

問題 1 1 A[静電界・定常電流]またはB[電磁誘導・電磁波]のどちらかを選択して解答すること。  
 なお、解答用紙の選択記号欄に、選択したAまたはBの記号を記入すること。

A[静電界・定常電流]

I 以下の設問では、金属棒は真空中にあるものとし、真空の誘電率を  $\epsilon_0$  とする。

- (1) 図1に示すように、半径  $R$  の無限に長い金属棒に沿って一様な線密度  $\lambda$  で電荷が分布しているとする。棒の中心からの距離  $r$  (ただし  $r > R$ ) の位置に生じる電界の大きさ  $E(r)$  を求めよ。
- (2) 図2に示すように、半径  $R$  の無限に長い金属棒 A, B が距離  $a$  (ただし  $a \gg R$ ) だけ離れて平行におかれており、A, B には、それぞれ、線密度  $\pm\lambda$  の電荷が分布しているとする (棒 A, B の中心は、それぞれ、 $x=0, x=a$ )。  $x$  軸上 ( $R < x < a-R$ ) に生じる電界の大きさ  $E(x)$  を求めよ。
- (3) 金属棒 A, B 間の電位差  $\phi$  を計算せよ。また、単位長さあたりの静電容量  $C$  を求よ。

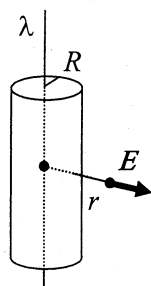


図 1

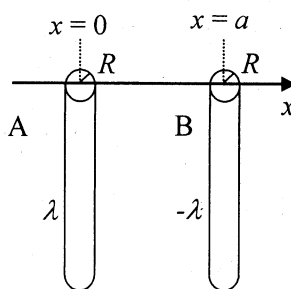


図 2

II 図3に示すように、点  $(0, 0, d)$  と点  $(0, 0, -d)$  に、それぞれ、 $q$  と  $-q$  の電荷が存在するとし、原点  $O$  と点  $P(x, y, z)$  の距離を  $r$  とする。また、電荷は真空中に存在し、真空の誘電率を  $\epsilon_0$  とする。

- (1) 点  $P(x, y, z)$  における電位  $\phi(x, y, z)$  を求めよ。
- (2)  $r \gg d$  の場合、設問(1)で求めた電位  $\phi(x, y, z)$  を、 $d/r$  について2次以上を無視して1次までで、近似せよ。計算では、近似式  $(1 + \alpha)^n \approx 1 + n\alpha$  ( $\alpha \ll 1$ ) を用いよ。

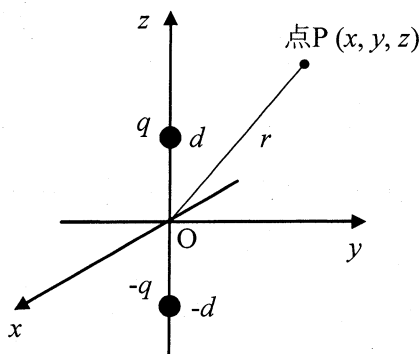


図 3

## B [電磁誘導・電磁波]

I 図 1 に示すように、微小ギャップ  $AB$  を有する面積  $S_0$  の無損失長方形コイルが、真空中に一様な磁界  $H$  の中で、回転軸のまわりに角速度  $\omega$  で回転するとき、コイルに起電力が発生する。以下の問いに答えよ。なお、真空の透磁率を  $\mu_0$  とする。また、 $t=0$  のときは  $\theta=0^\circ$  である。

- (1) コイル面の法線が磁界  $H$  と  $\theta$  の角をなすとき、コイルの鎖交磁束  $\Phi$  を求めよ。
- (2) (a)  $H = H_0$  ( $H_0$  : 定数) のとき、微小ギャップ  $AB$  間の誘起電圧を求めよ。  
 (b)  $H = H_0 \sin(\omega t)$  ( $H_0$  : 定数) のとき、微小ギャップ  $AB$  間の誘起電圧を求めよ。

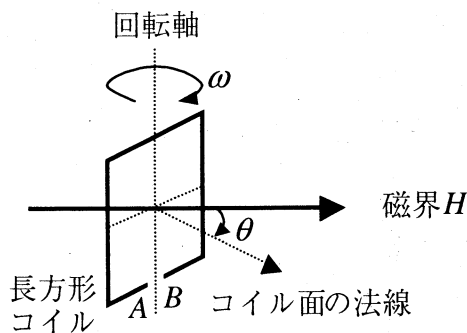


図 1

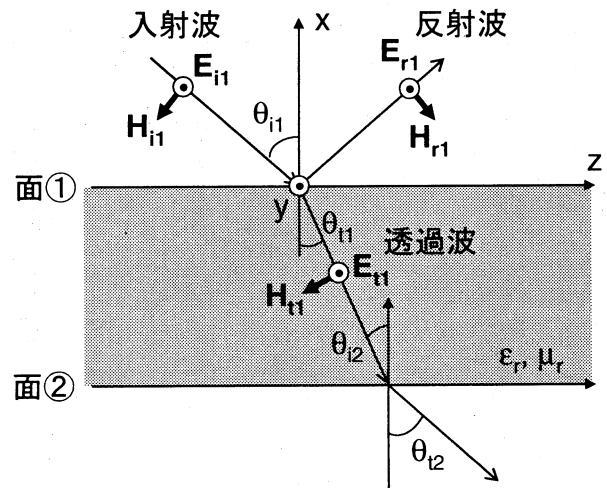


図 2

II 図 2 に示すように、真空中の  $yz$  面と平行に、比誘電率:  $\epsilon_r$ 、比透磁率:  $\mu_r$  で無損失 ( $\sigma=0$ ) の、一定厚の無限平板が置かれている。そして、 $xz$  面内で、 $x$  軸より  $\theta_{i1}$  だけ傾いた方向から、 $y$  軸と平行な電界を有する平面波が、平板に入射している。次の各問いに答えよ。ただし、 $x, y, z$  軸に平行な基本ベクトルを、それぞれ、 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  とする。

