

北海道大学大学院情報科学院
情報科学専攻生体情報工学コース入学試験

2021 年 8 月 19 日 10:00～12:00

専門科目 1

受験上の注意

- 「解答始め」の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- 受験中、机の上には、受験票、鉛筆(黒)、シャープペンシル(黒)、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、時計(計時機能のみのもの)以外の所持品は置くことができない。ただし、監督者が別に指示した場合は、この限りではない。
- 携帯電話等の電子機器類は、必ずアラームの設定を解除し電源を切っておくこと。
- 問題冊子1冊(この冊子)、答案用紙2枚、草案紙2枚、選択問題チェック票1枚の配布を確認すること。問題冊子と草案紙は回収しない。
- 問題Ⅱ～Ⅴのうち2問を選択し、答案用紙に問題番号と受験番号を記入の上、解答すること。選択問題チェック票にも、受験番号と問題番号を記入して提出すること。
- 2ページにわたる問題もあるので、注意すること。
- 答案用紙の裏面を使用する場合は、表面右下に「裏面に続く」と明記すること。
- 導出過程も略さず記すこと。

1. 次の行列 A について以下の設問に答えよ.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (1) 行列 A の固有値が $1, \omega, \omega^2$ で与えられることを示せ. ここで, ω は x に関する方程式 $x^3 = 1$ を満たす虚数解の 1 つである.
- (2) それぞれの固有値に対する固有ベクトルを求めよ. ただし, 解は ω を用いて表して良い.
- (3) 行列 A はある正則行列 P を用いて $P^{-1}AP$ を計算することにより対角化できる. 行列 $P, P^{-1}, P^{-1}AP$ を求めよ. ここで, P^{-1} は行列 P の逆行列とし, 解は ω を用いて表して良い.
- (4) $A^{3n} = E$ となることを示せ. ここで n は自然数とし, E は 3 次の単位行列である. (ヒント: 行列 $(P^{-1}AP)^{3n}$ を計算するとよい)

2. 直交座標系において, 曲線 C とスカラー場 $f(x, y, z)$ を考える. 曲線 C を表す位置ベクトル $\mathbf{r}(t)$ は式(a)で表される. $f(x, y, z)$ は式(b)で与えられる. 以下の設問に答えよ.

$$\mathbf{r}(t) = \left[t^2, 1-t, \frac{4}{3}t^{\frac{3}{2}} \right] \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (\text{a})$$

$$f(x, y, z) = xy - \frac{9}{16}z^2 \quad (\text{b})$$

- (1) 曲線 C の単位接線ベクトル $\mathbf{u}(t)$ を求めよ. ただし, ベクトルの方向は問わない.
- (2) $0 \leq t \leq 1$ における曲線 C の長さ s を求めよ.
- (3) $t = 0$ から $t = 1$ へ向かう曲線 C 上の次の線積分を求めよ. ただし, ds は線素を表す.

$$\int_C f(x, y, z) ds$$

- (4) $t = 0$ から $t = 1$ へ向かう曲線 C 上の次の線積分を求めよ. ただし, ∇ はナブラであり, \cdot は内積を表す.

$$\int_C \nabla f(x, y, z) \cdot d\mathbf{r}$$

2 微分方程式

1. 次の常微分方程式（非同次方程式）について、以下の設問に答えよ。

$$\frac{d^2 y_n}{dx^2} + 2p \frac{dy_n}{dx} + qy_n = \frac{x^n}{n!}$$

ただし、 $0! = 1$ と定義する。また、 n は非負整数とし、 p と q ($p^2 > q > 0$) は実数とする。上記の常微分方程式（非同次方程式）の一般解を y_n とし、特殊解（特解） z_n を下記で表す。

$$z_n = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$$

ここで、 a_k ($k = 0, \dots, n$) は係数とする。

- (1) 同次方程式の一般解を求めよ。
- (2) 一般解 y_0, y_1, y_2 を求めよ。
- (3) $n \geq 3$ のとき、特殊解 z_n の 3 つの係数 a_{n-2}, a_{n-1}, a_n を求めよ。

2. 次の偏微分方程式

$$a \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} + b \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = x \quad (a, b \text{ は定数, } ab \neq 0)$$

