

専門科目（午後）

1 6 大修

時間 13:30 ~ 15:00

電気電子工学
電子物理工学

注 意 事 項

1. 次の4つの問題分野（I～IV）の中から1つの問題分野を選択して解答せよ。

I. 電力・エネルギー

II. 波動・通信

III. 電気物性

IV. 電子デバイス・回路システム

ただし、2つ以上の問題分野を選択した場合はすべて無効とする。

2. 解答は問題ごとに指定されている答案用紙に記入せよ。

3. その際、選択した問題分野の答案用紙には、「問題分野選択」欄に「○」印を記せ。

4. 選択の有無にかかわらず、すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。

5. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。

1. 電力系統とその構成機器に関する以下の問に解答せよ。

- 1) 受電端に接続した遅れ力率の負荷に、無損失単相送電線路により電力を供給している。線路インピーダンスを jX 、送電端及び受電端の電圧をそれぞれ \dot{E}_S 、 \dot{E}_R 、両者の相差角を θ 、負荷電流を \dot{I} 、負荷の力率角を ϕ として、この送電線における \dot{E}_S 、 \dot{E}_R 、 \dot{I} の関係を明確に示すフェーザ図を解答用紙所定欄に図示せよ。次に、伝送される有効電力 P_R を ϕ を含まない式で示せ。
- 2) 現在最も普及している大容量三相交流送電システムにおいて、発電機には主に同期機が使用されている。同期機が使用されて誘導機が使われない理由を説明せよ。
- 3) 電圧 V_B [V] の三相送電線により、負荷に三相分電力 S'_B [VA] を供給している。基準値を V_B 、 S'_B とするとき、送電線一相あたりのインピーダンスは単位法表示で $x + jy$ [pu] である。送電線一相あたりの実際のインピーダンス [Ω] および送電線による降下電圧 [V] を求めよ。
- 4) 変圧器 2 台を使用する場合、負荷が小さい範囲では並列運転時の効率よりも単独運転時の効率が高くなる場合がある。同容量・同特性の 2 台の変圧器を考え、1 台当たりの定格容量を S 、鉄損を W_i 、定格負荷時の銅損を W_c とする。並列運転時と単独運転時の損失が等しくなる負荷 P_0 を求めよ。ただし、並列運転時に両変圧器の負荷分担は等しいとする。
- 5) 波動インピーダンス（またはサージインピーダンス） Z_1 の半無限長無損失線路 1 と波動インピーダンス Z_2 ($Z_1 \neq Z_2$) の半無限長無損失線路 2 とが図 I.1.1 に示すように A 点において接続されている。線路 1 側から伝搬してきた電圧波 e_1 が接続点 A に到達したときの反射電圧波 e'_1 を求めよ。次に反射電圧波の極性が反転するとき、線路インピーダンス Z_1 、 Z_2 の関係はどのようなになるかを示せ。

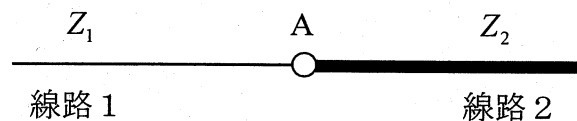


図 I.1.1

2. 図 I.2.1, I.2.2 のブロック線図について, 以下の問に答えよ。ただし, T, T_1, T_2 はすべて正の実数とする。

- 1) 図 I.2.1 のブロック線図の一巡伝達関数および閉ループ伝達関数を求めよ。
- 2) 図 I.2.1 の入力にステップ信号を入力した際に, 出力が振動的な応答とならないための K の条件を示せ。
- 3) 図 I.2.2 のブロック線図の閉ループ伝達関数と特性方程式を求めよ。
- 4) 図 I.2.2 の系が安定となるための K の条件を示せ。

