

2005 年 3 月 1 日

平成 17 年度電気系・物理情報系群
大学院入学試験問題用紙

専門科目

注意： 7 設問中， 2 問題を選んで，
答案用紙に解答せよ．

(Choose 2 problems out of the
following 7 problems and solve them.)

問題 1 (1 頁目 / 2 頁中)

Fig.1 のような制御系がある. この制御系の閉ループ伝達関数を $W(s)$ とする. 閉ループ系 $W(s)$ のステップ応答とインパルス応答を, それぞれ $x(t)$ と $y(t)$ で表す. さらに, $x(t)$ と $y(t)$ のラプラス変換を, それぞれ $X(s)$ と $Y(s)$ で表す. 次の間に答えよ.

- (1) $W(s)$ を求めよ.
- (2) $W(s)$ の極をすべて求めよ.
- (3) $X(s)$ を $W(s)$ と s で表せ.
- (4) $x(0) = 0$ であることを使って, $\frac{d}{dt}x(t) = y(t)$ であることを示せ.
- (5) $x(t) = \{1 - e^{-6t}(\frac{3}{4}\sin 8t + \cos 8t)\}u(t)$ であることを示せ. ここで, $u(t)$ は単位ステップ関数である.
- (6) $y(t)$ を求めよ.
- (7) $x(t)$ が極値 (極小値あるいは極大値) をとる時刻および極値をすべて求めよ.
- (8) $x(t)$ と $y(t)$ の概形を図示せよ.

Consider a control system shown in Fig. 1. Let $W(s)$ denote the closed-loop transfer function of the control system. Let $x(t)$ and $y(t)$, respectively, denote the step and the impulse responses of the closed-loop system $W(s)$. Moreover, let $X(s)$ and $Y(s)$ denote the Laplace transforms of $x(t)$ and $y(t)$, respectively. Answer the following questions.

- (1) Find $W(s)$.
- (2) Find the poles of $W(s)$.
- (3) Express $X(s)$ in terms of $W(s)$ and s .
- (4) Show that $\frac{d}{dt}x(t) = y(t)$ holds, using $x(0) = 0$.
- (5) Show that $x(t) = \{1 - e^{-6t}(\frac{3}{4}\sin 8t + \cos 8t)\}u(t)$ holds, where $u(t)$ is the unit step function.
- (6) Find $y(t)$.
- (7) Find the points of time at which $x(t)$ has local extrema (local minima or local maxima). Find the values of the local extrema.
- (8) Illustrate the outlines of $x(t)$ and $y(t)$.

問題 1 (2 頁目 / 2 頁中)

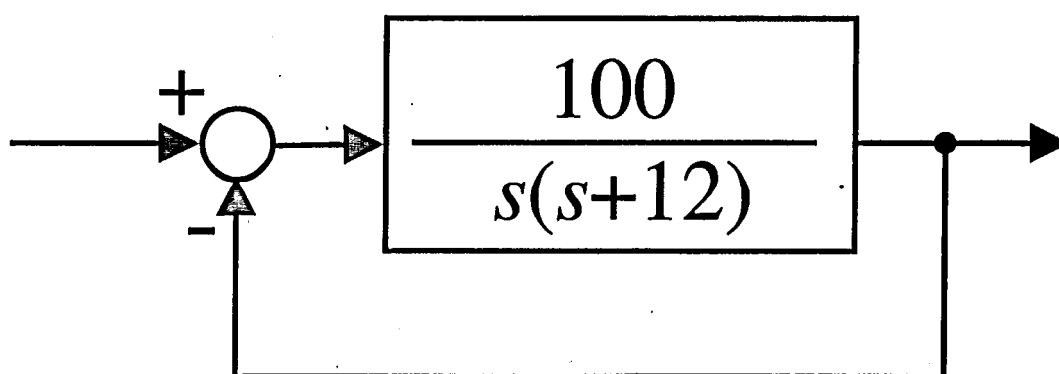


Fig.1

問題 2 (1 頁目 / 2 頁中)

