問題１１　電気回路・電子回路　解答例

I

（1）$V_R = \frac{R}{R+j\omega L} V_{ab}$ より　$\frac{V_{ab}}{V_R} = \frac{R+j\omega L}{R}$　従って，$S = R$ ，$T = 0$

（2）$V_{ab} = \frac{\frac{1}{j\omega C_2 + \frac{1}{R+j\omega L}}}{\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2 + \frac{1}{R+j\omega L}}} E$ より

$$\frac{E}{V_{ab}} = \frac{\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2 + \frac{1}{R+j\omega L}}}{\frac{1}{j\omega C_2 + \frac{1}{R+j\omega L}}} = \frac{\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{R+j\omega L}{1-\omega^2 LC_2 + j\omega RC_2}}{\frac{R+j\omega L}{1-\omega^2 LC_2 + j\omega RC_2}} = \frac{1}{j\omega C_1}\frac{1-\omega^2 LC_2 + j\omega RC_2}{R+j\omega L} + 1$$

$$= \frac{1-\omega^2 L(C_1+C_2) + j\omega R(C_1+C_2)}{j\omega C_1(R+j\omega L)}$$

従って，$U = 1 - \omega^2 L(C_1 + C_2)$ ，$V = \omega R(C_1 + C_2)$

（3）（1）および（2）から

$$\frac{E}{V_R} = \frac{V_{ab}}{V_R}\frac{E}{V_{ab}} = \frac{1-\omega^2 L(C_1+C_2) + j\omega R(C_1+C_2)}{j\omega RC_1}$$

（4）（3）で求めた $\frac{E}{V_R}$ が測定器の内部抵抗 R に依存しなければよい。そのための条件は，分子の実数部がゼロとなることである。従って，

$\omega^2 L(C_1 + C_2) = 1$

このとき $\frac{|E|}{|V_R|} = \frac{C_1+C_2}{C_1}$ となる。

回答例

（１） D1 が off，D2 が on としたとき，電圧増幅率 V_{OUT}/V_{IN} を求めよ。

回答例１

問題の条件のとき，図２の回路は図４のようになる。

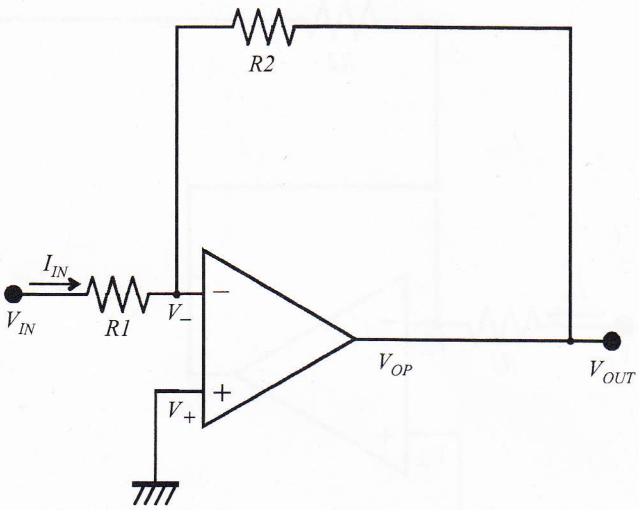


図４

仮想接地が成立するので

$V_{-} = 0$ [V]

