

令和2年度 名古屋大学大学院工学研究科 博士前期課程
電気工学専攻 / 電子工学専攻 / 情報・通信工学専攻

入学試験問題

基 礎

(令和元年8月27日(火) 13:30～16:30)

注 意

1. 5問中3問を選んで答えよ。
2. 解答は問題ごとに別の答案用紙に書き、それぞれ問題番号、受験番号を上端に記入せよ。氏名は記入してはならない。なお、草稿用紙が1枚ある。解答が用紙の裏面にまわる場合は、答案用紙下部にその旨明示すること。又、上部横線に相当する位置以下に書くこと。
3. 問題用紙、答案用紙、草稿用紙はすべて持ち出してはならない。
4. 計算機類は使用してはならない。
5. 携帯電話は時計としても使用してはならない。電源を切ること。

- (1) $\alpha > 0$ を正の定数とする. x に関する以下の関数を考える. ただし, $\arctan(x)$ は $\tan(x)$ の逆関数を表し $-\frac{\pi}{2}$ から $\frac{\pi}{2}$ の値をとるものとする.

$$f_{\alpha}(x) = \arctan(x) - \arctan(\alpha x)$$

- 1) おおのこの α について $f_{\alpha}(x)$ が最大となる x をすべて求めよ.
- 2) $\alpha = 3 - 2\sqrt{2}$ のとき, $f_{\alpha}(x)$ の最大値を単位をラジアンとして求めよ.

(ヒント: $\tan x$ の加法定理を用いる)

- (2) 定積分

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x}{1+x^2} dx$$

が収束するか, もしくは発散することを示し, 収束する場合は積分値を求めよ.

(ヒント: 変数変換 $x = 1/t$ を用いる)

- (3) 次の積分を計算せよ.

$$\iint_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy$$

ただし, $D = \{(x, y) \mid \frac{1}{2} \leq x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ とする.

- (4)

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 \arctan\left(\frac{2y}{x}\right) & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

で定まる関数 $f(x, y)$ の, x, y についての偏導関数をそれぞれ $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$

と表し, 2 次偏導関数を $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y), \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y), \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y), \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y)$ と表す.

以下の問いに答えよ.

- 1) $x \neq 0$ のとき, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ を求めよ.

- 2) $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0), \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ を求めよ.

- 3) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0), \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$ を求めよ.

3次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ のとき、以下の問いに答えよ。

(1) 正方行列 A の階数 $\text{rank } A$ を求めよ。

(2) 正方行列 A の固有値、固有ベクトルを求めよ。

(3) $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ のとき $PJ = AP$ を満たす3次の正方行列 J を求めよ。

(4) A^n を求めよ。ただし、 $n \geq 3$ とする。

(ヒント) 前問で求めた J を $J = \lambda E + R$ とするとよい。ただし、 λ は実数、 E は単位行列、 R は等式を満たす行列とする。

(5) $\exp B = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B^n}{n!}$ と定義し、正方行列 $B = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ のとき、 $\exp B = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2} \end{pmatrix}$ となることを導出せよ。ここで、 $B^0 = E$ (単位行列) である。

(ヒント) 必要に応じて $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ を用いて良い。ただし、 x は実数とする。

(6) $\exp A = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^n}{n!}$ と定義し、 $\exp A$ を求めよ。

(ヒント) 任意の正方行列 R に対し、 $\exp(E+R) = \exp E \cdot \exp R$ となることを用いて良い。ただし、 E は R と同じサイズの単位行列とする。

(ヒント) 必要に応じて $\exp A = P \cdot (\exp J) \cdot P^{-1}$ を用いて良い。ただし、 J は問(3)で求めた行列とする。

- (1) 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$x(1+xy)\frac{dy}{dx} = y(1-xy)$$

ヒント: $u = xy$ とする.

- (2) 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$2xy\frac{dy}{dx} = y^2 - x^2$$

- (3) 次の常微分方程式について以下の問いに答えよ.

$$(y+xy)dx + xdy = 0$$

- 1) 上式が完全微分形でないことを示せ.
- 2) x のみに依存した積分因子を求めて上式を完全微分形に帰着せよ.
- 3) 2)で求めた積分因子を用いて上式の一般解を $y = f(x)$ の形式で求めよ. ここで $f(x)$ は x の関数である.
- 4) 変数分離の形に置き換えて一般解を $y = f(x)$ の形式で求めよ. ここで $f(x)$ は x の関数である.

- (4) 次の非斉次方程式について以下の問いに答えよ.

なお, 基本解には任意定数 C は含まれない.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = e^{2x} + e^x$$

- 1) 特性方程式を用いて斉次方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ の基本解の一つである y_1 を $y_1 = e^{f(x)}$ の形式で求めよ. ここで $f(x)$ は x の関数である.
- 2) 1)の斉次方程式のもう一つの基本解 y_2 を $y_2 = u(x)y_1$ として求めよ. ここで $u(x)$ は x の関数である. 計算の過程を示す事.
- 3) 上式の一般解を求めよ.

- (1) 電気抵抗率 ρ , 接地されていない無限に広く厚い平らな導体表面に, 導電性プローブを点接触させ電流を流す場合を考える. 以下の問いに答えよ.

- 1) 図1は, 単独のプローブから, この導体に電流 I を流すときの断面図である. プローブの接触点から導体内の距離 r の位置Pにおける電流密度 J_P を求めよ.

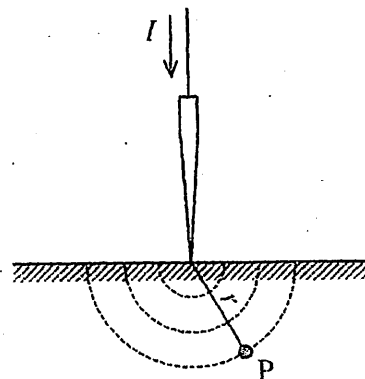


図1

ここで, 電流 I は接触点から等方に流れ, 同心半球殻面(図1の破線面)の等電位面を作るものとする.

- 2) 同じく位置Pにおける電位 V_P を求めよ. ただし基準電位は無限遠に存在するものとする.

- 3) 図2のように, 4本のプローブA~Dを等間隔 s にて, この導体に接触させ, 電流源からプローブA-D間に電流 I を流し, 電圧計でプローブB-C間の電圧 V を測定する場合を考える. 導体の電気抵抗率 ρ を表す式を, 電流 I , 電圧 V , プローブ間隔 s を用いて導出せよ.

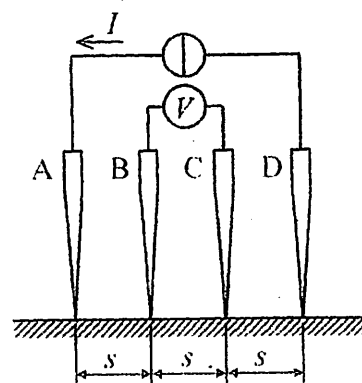


図2

- (2) 図3のように, この導体をプローブDの右側, 距離 s の位置で, プローブの接触面およびプローブ列と直交するように切断した場合を考える. この場合の導体の電気抵抗率 ρ を表す式を, 電流 I , 電圧 V , プローブ間隔 s を用いて導出せよ.

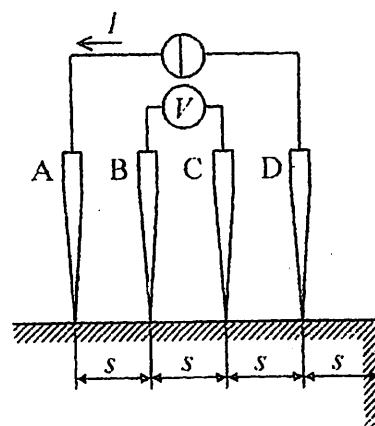


図3

図 1 に示すように真空中に設置された半径 a の円形コイル C_a に定常電流 I が流れている。コイル C_a の中心 O を原点、中心軸を z 軸とする円柱座標をとる。 z 軸上でコイル C_a から距離 h の点 P の位置に、コイル C_a と中心軸を一致させコイル面を平行にして半径 b の小円形コイル C_b を置いた。以下の問いに答えよ。真空の透磁率は μ_0 とする。

なお解答においては、円柱座標系 (r, θ, z) における以下の公式を用いて良い。

$$(\nabla \times \mathbf{A})_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}, \quad (\nabla \times \mathbf{A})_\theta = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}, \quad (\nabla \times \mathbf{A})_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta}$$

- (1) コイル C_a の電流が点 P につくる磁界の大きさを求めよ。
- (2) コイル C_a の電流素片 $I ds$ が、コイル C_b 上の点 $K(b, \theta, h)$ (ここで θ は点 K の方位角) につくる磁界のベクトルポテンシャルの方位角方向成分を、 ds の方位角 φ と点 K の座標 (b, θ, h) を用いて表せ。ただし、 ds と点 K の距離を L としたとき $L^2 = h^2 + a^2 + b^2 - 2ab \cos(\theta - \varphi)$ である。
- (3) コイル C_a の電流素片 $I ds$ が、コイル C_b 上の点 $K(b, \theta, h)$ につくる磁界の半径方向成分を求めよ。

小円形コイル C_b にもコイル C_a と同じ大きさの定常電流 I を同じ向きに流した。コイル C_b に働く力を仮想変位によるエネルギー変化から求めたい。ただし、小円形コイル C_b の半径 b は十分に小さく、コイル内の磁界は一様であるとみなす。以下の問いに答えよ。

- (4) コイル C_a とコイル C_b との相互インダクタンス M を求めよ。

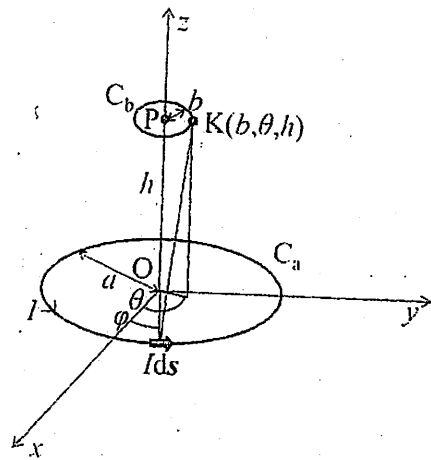


図 1

- (5) コイル C_b を z 軸方向に時間 δt で微小変位させて相互インダクタンスが δM 変化したとき、誘導起電力 e_b によりコイル C_b の回路系のエネルギーが変化した。このエネルギーの変化量が $\delta U_b = \int_0^{\delta t} e_b I dt$ であることを考慮し、 δU_b を δM と I を用いて表せ。

(6) コイル C_b を仮想的に z 軸方向に微小変位させたときのコイル C_a , C_b の回路系のエネルギーと磁気エネルギーの和である全体のエネルギーの変化から、コイル C_b に z 軸方向に働く力の大きさと向きを求めよ。

令和2年度 名古屋大学大学院工学研究科 博士前期課程
電気工学専攻 / 電子工学専攻 / 情報・通信工学専攻

入学試験問題

専 門

(令和元年8月28日(水) 9:00～12:00)

注 意

1. 6問中3問を選んで答えよ。ただし、以下のグループからの選択数は2問以下とする。
(問題2(電気回路論)、問題3(電子回路)、問題5(論理回路))
2. 解答は問題ごとに別の答案用紙に書き、それぞれ問題番号、受験番号を上端に記入せよ。氏名は記入してはならない。なお、草稿用紙が1枚ある。解答が用紙の裏面にまわる場合は、答案用紙下部にその旨明示すること。又、上部横線に相当する位置以下に書くこと。
3. 問題用紙、答案用紙、草稿用紙はすべて持ち出してはならない。
4. 計算機類は使用してはならない。
5. 携帯電話は時計としても使用してはならない。電源を切ること。

以下の問いに答えよ。

- (1) 図 1(a)の Y 形対称三相交流電圧源と(b)の Δ 形対称三相交流電圧源が等価であるとき、Y 形の電源電圧 E_a, E_b, E_c を Δ 形の電源電圧 E_{ab} を用いて表せ。ただし、相順は a-b-c であるとする。