Fig. 2 に示すように、バイナリデータ系列 $\{a_n\}$ ($a_n=0$ または 1 ; n は整数) を伝送するための、無線伝送系を考える。変調器に入力される信号 $u_m(t)$ は、単位パルス波形 $u(t)$ と、 a_n の値によって定まる係数 b_n によって次式で与えられるとする。

$$u_m(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n u(t - nT_s) \quad \text{ただし, } u(t) = \begin{cases} 0 & |t| \geq T_s/2 \\ 1 & |t| < T_s/2 \end{cases}$$

送信信号は $u_m(t)\cos(2\pi f_c t)$ により与えられる。ただし搬送波周波数 f_c は $f_c \gg 1/T_s > 0$ とする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) 係数 b_n を a_n に対して次のように定めると、送信機からは振幅シフトキーイング (ASK) 信号 $u_{\text{ASK}}(t)$ が送信される。

$$b_n = 0 \quad (a_n = 0), \quad b_n = A \quad (a_n = 1) \quad \text{ただし, } A > 0$$

データ系列 $\{a_n\}$ を $(0,1)$ の無限繰り返し系列 $(\dots, 0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots)$ とした場合、変調器入力信号 $u_m(t)$ のフーリエ級数を求め、次に ASK 信号 $u_{\text{ASK}}(t)$ の振幅スペクトルの概略を図示せよ。

- (2) 位相シフトキーイング (PSK) 信号 $u_{\text{PSK}}(t)$ を送信するためには、係数 b_n をどのように定義し直せば良いか述べよ。
- (3) データ系列 $\{a_n\}$ を問(1)と同一の繰り返し系列として、この PSK 信号 $u_{\text{PSK}}(t)$ の振幅スペクトルの概略を図示せよ。
- (4) 問(1)で生成された ASK 信号を受信機で同期検波する際、ローカル信号に次式で与えられる位相誤差 $\Delta\theta(t)$ が生じたとする。

$$\Delta\theta(t) = \theta_0 \sin(2\pi f_p t).$$

この位相誤差が ASK 信号の復調に与える影響について述べよ。ただし、 $0 < \theta_0 \ll 1$, $0 < f_p \ll 1/T_s$ とする。

問題 2 (2 頁目 / 2 頁中)

Consider a wireless system shown by Fig. 2 for the transmission of a binary data sequence $\{a_n\}$ ($a_n=1$ or 0 , n : integer). Modulating signal $u_m(t)$ inputted into the modulator is given by the following equation using a unit pulse $u(t)$ and a coefficient b_n that is determined corresponding to the value of a_n .

$$u_m(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n u(t - nT_s) \quad \text{where } u(t) = \begin{cases} 0 & |t| \geq T_s/2 \\ 1 & |t| < T_s/2 \end{cases}$$

The transmitted signal is given by $u_m(t)\cos(2\pi f_c t)$. Note that the carrier frequency denoted by f_c satisfies $f_c \gg 1/T_s > 0$. Answer the following questions.

- (1) If the coefficient b_n is determined by a_n as follows, an ASK (Amplitude-Shift Keying) signal $u_{\text{ASK}}(t)$ is transmitted.

$$b_n = 0 \quad (a_n = 0), \quad b_n = A \quad (a_n = 1) \quad \text{where } A > 0.$$

Assuming that $\{a_n\}$ is a periodic infinite sequence of 1 and 0 ($\dots, 0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots$), derive the Fourier-series representation of the modulating signal $u_m(t)$. Then, sketch the amplitude spectrum of $u_{\text{ASK}}(t)$.

- (2) Describe how the coefficient b_n should be re-defined in order to transmit a PSK (Phase-Shift Keying) signal $u_{\text{PSK}}(t)$.
- (3) Assuming that $\{a_n\}$ is the same periodic sequence as given in Question (1), sketch the amplitude spectrum of the PSK signal $u_{\text{PSK}}(t)$.
- (4) Consider that the ASK signal $u_{\text{ASK}}(t)$ generated in Question (1) is coherently detected with a local signal having a phase error $\Delta\theta$ given by

$$\Delta\theta(t) = \theta_0 \sin(2\pi f_p t).$$

Describe the effect of the phase error on the demodulation of the ASK signal. Assume that $0 < \theta_0 \ll 1$ and $0 < f_p \ll 1/T_s$.

