

問題 1 (1 頁目 / 3 頁中)

Fig.1(a)のような制御系がある。ここで、 $K > 0$ である。 $G(s)$ の周波数特性 $G(j\omega)$ はFig.1(c)の実線のように与えられており、点線は $|G(j\omega)|$ に対応する漸近線を表している。ここで、

$j = \sqrt{-1}$ とし、 $a = \sqrt{5}$ [rad/s]であり、 $b = -20 \log \left(\frac{4}{5} \sqrt{5} \right)$ [dB]である。 $G(s)$ は最小位相要素

から成り立ち、2次要素(2次遅れ要素)を含むことが分かっている。次の問に答えよ。

(1) 2次要素の伝達関数の標準形を $W(s)$ とする。したがって、 $W(s)$ は $W(0) = 1$ を満たす。

$W(s)$ のベクトル軌跡 $W(j\omega)$ が虚軸と交差するときの角周波数 ω を Ω [rad/s]とすると、

$|W(j\Omega)|$ の値を減衰率 ζ で表せ。

(2) $G(s)$ に含まれる $W(s)$ の減衰率 ζ を求めよ。

(3) Fig.1(c)の周波数特性に基づいて $G(s)$ を決定せよ。

(4) Fig.1(a)の閉ループ系の極に重根が含まれる場合の K を求めよ。

(5) Fig.1(a)の閉ループ系が虚軸上の極を持つ場合の K を求めよ。そのときのすべての極を求めよ。

(6) Fig.1(a)に対して、Fig.1(b)のように、位相進み要素 $C(s)$

$$C(s) = \frac{1 + scT}{1 + sT}$$

による補償を行うことを考える。ここで $c > 1$ および $T > 0$ である。 $C(j\omega)$ の位相の最大値

を ϕ_m [rad]とおき、これを与える角周波数を ω_m [rad/s]とおく。 ω_m は $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{c}}$ として与

えられる。 ϕ_m を c で表せ。また、 $\omega = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{c}} = a = \sqrt{5}$ [rad/s]のときにFig.1(b)のシス

テムの位相余裕が $\frac{\pi}{6}$ [rad]となるような K を求めよ。ただし、 $\log 2 = 0.3$ 、 $\log 3 = 0.5$ および $\log 5 = 0.7$ とせよ。

Consider a control system shown in Fig.1(a). Let $K > 0$. The frequency characteristic $G(j\omega)$ of $G(s)$ is given by the solid line in Fig.1(c), where $j = \sqrt{-1}$.

問題 1 (2頁目/3頁中)

The dotted lines represent the asymptotic lines corresponding to $|G(j\omega)|$. Let

$a = \sqrt{5}$ [rad/s] and $b = -20 \log\left(\frac{4}{5}\sqrt{5}\right)$ [dB]. $G(s)$ consists of minimum phase elements and includes a second order element (a second order lag element). Answer the following questions:

- (1) Let $W(s)$ denote the standard form of the transfer function of the second order element. Hence, $W(s)$ satisfies $W(0)=1$. Let Ω denote the angular frequency ω [rad/s] when the vector locus $W(j\omega)$ of $W(s)$ intersects with the imaginary axis.

Show the value of $|W(j\Omega)|$ in terms of the damping factor ζ .

- (2) Find the damping factor ζ of $W(s)$ included in $G(s)$.
 (3) Decide $G(s)$ on the basis of the frequency characteristic of Fig.1(c).
 (4) Find K so that a multiple root may be included in the poles of the closed-loop system shown in Fig.1(a).
 (5) Find K so that the closed-loop system shown in Fig.1(a) has at least one pole on the imaginary axis. In this case, find all poles.
 (6) For the system shown in Fig.1(a), consider a compensator by means of a phase lead element $C(s)$

$$C(s) = \frac{1+scT}{1+sT}$$

as shown in Fig.1(b), where $c > 1$ and $T > 0$. Let ϕ_m [rad] denote the maximum value of the phase of $C(j\omega)$ and ω_m [rad/s] denote the angular frequency at which ϕ_m is given. It is known that $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{c}}$. Find ϕ_m in terms of c . Moreover, find

K so that the phase margin of the system shown in Fig.1(b) can become $\frac{\pi}{6}$ [rad] at

$\omega = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{c}} = a = \sqrt{5}$ [rad/s]. Here, let $\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.5$ and $\log 5 = 0.7$.

