

専門科目（午前）

1 5 大修

時間 午前 9 時 30 分～11 時 00 分

電気電子工学・電子物理工学

電気電子工学  
電子物理工学

注意事項

1. 次の 3 題の中から 2 題を選択して解答せよ。3 題以上解答した場合はすべて無効とする。
  2. 解答は 1 題ごとに別々の解答用紙に記入せよ。
  3. 各解答用紙に問題番号及び受験番号を記入せよ。
  4. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。
-

## 1. 直角座標で記述される3次元空間上の関数

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad \text{に関する以下の問に答えよ。}$$

1) 原点を除く空間で、 $\nabla f(x, y, z)$  を求めよ。ただし、 $\nabla$  は微分演算子  $\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$  とする。

2) 原点を除く空間で、 $\nabla \cdot \nabla f(x, y, z)$  を求めよ。

3)  $z = z_0 (z_0 > 0)$  面上での  $f(x, y, z)$  の2次元 Fourier 変換  $F(k_x, k_y, z_0)$  は次式で定義される。

$$F(k_x, k_y, z_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z_0) \exp(-jk_x x) \exp(-jk_y y) dx dy$$

この  $F(k_x, k_y, z_0)$  が、 $(k_x, k_y) = (0, 0)$  以外のところで、

$$F(k_x, k_y, z_0) = \frac{2\pi}{k} \exp(-kz_0) \quad \left( \text{ただし、} k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \text{ とする} \right)$$

となる事を証明せよ。ここで、次式の関係は証明されているものとして用いてよい。

$$\int_0^{\infty} \frac{r}{\sqrt{r^2 + a^2}} J_0(kr) dr = \frac{1}{k} \exp(-ka)$$

$$J_0(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-jr \cos \theta) d\theta \quad (0 \text{ 次 Bessel 関数})$$

4)  $\phi(x, y, z) = \sum_{i=1}^n w_i f(x - x_i, y - y_i, z - z_i)$  なる関数  $\phi(x, y, z)$  の、 $z = z_0 (z_0 > 0)$  面上での2次元 Fourier 変換  $\Phi(k_x, k_y, z_0)$  を、 $F(k_x, k_y, z_0)$  を用いて表せ。ここで、 $w_i, x_i, y_i, z_i$  は実定数で、 $z_i < 0$  とする。

5) 4) で定義した関数  $\phi(x, y, z)$  に関して、 $b_x(x, y, z) = -\frac{\partial}{\partial x} \phi(x, y, z)$  なる量  $b_x(x, y, z)$  の

$z = z_0 (z_0 > 0)$  面上での分布が与えられている時、 $z = z_0$  面上での二つの量

$$b_y(x, y, z) = -\frac{\partial}{\partial y} \phi(x, y, z), \quad b_z(x, y, z) = -\frac{\partial}{\partial z} \phi(x, y, z) \quad \text{の分布を求めるにはどのようにすれば}$$

よいか考察せよ。ただし、 $n, w_i, x_i, y_i, z_i$  については未知であるとする。

6) 5) と同様に  $b_x(x, y, z_0)$  が与えられている時、 $z = \alpha (\alpha > z_0)$  面上での  $b_x(x, y, \alpha), b_y(x, y, \alpha), b_z(x, y, \alpha)$  を推定する過程について考察せよ。

## 2.

1) 図 2.1(a) に示すように、出力端子にコンデンサ  $C$  を接続した四端子回路に図 2.1(b) のステップ電圧  $e_1(t)$  を印加したところ、 $v(t)$  の出力を得た。 $v(t)$  のラプラス変換  $V(s)$  は次式で与えられるものとして、以下の問に答えよ。

