2006年2月27日
9:30－11:30

大学院工学研究科　電気・通信工学専攻
電子工学専攻

大学院情報科学研究科
情報・生命系群（物理・情報系）

大学院入学試験問題用紙

基礎科目

注意：　6設問中，2問題を選んで，答案用紙（問題ごとに1枚）に解答せよ．答案用紙が不足する場合は裏面を使って良いが，"裏面へ続く"と書くこと．問題は和文と英文を併記してある．

Attention: Choose 2 problems out of the following 6 problems and solve them on a separate sheet for each problem. If space of the sheet is shortened, use backside of the same sheet and note "continued to backside". Problems are written both in Japanese and English.

２００６年２月実施
問題１　電磁気学
（１頁目／２頁中）

Fig.1 に示すように，半径aおよびb（$a < b$）の無限に長く厚さが無視できる２つの同軸円筒導体が真空中に置かれており，内円筒導体，外円筒導体にそれぞれ定常電流$+I$, $-I$が流れている．これらの同軸円筒導体の間には誘電体（誘電率 ε_1）が$a < r < t\,(< b)$ の領域に挿入されている．また，２つの円筒導体間には電位差 V が与えられている．なお，真空の誘電率をε_0とする．

（１） アンペールの法則を数式で記述し，中心軸から r だけ離れた点の磁界 $\boldsymbol{H}$ の方向と大きさを求めよ．ただし，電流は円筒導体の上を一様に流れているものとする．

（２） 半径 a および b の同軸円筒導体にそれぞれ z 方向の単位長さ当り$+\tau$, $-\tau$の電荷が一様に分布しているものとする．

（ａ）ガウスの法則を数式で記述し，それを用いて中心軸から r だけ離れた点の電界 $\boldsymbol{E}$ の方向と大きさを求めよ．

（ｂ） ２つの同軸円筒導体間に生じている電位差 V をτを用いて表せ．

（３） ２つの同軸円筒導体で囲まれた空間におけるポインティングベクトル $\boldsymbol{S}$ の方向と大きさを求めよ．

（４） ポインティングベクトル $\boldsymbol{S}$ を面積分することによって，２つの同軸円筒導体で囲まれた空間を伝搬する全エネルギーを求め，それを V および I を用いて表せ．

As shown in Fig.1, two infinitely long and negligibly thin cylindrical conductors of radii a and b ($a < b$) are coaxially located in vacuum and the direct currents $+I$ and $-I$ flow in the inner and outer conductors, respectively. The dielectric cylinder (the permittivity ε_1) is inserted in the region of $a < r < t\,(< b)$. Moreover, the potential difference V is given between these two cylindrical conductors. The vacuum permittivity is ε_0.

（１） Show the equation of Ampere's law and answer the direction and the magnitude of the magnetic field $\boldsymbol{H}$ at the distance r from the central axis by using Ampere's law. It is assumed that the current flows symmetrically on the cylindrical conductors.

（２） Suppose that electric charges $+\tau$ and $-\tau$ per unit length in the z direction distribute uniformly on the coaxial cylindrical conductors, respectively.

（ａ） Show the equation of Gauss' law and answer the direction and the magnitude of the electric field $\boldsymbol{E}$ at the distance r from the central axis by using Gauss' law.

（ｂ） Calculate the potential difference V arising between the two coaxial cylindrical conductors and express V in terms of τ.

２００６年２月実施
問題１　電磁気学
（２頁目／２頁中）

（３）Answer the direction and the magnitude of the Poynting vector $\boldsymbol{S}$ in the region between the two coaxial cylindrical conductors.

（４）Calculate the total energy propagating in the region between the two coaxial cylindrical conductors by use of surface integral of the Poynting vector $\boldsymbol{S}$, and express the total energy in terms of V and I.

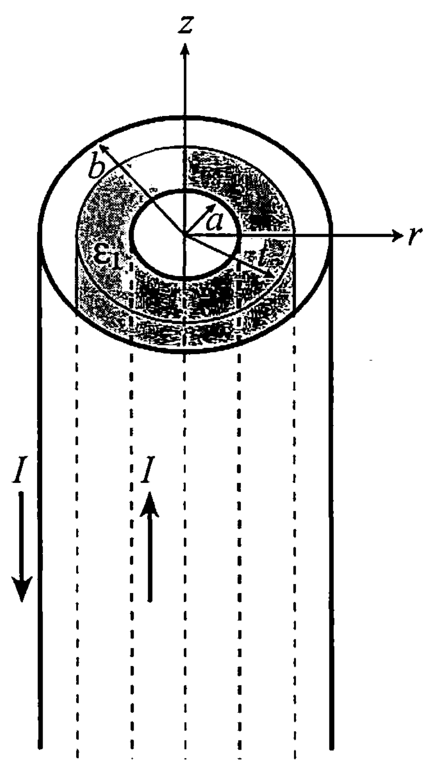

Fig. 1

2006 年 2 月実施
問題 2　電気回路
(1 頁目/2 頁中)

Fig. 2(a) の電気回路に関して以下の問に答えよ. なお, 答案には解く過程と答えを記せ.

