)$ と出力 $y(t)$ との関係を表す伝達関数 $P(s)$ を求めよ．

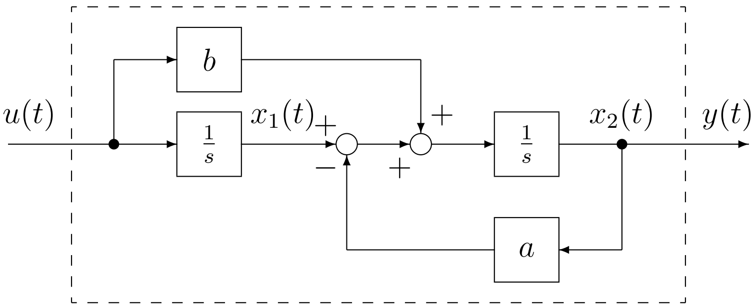


図 1

(2) 問い (1) で求めた状態空間表現の可制御性と可観測性に関する以下の５つの説明 (A) 〜 (E) の中で正しいものを列挙し，それを証明せよ（正しくないと判断したものについては，証明をする必要はない）．また，可制御性あるいは可観測性が失われた場合，伝達関数 $P(s)$ はどのような性質を持つかについて説明せよ．

(A) 任意のパラメータ a, b に対して，可制御かつ可観測である．

(B) ほとんどすべてのパラメータ a, b に対して，可制御かつ可観測である．

(C) あるパラメータ a, b が存在して，可制御でも可観測でもないことがある．

(D) ほとんどすべてのパラメータ a, b に対して，不可制御あるいは不可観測である．

(E) 任意のパラメータ a, b に対して，不可制御あるいは不可観測である．

【次のページへ続く】

【第 3 問の続き】

(3) 図 2 のフィードバック制御系を考える．ただし，$r(t)$ は単位ステップ関数で与えられる目標入力，$e(t)$ は偏差信号，$P(s)$ は図 1 で与えられる制御対象，K は定数の制御器を表している．ここで，初期状態は零，フィードバック制御系は漸近安定であると仮定する．このとき，以下の問いに答えよ．

(3a) 2 つの量

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)\ ,\ \ \dot{y}_0 = \lim_{t\to 0+} \dot{y}(t)$$

を求めよ．また，その中にパラメータ a, b の値に依存しないものがあれば，その理由を述べよ．

(3b) $a = 5, b = -1, K = 2$ としたときの $y(t)$ の応答の概要を図示せよ．

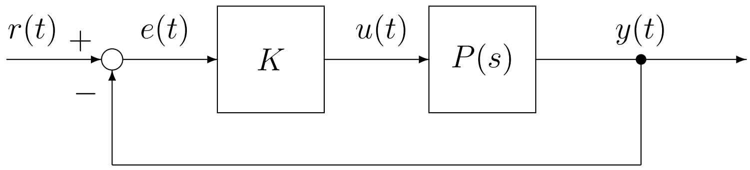


図 2

(4) 図 2 のフィードバック制御系の安定性に関して，以下の問いに答えよ．

(4a) このフィードバック制御系を漸近安定にする定数 K が存在するという事実が得られたとする．この事実に適合するパラメータ a, b の領域を a を横軸，b を縦軸とするパラメータ空間を用いて図示せよ．

(4b) ある有界な正の数 K_M が存在して，以下の性質が成り立つことが確認された．

$$\begin{array}{ccl} 0 < K < K_M & : & \text{漸近安定} \\ K > K_M & : & \text{不安定} \end{array}$$

このとき，パラメータ a と b の符号を決定し，その理由を述べよ（符号が決定できないパラメータがある場合にもその理由を述べよ）．また，K_M の値を a と b を用いて表せ．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙

（切り離さないこと）

第４問

図１ (a) に示すように，摩擦の無視できる水平な平面上に置かれた直方体の剛体の対象を２本のロボットの指を用いて十分強い力で把持する．対象は平面から離れずに移動するものとし，平面上での対象の重心の位置と傾きをそれぞれ $\boldsymbol{r}_o$，θ，２つの接触点の位置をそれぞれ $\boldsymbol{r}_1$，$\boldsymbol{r}_2$ で表す．初期状態では，図１ (b) に示すように，$\boldsymbol{r}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$，$\theta = 0$，$\boldsymbol{r}_1 = \begin{bmatrix} l \\ 0 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{r}_2 = \begin{bmatrix} -l \\ 0 \end{bmatrix}$ とする．把持状態では，図１ (c) に示すように，指１，指２によって力ベクトル $\boldsymbol{f}_1$，$\boldsymbol{f}_2$ を与える．このとき，対象の重心に生じる力とモーメントをそれぞれ $\boldsymbol{F}$，m で表す．接触点では十分大きな摩擦が存在し，接触点は対象の表面上を移動しないものとする．また，重力の影響は無視する．

(1) $\begin{bmatrix} \boldsymbol{F} \\ m \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_1 \\ \boldsymbol{f}_2 \end{bmatrix}$ を満たす行列 W を求めよ．

