平成 23 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題
（情報通信工学コース）

（実施時間　１４：００ ～ １６：００）

【注　意　事　項】

１．問題用紙はこの表紙や白紙を除いて 10 頁ある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「通信方式」，「通信ネットワーク」，「光・電波工学」，「情報理論」，「信号処理」，「論理回路と計算機システム」，「データ構造とアルゴリズム」，及び，「制御工学」，の全部で８題あり，この順番に綴じられている．このうち，３題を選択し解答すること．

３．解答開始前に，別紙の「専門科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと．

４．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【通信方式】 解答は，白色の解答用紙に記入すること.

1．振幅a_k，周波数kf_m（ただし，$k=1,2,\cdots,K$）のK個（Kは有限な自然数）の正弦波時間波形の和$m(t)=\sum_{k=1}^{K} a_k \cos 2\pi k f_m t$を変調信号とし，周波数$f_c$の正弦波時間波形を搬送波とする両側波帯変調された信号（以下ではDSB信号と呼ぶ）$s(t)=m(t)\cos 2\pi f_c t$を考える．ただし，tは時刻であり，変調信号$m(t)$に含まれる各々の正弦波時間波形の振幅a_kは，任意のkに対して$a_k \neq 0$，および，$\sum_{k=1}^{K} {a_k}^2 = A$ （Aは有限な定数）とする．また，変調信号$m(t)$に含まれる各々の正弦波時間波形の周波数kf_m（ただし，$f_m \neq 0$）と搬送波周波数f_cは，任意のkに対して$f_c >> kf_m$の関係にあるとする．このDSB信号$s(t)$に関する以下の問いに答えよ.

(i) DSB信号$s(t)$を$s(t)=\sum_{k=1}^{K}\left\{b_k \cos 2\pi(f_c+kf_m)t + c_k \cos 2\pi(f_c-kf_m)t\right\}$と表したとき，$b_k$および$c_k$を$a_k$を用いて表せ.

(ii) $K=2$の場合のDSB信号$s(t)$の周波数スペクトルを図示せよ．なお，図中には各周波数成分が取り得る振幅値をa_k（ただし，$k=1,2$）を用いて記すこと.

(iii) DSB信号$s(t)$をひずみ無く伝送するために必要な帯域幅の最小値をf_Bとする．f_Bをk, K, f_c, f_mのうち，必要なものを用いて表せ.

DSB信号$s(t)$が送信機から送信され，伝送路での減衰，および，ひずみを伴うことなく，受信機で受信されたとする．以下では，下図に示す，正弦波時間波形$l(t)=\cos 2\pi f_c t$を局部発振搬送波とする乗算器および理想低域通過フィルタから構成される同期検波器によるDSB信号の復調を考える.

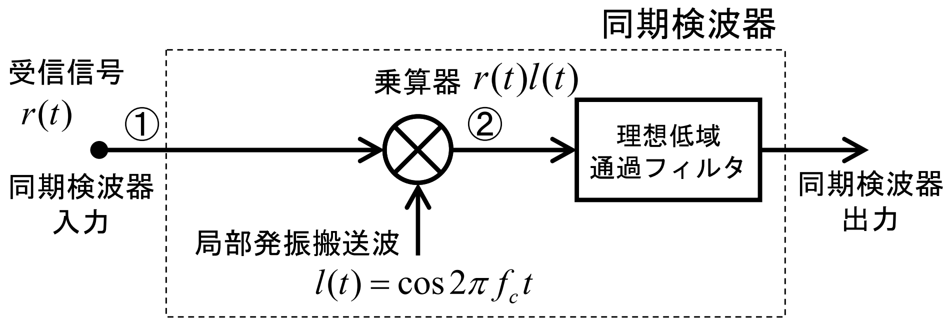

図１　同期検波器によるDSB信号の復調

まず，受信機内部で生じる雑音が十分に小さく，雑音が受信信号に及ぼす影響を無視できる場合を考える．この場合，受信機で受信される信号$r(t)$は送信信号と等しく，$r(t)=m(t)\cos 2\pi f_c t$として表される.

