平成 25 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

基礎科目試験問題

（実施時間　９：３０ ～ １２：３０）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙を除いて１２ページある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「数学１」，「数学２」，「数学３」，「数学４」，「数学５」，「電磁理論１」，「電磁理論２」，「電気電子回路１」，及び，「電気電子回路２」の９題*あり，この順番に綴じられている．このうち，５題を選択し解答すること．但し，選択すべき試験問題は，受験コース毎に下表のように規定されている．

受験コース名	選択すべき試験問題
システム・制御・電力工学コース	「数学１」，「数学２」，「数学３」，「数学４」，「数学５」の５題から３題，及び，「電磁理論１」，「電磁理論２」，「電気電子回路１」，「電気電子回路２」の４題から２題，合計５題を選択すること
先進電磁エネルギー工学コース	
量子電子デバイス工学コース	
情報通信工学コース	９題（上記*印）から５題選択すること

３．解答用紙は，試験問題毎に指定されている．解答は必ず指定された解答用紙に記入すること．解答用紙を間違えると，採点できない場合がある．

４．全ての解答用紙の上部に志望コースおよび受験番号を記入すること．

５．解答が解答用紙の表面に書ききれない場合は，その用紙の裏面を使用してよい．ただし，その場合，裏面に記入がある旨を表面に記載すること．

６．試験終了時までに，選択した５題の試験問題名を別紙「基礎科目試験問題選択票」の該当箇所へ記入すること．

７．“選択しなかった”試験問題の解答用紙は，下書きや計算用紙として使用しても差し支えないが，配布された９枚の解答用紙は全て回収されるので，持ち帰ってはいけない．

８．試験が終了したら，(1)「基礎科目試験問題選択票」に記入した試験問題の解答用紙５枚を番号の若い順に揃え，(2)選択しなかった試験問題の解答用紙を一つに重ね二つ折にした上，(3)「基礎科目試験問題選択票」，番号順に揃えた５枚の解答用紙，及び，２つ折にした残りの解答用紙をこの順番に重ねて，監督者の指示を待つこと．

９．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【数学1】解答は，白色（1番）の解答用紙に記入すること.

2 階微分方程式（second order differential equation）

$$x'' + a_1(t)x' + a_2(t)x = 0$$

について以下の設問に答えよ．ただし，x は t の関数であり，x' および x'' はそれぞれ t に関する 1 階および 2 階微分を表わし，$a_1(t)$ および $a_2(t)$ は任意の区間で連続とする.

(a) $x_1(t) \neq 0$が特殊解（particular solution）とすると，

$$x_2(t) = x_1(t) \int^t \frac{1}{\{x_1(\tau)\}^2} \cdot \exp\left(-\int^\tau a_1(s)\,\mathrm{d}s\right) \mathrm{d}\tau$$

がもう一つの特殊解となることを示せ．ただし，$\int^t f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ は t の関数を表わす.

(b) (a)で示す$x_1(t)$，$x_2(t)$ が互いに 1 次独立な基本解系（fundamental system of solutions）であることを，ロンスキー行列式（Wronskian determinant） $W(x_1, x_2)(t)$ を用いて示せ.

(c) 次の微分方程式の一般解（general solution）を求めよ.

$$x'' - 4tx' + (4t^2 - 2)x = 0$$

ただし，特殊解の一つは t の累乗の指数関数（exponential function of powers of t）である.

【数学2】　解答は，赤色（2番）の解答用紙に記入すること.

複素平面 (complex plane) 上の変数 z $(z = x + iy)$ について以下の設問に答えよ.

(a) 関数 $f(z)$ を式 (1)で定義する.

$$f(z) = \mathrm{Re}(z) \tag{1}$$

$f(z)$ を図 1 に示す経路 (path) $\mathrm{C_1}$ 及び$\mathrm{C_2}$ に沿ってそれぞれ積分せよ. ここで，$\mathrm{C_1}$ は $y = x^2$ に沿って原点 (origin) から 1+ i まで進むものとする． 一方，$\mathrm{C_2}$ は実軸 (real axis) に沿って原点から 1 まで進み，次いで虚軸 (imaginary axis) に平行に 1+ i まで進むものとする.