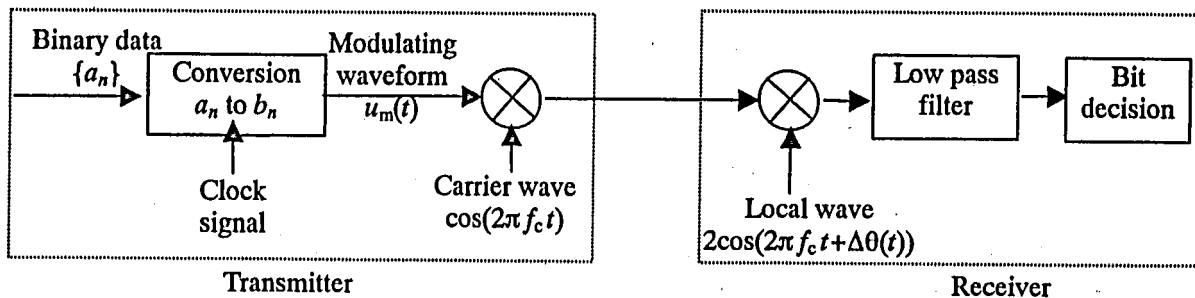


Fig. 2

問題 3 (1 頁目 / 3 頁中)

エミッタ接地増幅回路に関する以下の問に答えよ。ただし、バイポーラトランジスタのエミッタ接地電流利得を β ($\equiv I_C/I_B$) とする。また、バイポーラトランジスタの微小信号モデルは Fig. 3(a) に示される簡略化 h パラメータモデルを用いること。

- (1) Fig. 3(b) に示される固定バイアス回路を用いたエミッタ接地増幅回路について以下の問に答えよ。
 - (a) トランジスタの直流バイアス値 I_B , I_C , V_{CE} を求めよ。ただし、バイポーラトランジスタのベース・エミッタ間電圧を V_{BE} とする。
 - (b) 微小信号等価回路を示し、電圧利得 K ($\equiv v_o/v_i$) を求めよ。ただし、結合容量 C_C のインピーダンスは無視できるほど十分小さいとする。
 - (c) 結合容量 C_C のインピーダンスが無視できない場合、電圧利得は周波数依存性を持つ。カットオフ角周波数 ω_c を求めよ。また、電圧利得の振幅 $|K|$ と角周波数 ω の関係の概略を両対数グラフとして図示せよ。
- (2) Fig. 3(c) に示される電圧帰還バイアス回路を用いたエミッタ接地増幅回路について以下の問に答えよ。
 - (a) トランジスタの直流バイアス値 I_B , I_C , V_{CE} を求めよ。ただし、バイポーラトランジスタのベース・エミッタ間電圧を V_{BE} とする。
 - (b) 電圧帰還によりバイアス条件が安定化するメカニズムを定性的に述べよ。
 - (c) 微小信号等価回路を示し、電圧利得 K ($\equiv v_o/v_i$) を求めよ。ただし、結合容量 C_C のインピーダンスは無視できるほど十分小さいとする。
- (3) バイポーラトランジスタのエミッタ接地電流利得 β の値がどのように決まるか、そのメカニズムについて定性的に述べよ。また β を大きくするためには、バイポーラトランジスタの構造や不純物濃度分布をどのように最適化すれば良いか答えよ。

問題 3 (2 頁目 / 3 頁中)

Answer the following questions on common-emitter amplifier circuits. Here, the common-emitter current gain of a bipolar transistor is denoted by β . Use the simplified h -parameter model shown in Fig. 3(a) as a small-signal model for a bipolar transistor.