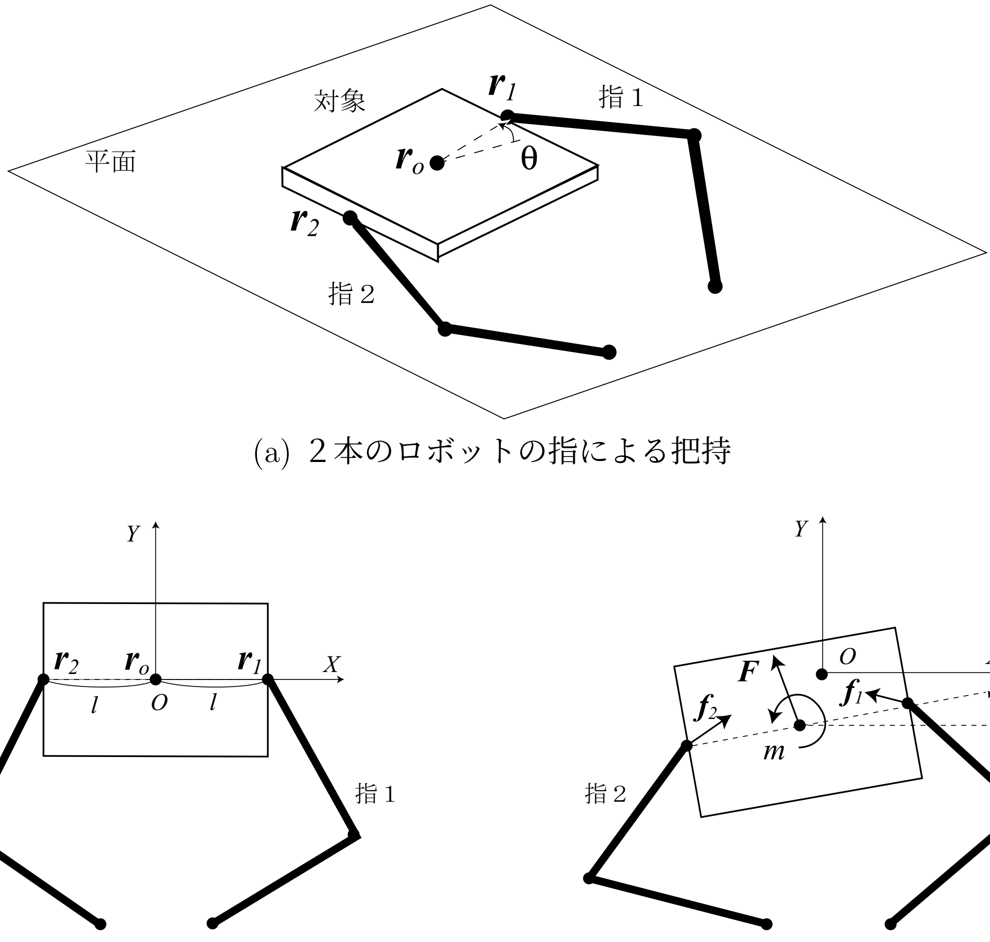
(2) 行列 W の零化空間を求めよ．また，その物理的な意味を述べよ．

(3) $\boldsymbol{r}_1$ と $\boldsymbol{r}_2$ の初期位置からの変位をそれぞれ $\Delta\boldsymbol{r}_1$，$\Delta\boldsymbol{r}_2$，$\boldsymbol{r}_o$ と θ の初期位置からの変位をそれぞれ $\Delta\boldsymbol{r}_o$，$\Delta\theta$ で表す．$\Delta\boldsymbol{r}_o$ と $\Delta\theta$ が十分微小であるとき，$\begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{r}_1 \\ \Delta\boldsymbol{r}_2 \end{bmatrix} \simeq V \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{r}_o \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$ を満たす行列 V を求めよ．

(4) 力ベクトル $\boldsymbol{f}_1$ と $\boldsymbol{f}_2$ をそれぞれ $\boldsymbol{f}_1 = -K\,\Delta\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{f}_{10}$，$\boldsymbol{f}_2 = -K\,\Delta\boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{f}_{20}$ となるように制御する．ただし，$K = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix}$ は定数行列，$\begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_{10} \\ \boldsymbol{f}_{20} \end{bmatrix}$ は W の零化空間に含まれるベクトルであり，$\boldsymbol{f}_1$ と $\boldsymbol{f}_2$ が対象を押す方向を向くように適切に設定されるものとする．$\Delta\boldsymbol{r}_o$，$\Delta\theta$ が十分微小であるとき，$\begin{bmatrix} \boldsymbol{F} \\ m \end{bmatrix} \simeq -A \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{r}_o \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$ を満たす行列 A を求めよ．また，初期状態が安定平衡点となるための k_x と k_y の条件を求めよ．

【次のページへ続く】

【第４問の続き】



(a) ２本のロボットの指による把持

(b) 初期状態（上面図）

(c) 把持状態（上面図）

図１

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第５問

以下の問いに答えよ．ただし x_i は２値変数，$\bullet$ は論理積，+は論理和，$\overline{\ }$ は否定，$\oplus$ は排他的論理和を表す.

(1) 以下の各式が成立することを示せ.

(a) $0 \oplus x_1 = x_1$

(b) $1 \oplus x_1 = \overline{x_1}$

(c) $x_1 \bullet (x_2 \oplus x_3) = (x_1 \bullet x_2) \oplus (x_1 \bullet x_3)$

(d) $x_1 + x_2 = x_1 \oplus x_2 \oplus (x_1 \bullet x_2)$

(2) 論理関数を，肯定型変数の積項の排他的論理和で表現する．この表現を Reed-Muller 展開ともいう.

(a) $f(x_1, x_2, \cdots, x_n) = (x_1 \bullet (f(1, x_2, \cdots, x_n) \oplus f(0, x_2, \cdots, x_n))) \oplus f(0, x_2, \cdots, x_n)$ を導出せよ.

(b) x_1, x_2, x_3 のうち，２つ以上の変数の値が１である時に限り $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ となる３変数論理関数 f を考え, この関数を Reed-Muller 展開で表現せよ.

(3) Reed-Muller 展開で

$$g(x_1, x_2, \cdots, x_n) = a_0 \oplus (a_1 \bullet x_1) \oplus (a_2 \bullet x_2) \oplus \cdots \oplus (a_n \bullet x_n)$$

（ただし，$a_i (i = 0, 1, \cdots, n)$ は０または１の定数）

と表現される論理式が自己双対関数である必要十分条件を示せ.

なお，$f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ が自己双対関数である必要十分条件は，

$\overline{f(x_1, x_2, \cdots, x_n)} = f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \cdots, \overline{x_n})$ であることを用いてもよい.