(1) 1－1' 間のインピーダンスを求めよ. ただし, 角周波数をωとする.

(2) 回路を 1－1', 2－2' 間をそれぞれ入力端, 出力端とする 4 端子回路とみなし, 角周波数ωに対するアドミタンス行列 (Y 行列) を求めよ.

(3) 1－1' 間に角周波数ω_0の正弦波の電圧源 v_1 を接続した. このとき, 2－2' 間に発生する電圧 v_2 を, v_1 を用いて表せ. ただし, v_1 および v_2 は複素電圧とする. 次に電源の角周波数ω_0を 0 から∞まで変化させたときの v_2/v_1 の軌跡を複素平面上に図示せよ.

(4) 1－1' 間に振幅 V_1, 角周波数ω_0の正弦波の電圧源を接続し, 2－2' 間に Fig. 2(b)の抵抗 R_L およびリアクタンス X_L を接続した. 抵抗 R_L で消費される電力を最大にする R_L および X_L の値および, このときの消費電力 P_{Lmax} を求めよ.

(5) 2－2' 間を開放し, 1－1' 間に電圧 $v_1(t) = E_1 u(t)$ の電圧源を接続した. このときの 2－2' 間の応答電圧波形 $v_2(t)$を, ラプラス変換を用いて求め, その波形を図示せよ. なお, $u(t)$は単位ステップ関数であり, コンデンサの初期電荷は 0 とする.

Answer the following questions about the electric circuit shown in Fig. 2(a). Show your working with your answer.

(1) Calculate the impedance between the terminals 1 − 1' for an angular frequency ω.

(2) Derive the admittance matrix (Y-matrix) for an angular frequency ω of the circuit as a four-terminal network where 1 − 1' and 2 − 2' are input and output terminals, respectively.

(3) A sinusoidal voltage source v_1 with an angular frequency ω_0 is connected between the terminals 1 − 1'. Describe the voltage v_2 between terminals 2 − 2' in terms of v_1. Here, v_1 and v_2 denote complex voltages. Then, sketch the locus of the v_2 / v_1 on the complex plane when the angular frequency ω_0 of

the voltage source is changed from 0 to ∞.

(4) A sinusoidal voltage source with an amplitude V_1 and an angular frequency ω_0 is connected between the terminals $1-1'$, and a resistor R_L and a reactor X_L as shown in Fig. 2(b) are connected between the terminals $2-2'$. Find the values of R_L and X_L to maximize the power consumption in the resistor R_L and find the maximum power consumption P_{Lmax}.

(5) The terminals $2-2'$ are opened, and a voltage source with a voltage $v_1(t) = E_1 u(t)$ is connected between the terminals $1-1'$. Derive the response voltage waveform $v_2(t)$ between terminals $2-2'$ using Laplace transform, and sketch it. Here, $u(t)$ is the unit step function and let the initial charge in the capacitors be 0.

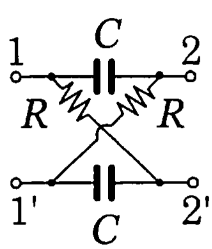

Fig. 2(a)

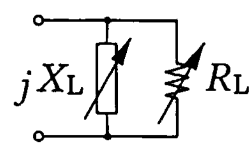

Fig. 2(b)

２００６年２月実施
問題３　情報基礎１
（１頁目／１頁中）

$\wedge$ は論理積，$\oplus$ は排他的論理和，$^{-}$ は否定を表すものとする．n 変数論理関数 g_n を再帰的に

$$\begin{cases} g_1(x_1) = x_1, \\ g_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \overline{g}_{n-1}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}) \wedge x_n \quad (n \geq 2) \end{cases}$$

と定義する．以下の問に答えよ．

(1) 関数 $g_2(x_1, x_2)$ および $g_3(x_1, x_2, x_3)$ を真理値表で表現せよ．

(2) 関数 g_n は次式の形で表現できることを示せ．

$$g_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \bigoplus_{i=1}^{n} (x_i \wedge x_{i+1} \wedge \cdots \wedge x_n)$$
$$\Big(= (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \cdots \wedge x_n) \oplus (x_2 \wedge x_3 \wedge \cdots \wedge x_n) \oplus \cdots \oplus (x_{n-1} \wedge x_n) \oplus x_n \Big)$$