- (1) 電界振幅を  $E_0$ 、真空中の波数を  $k_0$  として、入射波の電界ベクトル  $\mathbf{E}_{i1}$  を  $x$  および  $z$  の関数で示せ。
- (2) 入射波が平面波である条件を用いて、入射波の磁界ベクトル  $\mathbf{H}_{i1}$  を求めよ。
- (3) 図 2 の面①において、入射波、反射波、透過波の電界ベクトル  $\mathbf{E}_{i1}, \mathbf{E}_{r1}, \mathbf{E}_{t1}$ 、磁界ベクトル  $\mathbf{H}_{i1}, \mathbf{H}_{r1}, \mathbf{H}_{t1}$  に成立する境界条件をそれぞれ示せ。ただし、このとき、面②は無視すること。
- (4) スネルの法則を面①と②に適用することにより、面①への入射波と面②からの透過波が平行光線であること ( $\theta_{i1} = \theta_{t2}$ ) を示せ。

問題12 A[交流回路・アナログ電子回路]またはB[電気回路・電子回路]のどちらかを選択して解答すること。なお、解答用紙の選択記号欄に、選択したAまたはBの記号を記入すること。

### A[交流回路・アナログ電子回路]

I 図1に示すように、角周波数 $\omega$ の交流電圧 $E$ を抵抗 $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_X$  容量 $C_1$ ,  $C_X$  インダクタンス $L$ およびスイッチ $S$ からなる回路に加える。この回路について以下の問いに答えよ。ただし、 $R_X$  および  $C_X$  は可変である。

- (1) スイッチ $S$ を開いた回路で、 $R_1$ ,  $L$ ,  $R_2$  および  $C_X$  を流れる電流 $I_1$ が最大となるときの $C_X$ を求めよ。
- (2) スイッチ $S$ を開いた回路で、 $I_1$ の位相が $E$ より $60^\circ$ 進むときの $C_X$ を求めよ。
- (3) スイッチ $S$ を閉じた回路で、スイッチ $S$ を流れる電流 $I_S$ が0となるときの $R_X$ および $C_X$ を求めよ。

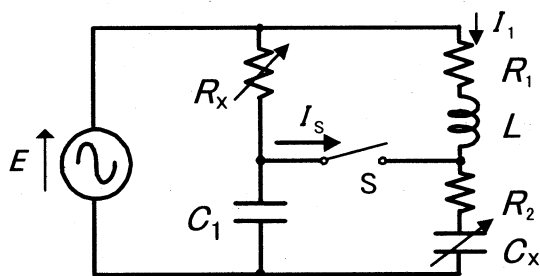


図1

II 図2, 図3に示すオペアンプの回路について、以下の問いに答えよ。オペアンプは電圧利得無限大、入力インピーダンス無限大の理想アンプとする。

- (1) 図2の回路で、入力電圧 $v_i$ が角周波数 $\omega$ の正弦波交流であり $v_i(t) = \text{Re}[V_i e^{j\omega t}]$ と表されるとする。出力電圧を $v_o(t) = \text{Re}[V_o e^{j\omega t}]$ と表す。伝達関数 $G(j\omega) = V_o/V_i$ を求めよ。
- (2) 上の(1)の場合において、角周波数 $\omega$ がある角周波数 $\omega_c$ より十分小さい時、回路は積分回路として働く。この $\omega_c$ を求めよ。
- (3) 図3の回路で、ダイオードの電流( $i$ )・電圧( $v$ )特性が指数関数 $i = A e^{Kv}$  ( $A, K$ : 正の定数)で近似できる時、出力電圧 $v_o$ を入力電圧 $v_i(>0)$ の関数として求めよ。

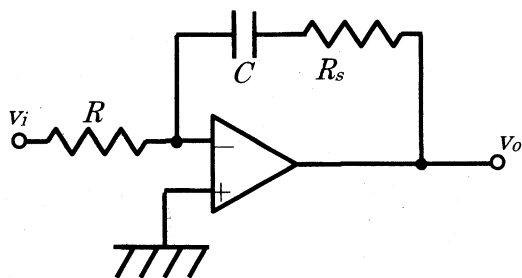


図2

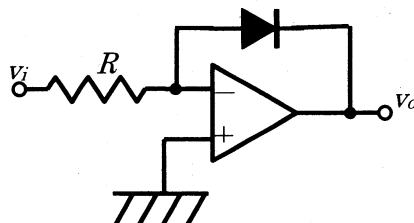


図3

## B [電気回路・電子回路]

I 図1の直流電源 $V_s$ 、スイッチ $S$ 、抵抗 $R$ 、容量 $C$ による直流回路に関して、次の(1)～(2)の問いに答えよ。

- (1)  $t=0$ でスイッチ $S$ をオンした。 $i_C(t)$ 及び $v_C(t)$ を求めよ。ただし、スイッチオン前には容量 $C$ の電荷は零である。
- (2) (1)で、スイッチオン後十分時間が経過した場合、その間電源 $V_s$ から回路へ送ったエネルギー $W_s$ と、回路で損失したエネルギー $W_L$ をそれぞれ求めよ。

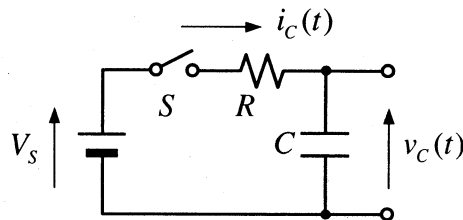


図1

II 図2のオペアンプ回路は位相シフト回路である。オペアンプは理想（利得 $\mu = \infty$ ，入力インピーダンス $\infty$ ，出力インピーダンス0）として、以下の問いに答えよ。

- (1) オペアンプが理想であるとする、オペアンプの入力端子には電流は流れない。このことを利用して、オペアンプの+入力端子の電圧 $V_+$ を入力 $V_1$ を用いて表せ。
- (2) 同様に、オペアンプの-入力端子の電圧 $V_-$ を入力 $V_1$ および出力 $V_2$ を用いて表せ。
- (3) オペアンプが理想であるとする、オペアンプの二つの入力端子の電圧は等しくなり $V_+ = V_-$ となる。このことと問(1)，(2)の結果を利用して伝達関数 $T_2(j\omega)/T_1(j\omega)$ を求めよ。
- (4) 問(3)の結果より、振幅特性 $|T_2(j\omega)/T_1(j\omega)|$ および位相特性 $\angle T_2(j\omega)/T_1(j\omega)$ を求めよ。