オペアンプの入力インピーダンスが無限大なので，キルヒホッフ電流則より

$V_{IN}/R1 = -V_{OUT}/R2$

よって，

$V_{OUT}/V_{IN} = -R2/R1$

回答例２

問題の条件のとき，図２の回路は図４のようになる。

この回路は反転増幅回路であるため，電圧増幅率は次のようになる。

$V_{OUT}/V_{IN} = -R2/R1$

（２） D1 が on，D2 が off としたとき，V_{-}を求めよ。

問題の条件のとき，図２の回路は図５のようになる。

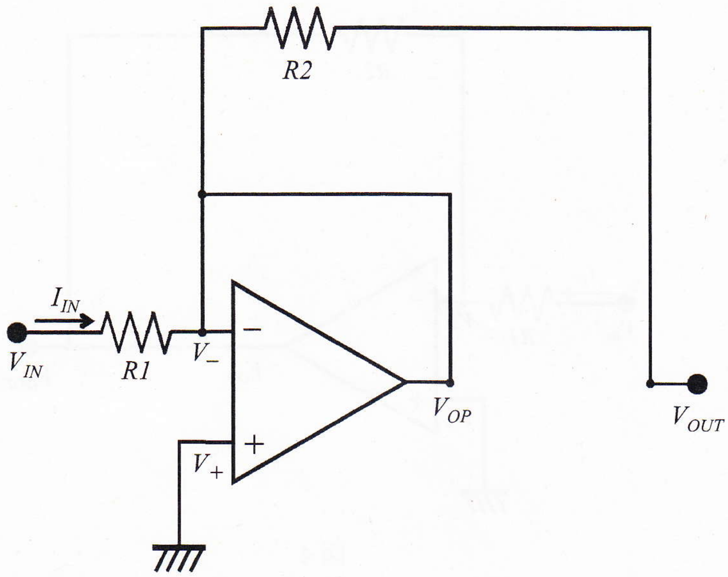


図５

この回路は負帰還がかかっているため，仮想短絡が成立する。さらに V_{+}が接地されているため，仮想接地が成立する。従って，V_{-}= 0 [V]となる。

（３） V_{IN}>0 のときの V_{OUT}を求めよ。

V_{IN}>0 のとき，D1 は off，D2 は on になる。

従って，問題(1)より，$V_{OUT} = -(R2/R1)\ V_{IN}$ [V] となる。

（４） V_{IN} <0 のときの V_{OUT}を求めよ。

V_{IN}<0 のとき，D1 は on，D2 は off になる。さらに，このとき R2 に電流は流れないため，$V_{-} = V_{OUT}$となる。従って，問題(2)より，V_{OUT} =0 [V]となる。

（５） $R1$=1kΩ，$R2$=5kΩとして V_{IN}が図３の時の V_{OUT}を図示せよ。0V の位置および波高値の電圧を明記すること。

$V_{IN}>0$ のとき，問題(3)より $V_{OUT} = -(R2/R1) = -5\ V_{IN}$ [V]

$V_{IN}<0$ のとき，問題(4)より $V_{OUT} = 0$ [V]