(iv) 同期検波器の乗算器出力（図１中の②）の周波数スペクトルを$V(f)$とする．$K=2$の場合の$V(f)$を図示せよ．なお，図中には各周波数成分が取り得る値をa_k（ただし，$k=1,2$）を用いて記すこと.

次に，受信機内部で生じる雑音の影響を無視できず，送信信号とともに加法性雑音$n(t)$が受信される場合を考える．この場合，受信機で受信される信号$r(t)$は，送信信号$s(t)=m(t)\cos 2\pi f_c t$と雑音$n(t)$との和として$r(t)=m(t)\cos 2\pi f_c t+n(t)$として表される．以下では，雑音$n(t)$は片側電力スペクトル密度が$N_0$である加法性白色雑音とする．また，同期検波器の入力（図１中の①）は，問い(iii)で求めたDSB信号$s(t)$をひずみ無く伝送するために必要な帯域幅f_Bの帯域制限がなされており，送信信号とともに受信される加法性白色雑音$n(t)$の帯域幅はf_Bであるとする．

(v)　同期検波器の入力（図１中の①）での受信信号の信号電力対雑音電力比をγとする．γをA, N_0, k, K, f_c, f_mのうち，必要なものを用いて表せ．

２．平均a，分散Nのガウス分布に従う実数ランダム変数xの確率密度関数は次式で与えられる．

$$p(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi N}}\exp\left(-\frac{1}{2N}(x-a)^2\right)$$

このとき，以下の問いに答えよ．

(i)　ランダム変数xから，$y=x-a$に従って与えられるランダム変数yの確率密度関数を求めよ．

(ii)　ランダム変数yの平均，2次モーメント，および，分散を求めよ．

(iii)　ランダム変数xから，$z=2x-a$に従って与えられるランダム変数zの確率密度関数を求めよ．

(iv)　ランダム変数zの平均，2次モーメント，および，分散を求めよ．

【通信ネットワーク】解答は，赤色の解答用紙に記入すること．

電話交換機 A から B への中継回線設計について考える．交換機 A，B 間には N 本 ($N \geq 1$) の電話回線が用意されているものとする．交換機 A には性質の異なる 2 種類の通話要求 (呼) が到着し，それぞれクラス 1，2 とする．いずれのクラスの呼も，到着時に使用中でない回線があれば，そのうちの 1 本を使用して交換機 B へ接続し，通信終了後，その回線を開放する．一方，到着時に N 本の回線全てが使用中であれば，その呼に対する回線は確保されず呼損となる．クラス c ($c = 1, 2$) の呼は他の事象と独立な率 λ_c ($\lambda_c > 0$) のポアソン過程に従い交換機 A に到着すると仮定する．また，各呼の回線保留時間は他の事象と独立であり，クラス c ($c = 1, 2$) の呼の回線保留時間 H_c はパラメータ μ_c ($\mu_c > 0$) の指数分布に従うと仮定する．よって，H_c の確率分布関数は，x ($x \geq 0$) に対して，$\Pr(H_c \leq x) = 1 - \exp(-\mu_c x)$ で与えられる．$\rho_c = \lambda_c/\mu_c$ ($c = 1, 2$) として，以下の問いに答えよ．

(i) クラス 1 の呼が i 回線を使用しており，かつ，クラス 2 の呼が j 回線を使用している定常状態確率を $p(i, j)$ とする．$p(i, j) > 0$ となる i，j の取り得る範囲を示せ．

(ii) 定常状態確率 $p(i, j)$ が満たす大域平衡方程式を書き下せ．

(iii) $p(i, j) > 0$ である i，j の組に対して

$$\frac{p(i+1, j)}{p(i, j)} = \begin{cases} \dfrac{\rho_1}{i+1}, & (i+1+j \leq N \text{ の場合}) \\ 0, & (\text{その他の場合}) \end{cases} \qquad \frac{p(i, j+1)}{p(i, j)} = \begin{cases} \dfrac{\rho_2}{j+1}, & (i+j+1 \leq N \text{ の場合}) \\ 0, & (\text{その他の場合}) \end{cases}$$