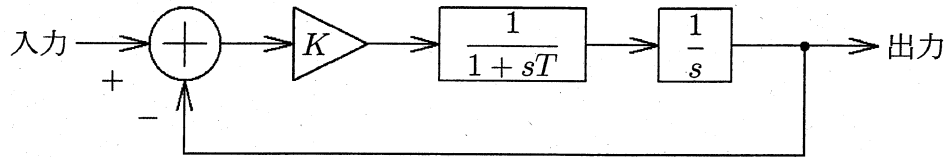


図 I.2.1

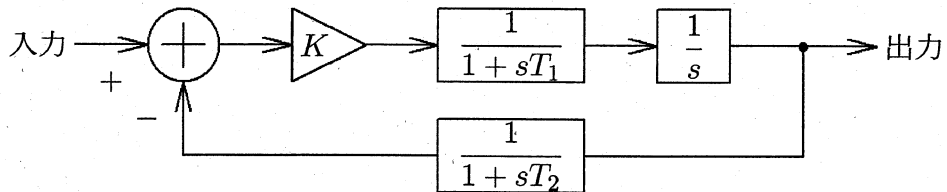


図 I.2.2

3. 図 I.3.1 の三相ダイオード整流回路について, 以下の問に答えよ。

ただし, 電源は 200 V, 50 Hz の平衡三相正弦波電圧とする。

また, 各ダイオード $D_1 \sim D_6$ は理想ダイオードとする。

- 1) インダクタの役割を説明せよ。
- 2) 電圧 v_o の最大値および最小値を求めよ。
- 3) インダクタンス L は十分に大きいと仮定し, 抵抗 R に流れる電流 i_R を求めよ。
- 4) ダイオード D_1 が破損して常に開放となったとき, 抵抗 R に流れる電流 i_R の平均値を求めよ。

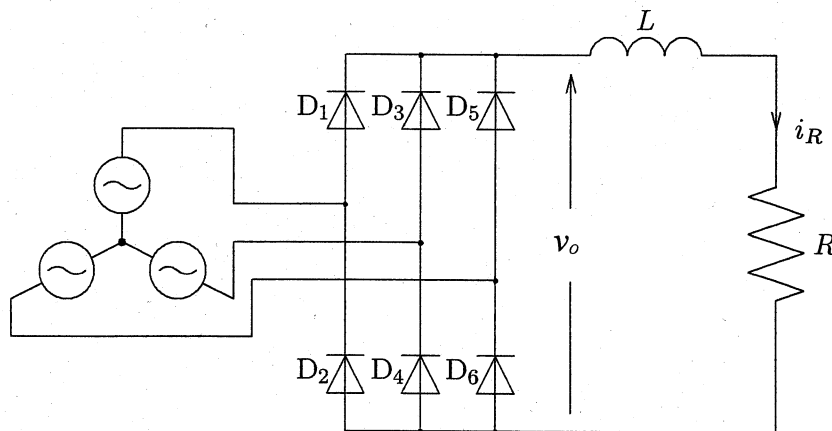


図 I.3.1

1. z 方向に伝搬する平面電磁波について次の問に答えよ。ただし ε_0 は真空の誘電率, μ_0 は真空の透磁率, ω は角周波数, 電磁波の電界および磁界ベクトルは x, y, z 成分表示でそれぞれ $(E, 0, 0)$ および $(0, H, 0)$ と表され, 媒質は無損失かつ非磁性で比誘電率は ε_r とする。

- 1) 媒質中で成り立つ式(Ⅱ. 1. 1)および(Ⅱ. 1. 2)から E および H についての波動方程式を導出し, その過程とともに書け。

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad (\text{Ⅱ. 1. 1}),$$

$$-\frac{\partial H}{\partial z} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (\text{Ⅱ. 1. 2})$$

- 2) 上で求めた波動方程式の解である式(Ⅱ. 1. 3)および(Ⅱ. 1. 4)について, a) および b) の各問に答えよ。ただし A および θ は境界条件によって決められる定数である。

a) 媒質中の位相定数 k を表す式を導出過程とともに書け。

b) 媒質中の特性インピーダンス η を表す式を導出過程とともに書け。

$$E(z, t) = A \cos(\omega t - kz + \theta) \quad (\text{Ⅱ. 1. 3}),$$

$$H(z, t) = \frac{1}{\eta} A \cos(\omega t - kz + \theta) \quad (\text{Ⅱ. 1. 4})$$

- 3) 図Ⅱ. 1. 1のように真空と媒質とが無限に広い平面からなる境界面で接しているときに, 真空から境界面に垂直に入射する平面波の反射について a) から d) の各問に答えよ。 E は真空中および媒質中でそれぞれ式(Ⅱ. 1. 5)および(Ⅱ. 1. 6)で表される。ただし k_0 および k はそれぞれ真空中および媒質中の位相定数である。真空中および媒質中の特性インピーダンスをそれぞれ η_0 および η で表すこととし, これらを用いてよい。