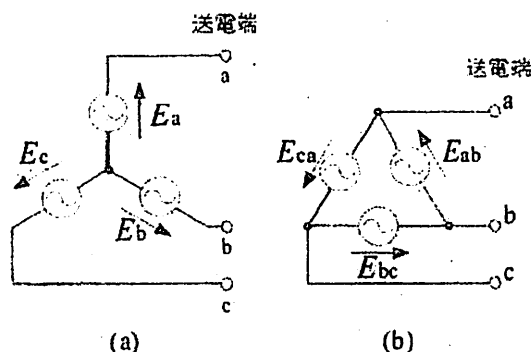


図 1

図 1(b)の Δ 形対称三相交流電圧源を、図 2 に示すように平衡伝送線を介して三相平衡インピーダンス負荷 $Z = R + jX$ に接続する。ここで、図 1(b)の送電端 a, b, c を、図 2 の端子 a, b, c にそれぞれ接続するものとする。ただし、簡単のために、電源から負荷までの伝送線のインピーダンスは無視できるものとする。 $R = |Z|/2$, $X = \sqrt{3}|Z|/2$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (2) 線電流 I_a, I_b, I_c を、 E_{ab} および $|Z|$ を用いて表せ。
- (3) $E_{ab} = E_0 \sin \omega t$ とする。
- 1) a 相の負荷が消費する瞬時電力 P_a を求め、図示せよ。ただし、各軸の 0 を示すこと。
 - 2) a 相、b 相、c 相の負荷で消費する合計の瞬時電力 P_a を求め、図示せよ。ただし、各軸の 0 を示すこと。

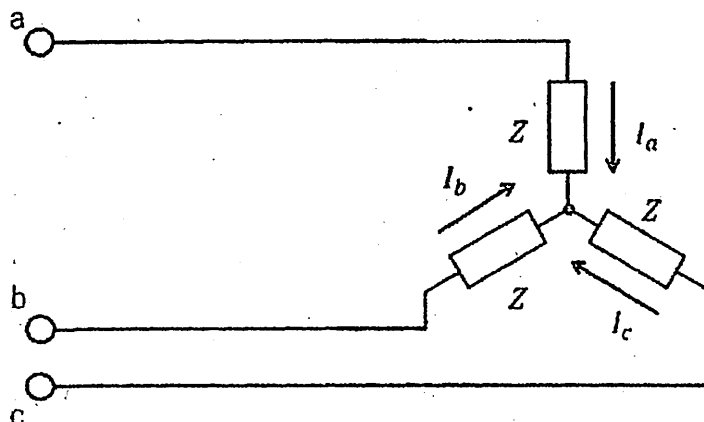


図 2

以下の問に答えよ。

- (1) 図 1 に示すように、交流電圧源 $e_{ac}(t) = E_0(\sin \omega t - \cos \omega t)$ が RC 回路に接続されている。定常状態におけるキャパシタンス C の電圧降下 $v_C(t)$ を求めよ。ただし、 $R_1 = R_2 = 2R$ 、 $R_3 = R$ 、 $\omega CR = 1/2$ とし、また解答はできるだけ簡略化せよ。

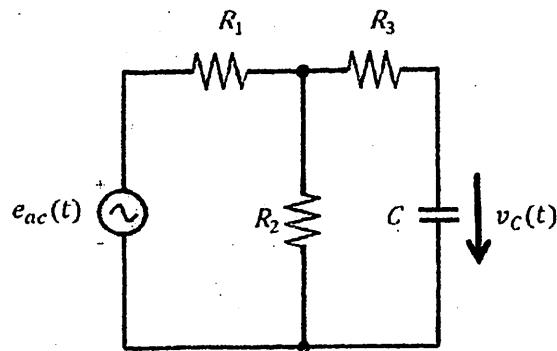


図 1

- (2) 図 2 に示すように、電圧源 $e_s(t)$ が RL 回路に接続されている。 $t < 0$ において、回路は静止状態にある。 $e_s(t)$ の波形が図 3 のように表されるとき、問いに答えよ。ただし、 $R_4 = 3R$ 、 $R_5 = 2R$ 、 $R_6 = R$ とする。

- 1) 電圧源 $e_s(t)$ を、ステップ関数 $u(t)$ を用いて表せ。また、 $e_s(t)$ のラプラス変換 $E_s(s)$ を求めよ。
- 2) $t \geq 0$ におけるインダクタンス L の電圧降下 $v_L(t)$ を求めよ。
- 3) $\tau \gg L/R$ のとき、 $v_L(t)$ の時間変化を図示せよ。

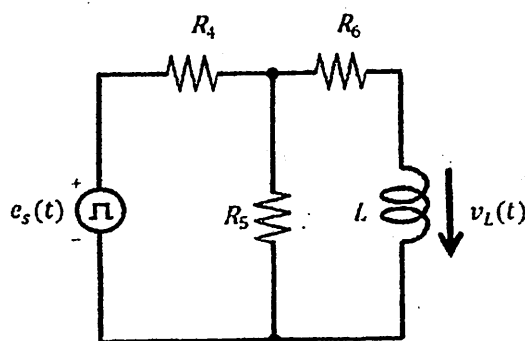


図 2

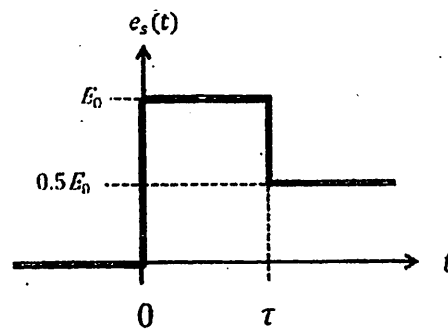


図 3

理想的な演算増幅器（入力抵抗 $=\infty$ ，出力抵抗 $=0$ ，電圧増幅度 $=\infty$ と仮定する）の回路について、以下の問いに答えよ。

- (1) 図 1(a)に示す回路について、出力 V_o と、入力 V_1 、 V_2 および V_3 との関係式を導出せよ。
- (2) 図 1(b)に示す回路に対して、角周波数 ω の正弦波を入力した時の電圧利得 $G (= \text{出力振幅} / \text{入力振幅})$ を求めよ。また G の角周波数 ω に対する依存性を両対数グラフで図示し、この回路の機能について述べよ。また、この回路に矩形波（方形波）を入力した場合に、どのような出力波形が得られるか、入力した矩形波と出力波形の概略を併せて図示して説明せよ。
- (3) 最大出力電圧 $+V_M$ ，最小出力電圧 $-V_M$ の演算増幅器を用いた、図 1(c)に示す回路について考える。入力 V_i を $-V_M$ から $+V_M$ ，さらに $+V_M$ から $-V_M$ に変化させた時の、入力 V_i に対する出力 V_o の依存性を図示し、この回路の機能について述べよ。なお、出力電圧範囲が制限されている以外は、理想的な演算増幅器と考えて良い。
- (4) 入力抵抗 $=\infty$ ，出力抵抗 $=0$ であるが、電圧増幅度 A は有限である非理想的な演算増幅器を用いた回路を考える。図 1(d)に示す回路について、出力 V_o と入力 V_i との関係式を導出せよ。また R_f が、 A および R に対してどのような関係の時に、この演算増幅器を理想演算増幅器と見なして回路を設計することができるか述べよ。

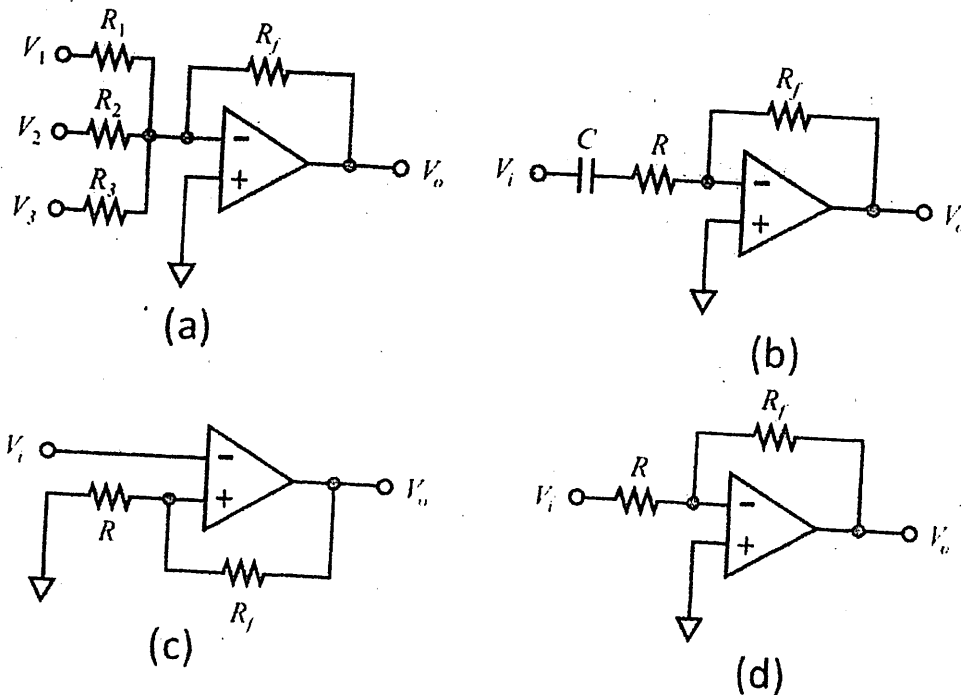


図 1

図 1 に示すようなエネルギーが V_0 で幅が L のポテンシャル障壁に、エネルギー E ($E < V_0$) 及び質量 m を持つ電子が領域 1 からポテンシャル障壁へ垂直入射した場合を考える。定常状態における領域 1, 2 及び 3 の波動関数をそれぞれ、 $\phi_1(x)$, $\phi_2(x)$ 及び $\phi_3(x)$ とする。ここで、プランク定数を \hbar , $\hbar = h/2\pi$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 領域 1, 2 及び 3 におけるシュレーディンガー方程式をそれぞれ示せ。
- (2) 波動関数 $\phi_1(x)$, $\phi_2(x)$ 及び $\phi_3(x)$ をそれぞれ示せ。ただし、領域 1 及び領域 3 において x の正方向に進行する波の振幅をそれぞれ A_1 及び A_3 , 領域 1 において x の負方向に進行する波の振幅を B_1 とする。領域 2 については必要に応じて任意の定数を用いて示せ。
- (3) 成立すべき境界条件を全て示せ。
- (4) 境界条件を考慮し、領域 1, 2 及び 3 の波動関数 $\phi_1(x)$, $\phi_2(x)$ 及び $\phi_3(x)$ の実部の概略図を示せ。ただし、図 1 と同様に横軸は x 軸とし、 $\phi_i(x) = 0$ ($i = 1, 2, 3$) の水平線を明示すること。
- (5) $\frac{\sqrt{2m(V_0-E)}}{\hbar} L \gg 1$ のとき、ポテンシャル障壁に対する電子の透過率 P を求めよ。

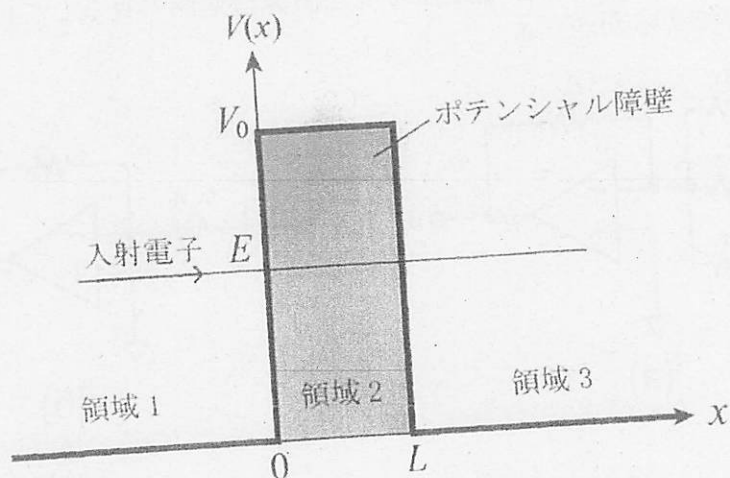


図 1

以下の問いに答えよ。ただし、論理ゲートを用いて回路を構成する問題では、用いる論理ゲート数はできるだけ少なくすること。なお、本問題の2進数は、値が非負の符号なし2進数である。

(1) 図2の全加算器を実現することを考える。以下の問いに答えよ。

- 1) 1桁の2進数 X , Y の和を S , 上の桁への桁上げを C_{out} とする回路（半加算器）を、論理ゲートを用いて構成せよ。論理ゲートとしては、AND, OR, NOT, XOR を使用してよい。
- 2) 図1に示すように、半加算器をブロックとして表記することとする。これを用いて、下の桁からの桁上げ C_{in} と、1桁の2進数 X , Y の入力から、入力 X , Y の和 S , 上の桁への桁上げ C_{out} を出力する全加算器を構成せよ。ただし、半加算器は複数用いてよい。また、必要に応じて論理ゲート（AND, OR, NOT）を使用してよい。

