

九州大学大学院システム情報科学府

電気電子工学専攻

平成 2 5 年度入学試験問題

【平成 2 4 年 8 月 2 3 日（木）、2 4 日（金）】

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の1)

## 解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。  
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め7枚、解答用紙は3枚つづり (1分野につき1枚) である。  
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の6分野から3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。  
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分方程式	Differential equation	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	複素関数論	Complex function theory	5
5	確率・統計	Probability and statistics	6
6	記号論理学	Symbolic logic	7

- 解答用紙の全部に、専攻名、コース名 (情報学専攻を除く)、選択分野番号 (○で囲む)、受験番号および氏名を記入すること。  
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, course name (except the department of informatics), the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。  
Write your answers on the answer sheets. You may use the back of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

行列

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

に対し、 $A = XX^T$  とする。ただし、 $X^T$  は  $X$  の転置行列を表す。また、ベクトル  $\mathbf{u}$  に対し、 $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}}$  とする。以下の各問に答えよ。

- (1)  $A$  の固有値と対応する固有ベクトル  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  をすべて求めよ。ただし、各  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) に対し、 $\|\phi_i\| = 1$  とせよ。
- (2) 問(1)で求めた固有ベクトルを列に持つ正方行列を  $\Phi$  とする。すなわち、 $\Phi = (\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3)$ 。任意の3次元ベクトル  $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$  に対し、 $\|\Phi \mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$  が成り立つことを示せ。
- (3)  $\max_{\mathbf{v}} \frac{\mathbf{v}^T A \mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|^2}$  を求めよ。

Consider the following matrices

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

and  $A = XX^T$ , where  $X^T$  denotes the transpose of  $X$ . For a vector  $\mathbf{u}$ , let  $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}}$ . Answer the following questions.

- (1) Find the eigenvalues and corresponding eigenvectors  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  of  $A$  such that  $\|\phi_i\| = 1$  for all  $i$ . ( $i = 1, 2, 3$ )
- (2) Let  $\Phi$  be a square matrix whose columns consist of the eigenvectors found in Question (1), that is,  $\Phi = (\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3)$ . Show that  $\|\Phi \mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$  holds for any three-dimensional vector  $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ .
- (3) Find  $\max_{\mathbf{v}} \frac{\mathbf{v}^T A \mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|^2}$ .

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の3)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 2. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

次の微分方程式の一般解を求めよ。なお、 $y'$  は関数  $y(x)$  の  $x$  に関する1階導関数を表している。

$$(1) y' = \frac{3x + y - 5}{x - 3y - 5}$$

$$(2) y'' - 2y' - 3y = e^x + e^{3x} + \cos x$$

$$(3) y'''' - 4y''' + 7y'' - 6y' + 2y = 0$$

Find general solutions to the following differential equations. Here,  $y'$  denotes the derivative of first order with respect to  $x$  for a function  $y(x)$ .

$$(1) y' = \frac{3x + y - 5}{x - 3y - 5}$$

$$(2) y'' - 2y' - 3y = e^x + e^{3x} + \cos x$$

$$(3) y'''' - 4y''' + 7y'' - 6y' + 2y = 0$$

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 $x, y, z$  軸方向の単位ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  とする。次の各問に答えよ。

- (1)  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ,  $r = |\mathbf{r}|$  ( $r > 0$ ) とする。また、 $\mathbf{a}$  を定ベクトルとし、 $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ ,  $a = |\mathbf{a}|$  ( $a > 0$ ) とする。以下を計算せよ。

(a)  $\nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right)$

(b)  $\nabla \times \left( \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{r}}{r^3} \right)$

- (2) ベクトル場  $\mathbf{A} = (3x^2 + 6y)\mathbf{i} - 14yz\mathbf{j} + 10xz^2\mathbf{k}$  について、次の曲線  $C$  に対する線積分を計算せよ。

$$C: \quad \mathbf{r} = (t, t^2, t^3) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

The unit vectors on  $x, y$  and  $z$  axis of Cartesian coordinates are denoted  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  and  $\mathbf{k}$ , respectively. Answer the following questions.

- (1) Let  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  and  $r = |\mathbf{r}|$  ( $r > 0$ ). Let  $\mathbf{a}$  be a constant vector such that  $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$  and  $a = |\mathbf{a}|$  ( $a > 0$ ). Evaluate the following formulas.