なお，リテラル x に対して，$\overline{x} = x \oplus 1$ であることに注意せよ．

(3) $g_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1$ となるベクトル $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \{0, 1\}^n$ は，ちょうど $\frac{2^n + (-1)^{n+1}}{3}$ 個存在することを証明せよ．

Let $\wedge$, $\oplus$ and $^{-}$ denote the AND operator, the Exclusive-OR operator and the NOT operator, respectively. Let g_n be an n-variable Boolean function defined recursively as follows:

$$\begin{cases} g_1(x_1) = x_1, \\ g_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \overline{g}_{n-1}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}) \wedge x_n \quad (n \geq 2). \end{cases}$$

Answer the following questions.

(1) Write truth tables for the functions $g_2(x_1, x_2)$ and $g_3(x_1, x_2, x_3)$.

(2) Show that the function g_n can be expressed in the form:

$$g_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \bigoplus_{i=1}^{n} (x_i \wedge x_{i+1} \wedge \cdots \wedge x_n)$$
$$\Big(= (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \cdots \wedge x_n) \oplus (x_2 \wedge x_3 \wedge \cdots \wedge x_n) \oplus \cdots \oplus (x_{n-1} \wedge x_n) \oplus x_n \Big).$$

Note that $\overline{x} = x \oplus 1$ for a literal x.

(3) Prove that there are exactly $\frac{2^n + (-1)^{n+1}}{3}$ vectors $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \{0, 1\}^n$ satisfying $g_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1$.

２００６年２月実施
問題４ 情報基礎２
(１頁目／１頁中)

N を正整数とする．整数から整数への関数 $f(x)$ が区間 $[0,N]$ において非減少であるとは，その区間内の任意の整数 x_1 と x_2 に対して，$x_1 < x_2$ ならば $f(x_1) \leq f(x_2)$ が成り立つことをいう．任意の入力 x に対して $f(x)$ の値を定数時間で返す手続き P が利用可能であるとする．次の問に答えよ．

(1) 正整数 N が与えられたとき，関数 $f(x)$ が区間 $[0,N]$ において非減少であるかどうかを判定する，手続き P を用いた効率のよいアルゴリズムを示せ．また，このときの手続き P の呼び出し回数のオーダーを N を用いて表せ．

(2) 関数 $f(x)$ が任意の区間において非減少であると仮定する．整数 y と正整数 N が与えられたとき，次の条件

$$0 \leq x < N \quad かつ \quad f(x) \leq y < f(x+1)$$

を満たす整数 x を求める，手続き P を用いた効率のよいアルゴリズムを示せ．なお，このアルゴリズムは，このような x が存在しないときには "no" と答えるものとする．さらに，手続き P の呼び出し回数のオーダーを N を用いて表せ．

Let N be a positive integer. A function $f(x)$ from integers to integers is said to be *non-decreasing* on interval $[0,N]$ if $x_1 < x_2$ implies $f(x_1) \leq f(x_2)$ for any integers x_1 and x_2 in the interval. A procedure P is available which returns the value $f(x)$ in constant time for any input x. Answer the following questions.

(1) Describe an efficient algorithm that, given a positive integer N, decides whether the function $f(x)$ is non-decreasing on interval $[0,N]$ or not, by calling the procedure P. Also, express the order of the number of procedure calls of P in terms of N.

(2) Assume that the function $f(x)$ is non-decreasing on any interval. Describe an efficient algorithm that, given an integer y and a positive integer N, finds an integer x satisfying the conditions

$$0 \leq x < N \quad \text{and} \quad f(x) \leq y < f(x+1),$$

by calling the procedure P. The algorithm should answer "no" if there exists no such integer x. Also, express the order of the number of procedure calls of P in terms of N.

２００６年２月実施
問題５　物理基礎１
（１頁目／２頁中）

質量 m のおもりと弾性定数 k, 自然の長さ l のゴムひもがある．ただし，ゴムひもの質量は無視できるものとし，重力加速度の大きさを g とする．以下の問に答えよ．

(1) Fig. 5 (a) のように，おもりをゴムひもに取りつけて，原点 O から吊り下げた．つりあいの状態におけるゴムひもの長さ L を求めよ．

(2) おもりを問(1)のつりあいの位置から鉛直下方に少しだけ引き下げた．おもりを放した後の鉛直方向の運動を考える．

(a) おもりに抵抗力がはたらかないとして，おもりの振動の周期を求めよ．

(b) おもりの速度 v に比例した抵抗力 $F_R = -Cv$ を考える．ただし，C は正の定数である．おもりに抵抗力がはたらくとき，おもりの位置を時間の関数として求めよ．