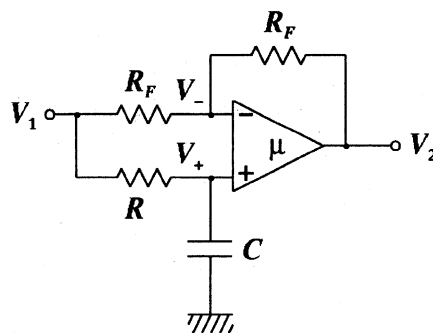


図2

### 問題 1 3 電子物性・半導体物性

下記設問全てについて解答すること。

- I 質量 $m$ と $M$ の原子が、交互に $x$ 軸上に並んだ1次元結晶において、原子が $x$ 軸方向のみに振動して発生する弾性波の伝搬について考える。図1のように、隣り合った原子は、互いにばね定数 $\alpha$ のばねで結びつけられており、静止状態では、原子は等間隔 $d$ で並んでいるものとする。交互に並ぶ質量 $m$ および $M$ の原子に番号 $m_{n-1}$ ,  $m_n$ ,  $M_n$ ,  $M_{n+1}$ をつけ、振動による各原子の変位をそれぞれ、 $u_{n-1}$ ,  $u_n$ ,  $v_n$ ,  $v_{n+1}$ とする。

- (1) 図1に示す1次元結晶系の振動状態における運動方程式を(a)原子 $m_n$ , (b)  $M_n$ それぞれについて表せ。

- (2) 弾性波の解として、

$$u_n = u \cos [2\pi \{ (2n+1)d/\lambda - ft \} ]$$

$$v_n = v \cos [2\pi (2nd/\lambda - ft)]$$

を想定した場合、弾性波の周波数 $f$ の解を求めよ。ここで、 $u$ ,  $v$ は定数であり、それぞれ質量が $m$ と $M$ の原子の振動の振幅を表わし、 $\lambda$ は弾性波の波長を表わしている。

- (3) 長波長極限 ( $d \ll \lambda$ ) における、周波数 $f$ の(a)光学分枝に関わる解と、(b)音響分枝に関わる解を示せ。

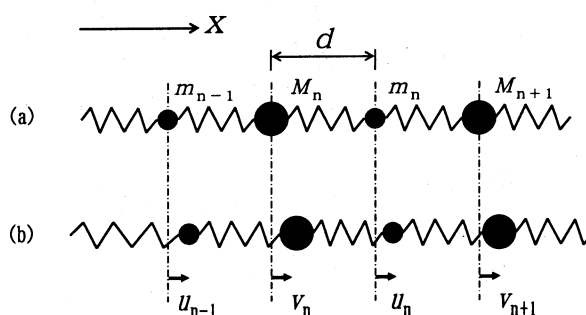


図1 2原子からなる1次元結晶の振動モデル；  
(a)静止状態、(b)振動状態。

## II 以下の文を読み、問に答えよ。

代表的な半導体であるシリコンに (a) (b) や (c) (d) などを不純物として添加するとバンドギャップ内の伝導帯下端  $E_c$  に近いところに新たな電子エネルギー準位  $E_d$  が現れシリコンは (e) 形伝導を示すようになる。

図2のようなエネルギーバンドを考える。伝導帯内電子のエネルギーは

$$E = E_c + \hbar^2 k^2 / 2m_e^* \quad (1)$$

と表される。ここで  $\hbar = 2\pi\hbar$  はプランク定数、 $k = |k|$  で  $k$  は電子の波動ベクトル、 $\lambda = 2\pi/k$  は電子の波長であり、 $m_e^*$  は電子の (f) と呼ばれている。

さて、 $x$  方向に結晶が周期  $L_x$  ( $\gg a_x = x$  方向の原子間隔) で繰り返していて電子もこの周期で同じ状態を繰り返している(周期境界条件)と仮定すれば、電子波の波動ベクトルの  $x$  成分  $k_x$  は  $L_x$  と整数  $n$  を使って  $k_x =$  (g) と書ける。このような  $k_x$  のみがこの境界条件を満たすのである。従って  $k_x$  軸の単位長さあたり (h) 個の  $k_x$  の値が許されることになる。 $y$  方向・ $z$  方向に関しても同様であるから、それぞれの方向の周期を  $L_y, L_z$  とすれば、 $k$  空間の単位体積あたり (i) 個の電子状態が許されている。実際にはさらに電子のスピンを考慮すると (j) 個の状態があることになる。これが  $k$  空間内の電子の状態密度である。従って電子エネルギーが  $E_c \sim E_0$  の範囲 ( $E_c < E_0$ ) にある全電子状態数はこの条件を満たす  $k$  空間内の体積に  $k$  空間内の電子の状態密度を掛けて (k) となる。

これを  $\int_{E_c}^{E_0} N(E) dE$  と書けば、 $N(E) =$  (l) となる。これが電子のエネルギー状態密度である。

(1)

(a) ~ (l) に入る適切な語句等を記せ。但し (a)・(c) は元素名、(b)・(d) はこれらに対応する元素記号、(e)・(f) は文字、(g) ~ (l) は数式である。

(2)

図2に示すエネルギーバンド構造で  $m_h^* > m_e^*$  のとき、真性半導体のフェルミ準位  $E_f$  と  $(E_c + E_v)/2$  の大小関係を理由と共に説明せよ。但し  $E_v$  は価電子帯頂上のエネルギーである。

(3)

伝導帯内電子のエネルギー分布はフェルミ分布であるが、ある条件ではボルツマン分布で近似できる。以下の電子のエネルギー分布のボルツマン分布による近似の可否について理由を含めて説明せよ。

i) p 形半導体における伝導帯内電子。

ii) n 形半導体における伝導帯内電子。

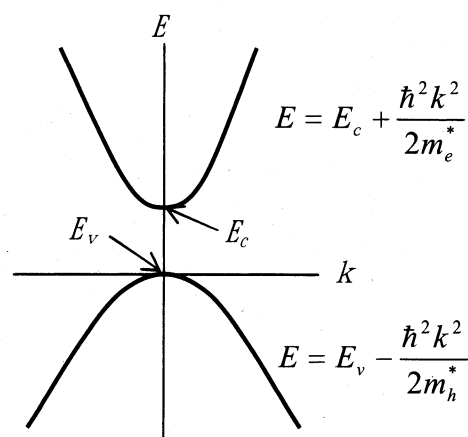


図2 半導体内電子のエネルギーバンド図。

#### 問題 1 4 計測・制御・数理

I, II, III のうち二つを選択して解答すること。なお、解答用紙には、選択した問題の記号 (I, II, III のうち二つ) をはじめに記載すること。

- I 図 1 に示す機械系について考える。図中、質量  $M_1$  [kg] の物体は、ばね定数  $K_1$  [N/m] のばねで壁面と、粘性摩擦係数  $B$  [N・s/m] のダンパによって質量  $M_2$  [kg] の物体と結合されている。また、図中の質量  $M_2$  [kg] の物体は、ばね定数  $K_2$  [N/m] のばねで壁面にも結合されており、 $f(t)$  [N] は質量  $M_1$  [kg] の物体に働く外力をあらわす。さらに、質量  $M_1$  [kg] の物体の変位を  $y_1(t)$  [m]、質量  $M_2$  [kg] の物体の変位を  $y_2(t)$  [m] とする。