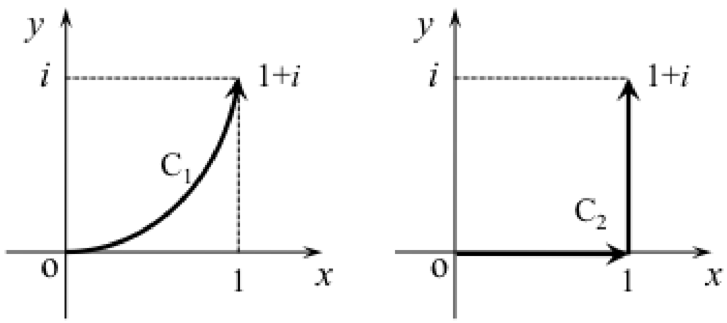


図 1

(b) 式 (2)で与えられる実関数 (real function) $g(\theta)$ について，式 (3)の積分の値を求める. ただし，a は実数 (real number) であり，$a > 1$ とする.

$$g(\theta) = \frac{1}{(a + \cos\theta)^2} \tag{2}$$

$$I = \int_0^{2\pi} g(\theta)\,\mathrm{d}\theta \tag{3}$$

(b-1) $z = e^{i\theta}$ とおき，$\cos\theta$ を z の関数として表せ.

(b-2) 式 (3)の積分を z に関する積分に置き換えよ.

(b-3) この置き換えによって得られる積分経路を複素平面上に図示せよ.

(b-4) 積分値 I を求めよ.

【数学３】 解答は，青色（３番）の解答用紙に記入すること．

関数 $f(x)$ のフーリエ変換（Fourier transform）$F(k)$ を次式で定義する．

$$\mathcal{F}[f(x)] = F(k) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\mathrm{e}^{-ikx}\,\mathrm{d}x$$

ただし，$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|\,\mathrm{d}x < \infty$ とする．

以下の設問に答えよ．

(a)　次の関数のフーリエ変換を求めよ．

$$f(x) = \mathrm{e}^{-a|x|} \quad (a > 0)$$

(b)　次の関係が成立する事を証明せよ．

(b-1)　$\displaystyle\mathcal{F}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)\right] = ikF(k)$

(b-2)　$\displaystyle\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}k} F(k) = -i\mathcal{F}[xf(x)]$

(c)　(b) の結果を利用して，$f(x)$ に関する常微分方程式（ordinary differential equation）

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} f(x) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\{xf(x)\} = 0$$

に対し，$f(x)$ のフーリエ変換 $F(k)$ が満たすべき常微分方程式を導出せよ．

(d)　(c) で得られた常微分方程式を条件 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ の下で解き，$F(k)$ を求めよ．

【数学４】　解答は，黄色（４番）の解答用紙に記入すること．

以下の設問に答えよ.

(a) 関数 $f(t)$ のラプラス変換 (Laplace transform) が存在し, それを $\mathcal{L}[f](s) = F(s)$ とする. $\lim_{t\to+0} \dfrac{f(t)}{t}$ が存在するとき,

$$\mathcal{L}\left[\frac{f(t)}{t}\right](s) = \int_s^\infty F(\sigma)\mathrm{d}\sigma \qquad (s > 0)$$

の関係が成り立つことを示せ.

(b) $t > 0$ に対して, $\displaystyle\int_0^t \frac{\sin^3\tau}{\tau}\mathrm{d}\tau$ のラプラス変換を求めよ.

(c) 上記の結果を利用して, $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin^3 t}{t}\mathrm{d}t$ の値を求めよ.