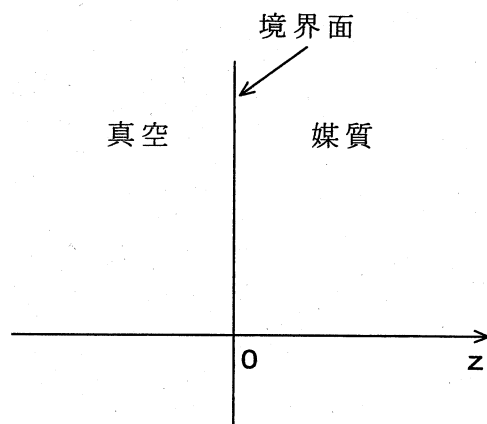
$$E(z, t) = A_i \cos(\omega t - k_0 z) + A_r \cos(\omega t + k_0 z) \quad (\text{Ⅱ. 1. 5}), \quad E(z, t) = A_t \cos(\omega t - k z) \quad (\text{Ⅱ. 1. 6})$$

a) 式(Ⅱ. 1. 5)の電界に対応する磁界を表す式を求めよ。

b) 境界面に平行な電界および磁界の成分は境界面で連続である。この境界条件に対応する A_i , A_r および A_t についての二つの式を導出し, その過程とともに書け。境界面は $z = 0$ とせよ。

c) b) で求めた式を解いて比 A_r/A_i を求めよ。導出過程とともに書け。

d) $\varepsilon_r = 4$ のとき, 境界面に垂直に入射した平面波の電力反射率の値を求めよ。計算式とともに書け。



図Ⅱ.1.1

2. 図 II.2.1 に示すように各々 m 本の送信・受信アンテナと信号処理により, m 対の独立な無線通信を可能にする方式について, 以下の間に答えよ.

なお無線伝送路の送受信間の関係は

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

で与えられる. ここで

\mathbf{H} : 送受信アンテナ間の伝達行列, $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_m)^T$, $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_m)^T$, $\mathbf{n} = (n_1, \dots, n_m)^T$, s_i : i 番目 ($i=1, \dots, m$) 送信アンテナの送信複素信号, r_i : i 番目受信アンテナの受信複素信号, n_i : i 番目受信アンテナの複素雑音, $()^T$: 転置, $()^\dagger$: 複素共役転置, $()$: 平均値, σ^2 : 各受信アンテナでの雑音電力 $\overline{|n_i|^2}$, \mathbf{I} : 単位行列.

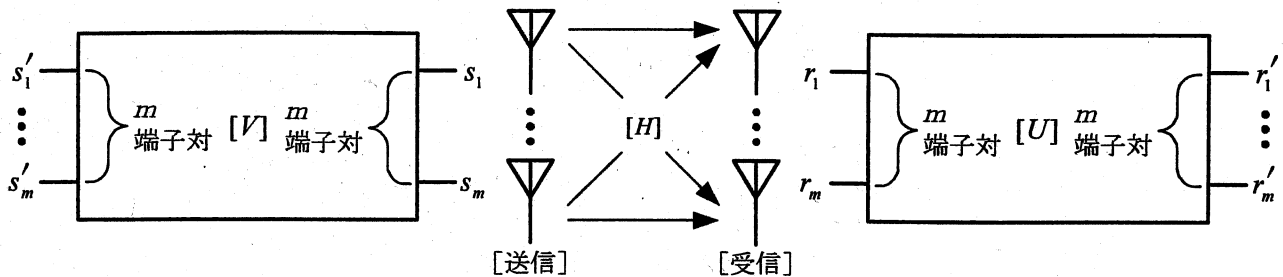


図 II. 2. 1 複数送受信アンテナを用いた無線通信系

- 1) 送信側で $2m$ 端子対の回路 (伝達行列: V) を用意し,

$$\mathbf{s} = V\mathbf{s}'$$

という信号処理をしたとする.