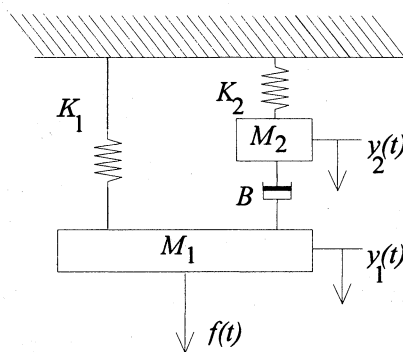


図 1

- (1) 機械系の運動を物体の変位  $y_1, y_2$  に関する連立微分方程式で書け。ただし、物体に加わる外力  $f$ 、物体の変位  $y_1, y_2$  (ばねの自然長からの伸縮) は図中の矢印の方向 (重力の作用方向) を正とし、物体の回転、ばね、ダンパの質量は無視するものとする。
- (2) 上の設問(1)で求めた機械系の運動方程式をラプラス変換した式を書け。さらに、運動に関する初期値を零として、系に働く力  $f$  と変位  $y_1, y_2$  との関係を示すブロック線図を作成せよ。
- (3) 質量  $M_1$  の物体に加わる外力  $f$  を入力、質量  $M_1$  の物体の変位  $y_1$  を出力とする伝達関数  $G(s)$  を求めよ。

II 次の(1)から(3)の問いについて答えよ。

- (1) 伝達関数  $G(s) = \frac{1}{3s+1}$  を持つシステムの入力  $u(t)$  に  $u(t) = \begin{cases} 1 & (1 \leq t \leq 2) \\ 0 & (t < 1, t > 2) \end{cases}$  となる信号を入れた。そのときの出力  $y(t)$  のラプラス変換を求めよ。ただし  $y(0)=0$  とする。
- (2) 図 2 に示す閉ループ制御系を考える。制御器の伝達関数は  $C(s)$ 、制御対象の伝達関数は  $P(s)$  であり、 $R(s)$  は目標値、 $D(s)$  は外乱、 $Y(s)$  は被制御量のそれぞれラプラス変換である。このときの  $Y(s)$  を、 $R(s)$  および  $D(s)$  を用いて示せ。

(3) 図2に示すシステムにおいて  $P(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$  であった。  $C(s) = a + \frac{b}{s}$  とし、一定である目標値に

対して被制御量が時刻とともに目標値に収束するための実定数  $a$  および  $b$  の条件を示し、その範囲を図示せよ。ただし、  $D(s) = 0$  とする。

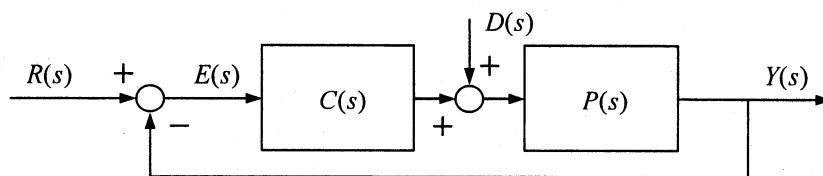


図2

III 2つの確率変数  $X, Y$  の同時密度関数  $f_{X,Y}(x, y)$  を次のように与える。

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} 2y, & x \geq 0, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

$\lambda$  は正の定数である。以下の(1)から(4)の問いに答えよ。

- (1)  $X$  の密度関数  $f_X(x)$  は、  $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) dy$  で求まる。  $f_X(x)$  を求めよ。
- (2)  $Y$  の密度関数  $f_Y(y)$  を求めよ。  $X$  と  $Y$  は確率的に独立になるが、その理由を述べよ。
- (3)  $X$  の期待値  $E[X]$  と分散  $Var[X]$  はそれぞれ

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx = \frac{1}{\lambda}, \quad Var[X] = E[(X - E[X])^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - \frac{1}{\lambda}\right)^2 f_X(x) dx = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2$$

と求まる。  $Y$  の期待値  $E[Y]$  と分散  $Var[Y]$  の値を求めよ。

- (4)  $a$  を定数とする。  $X + aY$  と  $Y$  の2つの確率変数の相関係数  $\rho(X + aY, Y)$  を求めよ。

$X$  と  $Y$  が確率的に独立であること、及び相関係数が共分散と分散を用いて次のようであることに注意せよ。

$$\rho(X + aY, Y) = \frac{Cov[X + aY, Y]}{\sqrt{Var[X + aY]} \sqrt{Var[Y]}} = \frac{E[(X + aY - E[X + aY])(Y - E[Y])]}{\sqrt{Var[X + aY]} \sqrt{Var[Y]}}$$



## 問題 15 力学・材料力学

【注意】Ⅰ または Ⅱ のいずれかを選択して解答すること。なお、解答用紙には、選択した問題の記号（Ⅰ または Ⅱ）をはじめに記載すること。

### Ⅰ

#### 問 1.

1 次元運動として、 $x$  軸上を運動する質点（質量  $m$ ）について考える。質点には力  $f = -ax - bx^2$ （ $a$  と  $b$  は正の定数）が働いているものとする。つぎの問に答えよ。ただし、必要となる記号があれば、適宜、導入してよい。

- (1) この系のラグランジアン  $L$  を求め、ラグランジュ方程式から運動方程式を求めよ。
- (2) 原点  $x=0$  付近の運動はどのようなものか説明せよ。
- (3) この系の、位相空間での軌道の概略を論ぜよ。ただし、ここでの位相空間は、横軸を位置、縦軸を速度とする平面であるとする。