問題 1 (3頁目 / 3頁中)

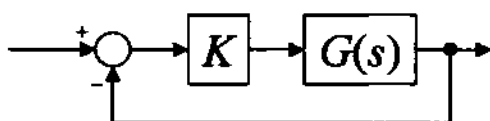


Fig.1(a)

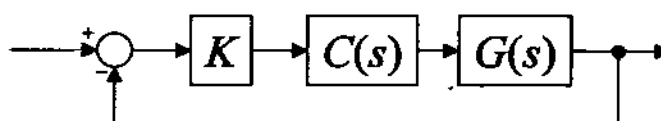


Fig.1(b)

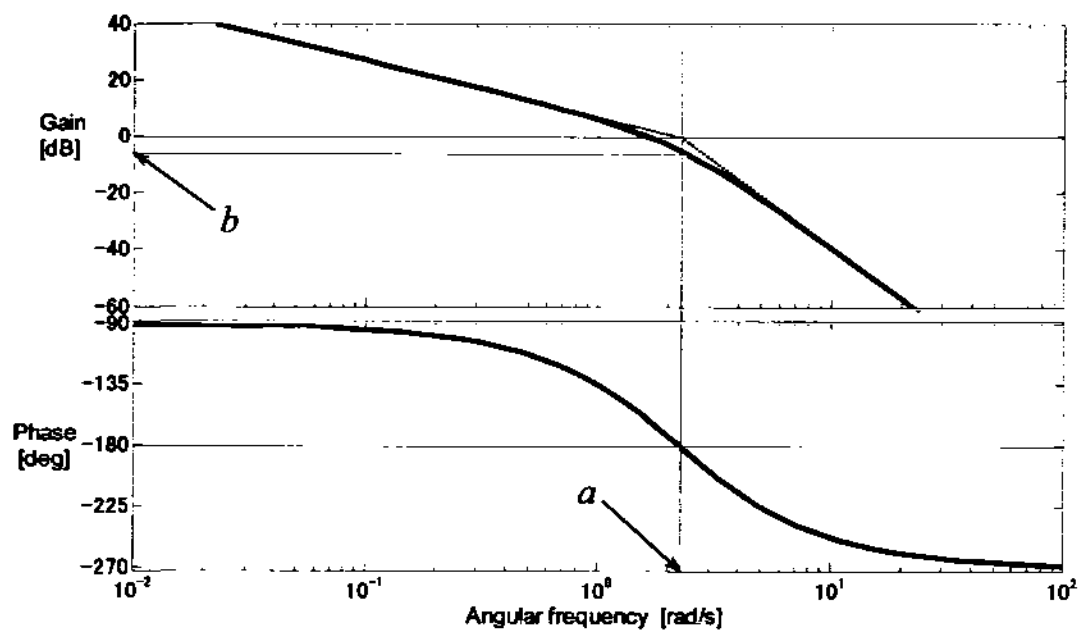


Fig.1(c)

問題 2 (1 頁目 / 2 頁中)

Fig. 2 に示す周期 T_s の方形波 $u(t)$ を FM 変調器に入力し、振幅 A 、搬送波周波数 f_c 、最大周波数偏移 f_p の FM 信号 $s(t)$ を発生させる場合を考える。ただし $f_c \gg f_p > 1/T_s$ である。このとき、以下の問に答えよ。

- (1) 振幅変調 (AM) と比較して周波数変調 (FM) が有利である点をひとつ述べ、簡潔に理由を記せ。
- (2) FM 信号 $s(t)$ を次式で表現した場合、変調によって生ずる位相変化 $\phi(t)$ を求めよ。ただし時刻 $t=0$ における位相 $\phi(t)$ を 0 とする。

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) = \operatorname{Re}[A \exp(2\pi j f_c t) \exp(j\phi(t))]$$

ここで j は虚数単位 $\sqrt{-1}$ を表す。

- (3) 位相変化 $\phi(t)$ の概略を図示せよ。
- (4) 関数 $\exp(j\phi(t))$ が次のフーリエ級数によって表せることを示せ。

$$\exp(j\phi(t)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(2\pi j n f_s t),$$

$$a_n = \frac{1}{2} \left[\operatorname{sinc} \left(\frac{1}{2} (f_p / f_s - n) \right) + (-1)^n \operatorname{sinc} \left(\frac{1}{2} (f_p / f_s + n) \right) \right],$$