V がユニタリ行列 ($VV^\dagger = V^\dagger V = \mathbf{I}$) であれば, 処理前後で送信電力の総和 $|\mathbf{s}'|^2$, $|\mathbf{s}|^2$ は変わらないことを示せ.

- 2) 受信側では別の $2m$ 端子対回路 (伝達行列: U) を用意し,

$$\mathbf{r}' = U\mathbf{r}$$

という信号処理を行うものとする.

受信機における加法性雑音 \mathbf{n} の統計的性質に関して,

$$\overline{\mathbf{n}\mathbf{n}^\dagger} = \sigma^2 \mathbf{I}, \quad \overline{\mathbf{n}} = \mathbf{0}$$

が成立しているとする, U がユニタリ行列であれば処理後の雑音 $\mathbf{n}' = U\mathbf{n}$ に関しても同じ統計的性質が成立することを示せ.

- 3) 送受信機で適切な信号処理を行うことによって, たとえ同一の周波数帯を用いても無線伝送路における信号の相互干渉をなくし図 II. 2. 2 のように m 個の独立

な伝送路が実現できることを式を用いて説明せよ.

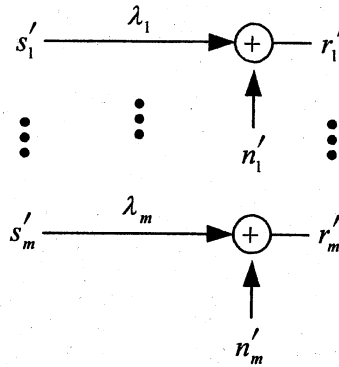


図 II. 2. 2 独立な伝送路

ヒント：任意の正方行列 H に対して、2 つのユニタリ行列 U, V を適当に選べば、 H' は対角行列にすることが必ずできる.

$$H' = UHV = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_m \end{bmatrix}$$

ただし、 λ_i^2 ($i=1, \dots, m$) は HH^\dagger の非負固有値.

- 4) こうして得られた独立な各伝送路の受信側における SN 比を求め、さらにこの系全体の単位周波数幅当りの通信路容量 (bit/s/Hz) を求めよ.

1. 電気物性に関する次の問に答えよ。ただし、電子の素電荷を $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、ボルツマン定数を $1.4 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ とする。

1) 図 III.1.1 から図 III.1.3 中に示された格子面の面指数を求めよ。ただし図 III.1.1 の黒丸(●)は格子点を表わし、格子定数を a とする。

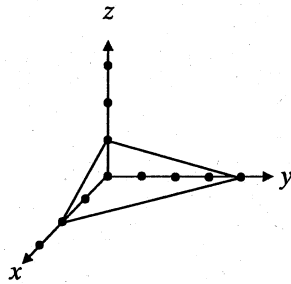


図 III. 1.1

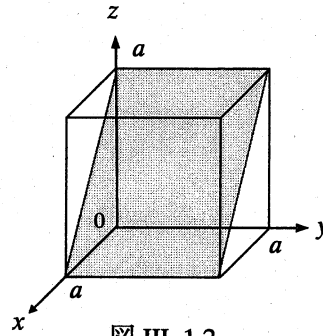


図 III. 1.2

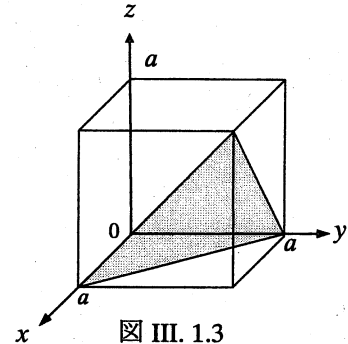


図 III. 1.3

2) 真性半導体における伝導帯の電子濃度 n 、および価電子帯の正孔濃度 p は、それぞれ式 (III.1.1) および (III.1.2) で表わされる。

$$n = N_c \cdot \exp\left\{-\frac{E_g - E_F}{k_B T}\right\} \quad (\text{III.1.1})$$

$$p = N_v \cdot \exp\left\{-\frac{E_F}{k_B T}\right\} \quad (\text{III.1.2})$$

N_c : 伝導帯の有効状態密度
 N_v : 価電子帯の有効状態密度
 E_g : 禁制帯幅
 E_F : フェルミ準位
 k_B : ボルツマン定数
 T : 絶対温度