(a)  $\nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right)$

(b)  $\nabla \times \left( \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{r}}{r^3} \right)$

- (2) Evaluate the line integral for the vector field  $\mathbf{A} = (3x^2 + 6y)\mathbf{i} - 14yz\mathbf{j} + 10xz^2\mathbf{k}$  along the following curve  $C$ .

$$C: \quad \mathbf{r} = (t, t^2, t^3) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

## 数学 (Mathematics)

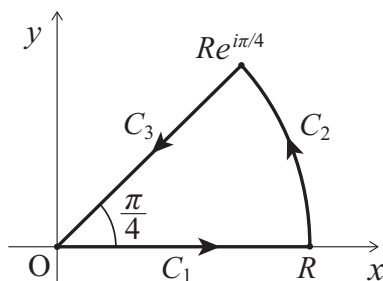
(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 4. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

図に示す反時計回りの閉曲線  $C = C_1 + C_2 + C_3$  に沿った複素積分  $\oint_C e^{iz^2} dz$  を考える。  
 $C_1, C_2, C_3$  はそれぞれ  $z = x$  ( $0 < x \leq R$ ),  $z = Re^{i\theta}$  ( $0 < \theta \leq \pi/4$ ),  $z = re^{i\pi/4}$  ( $0 \leq x < R$ )  
と表される。次の各問に答えよ。

- (1)  $\oint_C e^{iz^2} dz$  の値を求めよ。
- (2)  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_3} e^{iz^2} dz$  の値を求めよ。  $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}/2$  を用いて良い。
- (3)  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_2} e^{iz^2} dz$  の値を求めよ。  $\sin 2\theta \geq 4\theta/\pi$  ( $0 \leq \theta \leq \pi/4$ ) を用いて良い。
- (4)  $\int_0^\infty \cos x^2 dx = \int_0^\infty \sin x^2 dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}$  が成り立つことを示せ。



Consider the complex integral  $\oint_C e^{iz^2} dz$ , where  $C = C_1 + C_2 + C_3$  is a closed and counterclockwise contour as shown in the figure. Here  $C_1, C_2$ , and  $C_3$  are given by  $z = x$  ( $0 < x \leq R$ ),  $z = Re^{i\theta}$  ( $0 < \theta \leq \pi/4$ ), and  $z = re^{i\pi/4}$  ( $0 \leq x < R$ ), respectively. Answer the following questions.

- (1) Find the value of  $\oint_C e^{iz^2} dz$ .
- (2) Find the value of  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_3} e^{iz^2} dz$ . You can use the fact  $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}/2$ .
- (3) Find the value of  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_2} e^{iz^2} dz$ . You can use the fact  $\sin 2\theta \geq 4\theta/\pi$  ( $0 \leq \theta \leq \pi/4$ ).
- (4) Prove that  $\int_0^\infty \cos x^2 dx = \int_0^\infty \sin x^2 dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}$ .

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

5. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

以下の各問に答えよ。

- (1) 正の整数値をとる確率変数  $X$  は  $\Pr[X = k] = \frac{2}{3^k}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) を満たす。  $X$  の期待値を求めよ。
- (2) 正の整数値をとる確率変数  $Y$  は  $\Pr[Y \geq k] = \frac{2}{k(k+1)}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) を満たす。  $Y$  の期待値を求めよ。
- (3) 正の整数値をとる確率変数  $Z$  は  $\Pr[Z \geq k] \leq \frac{1}{k^2}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) を満たす。  $Z$  の期待値が2より大きくなりうるかどうかを理由と共に答えよ。

Answer the following questions.

- (1) Let  $X$  be a positive integer-valued random variable satisfying that  $\Pr[X = k] = \frac{2}{3^k}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ). Find the expectation of  $X$ .
- (2) Let  $Y$  be a positive integer-valued random variable satisfying that  $\Pr[Y \geq k] = \frac{2}{k(k+1)}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ). Find the expectation of  $Y$ .
- (3) Let  $Z$  be a positive integer-valued random variable satisfying that  $\Pr[Z \geq k] \leq \frac{1}{k^2}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ). Establish whether or not the expectation of  $Z$  can be larger than 2.