であるような $p(i, j)$ は大域平衡方程式を満たす．これを用いて，$p(i, j)$ を求めよ．必要ならば

$$\sum_{k=0}^{N} \sum_{n=0}^{N-k} \frac{x^k}{k!} \cdot \frac{y^n}{n!} = \sum_{m=0}^{N} \frac{(x+y)^m}{m!}$$

を用いてよい．

(iv) クラス c ($c = 1, 2$) の呼損率 B_c を定常状態確率 $p(i, j)$ ($0 \leq i, j \leq N$) を用いて表せ．さらに，$\rho = \rho_1 + \rho_2$ としたとき，呼損率 B_c ($c = 1, 2$) を ρ と N を用いて表せ．

(v) クラス c ($c = 1, 2$) の呼が使用している回線数の時間平均を $E[L_c]$ とする．$E[L_c]$ ($c = 1, 2$) を ρ_c，B_c ($c = 1, 2$) を用いて表せ．ただし，一般に安定な待ち行列システムにおいて，客の平均到着率 λ，平均滞在時間 W，客数の時間平均 L はリトルの公式より次式で関係づけられる．

$$L = \lambda W$$

【光・電波工学】 解答は，黄色の解答用紙に記入すること．

直角座標系において真空中を z 方向へ伝播する平面電磁波の電界 $\mathbf{E}$ は，一般に次のように表すことができる．

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x A_x \cos(at - bz + c_x) + \mathbf{e}_y A_y \cos(at - bz + c_y)$$

但し，{$\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$} はそれぞれ {x, y} 方向の単位ベクトル，t は時刻，その他のパラメータは伝播特性を決める定数である．これに関し，以下の問いに答えよ．解答にあたっては，暗記している定義式からではなく，上式から論理的に答を導出し，その導出過程を記すこと．なお以下の設問において，位相値はラジアンで表されているものとする．

(i) 固定時刻 t_0 における電界は，z 方向に周期的に変化している．１周期分の長さを上記パラメータで表せ．また，固定位置 z_0 における電界は，時間的に振動している．この振動の周波数を上記パラメータで表せ．

(ii) 時刻 t_0 で電界の空間波形を観測し，さらに微小時間 Δt 後に観測したところ，同じ波形を保ったまま $+z$ 方向に Δz だけ移動していた．このことより，電磁波の速度 v を上記パラメータで表せ．

(iii) 上記解答より電磁波の波長 λ，周波数 f，及び速度 v の関係式を導き，さらに，波長 λ_0 の電磁波と波長 $(\lambda_0 + \Delta\lambda)$ の電磁波の周波数差を，λ_0 と $\Delta\lambda$ と v で表せ．但し，$\lambda_0 >> \Delta\lambda$ とする．

(iv) 固定位置 z_0 での電界は，xy 平面上で時間的に振動している．$A_x = A_y$, $c_x = 0.6\pi$，$c_y = 1.6\pi$，であるときの振動の軌跡を図示せよ．

(v) {$A_x = A_y = A_0$, $a = a_1$, $b = b_1$, $c_x = c_0$, $c_y = c_0 + \pi/2$} である電磁波１と {$A_x = A_y = A_0$, $a = a_2$, $b = b_2$, $c_x = c_0$, $c_y = c_0 + \pi/2$} である電磁波２の電界を固定時刻でみたところ，$z = z_0$ では両者は同じベクトル値であったが，z が z_0 から離れるにしたがって差が生じ，$z = z_0 + \Delta z$ では {x, y} 成分いずれも絶対値は同じで符号が逆となっていた．この２つの電磁波の周波数差を Δz と v で表せ．

【情報理論】 解答は，青色の解答用紙に記入すること.