(2) 図3に示す、2の補数をとる回路を実現することを考える。以下の問いに答えよ。

- 1) 入力を2桁の2進数 Y_1Y_0 (Y_1 が上位桁)、出力を Y_1Y_0 の2の補数 $Y_1'Y_0'$ (Y_1' が上位桁) とする。その真理値表を示せ。
- 2) 1)の真理値表を実現する回路を、論理ゲート（AND, OR, NOT, XOR）を用いて構成せよ。

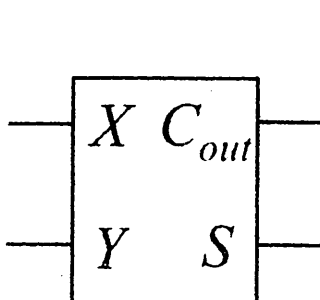


図1：半加算器

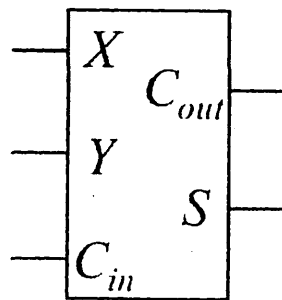


図2：全加算器

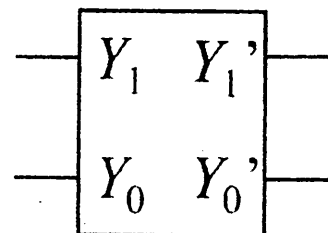


図3：2の補数回路

(3) 図4に示す、2桁の2進数 X_1X_0 (X_1 が上位桁) と Y_1Y_0 (Y_1 が上位桁) の大小比較を行う回路を実現することを考える。以下の問いに答えよ。

1) $X_1X_0 \geq Y_1Y_0$ のとき1を、それ以外るとき0を出力する出力 C_{mp} のカルノー図を示せ。ただし、カルノー図において、横方向に X_1X_0 、縦方向に Y_1Y_0 を取ること。

2) 1)における出力 C_{mp} の論理式を、最も簡単な積和形論理式で表せ。

(4) C_{mp} の値に基づいて、 X と Y の値を入れ替える回路 (図5) を実現することを考える。以下の問いに答えよ。

1) 1桁の2進数 X, Y について、 C_{mp} 、および X, Y を入力とし、 $C_{mp}=1$ のとき $(X', Y')=(X, Y)$ 、 $C_{mp}=0$ のとき $(X', Y')=(Y, X)$ としてそれぞれ X', Y' を出力する回路を、必要な論理ゲート (AND, OR, NOT) を用いて構成せよ。

(5) 図2～図5の回路を用い、2桁の2進数 X_1X_0 (X_1 が上位桁) と Y_1Y_0 (Y_1 が上位桁) との差 $|X_1X_0 - Y_1Y_0|$ を、 S_1S_0 (S_1 が上位桁) として出力する回路を構成せよ。ただし、図2～図5の回路はブロックとして表記してよい。また、必要に応じて論理ゲート (AND, OR, NOT) を使用してよい。

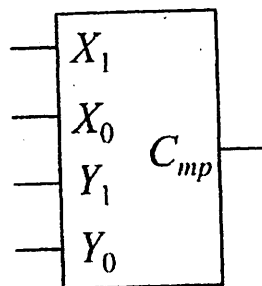


図4：大小比較器

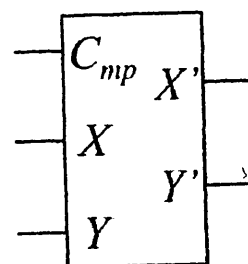


図5：条件付値交換回路

天気の事象系 X を、雨が降っていない事象 x_1 , 雨が降っている事象 x_2 の 2 種類を使い $X = \{x_1, x_2\}$ と表す. 2つの異なる地点における天気的事象系 $A = \{a_1, a_2\}$ および $B = \{b_1, b_2\}$ において、各結合事象の生起確率が次のように与えられているとする.

$$P(a_1, b_1) = 0.3, \quad P(a_1, b_2) = 0.5, \quad P(a_2, b_2) = 0.1$$

以下の問いに答えよ. なお計算においては $\log_2 3 = 1.58$, $\log_2 5 = 2.32$ を用いよ.

- (1) 生起確率 $P(b_1)$ を求めよ.
- (2) エントロピー $H(A)$ を求めよ.
- (3) 条件付きエントロピー $H(A|B)$ を求めよ.
- (4) 相互情報量 $I(A; B)$ を求めよ.
- (5) 事象 a_1 を3つの事象, 快晴 a_{11} 晴れ a_{12} 曇り a_{13} に分割し, 新たな事象系 $A' = \{a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_2\}$ として表すこととした. a_{11}, a_{12}, a_{13} の生起確率をそれぞれ

$$P(a_{11}) = pP(a_1), \quad P(a_{12}) = qP(a_1), \quad P(a_{13}) = rP(a_1)$$

(ただし, $0 \leq p \leq 1$ かつ $0 \leq q \leq 1$ かつ $0 \leq r \leq 1$ かつ $p + q + r = 1$) としたとき, エントロピー $H(A')$ は $H(A)$ に比べてどれだけ増加または減少するか示せ.

- (6) (5)のエントロピー $H(A')$ は, 3つの生起確率 $pP(a_1)$, $qP(a_1)$, $rP(a_1)$ がすべて等しい場合に最大値をとることを示せ.

令和4年度 名古屋大学大学院工学研究科 博士前期課程
電気工学専攻 / 電子工学専攻 / 情報・通信工学専攻

入学試験問題

基 礎

(令和3年8月24日(火) 13:30～16:30)

注 意

1. 5問中3問を選んで答えよ。
2. 解答は問題ごとに別の答案用紙に書き、それぞれ問題番号、受験番号を上端に記入せよ。氏名は記入してはならない。なお、草稿用紙が1枚ある。解答が用紙の裏面にまわる場合は、答案用紙下部にその旨明示すること。又、上部横線に相当する位置以下に書くこと。
3. 問題用紙、答案用紙、草稿用紙はすべて持ち出してはならない。
4. 計算機類は使用してはならない。
5. 携帯電話は時計としても使用してはならない。電源を切ること。

(1) 不定積分 $\int \sin^4 x \cos^3 x dx$ を求めよ.

(2) 以下の問いに答えよ.

1) 不定積分 $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx$ を求めよ.

ヒント) 変数変換を用いて求めることが出来る.

2) $a \neq 0$, n を自然数, C を定数とするとき, 次の式が成り立つことを示せ.

$$\int \frac{1}{(x^2+a^2)^{n+1}} dx = \frac{x}{2na^2(x^2+a^2)^n} + \frac{2n-1}{2na^2} \int \frac{1}{(x^2+a^2)^n} dx + C$$

3) 不定積分 $\int \frac{1}{(x^2+4)^3} dx$ を求めよ.

(3) 二変数関数 $f(x, y) = (x - y) \sin x$ について, 以下の問いに答えよ.

1) 以下の積分を求めよ.

$$\int_0^x f(x, y) dy \quad (\text{ただし } x \geq 0)$$

2) xy 平面において, 三本の直線 $x = \pi$, $y = 0$, $y = x$ に囲まれた領域を D とする. 領域 D における以下の重積分を求めよ.

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

$A_n = [a_{ij}]$ を $a_{ij} = \begin{cases} i & (i = j) \\ 1 & (i \neq j) \end{cases}$ である n 次正方行列とする。ただし、 $i, j = 1, 2, \dots, n$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) A_2 のすべての固有値、固有ベクトルを求めよ。
- (2) A_2 を対角化せよ。
- (3) $(A_2)^5 = p(A_2)^2 + qA_2 + 3E$ を満たす p, q の値を求めよ。ただし、 E は 2 次の単位行列である。
(ヒント) ケーリー・ハミルトンの定理を用いると良い。
- (4) A_n の行ベクトルの一次独立な最大個数を求めよ。
- (5) A_n の行列式の値を求めよ。
- (6) A_n は実対称行列の例である。実対称行列 A において、異なる固有値に対応する固有ベクトルは直交することを示せ。

(ヒント 1) 実数を要素とする 2 つの列ベクトル x_i, x_j に対し、 $x_j x_i = 0$ のとき x_i, x_j は直交する。ただし x_j は x_j の転置を示す。

(ヒント 2) 2 つの異なる固有値とそれに対応する固有ベクトルをそれぞれ λ_i, x_i および λ_j, x_j とおき、 $x_j A x_i$ を異なる 2 つの形に変形させる。

(1) 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} - \sin^2 y = 0$$

(2) 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$(2x^2y + y^3)dx + (xy^2 - 2x^3)dy = 0$$

(3) 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{-2x} \sin x$$

(4) 次の常微分方程式の解を $y = a_0 + a_1x + \cdots + a_kx^k + \cdots$ と仮定してその解を求めよ.

ただし, $x = 0$ のとき, $y = 0$ かつ $\frac{dy}{dx} = 0$, および k は 0 以上の整数とする.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = xy + x$$

電極面積 S で厚さを無視できる 2 枚の長方形導体板を間隔 d で平行に置いたコンデンサについて、以下の問いに答えよ。なお、極板間は真空中で、真空の誘電率を ϵ_0 とする。また、電極面積は十分広く、コンデンサ端部の電界の影響は無視できるとし、重力の影響はないものとする。

図 1 のように、コンデンサの電極に $\pm Q$ の電荷を与える。

- (1) コンデンサの電極間電界の大きさ E を求めよ。また、コンデンサの静電容量 C を求めよ。
- (2) コンデンサに蓄えられている静電エネルギー U_1 を求めよ。また、電極に働く z 軸方向の力 f_1 の大きさと向きを求めよ。

次に、図 1 のコンデンサの電極と x - y 断面の形状が同じ面積 S 、厚さ $d/3$ 、誘電率 $4\epsilon_0$ の帯電していない誘電体板を用意した。その誘電体板を、図 2 のように、電極に平行に端から x_0 だけ挿入する。誘電体板の上端と上部電極との距離は $d/3$ とする。また、誘電体端部の電界の影響を無視する。

- (3) 誘電体がコンデンサの電極間に完全に引き込まれた場合 ($x_0 = a$)、コンデンサの静電容量 C_2 を求めよ。
- (4) 問(3)と同様、 $x_0 = a$ の場合のコンデンサの電極間の電界分布、電束密度分布、電位分布を下部電極からの距離 z ($0 \leq z \leq d$) の関数として図示せよ。なお、 $z = 0$ での電位を 0 V とする。
- (5) 誘電体がコンデンサの電極間に完全に引き込まれていない場合 ($0 < x_0 < a$)、コンデンサに蓄えられている静電エネルギー U_2 を求めよ。また、誘電体板に働く x 軸方向の力 f_2 を求めよ。
- (6) いま誘電体を x 軸方向に電極の中心まで挿入した場合 ($x_0 = a/2$) を考える。誘電体が挿入されている部分 ($0 < x < a/2$) と挿入されていない部分 ($a/2 < x < a$) の電位分布を下部電極からの距離 z ($0 \leq z \leq d$) の関数として図示せよ。なお、 $z = 0$ での電位を 0 V とする。

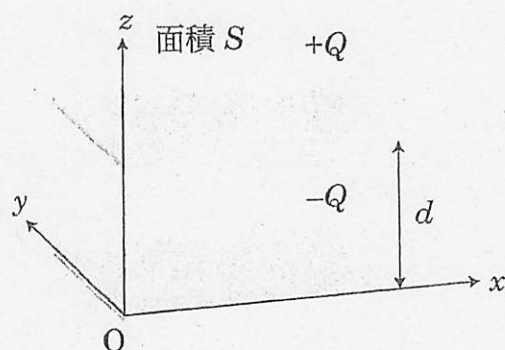


図 1

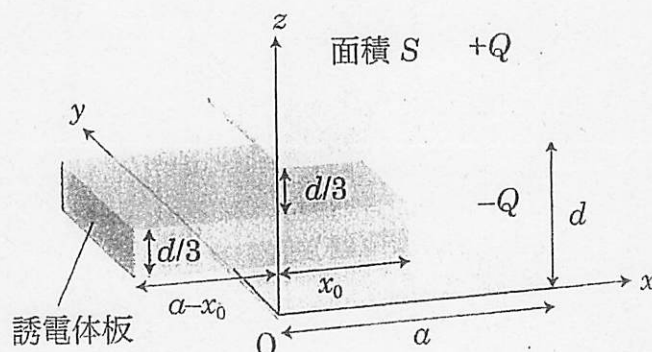


図 2

- (1) 真空中に置かれた、十分に細い導線からなる回路に関する以下の問いに答えよ。
 なお、以下のビオ・サバルの法則を用いてもよい。ビオ・サバルの法則：図1のように、点Qにある長さ Δs の小部分に流れる電流 I が点Pに作る磁場 ΔH は、点P、点Qの位置ベクトルをそれぞれ r, r' 、点Qにおける電流の向きと平行な単位ベクトルを $t(r')$ としたとき、
$$\Delta H = \frac{I}{4\pi} \frac{t(r') \times (r - r')}{|r - r'|^3} \Delta s$$
で与えられる。