は、境界条件 $u(x, 0) = \sin x$ をみたす。次の変数変換 $F: (x, y) \rightarrow (t, s)$ を考える。

$$\begin{aligned} t &= x/a \\ s &= (bx)/a - y \end{aligned}$$

このとき、 $w(t, s) = u(x(t, s), y(t, s))$ と定義する。以下の設問に答えよ。

- (1) x と y を t と s で表せ。
- (2) 次式を示せ。

$$\frac{\partial w(t, s)}{\partial t} = at$$

必要であれば、次の連鎖微分公式を用いよ。

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial w}{\partial y}$$

- (3) 解 $u(x, y)$ を求めよ。

1. 二重マルコフ情報源 Q は、時点 0 より毎時点において、情報源記号の集合 $A = \{0, 1\}$ から要素記号を 1 個ずつ出力する。時点 t (t は非負整数) において出力された記号を確率変数 X_t とする。また、直前に出力された記号が a 、その 1 つ前に出力された記号が b のとき、 Q の状態を $S_{b,a}$ とする。 Q を 4 つの状態 $S_{0,0}$, $S_{0,1}$, $S_{1,0}$, $S_{1,1}$ で表し、 Q のエントロピーを $H(Q)$ とする。確率変数 X_t が出力される条件付き確率 ($t = 2, 3, 4, \dots$) を以下の式に示す。例えば、条件付き確率 $P(X_t = 0 | X_{t-2} = 0, X_{t-1} = 1)$ は、確率変数 X_{t-2} が 0、 X_{t-1} が 1 であったときに、 X_t が 0 である確率を表している。 $\log_2 3 = 1.585$, $\log_2 5 = 2.322$ として、以下の設問に答えよ。

$$P(X_t = 0 | X_{t-2} = 0, X_{t-1} = 0) = 0.8$$

$$P(X_t = 1 | X_{t-2} = 0, X_{t-1} = 0) = 0.2$$

$$P(X_t = 0 | X_{t-2} = 0, X_{t-1} = 1) = 0.5$$

$$P(X_t = 1 | X_{t-2} = 0, X_{t-1} = 1) = 0.5$$

$$P(X_t = 0 | X_{t-2} = 1, X_{t-1} = 0) = 0.2$$

$$P(X_t = 1 | X_{t-2} = 1, X_{t-1} = 0) = 0.8$$

$$P(X_t = 0 | X_{t-2} = 1, X_{t-1} = 1) = 0.2$$

$$P(X_t = 1 | X_{t-2} = 1, X_{t-1} = 1) = 0.8$$

- (1) Q の状態遷移図を示せ。
- (2) 遷移確率の定常分布を分数で表せ。
- (3) $H(Q)$ を求めよ。

(裏面に続く)

2. 無記憶定常情報源 R は情報源記号の集合 $K = \{A, B, C, D, E\}$ から要素記号を1個ずつ出力する. A, B, C, D, E の出力確率はそれぞれ0.5, 0.25, 0.1, 0.1, 0.05である. $\log_2 3 = 1.585, \log_2 5 = 2.322$ として, 以下の設問に答えよ.

(1) R の1次エントロピーを求めよ.

(2) R に対するハフマン符号木を示せ.

(3) 設問(2)で構成されたハフマン符号の平均符号長を求めよ.

(4) R から出力された情報源記号を2元符号化する場合, A, B, C, D, E に対する符号語長がそれぞれ1, 2, 3, 3, 3となるような瞬時符号が作成可能か否かについて, クラフトの不等式を用いて示せ.

4

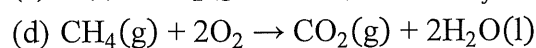
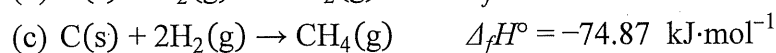
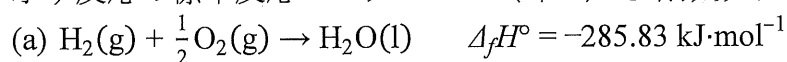
基礎化学

1. 真空中で金属クロムに紫外光を照射すると光電効果により電子の放出が観測される。以下の設問に答えよ。ただし、金属クロムの仕事関数 $\phi=7.05\times 10^{-19}$ J, プランク定数 $h=6.63\times 10^{-34}$ J \cdot s, 光速 $c=3.00\times 10^8$ m \cdot s $^{-1}$ とする。