## 数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 6. 【記号論理学 (Symbolic logic) 分野】

(1) 以下のシーケントを自然演繹法で証明せよ。

(a)  $\vdash (p \rightarrow q) \vee \neg q$

(b)  $p \rightarrow (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p \vee s$

(2)  $\phi = (q \vee s) \rightarrow (((p \vee s) \wedge (q \vee s)) \vee (\neg p \wedge q))$  とする。(a)  $\neg\phi$  を節集合 (CNF) に変換せよ。

(b) 求めた節集合の充足不能性を導出法により証明せよ。

(3) 述語  $P(x, y)$  は「 $x$  は  $y$  が嫌いである」を表し、述語  $Q(x, y)$  は「 $x$  は  $y$  が好きである」を表すものとする。(a) 以下の命題を  $P$  と  $Q$  を用いた論理式で表せ。

(i) 自分自身が嫌いな人はいない。

(ii) どんな人にも嫌いな人がいる。

(iii) 誰かを嫌いでもあり好きでもあるという人はいない。

(b) (i), (ii), (iii) の命題, および (iv)  $\forall x \forall y \forall z ((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow Q(x, z))$  から,(v)  $\exists x \forall y \neg Q(x, y)$  が論理的に帰結されるか? その理由も述べよ。

(1) Give natural deduction proofs of the following sequents.

(a)  $\vdash (p \rightarrow q) \vee \neg q$

(b)  $p \rightarrow (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p \vee s$

(2) Let  $\phi = (q \vee s) \rightarrow (((p \vee s) \wedge (q \vee s)) \vee (\neg p \wedge q))$ .(a) Convert  $\neg\phi$  into a clause set (CNF).

(b) Show by resolution that the obtained clause set is unsatisfiable.

(3) Let  $P(x, y)$  be the predicate “ $x$  hates  $y$ ,” and  $Q(x, y)$  be the predicate “ $x$  likes  $y$ .”(a) Express each of the following propositions using the predicate symbols  $P$  and  $Q$ .

(i) No one hates oneself.

(ii) Everyone hates someone.

(iii) There is no one who hates and likes someone.

(b) Does (v)  $\exists x \forall y \neg Q(x, y)$  logically follow from the propositions (i), (ii), (iii), and(iv)  $\forall x \forall y \forall z ((P(x, y) \wedge P(y, z)) \rightarrow Q(x, z))$ ? Explain your answer.



## 専門科目 I (Special subjects I)

---

解答上の注意(Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。  
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め 8 枚、解答用紙は 3 枚である。  
You are given 8 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets.

3. 以下の 3 分野から 1 分野を選び解答すること。  
Select 1 out of the following 3 fields and answer the problems.

	分野	field	page
1	電気回路	Circuit theory	2
2	電子回路	Electronic circuits	4
3	制御工学	Control engineering	6

4. 解答用紙の全部に、志望するコース名、選択分野名、受験番号および氏名を記入すること。  
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the course name, selected field name, your examinee number and your name.
5. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, please indicate this clearly.

## 電気回路

4 問中 3 問を選び、解答用紙欄に解答した問題番号を記入すること。

【問 1】 図 1 の回路で、電流  $i_1$  と電流  $i_2$  の位相差が  $\frac{\pi}{2}$  rad、電源の角周波数  $\omega = 2$  rad/s、抵抗  $R = 1 \Omega$  である。

- (1)  $L$  と  $C$  の間の関係式を示せ。
- (2) 電流  $i_1$  の実効値が電流  $i_2$  の実効値の 2 倍であるとき、 $L$ 、 $C$  の各値を求めよ。

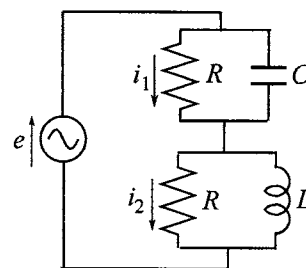


図 1

【問 2】 図 2 の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源の角周波数を  $\omega$  とする。

- (1) 図 2(a) の 1-1' を端子対とする 1 ポート回路と図 2(b) の左側の 1 ポート回路が等価となるように、電圧源  $V$  と内部インピーダンス  $Z$  を求めよ。
- (2) 図 2(b) の端子対 1-1' 間に可変抵抗負荷  $R$  を接続するとき、 $R$  に流れる電流  $I$  を求めよ。
- (3) 問題 (2) と同じ状況において、 $R$  で消費される平均電力が最大となる  $R$  の値を求めよ。

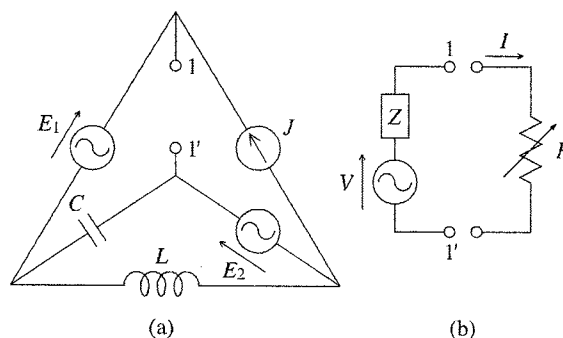


図 2

【問 3】 図 3 の 2 ポート回路において、インピーダンス行列  $Z$  および縦続行列  $K$  を次式で定義する。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \left( Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad \left( K = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \right)$$