1．直前の出力記号を条件とし，次の出力記号が確率的に決定される情報源を単純マルコフ情報源という．図 1 の状態遷移図は，情報源アルファベットを $\{0,1\}$ とする単純マルコフ情報源 S を表す．ただし，s_0，s_1 は S の状態を表し，各矢印に付けられている記号 x/p はその遷移に伴う出力記号 x とその遷移が起きる確率 p を表す． S について以下の問いに答えよ．解答に際して対数の計算が必要となる場合は $\log_2 3 = 1.58$， $\log_2 5 = 2.32$ を利用すること．

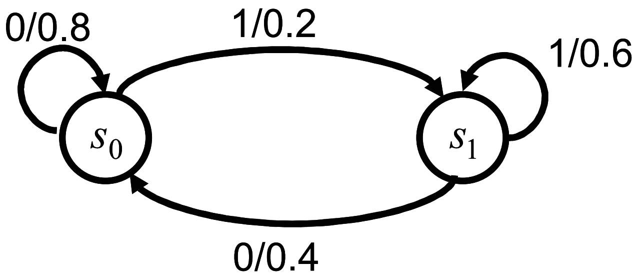

図 1：単純マルコフ情報源 S の状態遷移図

(i) 情報源 S では任意の初期状態分布から十分時間が経過した後，状態 s_0， s_1 の生起確率が各々一定の値に収束する．これらの確率の分布を定常状態分布と呼ぶ．定常状態分布 $P(s_0)$， $P(s_1)$ を求めよ．

(ii) 記号 0 及び 1 が各々出力される確率 $P(0)$， $P(1)$ を求めよ．

(iii) 情報源 S の n 次の拡大情報源 S^n のエントロピーを $H(S^n)$ と表す． $H(S^1)$ 及び $H(S^2)$ を求めよ．

(iv) 情報源 S のエントロピー $H(S) = \lim_{n\to\infty} \dfrac{H(S^n)}{n}$ を求めよ．

2．生成多項式 $G(z) = z^3 + z + 1$ を用いて，情報ビット (x_1, x_2, x_3, x_4) に検査ビット (c_1, c_2, c_3) を付加し，符号長が 7 の巡回符号 $(x_1, x_2, x_3, x_4, c_1, c_2, c_3)$ を構成する．

(i) c_1， c_2， c_3 をそれぞれ情報ビットを用いて表せ．

(ii) 生成行列 $\boldsymbol{G}$ 及び検査行列 $\boldsymbol{H}$ を求めよ．

(iii) 符号語 $(1,1,1,1,0,0,1)$ を受信したとき，誤りがあるか判定し，誤りがあれば送信されたと判断される符号語を求めよ．

【信号処理】 解答は，緑色の解答用紙に記入すること.

１． 図１に示す方形波パルスで構成される周期パルス列の時間関数について，以下の問いに答えよ．ただし，t は時刻，T は周期パルス列の周期，d はパルス幅，A はパルス振幅，および ω は角周波数である．

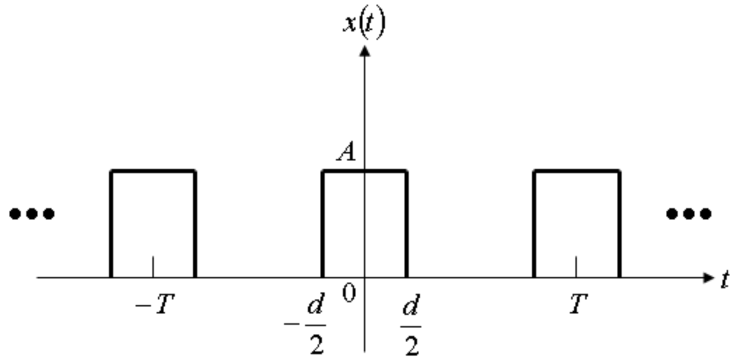

図１

(i) 図１の時間関数 $x(t)$をフーリエ級数に展開せよ．

(ii) 図１の時間関数において $T \to \infty$，$A = 1/d$ とした場合の $x(t)$ について，スペクトル $X(\omega)$と自己相関関数 $R_{xx}(\tau)$を求めよ．ただし，τ は時間差である．