ただし $f_s = 1/T_s$, $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ とする。

- (5) 問(4)に示したフーリエ級数表現を用いて、FM 信号 $s(t)$ のフーリエ変換 $S(f)$ を求めよ。

Consider that a rectangular wave $u(t)$ with a period T_s , as shown in Fig. 2, is inputted into an FM modulator to generate an FM signal $s(t)$ with amplitude A , carrier frequency f_c , and peak frequency deviation f_p . Note that $f_c \gg f_p > 1/T_s$. Answer the following questions:

- (1) Describe an advantage of frequency modulation (FM) in comparison with amplitude modulation (AM). Explain the reason briefly.
- (2) Let the FM signal $s(t)$ be represented by the following equation:

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) = \operatorname{Re}[A \exp(2\pi j f_c t) \exp(j\phi(t))]$$

問題 2 (2 頁目 / 2 頁中)

where j denotes the imaginary unit $\sqrt{-1}$.

Derive the expression of phase variation $\phi(t)$ caused by the modulation. Assume that the initial phase $\phi(t)=0$ at $t=0$.

- (3) Provide a brief sketch of the phase variation $\phi(t)$.
 (4) Show that the function $\exp(j\phi(t))$ is represented by the following Fourier series:

$$\exp(j\phi(t)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(2\pi j n f_s t),$$

$$a_n = \frac{1}{2} \left[\operatorname{sinc} \left(\frac{1}{2} (f_p / f_s - n) \right) + (-1)^n \operatorname{sinc} \left(\frac{1}{2} (f_p / f_s + n) \right) \right],$$

where $f_s \equiv 1/T_s$ and $\operatorname{sinc}(x) \equiv \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$.

- (5) By using the Fourier-series representation in Question (4), derive the Fourier transform $S(f)$ of the FM signal $s(t)$.

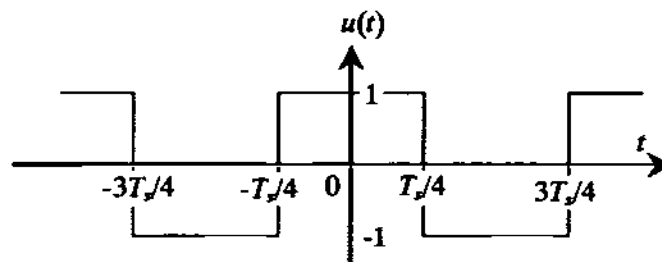


Fig. 2

問題 3 (1 頁目 / 2 頁中)

- (1) n チャネル MOS トランジスタの、線形領域（三極管領域あるいは抵抗性領域）の電圧・電流特性式を導出せよ。電圧・電流特性式とともに導出の過程を示せ。ただし、ドレイン電流を I_D 、ゲート電圧を V_{GS} 、ドレイン電圧を V_{DS} 、しきい値電圧を V_T 、チャネル長を L 、チャネル幅を W 、キャリア（電子）の移動度を μ 、単位面積あたりのゲート絶縁膜容量を C_{ox} とする。

ヒント：Fig. 3(a)において、ソース端から距離 x の点のチャネル電位を $\phi(x)$ とすると、その点のキャリア（電子）の面密度 $Q(x)$ は、 $Q(x) = C_{ox} \{V_{GS} - V_T - \phi(x)\}$ と表される。また、電界 E が印加された半導体中のキャリア（電子）の移動速度 v は、 $v = \mu E$ で表される。

- (2) Fig. 3(b)に示される n チャネル MOS トランジスタを用いた増幅回路について以下の問に答えよ。ただし、小文字で表記された電圧は、微小信号成分を示すものである。
- (a) Fig. 3(c)に示される n チャネル MOS トランジスタの微小信号モデルを用いて、増幅回路の微小信号等価回路を示せ。
- (b) 微小信号等価回路を解析して電圧利得 $K \equiv v_o / v_i$ を求めよ。
- (c) 抵抗 R_S と並列に、バイパスコンデンサ C_S を接続した場合の、中間周波数帯（ C_S のインピーダンスが十分小さく、零とみなせる周波数領域）での電圧利得 K_0 を求めよ。
- (3) Fig. 3(b)に示した増幅回路を 2 つ用いて、Fig. 3(d)に示される擬似的な差動増幅回路を構成した。ここで、2 つの n チャネル MOS トランジスタのパラメータは等しいものとする。以下の問に答えよ。
- (a) 差動利得 $K_D \equiv (v_{o1} - v_{o2}) / (v_{i1} - v_{i2})$ を求めよ。
- (b) Fig. 3(d)に示される擬似的な差動増幅回路において、節点 S1 と S2 を電氣的に接続した。差動利得 $K_D \equiv (v_{o1} - v_{o2}) / (v_{i1} - v_{i2})$ を求めよ。また、同相利得 $K_C \equiv (v_{o1} + v_{o2}) / (v_{i1} + v_{i2})$ を求めよ。