【数学５】解答は，水色（５番）の解答用紙に記入すること．

Z_n $(n = 1, 2, \ldots)$ を 1 または -1 のいずれか一方の値を取る変数 (variable) とし，

$$W_n = W_{n-1} + Z_n, \qquad n = 1, 2, \ldots \tag{1}$$

で定義される変数の列 $\{W_n;\ n = 0, 1, \ldots\}$ を考える．ただし，W_0 は予め与えられる整数 (integer) である．図 1 に $W_0 = 2$ から出発して $W_{11} = 1$ に到達するまでの W_n $(n = 0, 1, \ldots, 11)$ の変化の過程の例を実線 (solid line) で示す．この例では，$W_0 = 2$（点 A）から出発し，$n = 4$ において W_n が初めて 0 となり（点 B），その後，$n = 11$ において点 C に到達している．以下では，このような変化の過程を標本路 (sample path) と呼ぶ．

図 1 の標本路の例において，点 A の横軸に対して対称な点 A' から出発して，点 B までは横軸に対称で，点 B 以降は元の W_n と同じ変化をする標本路を唯一作ることができる．すなわち，点 A から点 C へ至る標本路のうち，一度は横軸に到達するような標本路の総数は，点 A と横軸に対して対称な点 A' から点 C へ至る標本路の総数と等しい．

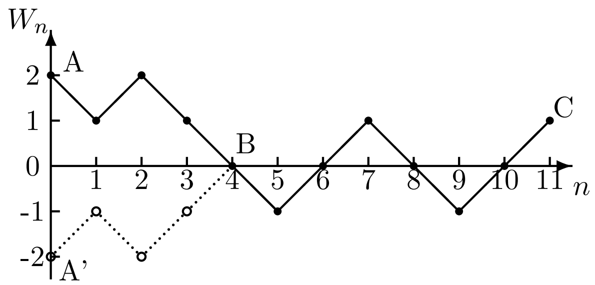


図 1

以下の設問に答えよ．

(a) 式 (1) において $W_0 = 0$ としたとき，$W_n = j$ $(n = 1, 2, \ldots,\ j = 0, \pm1, \pm2, \ldots)$ となる標本路の総数を $V_j(n)$ で表す．j と n を用いて $V_j(n)$ を与えよ．

(b) 式 (1) において $W_0 = k$ としたとき，$W_m > 0$ $(m = 1, 2, \ldots, n)$ かつ $W_n = l$ となる標本路の総数を $T_{k,l}(n)$ とする．ただし k，l，n は全て自然数 (natural number) である．設問 (a) で定義した $V_j(n)$ を用いて $T_{k,l}(n)$ を与えよ．

次に，以下に説明する 2 人のプレーヤー A，B が行うゲームを考察する．M 個の赤いボールと N 個の白いボールが箱の中に入っている．ただし M, N ともに自然数であり，$M > N$ とする．この箱の中から無作為 (random) にボールを取り出し，もし赤いボールが出てくればプレーヤー A だけに得点 1 が加算され，白いボールが出てくればプレーヤー B だけに得点 1 が加算される．ボールを m 回取り出した時点におけるプレーヤー A の得点を X_m，プレーヤー B の得点を Y_m とする．ゲーム開始時点での両プレーヤーの持ち点はゼロ（$X_0 = Y_0 = 0$）であるとする．

(c) 一旦取り出したボールは箱の中に戻さず，箱の中のボールがなくなるまで順にボールを取りだし続けるとする．全ての m $(m = 1, 2, \ldots, M + N)$ に対して $X_m > Y_m$ となる確率 (probability) を M，N を用いて与えよ．

【電磁理論1】 解答は，桃色（6番）の解答用紙に記入すること.

解答用紙に①～⑮の番号を記し，対応する以下の文中の空欄に当てはまる数式や数字，語句を解答用紙に記入せよ.