(iii) 問い(ii)において，更に $d \to 0$ とした場合の $x(t)$ について，スペクトル $X(\omega)$を求めよ．

２． インパルス応答 $h(t)$が $h(t) = \delta(t) - \delta(t-T)$で与えられるシステムについて，以下の問いに答えよ．ただし, t は時刻を表す変数，$T\,(T > 0)$ は固定時間，$\delta(t)$ は連続時間の単位インパルス信号（Dirac のデルタ関数）である．

(i) このシステムに時間関数 $x(t) = \delta(t) + \delta(t-T) + \delta(t-2T)$で与えられる信号を入力したときの出力 $y(t)$を求めよ．

(ii) このシステムの振幅（ゲイン）特性と位相特性をそれぞれ求めよ．

３． アナログ信号をディジタル信号に変換する操作をアナログ・ディジタル変換（A/D 変換）という．A/D 変換は，標本化，量子化，および符号化の３つの操作により行われている．これら３つの操作について，それぞれ説明せよ．

【論理回路と計算機システム】 解答は，橙色の解答用紙に記入すること．

以下の問いに答えよ．

(i) 制御入力 s の値により，2 つのデータ入力 x と y のいずれかの値をデータ出力 z の値として出力する回路をセレクタ（マルチプレクサ）と呼ぶ．$s=1$ のとき x を選択し，$s=0$ のとき y を選択するものとしたセレクタの回路図を示せ．ただし，s，x，y，z はいずれも 1 桁の 2 進数とし，利用可能な論理ゲートは論理積（AND），論理和（OR），論理否定（NOT），各ゲートの入力数は 2 以下とする．なお，解となる回路構成が複数存在する場合は，その 1 つを示せばよい．

(ii) 2 つの n ビット 2 進数 $\boldsymbol{X}=(x_{n-1}\ \cdots\ x_0)$ と $\boldsymbol{Y}=(y_{n-1}\ \cdots\ y_0)$を入力とし，$\boldsymbol{X} \geqq \boldsymbol{Y}$ のとき 1，$\boldsymbol{X} < \boldsymbol{Y}$ のとき 0 を出力する比較器について考える．ただし，以下すべての n ビットの 2 進数は符号なしとし，添え字が小さい方を下位桁とする．$i \geqq 1$ の各桁において x_i と y_i と下位での比較結果 c_i から，比較結果 c_{i+1} を計算するとすれば，最上位での比較結果 c_n が比較器の出力となる．この x_i と y_i および c_i から比較結果 c_{i+1} を出力する 1 ビット比較器の真理値表を示すと共に，その論理式を最小積和形論理式で示せ．

(iii) 問(ii)で考えた比較器の回路図を示せ．ただし，利用可能な論理ゲートは論理否定（NOT）および否定論理積（NAND）とし，各ゲートの入力数は 3 以下とする．なお，解となる回路構成が複数存在する場合は，その 1 つを示せばよい．

(iv) 2 つの 4 ビット 2 進数 $\boldsymbol{X}=(x_3\,x_2\,x_1\,x_0)$ と $\boldsymbol{Y}=(y_3\,y_2\,y_1\,y_0)$ を入力とし，$\boldsymbol{X}$ と $\boldsymbol{Y}$ を比較して大きい方の値を出力 $\boldsymbol{Z}=(z_3\,z_2\,z_1\,z_0)$ とする回路の回路図を示せ．ただし，問(i)で考えた 1 ビットのセレクタおよび問(iii)で考えた 1 ビットの比較器は，それぞれを図 1 および図 2 で示した記号で表すものとし，これら以外の論理ゲートは用いないものとする．なお，問(ii)および問(iii)で考えた回路において c_0 の値を適切に与えることで $i=0$ のときも図 2 で表す問(iii)と同じ回路が利用できることに注意し，そのような c_0 の値も明示すること．なお，解となる回路構成が複数存在する場合は，その 1 つを示せばよい．

