平成17年度 京都大学大学院情報学研究科
修士課程 通信情報システム専攻入学資格試験問題

専門基礎A

平成16年8月8日(日) 13:00 – 16:00

注意

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは**「専門基礎A」**の問題用紙で、表紙共に11枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。**4問を選択して解答すること。**答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語で行うこと。

専門基礎A　$\boxed{\text{A-1}}$, $\boxed{\text{A-2}}$, $\boxed{\text{A-3}}$, $\boxed{\text{A-4}}$, $\boxed{\text{A-5}}$, $\boxed{\text{A-6}}$, $\boxed{\text{A-7}}$, $\boxed{\text{A-8}}$, $\boxed{\text{A-9}}$ の9問から**4問**を選択して解答せよ。

$\boxed{\text{A-1}}$

以下の (1)–(5) の問に答えよ。

(1) 一次変換 $f : R^2 \to R^2$ を考える。このとき、以下の問に答えよ。

(a) R^2 の 2 つの標準基底 $\vec{e_1}$ と $\vec{e_2}$ を $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ に変換する一次変換 f_r の行列 A_r を求めよ。

(b) R^2 の $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ を、それぞれ $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ に変換する一次変換 f_m の行列 A_m を求めよ。また、この変換が直交変換であることを示せ。

(2) 対称行列の異なる固有値に対応する固有ベクトルは、互いに直交していることを示せ。

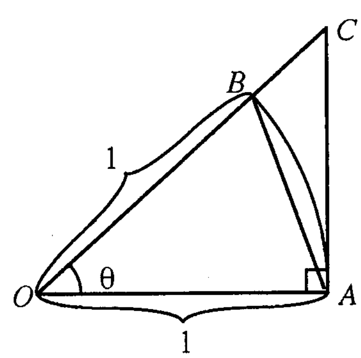
(3) 次の行列 A_s に対して、適当な直交行列 P を選んで $P^{-1}A_sP$ を対角行列にせよ。

$$A_s = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(4) <u>微分の定義に従って</u>(a)–(d) の関数を x について微分し、その過程を示せ。ただし k は自然数、対数は自然対数、$f(x)$ と $g(x)$ は微分可能とする。また、三角関数の加法定理および $\lim_{\theta\to 0}\dfrac{\sin\theta}{\theta} = 1$ は証明無しで使用して良い。なお (d) の解は $f(x)$, $g(x)$, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(x)$, $g'(x) = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}g(x)$ を用いて表せ。

(a) x^k,　(b) $\sin x$,　(c) $\log x$,　(d) $f(x)g(x)$

(5) $\lim_{\theta\to 0}\dfrac{\sin\theta}{\theta} = 1$ を証明せよ。
（ヒント：下図において、$\triangle OAB <$ 扇形 $OAB < \triangle OAC$ である。）



A-2

以下の問 (1)、(2)、(3) から 2 つを選んで答えよ。

(1) 関数 $f(t)$ について、フーリエ変換(Fourier transform) および 逆(inverse) フーリエ変換を下式で定義する。なお、$\mathrm{i}=\sqrt{-1}$ とする。

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t\ , \qquad f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}\omega$$

(a) $f(t-t_0)$ のフーリエ変換を示せ。ただし、t_0 は定数とする。

(b) 関数 $f_1(t)$ と $f_2(t)$ それぞれのフーリエ変換が $F_1(\omega)$ および $F_2(\omega)$ であるとき、下式で定義される $f_1(t)$ と $f_2(t)$ のたたみこみ積分(convolution integral) のフーリエ変換を示せ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)f_2(t-x)\mathrm{d}x$$

(c) 次の関数のフーリエ変換を求めよ。

$$f(t)=\mathrm{e}^{-t}U(t)\ , \quad \text{ただし}\ \ U(t)=1\ (t>0),\ U(t)=0\ (t<0)$$

(d) 下式の逆フーリエ変換を求めよ。

$$F(\omega)=\frac{1}{(1+\mathrm{i}\omega)^2}$$

(2) 以下の 定積分(finite integral) を求めよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x^2+1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin x}{x^2+1}\mathrm{d}x$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^2}{(x^2+1)^2}\mathrm{d}x$$