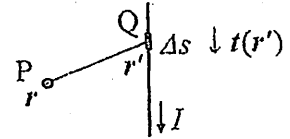


図1

- 1) 図2に示したように、半径 a の円形の回路に電流 I が流れているとき、円の中心Oに生じる磁場の大きさを求めよ。
- 2) 半径 a の円に内接する正 n 角形の回路に、電流 I が流れている。正 n 角形の中心を点Oとする。図3に、その一部を示した。回路のうち、正 n 角形を構成する辺の一つである線分ABを流れる電流が、点Oに作る磁場の大きさを求めよ。ただし、 n は $n \geq 3$ の整数である。
- 3) 問2)において、正 n 角形の回路に流れる電流が点Oに作る磁場の大きさを求めよ。
- 4) 問3)において、 $n \rightarrow \infty$ のときの点Oにおける磁場の大きさが、問1)の円形の回路の場合と一致することを示せ。

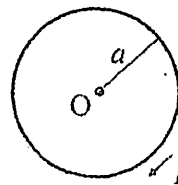


図2

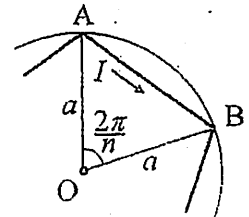


図3

- (2) 磁束密度 B の一様な磁場中に、十分に細い導線からなり、辺ABおよび辺CDの長さが a 、辺BCおよび辺DAの長さが b の長方形ABCDの回路が置かれている。ABの中点をE、CDの中点をFとする。時刻 $t=0$ において、長方形ABCDの面は磁場の向きと垂直に置かれている。その後、時刻 $t=0$ から、図4に示したように、回路を直線EFの周りに一定の角速度 ω で回転させた。導線中の電子の電荷を $-e$ ($e > 0$) とする。以下の問いに答えよ。ただし、 $0 < \omega t < \pi/2$ の範囲を考えることとする。

- 1) 回路を貫く磁束の時間変化から、時刻 t において回路に生じる誘導起電力の大きさを求めよ。また、誘導起電力の方向は、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ と $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ のどちらであるか答えよ。
- 2) 時刻 t において、回路の回転運動により辺BC上の電子に働くローレンツ力の大きさと方向を求めよ。
- 3) 問2)の結果を用いて、時刻 t において回路に生じる誘導起電力の大きさと方向を求め、問1)の結果と一致することを示せ。

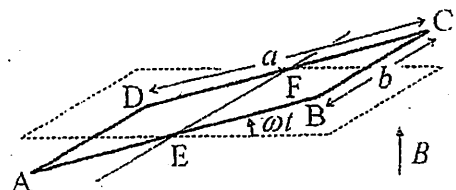


図4

令和4年度 名古屋大学大学院工学研究科 博士前期課程
電気工学専攻 / 電子工学専攻 / 情報・通信工学専攻

入学試験問題

専 門

(令和3年8月25日(水) 9:00～12:00)

注 意

1. 6問中3問を選んで答えよ。ただし、以下のグループからの選択数は2問以下とする。
(問題2(電気回路論)、問題3(電子回路)、問題5(論理回路))
2. 解答は問題ごとに別の答案用紙に書き、それぞれ問題番号、受験番号を上端に記入せよ。氏名は記入してはならない。なお、草稿用紙が1枚ある。解答が用紙の裏面にまわる場合は、答案用紙下部にその旨明示すること。又、上部横線に相当する位置以下に書くこと。
3. 問題用紙、答案用紙、草稿用紙はすべて持ち出してはならない。
4. 計算機類は使用してはならない。
5. 携帯電話は時計としても使用してはならない。電源を切ること。

1

図1は、対称三相交流送電系統を一相分の等価回路で表現している。送電線路はリアクタンス X のみとし、送電端および受電端の電圧をそれぞれ、 $V_s = V_s e^{j\theta}$ および $V_r = V_r e^{j0}$ とする。ただし、 $V_s = V_r$ とし、 θ の範囲は $0 < \theta < \pi/2$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 送電端から受電端に向かう線路電流 I を求めよ。
- (2) 受電端における有効電力および無効電力を求めよ。ただし、遅れ無効電力を正とすること。
- (3) 送電端の複素電力 $P_s + jQ_s$ が、複素平面上で円を描くことを示し、その円（送電円）を、縦軸を Q_s 、横軸を P_s にして描き、 θ が30度のときの動作点を記せ。
- (4) 送電線路のインピーダンスが X から $X' = X/2$ へと変化した。送電電力が(3)と同じで $V_s = V_r$ とすると、 θ は変化した。インピーダンスが X と X' における2つの送電円と動作点を(3)と同様に描き、 θ の変化を説明せよ。
- (5) (4)の変化後の送電線路上の無効電力損失を求めよ。
- (6) 作用インダクタンス 1.00 mH/km をもつ 15.9 km 送電線で 1000 MW を送電する場合について、単位法を用いて無効電力損失[p.u.]を有効数字2桁で答えよ。送電線は、周波数 50.0 Hz 、回線数1であり、ベース電力 1600 MVA 、ベース電圧 100 kV とし、 $V_s = 1.00 \text{ p.u.}$ 、 $V_r = 1.00 \text{ p.u.}$ を維持し、送電線路の線路抵抗、静電容量は無視できるものとする。また、 $15.9 \approx 50/\pi$ としてよい。必要に応じて、 $\sqrt{2} = 1.41$ 、 $\sqrt{3} = 1.73$ 、 $\sqrt{5} = 2.24$ を用いてもよい。

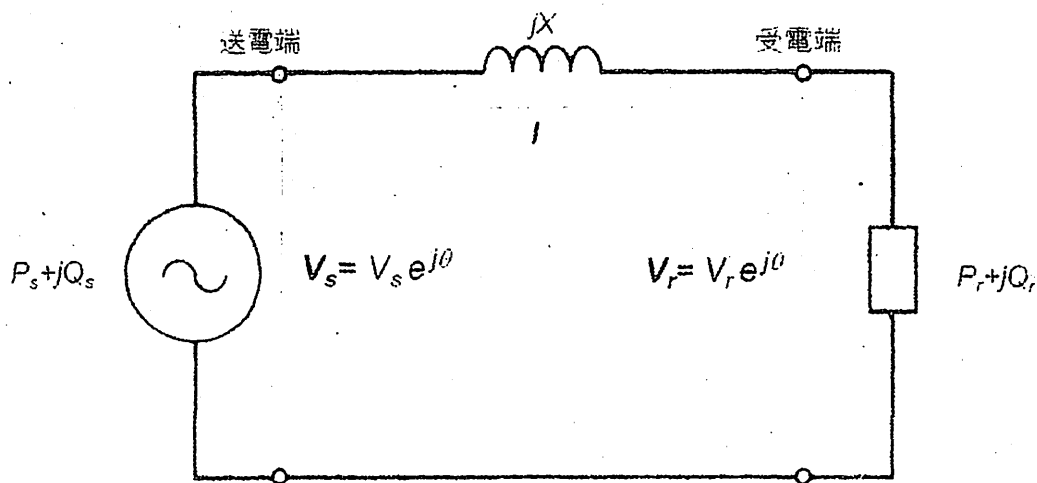


図1

図1に示すように抵抗素子（抵抗値 R ）、インダクタンス素子（インダクタンス L_1, L_2 ）からなる回路が直流電圧源（起電力 E ）に接続されている。ただし $L_1 > L_2$ とする。時刻 $t < 0$ においてスイッチ S は開いているものとする。以下の問いに答えよ。

(1) 時刻 $t = 0$ でスイッチ S を閉じた時の過渡現象を考える。

- 1) $t = 0$ において L_1, L_2 に流れる電流 $i_1(0), i_2(0)$ を求めよ。
- 2) 十分時間が経過した後の L_1, L_2 に流れる電流 $i_1(\infty), i_2(\infty)$ を求めよ。
- 3) 時刻 $t > 0$ における回路方程式を、 L_1, L_2 に流れる電流 $i_1(t), i_2(t)$ を用いてそれぞれ書け。
- 4) 時刻 $t > 0$ における回路方程式を解いて電流 $i_1(t), i_2(t)$ を求めよ。
- 5) L_1, L_2 に流れる電流 $i_1(t), i_2(t)$ を同じグラフ上に図示せよ。

(2) スイッチ S を閉じてから十分時間が経過した後、今度はスイッチ S を開く。その際の過渡現象を考える。ただし、 S を開いた時刻を $t = t_1$ とし、 $t_1 \gg 0$ とする。必要ならば、スイッチ S を開く前後で系の鎖交磁束の総和は一定（鎖交磁束不変の理）を用いてもよい。

- 1) S を開いた直後、 L_1, L_2 に流れる電流 $i_1(t), i_2(t)$ の符号を答えよ。
ただし $t = t_1$ より前に流れていた電流の方向をそれぞれ正とせよ。
- 2) スイッチ S を開いた直後の回路を流れる電流を求めよ。
- 3) スイッチ S を開いた後の時刻 $t > t_1$ における回路方程式を書け。
- 4) 時刻 $t > t_1$ における回路方程式を解いて電流 $i(t)$ を求めよ。
- 5) L_1, L_2 に流れる電流 $i_1(t), i_2(t)$ を図示せよ。
ただし $t < t_1, t = t_1, t > t_1$ の関係がわかるように図示せよ。
また $t < t_1$ に流れていた電流の方向をそれぞれ正とせよ。

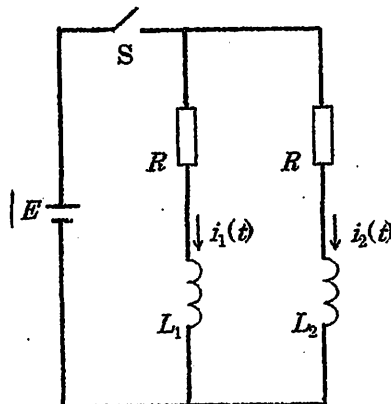


図1

図 1 に示す npn トランジスタを用いた増幅回路について以下の問いに答えよ。
 なお、図中の V_{BE} , I_C など大文字は直流成分, v_i , i_c などの小文字は交流信号成分を表す。また、小信号入力に対するトランジスタのエミッタ接地 h パラメータは、 $h_{ie} = 4 \text{ k}\Omega$, $h_{re} = 150 \times 10^{-6}$, $h_{fe} = 200$, $h_{oe} = 10 \mu\text{S}$ であり、信号周波数に対して、コンデンサ C_1 , C_2 はインピーダンスが十分小さく無視できるものとする。

- (1) 図 1 の回路において、 $v_i = 0$ のとき、エミッタに接続されている抵抗 R_E に流れる電流値を求めよ。なお、ベース・エミッタ間での電圧降下 $V_{BE} = 0.7 \text{ V}$ とし、 R_1 を流れる電流は全て R_2 を流れると近似せよ。
- (2) 図 2 は図 1 の小信号等価回路であり、端子 c , d より右側のインピーダンスを R_L とした回路である。 v_i を R_L , h_{ie} , h_{re} , h_{oe} , h_{fe} , I_B を用いて表せ。
- (3) 図 2 において、 $R_L = 0$ および $R_L = \infty$ のとき、入力抵抗 R_i の値を求めよ。
- (4) 図 3 は図 1 の小信号等価回路であり、端子 a , b より左側のインピーダンスを r_g とした回路である。 v_o を r_g , h_{ie} , h_{re} , h_{oe} , h_{fe} , I_C を用いて表せ。
- (5) 図 3 において、 $r_g = 0$ および $r_g = \infty$ のとき、出力抵抗 R_o の値を求めよ。
- (6) 図 4 は図 1 の小信号等価回路であり、入力の 1 次側に内部抵抗 $2 \text{ k}\Omega$ の電源、出力の 2 次側に 20Ω の負荷抵抗を接続した回路である。入力側、出力側のトランスの巻き数比をそれぞれ $n_1:n_2$, $n'_1:n'_2$ とする。入力側、出力側でそれぞれ回路を整合させたとき $n_1:n_2$ および $n'_1:n'_2$ を求めよ。