[1] 線形, 等方, 均質な物質中を流れる定常電流によって生じる静磁界を考える. この磁界ベクトルを $\boldsymbol{H}$, 電流密度ベクトルを $\boldsymbol{J}$，透磁率を μ とすると，マクスウェルの方程式のうち静磁界に関する式は,

$$\boxed{\quad ① \quad} = \boldsymbol{J} \tag{1}$$

$$\boxed{\quad ② \quad} = 0 \tag{2}$$

で与えられる．ここで，式(2)を満足するようなベクトル界 $\boldsymbol{H}$ は $\boxed{\quad ③ \quad}$ なベクトル界と言われ，ベクトル・ポテンシャル $\boldsymbol{A}$ と μ を用いて，次のように書き表すことが可能である.

$$\boldsymbol{H} = (\nabla \times \boldsymbol{A}) / \mu \tag{3}$$

式(3)を式(1)に代入し，ベクトル・ポテンシャル $\boldsymbol{A}$ の任意性から $\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$ として変形すると,

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} = \boxed{\quad ④ \quad} \tag{4}$$

を得る．式(4)は $\boxed{\quad ⑤ \quad}$ 方程式と呼ばれ，静電界におけるスカラー・ポテンシャルを求める方程式との類似性から $\boldsymbol{A}$ を計算することが可能である．すなわち,

$$\boldsymbol{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\boldsymbol{J}}{r} dV \tag{5}$$

となる．ここで，V は $\boldsymbol{J}$ の存在する空間領域を，また dV はその体積要素を示す．また r は $\boldsymbol{J}$ の存在する点 Q から観測点 P までの距離である．観測点 P における磁界 $\boldsymbol{H}$ は，∇ を ∇_P と表し,

$$\nabla_P \times \boldsymbol{J} = 0, \quad \nabla_P \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\boldsymbol{i}_r}{r^2} \qquad (\boldsymbol{i}_r \text{ は点 Q から点 P へ向かう単位ベクトル})$$

であることを用いて，式(3)に式(5)を代入し簡略化すると，次式となる.

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu} \nabla_P \times \boldsymbol{A} = \int_V \boxed{\quad ⑥ \quad} dV \tag{6}$$

[2] 図 1 の様な線 L 上を大きさ I なる線電流 $\boldsymbol{I}$ が流れる系を考える．$\boldsymbol{i}_r$ は線 L 上の点 Q から観測点 P へ向かう単位ベクトル，$\boldsymbol{i}_l$ は点 Q における線電流 $\boldsymbol{I}$ の接線方向単位ベクトル，r は点 Q から点 P までの距離，θ は $\boldsymbol{i}_r$ と $\boldsymbol{i}_l$ のなす角である．ここで，線 L 上の微小線素 $d\boldsymbol{l}=\boldsymbol{i}_l dl$ 部分を流れる微小電流要素 $\boldsymbol{i}_l I dl$ によって生じる微小磁界 $d\boldsymbol{H}$ を考える．このとき，

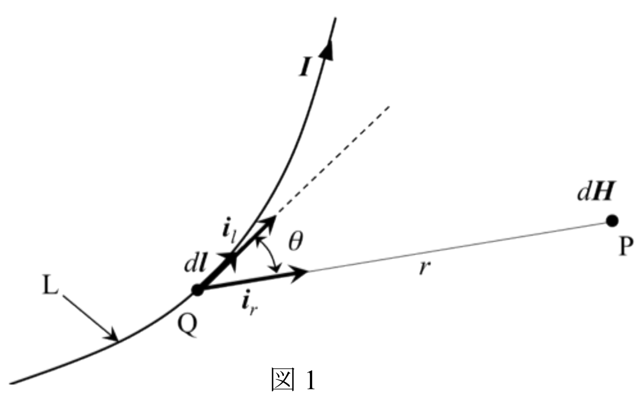


図 1

$\boldsymbol{J}dV = \boldsymbol{I}dl$ であるので，式(6)は $\boldsymbol{i}_l$ および $\boldsymbol{i}_r$ を用いると次式となる．