【次のページへ続く】

【第５問の続き】

（4） n 変数論理関数 $f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$ に対し，$f\left(0, x_2, \cdots, x_n\right) \oplus f\left(1, x_2, \cdots, x_n\right)$ を x_1 でのブール微分といい，$\dfrac{\partial f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)}{\partial x_1}$ で表す．

（a） $f(x_1, x_2, x_3) = \left(x_1 \bullet x_2\right) + \left(x_2 \bullet x_3\right)$ の x_1 でのブール微分を求めよ．

（b） 論理関数 $f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$ を実現する論理回路において，ある信号 x_k (k: 1, 2,$\cdots$, nのいずれか) が実際の入力の値にかかわらず常に 0 に固定される故障を，その信号の 0 縮退故障という．x_1 の 0 縮退故障を検出するためには，$F = f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right) \oplus f\left(0, x_2, \cdots, x_n\right) = 1$ を満たす信号パターン $\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$ を入力すれば良い．

問い(4)(a)の論理関数 $f(x_1, x_2, x_3) = \left(x_1 \bullet x_2\right) + \left(x_2 \bullet x_3\right)$ において，x_1 の 0 縮退故障を検出可能な入力パターンを示せ．

（c） 論理関数 $f\left(x_1, x_2, \cdots, x_n\right)$ において，ある信号 x_k (k: 1, 2,$\cdots$, nのいずれか) の 0 縮退故障を検出可能な信号パターンが存在するための必要十分条件が，その変数でのブール微分を 1 とする信号パターンが存在することであることを証明せよ．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 6 問

(1) ２分木は再帰的に定義される有限個の接点の集合であって，空集合であるか，または１つの節点（根と呼ぶ）と２つの２分木（それぞれ左部分木，右部分木と呼ぶ）から成る． ２分木を巡ってすべての節点を一度だけ訪問する手続きとして,「根をいつ訪問するか」によって次の３つの再帰的手続きを考える.

<u>手続き「先根」:</u>
根を訪問する
左部分木を「**先根**」で巡る
右部分木を「**先根**」で巡る

<u>手続き「中根」:</u>
左部分木を「**中根**」で巡る
根を訪問する
右部分木を「**中根**」で巡る

<u>手続き「後根」:</u>
左部分木を「**後根**」で巡る
右部分木を「**後根**」で巡る
根を訪問する

図１の２分木に**手続き「先根」**を適用すると，節点の訪問順序は A, B, D, C, E, G, H, F と定まる． 同様に，**手続き「中根」**および**手続き「後根」**を適用することによって定まる節点の訪問順序をそれぞれ示せ.

(2) **手続き「中根」**によって２分木を巡る次の**アルゴリズム T** を考える.
n 個の節点を持つ２分木にこのアルゴリズムを適用したとき，各ステップ **T1, T2, T3, T4, T5** はそれぞれ何回実行されるかを *n* の関数として示せ.

<u>アルゴリズム**T**</u>：Vを図１のように表現される２分木の根へのポインタとする． Sをスタックとする． Pをポインタ変数とする． NODE(P)はPが指し示す根を表す． LLINK(P), RLINK(P)はそれぞれPが指し示す根の左部分木，右部分木へのポインタを表す.
T1:　S を空にし， V を P に set する.
T2:　P が空なら **T4** へ jump する.
T3:　S に P を push する． その後, LLINK(P)を P に set して **T2** へ戻る.
T4:　S が空ならば終了する． そうでなければ S を pop して P に set する.
T5:　NODE(P)を訪問する． その後, RLINK(P)を P に set して **T2** へ戻る.

【次のページへ続く】

【第６問の続き】

(3) 図１のような２分木において部分木を持たない節点に特別な節点（拡張節点と呼び，四角形で表す）を追加して得られる図２のような２分木を拡張２分木と呼ぶ．拡張節点に対して，元の丸い節点を内部節点という．内部節点の個数を n，拡張節点の個数を k，拡張２分木の枝の総数を e とするとき，e と k をそれぞれ n を用いて表し，そのように表される理由を説明せよ．