(3) 下記の 微分方程式(differential equation) の 一般解(general solution) を求めよ。

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y^4-2x^3y}{2xy^3-x^4}$$

A-3

図 (a) のような断面をもつ、内半径 a、外半径 b の**筒状磁性体** (cylindrical magnetic substance) に**コイル** (coil) を一様に N 回巻いて**電流** (electric current)I を流すとする。ただし、筒は軸方向には一様で、筒の長さは径に比べて充分に長く、$b < 2a$ であるとする。また、磁性体内の**磁界の強さ** (magnetic field intensity)H と**磁束密度** (magnetic flux density)B の間には、図 (b) のように、次の関係があるとする。

$$B = \begin{cases} \frac{\mu_1}{2}(H - 4H_1) & (H < -2H_1) \\ \mu_1(H - H_1) & (-2H_1 \leq H < -H_1) \\ 2\mu_1 H & (|H| \leq H_1) \\ \mu_1(H + H_1) & (H_1 < H \leq 2H_1) \\ \frac{\mu_1}{2}(H + 4H_1) & (H > 2H_1) \end{cases}$$

この時、次の設問に答えよ。

(1) 中心 O から半径 $r(a \leq r \leq b)$ の位置における磁界の強さを求めよ。

(2) 磁性体中で磁界の強さが H_1 を超えない最大の電流値 I_{A}、及び H_1 を下回らない最小の電流値 I_{B} を求めよ。

(3) 磁性体の単位体積あたりに蓄えられる磁界の**エネルギー** (energy)w を H の関数として表せ。

(4) $I = \dfrac{I_{\mathrm{A}} + I_{\mathrm{B}}}{2}$ の時、中心 O から半径 $r(a \leq r \leq b)$ の位置における w を r の関数として表せ。

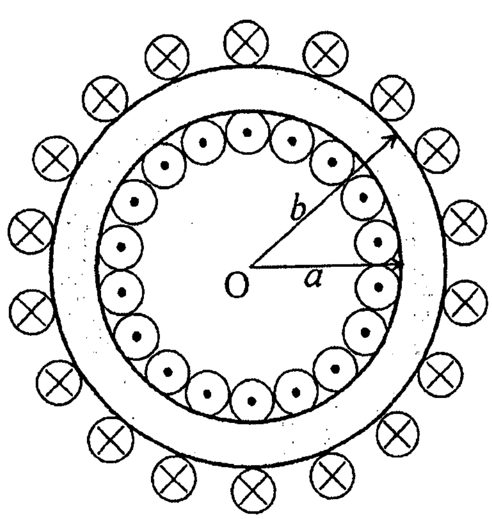


図 (a)

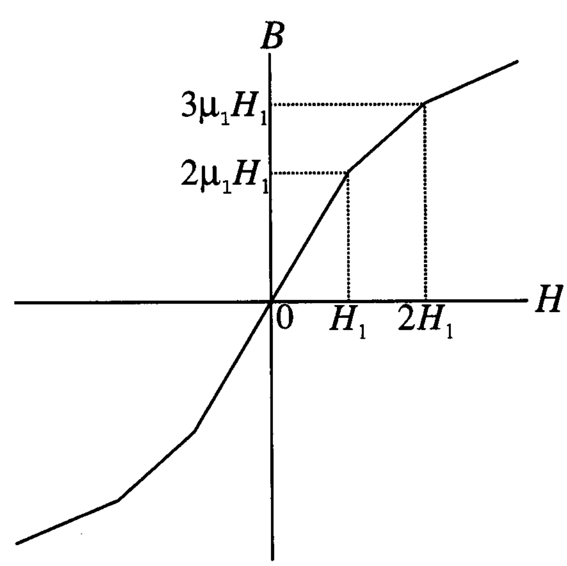


図 (b)

