

東京工業大学理工学研究科 電気電子工学専攻・電子物理工学専攻
大学院修士課程入試問題 平成 25 年 8 月 21 日実施

専門科目 電気電子工学・電子物理工学(午前) 26 大修

時間 9:30 ～ 11:00

電気数学

注 意 事 項

1. 大問 1, 2 の解答と大問 3, 4 の解答は別の答案用紙綴りに記入せよ。なお, 大問 1 の解答は 1 組目の答案用紙綴りの 1 枚目, 大問 2 の解答は 1 組目の答案用紙綴りの 2 枚目に記入せよ。また, 大問 3 の解答は 2 組目の答案用紙綴りの 1 枚目, 大問 4 の解答は 2 組目の答案用紙綴りの 2 枚目に記入せよ。
 2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
 3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。
-

1. x の関数 y に関する 2 階非斉次微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = R(x)$ について,

以下の問に答えよ。

1) $R(x) = 0$ として, 一般解 y_0 を求めよ。

2) $R(x) = x^2$ として, x の多項式で表される特殊解 $y_p (\neq 0)$ を求めよ。

3) $R(x) = x^2$ として, 一般解 y を求めよ。この一般解 y に, 「 $x = 0$ のとき $y = 0, \frac{dy}{dx} = 1$ 」

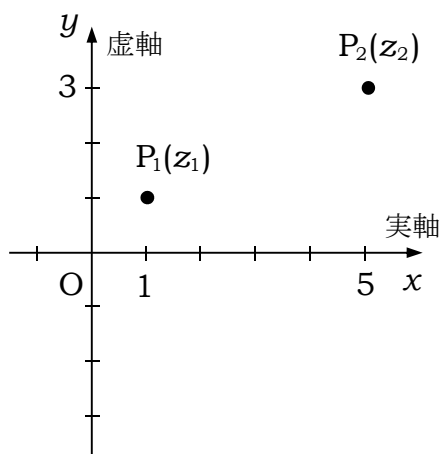
という初期条件を代入して特殊解を求めよ。

2. 複素関数 $f(z) = \frac{3+j}{z^2 - (1+j)z - (2+j)}$ について、以下の間に答えよ。なお虚数単位を、 j で表す ($j^2 = -1$)。

1) 関数 $f(z)$ の特異点をすべて求めよ。

2) 下図に示すように、複素平面上で2つの複素数 $z_1 = 1 + j$, $z_2 = 5 + 3j$ を表す点をそれぞれ P_1 , P_2 とする。点 P_2 を点 P_1 のまわりに、時計まわりに $\frac{\pi}{3}$ 回転した点を P_3 とする。点 P_3 を表す複素数 z_3 を求めよ。

3) 点 P_1 , P_2 , P_3 を頂点とする三角形の三辺をつなげて、積分路 C とする。留数の定理を使い、関数 $f(z)$ を積分路 C に沿って反時計まわりに周回積分せよ。



3. 関数 $f_1(t)$ および $f_2(t)$ について、以下の問に答えよ。

$$f_1(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (0 \leq t \leq 1) \\ 0 & (t > 1) \end{cases}$$

$$f_2(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ \sin 2\pi t & (0 \leq t \leq 2) \\ 0 & (t > 2) \end{cases}$$

1) $f_1(t)$ と $f_2(t)$ の畳み込み積分

$$f(t) = \int_0^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau$$

を求めよ。

2) $f(t)$ のグラフを $-1 \leq t \leq 4$ の範囲で描け。

4. 下図の三次元の直交座標系において、ベクトル場 \mathbf{A} を、

$$\mathbf{A} = -\mathbf{i}x^2y + \mathbf{j}xy^2 + \mathbf{k}z^2$$

とする。ただし、 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ は、 x 軸、 y 軸、 z 軸方向の単位ベクトルである。以下の問に答えよ。

- 1) ベクトル場の回転 $\text{rot } \mathbf{A}$ を求めよ。
- 2) 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ の $z \geq 0$ の部分を S とする。次の面積分を求めよ。ただし、 \mathbf{n} は球面に対する単位法線ベクトルで、原点 $(0, 0, 0)$ から遠ざかる方向とする。

$$\iint_S \text{rot } \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS$$