従って，V_{OUT}は図６のようになる。

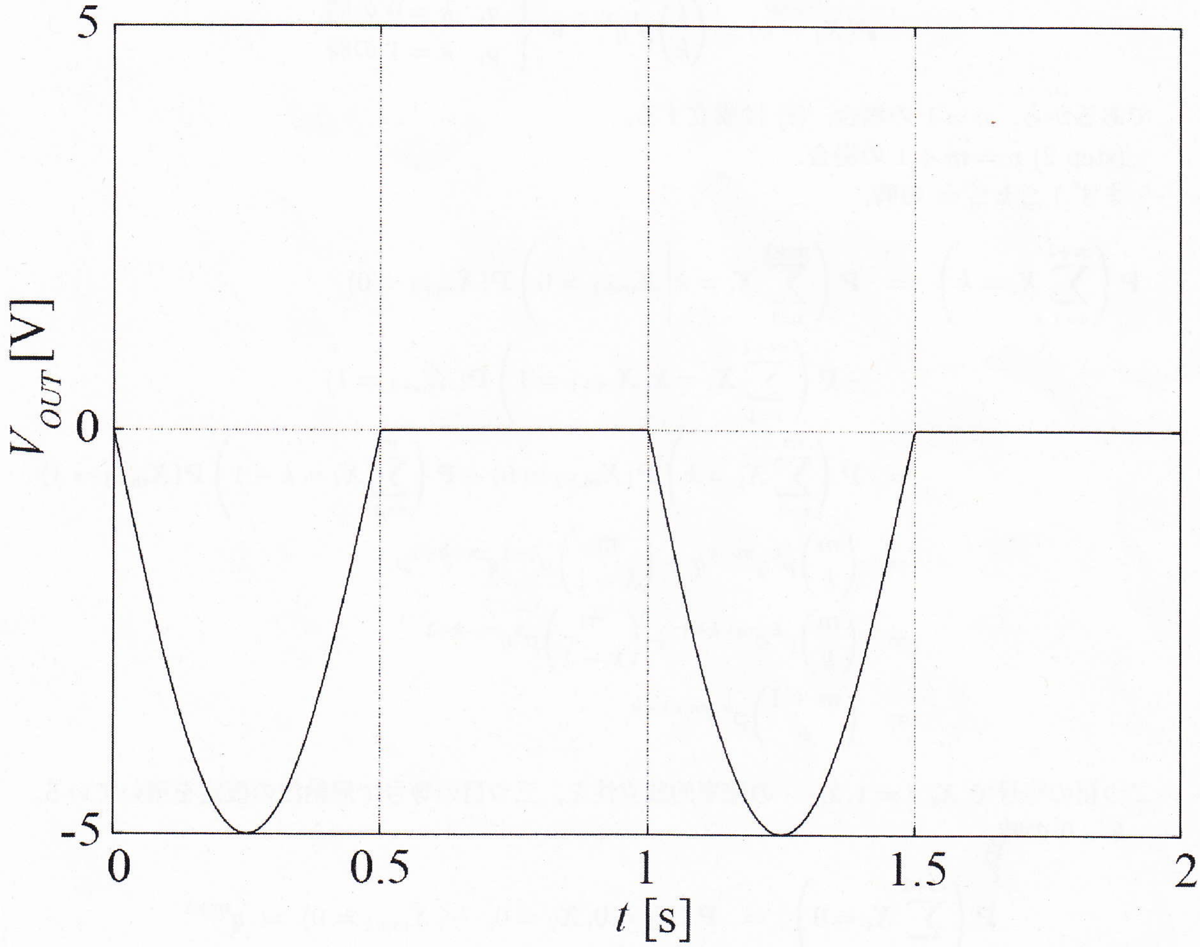


図６

問題１３　制御工学　解答例

I

（１）$Y(s)=\dfrac{\dfrac{C(s)}{1-P(s)C(s)}P(s)}{1+\dfrac{C(s)}{1-P(s)C(s)}P(s)}R(s)$ より，$R(s)$から $Y(s)$への伝達関数は $P(s)C(s)$ となる。

（２）目標値 $r(t)=1$ のときの制御量の定常値は次式となる。

$$\lim_{t\to\infty}y(t)=\lim_{s\to0}sY(s)=\lim_{s\to0}sP(s)C(s)\frac{1}{s}=\lim_{s\to0}s\frac{c_1}{s+1}\frac{1}{s+1}\frac{1}{s}=\lim_{s\to0}\frac{c_1}{s+1}\frac{1}{s+1}$$

これが 1 となればよいので，$c_1=1$ を得る。

（３）$Y(s)=\dfrac{P(s)}{1-\dfrac{-C(s)}{1-P(s)C(s)}P(s)}D(s)$ より，$D(s)$から $Y(s)$への伝達関数は $(1-P(s)C(s))P(s)$ となる。

（４）外乱 $d(t)=\sin t$ のときの制御量 $y(t)$は次式となる。

$$y(t)=\mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}=\mathcal{L}^{-1}\left\{(1-P(s)C(s))P(s)\frac{1}{s^2+1}\right\}=\mathcal{L}^{-1}\left\{(1-\frac{1}{s+1}\frac{c_2s}{s+1})\frac{1}{s+1}\frac{1}{(s^2+1)}\right\}$$

$$=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s^2+(2-c_2)s+1}{(s+1)^3(s^2+1)}\right\}$$