(v) 問(iv)で考えた回路において，入力 $\boldsymbol{X}=(x_3\,x_2\,x_1\,x_0)$ と $\boldsymbol{Y}=(y_3\,y_2\,y_1\,y_0)$ の値の範囲を 10 進数の 0 から 9 を表す 4 ビットの 2 進数に限定する．その出力の値 $\boldsymbol{Z}=(z_3\,z_2\,z_1\,z_0)$ を入力として，図 3 に示した a〜g の 7 つの各辺を発光させることで，図 4 に示すように 1 桁の 10 進数として表示するシステムを考える（黒く塗りつぶされた部分が，発光している辺を表す）．このとき，入力 $\boldsymbol{Z}=(z_3\,z_2\,z_1\,z_0)$ に対して，a の辺を発光させるときに 1 を出力する回路について，真理値表を示すと共に，その最小積和形論理式，およびその回路図を示せ．ただし，利用可能な論理ゲートは論理否定（NOT）および否定論理積（NAND）とし，各ゲートの入力数は 4 以下とする．なお，解となる回路構成が複数存在する場合は，その 1 つを示せばよい．

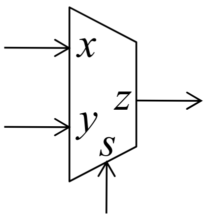

図 1

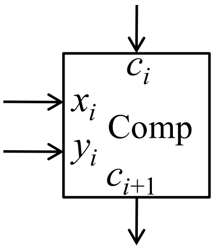

図 2

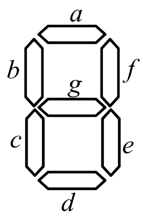

図 3

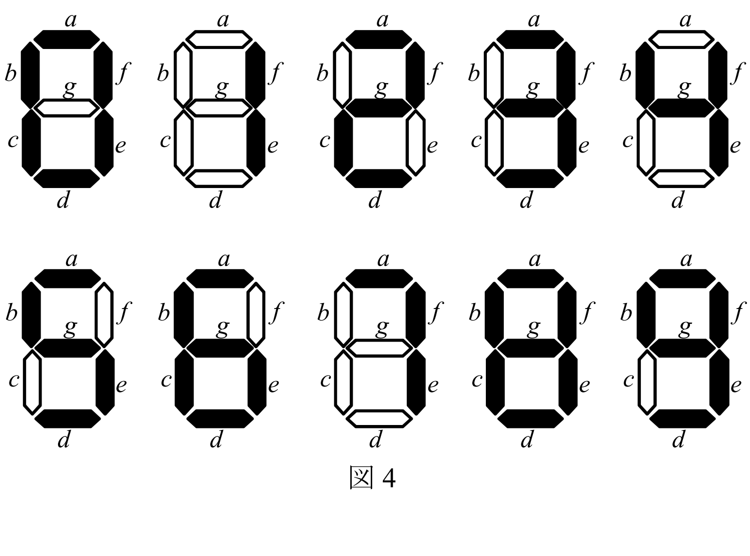

図 4

【データ構造とアルゴリズム】解答は，灰色の解答用紙に記入すること．

1. クイックソートを行うプログラムAに関して以下の問いに答えなさい．

＜プログラムA＞

```
void qsort(int x[ ], int left, int right){
   int i, j, pivot, temp;

   i = left;                        /*  処理対象の配列の部分列の左端 */
   j = right;                       /*  処理対象の配列の部分列の右端 */
   pivot = x[(left + right)/2];     /*  配列の中央付近の値を基準値とする */ ＜☆＞

   while (1) {
       while (x[i] < pivot) i++;    /*  基準値以上の値が見つかるまで i を増加 */
       while (pivot < x[j]) j--;    /*  基準値以下の値が見つかるまで j を減少 */

       if ( 【 1 】 ) break;         /*  ループから抜ける  */  ＜a＞

       【 2 】                        /*  temp を用いて x[i] と x[j] を交換 */
       i++; j--;
   }

   if(【 3 】) qsort(x, left, i-1);   /* 処理対象の部分列の長さが 2 以上 */ ＜b＞
                                     /* のとき qsort 関数を呼び出す */

   if(【 4 】) qsort(x, j+1, right);  /* 処理対象の部分列の長さが 2 以上 */ ＜c＞
                                     /* のとき qsort 関数を呼び出す */
}

int main(){
   int x[ ] = {3, 7, 4, 9, 6, 8, 1, 2, 5, 10};

   qsort(x, 0, 9);   ＜d＞

   return 0;
}
```