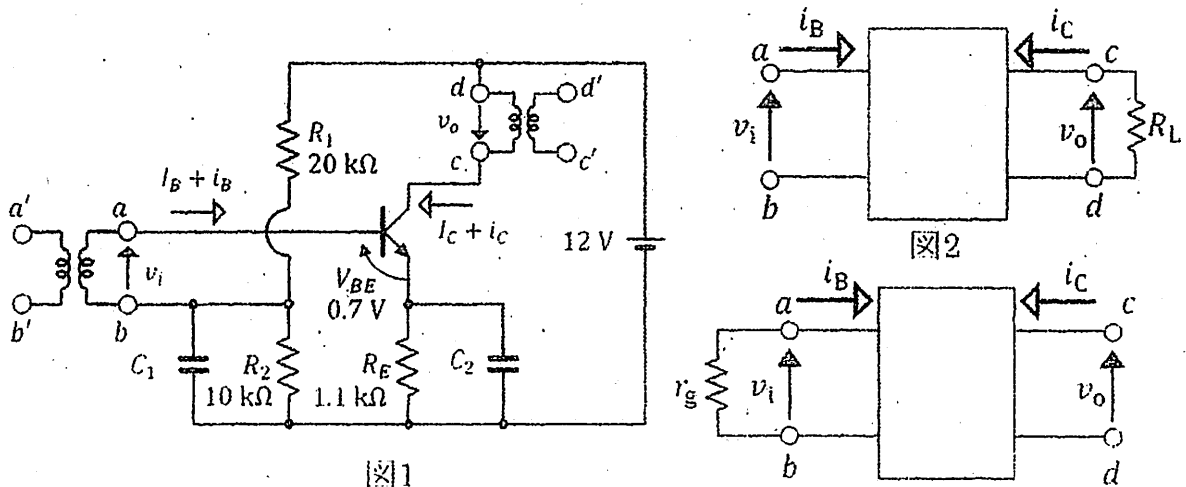


図1

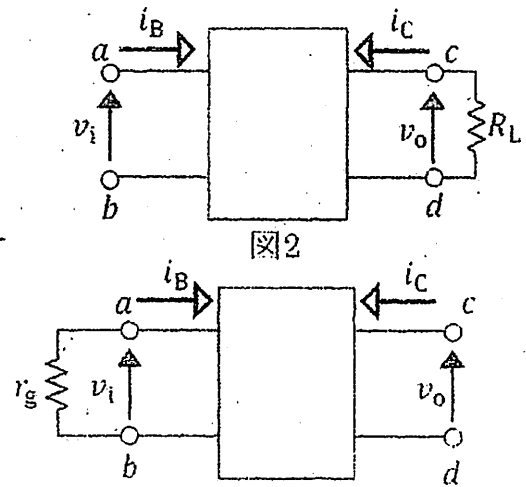


図2

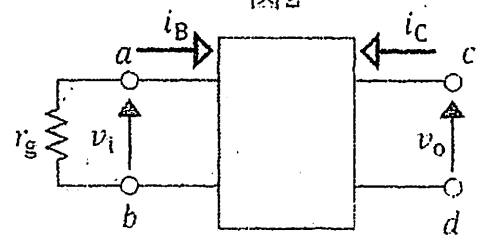


図3

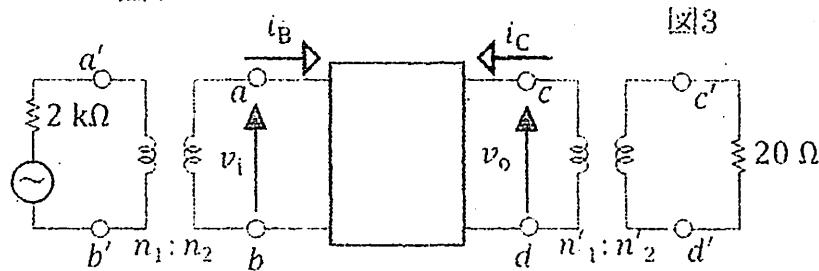


図4

図1に示すようなパルスポテンシャル

$$V(x) = W_0 \delta(x) \begin{cases} 0 & (x < 0) : \text{領域 I} \\ \infty & (x = 0) \\ 0 & (x > 0) : \text{領域 II} \end{cases}$$

(ただし, W_0 は正の定数とする.)

に対して, エネルギー E , 質量 m , 波数 k の粒子が x 軸の負方向から入射した場合を

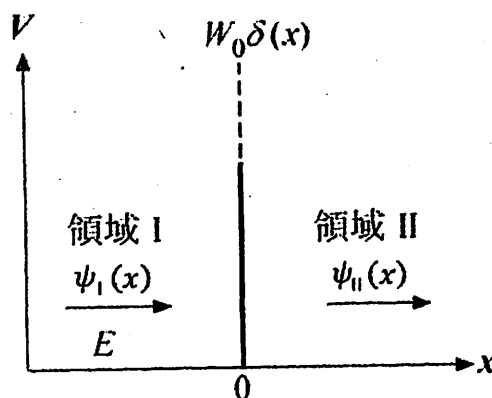


図1

考える. なお, $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$ である. 領域

I および II における粒子の時間を含まない波動関数をそれぞれ $\psi_I(x)$ および $\psi_{II}(x)$ とする. また, \hbar はプランク定数 h を 2π で割ったものである. 以下の問いに答えよ.

(1) 粒子の運動エネルギー E を \hbar , k , m を用いて表せ.

(2) $x = 0$ のときのシュレディンガー方程式を波動関数 $\psi(x)$ を用いて書け.

(3) $x = 0$ における境界 (接続) 条件は, 下記となる. $\boxed{(\text{ア})}$ を \hbar , k , m , W_0 から必

要なものを用いて表せ. なお, $\psi_I'(x) = \frac{d\psi_I(x)}{dx}$ であり, $\psi(0)$ は $x = 0$ における波動関数である.

$$\begin{cases} \psi_I(-0) = \psi_{II}(+0) \\ \psi_{II}'(+0) - \psi_I'(-0) = \boxed{(\text{ア})} \psi(0) \end{cases}$$

ヒント: (2) のシュレディンガー方程式を用い, $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x-a) dx = f(a)$ を使う.

(4) パルスポテンシャルによって分割された 2 つの領域の波動関数は

$$\begin{cases} \psi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (A, B \text{ は複素定数}) \\ \psi_{II}(x) = Ce^{ikx} \quad (C \text{ は複素定数}) \end{cases}$$

と書ける. $\frac{2mW_0}{\hbar^2} = \alpha$ (定数) とおき, $\frac{B}{A}$ および $\frac{C}{A}$ を k と α を用いて表せ.

(5) 反射率 R を \hbar , m , E , W_0 を用いて表せ.

(6) 透過率 T を \hbar , m , E , W_0 を用いて表せ.

(7) R と T の関係を示せ.

- (1) 次式で与えられる3変数 x, y, z の論理関数 $f(x, y, z)$ を考える。なお、 \bar{x} は x の論理否定を表す。

$$f(x, y, z) = xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$$

この式は積和標準形で表されている。以下の問いに答えよ。

- 1) $f(x, y, z)$ を和積標準形で表せ。
 - 2) カルノー図を用いて $f(x, y, z)$ を最も簡単な積和形論理式で表せ。このとき、カルノー図も答案用紙に示すこと。なお、カルノー図において、縦方向に x 、横方向に yz を取ること。
- (2) 1桁の2進数 X を入力、1桁の2進数 Y を出力とする順序回路 A を考える。回路 A は、連続して「1」が入力される回数をカウントし、その値が4になったとき、つまり入力「1」が4回連続したとき、「1」を出力して初期状態に戻る。それ以外は「0」を出力する。なお、初期状態におけるカウントの値は0とする。以下の問いに答えよ。
- 1) 回路 A について、カウントの値「0」～「3」を状態とする状態遷移図を示せ。なお、状態遷移図の各状態は図1のように配置し、状態遷移を表す矢印には遷移の際の入力 X と出力 Y を「 X/Y 」の形式で付記せよ。
 - 2) 回路 A を二つのDフリップフロップを用いて図2のように構成する。ここで、問1)で用いた状態「0」～「3」を2桁の2進数 Q_1Q_0 (Q_1 が上位桁) で表す。回路1をできるだけ少ない論理ゲートで構成せよ。使用可能な論理ゲートは NOT, AND, OR とする。

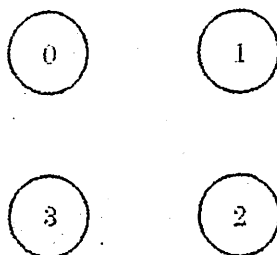


図1: 状態遷移図

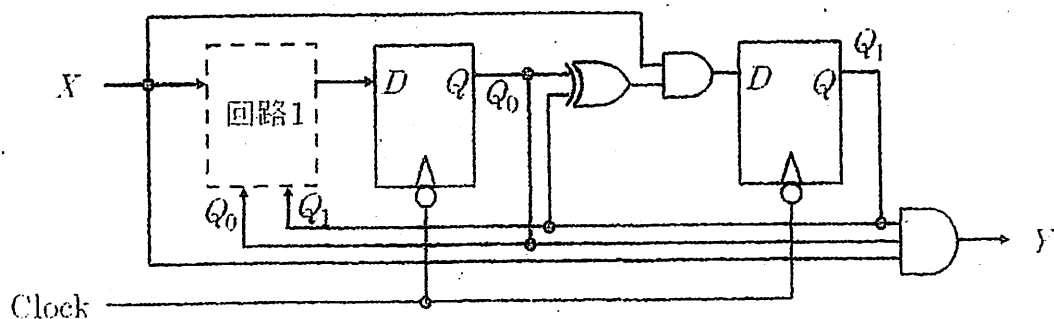


図2: 回路A

(次のページに続く)

- (3) 図3に示す全加算器は、1桁の2進数 A 、 B と下の桁からの桁上げ C_{in} を入力とし、 A と B の和 S と上の桁への桁上げ C_{out} を出力する。以下の問いに答えよ。
- 1) 表1を答案用紙に書写した後、その空欄に適切な数値を記入し、全加算器の真理値表を完成させよ。
 - 2) 2の補数で表される3桁の2進数 $A_2A_1A_0$ (A_2 が最上位桁)、 $B_2B_1B_0$ (B_2 が最上位桁) を入力、2の補数で表される3桁の2進数 $S_2S_1S_0$ (S_2 が最上位桁) と桁上げ C_2 を出力とする演算回路を考える。この演算回路において、 $A_2A_1A_0 - B_2B_1B_0$ の減算を行う。図3に示す全加算器を三つ用いてリプル・キャリー（桁上げ）減算回路を構成せよ。必要に応じて論理ゲート NOT, AND, OR, XOR のいずれか1種類を三つ使用してよい。オーバーフローは無視して良い。
 - 3) 上記の間2)の演算回路において、入力 X が「0」のとき $A_2A_1A_0 + B_2B_1B_0$ の加算を、入力 X が「1」のとき $A_2A_1A_0 - B_2B_1B_0$ の減算を行う加減算回路を考える。図3に示す全加算器を三つ用いてこの加減算回路を構成せよ。必要に応じて論理ゲート NOT, AND, OR, XOR のいずれか1種類を三つ使用してよい。オーバーフローは無視して良い。

