

東京工業大学理工学研究科 電気電子工学専攻・電子物理工学専攻  
大学院修士課程入試問題 平成 26 年 8 月 19 日実施

専門科目 電気電子工学・電子物理工学(午後 2) 27 大修

時間 15:30 ～ 17:00

## 電磁気学

### 注 意 事 項

1. 大問 1 の解答は答案用紙綴りの 1 枚目, 大問 2 の解答は答案用紙綴りの 2 枚目, 大問 3 の解答は答案用紙綴りの 3 枚目に記入せよ。
  2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
  3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。
-

1. 一辺が  $a$  の 2 枚の正方形電極板 (面積  $a^2$ ) が間隔  $b$  で配置された平行平板コンデンサがある。このコンデンサに一辺が  $a$  の正方形で厚さが  $b$  の誘電体を一边を揃えて挿入する。以下の問に答えよ。ただし、誘電体以外の誘電率は真空の誘電率  $\epsilon_0$  とみなす。また、電界は電極板間のみが発生するとする。

- 1) 図 1.1 のように均一な誘電率  $\epsilon_f$  の誘電体板をコンデンサの左端より挿入した。ただし、 $\epsilon_f > \epsilon_0$  とする。図のように  $x$  軸をとり、誘電体板の右端の位置を誘電体の位置  $x$  とする。誘電体は  $x$  軸に沿ってのみ自由に移動できるものとする。
- a) 誘電体の位置が  $x$  の場合のコンデンサの容量  $C$  を表せ。
- b) このコンデンサの上下の電極板にそれぞれ  $+Q$ ,  $-Q$  の電荷を与えた。誘電体の位置が  $x$  ( $0 < x < a$ ) の場合、誘電体板に働く力  $F$  の方向と大きさを求めよ。
- 2) 図 1.2 のように、誘電率が  $x$  の関数として次の式で与えられる誘電体 (ただし  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ ) で満たされたコンデンサの容量  $C$  を求めよ。

$$\epsilon(x) = \epsilon_1 + \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{a} x$$

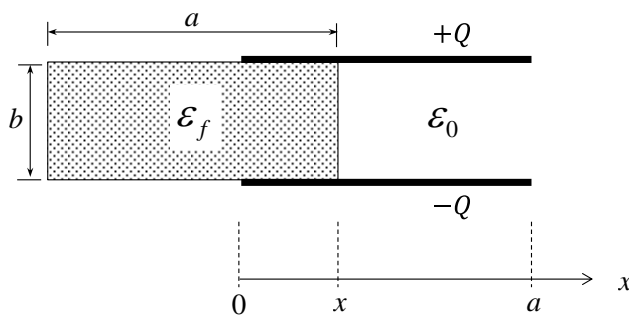


図 1.1

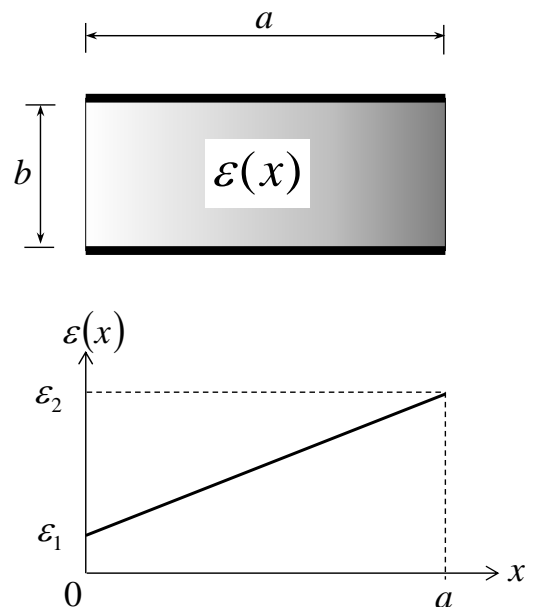


図 1.2

2. 間隔  $d$  の平行導体板間に、図 2.1 に示すように電荷が分布している。導体 A は接地されており、この電位を基準電位とする。導体 A の位置は  $x = -\frac{1}{3}d$ 、導体 B の位置は  $x = \frac{2}{3}d$  である。電位は  $x$  軸に垂直な面内では一様であり、端部効果は無視でき、一次元問題と考えることができる。以下の問に答えよ。なお、平行導体板間の誘電率は  $\epsilon_0$  であり、導体板 B の電荷は 0 であるとする。また、考えている領域に存在する電界は、平行導体板間の電荷に起因するもののみとする。

- 1)  $-\frac{1}{3}d < x \leq 0$  の領域の体積電荷密度が  $\rho_1 = -2\rho_0$ 、 $0 \leq x < \frac{2}{3}d$  の領域の体積電荷密度が  $\rho_2 = \rho_0$  で与えられるとき、 $x = -\frac{1}{3}d$  および  $x = \frac{2}{3}d$  における電界に関する境界条件をそれぞれ示せ。また、ガウスの法則を用いて、その境界条件が得られる理由を説明せよ。
- 2) 導体板間の電位分布  $V(x)$  および電界分布  $E(x)$  を求め、導体板 B の電位  $V_B$  を求めよ。ただし、電荷分布は問 1) で与えられたものと同じであるとする。
- 3) 導体板 A の単位面積当たりの電荷密度を求めよ。
- 4) 図 2.1 では電荷の正負の境界が  $x = 0$  である。正負の境界を  $x = a$  ( $-\frac{1}{3}d < a < \frac{2}{3}d$ ) に変化させたとき、問 1) で示した電界に関する境界条件が成立するための条件を、 $\rho_1$  および  $\rho_2$  を用いて示せ ( $\rho_1$  および  $\rho_2$  以外の記号、数字も使用してよい)。

