1　応用数学

１－１　2 次元実平面上の任意の座標点 (x, y) に対し，

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad ①$$

のように行列 $\mathbf{T}$ で変換された座標点 (x', y') について，以下の問いに答えよ．ただし，行列 $\mathbf{T}$ は

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1-\alpha\beta^2 & \alpha\beta\gamma \\ \alpha\beta\gamma & 1-\alpha+\alpha\beta^2 \end{pmatrix} \qquad ②$$

として与えられ，α, β, γ は全て実定数とし，$\beta = \sqrt{1-\gamma^2}$ とする．

（１）行列 $\mathbf{T}$ が正則となる条件を示せ．

（２）行列 $\mathbf{T}$ が正則であるとき，行列 $\mathbf{T}$ の固有値と固有ベクトルを全て求めよ．

（３）任意の座標点 (x, y) に対し，式①で変換された座標点 (x', y') が常に $x' = y'$ となる α, β, γ を求めよ．ただし，行列 $\mathbf{T}$ が正則であるとは限らない．

１－２　ベクトル関数 $\mathbf{F}(x, y) = (y+1)\mathbf{i}_x + x\mathbf{i}_y$ について，2 次元実平面上の点 $\mathrm{P}(0,0)$ から点 $\mathrm{Q}(1,0)$ までの経路 C に沿った線積分

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \qquad ③$$

を考える．ただし，$\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y$ は x, y 方向の単位ベクトルであり，$\mathbf{r}$ は C 上の点を表す．以下の問いに答えよ．

（１）積分経路 C を線分 PQ とした場合，③の線積分を求めよ．

（２）曲線 $y = x(x-1)(x-2)\cdots(x-m)$ に沿った積分経路 C の場合，③の線積分は（１）で得られた結果と等しくなることを証明せよ．ただし，m は 1 より大きい整数とする．

2　コンピュータ工学

２－１ 仮想記憶に関する以下の問いに答えよ.

（１） 以下の文章を読み，（ア）～（エ）にあてはまるもっとも適切な語句を答えよ.

> 仮想記憶はハードディスクなどの（ア）を利用してコンピュータに実装されている主記憶装置よりも大きな記憶領域を仮想的に実現する仕組みである. 各プロセスが命令実行中に参照する（イ）アドレスは，主記憶装置固有の固定的なアドレスである（ウ）アドレスに変換された後にアクセスされる．この変換を行う論理回路が（エ）である．主記憶装置の容量には限りがあるので, 命令が参照しようとするアドレスが主記憶上に配置されていないこともある. 主記憶上に存在しないアドレスをアクセスした場合はページフォールト割り込みが発生する.

（２） 仮想記憶でのメモリ管理に関する以下の用語について，それぞれ，70 文字以内で簡潔に説明せよ.

(i)　ページング方式

(ii)　セグメント方式

(iii)　フラグメンテーション

２－２　論理回路に関して，以下の問いに答えよ.

（１） 図 2-1(a)に示す論理回路の真理値表を完成させよ.

（２） 図 2-1(a)に示す論理回路を図 2-1(b)に示すようにＭとしてモジュール化した．このとき，図 2-1(c)に示す論理回路ついて，以下の問いに答えよ.

（ア）(A_0, A_1, B_0, B_1) = (1, 1, 0, 1)のとき，(X_o, Y_o, Z_o)を求めよ.

（イ）(A_0, A_1, B_0, B_1) = (1, 0, 1, 1)のとき，(X_o, Y_o, Z_o)を求めよ.