#### 問 2.

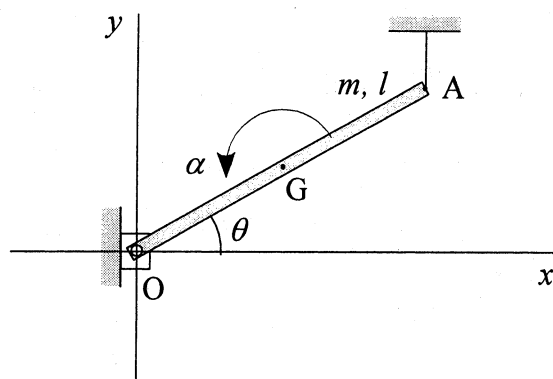
質量  $M$ 、半径  $R$  の円板の中心から距離  $h$  の位置に、円板に垂直に軸を取り付ける。この軸を水平にし、振動させる場合を考える。軸の質量は無視できるものとする。また、重力加速度を  $g$  とする。つぎの問に答えよ。ただし、必要となる記号があれば、適宜、導入してよい。

- (1) 円板の、軸に関する慣性モーメント  $I$  を求めよ。
- (2) 運動方程式を求めよ。
- (3) 微小振動の場合の周期を求めよ。
- (4) 上で求めた周期が最小になるときの  $h$  を決めよ。

## II

### 問1.

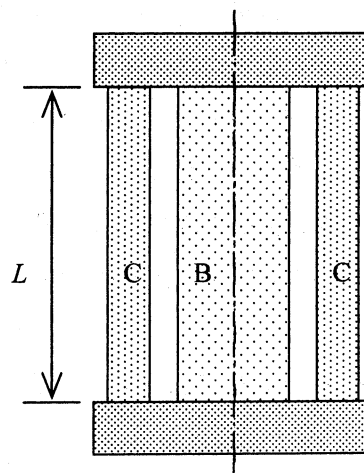
図に示すように、長さ $l$ 、質量 $m$ の細い剛体棒 OA の一端 O は固定壁にピン支持され、剛体棒 OA と水平軸 Ox がなす角度が $\theta$ となるように他端 A を糸で吊り下げている。なお、剛体棒 OA は鉛直の  $xy$  面内で運動し、剛体棒の重心 G の回りの慣性モーメントは  $I_G = ml^2/12$  である。重力加速度を  $g$  とし、以下の問いに答えよ。



- (1) 糸を切断した瞬間に生じる剛体棒 OA の重心 G の回りの角加速度  $\alpha$  を求めよ。
- (2) 剛体棒 OA が水平軸 Ox を横切る瞬間の重心 G の速度  $v_G$  を求めよ。

### 問2.

長さ  $L$  の丸棒 B を、同じ長さの円筒 C の内に置く。丸棒と円筒の両端を、2枚の剛体板に固定する。剛体板は空間に固定されておらず、一体となった丸棒と円筒の変形を妨げない。これを図に示す。初期応力がない状態から温度を  $t$  °C 上昇させたとき、B、C 両部材に生じる熱応力  $\sigma_b$ 、 $\sigma_c$  と伸び  $\lambda$  を求めよ。ただし、丸棒 B、円筒 C の断面積を  $A_b$ 、 $A_c$ 、縦弾性係数を  $E_b$ 、 $E_c$  および線膨張係数を  $\alpha_b$ 、 $\alpha_c$  (ただし、 $\alpha_b > \alpha_c$ ) とする。



問題 16 A [流体力学] または B [連続体力学] のどちらかを選択して解答すること。なお、解答用紙の選択記号欄に、選択した A または B の記号を記入すること。

### A [流体力学]

I 完全に発達した円管内の層流について以下の問いに答えよ。

- (1) この場合、円筒座標系で表された NS 式から次式の関係が成り立つ。

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

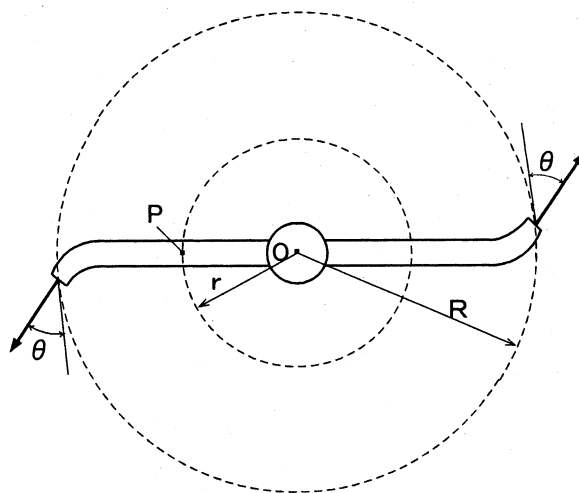
ここで、 $V$  は管軸方向速度成分、 $\frac{dp}{dx}$  は管軸方向圧力勾配、 $\mu$  は粘度、 $r$  は半径方向座標である。

円管の半径を  $r_0$  として、上式から管断面内の速度分布を表す式を導出せよ。

- (2) 上で求めた速度分布式を用いて、管断面内の最大流速  $V_{max}$  と平均流速  $V_m$  の関係を求めよ。  
 (3) 管摩擦係数  $\lambda$  とレイノルズ数  $Re$  の関係を導け。

II 図に示すように、左右対称なアームを持つスプリンクラーがある。中心部に供給された水はアーム内を半径方向に流れ、周方向と  $\theta$  の角度を持ってノズルから周囲の大気中に流出するものとする。アームは水平面内にあり、ノズル出口までの回転軸中心からの距離を  $R$ 、ノズルの出口断面積は  $A_0$  とする。いま、このスプリンクラーに流量  $Q$  (一本のアームあたり  $Q/2$ ) の水を流す場合について以下の問いに答えよ。ただし、流動損失やアームの回転軸の摩擦などは無視できるものとする。