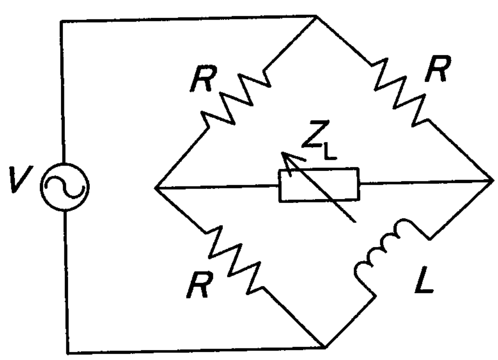
A-5

以下の3問に答えよ。

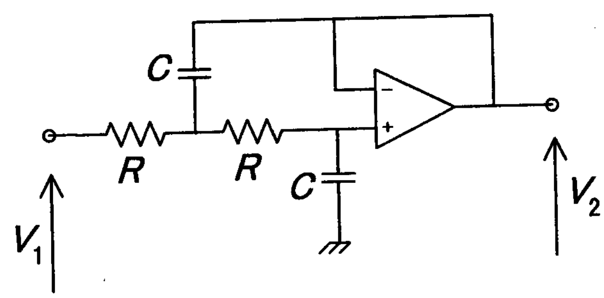
(1) 図(a)の回路において負荷 $\dot{Z}_{\mathrm{L}} = R_{\mathrm{L}} + \mathrm{j}X_{\mathrm{L}}$ の電力を最大とするための $\dot{Z}_{\mathrm{L}}$ の条件を求めよ。(ヒント: テブナンの定理(Thevenin's theorem)を用いるとよい。)

(2) 理想的な特性を持つ演算増幅器(operational amplifier)を用いた図(b)の回路における $V_2(\omega)/V_1(\omega)$ を求め、その大きさと位相の周波数特性(frequency characteristics)を図示せよ。

(3) 増幅器に負帰還(negative feedback)を用いる場合の効用(merit)について説明せよ。



図(a)



図(b)

A-6

以下の二つの設問 (1)，(2) に答えよ．

(1) アルファベット (alphabet) が $\{a, b, c\}$ の 3 元無記憶情報源 (memoryless information source) S について，各記号の生起確率は図 (a) の通りであるとする．ただし，$0 < p < 1$ である．この情報源に対して図 (a) の符号を考える．このとき，図 (b) に示すように，S からの出力系列を符号化した結果得られる系列は，アルファベットが $\{0, 1\}$ の 2 元情報源の出力系列と考えられる．この 2 元情報源を B と呼ぶこととする．以下の問に答えよ．結果のみでなく導出過程も簡潔に説明すること．

(a) S のエントロピー (entropy) $H(S)$ を求めよ．

(b) 図 (a) の符号の平均符号長を求めよ．

(c) B のエントロピー $H(B)$ を求めよ．

(d) B について，定常状態において 0，1 が出力される確率をそれぞれ p_0，p_1 とする．p_0，p_1 を求めよ．

記号	生起確率	符号
a	p	0
b	$\frac{1-p}{2}$	10
c	$\frac{1-p}{2}$	11

図 (a) 無記憶情報源 S

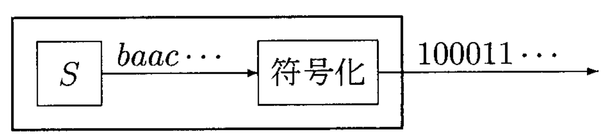


図 (b) 情報源 B

(2) 有限体 (finite field) GF(2) 上の多項式 (polynomial) $x^7 - 1$ は

$$(x+1)(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)$$

と因数分解 (factorization) できる．この結果を利用すれば符号長 7 の様々な2元巡回符号 (binary cyclic code) が構成できる．以下の問に答えよ．

(a) 有限体 GF(2) とは何か，簡潔に説明せよ．

(b) 巡回符号とはどのような符号か，簡潔に説明せよ．

(c) 多項式 $G_1(x) = x + 1$ により生成される巡回符号の最小距離 (minimum distance)，誤り訂正(検出)能力 (error correcting (detecting) capability) について述べよ．

(d) $G_2(x) = (x+1)(x^3+x+1)$，$G_3(x) = (x^3+x+1)(x^3+x^2+1)$ により生成される符号長 7 の巡回符号について，それぞれの符号の全符号語を示せ．また，それぞれの符号の最小距離，誤り訂正 (検出) 能力について述べよ．

(e) 上記の $G_2(x)$ を生成多項式とする符号長 7 の巡回符号の符号化回路をシフトレジスタ (shift register) を用いて簡潔に図示せよ．

A-7

アナグラム（anagram）とは，単語のつづり換えである．例えば，{EVIL, VILE, VEIL, LIVE, LEVI} は同じ文字集合から作成されるアナグラムの集合である．このように同じ文字集合から作成されるアナグラムの集合をクラス（class）とよぶ．上記のクラスと {ELVIS, EVILS, LEVIS, LIVES, VEILS} は異なるクラスである．ただし，単語は A から Z までの 26 文字で構成されるものとする．