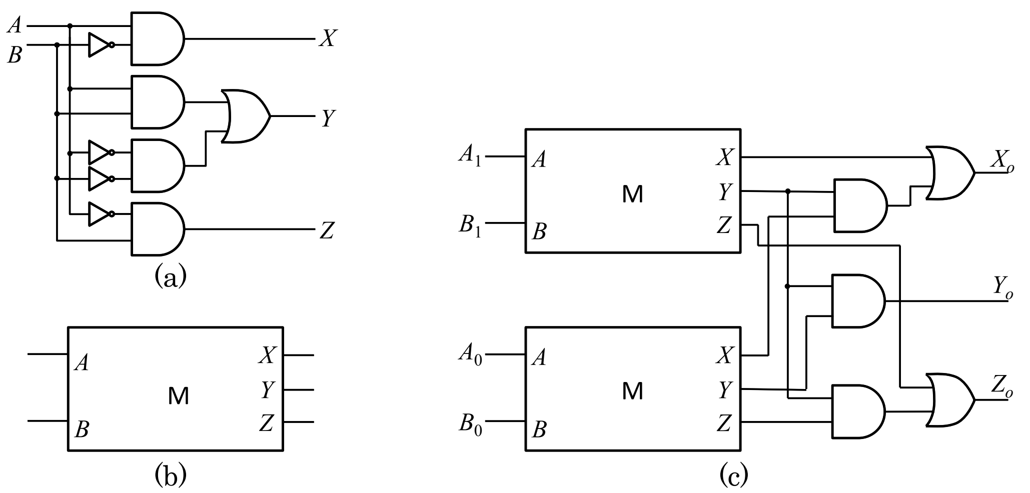


図２－１

裏へ続く

２－３　コンピュータにおける数の表現に関して，以下の問いに答えよ．

（１） 8 ビットの 2 の補数により表現された以下の 2 進数を 10 進数に変換せよ．

（ア）01001111

（イ）10101011

（２） 符号なし 2 進数の浮動小数点数 101.101×2^{011} について，以下の問いに答えよ．

（ア）仮数部はいくらか．

（イ）指数部はいくらか．

（ウ）仮数部の整数部が 1 となるよう正規化された浮動小数点数に変換せよ．

（エ）10 進数に変換するといくらか．

２－４　以下の 4 つの用語のうち二つを選んで，それぞれ，200 文字以内で説明せよ．ただし，( ) 内に示す語句や観点に関する説明を含めること．

（１） ノイマン型コンピュータ（構成要素，プログラム内蔵型，フォン・ノイマン・ボトルネック）

（２） パイプライン処理（命令実行サイクル，段数と処理速度）

（３） アドレッシングモード　（実効アドレス，必要な理由）

（４） マイクロプログラム制御　（マイクロ命令，配線論理制御に対する利点・欠点）

3　信号処理

３－１　実数信号 $x(t)$ のフーリエ変換は次式で与えられる．

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

ただし，$j = \sqrt{-1}$ であり，ω は角周波数である．このとき，以下の問題に答えなさい．

（１）　実数信号 $y(t)$ が

$$y(t) = ax(t-b)$$

と与えられているとき，そのフーリエ変換 $Y(\omega)$ を $X(\omega)$，a および b を用いて表しなさい．ただし，a および b は定数である．

（２）　実数値関数 $r(\tau)$ を

$$r(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt$$

と定義する．ただし，τ は実数である．ここで，$R(\omega)$ を

$$R(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

と定義するとき，$R(\omega)$ を $X(\omega)$ を用いて表しなさい．

（３）　実数信号 $x(t)$ が

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \left(3 - \dfrac{1}{2} \leq t \leq 3 + \dfrac{1}{2}\right) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases}$$

と与えられているとき,（２）で定義される $R(\omega)$ を求めなさい．

裏へ続く

３－２　離散時間線形システムについて，以下の問題に答えなさい．なお，離散時間線形システムはすべて因果システムであり，入力離散時間信号は $n < 0$ のとき，その信号値が 0 になるものとする．

（１）　離散時間信号 $x[n]$ の z 変換 $X(z)$ を以下のように定義する．

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] z^{-n}$$

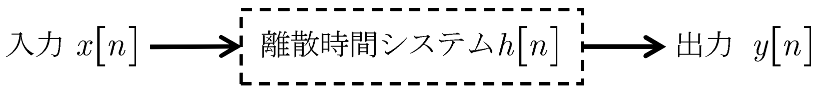
実際に，$x[n]$ が以下の式で与えられるとき，$X(z)$ を求めなさい．

$$x[n] = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ -1 & (n = 1) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases}$$

（２）　離散時間線形システムの伝達関数 $H(z)$ が以下の式で表されるとき，インパルス応答 $h[n]$ を求めなさい．

$$H(z) = \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

（３）　下図のように,（２）の伝達関数 $H[z]$ を持つ離散時間線形システムに,（１）の離散時間信号 $x[n]$ が入力されているとする．



このとき，出力離散時間信号 $y[n]$ の z 変換 $Y(z)$ を求めてから，$y[n]$ を求めなさい．また，$y[n]$ を以下で定義する $\delta[n]$ を用いて表しなさい．

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases}$$

（４）　（２）で定義される離散時間線形システムが安定か不安定かをその理由を含めて答えなさい．