- (1) Derive the equation of current-voltage characteristics of n-channel MOS transistor in linear region (triode region or ohmic region). Show not only the equation of current-voltage characteristics but also the derivation process steps. Here, the drain current, the gate voltage, the drain voltage, the threshold voltage, the channel length, the channel width, the mobility of carriers (electrons), and the gate insulator capacitance per unit area are given by I_D , V_{GS} , V_{DS} , V_T , L , W , μ , and C_{ox} , respectively.

Hint: When the channel potential at x which is the distance from the source edge is defined as $\phi(x)$, the carrier (electron) density per unit area $Q(x)$ at the point is given by $Q(x) = C_{ox} \{V_{GS} - V_T - \phi(x)\}$. And, a carrier (electron) velocity v in a semiconductor under the electric field E is given by $v = \mu E$.

- (2) Answer the following questions on the amplifier circuit using n-channel MOS

問題 3 (2 頁目 / 2 頁中)

transistor shown in Fig. 3(b). Here, voltages in lowercase letters denote small signal voltages.

- (a) Show the small-signal equivalent circuit of the amplifier using the small-signal model of an n-channel MOSFET shown in Fig. 3(c).
- (b) By analyzing this small-signal equivalent circuit, derive the voltage gain $K \equiv v_o / v_i$.
- (c) A bypass condenser C_S is now attached in parallel with the resistor R_S . Derive the voltage gain K_o at the medium frequency range, where the impedance of C_S is small enough to be regarded as zero.
- (3) By using two amplifier circuits shown in Fig. 3(b), a quasi-differential amplifier shown in Fig. 3(d) is designed. Here, the parameters of these two n-channel MOS transistors are identical. Answer the following questions.
 - (a) Derive the differential voltage gain $K_D \equiv (v_{o1} - v_{o2}) / (v_{i1} - v_{i2})$.
 - (b) Nodes S1 and S2 in the quasi-differential amplifier shown in Fig. 3(d) are now electrically connected to each other. Derive the differential voltage gain $K_D \equiv (v_{o1} - v_{o2}) / (v_{i1} - v_{i2})$. In addition, derive the common-mode voltage gain $K_C \equiv (v_{o1} + v_{o2}) / (v_{i1} + v_{i2})$.