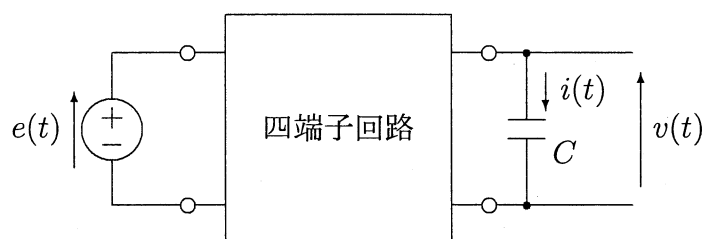
$$V(s) = \frac{E}{s(1 + s\tau)}$$

$\tau$ : 正定数

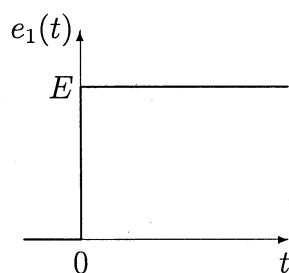
- 出力電圧  $v(t)$  の初期値と最終値を求めよ。
- コンデンサ電流  $i(t)$  の初期値と最終値を求めよ。
- 四端子回路を図示せよ。
- $v(t)$  と  $i(t)$  の初期値と最終値を用いて、c) で求めた回路の妥当性を吟味せよ。

次に、図 2.1(a) の回路に図 2.1(c) に示すようなパルス電圧  $e_2(t)$  を印加した。

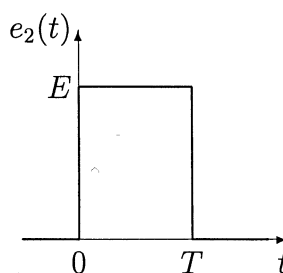
- $e_2(t)$  のラプラス変換を求めよ。
- コンデンサ電流  $i(t)$  の時間応答を求めよ。



(a) 回路図



(b)  $e_1(t)$  の波形



(c)  $e_2(t)$  の波形

図 2.1

- 2) 図 2.2 に示すように、内部抵抗  $R_S$  を有する正弦波交流電圧源  $\dot{V}_0$  (角周波数  $\omega$ 、実効値  $V_0$ ) に負荷抵抗  $R_L$  を接続したとき、電圧源より負荷抵抗に供給することのできる電力は、 $R_L = R_S$  のときに最大になる。この電力を最大有能電力という。

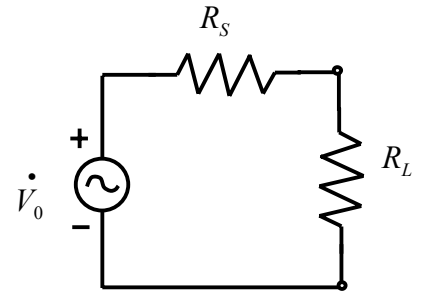


図 2.2

- a) 最大有能電力  $P_{AV}$  を求めよ ( $V_0$  と  $R_S$  で表すこと)。

- b) 図 2.3 は  $R_L \neq R_S$  の場合でも、 $R_L$  に最大有能電力が供給されるように  $R_L$  と  $R_S$  の間に整合回路をもうけたものである。電源から最大有能電力が供給されているとき、 $R_L$  の電圧  $\dot{V}_2$  を求めよ (実効値で示せ)。

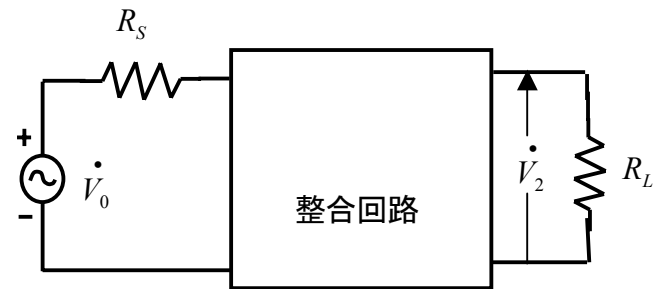


図 2.3

- ただし、整合回路は無損失 (電力を消費しない) とする。

- c) 整合回路として、図 2.4 に示す理想変成器 (1 次巻線数  $n_1$ 、2 次巻線数  $n_2$ ) を使用した。負荷抵抗に最大有能電力を供給するには、巻線比  $n_2/n_1$  をいくらにすればよいか。

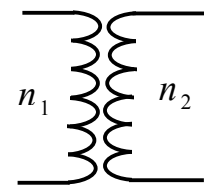


図 2.4

- d) 整合回路として、図 2.5 に示す  $LC$  回路を使用したとき、ある角周波数  $\omega_0$  で、電源より最大有能電力が  $R_L$  に供給できた。