- (1) Answer the following questions on the emitter-common amplifier circuits using a fixed bias circuit shown in Fig. 3(b).
 - (a) Derive the DC bias currents I_B and I_C and DC bias voltage V_{CE} of the transistor.
Here, base-emitter voltage of the transistor is denoted by V_{BE} .
 - (b) Show the small-signal equivalent circuit and derive the voltage-gain $K (\equiv v_o/v_i)$.
Here, the impedance of the coupling capacitor C_C is small enough to be ignored.
 - (c) When the impedance of the coupling capacitor C_C cannot be ignored, voltage-gain K has the frequency dependence. Derive the cut-off angular frequency ω_C . Then, sketch the outline of the gain amplitude $|K|$ as a function of the angular frequency ω on log-log plot.
- (2) Answer the following questions on the emitter-common amplifier circuits using a voltage feedback bias circuit shown in Fig. 3(c).
 - (a) Derive the DC bias currents I_B and I_C and DC bias voltage V_{CE} of the transistor.
Here, base-emitter voltage of the transistor is denoted by V_{BE} .
 - (b) How is the bias stabilized? Describe its mechanism qualitatively.
 - (c) Show the small-signal equivalent circuit and derive the voltage-gain $K (\equiv v_o/v_i)$.
Here, the impedance of the coupling capacitor C_C is small enough to be ignored.
- (3) How is the emitter-common current gain of a bipolar transistor β determined?
Describe its mechanism qualitatively. In addition, describe how we should optimize the bipolar transistor structure and doping profile to increase the value of β .

問題 3 (3 頁目 / 3 頁中)

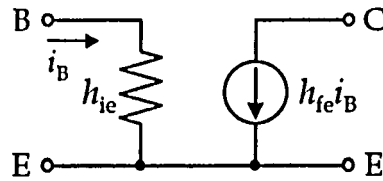


Fig. 3(a) Simplified small-signal model of a bipolar transistor.

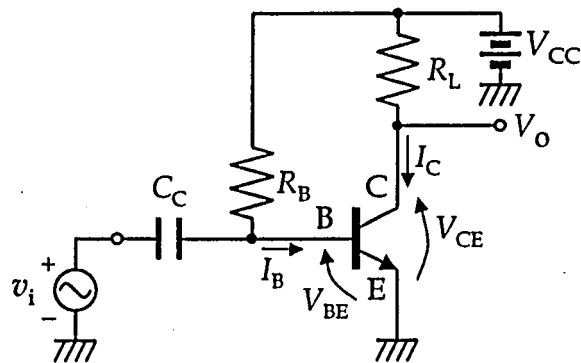


Fig. 3(b) Amplifier circuit using a fixed bias circuit.

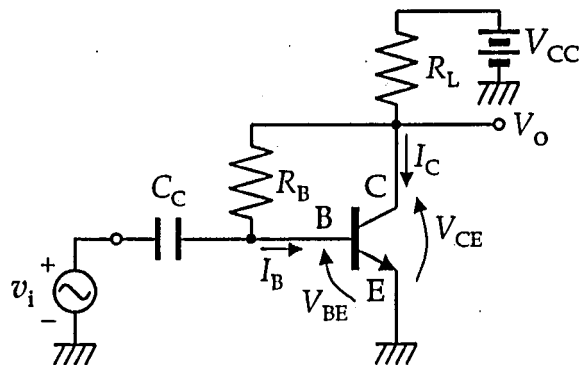


Fig. 3(c) Amplifier circuit using a voltage feedback bias circuit.

問題 4

- (1) インバータ 2 個を互いに結合するとフリップフロップとなる。それは 2 つの安定な出力ベクトル (0, 1) と (1, 0) を持つ。インバータ 4 個をリング状に結合したときの安定な出力ベクトルの数はいくつか。
- (2) AND ゲート 3 個を Fig. 4 (a) のように互いに結合したとき、すべての安定な出力ベクトル (X, Y, Z) を示せ、また Fig. 4 (a) の 3 個の AND の代わりに Fig. 4 (b) のように 3 個の NOR を用いた場合のすべての安定な出力ベクトルを示せ。
- (3) Fig. 4 (b) の回路構成図を修正して、RS フリップフロップのように外部信号により Fig. 4 (b) の回路の状態遷移を実現するための回路構成図を示し、その回路動作の外部信号依存性を説明せよ。

- (1) A flip-flop is a combination of two inverters. It has two stable output vectors (0, 1) and (1, 0). When four inverters are connected like a ring, how many stable output vectors does it have ?
- (2) Show all the stable output vectors (X, Y, Z) of the circuit consisting of three AND gates in Fig. 4 (a), and also show all the stable output vectors of the circuit where the three AND gates in Fig. 4 (a) are replaced with three NOR gates as shown in Fig. 4 (b).
- (3) Give a modification of the block diagram in Fig. 4 (b) to realize state transition of the circuit in Fig. 4 (b) by using external signals like an RS flip-flop, and explain the dependence of the circuit behavior on external signals.