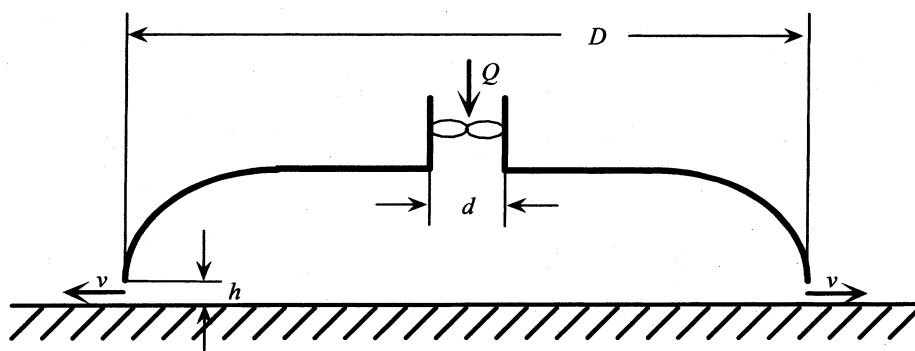
- (1) アームが回転しないように固定するためには、アームに加えるトルク  $T$  をいくらにすればよいか。ただし、水の密度は  $\rho$  とし、 $T$  を  $\rho$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $A_0$ 、 $\theta$  で表せ。  
 (2) アームが自由に回転できる場合 (トルク  $T$  が零の場合) の定常回転角速度  $\omega$  を求めよ。  
 (3) アームの定常回転角速度が  $\Omega$  の場合、アーム内の半径  $r$  の位置 (点 P) におけるゲージ圧  $P_r$  を求めよ。ただし、半径  $r$  の位置のアーム流路断面積は  $A_r$  とする。



## B [ 連続体力学 ]

I 図に示すような、直径  $D$  の円形ホバークラフトについて考える。ホバークラフトは、艇体の周りをスカートと呼ばれる柔軟な幕で空気が抜けにくいように覆い、直径  $d$  の送風機によってその下面の空気溜めに空気を供給し、主にクッション圧力  $p_c$  (空気溜め内の圧力) の上昇によって揚力を得る。空気の密度  $\rho$  は一定で、送風機および流入時の流れの急拡大による損失は無視するものとする。また、流出する流れは、地面と平行な一様速度分布となり、縮流は発生しないものとする。次の問いに答えよ。

- (1) 送風機によって供給される空気の体積流量を  $Q$ 、浮揚高を  $h$ 、一様な流出速度を  $v$  とすると、これらの関係式を示せ。
- (2) 空気溜め内の流速は流出速度  $v$  と比べ無視できるとし、クッション圧力  $p_c$ 、流出速度  $v$  の関係式を示せ。
- (3) スカートの囲まれるクッション圧力  $p_c$  を保持している部分の投影面積をクッション面積という。送風機に流入する流速分布が一様であったとして、クッション圧力  $p_c$  を、ホバークラフトの全質量  $M$ 、クッション面積  $\pi D^2/4$ 、重力加速度  $g$ 、 $Q$ 、 $d$  を用いて示せ。
- (4) 浮揚高  $h$  を、 $\pi$ 、 $g$ 、 $M$ 、 $D$ 、 $d$ 、 $Q$ 、 $\rho$  を用いて示せ。
- (5) 送風機に必要とされる動力  $P$  [W] を、 $\pi$ 、 $g$ 、 $M$ 、 $D$ 、 $d$ 、 $Q$ 、 $\rho$  を用いて示せ。



II 速度  $U$  の一様流れの中に、強さ  $q$  の湧き出しを重ね合わせた。一様流の流れの向きに  $x$  軸の正の向きを定め、湧き出しの位置を原点に取る。これを理想流体の 2 次元定常流れであるとし、次の各設問に答えよ。

- (1) 速度ポテンシャル  $\phi$  を示せ。
- (2) よどみ点の座標を示せ。
- (3) 流線を描く方程式を示し、その概要を描画せよ。
- (4) 流速  $U$  が半分になった場合、流線の形状はどのように変化するか説明せよ。

## 問題 17 熱力学

設問すべてについて解答すること。

ここでは工業熱力学での慣習に従って、熱の符号は系が外部から加熱される場合は正、外部へ放熱される場合は負と定義し、仕事の符号は系が外部にする仕事を正、外部からされる仕事を負と定義する。

I 1 kg の狭義の理想気体（比熱比  $\kappa$ ）がピストンとシリンダによって閉じ込められている。シリンダ、ピストンともに変形しない。シリンダ壁とピストンと外部との熱や物質の交換がない。熱の出し入れはシリンダ内に設置された加熱器と放熱器とが行う。ピストンとシリンダとの間には摩擦はなく、気密は完全な状態にある。この理想気体が以下に示すような可逆状態変化する。

過程 A（状態 1 → 状態 2）： 状態 1 では温度  $T_1$  は 300 K、圧力  $P_1$  は 100 kPa、容積  $V_1$  [ $\text{m}^3$ ] である。状態 1 から圧力一定のままで、この理想気体に加熱器によって外部より熱量  $Q_p$  [kJ] を与えることで状態 2 にする。状態 2 での容積  $V_2$  [ $\text{m}^3$ ] は  $V_1$  [ $\text{m}^3$ ] の 2 倍 ( $V_2 = 2V_1$ ) である。過程 A では熱量  $Q_p$  の 37.5 % の絶対仕事  $W$  [kJ] ( $W = 0.375 Q_p$ ) が外部になされた。

過程 B（状態 2 → 状態 3）： 容積一定 ( $V_2 = V_3$ ) として、300 K になるまで放熱器を用いて外部へ熱量  $Q_v$  [kJ] を捨てることで状態 3 にする。過程 B で捨てられる熱量  $Q_v$  [kJ] の絶対値  $|Q_v|$  [kJ] は熱量  $Q_p$  [kJ] の絶対値  $|Q_p|$  [kJ] よりも 54 kJ 小さい ( $|Q_v| = |Q_p| - 54$ )。

過程 C（状態 3 → 状態 4）： 容積一定 ( $V_3 = V_4$ ) として、引き続き放熱器を用いて外部へ熱を捨てることで状態 4 に至らせる。状態 4 でのエントロピーの値は状態 1 でのエントロピーの値と同じである。

- (1) 状態 4 での温度  $T_4$  を、比熱比  $\kappa$  を用いて表せ。
- (2) 比熱比  $\kappa$  の値を求めよ。
- (3) 状態 3 と状態 1 の内部エネルギーの変化量  $U_{13}$  の値を求めよ。
- (4) 過程 A から過程 C までの状態変化での温度  $T$  と比エントロピー  $s$  を  $T$ - $s$  線図上に示せ。各点の値を図に書く必要はないが、状態 1、状態 2、状態 3、状態 4 の点は図中において指示すること。
- (5)  $T$ - $s$  線図上での等圧線の傾きである  $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p$  の 300 K での値を求めよ。

- II 1 kg の狭義の理想気体 (比熱比  $\kappa$ , 気体定数  $R$  [J/(kg·K)]) を作動流体とし, 温度  $T_H$  [K] の高温熱源と温度  $T_L$  [K] の低温熱源との間で作動するカルノーサイクルを考える. カルノーサイクルは 2 つの可逆等温変化と 2 つの可逆断熱変化が組み合わされてできている.