$$d\boldsymbol{H} = \boxed{\quad ⑦ \quad} \tag{7}$$

こうして，絶対値 $|d\boldsymbol{H}|$ は，θ を用いて次式の通り書き表すことが出来る．

$$|d\boldsymbol{H}| = \boxed{\quad ⑧ \quad} \tag{8}$$

式(7)または式(8)を $\boxed{\quad ⑨ \quad}$ の法則という．

[3] 図 2 に示す様に，長さ L の細い直線状導体に大きさ I なる線電流 $\boldsymbol{I}$ が流れている．ここで，直線状導体の中点を原点に取った円柱座標系を考え，線電流は z 軸に沿って正の方向に流れているものとする．$\boldsymbol{i}_z$ は z 軸の正の方向を向く単位ベクトル，$\boldsymbol{i}_R$ は直線状導体上の点 Q($z=z'$)から点 P(r, φ, z)の方向を向く単位ベクトルである．また，$\boldsymbol{i}_\varphi$ を φ 方向の単位ベクトル，R を点 Q から点 P までの距離, θ を $\boldsymbol{i}_z$ と $\boldsymbol{i}_R$ とのなす角とする．

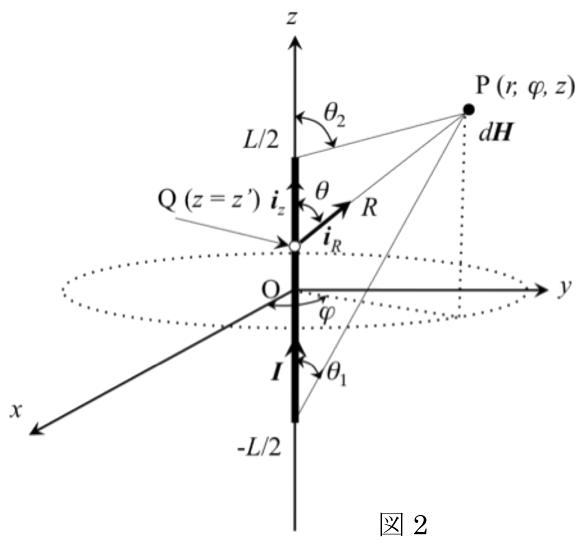


図 2

ここで，θ_1 および θ_2 は,

$$\cos\theta_1 = \boxed{\quad ⑩ \quad}\ ,\ \cos\theta_2 = \boxed{\quad ⑪ \quad} \tag{9}$$

と表されるので，点 P に生じる磁界 $\boldsymbol{H}$ は，式(8)および，θ_1，θ_2，$\boldsymbol{i}_\varphi$ を用いて表すと次のようになる．

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{i}_\varphi \int_{-L/2}^{L/2} \boxed{\quad ⑫ \quad}\, dz' = \boldsymbol{i}_\varphi \int_{\theta_1}^{\theta_2} \boxed{\quad ⑬ \quad}\, d\theta = \boldsymbol{i}_\varphi \boxed{\quad ⑭ \quad} \tag{10}$$

ここで，長さ L を無限大にすると，点 P に生じる磁界 $\boldsymbol{H}$ は次式で表される．

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{i}_\varphi \boxed{\quad ⑮ \quad} \tag{11}$$

専門用語の英訳

電磁理論１

定常電流	stationary current
静磁界	static magnetic field
磁界	magnetic field
電流密度	electric current density
透磁率	magnetic permeability
ベクトル界	vector field
ベクトル・ポテンシャル	vector potential
スカラー・ポテンシャル	scalar potential
微小線素	line element

電磁理論２

電界	electric field
磁界	magnetic field
誘電率	dielectric constant
透磁率	magnetic permeability
電流密度	electric current density
自由空間	free space
回転	rotation
波動方程式	wave equation
正弦的	sinusoidal
平面波	plane wave
完全導体	perfect conductor
角周波数	angular frequency

【電磁理論2】　解答は，緑色（7番）の解答用紙に記入すること.