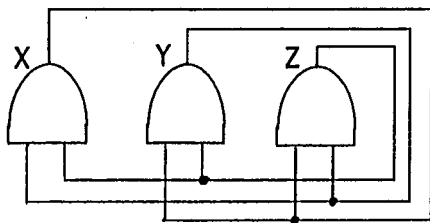


Fig. 4 (a)

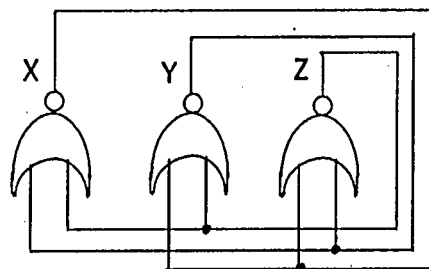


Fig. 4 (b)

問題 5

BNF 表記された次の構文規則に基づく以下の各問に答えよ.

構文規則:

$$\begin{aligned}\langle F \rangle &::= \langle T \rangle \mid (\langle F \rangle) \mid \langle F \rangle \langle OP \rangle \langle F \rangle \\ \langle OP \rangle &::= \text{op1} \mid \text{op2} \\ \langle T \rangle &::= \alpha \mid \beta \mid \gamma \mid \delta\end{aligned}$$

(1) 次の式の全ての可能な構文解析木を示せ.

$$\alpha \text{ op1 } \beta \text{ op2 } (\gamma \text{ op1 } \delta)$$

(2) 構文規則の $\langle F \rangle$ が算術式であるとし, op1 が加算, op2 が乗算を表すものとしたとき, 曖昧性のない文法を与える構文規則を BNF 表記で与え, これを用いて問(1)の式の構文解析の結果を示せ.

Let's consider the following syntactic rules in BNF and answer the following questions.

Syntactic rules:

$$\begin{aligned}\langle F \rangle &::= \langle T \rangle \mid (\langle F \rangle) \mid \langle F \rangle \langle OP \rangle \langle F \rangle \\ \langle OP \rangle &::= \text{op1} \mid \text{op2} \\ \langle T \rangle &::= \alpha \mid \beta \mid \gamma \mid \delta\end{aligned}$$

(1) Show all the possible parsing trees of the following formula.

$$\alpha \text{ op1 } \beta \text{ op2 } (\gamma \text{ op1 } \delta)$$

(2) Let $\langle F \rangle$ be an arithmetic formula, and let the operators op1 and op2 correspond to addition and multiplication, respectively. Construct syntactic rules in BNF to give an unambiguous grammar, and show the result of parsing of the previous formula using the given rules.

問題 6 (1 頁目 / 2 頁中)

粒子 1 (質量 m_1) および粒子 2 (質量 m_2) の x 軸上の量子力学的運動を考える. 粒子 1 の座標を x_1 , 粒子 2 の座標を x_2 とする. 粒子間には, その距離に比例する大きさ $F = k|x_1 - x_2|$ (k は定数) の引力が働き, それ以外に各々の粒子に働く力はないものとする. 解答では必要に応じプランク定数 h または $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ を用いよ.

(1) 粒子 1 および粒子 2 の運動量演算子を p_1 および p_2 とする. 以下の間に答えよ.

(a) p_1 および p_2 を, 座標 x_1, x_2 および必要な定数を用いて表せ.

(b) 粒子間の引力に伴うポテンシャルエネルギー V を, 座標 x_1, x_2 および必要な定数を用いて表せ.

(c) この粒子系のハミルトニアン演算子 H を, 座標 x_1, x_2 および必要な定数を用いて表せ.

(2) 粒子系のハミルトニアン演算子を, 粒子 1 と 2 の重心座標 $x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ および相対座標 $x_d = x_1 - x_2$ を用いて, 重心座標のみの部分 H_c と相対座標のみの部分 H_d の和として表すとき, 以下の間に答えよ. 必要であれば, 定数 $M = m_1 + m_2$, $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ および

$\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$ を用いても良い.

(a) H_c と H_d を各々, x_c, x_d および必要な定数を用いて表せ.