【設問 1】 単語をあるデータ構造に変換し，変換されたデータが等しいかどうかによって，単語どうしが同じクラスに属するかどうかを判定したい．そのようなデータ構造 $\mathcal{A}$ を定義せよ．

今，100 万語の単語（ただし，単語は A から Z までの 26 文字だけで構成）が 1 行 1 単語としてファイルに格納されている．この単語リストからアナグラムを取り出し，クラスごとに単語を出力したい．これを下記のような手順で行う．下記の操作 (1) では $\mathcal{A}$ を求める．

単語		$\mathcal{A}$	単語		$\mathcal{A}$	単語		アナグラム出力
ARC		$\mathcal{A}_1$	ARC		$\mathcal{A}_1$	ARC		ARC, CAR
BUT		$\mathcal{A}_2$	BUT		$\mathcal{A}_1$	CAR		
CAR		$\mathcal{A}_1$	CAR		$\mathcal{A}_2$	BUT		BUT, TUB
ELVIS	操	$\mathcal{A}_3$	ELVIS	操	$\mathcal{A}_2$	TUB	操	
EVILS	⟶ 作 ⟶	$\mathcal{A}_3$	EVILS	⟶ 作 ⟶	$\mathcal{A}_3$	ELVIS	⟶ 作 ⟶	ELVIS, EVILS, LIVES
ITEM	(1)	$\mathcal{A}_4$	ITEM	(2)	$\mathcal{A}_3$	EVILS	(3)	
LIVE		$\mathcal{A}_5$	LIVE		$\mathcal{A}_3$	LIVES		
LIVES		$\mathcal{A}_3$	LIVES		$\mathcal{A}_5$	LIVE		（LIVE は出力せず）
TIME		$\mathcal{A}_4$	TIME		$\mathcal{A}_4$	ITEM		ITEM, TIME
TUB		$\mathcal{A}_2$	TUB		$\mathcal{A}_4$	TIME		

【設問 2】 操作 (2) で $\mathcal{A}$ の値を鍵 (key) として整列 (sort) する．このための適切な整列アルゴリズムを記述せよ．また，そのアルゴリズムの重要な点も明記すること．

【設問 3】 上記の整列アルゴリズムの名称を書け．

【設問 4】 上記の整列アルゴリズムの時間計算量 (time complexity) が，単語の分布によって変化するかどうかについて論ぜよ．なお，その理由についても明記すること．

【設問 5】 上記の整列アルゴリズムで発生する文字どうしの比較回数を求めよ．

任意の単語が与えられたときに，上記の 100 万語の単語リストにおいて，その単語と同じクラスに属するアナグラムすべてを高速で求めたい．ただし，アナグラムがない場合には「なし」と出力し，複数ある場合にはその単語を含めて出力するものとする．

【設問 6】 高速検索可能なデータ構造を定義し，その構築方法を述べるとともに，上記のタスクを実行するアルゴリズム（『α』と呼ぶ）の概略を書け．

【設問 7】 設問 6 のアルゴリズム α の利点・欠点を，操作 (2) で得られるデータ構造（2 項目からなる

A-8

下記の問いに答えよ。

（1）浮動小数点数とはどのような形式のデータか説明せよ。また、浮動小数点数の加減算の処理手順を示せ。

（2）アドレッシングモードの内、代表的なものを３つ挙げ、それらがどのように利用されるのか述べよ。

（3）機械命令レベルでの手続き（サブルーティン、関数）の呼出し機構について説明せよ。また、再帰呼出しのように呼出しのネストの深さが不定であるとき、手続き呼出しをどのように管理すればよいか示せ。

A-9

Java で書いたプログラムは，コンパイルすると JVM (Java Virtual Machine) コードというバイトコードに変換される．JVM コードは，バイトコードインタープリタを使って直接実行することができるが，実行効率が比較的悪い．そこで，JIT (Just In Time) コンパイラを採用して実行を高速化する実行システムもある．このことに関して，以下の各問いに答えよ．

(1) バイトコードインタープリタを使った実行の効率が悪い理由を述べよ．

(2) バイトコードインタープリタを使った実行は効率が悪いにもかかわらず，Java のコンパイラが機械語命令ではなく JVM コードを生成する理由をあげよ．

(3) JIT コンパイラと，C 言語コンパイラなどの通常のコンパイラとの相違を述べよ．特に，“Just In Time” と呼ばれる理由を明記すること．