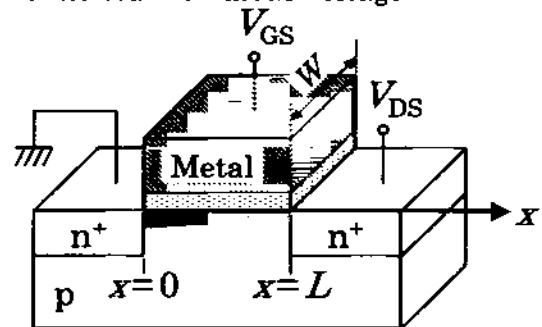


Fig. 3(a) Cross-sectional view of an n-channel MOS transistor

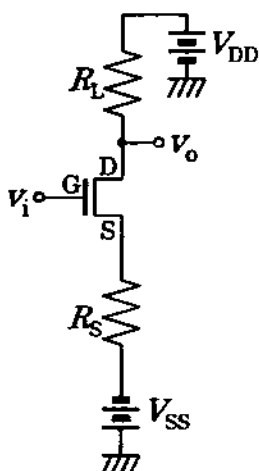


Fig. 3(b) Amplifier circuit

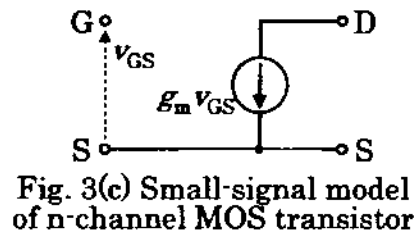


Fig. 3(c) Small-signal model of n-channel MOS transistor

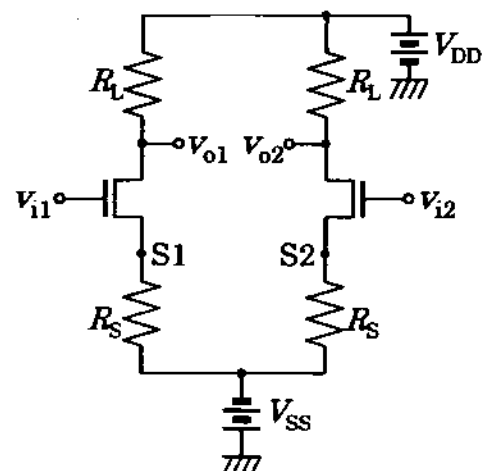


Fig. 3(d) Quasi-differential amplifier circuit

問題 4

1. 3入力の多数決関数 $F(X, Y, Z)$ (1 の数が 2 以上の時に真) を標準積和形 (加法標準形) の論理式で表せ.
2. 3入力のパリティ関数 $G(X, Y, Z)$ (1 の数が奇数の時に真) を標準積和形の論理式で表せ.
3. 以上の 2 つの論理関数を表す回路で全加算器が実現できることを示せ.
4. 以下の問に答えよ.
 - (1) 3入力のパリティ回路は XOR (Exclusive OR) ゲートの組み合わせで構成できることを示せ.
 - (2) $F(F(\bar{X}, Y, Z), F(X, \bar{Y}, Z), F(X, Y, \bar{Z}))$ の真理値表を導け.
 - (3) 3入力のパリティ回路は 3入力の多数決回路 3 個と NOT ゲート 3 個を組み合わせで構成できることを示せ. 3入力の多数決回路を表す記号を任意に設定し, それを用いよ. (ヒント: 問 (2) の真理値表を実現する回路から不要な 1 つの多数決回路を取り去れ.)

1. Represent the majority function $F(X, Y, Z)$ with 3 inputs in the canonical disjunctive form, where the majority function is true when the number of 1's is two or more.
2. Represent the parity function $G(X, Y, Z)$ with 3 inputs in the canonical disjunctive form, where the parity function is true when the number of 1's is odd.
3. Show that a full adder can be constructed by using the circuits which realize the above two functions.
4. Answer the following questions.
 - (1) Show that the parity circuit with 3 inputs can be constructed by using XOR (Exclusive OR) gates.
 - (2) Derive the truth table of $F(F(\bar{X}, Y, Z), F(X, \bar{Y}, Z), F(X, Y, \bar{Z}))$.
 - (3) Show that the parity circuit with 3 inputs can be constructed by using the combination of three 3-input majority circuits and three NOT gates. You can use any arbitrary symbol for the 3-input majority circuit. (Hint: Remove an unnecessary majority circuit from the circuit realizing the truth table in question (2).)

問題 5

(1) 加算 $+$ 、減算 $-$ 、乗算 $*$ 、除算 $/$ 、括弧 $()$ および変数 x, y, z によって構成される算術式を生成する曖昧性のない構文規則を BNF 表記で与えよ。

(2) 前問で与えた構文規則を用いて、次の算術式の構文解析木を図示せよ。

$$(x + z) * y - z / y$$

(1) Consider the arithmetic formulas generated by the following operators: addition $+$, subtraction $-$, multiplication $*$, division $/$, parentheses $()$, and the variables x, y, z . Give an unambiguous grammar in BNF that generates the arithmetic formulas.