(i) プログラムAは再帰アルゴリズムを用いている．再帰アルゴリズムとは何か答えなさい．

(ii) プログラム中のコメント文に従い,【 1 】〜【 4 】の空欄を埋めてプログラムを完成させなさい．ただし，空欄に入るものは 1 文とは限らない．

(iii) 図 1 は，配列 x がソートされる様子を，プログラム中の＜a＞ 〜 ＜d＞ での配列の状態と qsort 関数の引数を用いて表したものです．図の作成済みの部分を参考にして，空欄になっている部分を追加し，図を完成させなさい．ただし，解答用紙には，追加した部分のみを記載しなさい．また，＜☆＞で選択された基準値 pivot は〇で囲み，＜b＞ および ＜c＞ で，qsort 関数が呼び出されない場合は「終端」と記載しなさい．

(iv) N 個のデータにクイックソートを適用したときの平均時間計算量と最悪時間計算量のオーダを N を用いて表し，最悪時間計算量の算出根拠を説明しなさい．

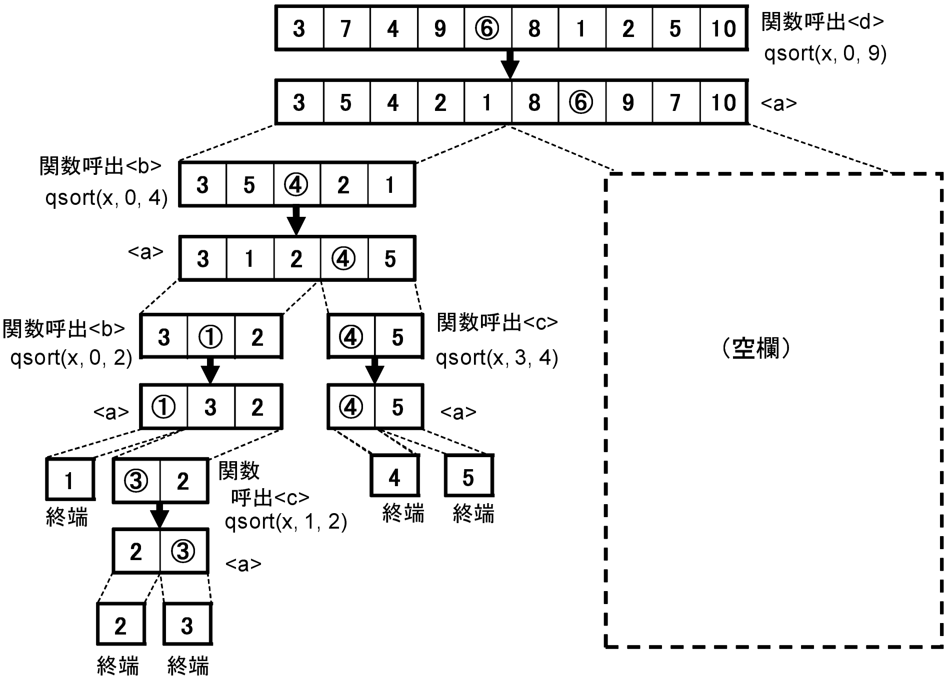

図 1

2. 二分探索木に関して以下の問いに答えなさい.

(i) 二分木のうち，二分探索木と呼ばれる木が満たす条件を示しなさい.

(ii) 自然数の 1～7 を格納した二分探索木を図示しなさい．ただし，木の高さは最小になるものとする.