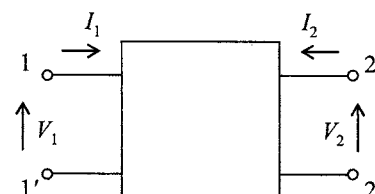


図 3

- (1)  $Z$  の定義と関係式  $A = (V_1/V_2)|_{I_2=0}$ ,  $B = (V_1/(-I_2))|_{V_2=0}$ ,  $C = (I_1/V_2)|_{I_2=0}$ ,  $D = (I_1/(-I_2))|_{V_2=0}$  を利用して、 $A, B, C, D$  を  $Z$  の要素  $z_{ij}$  で表せ。
- (2) 2 ポート回路が受動かつ相反である、すなわち、 $z_{12} = z_{21}$  が成立するとする。このとき、問題 (1) の結果を用いて  $\det K = |K| = AD - BC$  の値を求めよ。
- (3) 端子対 2-2' に負荷インピーダンス  $Z_L$  を接続するとき、1-1' からみた入力インピーダンス  $Z_{in} = \frac{V_1}{I_1}$  を  $K$  の要素を用いて表せ。

【問 4】 図 4 の回路について、以下の問いに答えよ。

- (1) スイッチ  $S_1, S_2$  をともに開いた状態から、 $t = 0$  において  $S_1$  を閉じる。  $t > 0$  における電流  $i(t)$  を求めよ。ただし、 $i(0) = 0$  とする。
- (2)  $S_1$  を閉じて  $S_2$  を開いた状態から、 $t = 0$  において  $S_1$  を開くと同時に  $S_2$  を閉じる。  $t > 0$  における  $C$  の電荷  $q(t)$  と電流  $i(t)$  を求めよ。ただし、 $q(0) = 0$ ,  $R > 2\sqrt{L/C}$  とする。また、 $t = 0$  の直前に回路は定常状態にあるとする。

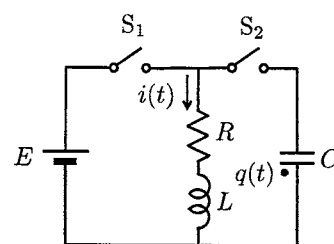


図 4

## Circuit theory

Choose three out of the four questions and write the chosen question number on each answer sheet.

**[Q1]** Consider the circuit shown in Fig.1, where the phase difference between current  $i_1$  and current  $i_2$  is  $\frac{\pi}{2}$  rad, the angular frequency  $\omega$  of the source voltage is 2 rad/s, and the resistance  $R = 1 \Omega$ .

- (1) Find the equation for the relationship between  $L$  and  $C$ .
- (2) Find the values of  $L$  and  $C$  when the effective value of  $i_1$  is twice of that for  $i_2$ .

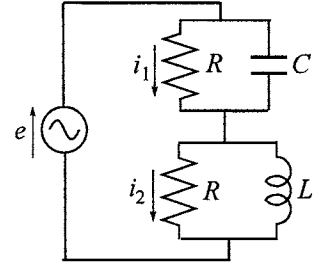


Fig. 1

**[Q2]** Consider the circuit shown in Fig. 2, where the sources  $E_1$ ,  $E_2$  and  $J$  have the same angular frequency  $\omega$ .

- (1) Find the voltage  $V$  and the internal impedance  $Z$  so that two one-port circuits with terminals 1-1' in Fig. 2(a) and Fig. 2(b) are equivalent.
- (2) In Fig. 2(b), a variable resistive load  $R$  is connected between terminals 1 and 1'. Find the current  $I$  flowing in the load  $R$ .
- (3) In the same situation as in (2), find the value of  $R$  for which the average power in  $R$  is maximized.