(3) Fig.5 (b) のように，おもりをゴムひもの中央に取りつけて，水平に距離 d だけ隔たった２点 A, B から吊り下げる．おもりが A, B の中点 O から下方に距離 h の位置でつりあいの状態にあるとき，力のつりあいの方程式を求めよ．ただし，方程式を解く必要はない．

(4) おもりを問(3)のつりあいの位置から鉛直下方に少しだけ引き下げた．おもりを放した後の鉛直方向の運動を考える．おもりに抵抗力がはたらかないものとして，振動の周期を m, k, l, d, h を用いて表せ．

Consider a weight with mass m and a string with elastic constant k and natural length l. The mass of the string is assumed to be negligible and the magnitude of gravitational acceleration is denoted by g. Answer the following questions.

(1) As shown in Fig. 5 (a), the weight is suspended by the string from the origin O. Find the length L of the string in equilibrium.

(2) The weight is pulled down by a small displacement from the equilibrium position obtained in (1). Consider the vertical motion of the weight after it is released.

(a) Find the period of oscillation, assuming that no resistance acts on the weight.

(b) Consider a resistance F_R proportional to the velocity v of the weight, i.e. $F_R = -Cv$, where C denotes a positive constant. When the resistance acts on the weight, find the position of the weight as a function of time.

(3) As shown in Fig. 5 (b), the weight is attached to the midpoint of the string, and is suspended by the string from two points A and B, which are separated horizontally by distance d. When the weight is in equilibrium at the point separated by distance h below the midpoint O between A and B, describe the force balance equation. It is not necessary to solve the equation.

(4) The weight is pulled down by a small displacement from the equilibrium position obtained in (3). Consider the vertical motion of the weight after it is released. Give the period of oscillation in terms of m, k, l, d, and h, assuming that no resistance acts on the weight.

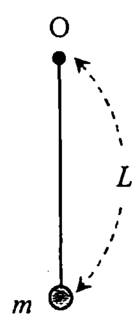

Fig. 5 (a)

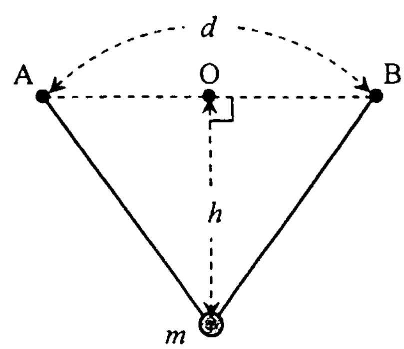

Fig. 5 (b)

２００６年２月実施
問題６　物理基礎２
（１頁目／２頁中）

(1) x を変数とするベクトル方程式 $A\mathrm{x} = \mathrm{b}$ を考える．

ここで，A は $m \times n$ 複素行列，x は n 次元，b は m 次元複素ベクトルである．このとき，任意の b について上記方程式が解を持つための，行列 A が満たすべき必要十分条件を述べよ．線形代数に関する概念を用いてできるだけ簡潔に答えること（この設問に関しては証明は不要）．

(2)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & s & 1 \\ 1 & t & 0 & 1 \\ 0 & 1 & u & 0 \end{pmatrix}$$

とする．方程式 $A\mathrm{x} = \mathrm{b}$ が解を持たないようなベクトル b が存在するときにパラメタ s, t, u の満たす関係式を導け．

(3)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & t & 0 \\ s & 1 & 0 \\ 1 & 1 & t \end{pmatrix}$$

とする．複素数 c に対してベクトル方程式 $A\mathrm{x} = c\mathrm{x}$ が零ベクトル以外の解を持つための c とパラメタ $s,\ t$ に関する必要十分条件を求めよ．

２００６年２月実施
問題６　物理基礎２
（２頁目／２頁中）

(1) Consider a vector equation $A\mathrm{x} = \mathrm{b}$ with respect to the variable x. Here, A is an $m \times n$ complex matrix, and x and b are complex vectors with n and m dimensions, respectively. Give a necessary and sufficient condition on A such that the above equation has a solution for any b.

Answer as simple as possible using concepts in linear algebra (proof is not required for this question).

(2) Consider the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & s & 1 \\ 1 & t & 0 & 1 \\ 0 & 1 & u & 0 \end{pmatrix}.$$

Derive a formula representing relation on parameters s, t and u when there exists a vector b such that the equation $A\mathrm{x} = \mathrm{b}$ does not have a solution.

(3) Consider a complex number c and the matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & t & 0 \\ s & 1 & 0 \\ 1 & 1 & t \end{pmatrix}.$$

Give a necessary and sufficient condition on c and the parameters s and t such that the vector equation $A\mathrm{x} = c\mathrm{x}$ has a nonzero solution.