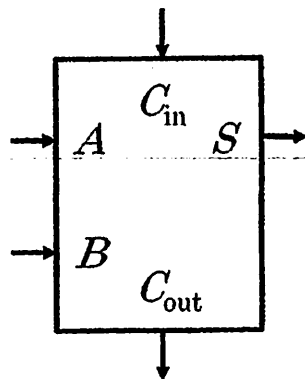


図3: 全加算器

表1: 全加算器の真理値表

C_{in}	A	B	C_{out}	S
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

6

以下の問いに答えよ。

(1) 図1に示す誤り率 p の2元対称通信路を考える。この通信路の通信路行列は

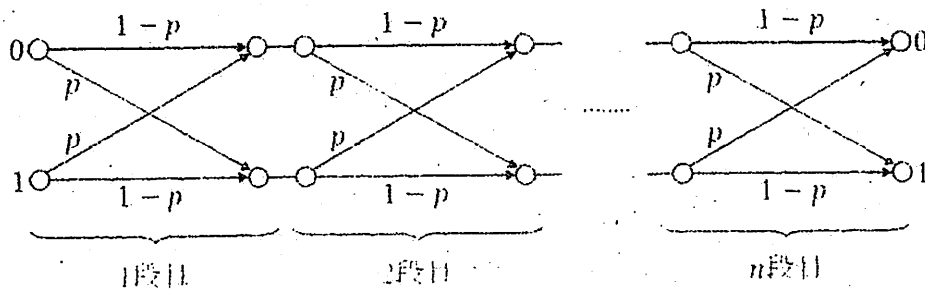
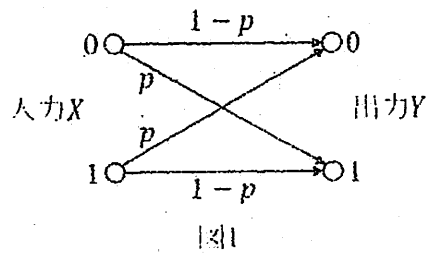
$$T = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{bmatrix}$$

で与えられる。ここで、入力の確率変数 X の値が x となる確率 $p_X(x)$ は $p_X(0) = a$, $p_X(1) = 1-a$ である。また, $0 < p < 1$, $0 < a < 1$ を満たすものとする。

- 1) 入力 X のエントロピー $H(X)$ を a を用いて表せ。
- 2) 出力 Y のエントロピー $H(Y)$ を a と p を用いて表せ。また, $H(Y) = 1$ を与える a を答えよ。
- 3) X で条件をつけた Y の条件付エントロピー $H(Y|X)$ を p を用いて表せ。
- 4) 相互情報量 $I(X; Y)$ を a と p を用いて表せ。
- 5) 通信路容量 C を p を用いて表せ。

(2) 図1に示す2元対称通信路を n 個直列に接続した通信路を図2に示す。ここで、各2元対称通信路の誤り率は p であり, $0 < p < 1$ を満たすものとする。

- 1) $n = 2$ としたときの通信路行列 T_2 を p を用いて表せ。
- 2) $n = 2$ としたときの通信路容量 C_2 を p を用いて表せ。
- 3) $n = k$ としたときの通信路容量 C_k を p と k を用いて表せ。
- 4) $n \rightarrow \infty$ としたときの通信路容量 C_∞ を答えよ。



令和5年度 名古屋大学大学院工学研究科 博士前期課程
電気工学専攻 / 電子工学専攻 / 情報・通信工学専攻

入学試験問題

基 礎

(令和4年8月23日(火) 13:30～16:30)

注 意

1. 5問中3問を選んで答えよ。
2. 解答は問題ごとに別の答案用紙に書き、それぞれ問題番号、受験番号を上端に記入せよ。氏名は記入してはならない。なお、草稿用紙が1枚ある。解答が用紙の裏面にまわる場合は、答案用紙下部にその旨明示すること。又、上部横線に相当する位置以下に書くこと。
3. 問題用紙、答案用紙、草稿用紙はすべて持ち出してはならない。
4. 計算機類は使用してはならない。
5. 携帯電話は時計としても使用してはならない。電源を切ること。

1

(1) 次の不定積分を求めよ.

$$\int \frac{x^2 + x - 8}{x^3 + 8x^2 + 20x + 16} dx$$

(2) 次の関数の第 n 次導関数を求めよ ($n \geq 1$). ただし, 数学的帰納法による証明は不要である.

$$f(x) = x^2 e^x$$

(3) 以下の問いに答えよ.

1) 領域 $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 1\}$ における重積分

$$\iint_D x^2 y \, dx dy$$
 を求めよ.

2) xy 平面において曲線 $\sqrt{x} + e^y = \sqrt{2}$ と二本の直線 $x = 0, y = 0$ に囲まれた領域の面積を求めよ.

(1) 三つの3次元ベクトル

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \quad r = \begin{pmatrix} a^2 \\ b^2 \\ c^2 \end{pmatrix}$$

を考える。ここで、 a, b, c は互いに異なる実数とする。以下の問いに答えよ。

- 1) $a = -1, b = 2, c = 1$ とする。このとき、ベクトル $x = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix}$ を p, q, r の線形結合として表せ。

- 2) p, q, r は線形独立であることを示せ。
 3) p, q, r をそれぞれ第1列、第2列、第3列とする3次正方行列を定義し、 (p, q, r) と表す。同様に、 $(q, -p, 2r)$ を定義する。このとき、

$$(p, q, r)A = (q, -p, 2r)$$

を満たすような3次正方行列 A を求めよ。全ての成分を明示すること。

(2) n を自然数として、二つの n 次元ベクトル

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

を考える。このとき、 a と b^T (ここで T は転置を表す) の積として計算される n 次正方行列 ab^T を M と表す。ただし、 a_1, b_1 および $a^T b$ (つまり、 a と b の内積) はそれぞれ零でないと仮定する。以下の問いに答えよ。

- 1) M の第 i 行 j 列成分 M_{ij} を求めよ。
 2) M の階数 (ランク) を求めよ。
 3) $n = 2$ の場合、 M の固有値および固有ベクトルを求めよ。
 4) $n = 2$ の場合、 M^6 を求めよ。全ての成分を明示すること。

以下の問いに答えよ.

- (1) 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^3 - 3)y^2}{x^4(y + 2)}$$

- (2) 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{8x + 12y + 4}{-12x - 18y + 3}$$

(ヒント : $u = 2x + 3y$ とする.)

- (3) 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = \sin x$$

- (4) 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = e^{2x} + x$$

図1に示すように、同じ中心軸 O をもち、無限に長く厚さが無視できる円筒導体 A (半径 a) と円筒導体 B (半径 $2a$) がある。円筒導体 A と B の表面には単位長さあたり $+\lambda$, $-\lambda$ の電荷 (λ は正とする) がそれぞれ一様に分布している。各円筒導体の周囲は真空であり、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

中心軸 O からの径方向距離を r とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 円筒導体 A の内部 ($r < a$)、円筒導体 AB 間 ($a < r < 2a$)、円筒導体 B の外部 ($r > 2a$) の電界の大きさ $E(r)$ をそれぞれ求めよ。
- (2) 円筒導体 B の電位を基準とするとき、円筒導体 A の電位 V_A を求めよ。また、単位長さあたりの静電容量 C を求めよ。

次に、図2に示すように、円筒導体 A ($r=a$) から $r=b$ までを誘電体 1 (誘電率 $2\sqrt{2}\epsilon_0$)、 $r=b$ から円筒導体 B ($r=2a$) までを誘電体 2 (誘電率 $2\epsilon_0$) で満たした。ただし、 $a < b < 2a$ とする。以下の問いに答えよ。

- (3) 誘電体 1 の内部の電界の大きさ $E_1(r)$ 、誘電体 2 の内部の電界の大きさ $E_2(r)$ をそれぞれ求めよ。
- (4) 円筒導体 B の電位を基準とするとき、円筒導体 A の電位 V_A を求めよ。また、単位長さあたりの静電容量 C を求めよ。
- (5) 誘電体 1 中の電界の大きさの最大値および最小値をそれぞれ $E_{1\max}$, $E_{1\min}$ 、誘電体 2 中の電界の大きさの最大値および最小値をそれぞれ $E_{2\max}$, $E_{2\min}$ とする。 $E_{1\max} = E_{2\max}$ かつ $E_{1\min} = E_{2\min}$ とするための b を a を用いてあらわせ。
- (6) 問(5)で得た b の値を用いて $0 \leq r \leq 3a$ の範囲で電界分布を図示せよ。縦軸を $E(r)$ 、横軸を中心 O からの径方向距離 r とする。

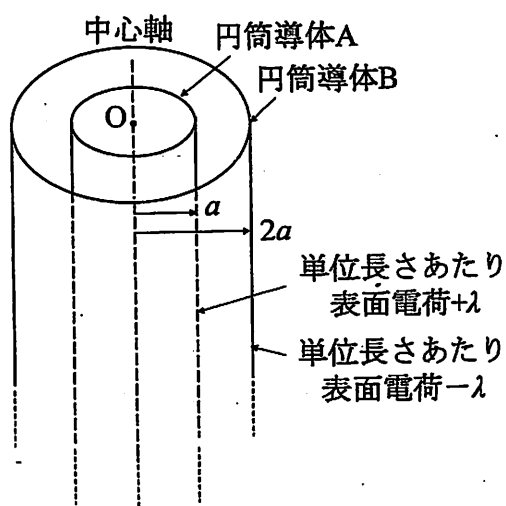


図 1

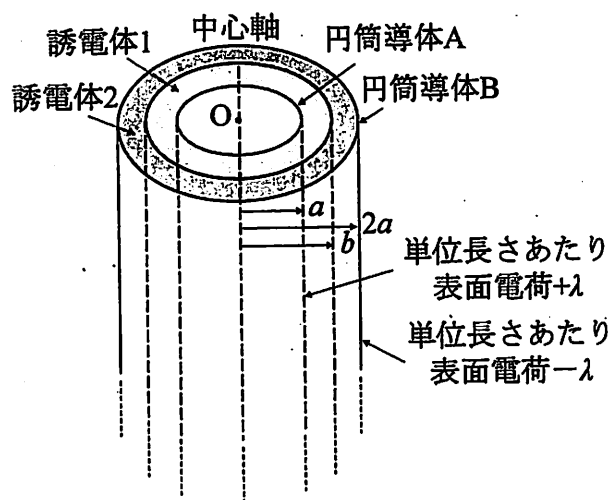


図 2

図1のように、原点をOとするxy平面上に、2本の導体1,2が距離Lだけ離れて平行に配置され、導体1の+x方向に電流Iが流れているとき、以下の問いに答えよ。空間の透磁率は μ_0 とする。

- (1) 導体1の $-(1/2)a$ から $+(1/2)a$ の範囲の電流によって導体2の点 $Q(x_2, L)$ に形成されるベクトルポテンシャルの大きさ $|A|$ を導体1に沿った電流素片 dI の線積分より求めよ。導出には以下の積分公式を用いよ。

$$\int \frac{dr}{\sqrt{r^2 + \beta^2}} = \log \left(r + \sqrt{r^2 + \beta^2} \right) \quad (\beta \text{は定数})$$

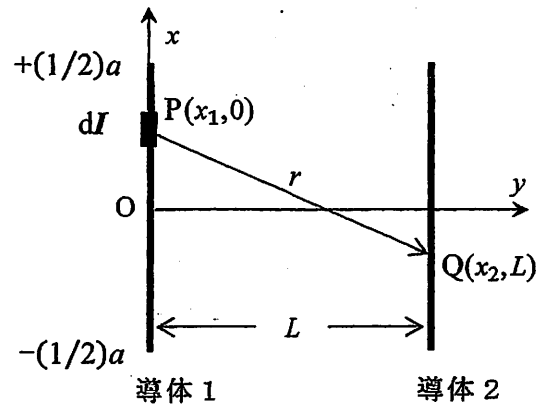


図1

図2のように中心がz軸上にあり、コイル面がz軸に垂直となる2つの正方形コイルがある。コイルの一辺の長さはaであり、2つのコイルの距離はLである。原点Oを中心としxy面上にあるコイル1に図示の方向に電流Iが流れているとき、以下の問いに答えよ。空間の透磁率を μ_0 とし、x, y, z方向単位ベクトルをそれぞれ i, j, k とする。

- (2) コイル1が生成する磁界によりコイル2を鎖交する磁束はコイル2面内の磁束密度を $B_1(x, y, L)$ として

$$\Phi_{21} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} B_1(x, y, L) \cdot k dx dy \quad (1)$$