$\lim_{t\to\infty}y(t)$が 0 となるためには, $Y(s)$の分母(s^2+1)が消去される必要があることから, $c_2=2$ を得る。

このとき，$\lim_{t\to\infty}y(t)=\lim_{s\to0}s\dfrac{1}{(s+1)^3}=0$ となる。

（５）$P(s)=\dfrac{K_1}{T_1s+1}$ の単位インパルス応答は $y(t)=\dfrac{K_1}{T_1}e^{-\frac{t}{T_1}}$ となる。図３から初期値 $y(0)=1$，時定数 $T_1=2\mathrm{sec}$ である。よって，$K_1=2$，$T_1=2$ を得る。

（６）$R(s)$から $Y(s)$への伝達関数は，$\dfrac{\dfrac{2}{2s+1}\dfrac{K_2}{T_2s+1}}{1+\dfrac{2}{2s+1}\dfrac{K_2}{T_2s+1}}=\dfrac{2K_2}{2T_2s^2+(T_2+2)s+(1+2K_2)}$ となる。減衰係数が 1，固有角周波数が 2 rad/sec となるためには $\dfrac{T_2+2}{2T_2}=4$，$\dfrac{1+2K_2}{2T_2}=4$ となればよい。よって，$T_2=\dfrac{2}{7}$，$K_2=\dfrac{9}{14}$ を得る。

問題１３　制御工学　の解答例（つづき）

Ⅱ（１）ラプラス変換の定義式より $f(t)$ のラプラス変換は次式となる。

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_{\alpha}^{\beta} 1 \times e^{-st} dt = \frac{1}{s}(e^{-\alpha s} - e^{-\beta s})$$

（２）上記の（１）より $g(t)$ のラプラス変換は

$$\mathcal{L}[g(t)] = \frac{1}{s}\sum_{m=0}^{\infty} (-e^{-s})^m = \frac{1}{s} \times \frac{1}{1+e^{-s}}$$

である。したがって次式を得る。

$$A(s) = s,\ \ B(s) = -s$$

Ⅲ　図４の並列に並んだ抵抗，コイル，コンデンサに流れる電流を，それぞれ $i_R(t)$，$i_L(t)$，$i_c(t)$ とおくと

$$\begin{aligned} v_i(t) &= Ri_R(t) + R(i_R(t) + i_L(t) + i_c(t)) \\ v_o(t) &= R(i_R(t) + i_L(t) + i_c(t)) \\ \frac{1}{C}\int_0^t i_c(\tau)d\tau &= Ri_R(t) = L\frac{d}{dt}i_L(t) \end{aligned}$$

である。$v_i(t), v_o(t), i_L(t), i_R(t), i_c(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $V_i(s), V_o(s), I_L(s), I_R(s), I_c(s)$ とおき，全ての初期値を零として上式をラプラス変換すると

$$V_i(s) = RI_R(s) + V_o(s),\ \ V_o(s) = \{1 + \frac{R}{Ls} + RCs\}RI_R(s)$$

となる。入力電圧から出力電圧までの伝達関数は次式で与えられる。

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{LCRs^2 + Ls + R}{LCRs^2 + 2Ls + R} = \frac{s^2 + \frac{1}{CR}s + \frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{2}{CR}s + \frac{1}{LC}}$$

したがって，次式を得る。

$$a = 1,\ b = \frac{1}{CR},\ c = \frac{1}{LC},\ d = \frac{2}{CR},\ e = \frac{1}{LC}$$

問題１８　　量子力学　**解答例**

I

(1)

領域 I　$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi_{\mathrm{I}}}{dx^2} = E\varphi_{\mathrm{I}}$

領域 II　$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi_{\mathrm{II}}}{dx^2} - V_0\varphi_{\mathrm{II}} = E\varphi_{\mathrm{II}}$

領域 III　$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi_{\mathrm{III}}}{dx^2} = E\varphi_{\mathrm{III}}$

