問題２　電磁気学　設問すべてについて解答すること。

Ⅰ　一様な電場が加えられた空間中に導体球を置いたときの，導体球のまわりに生じる電場の変化について，以下の設問（１）～（５）に答えよ。

（１）　一様な電場 $\boldsymbol{E}_0$ が生じている空間の点 $\boldsymbol{r}$ における静電ポテンシャル $\phi(\boldsymbol{r})$ は，原点を基準とするとき， $\phi(\boldsymbol{r}) = -\boldsymbol{E}_0 \cdot \boldsymbol{r}$ で与えられることを示せ。

（２）　導体が電場中に置かれると，静電誘導により導体上に電荷分布が生じる。このとき，導体上に生じる電荷は表面のみに分布し，導体内部には分布しない。一般に平衡状態では導体内部の電荷密度はゼロとなることを，導体の性質と静電場の基本法則を用いて証明せよ。

以下では，z 軸方向の一様な電場 $\boldsymbol{E}_0 = (0,0,E_0)$ が加えられた空間に，原点を中心とする半径 R の導体球を置いた場合について考える。空間の誘電率は ε_0 である。

（３）　導体球のまわりの静電ポテンシャルを求めるため，$\boldsymbol{a}$ を定数ベクトルとして $\phi(\boldsymbol{r}) = |\boldsymbol{r}|^n \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{r}$ で表されるスカラー場を考える。この $\phi(\boldsymbol{r})$ がラプラス方程式 $\nabla^2 \phi = 0$ を満足するためには $n = 0$ または $n = -3$ でなければならないことを示せ。

（４）　導体のまわりの静電ポテンシャルは，一様電場の静電ポテンシャルと誘導電荷がつくる静電ポテンシャルとの和で表される。導体を基準としたときの導体外部の静電ポテンシャルを $\phi(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{r} + \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{r}/|\boldsymbol{r}|^3$ と置き，無限遠方および導体球表面での境界条件を満足するように定数ベクトル $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ を定めよ。（※無限遠方では導体球の影響が消えて一様電場となっていることに注意せよ。ラプラス方程式の境界値問題における解の一意性より，ここで求めた解が唯一の正しい静電ポテンシャルであることが分かる。）

（５）　導体球表面のすぐ外側における電場を求め，それを用いて導体球に生じる誘導電荷の表面密度を極角 θ の関数として表せ。（極角 θ は動径ベクトル $\boldsymbol{r}$ の向きを z 軸の正の向きからはかった角度を指す。）

II　図1に示すように，間隔 d で平行に置かれた2本の導体棒（平行導体棒）を，水平から角度 θ だけ傾けて置き，その上端の a-b 間に抵抗 R を接続した。平行導体棒の上を，質量 m の別な導体棒（可動導体棒）が，平行導体棒と垂直な向きを保ちながら，重力（重力加速度 g ）を受け，一定の速さ v_0 で斜め下へ向かって，滑らかに滑っている。導体棒の抵抗は無視できるとし，平行導体棒と可動導体棒は，電気的に抵抗ゼロで接触しているものとする。そしてこれらは，鉛直上向き，磁束密度 B の一様な磁場内に存在しているとする。以下の問いに答えよ。ただし，可動導体棒は，時刻 $t=0$ において抵抗 R から距離 L の位置を通過するものとする。

（1）　時刻 t のとき，平行導体棒，可動導体棒，抵抗 R で囲まれた領域を貫く磁束の大きさ Φ を求めよ。

（2）　時刻 t のとき，平行導体棒，可動導体棒，抵抗 R による回路に発生する起電力の大きさ U を求めよ。

（3）　時刻 t のとき，抵抗 R に流れる電流 I を求めよ。ただし，点 a から点 b へ流れる向きを正とする。

（4）　時刻 t のとき，可動導体棒が磁場から受ける力の大きさ F を求めよ。

（5）　可動導体棒が一定の速さ v_0 で滑っているのは，可動導体棒に働く力 F と重力の，速度方向成分どうしが釣り合っているからである。速さ v_0 を，m, g, R, B, d, θを用いて表せ。

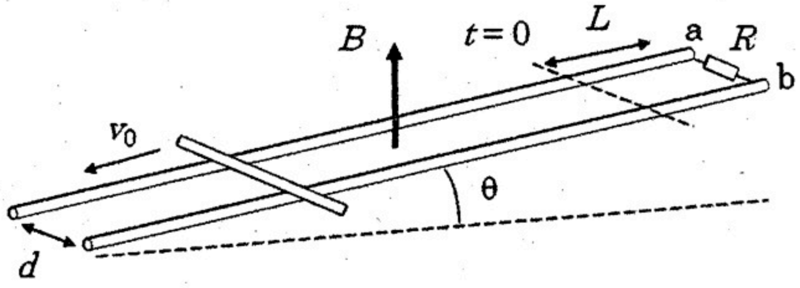

図 1