過程 A (状態 1 → 状態 2): 圧力  $P_1$  [Pa], 容積  $V_1$  [m<sup>3</sup>] である状態 1 から可逆断熱圧縮によって圧力  $P_2$  [Pa], 容積  $V_2$  [m<sup>3</sup>] である状態 2 に到達する.

過程 B (状態 2 → 状態 3): 温度  $T_2$  [K] において可逆等温膨張することで, 状態 2 から圧力  $P_3$  [Pa], 容積  $V_3$  [m<sup>3</sup>] である状態 3 に到達する. この過程で温度  $T_H$  [K] ( $T_H = T_2$ ) の高温熱源から熱量  $Q_H$  [J] を受ける.

過程 C (状態 3 → 状態 4): 可逆断熱膨張することで, 状態 3 から圧力  $P_4$  [Pa], 容積  $V_4$  [m<sup>3</sup>] である状態 4 に到達する.

過程 D (状態 4 → 状態 1): 温度  $T_4$  [K] において可逆等温圧縮によって状態 1 に到達する. この過程で温度  $T_L$  [K] の低温熱源 ( $T_H > T_L$ ,  $T_4 = T_L$ ) へ熱量  $Q_L$  [J] を捨てる.

- (1) このサイクルの熱効率  $\eta$  を  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $\kappa$  のすべてを用いて表せ.
- (2) 過程 B (状態 2 → 状態 3) での入熱量  $Q_H$  を  $T_H$ ,  $T_L$ ,  $R$ ,  $P_2$ ,  $P_4$ ,  $\kappa$  のすべてを用いて表せ.
- (3)  $\frac{V_1 V_3}{V_2 V_4}$  の値を求めよ.

## 問題 18 数理科学

設問すべてについて解答すること。

### I 複素関数

$$f(z) = \frac{1}{z^4 + 4}$$

に関する以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(z)$  の極をすべて答えよ。
- (2)  $f(z)$  の極のうちで虚部が正であるものすべてに対して、その極における  $f(z)$  の留数を求めよ。
- (3) 実定積分  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$  の値を求めよ。

### II 以下の問いに答えよ。

#### (1) 関数

$$f(x) = x^2 \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$$

からできる周期  $2\pi$  の関数をふたたび  $f(x)$  と表す。この関数のフーリエ級数展開を求めよ。

#### (2) (1) の結果を利用して

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

を示せ。

### III パラメータ表示された曲面

$$S: \mathbf{r}(u, v) = ((a + b \cos u) \cos v, (a + b \cos u) \sin v, b \sin u)$$

$$(0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq 2\pi)$$

に関する以下の問いに答えよ。ただし  $a, b$  は定数であって  $a > b > 0$  とする。

- (1)  $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}$  を計算し、またこのベクトルの図形的な意味を述べよ。
- (2)  $S$  の曲面積を計算せよ。

問題 19 A[計算機構造]またはB[システムプログラム]のどちらかを選択して解答すること。なお、解答用紙の選択記号欄に、選択したAまたはBの記号を記入すること。

# A[計算機構造]

I 図1に示すような4バイト（最上位ビットから1ビットの符号ビット，7ビットの指数部，24ビットの仮数部からなる）の数値で表現する浮動小数点を考える。この形式で表現される浮動小数点数の絶対値は，

$$16^n \times (f_1/16 + f_2/16^2 + f_3/16^3 + f_4/16^4 + f_5/16^5 + f_6/16^6)$$

となる。ただし， $n$ の負数は，2の補数で表すものとする。また， $f_i$  ( $i=1,2,\dots,6$ )は，0から15までの数値である。例えば，10進数の16.5は $16.5 = 16^2 \times (1/16 + 0/16^2 + 8/16^3)$ であるから，浮動小数点形式では16進数表示で02108000となり， $-16.5$ は82108000となる。なお， $f_1 \neq 0$ なる数値を正規化された数値と呼ぶ。以下の問いについて答えよ。

- (1) 正規化されたこの表現形式で10進数の0.5を表せ。また，1.0より小さく，1.0に一番近い数値を示せ。ただし，それぞれ16進数で表すこと。
- (2) この表現形式の16進数表示で81680000となる数値を10進数で表せ。
- (3) 正規化されたこの表現形式で表すことができる正の最大値と正の最小値を，この表現形式で16進数表示せよ。
- (4) この表現形式の16進数表示で08000148と表される数値を正規化して，この表現形式で16進数表示せよ。

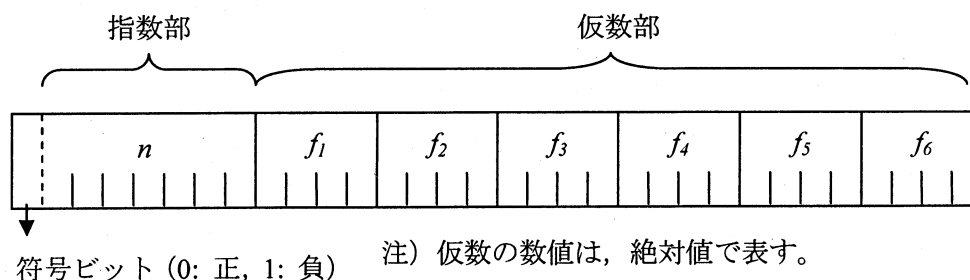


図1

II 論理回路について，以下の問いに答えよ。

- (1) 3ビットの入力 $x_2x_1x_0$ に対して，この3ビット内で値が1であるビットの個数が奇数であるときには0を出力し，偶数のときは1を出力する論理回路を考える。この回路に対する論理式を主乗法標準形（和積標準形）で表せ。
- (2) 以下の論理関数をカルノー図により簡単化せよ。

$$\begin{aligned} & \overline{A}BCDE + \overline{A}BCDE + \overline{A}BCDE + \overline{A}BCDE + ABCDE \\ & + \overline{A}BCDE + \overline{A}BCDE + ABCDE + \overline{A}BCDE + \overline{A}BCDE \end{aligned}$$