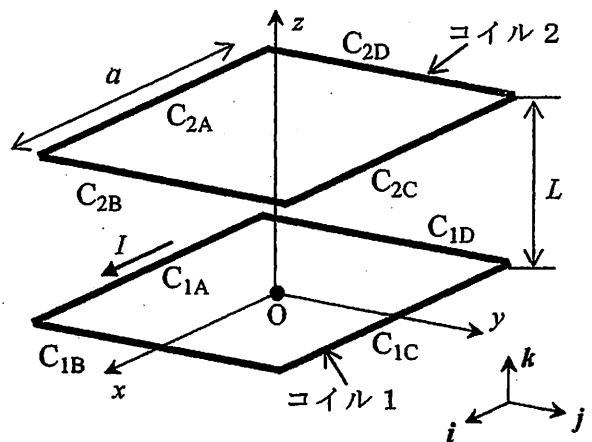


図2

によって与えられる。コイル1により空間に形成されるベクトルポテンシャルを $A_1(x, y, z)$ と定義するとき、ストークスの定理を用いて式(1)を変形し、線積分から鎖交磁束 Φ_{21} を求める式を $A_1(x, y, z)$ を用いてあらわせ。記述には単位ベクトルを用い、積分範囲も明記のこと。

- (3) 問(1)において、導体2に沿ってAを $-(1/2)a$ から $+(1/2)a$ まで線積分した結果の絶対値を二本の平行導線の距離Lの関数として $|K(L)|$ として定義する。図2のコイル1の辺 C_{1A} を流れる電流により形成される磁束 Φ_{1A} がコイル2に鎖交する磁束の大きさ $|\Phi_{21A}|$ を求めよ。必要に応じて平行導体間距離の関数である $|K|$ を用いよ。
- (4) 関数 $|K|$ を用いてコイル1, 2の相互インダクタンスの絶対値 $|M_{21}|$ を示せ。

令和5年度 名古屋大学大学院工学研究科 博士前期課程
電気工学専攻 / 電子工学専攻 / 情報・通信工学専攻

入学試験問題

専 門

(令和4年8月24日(水) 9:00～12:00)

注 意

1. 6問中3問を選んで答えよ。ただし、以下のグループからの選択数は2問以下とする。
(問題2(電気回路論)、問題3(電子回路)、問題5(論理回路))
2. 解答は問題ごとに別の答案用紙に書き、それぞれ問題番号、受験番号を上端に記入せよ。氏名は記入してはならない。なお、草稿用紙が1枚ある。解答が用紙の裏面にまわる場合は、答案用紙下部にその旨明示すること。又、上部横線に相当する位置以下に書くこと。
3. 問題用紙、答案用紙、草稿用紙はすべて持ち出してはならない。
4. 計算機類は使用してはならない。
5. 携帯電話は時計としても使用してはならない。電源を切ること。

1

図 1 に示すように Δ 形三相平衡負荷（誘導性負荷）が対称三相交流電圧源に接続され、スイッチ S は開いている。一相分の負荷のインピーダンスは $R+jX$ であり、負荷と電圧源間の線路インピーダンスは十分に小さい。相順を a, b, c とし、線間 ab の電圧を V_{ab} とする。ベクトル図は、各ベクトルの互いの大きさの関係と、ベクトル間の角度がわかるように記すこと。

- (1) 1) 相電流 I_{ab} を基準として、相電流 I_{bc}, I_{ca} ならびに線電流 I_a, I_b, I_c をベクトル図で示せ。
2) I_{ab} と I_a の位相差を求めよ。
- (2) 1) I_a の大きさを V_{ab}, R および X を用いて表せ。
2) 1)の結果を用いて、 I_{ab}, I_a, V_{ab} をベクトル図で示せ。 V_{ab} と I_{ab} の位相差を θ とする。
- (3) 三相交流電圧源の角周波数を ω とする。以下の 1)~4)の問いに答えよ。このときの Δ 形三相平衡負荷の力率を 0.5 とする。
1) R と X の関係を示し、 I_{ab} と V_{ab} の位相差を求めよ。
2) ab 間の瞬時電流と線間電圧の時間変化を式で示し、図示せよ。ab 間の線間電圧の位相を 0 とする。
3) ab 間の一相分の瞬時電力の時間変化を式で示し、平均電力を V_{ab} および R を用いて表せ。
4) 三相平衡負荷の有効電力 P と無効電力 Q を求め、 V_{ab} および R を用いて表せ。
- (4) リアクタンス成分 X_p のみからなる Y 形三相平衡負荷を、スイッチ S を閉じて並列につないだ。このとき、電圧源からみた無効電力が、スイッチを閉じる前に比べて小さくなった。
1) Y 形三相平衡負荷のリアクタンスは、インダクタンスあるいはキャパシタンスのどちらであるか、その理由とともに述べよ。
2) 負荷全体の力率を 1 にするための X_p を R および X を用いて表せ。
3) 負荷全体の有効電力を求め、 V_{ab}, R および X を用いて表せ。なお、負荷全体の力率は 1 とする。

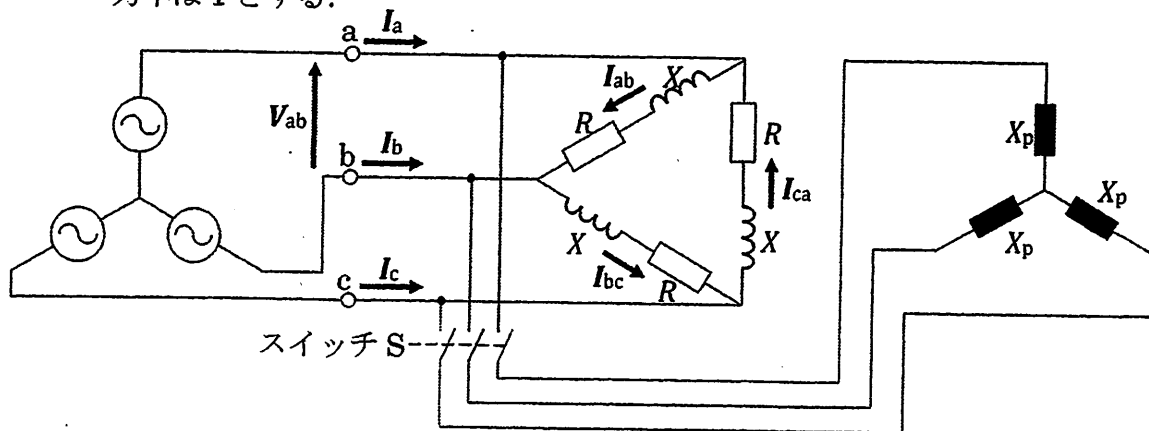


図 1

図1は、抵抗素子(抵抗 R)、キャパシタンス素子(キャパシタンス C)、インダクタンス素子(インダクタンス L)、内部抵抗が無視できる直流電圧源(電圧 E)、スイッチ S からなる回路である。キャパシタンス素子の極板のうち、抵抗素子側を極板Aとする。初期状態では、スイッチ S は開いた状態であり、キャパシタンス素子に蓄積された電荷は0である。この回路に関して以下の問いに答えよ。

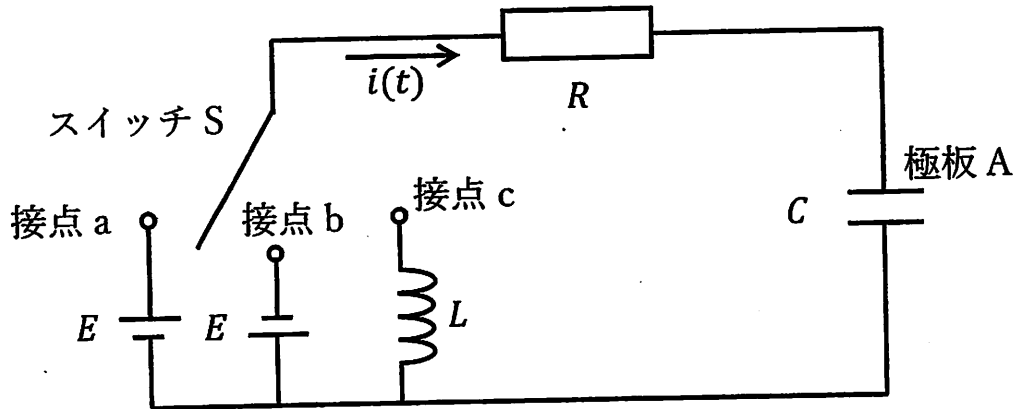


図1

- (1) 時刻 $t = 0$ でスイッチ S を接点aに接続した。
 - 1) 時刻 $t > 0$ で抵抗素子に流れる電流を $i(t)$ とした時、 $i(t)$ について回路方程式を示せ。ただし、 $i(t)$ は図1において矢印の向きを正とする。
 - 2) 上の回路方程式を解いて、 $i(t)$ を求めよ。
 - 3) 時刻 $t = 0$ から $t = RC$ までの $i(t)$ の概略を図示せよ。
- (2) (1)の動作の後に、引き続いて、時刻 $t = RC$ でスイッチ S を接点bに接続した。
 - 1) 時刻 $t > RC$ における $i(t)$ を求めよ。
 - 2) キャパシタンス素子の極板Aに蓄積された電荷を $q(t)$ とする。十分時間が経過し、定常状態になるまでの $q(t)$ の時間変化の概略を、 $q(t)$ の極大値と定常状態の値が分かるように、時刻 $t = 0$ から図示せよ。
- (3) (2)において、定常状態になったことを確認した後、スイッチ S を接点cに接続した。ここで新たな時間軸 t' を導入し、この時刻を $t' = 0$ とする。以下では、時刻 $t' > 0$ での状況を考える。
 - 1) 抵抗素子に流れる電流を $i(t')$ とした時、 $i(t')$ について回路方程式を示せ。
 - 2) $i(t')$ のラプラス変換を $I(s)$ とした時、 $I(s)$ を R, C, L, E を使って求めよ。
 - 3) $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$, $L = 250 \text{ mH}$, $E = 10 \text{ V}$ の時、電流 $i(t')$ を求めよ。
 - 4) 3)の時、電流 $i(t')$ の時間変化の概略を図示せよ。

周波数に依存しない理想的な演算増幅器（入力インピーダンス $=\infty$ ，出力インピーダンス $=0$ ，電圧増幅度 $=\infty$ ）を用いた回路について，以下の問いに答えよ．

(1) 抵抗 R_1 ， R_2 を用いた図 1 の回路について，以下の問いに答えよ．

- 1) 入力電圧 V_i を印加したとき， R_1 に流れる電流 I_i を答えよ．
- 2) 入力電圧 V_i と出力電圧 V_o の関係を R_1 ， R_2 を用いて答えよ．
- 3) 演算増幅器の入力インピーダンス $=\infty$ ，出力インピーダンス $=0$ であるが，電圧増幅度が ∞ ではなく，周波数によらない有限の値 A である場合， V_i と V_o の関係を R_1 ， R_2 および A を用いて答えよ．

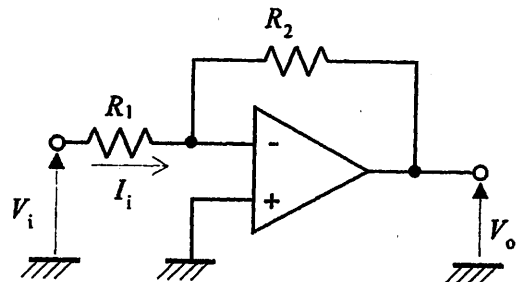


図 1

(2) 抵抗 R_1 ， R_2 ，コンデンサ C を用いた図 2 の回路について，以下の問いに答えよ．

- 1) 回路の電圧増幅度 $|A_v| = |V_o/V_i|$ を角周波数 ω の関数として答えよ．
- 2) $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ， $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ， $C = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$ のとき，電圧利得 $|G|$ (dB) の角周波数特性を $1 \text{ rad/s} < \omega < 10^4 \text{ rad/s}$ の範囲で図示せよ．また，図中に高域遮断角周波数 ω_r を記せ．

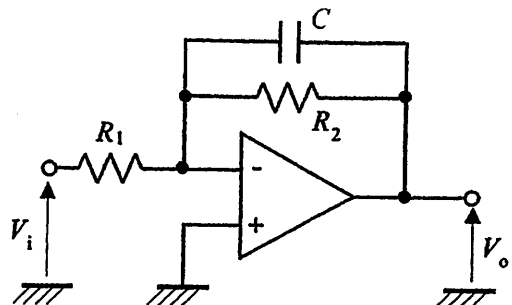


図 2

(3) 抵抗 R ，コンデンサ C_0 ， C_1 ， C_2 を用いた図 3 の回路において， C_0 の初期電荷は Q_0 ， C_1 ， C_2 の初期電荷は 0 である．時刻 $t=0$ においてスイッチ S を閉じるとき， $t > 0$ における過渡的な回路動作に関して以下の問いに答えよ．