(2) Show the parse tree for the following arithmetic formula based on the grammar given in the previous question.

$$(x + z) * y - z / y$$

問題 6 (1 頁目 / 3 頁中)

x 軸上のポテンシャル $V(x)$ 中の質量 m の粒子の状態を考える。以下の問に答えよ。ただし、 $\hbar = h/2\pi$ (h はプランク定数), i は虚数単位である。

(1) ポテンシャルを

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ V_0 & (x > 0) \end{cases}$$

とする。ここで、 V_0 は正の定数である。また、粒子はエネルギー E ($0 < E < V_0$) をもつ定常状態にあるものとする。

(a) $x \leq 0$ の領域における時間に独立なシュレーディンガー方程式の一般解を $\psi_-(x)$ とすると、

$$\psi_-(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

と書ける。ただし、 A および B は複素数の定数、 k は実数の定数である。 k を m, E, \hbar を用いて表せ。

(b) $x > 0$ の領域における時間に独立なシュレーディンガー方程式の解のうち、 $x \rightarrow \infty$ で 0 に収束する解を $\psi_+(x)$ とすると、

$$\psi_+(x) = Ce^{-\kappa x}$$

と書ける。ただし C は複素数の定数、 κ は実数の定数である。 κ を m, E, \hbar, V_0 を用いて表せ。

(c) 領域の境界 ($x = 0$) で波動関数 $\psi_-(x)$ および $\psi_+(x)$ が満たすべき性質を考慮し、 $\frac{B}{A}$ および $\frac{C}{A}$ を E および V_0 を用いて表せ。また、 $\left|\frac{B}{A}\right|^2 = 1$ となることを示せ。

(d) $V_0 \rightarrow \infty$ における $\frac{B}{A}$ および $\frac{C}{A}$ の漸近値を求めよ。また、 $V_0 \rightarrow \infty$ における波動関数の漸近解を実関数で表せ。

(2) ポテンシャルを

$$V(x) = \begin{cases} \infty & (x < 0) \\ ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

とする。ここで、 a は正の定数である。

(a) 方程式

$$\frac{d^2 f}{dz^2} - zf = 0$$

問題 6 (2 頁目 / 3 頁中)

の 2 つの独立な解 (エアリー関数) のうち, $z \rightarrow \infty$ で 0 に収束する解を $f_1(z)$ とする. $x \geq 0$ の領域における時間に独立なシュレーディンガー方程式の解を f_1 を用いて表せ. ここで, 粒子のエネルギーを $E (> 0)$ とせよ. 必要であれば, 方程式

$$\frac{d^2 g}{dz^2} - czg = 0$$

(c は正の定数) の解が $g = f(c^{\frac{1}{3}}z)$ となることを用いよ.

- (b) $f_1(z)$ のグラフを Fig. 6 に示す. 粒子が取り得る状態のうち, 最小および 2 番目に小さいエネルギー固有値 E_1 および E_2 を, m, \hbar, a および Fig. 6 のグラフから読み取った数値 (有効数字 2 桁) を用いて表せ. また, 各々のエネルギー固有値に対応する固有関数 $\psi_1(x)$ および $\psi_2(x)$ の形の概略を記せ.

Consider a particle of mass m in a potential $V(x)$ along the x -axis. Answer the following questions. In the following, $\hbar = h/2\pi$ (h : Planck constant), and i is the imaginary unit.

- (1) Consider the potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ V_0 & (x > 0), \end{cases}$$

where V_0 is a positive constant. Assume that the particle is in a stationary state with energy E ($0 < E < V_0$).

- (a) The general solution $\psi_-(x)$ of the time-independent Schrödinger equation in the region $x \leq 0$ can be written as

$$\psi_-(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}.$$

Here, A and B are complex constants, and k is a real constant. Give the expression of k in terms of m, E and \hbar .

- (b) The time-independent Schrödinger equation in the region $x > 0$ has a solution that converges to 0 for $x \rightarrow \infty$. The solution $\psi_+(x)$ can be written as

$$\psi_+(x) = Ce^{-\kappa x}.$$

Here, C is a complex constant and κ is a real constant. Give the expression of κ in terms of m, E, \hbar and V_0 .

- (c) Considering the boundary condition of the wavefunctions $\psi_-(x)$ and $\psi_+(x)$ at $x = 0$, obtain $\frac{B}{A}$ and $\frac{C}{A}$ in terms of E and V_0 . As well, show $\left| \frac{B}{A} \right|^2 = 1$.

問題 6 (3 頁目 / 3 頁中)

- (d) Obtain the asymptotic values of $\frac{B}{A}$ and $\frac{C}{A}$ for $V_0 \rightarrow \infty$. As well, obtain the asymptotic real function of the stationary state wavefunction for $V_0 \rightarrow \infty$.

- (2) Consider the potential

$$V(x) = \begin{cases} \infty & (x < 0) \\ ax & (x \geq 0), \end{cases}$$

where a is a positive constant.