解答用紙に①～㉖の番号を記し，対応する以下の文中の空欄にあてはまる語句または数式を解答用紙に記入せよ．ただし，㉒に関しては語句を選び，その記号を記述せよ．

真空中の電界 $\boldsymbol{E}$，磁界 $\boldsymbol{H}$ に対するマクスウェルの方程式は，電流密度 $\boldsymbol{J}$，電荷密度ρ，誘電率ε_0，透磁率μ_0とすると，次の４つのように記述される．

ファラデー・マクスウェルの法則：　$\nabla\times\boldsymbol{E} = \boxed{①}$　(1)

アンペア・マクスウェルの法則：　$\nabla\times\boldsymbol{H} = \boxed{②}$　(2)

電束に関するガウスの法則：　$\boxed{③}$　(3)

磁束に関するガウスの法則：　$\boxed{④}$　(4)

電荷および電流の存在しない自由空間中において，式(2)と式(3)はそれぞれ，

$\boxed{⑤}$　(2)’

$\boxed{⑥}$　(3)’

となる．式(1)の両辺の回転をとり，ベクトル公式$\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{A})=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{A})-\nabla^2\boldsymbol{A}$　($\boldsymbol{A}$ は任意のベクトル界)を用い，そして式(2)’ならびに式(3)’を用いることにより，電界 $\boldsymbol{E}$ に対するベクトル波動方程式

$\boxed{⑦}$　(5)

を導くことが出来る．同様に式(2)’の両辺の回転をとり，同じベクトル公式と式(1)ならびに式(4)を用いることにより，磁界 $\boldsymbol{H}$ に対するベクトル波動方程式を導くと次のようになる．

$\boxed{⑧}$　(6)

以下では，直角座標系(x, y, z)において，基本ベクトルを $\boldsymbol{i}_x$, $\boldsymbol{i}_y$, $\boldsymbol{i}_z$,　$\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{H}$ のそれぞれの成分を E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z とする．

ファラデー・マクスウェルの法則を表す式(1)の両辺の成分を考えると，

$$\text{式(1)の左辺} = \boldsymbol{i}_x\left(\boxed{⑨}\right)+\boldsymbol{i}_y\left(\boxed{⑩}\right)+\boldsymbol{i}_z\left(\boxed{⑪}\right) \quad (7)$$

$$\text{式(1)の右辺} = \boldsymbol{i}_x\left(\boxed{⑫}\right)+\boldsymbol{i}_y\left(\boxed{⑬}\right)+\boldsymbol{i}_z\left(\boxed{⑭}\right) \quad (8)$$

となる．

今，電界 $\boldsymbol{E}$ は xy 平面内で一様で，空間においては z のみに依存するとし，かつ x 方向成分 E_x のみからなるような場合を考えると，式(5)のベクトル波動方程式は次のようなスカラー波動方程式となる．

$$\boxed{⑮} \tag{9}$$

この場合に式(7)のベクトルは，$\boxed{⑯}$ 方向成分の $\boxed{⑰}$ のみが存在するので，対応する式(8)より，磁界 $\boldsymbol{H}$ は $\boxed{⑯}$ 方向成分の $\boxed{⑱}$ のみが存在することになり，電界 $\boldsymbol{E}$ と磁界 $\boldsymbol{H}$ は互いに $\boxed{⑲}$ する．

このとき，磁界 $\boldsymbol{H}$ に対するベクトル波動方程式(6)は，スカラー波動方程式

$$\boxed{⑳} \tag{10}$$

となる．

ここで，単一角周波数ωで正弦的に時間変化する平面波を考える．z 軸に沿って速度 $c=\sqrt{1/\mu_0\varepsilon_0}$ で真空中を伝搬する平面波の電界の x 成分を

$$E_x(z,t)=E_+\cos\omega\left(t-\boxed{㉑}\right)+E_-\cos\omega\left(t+\boxed{㉑}\right) \tag{11}$$