(b) H_c の固有関数とその固有値を求めよ.

(c) H_d の規格化された固有関数のうち, 最小の固有値をもつものを ψ_0 とすると,

$$\psi_0(x_d) = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\pi}a}} \exp\left(-\frac{x_d^2}{2a^2}\right)$$

と書ける. 定数 a を求めよ.

(d) 間 (2)(c) の ψ_0 に対応する H_d の固有値を求めよ.

問題 6 (2 頁目 / 2 頁中)

Consider the quantum mechanical motion of particles 1 (mass: m_1) and 2 (mass: m_2) along the x -axis. Let x_1 and x_2 be the coordinates of the particles 1 and 2, respectively. Assume that there is attractive force between particles 1 and 2 and its magnitude F is proportional to the distance between the particles, i.e., $F = k|x_1 - x_2|$, where k is a constant. In the answer, use Planck's constant h or $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, if necessary.

(1) Let p_1 and p_2 be the momentum operators of the particles 1 and 2, respectively. Answer the following questions.

- (a) Show the expression of p_1 and p_2 using x_1 , x_2 , and necessary constants.
- (b) Show the potential energy V using x_1 , x_2 , and necessary constants.
- (c) Show the Hamiltonian operator H of the system using x_1 , x_2 , and necessary constants.

(2) Consider the case when the Hamiltonian operator of the system is expressed by the sum of the Hamiltonian H_c and H_d , where H_c is the Hamiltonian for the center-of-mass coordinate $x_c = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$ of the system and H_d is the Hamiltonian for the relative coordinate $x_d = x_1 - x_2$. Answer the following questions. Use the constants $M = m_1 + m_2$, $\mu = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$, and $\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$, if necessary.

- (a) Show the expressions of H_c and H_d using x_c , x_d , and necessary constants.
- (b) Find the eigenfunctions of H_c and corresponding eigenvalues.
- (c) Let ψ_0 be the normalized eigenfunction associated with the smallest eigenvalue of H_d . It can be written as

$$\psi_0(x_d) = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\pi}a}} \exp\left(-\frac{x_d^2}{2a^2}\right).$$

Obtain the constant a .

- (d) Find the eigenvalue of H_d corresponding to ψ_0 in Question (2)(c).

問題 7

(1) 複素変数 z の関数 $f(z) = \frac{1}{z^2(z-\pi)}$ を考え、次の問に答えよ。ただし、虚数単位を i とする。

(a) 領域 $0 < |z| < \pi$ において $f(z)$ の $z=0$ のまわりのローラン級数を求めよ。

(b) 領域 $0 < |z-\pi| < \pi$ において $f(z)$ の $z=\pi$ のまわりのローラン級数を求めよ。

(c) 積分 $\int_{C_1} f(z)e^{iz} dz$ の値を求めよ。ここで、 C_1 は $z = \pi + e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) により表される単一閉曲線上を正の向きにまわる積分路である。

(d) 積分 $\int_{C_2} f(z)\sin z dz$ の値を求めよ。ここで、 C_2 は $z = e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) により表される単一閉曲線上を正の向きにまわる積分路である。

(2) 区間 $-\pi \leq x \leq \pi$ で $g(x) = |x|$ と定義され、 2π の周期をもつ関数 $g(x)$ のフーリエ級数を求めよ。

(1) Consider the function $f(z) = \frac{1}{z^2(z-\pi)}$ of a complex variable z . The imaginary unit is denoted by i . Answer the following questions.

(a) Find the Laurent series of $f(z)$ about $z=0$ in the region $0 < |z| < \pi$.

(b) Find the Laurent series of $f(z)$ about $z=\pi$ in the region $0 < |z-\pi| < \pi$.

(c) Find the value of the contour integral $\int_{C_1} f(z)e^{iz} dz$. Here C_1 is the closed contour consisting of the positively oriented circle $z = \pi + e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$).

(d) Find the value of the contour integral $\int_{C_2} f(z)\sin z dz$. Here C_2 is the closed contour consisting of the positively oriented circle $z = e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$).

(2) Consider the function $g(x)$ that is defined by $g(x) = |x|$ on the interval $-\pi \leq x \leq \pi$ and has the period 2π . Find the Fourier series of the function $g(x)$.