平 成 １７ 年 度

名古屋大学大学院情報科学研究科
計算機数理科学専攻
前期課程第２次入学試験問題

専　　　門

平成１７年２月１５日（火）
１２：３０～１４：００

注　意　事　項

１．試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。

２．試験終了まで退出できない。

３．（外国人留学生は、日本語から母国語への辞書１冊に限り使用してよい。
　電子辞書の持ち込みは認めない。）

４．問題冊子、解答用紙２枚、草稿用紙１枚が配布されていることを確認せよ。

５．問題は微分積分、線形代数、離散数学の３科目がある。
　このうち<u>２科目を選択して</u>解答せよ。
　なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入せよ。

６．解答用紙は指定欄に受験番号を必ず記入せよ。解答用紙に受験者の氏名を
　記入してはならない。

７．解答用紙は試験終了後に２枚とも提出せよ。

８．問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ってよい。

問題 1 （微分積分）
$\mathbb{R}^2$ 上の実数値関数 $f(x,y)$ を次のように定義する：

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy\cos(xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x\neq 0 \text{ または } y\neq 0)\\ 0 & (x=0, y=0).\end{cases}$$

(1) $x\neq 0$ または $y\neq 0$ とするとき，$\left|\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right|\leq\dfrac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}$ が成り立つことを示せ．

(2) $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\neq(0,0)}} f(x,y)$ を求めよ．

(3) $f(x,y)$ の $(0,0)$ における x, y に関する偏微分係数 $f_x(0,0)$, $f_y(0,0)$ を求めよ．

(4) $f(x,y)$ は $(0,0)$ において全微分可能でないことを示せ．

問題 2 （線形代数）
行列 $A=\begin{pmatrix}-4 & -3 & -1\\ -10 & -3 & 3\\ -40 & -20 & 11\end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ．

(1) A の固有値をすべて求めよ．

(2) A が対角化可能であるか否か論ぜよ．

問題 3 （離散数学）
頂点集合 V と辺集合 E をもつ無向グラフを $G=(V,E)$ とするとき，G の縮約グラフを用いて以下の問いに答えよ．ただし，$|X|$ は集合 X の要素の数を表すとする．

(i) G が連結ならば $|E|\geq|V|-1$ となることを示せ．

(ii) 次の 3 つの命題は同値であることを示せ．

(P1) G が連結で閉路を持たない．

(P2) G が連結で $|E|=|V|-1$ である．

(P3) G が閉路を持たず $|E|=|V|-1$ である．

用語の説明: 始点と終点が一致し，同じ辺を 2 度以上通らない道 (path) を閉路 (cycle) と呼ぶ．G の任意の 2 頂点間を結ぶ道が存在するとき，G は連結 (connected) であるという．G が辺 $\{x,y\}\in E$ をもつとき，2 頂点 x, y を同一視し，x, y を結ぶすべての辺を取り除いてできるグラフを G の縮約グラフと呼ぶ．