- (1) 放出された電子の運動エネルギーが 6.60×10^{-20} J のとき、金属クロムに照射された紫外光の波長を有効数字 3 桁で答えよ。
- (2) 光電効果の発見は量子力学の発展に貢献した。その理由を簡潔に説明せよ。

2. 以下の設問に答えよ。

- (1) ヘスの法則について 100 字以内で説明せよ。
- (2) 以下の反応式(a), (b), (c)に示した標準生成エンタルピー ($\Delta_f H^\circ$) から, (d)に示す反応の標準反応エンタルピー ($\Delta_r H^\circ$) を有効数字 4 桁で求めよ。



- (3) 設問(2)の(d)の反応は, 発熱反応, または吸熱反応のどちらなのか答えよ。また, その理由についても記せ。

3. 等温定圧下で, 水の相転移 $\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{g})$ に関するギブス自由エネルギー変化 ($\Delta_r G$) を 50°C, 200°Cの各温度について有効数字 2 桁で求めよ。また, それぞれの温度において相転移が自発的に進行するかどうかについても記せ。なお, $\Delta_r G$ は以下の表 1 の標準生成エンタルピー ($\Delta_f H^\circ$), および標準エントロピー (ΔS°) を使って求めよ。

表 1

	$\text{H}_2\text{O}(\text{l})$	$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
$\Delta_f H^\circ (\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1})$	-286	-242
$\Delta S^\circ (\text{J K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1})$	70	189

4. 水中で過マンガン酸カリウム KMnO_4 とヨウ化カリウム KI を混合すると酸化還元反応が進行する。以下の設問に答えよ。

- (1) この反応における酸化反応, および還元反応の半反応式をそれぞれ記せ。
- (2) 反応前, および反応後のマンガンの酸化数をそれぞれ答えよ。

5. 次の化合物の構造式を記せ。

- (1) 2-メチル-1-ペンテン
- (2) 3-エチル-2,4-ジメチルヘキサン
- (3) 3-メチル-2-ペンタノン
- (4) シクロヘキシルアミン
- (5) 1-アミノ-2-ナフトール-4-スルホン酸

1. 真核生物の細胞周期について以下の問いに答えなさい。
 - (1) 細胞周期の4つの期の名称と、そのときの細胞の主な活動を説明しなさい。
 - (2) 細胞周期の期の移行を司る3つのチェックポイントについて、細胞のどのような状態がチェックされるか説明しなさい。
 - (3) 細胞周期はサイクリンとサイクリンをリン酸化・脱リン酸化する酵素系によって制御されている。サイクリン単独でなく、こうした化学修飾が利用される理由を説明しなさい。

2. 微小管に関連する、以下の問いに答えなさい。
 - (1) 微小管は主に2種類の単量体分子から構成される。これらの名称を答えなさい。
 - (2) 微小管の重合・脱重合の特徴を説明しなさい。
 - (3) 微小管は細胞内物質輸送の通路としても用いられる。このとき輸送に用いられるモータータンパク質の名称と輸送の方向を答えなさい。
 - (4) 細胞分裂時の染色体分配で働く、3種類の微小管の名称を記しなさい。

3. ヒト細胞の減数分裂について以下の問いに答えなさい。
 - (1) 減数分裂が起きるとき、元になる細胞と減数分裂の結果生じる細胞の種類を答えなさい。
 - (2) 減数分裂では2回の連続した細胞分裂が起こるが、そのとき、染色体が部分的に結合し、その後一部を交換して分離する現象が見られる。この現象と結合部分の名称を答えなさい。
 - (3) 遺伝的多様性の観点から、(2)の現象の遺伝的役割について説明しなさい。
 - (4) 体細胞における細胞の分裂と比較した場合の主な違いを説明しなさい。

4. 膜輸送について以下の問いに答えなさい。
 - (1) 細胞膜を横切るイオンや高分子の輸送は2種類の膜輸送タンパク質によって担われる。これらの名称をあげ、それぞれの役割を説明しなさい。ただし、説明には輸送能力の違いを含めること。
 - (2) イオンは水溶液中において多くの場合は水分子をまとうが、(1)のタンパク質によって運ばれるときはどのような状態になるか、答えなさい。
 - (3) ニューロンにおいては、膜輸送によって膜電位が形成される。この仕組みを説明しなさい。