- (a) The differential equation

$$\frac{d^2 f}{dz^2} - zf = 0$$

has two independent solutions (Airy functions). Let the solution that converges to 0 for $z \rightarrow \infty$ be $f_1(z)$. Obtain the solution of the time-independent Schrödinger equation in the region $x \geq 0$ in terms of f_1 . Here, let the energy of the particle be E (> 0). If necessary, observe that the solution of the differential equation

$$\frac{d^2 g}{dz^2} - czg = 0$$

is $g = f(c^{\frac{1}{3}}z)$ where c is a positive constant.

- (b) The graph of $f_1(z)$ is shown in Fig. 6. Give the first and second smallest eigenenergies, E_1 and E_2 , of the particle in terms of m , \hbar , a and values (significant digits: 2) read from the graph in Fig. 6. As well, sketch the eigenfunctions $\psi_1(x)$ and $\psi_2(x)$ corresponding to the eigenenergies E_1 and E_2 , respectively.

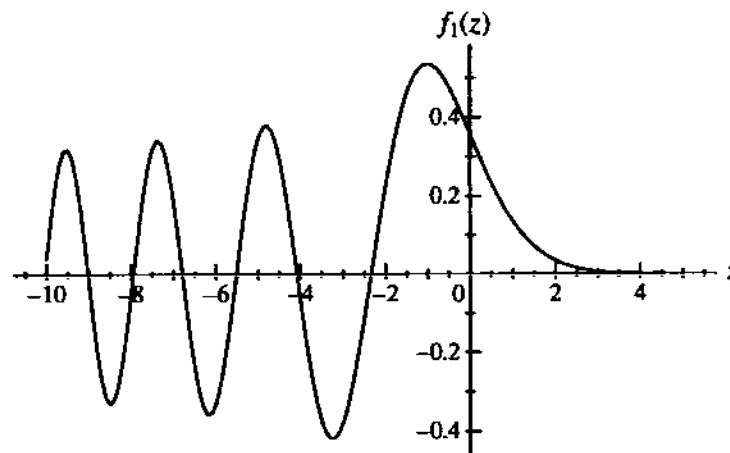


Fig. 6 Airy function $f_1(z)$.

問題 7

複素変数 z の関数 $f(z) = \frac{z(z^2 - 1)}{(z^2 + 1)(z^2 + 4)}$ について、次の問に答えよ。ただし、 i は虚数単位とする。

- (1) 関数 $e^{iz}f(z)$ のすべての孤立特異点とその留数を求めよ。
- (2) 実数 $R > 2$ に対して複素積分 $\int_{C(R)} e^{iz}f(z)dz$ の値を求めよ。ここで、 $C(R)$ は2つの積分路 $C_1(R): z = (2\tau - 1)R$ ($0 \leq \tau \leq 1$) および $C_2(R): z = Re^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) を結んでできる単一閉曲線上の積分路である。
- (3) 実定積分 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(w)\sin w \, dw$ の値を求めよ。
- (4) 実変数 x のある関数のフーリエ変換 $G(w)$ が $G(w) = \frac{i}{\sqrt{2\pi}}f(w)$ と与えられたとする。このとき $x > 0$ に対してフーリエ逆変換 $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} G(w)e^{iwx}dw$ を求めよ。

Consider the function $f(z) = \frac{z(z^2 - 1)}{(z^2 + 1)(z^2 + 4)}$ of a complex variable z . The imaginary unit is denoted by i . Answer the following questions.

- (1) Find all isolated singular points and their corresponding residues of the function $e^{iz}f(z)$.
- (2) Find the value of the contour integral $\int_{C(R)} e^{iz}f(z)dz$ for a real number $R > 2$. Here $C(R)$ is a closed contour consisting of the contour $C_1(R): z = (2\tau - 1)R$ ($0 \leq \tau \leq 1$) followed by the contour $C_2(R): z = Re^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq \pi$).
- (3) Find the value of the real definite integral $\int_{-\infty}^{+\infty} f(w)\sin w \, dw$.
- (4) Suppose that the Fourier transform $G(w)$ of a function of a real variable x is given as $G(w) = \frac{i}{\sqrt{2\pi}}f(w)$. Find the inverse Fourier transform $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} G(w)e^{iwx}dw$ for $x > 0$.