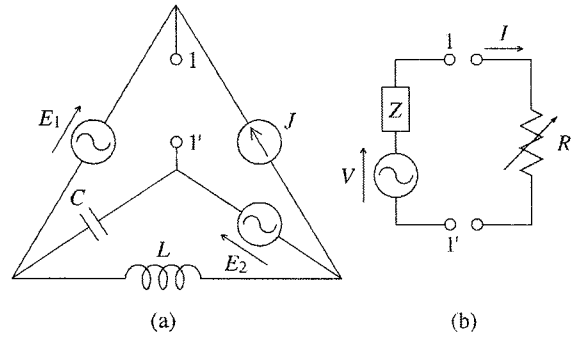


Fig. 2

**[Q3]** For the 2-port circuit shown in Fig. 3, the impedance matrix  $Z$  and the cascade matrix  $K$  are defined as:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \left( Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad \left( K = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \right)$$

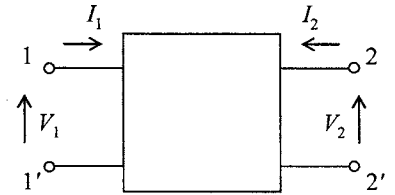


Fig. 3

- (1) Express  $A$ ,  $B$ ,  $C$  and  $D$  in terms of the elements  $z_{ij}$  of  $Z$  by using the definition of  $Z$  and the relations:  $A = (V_1/V_2)|_{I_2=0}$ ,  $B = (V_1/(-I_2))|_{V_2=0}$ ,  $C = (I_1/V_2)|_{I_2=0}$  and  $D = (I_1/(-I_2))|_{V_2=0}$ .
- (2) Suppose that the 2-port is passive and reciprocal, that is, the relation  $z_{12} = z_{21}$  holds. In this case, find the value of  $\det K = |K| = AD - BC$ .
- (3) Suppose we connect an impedance  $Z_L$  between terminals 2 and 2'. Express the input impedance  $Z_{in} = \frac{V_1}{I_1}$  in terms of  $A$ ,  $B$ ,  $C$  and  $D$ .

**[Q4]** Consider the circuit shown in Fig. 4.

- (1) Suppose that switches  $S_1$  and  $S_2$  are opened for  $t < 0$ . At  $t = 0$ ,  $S_1$  is closed. Find  $i(t)$  for  $t > 0$  under the assumption that  $i(0) = 0$ .
- (2) Suppose that  $S_1$  is closed and  $S_2$  is opened for  $t < 0$ . At  $t = 0$ ,  $S_1$  is opened and  $S_2$  is closed. Find the charge  $q(t)$  of the capacitor and  $i(t)$  for  $t > 0$  under the assumptions that  $q(0) = 0$ ,  $R > 2\sqrt{L/C}$  and the circuit is in steady state just before  $t = 0$ .

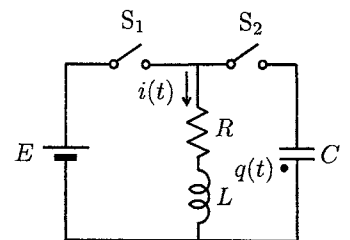


Fig. 4

電子回路

試験問題

平成24年8月23日(木)

1. 図1に示すクランプに対し、図2に示す入力電圧  $V_i$  を与えたときの出力電圧  $V_o$  の波形を図示し、回路の動作を説明せよ。但し、ダイオード  $D$  の等価直列抵抗を  $r$  で表し、それ以外の性質は理想的であるとする。また、条件  $r \ll (T/C) \ll R$  が成り立つとする。

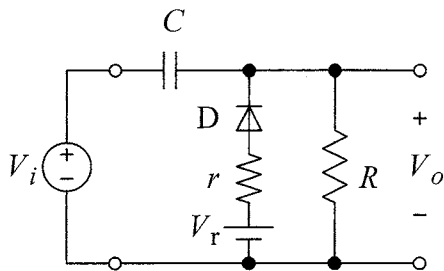


図1

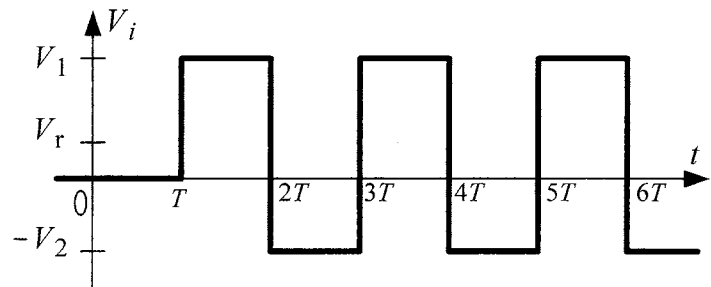


図2

2. 図3に示すLC発振器（ハートレー発振器）について、次の問に答えよ。
- (1) ループ利得  $T$  を求めよ。
  - (2) 発振が定常状態にある時の発振周波数と振幅条件を求めよ。