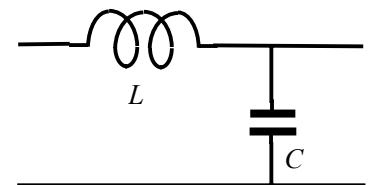


図 2.5

- i)  $\omega_0$  を求めよ。ただし、 $R_L > R_S$  とする。
- ii) また、このときの  $L$ 、 $C$ 、 $R_S$ 、 $R_L$  の関係を求めよ。
- iii)  $\omega = \omega_0$  において、 $R_L$  より整合回路側をみたインピーダンスを求めよ。
- e) d) で得られた条件のもとで、 $\omega$  を 0 から無限大まで変化させたとき、 $\left| \dot{V}_2 / \dot{V}_0 \right|$  はどのように変化するか、その概略をグラフに表せ。グラフの横軸の  $\omega = 0$ 、 $\omega = \omega_0$ 、 $\omega = \infty$  の各点における  $\left| \dot{V}_2 / \dot{V}_0 \right|$  の値をグラフの縦軸に記入すること。

## 3 .

1) 真空 (誘電率を  $\epsilon_0$  とする) 中での電荷に関する次の問に答えよ。

a) 図 3.1 に示すように、接地された無限に大きな導体の平らな表面の一点  $O$  から垂直に距離  $x$  だけ離れた点  $A$  に正の点電荷  $+Q$  を置いた。

- この正電荷に働く力の方向と大きさを求めよ。
- この正電荷から出る電気力線の様子を描け。
- 導体の表面上で、点  $O$  を原点とした  $x$  軸上で、座標  $x$  の点  $B$  における電界の方向と大きさ  $E$  を求めよ。
- 導体表面に誘起される表面電荷  $\sigma$  を  $x$  ( $- \infty < x < \infty$ ) の関数として求め、おおまかなグラフを描け。

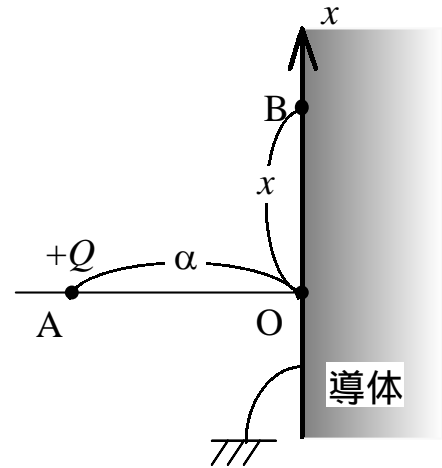


図3.1

b) 図 3.2 のように、半径  $a$  の導体球に正の電荷  $+Q$  を与えた。

電界の大きさ  $E$  および電位  $V$  を、中心からの距離  $r$  ( $0 < r < \infty$ ) の関数として求め、大まかなグラフを描け。ただし、無限遠を電位の基準 (ゼロ) とする。

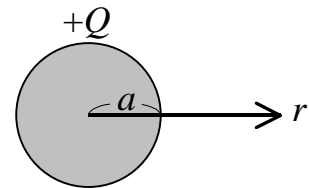


図3.2

c) 図 3.3 のように、半径  $a$  の導体球と、半径が  $2a$  で無限小の厚さを持つ導体球殻とを、両者の中心を一致させて配置し、導体球に  $+2Q$ 、導体球殻に  $-Q$  の電荷を与えた。

- 電界の大きさ  $E$  を、中心からの距離  $r$  ( $0 < r < \infty$ ) の関数として求め、大まかなグラフを描け。
- 導体球と導体球殻を導線で接続したときの電位  $V$  を、中心からの距離  $r$  ( $0 < r < \infty$ ) の関数として求め、大まかなグラフを描け。ただし、無限遠を電位の基準 (ゼロ) とする。