と表すと，式(11)はスカラー波動方程式(9)を満たす．ただし，E_+, E_-は電界の振幅を表す．式(11)の第一項は z 軸の $\boxed{㉒（イ）正，（ロ）負}$ 方向に伝搬する平面波を表し，第二項はその逆向きに伝搬する平面波を表している．

次に，$z\geq 0$ の空間に完全導体が存在し，$z<0$ の空間が真空である場合を考える．角周波数ωの平面波が真空側から完全導体表面に垂直に入射するときの入射波と反射波は，式(11)の右辺で表される．このとき，完全導体表面における境界条件から，

$$E_+ + E_- = \boxed{㉓} \tag{12}$$

を得る．この条件から $E_x(z,t)$をω, z, t, c，および E_+を用いて表すと，

$$E_x(z,t)=\boxed{㉔}\sin\omega t \tag{13}$$

となり，振幅が z に対して周期的に変化する．式(13)で表される合成波は $\boxed{㉕}$ と呼ばれている．

さらに，上記の $z\geq 0$ の完全導体に加えて，$z\leq -d$ $(d>0)$にも完全導体があるとする．このとき，$z=-d$ においても完全導体表面における境界条件を満たす必要がある．与えられたω に対して真空領域$-d<z<0$ に式(13)で表される $\boxed{㉕}$ が存在するためには，d はω，c, および自然数 n を用いた条件式

$$d=\boxed{㉖} \tag{14}$$

を満足しなければならない．

【電気電子回路1】解答は，灰色（8番）の解答用紙に記入すること.

インダクタ L と抵抗 R からなる図1のような回路がある．入力電圧 $v_1(t)$ に対する電圧 $v_2(t)$ の応答について，つぎの問いに答えよ．

(1) $v_1(t)$ と $v_2(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $V_1(s)$ と $V_2(s)$ とする. インダクタの初期電流を 0 としたとき，$V_1(s)$ から $V_2(s)$ への電圧伝達関数[*1] $T(s) = V_2(s) / V_1(s)$ を求めよ．

(2) $v_1(t)$ として振幅 1 V，角周波数 ω [rad/s]の正弦波を印加した．正弦波定常状態[*2]における $v_2(t)$ の振幅 $A(\omega)$，および $v_1(t)$ に対する $v_2(t)$ の位相 $\theta(\omega)$ を求めよ．

(3) 入力として

$$v_1(t) = \begin{cases} 0\,\mathrm{V} & (t < 0) \\ \sin\omega t\,[\mathrm{V}] & (t \geq 0) \end{cases}$$

なる電圧を印加した．$t > 0$ における $v_2(t)$ の時間応答を求めよ．

(4) 入力として

$$v_1(t) = \begin{cases} 0\,\mathrm{V} & (t < 0) \\ 1 + \sin\omega t\,[\mathrm{V}] & (t \geq 0) \end{cases}$$

なる電圧を印加した．十分時間が経過し定常状態に達したときの1周期にわたる$v_2(t)$ の平均値を求めよ．

(5) $v_1(t)$ として，図 2 に示すような振幅 E [V]，周期 T [s]の矩形パルス列[*3]を印加した．十分時間が経過し定常状態に達したときの 1 周期にわたる $v_2(t)$ の平均値を求めよ．