(4) 拡張２分木において，節点 N の経路長とは，根から N へ至る経路を構成する枝の数をいう．拡張２分木 T の拡張経路長 E とは，拡張２分木におけるすべての拡張節点の経路長の総和である．また，拡張２分木 T の内部経路長 I とは T の内部節点の経路長の総和である．このとき，内部節点の個数を n とするとき，E と I との間に成り立つ関係を式で表し，その理由を説明せよ．

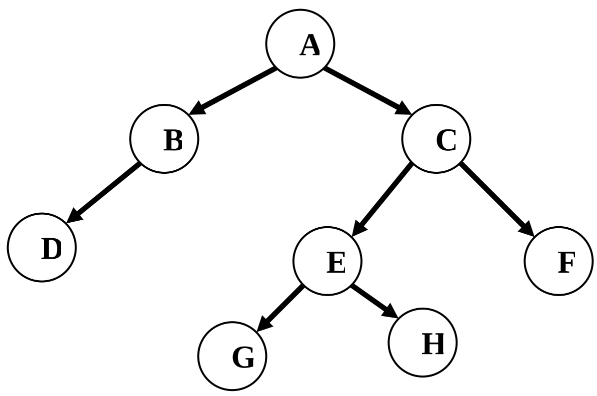


図１

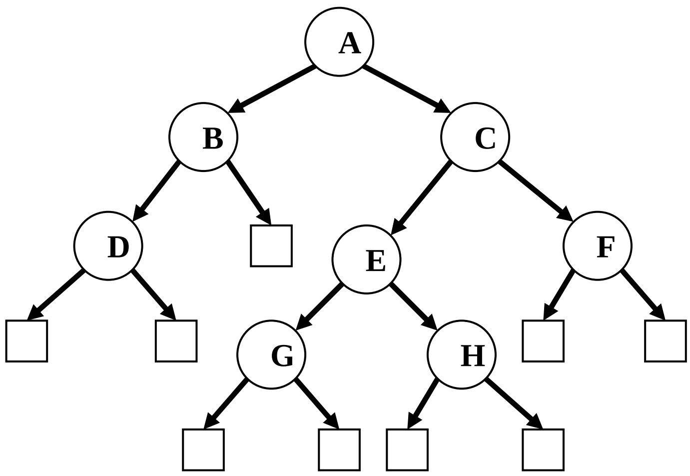


図２

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 7 問

図１のように，辺長Lの正三角形ABCをなす均質，質量M，厚さ一定の剛体板Tが，x-y水平面上に置かれ，x軸に対する$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$の角度が$\alpha$となる状態で静止している．同じ水平面上を速さ$v$で$+x$ 方向に進行する質量mの質点Sが，頂点Aから距離d にあるAB上の点PでTに衝突する．物体SとTはx-y平面から離れることはなく，力学的エネルギは保存されるものとする．またSはTに対し，ABに垂直な力のみを及ぼすものとする．衝突直後のTの重心の速度ベクトルを$\boldsymbol{u}$ とし，水平面と物体との間の摩擦，および空気抵抗は無視できるものとして以下の問いに答えよ．ただしαおよび問い(3)，(4)におけるθ は，$0<\alpha<\pi$ および $0\leq\theta\leq\pi/2$ をみたすものとする．

(1) 衝突後，T が回転しないための d を求めよ．

(2) 問い(1)で求めた位置に S が衝突した後の $\boldsymbol{u}$ を求めよ．

(3) 図２のように，$\boldsymbol{u}$のθ 方向成分u_θを考える．衝突後Tは回転しないものとして，u_θを最大にするαをθ の関数として求めよ．

(4) 一般のdに対する$\boldsymbol{u}$を求めよ．ただしTの重心を通り板に垂直な直線に関する慣性モーメントは$ML^2/12$ であることを用いてよい. 次にu_θを最大にするdおよびαを，θ の関数として求めよ．