## B[システムプログラム]

I 複数プロセスのデータベース(DB)へのアクセスを想定する。DB からの読み込み時は、複数のプロセス Process\_R により同時読み込み可能である。DB への書き込み時は、ただ一つ書き込みプロセス Process\_W しかアクセスできない。この問題のセマフォア (P 命令、V 命令) による解法を下に示す。なお言語体系は C 言語に準ずる。また各行の先頭は行番号を示す。

(1) 空欄  から  を埋めプログラムを完成させよ。

```
Semaphore W=1, M=1; /* 共通変数*/
int R=0; /* 共通変数*/

Process_W()
1: {
2:   while (1) {
3:     P(W);
4:     /* DBへの書き込み処理 */
5:     V(W);
6:   }
7:}

Process_R()
1: {
2:   P(M);
3:   if ( R == 0 )  ;
4:   R++;
5:    ;
6:   /* DBからの読み込み処理 */
7:    ;
8:   R--;
9:   if ( R == 0 )  ;
10:   ;
11:}
```

(2) この解法は、読み込み要求、書き込み要求が同時、複数存在した場合、どちらに優先権を与える解法か、またその理由も答えよ。解答文中プログラムの位置が必要な場合は、行番号を用いること。

II ページング方式によるメモリ管理および仮想記憶について以下の問いに答えよ。

(1) 1 ページテーブルに含まれるエントリ数を示せ。なお仮想アドレス 32 ビット中、上位 15 ビットをページ番号部、下位 17 ビットをオフセット部とする。

(2) ページテーブルの各エントリには、ページを示すポインタ情報以外に、仮想記憶を効率よく実現するための情報として、当該ページを参照したときにセットされる参照ビットと、当該ページに書き込みがあるとセットされる修正ビットがある。仮想記憶システムでの、それぞれのビットの利用方法をそれぞれ 100 文字程度で説明せよ。

(3) ページングシステムの性能を向上させる方式として TLB (連想レジスタ) の導入がある。この TLB について 100 文字程度で説明せよ。

(4) 以下の文のうち、単一レベルページング方式の特徴を表す項目を選べ。

- (a) メモリコンパクションを必要としない。
- (b) ページ内フラグメンテーションが存在しない。
- (c) スラッシングが発生しない。
- (d) プロセスに複数の 1 次元アドレスを提供することができる。
- (e) ページテーブルも仮想記憶上に管理することで主記憶の効率的な利用ができる。

問題 20 A [離散数学] または B [推論機構] のどちらかを選択して解答すること。なお、解答用紙の選択記号欄に、選択した A または B の記号を記入すること。

A [離散数学]

I 集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 4\}$  に対して次の集合を外延的記法 (要素を書き下す形式) で答えよ。ただし,  $-$  は差集合の演算,  $\times$  は直積の演算,  $2^S$  は集合  $S$  のべき集合,  $\phi$  は空集合をそれぞれ表す。

(1)  $(A \cup B) - (A \cap B)$

(2)  $2^B \times 2^{(2^\phi)}$

II 次の(1)~(3)の各文が正しいか誤りであるかを答えよ。また、正しい場合は証明を、誤りである場合は反例をそれぞれ与えよ。

(1) 集合  $S$  に対し,  $R$  が  $S$  上の半順序関係であるならば, その逆関係  $R^{-1}$  も半順序関係である。

(2) 集合  $S$  に対し,  $R_1$  と  $R_2$  が  $S$  上の同値関係であるならば,  $R_1 \cup R_2$  も  $S$  上の同値関係である。

(3) 写像  $f: S \rightarrow T$  および  $g: T \rightarrow U$  において,  $f$  が単射 (一対一写像) で  $g$  が全射 (上への写像) であるならば,  $g \circ f$  は全射である。

III 無向グラフ  $G = (V, E)$  ( $V$  は頂点の集合,  $E$  は辺の集合) は連結でありかつ閉路をもたないとき木と呼ばれる。これについて次の問いに答えよ。

(1) 「連結である」および「閉路」という用語の意味をそれぞれ説明せよ。

(2) 任意の木は  $|E| = |V| - 1$  を満たすことを示せ。

## B [推論機構]

I 「論理式  $Q$  が論理式の集合  $\{P_1, \dots, P_n\}$  からの論理的帰結である」の説明として以下の文が正しいか誤りか答えよ。誤りの場合は間違いを正せ。

- a)  $P_1 \wedge \dots \wedge P_n$  が真となる解釈の下で  $Q$  が真となる場合がある。
- b)  $P_1 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow Q$  が恒真 (妥当) である。
- c)  $P_1 \wedge \dots \wedge P_n \wedge Q$  が恒偽 (充足不能) である。
- d)  $\neg P_1 \vee \dots \vee \neg P_n \vee \neg Q$  が恒真 (妥当) である。

II 以下の問いに答えよ。

(1) 以下の文を 1 階述語論理式で表現せよ。ただし、述語には右の述語表に含まれるもののみを用い、個体定数、個体変数、論理演算子、限量記号を適切に用いること。

- a) 甘党でも辛党でもない人はいない。
- b) John は辛党ではない。
- c) John が甘党ならば Taro は甘党ではない。
- d) Taro は辛党である。

### 述語表

sweet( $X$ )  $X$ は甘党である  
drinker( $X$ )  $X$ は辛党である

(2) a) ~ c) から d) が論理的帰結として導き出せるかどうか線形導出を用いて確かめよ。

III 以下の問いに答えよ。  $A, B, C$  は任意の命題論理式とする。

(1) 右の公理系と肯定式の推論規則 (モーダス・ポネンス) を用いて以下を形式的に証明せよ。

$$A \vdash \neg A \rightarrow B$$

### 命題論理の公理系

- (1)  $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
- (2)  $(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$
- (3)  $(\neg \alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$

$\alpha, \beta, \gamma$  は任意の命題論理式

(2) 肯定式の推論規則 (モーダス・ポネンス) と演繹定理を用いて以下を証明せよ。

$$A \rightarrow (C \rightarrow B) \vdash C \rightarrow (A \rightarrow B)$$