- a) 式 (III.1.1) および (III.1.2) を用いて真性半導体におけるフェルミ準位 E_F を式で表せ。
 b) 真性半導体の真性キャリア濃度 n_i を書け。
 c) 図 III.1.4 は、ある真性半導体の真性キャリア濃度の温度変化を示したものである。この半導体の禁制帯幅を eV の単位で求めよ。ただし、 N_c および N_v の温度依存性は無視できるものとする。また、 $\log_{10} e = 0.43$ 、ここで e は自然対数の底である。

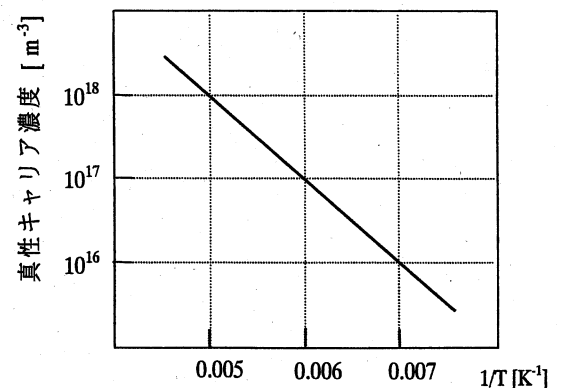


図 III.1.4

3) ある真性 Si の 300 K における電気伝導度を測定したところ $4.3 \times 10^{-4} \text{ S m}^{-1}$ であった。ここで、Si の 300 K における電子移動度および正孔移動度をそれぞれ $0.14 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ および $0.05 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ とする。

- a) 真性キャリア濃度 $[m^{-3}]$ を求めよ。
 b) この半導体に電流を流した場合、全電流に占める電子電流の割合を数値で求めよ。
 c) 真性 Si に $1.0 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$ の濃度で 5 価の不純物原子をドーピングした場合の正孔濃度 $[m^{-3}]$ を求めよ。また、全電流に占める電子電流の割合を数値で求めよ。ただし、ドーピング後のキャリア移動度は真性 Si と同じであると仮定する。

2. 量子力学に関する次の問に答えよ。

- 1) 次の文章の、 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ にあてはまる数式や数字を所定の解答欄に書け。また $\boxed{\text{A}}$ ～ $\boxed{\text{E}}$ に入るべき数式を説明とともに解答欄に書け。

質量 m の粒子が時間 t に依存しないポテンシャル $V(x, y, z)$ の中にあるとき、系の波動関数 $\Psi(x, y, z, t)$ は、シュレーディンガー方程式

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \boxed{\text{ア}} \right\} \Psi(x, y, z, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (\text{III.2.1})$$

を満たす。ここで \hbar はディラックの定数である。今、波動関数を $\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) f(t)$ のように表して、これを式(III.2.1)に代入して、両辺を $\psi(x, y, z) f(t)$ で割ると、

$$\frac{-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, y, z) + \boxed{\text{イ}} \psi(x, y, z)}{\psi(x, y, z)} = \frac{i\hbar \frac{\partial}{\partial t} f(t)}{f(t)} \quad (\text{III.2.2})$$

を得る。式(III.2.2)が恒等的に成立するための条件から、系のエネルギー固有値 E を用いて $\psi(x, y, z)$ に関する波動方程式 $\boxed{\text{イ}}$ および $f(t)$ に関する方程式 $\boxed{\text{ウ}}$ を得る。後者の解は $f(t) = \boxed{\text{エ}}$ と得られる。

ここで、水素原子を考え、3次元極座標 r, θ, ϕ ($0 \leq r < \infty, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \phi < 2\pi$) を導入し、 $x = r \sin \theta \cos \phi$, $y = r \sin \theta \sin \phi$, $z = r \cos \theta$ と置き換える。水素原子のエネルギーは $-\frac{\hbar^2}{2ma_0^2} \frac{1}{n^2}$ で与えられる。ここで a_0 はボーア半径であり、量子数 n は $\boxed{\text{オ}}$ という値をとる。基底（すなわちエネルギーが一番低い）状態のエネルギーは $\boxed{\text{カ}}$ で与えられ、また時間を含まない波動関数は

$$\psi(x, y, z) = \psi(r, \theta, \phi) = C \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) \quad (C \text{ は定数}) \quad (\text{III.2.3})$$