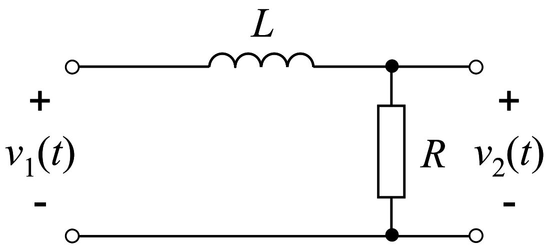


図 1

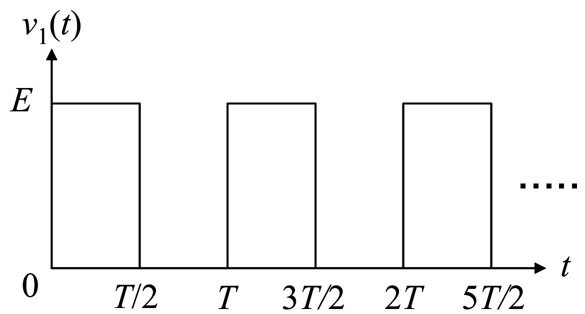
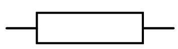


図 2

注　右記の記号は抵抗を示す.



[*1] 電圧伝達関数：voltage transfer function
[*2] 正弦波定常状態：sinusoidal steady state
[*3] 矩形パルス列：rectangular pulse train

【電気電子回路2】解答は，だいだい色（9番）の解答用紙に記入すること.

図 1 に示す演算増幅器[*1] を用いた回路について, 下記の問いに答えよ. いま, 回路は角周波数ω [rad/s] の正弦波定常状態[*2] にあるものとする．また，演算増幅器単体の入力インピーダンスは十分に高く，出力インピーダンスは十分に低いものとし，演算増幅器単体の電圧利得[*3] A はωに依存しないものとする．ここで，抵抗値 R_1，R_2，R_a，コンデンサ容量 C_a，角周波数ω，演算増幅器の電圧利得 A は全て正の実数である．

(1) 入力電圧を $V_{in}(j\omega)$，出力電圧を $V_{out}(j\omega)$として，この回路の電圧伝達関数[*4] $T(j\omega)$ ($= V_{out}(j\omega) / V_{in}(j\omega)$) を求めよ．

(2) 電圧利得 A が十分に大きい（$A\to\infty$）として，この回路の電圧伝達関数 $T(j\omega)$を求めよ．

(3) 電圧利得 A が十分に大きい時の，この回路の電圧利得$|T(j\omega)|$と入出力位相差$\angle T(j\omega)$を求めよ．

(4) $R_1 = 10$ kΩ，　$R_2 = 90$ kΩ，$R_a = 50$ kΩ，$C_a = 0.1$ μF のときの，電圧利得$|T(j\omega)|$（単位は dB とすること）と角周波数（対数軸を用いること）の関係を表すグラフを描け．ただし，グラフには以下の 3 項目を計算した上で明示せよ．また，必要に応じて，$\log_{10}2 \fallingdotseq 0.3$ を用いよ．
①通過帯域[*5] における電圧利得
②遮断角周波数[*6]（電圧利得が，通過帯域における値の$1/\sqrt{2}$ となる角周波数）
③遮断帯域[*7] における電圧利得の傾き

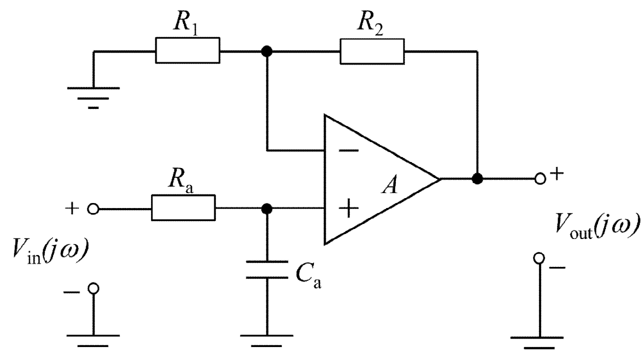


図 1

*1 演算増幅器　: operational amplifier
*2 正弦波定常状態　: sinusoidal steady state
*3 電圧利得　: voltage gain
*4 電圧伝達関数　: voltage transfer function
*5 通過帯域　: passband
*6 遮断角周波数　: cutoff angular frequency
*7 遮断帯域　: stopband

図中，右の記号は抵抗を表す．