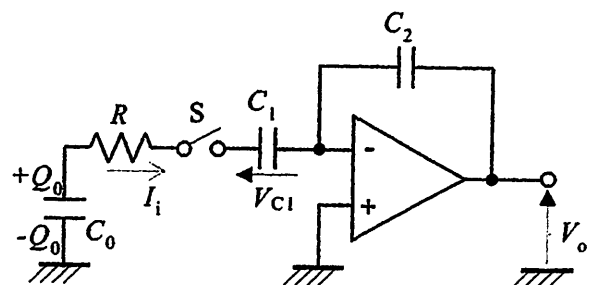


図 3

- 1) C_1 に発生する電圧 V_{C1} は C_0

から流出した電荷によって決まる。 R を流れる電流を I_i としたとき、 I_i を R , C_0 , C_1 , Q_0 , V_{C1} を用いて答えよ。

- 2) C_1 に流入する電荷と I_i , および V_{C1} との関係を考え、 V_{C1} を時刻 t の関数として答えよ。
- 3) C_2 に発生する電荷を考えることにより、出力電圧 V_o を時刻 t の関数として答えよ。

次の問いに答えよ。

(1) 図 1 に示すような放物線的エネルギーバンド構造をもつ三次元の半導体を考える。ここで、 E はエネルギー、 k は波数、 E_c は伝導帯の底、 E_v は価電子帯の頂上である。

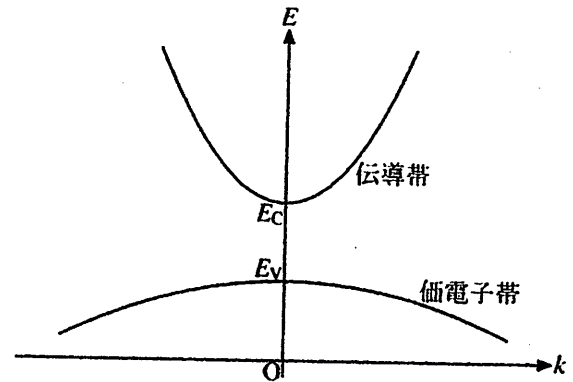


図 1

1) この半導体は伝導帯の底と価電子帯の頂上の波数が一致している。このような半導体を何というか答えよ。

2) 1)のような化合物半導体材料の例を2つ挙げよ。

3) 有効質量 m^* を求める式を、換算プランク定数 \hbar (プランク定数 h に対して $\hbar = h/2\pi$) と k , E を用いて答えよ。

4) 図 1 の半導体の有効質量は電子と正孔でどちらが大きいのか答えよ。

5) 各状態を電子が占有する確率 $f(E)$ は、フェルミ・ディラック分布関数

に従い、
$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)}$$
 と表される。ただし、 T は温度、 k_B はボルツマン定数、 E_F はフェルミエネルギーである。

T が有限温度および $T \rightarrow 0\text{K}$ の場合について、それぞれ $f(E)$ の概形を図示せよ。ただし、 $E = E_F$ における $f(E)$ の値、および $E \rightarrow 0$ と $E \rightarrow +\infty$ での漸近値をそれぞれ図中に示すこと。ここで、 E_F は $k_B T$ に対して十分大きいとする。

6) 伝導帯に存在する単位体積、単位エネルギーあたりの状態数 (エネルギー状態密度) を $D(E)$ とすると、単位体積、単位エネルギーあたりの自由電子の数 $N(E)$ を、 $D(E)$ と $f(E)$ を用いて答えよ。

7) 伝導帯に存在する単位体積あたりの自由電子の数 (自由電子密度) n を求める式を、 $D(E)$, $f(E)$, E_c , E_v の中から適切なものを用いて答えよ。

8) E_F がバンドギャップ中に存在するとし、伝導帯について $D(E)$, $f(E)$, $N(E)$ の概形をそれぞれ図示せよ。ただし、横軸を E とし、 E_c , E_F を明示せよ。また、 n に相当する部分を図中に示せ。

(2) 図 2(a)のように金属と p 型半導体を接合してショットキー接合を形成することを考える。横軸 x は接合界面からの距離とする。この時、図 2(b)のような空間電荷密度分布 $\rho(x)$ となり、図 2(c)のような電界強度分布 $E(x)$ が形成される。ただし、電気素量を q 、p 型半導体の誘電率を ϵ 、アクセプタ密度を N_A とする。また、接合のショットキー障壁高さ（電位差）を ϕ_B 、内蔵電位を V_{bi} とする。半導体側に負の電圧 $-V$ （ただし $V > 0$ ）を印加した場合を考え、その時の空乏層幅を w とする。以下の問いに答えよ。

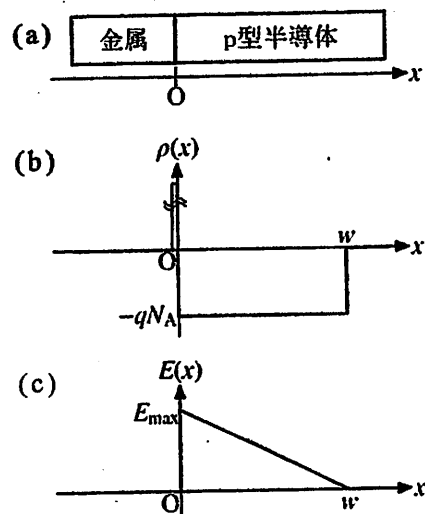


図 2

- 1) p 型半導体に対してショットキー接合を形成するために必要な金属の仕事関数の範囲を答えよ。ただし、p 型半導体のバンドギャップは 1.1 eV 、フェルミエネルギーは価電子帯の頂上より 0.1 eV 高いエネルギー、電子親和力は 4.0 eV とする。なお、接合界面は理想的であり、表面準位によるフェルミ準位のピンニングは生じていないと仮定する。
- 2) 半導体側に負の電圧 $-V$ を印加した場合について、エネルギーバンド図を図示せよ。ただし、半導体の伝導帯の底 E_C 、価電子帯の頂上 E_V 、フェルミエネルギー E_F を記入し、 w 、 $q\phi_B$ 、 qV 、 $q(V + V_{bi})$ に相当する部分を明示すること。
- 3) 半導体中の電界強度の最大値 E_{max} を q 、 ϵ 、 N_A 、 w を用いて答えよ。
- 4) 空乏層幅 w を求める式を q 、 ϵ 、 N_A 、 V 、 V_{bi} を用いて答えよ。

- (1) 図1に示す2入力のNANDゲートのみを用いて、1入力のNOTゲート、2入力のANDゲート、2入力のORゲートをそれぞれ構成せよ。必要であれば、NANDゲートは複数用いてよい。

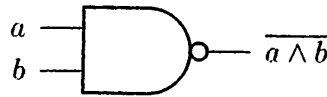


図1

- (2) 図2において、 f は a, b, c を入力とし、 $z = f(a, b, c)$ を出力する論理回路である。これを図3に示すように、二つの論理回路 g と h を用いて実現することを考える。ただし、 g は b, c を入力とし、 $(x, y) = g(b, c)$ を出力し、 h は a, b, x, y を入力とし、 $w = h(a, b, x, y)$ を出力する。以下の問いに答えよ。ただし、 $a \oplus b$ は a と b の排他的論理和を表す。

- 1) $z = f(a, b, c) = (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c) \vee (a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c})$ とする。 $(x, y) = g(b, c) = (b \oplus c, b \wedge c)$ のとき、 f を実現する h が存在するかどうかを答えよ。存在すれば、 h の最も簡単な積和形表現を求めよ。複数候補がある場合は1通りを求めればよい。存在しなければその理由を答えよ。
- 2) $z = f(a, b, c) = a \oplus b \oplus c$ とする。 $w = h(a, b, x, y) = a \vee b \vee x \vee y$ のとき、 f を実現する g が存在するかどうかを答えよ。存在すれば、 g の最も簡単な積和形表現を求めよ。複数候補がある場合は1通りを求めればよい。存在しなければその理由を答えよ。

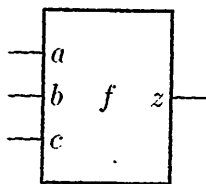


図2

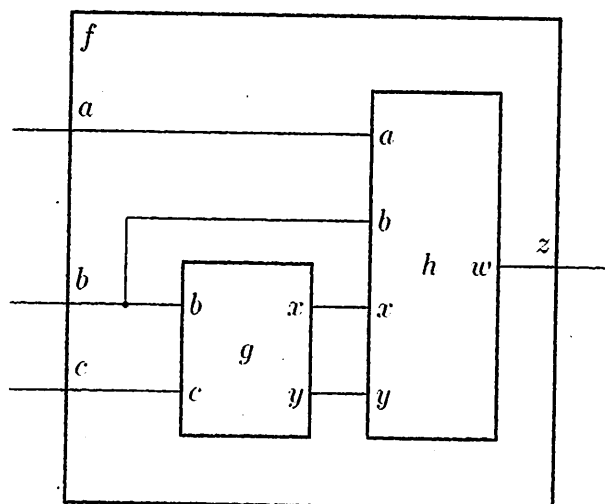


図3

- (3) 時刻 t において $x_t \in \{0, 1\}$ を入力とし, $y_t \in \{0, 1\}$ を出力する順序回路 G を考える.
表 1 は G の状態遷移表である.

表 1

Q_t	Q_{t+1}		y_t	
	$x_t = 0$	$x_t = 1$	$x_t = 0$	$x_t = 1$
q_0	q_2	q_3	0	0
q_1	q_5	q_4	0	1
q_2	q_5	q_0	0	1
q_3	q_0	q_5	0	0
q_4	q_1	q_3	0	0
q_5	q_3	q_1	0	1

ただし, q_0, \dots, q_5 は状態名を表し, Q_t は時刻 t の状態, Q_{t+1} は時刻 t の入力 x_t に対する時刻 $t+1$ の状態, y_t は時刻 t の入力 x_t に対する出力を表す. 以下の問いに答えよ.

- 時刻 t において状態 q_0 にあるとし, $x_t x_{t+1} x_{t+2} x_{t+3} x_{t+4} x_{t+5} = 001110$ を入力系列としたときの出力系列 $y_t y_{t+1} y_{t+2} y_{t+3} y_{t+4} y_{t+5}$ を求めよ.
- 表 1 と等価な状態遷移表のうち, 状態数が最小であるような状態遷移表を示せ. 新しい状態を表す記号として p_i (p_0, p_1, \dots) を用いよ.

6

情報源記号 $\{0,1\}$ からなる単純マルコフ情報源 S について、記号の出力確率が次のように与えられている。

$p(0|0) = 0.6$: 記号0のあとに記号0が出力される確率,

$p(1|0) = 0.4$: 記号0のあとに記号1が出力される確率,

$p(0|1) = 0.8$: 記号1のあとに記号0が出力される確率,

$p(1|1) = 0.2$: 記号1のあとに記号1が出力される確率.

以下の問いに答えよ. なお, 解答におけるエントロピーの単位はビットとせよ. 計算においては $\log_2 3 = 1.58$, $\log_2 5 = 2.32$ を用い, 求める値が割り切れない場合は有効数字 3 桁で答えよ.

- (1) S において, 記号0を出力した後の状態を s_0 , 記号1を出力した後の状態を s_1 とする. S の状態の定常分布 (w_0, w_1) を求めよ. なお, w_0 および w_1 は定常状態において s_0 および s_1 に状態が存在する確率を示す.
- (2) 定常分布において S から出力される長さ n の系列を切り出して考えたときの, 1 情報源記号当たりの平均エントロピーを n 次エントロピー $H_n(S)$ とする. 1 次エントロピー $H_1(S)$ および 2 次エントロピー $H_2(S)$ の値を求めよ.
- (3) この情報源の出力記号を n 個ずつブロックに区切り, コンパクト符号化を行う. 情報源記号あたりの平均符号長を $L(n)$ としたとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} L(n)$ の値を求めよ.
- (4) 図 1 のような加法的2元通信路を考える. 誤り源を S としたとき,

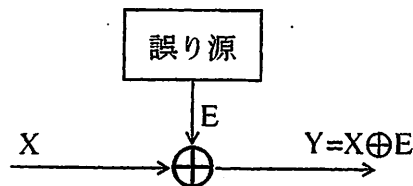


図 1: 加法的2元通信路

- 1) 通信路容量 C の値を求めよ.
- 2) この通信路と同じビット誤り率であるが記憶がなくランダム誤りを発生する通信路を考える. このときの通信路容量は記憶がある場合, すなわち 1) の場合と比べてどれだけ大きくまたは小さくなるか, その値を求めよ.