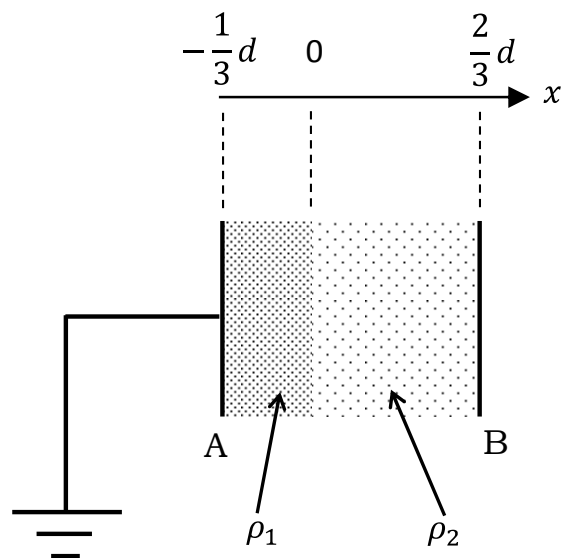


図 2.1

3. 以下の問に答えよ。空間の透磁率は $\mu_0$ とする。なお, 図 3.1, 図 3.2 において,  $R > a$  であるとする。

- 1) 図 3.1 のように, 無限長直線状導線と矩形コイル (辺の長さは  $2a$  および  $b$ ) が同一平面 ( $x$ - $y$  平面) 上にあり, 矩形コイルの  $x$  軸方向の中心位置の  $x$  座標を  $R$  とする。ただし, 無限長直線状導線と矩形コイルの辺  $AB$  は平行とする。
  - a) 無限長直線状導線に図の方向に電流  $I_1$  を流した際に, 導線からの距離  $x$  の位置に生じる磁束密度  $B(x)$  を表せ。ただし, 矩形コイルの電流  $I_2 = 0$  とする。
  - b) 無限長直線状導線と矩形コイルの間の相互インダクタンス  $M$  を求めよ。
  - c) 直線状導線と矩形コイルにそれぞれ電流  $I_1$  と  $I_2$  を図 3.1 のように流した。導線とコイルの間に働く力  $F$  を求めよ。
- 2) 無限長直線状導線にのみ一定の直流電流  $I_1$  を流した状態で, 図 3.1 の矩形コイルを無限長直線状導線から  $x$  軸方向に  $R$  離れた  $y$  軸に平行な軸を回転軸として,  $x$ - $y$  平面から角度  $\theta$  回転した状態を図 3.2 に示す。
  - a) 図 3.2 のように  $x$ - $y$  平面から角度  $\theta$  だけ回転した場合の, 矩形コイルを鎖交する磁束を  $\theta$  の関数  $\Phi(\theta)$  として求めよ。必要があれば, 余弦定理  $C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\gamma$  を用いて良い。
  - b) 矩形コイルを  $\theta = \omega t$  となる角周波数  $\omega$  で回転させたときに矩形コイルに誘起される誘導起電力  $V$  を求めよ。

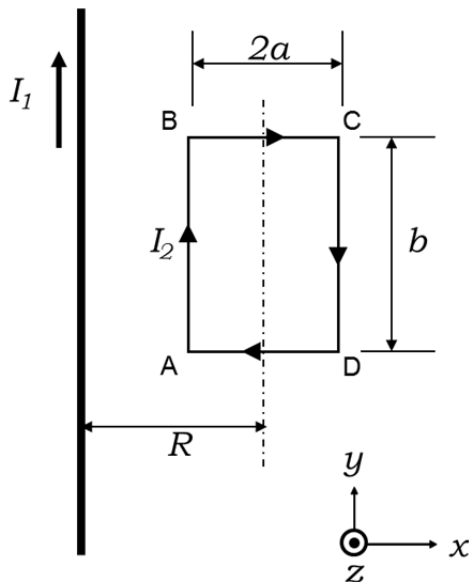


図 3.1

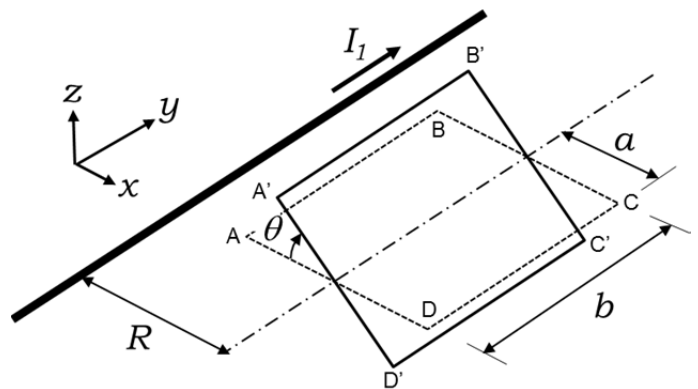


図 3.2