で与えられるので、時間を含む波動関数は $\Psi(r, \theta, \phi, t) = \boxed{\text{A}}$ と表わされる。電子の軌道角運動量 ℓ の演算子 $\hat{\ell}$ の各成分は

$$\hat{\ell}_x = -i\hbar \left(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right) = i\hbar \left(\sin \phi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot \theta \cos \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \quad (\text{III.2.4a})$$

$$\hat{\ell}_y = -i\hbar \left(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right) = i\hbar \left(-\cos \phi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot \theta \sin \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \quad (\text{III.2.4b})$$

$$\hat{\ell}_z = -i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (\text{III.2.4c})$$

で与えられ、 ℓ^2 の演算子 $\hat{\ell}^2$ は次のように与えられる。

$$\hat{\ell}^2 = \hat{\ell}_x^2 + \hat{\ell}_y^2 + \hat{\ell}_z^2 = -\hbar^2 \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right\} \quad (\text{III.2.5})$$

式(III.2.3), (III.2.5)から水素原子の基底状態では $\hat{\ell}^2$ の固有値は $\boxed{\text{B}}$ であることが分かる。また水素原子の第一励起（基底状態の次にエネルギーが高い）状態の波動関数 $\psi(r, \theta, \phi)$ の中から

$$\psi_\alpha(r, \theta, \phi) = r \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) \cos \theta \quad (\text{III.2.6})$$

$$\psi_\beta(r, \theta, \phi) = r \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) \sin \theta \exp(i\phi) \quad (\text{III.2.7})$$

$$\psi_\gamma(r, \theta, \phi) = r \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) \sin \theta \exp(-i\phi) \quad (\text{III.2.8})$$

の三つについて考える。 ψ_α の状態で ℓ_z を測定すると測定値として $\boxed{\text{C}}$ が、 ℓ^2 を測定すると測定値として $\boxed{\text{D}}$ が得られる。また、 ψ_β の状態で ℓ_z を測定すると $\boxed{\text{E}}$ が得られる。

- 2) 式(III.2.7), (III.2.8)の ψ_β , ψ_γ から $\psi = \psi_\beta(r, \theta, \phi) + \psi_\gamma(r, \theta, \phi)$ なる波動関数 ψ を作り、 ψ の方向依存性を図示して説明せよ。

1. ダイオードおよびトランジスタに関して以下の問いに答えよ。

- 1) 図 IV.1.1 は pn 接合ダイオードの電流電圧特性である。このように整流性を示す機構について、 $V=0$, $V>0$, $V<0$ のそれぞれにおいてエネルギーバンド図を描いて説明せよ。
- 2) バイポーラトランジスタの、エミッタ、ベース、コレクタ領域の不純物濃度の大小関係はどのように設計されているか？ 理由とともに答えよ。

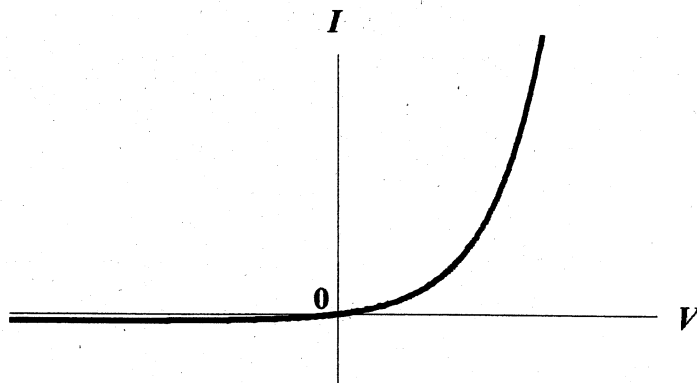


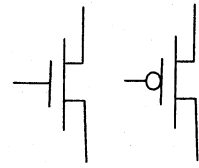
図 IV.1.1

2. デジタル回路に関して以下の問いに答えよ。

1) 3入力C-MOS論理回路の入力をU, V, W, 出力をYとする。

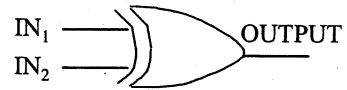
a) この論理回路が3入力 NAND 回路である場合について、その真理値表を書け。さらに、図 IV.2.1 の n チャネル MOS トランジスタ, p チャネル MOS トランジスタを用いてこの回路を構成し、回路図を描け。MOS トランジスタの数をできる限り少なくすること。

