

問題 11 電気回路・電子回路 設問すべてについて解答すること。

I 図1の交流回路について、次の(1)～(3)の問いに答えよ。なお、導出過程も記すこと。交流電源 E の電圧は 10 V 一定値でその角周波数 ω は可変である。交流電源 E にインダクタンス $L = 8\text{ H}$ 、静電容量 $C = 0.5\text{ F}$ 、可変抵抗 R が直列に接続されている。ただし、電圧、電流の値は全て実効値である。

- (1) 抵抗 $R = 10\ \Omega$ の場合、電流 I が最大になるときの角周波数 ω と電流 I をそれぞれ求めよ。
- (2) 抵抗 $R = 8\ \Omega$ の場合、電流 $I = 1\text{ A}$ であった。このときの角周波数 ω を求めよ。
- (3) 角周波数 $\omega = 2\text{ rad/s}$ の場合、抵抗 R で消費される電力が最大になるときの抵抗 R と消費電力 P をそれぞれ求めよ。

[解答]

(1) 電流 I は次式で与えられる。

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

I が最大になる角周波数 ω の条件 $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ より、 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \underline{0.5\text{ rad/s}}$ である。

このとき、 $I = \frac{E}{R} = \underline{1\text{ A}}$ である。

$$(2) \quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm \sqrt{\left(\frac{E}{I}\right)^2 - R^2} = \pm 6\ \Omega$$

したがって、各パラメータ値を代入して、角周波数 ω について解く。

$$8\omega \pm 6 - \frac{2}{\omega} = 0, \quad 4\omega^2 \pm 3\omega - 1 = 0, \quad (\omega \pm 1)(4\omega \mp 1) = 0, \quad \omega \geq 0 \text{ より } \omega = \underline{1\text{ rad/s}, 0.25\text{ rad/s}}.$$

(3) $X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 15\ \Omega$ とおくと、消費電力 P は次式で得られる。

$$P = \frac{RE^2}{R^2 + X^2} = \frac{E^2}{R + \frac{X^2}{R}} = \frac{E^2}{\left(\sqrt{R} - \frac{X}{\sqrt{R}}\right)^2 + 2X}$$

消費電力 P が最大となる抵抗 R は、 $R = X = \underline{15\ \Omega}$ である。

このとき、消費電力 P は、 $P = \frac{E^2}{2X} = \frac{10}{3} = \underline{3.33\text{ W}}$ である。

問題 11 - II 解答例

(1) -入力端子における接点方程式より次式が成り立つ。

$$\frac{V_0}{R_1} + \frac{V_0 - V_2}{aR_1} = 0$$

これより

$$V_2 = (1+a)V_0$$

(2) +入力端子における接点方程式より次式が成り立つ。

$$\frac{V_0 - V_1}{R_2} + I_L + \frac{V_0 - V_2}{aR_2} = 0$$

(整理して下記のようにしても可)

$$(1+a)V_0 - aV_1 + aR_2I_L - V_2 = 0$$

(3) (1) の結果を (2) の式に代入すると次式が得られ、 I_L の値は Z_L には関係ないことが分かる。

$$I_L = \frac{V_1}{R_2}$$