(iii) 図 2 は，二分探索木の例です．この木を幅優先探索と深さ優先探索により走査した場合の節点の走査順を，節点内の数値を用いてそれぞれ示しなさい．ただし，子が複数ある場合は，左の子を優先するものとする．また，深さ優先探索については行きがけ順（前順），通りがけ順（中順）および帰りがけ順（後順）の 3 通りを示しなさい.

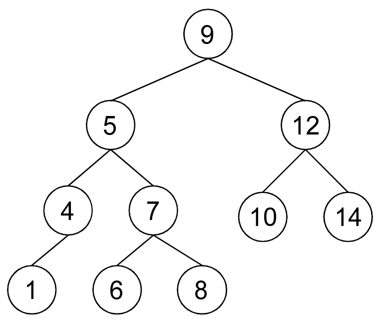

図 2

【制御工学】 解答は，水色の解答用紙に記入すること．

1. 図１のフィードバックシステムについて以下の問いに答えよ．ただし，K_1，K_2，a，b はいずれも定数である．

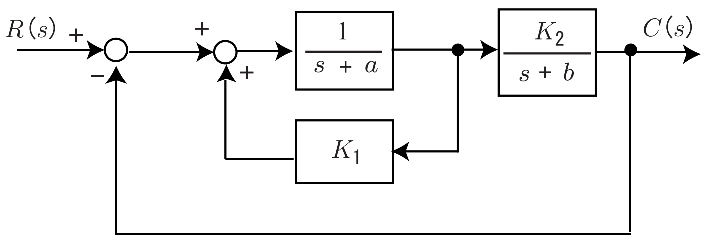

図１

(i) 入力 $R(s)$ から出力 $C(s)$ までの伝達関数を答えよ．

(ii) 図１のフィードバックシステムが安定となるための必要十分条件を K_1，K_2，a，b を用いて示せ．

(iii) 図１のフィードバックシステムが問 (ii) の条件を満たすとき，ステップ応答が単調増加となるための必要十分条件を K_1，K_2，a，b を用いて示せ．

(iv) $K_1 = 1$，$K_2 = 2$，$a = 1$，$b = 3$ のときの単位インパルス応答を時刻 t の関数として求め，応答波形の概形を示せ．

(v) 図１のフィードバックシステムの K_1，K_2，a，b を適当に定めると，図 2(a)-(d) のいずれかのシステムと同じ伝達関数となる．いずれのシステムであるか答え，そのときの K_1，K_2，a，b の値の一例を示せ．

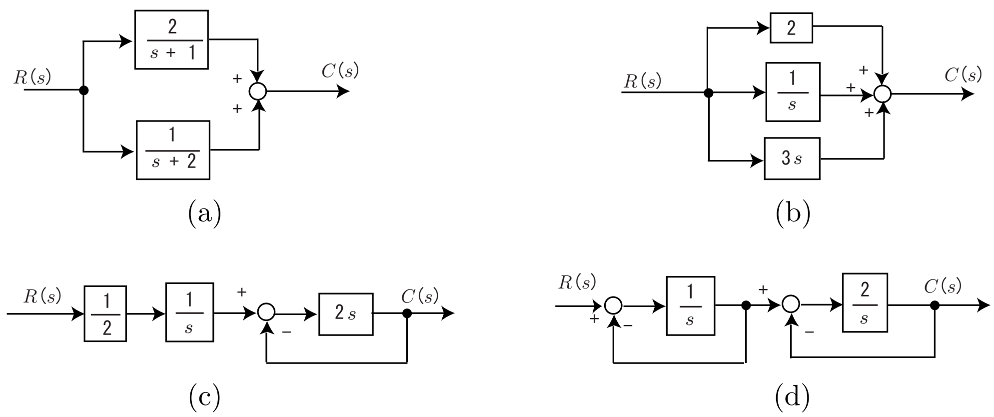

図２

2. 以下の各項目について，簡単に説明せよ．

(a) 周波数応答

(b) 根軌跡