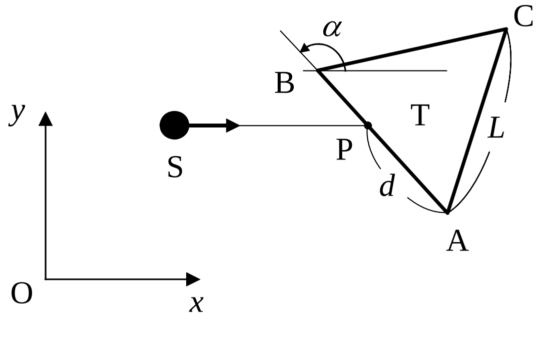


図１

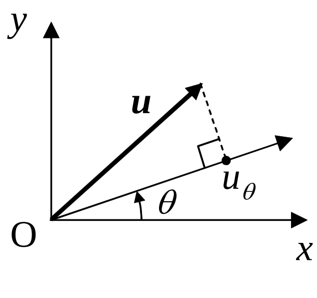


図２

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 8 問

図 1 に示すように，平板上に等間隔 $d/2$ で張られた平行折り返し導線が 2 枚あり，それらは間隔 ε で平行に重ねられている．2 枚の平行折り返し導線は常に平行であり，下側平板の面を (x, y) 平面，間隔 $d/2$ の方向を x 軸，(x, y) 平面に直交する方向を z 軸とする．下側平板の導線に時間的に変化する電流 $I(t)$ を流した場合に，上側平板の導線に発生する電圧 $V(t)$ が，上下の平板の間隔 ε と上下の平板の導線の x 軸方向の位置ずれ l との関係でどのように変化するかを考える．問いにしたがって答えよ．ただし，以下で求めようとする式は積分や微分や級数等を含んだままでかまわない．また，上側平板上の導線には電流は流れない．

(1) 無限に長い直線状の導線に電流 I を流した場合に，その導線から距離 r だけ離れた点に生じる磁束密度 B を与える式を導け．ただし導線周囲の空間の透磁率を μ とする．

(2) 下側平板の上方 ε に生じる上向きの磁束密度 $B_z(x, \varepsilon)$ を与える式を導け．ただし，導線の平行折り返しは x 軸の両方向に無限に続き，導線の一部は y 軸上にあってその電流は y 軸方向に流れ，また導線の平行部は十分に長く，折り返し端部の寄与は無視してよい．

(3) 上で求めた式において，n を任意の整数としたときの $x = nd/2$ の場合（導線の直上の位置）と，$x = nd/2 + d/4$ の場合（折り返し導線の中間の直上の位置）の上向き磁束密度をなるべく簡単な式で表せ．

(4) 下側平板の導線に与える電流 $I(t)$ と，下側平板の導線に対して x 軸方向に l だけ位置のずれた上側平板の導線の両端に生じる電圧 $V(t)$ との関係を与える式を導け．ただし，上側平行折り返し導線の平行部の長さを L，折り返し数を N 周期とし，折り返し端部の寄与は無視してよい．

【次のページへ続く】

【第８問の続き】

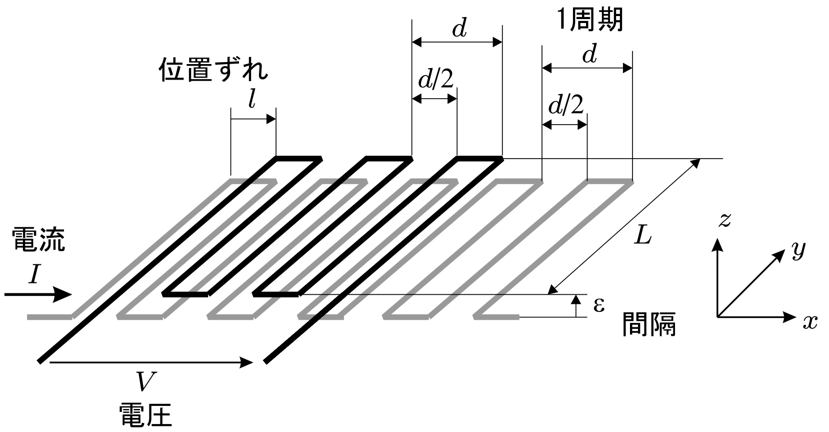


図１

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）