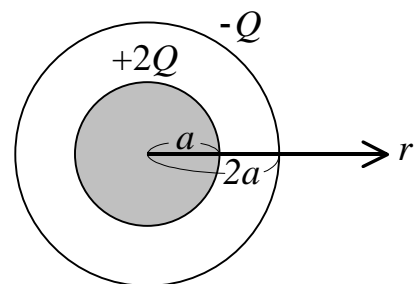


図3.3

2) 電流に関する次の問に答えよ。導体は、材料が非磁性体で、真空中に置かれている。真空の透磁率を  $\mu_0$  で表す。

- a) 軸方向には無限に長く、半径は  $a$  で導体厚さは無視できる程薄い、内側が空の円筒導体 (図 3.4) を電流  $I$  が均一に軸方向に流れている。円筒内側および外側の磁束密度 (誘磁界とも呼ばれる) の方向と大きさ  $B$  を円筒の中心軸からの距離  $r$  の関数として求めよ。

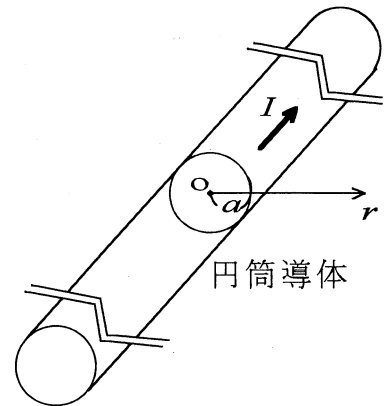


図 3.4

- b) 前問 a) と同じ無限に長い円筒導体を二本、図 3.5 に示すように軸間距離  $d$  で平行に置いて、一端で二導体を電氣的に接続した。他端に直流電流源を接続して電流  $I$  を流した。図 3.5 に示すように二つの円筒軸を含む平面上で円筒軸に垂直方向に  $x$  軸をとり左の円筒軸との交点を原点として、 $x$  軸上で領域

$-a < x < d + a$  における  
磁束密度の方向と大きさ  $B$   
を  $x$  の関数として求めよ。  
また  $B$  と  $x$  の関係を大まかに図示せよ。

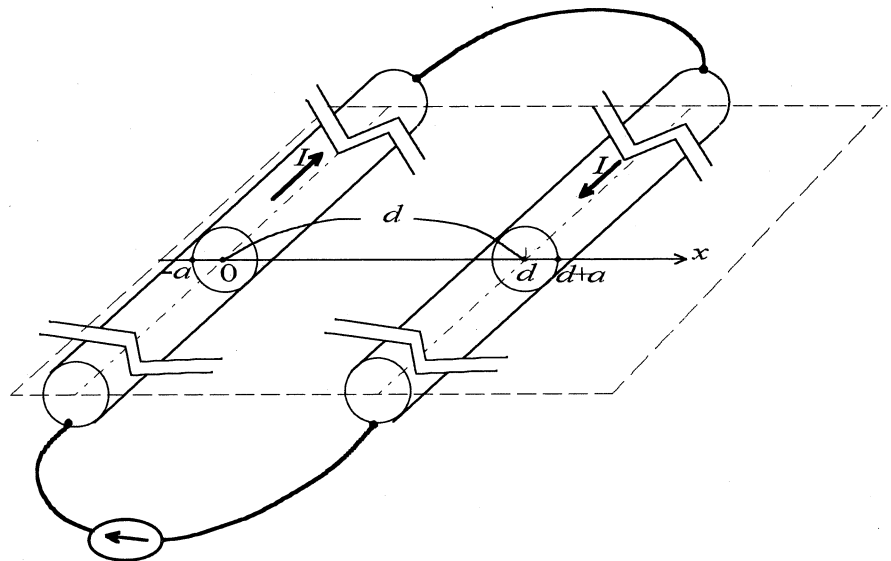


図 3.5

- c) 前問 b) の往復二導体からなる回路について、単位長さあたりの自己インダクタンスを求めよ。ただし  $d$  は  $a$  にくらべて十分に大きいとする。
- d) 前問 c) の二導体を内側が空の円筒から内側が詰まった円柱導体に換え、電流は断面に均一に流れるとすると単位長さあたりの自己インダクタンスはどのように変化するか？理由とともに定性的に答えよ。
- e) 前問 a) において導体を内側が空の円筒から内側が詰まった円柱導体に換え、これに高周波交流電流を流したとき電流密度は断面で均一か不均一か。もし不均一ならばどんな分布か。理由とともに定性的に答えよ。