b) この論理回路が3入力 AND 回路である場合について、その真理値表を書け。さらに、図 IV.2.1 の n チャネル MOS トランジスタ, p チャネル MOS トランジスタを用いてこの回路を構成し、回路図を描け。MOS トランジスタの数をできる限り少なくすること。



nチャネルMOS トランジスタ pチャネルMOS トランジスタ

図IV.2.1 MOSトランジスタの記号

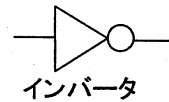


図IV.2.2 排他的論理和回路

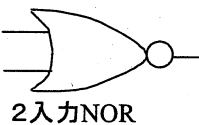
2) 図 IV.2.2 の排他的論理和回路の入力を IN_1 , IN_2 , 出力を $OUTPUT$ とする。

a) 図 IV.2.2 の回路の真理値表を書け。

b) この排他的論理和回路を図 IV.2.3 に示すインバータと 2 入力 NOR 回路のみを用いて構成せよ。使用する素子の数をできる限り少なくすること。

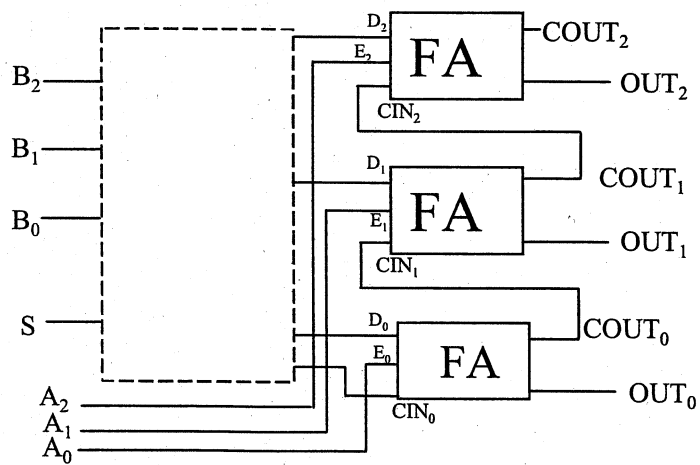


インバータ



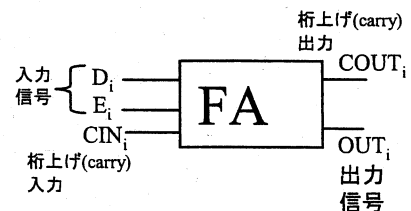
2入力NOR

図IV.2.3 使用する回路素子

c) 前問 2)b)で IN_1 端子を 0 に固定した場合、 IN_2 端子の信号が出力まで伝搬する遅延時間を求めよ。さらに、 IN_1 端子を 1 に固定した場合、 IN_2 端子の信号が出力まで伝搬する遅延時間を求めよ。ただし、すべての素子の遅延時間を 3 ns とする。3) 排他的論理和回路と全加算器を利用して演算器を作ること考える。入力信号は各 3 ビットの A (A_2 , A_1 , A_0 , ただし A_2 が最上位ビット) および B (B_2 , B_1 , B_0 , ただし B_2 が最上位ビット), 3 ビット出力信号を OUT (OUT_2 , OUT_1 , OUT_0 , ただし OUT_2 が最上位ビット) とする。

図IV.2.4 演算器の回路図

a) 3 ビットの信号の負数表現を考

える。X を正の整数($0 < X < 4$)とすると、 $-X$ はどのように表されるかを補数の考え方に基づいて示せ。また、B が -3 の時、 B_2 , B_1 , B_0 を 1 または 0 で表せ。b) 図 IV.2.4 は、信号 S が 1 なら $A - B$, S が 0 なら $A + B$ を演算して OUT に出力する回路である。ただし、FA は図 IV.2.5 に示す 1 ビットの全加算器である。排他的論理和回路のみを用いて、図 IV.2.4 の破線内の回路図を描け。

図IV.2.5 全加算器(iは該当するビットを表す)