(2) $k = \sqrt{2mE}/\hbar,\ \ q = \sqrt{2m(E+V_0)}/\hbar$

(3)

$$1 + A = B + C,\ \ k(1-A) = q(B-C),$$

$$Be^{iqa} + Ce^{-iqa} = De^{ika},\ \ q(Be^{iqa} - Ce^{-iqa}) = kDe^{ika}$$

(4) $A = 0,\ \ D = -e^{-ika}$

(5) $R = 0,\ \ T = 1$

平成２８年度大学院入学試験問題１８－II 解答例

(1) $i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}$

(2) $\frac{1}{(\pi b)^{\frac{1}{4}}}exp[-\frac{(k-k_0)^2}{2b}]$

(3) $\frac{\partial\tilde{\psi}(k,t)}{\partial t} = -\frac{i\hbar k^2}{2m}\tilde{\psi}(k,t)$

(4) $\tilde{\psi}(k,0)exp[-\frac{i\hbar k^2}{2m}t]$

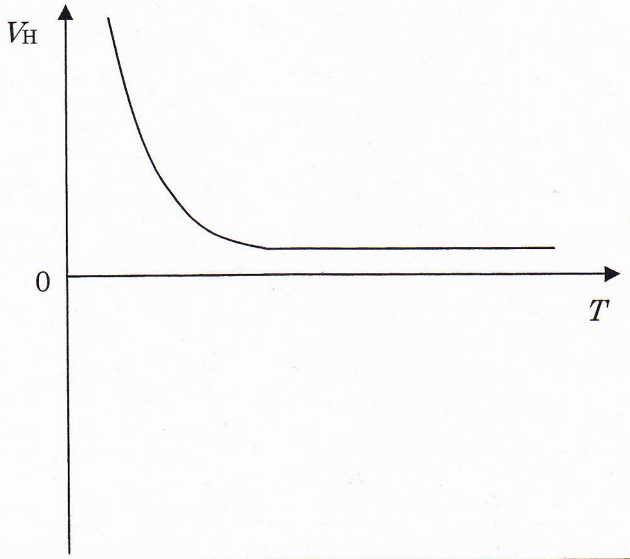
(5) $\sqrt{\frac{b}{\pi[1+(\frac{b\hbar t}{m})^2]}}exp[-\frac{b}{1+(\frac{b\hbar t}{m})^2}(x-\frac{\hbar k_0}{m}t)^2]$

(6) $\sqrt{\frac{b}{2}}\hbar$

(7) $\frac{\hbar}{2}\sqrt{1+(\frac{b\hbar t}{m})^2}$

問題１９　電子物性・固体物性　解答例

<table>
<tr><td>（1）</td><td colspan="3">電流密度　$\dfrac{I}{dw}$　　電界　$\dfrac{V}{L}$</td></tr>
<tr><td>（2）</td><td>$\dfrac{dwV}{LI}$</td><td>（3）</td><td>$\dfrac{I}{qNdw}$</td></tr>
<tr><td>（4）</td><td>$\dfrac{IB}{Ndw}$</td><td colspan="2">力の方向　x の正の方向</td></tr>
<tr><td>（5）</td><td>$\dfrac{IB}{Ndw}$</td><td colspan="2">力の方向　x の負の方向</td></tr>
<tr><td>（6）</td><td>$\dfrac{IB}{qNd}$</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">（7）</td><td>［ア］
（3）</td><td>［イ］
（1）</td><td>［ウ］
（4）</td></tr>
<tr><td colspan="3">選択した理由

［ア］と［ウ］はn形半導体なので負の傾きを持ち、［イ］はp形半導体なので正の傾きを持つ。［ア］は［ウ］よりもキャリヤ密度が多いので、［ア］が（3）、［ウ］が（4）となる。［イ］はキャリヤ密度が［ア］より少ないので、（1）があてはまる。</td></tr>
<tr><td>（8）</td><td colspan="3"></td></tr>
</table>