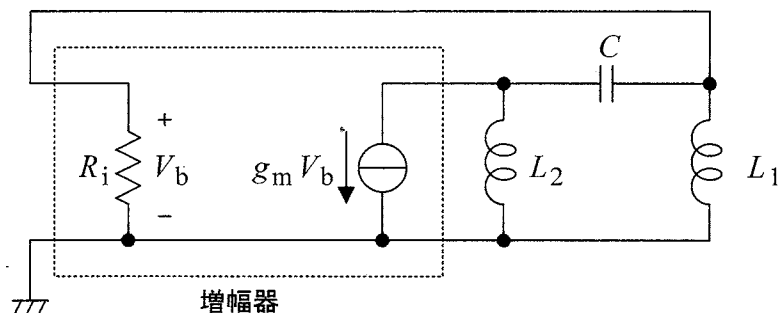


図3

1. For the clamper shown in Fig. 1, the input voltage  $V_i$  shown in Fig. 2 is applied. Sketch the waveform of the output voltage  $V_o$ , and describe the circuit operation of the clamper. The diode  $D$  is ideal except that it has an equivalent resistance  $r$ . The condition  $r \ll (T/C) \ll R$  holds.

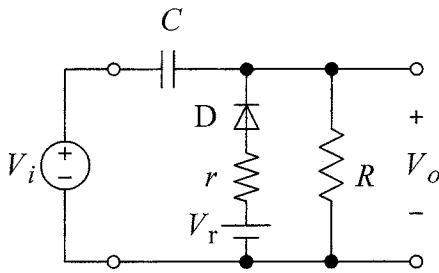


Fig. 1

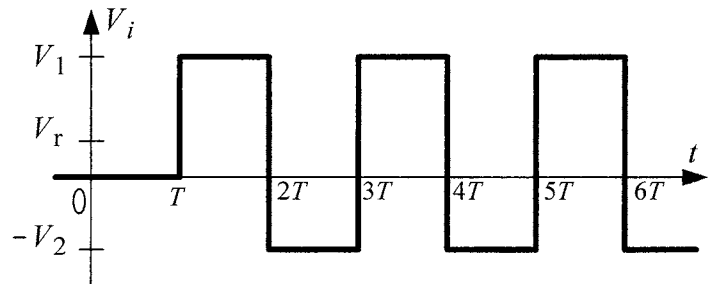


Fig. 2

2. Fig. 3 shows an LC oscillator which is called the Hartley oscillator.

- (1) Derive the loop gain  $T$ .
- (2) Derive the oscillation frequency and the condition for the amplitude when in the steady-state condition.

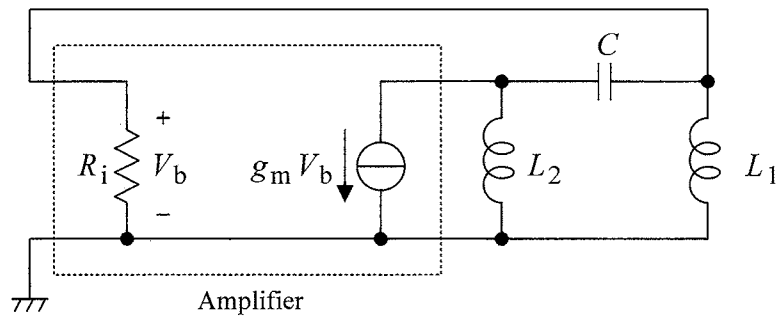


Fig. 3

# 制御工学 Control engineering

全 3 問 Three questions in total

[1]

以下の問いに答えよ。

1. 下図 (a) から (c) に示すナイキスト線図 (ベクトル軌跡) が, 以下の伝達関数  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$ ,  $G_3(s)$  のいずれに対応するかを示せ.

$$G_1(s) = \frac{a}{(1 + T_1 s)^2}, \quad G_2(s) = \frac{a}{(1 + T_1 s)^3}, \quad G_3(s) = \frac{a(1 + T_2 s)}{(1 + T_1 s)^3}, \quad \text{ただし } a > 0, 0 < T_1 < T_2$$

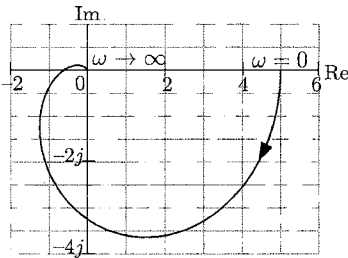
2. 上記の  $G_i(s)$ ,  $i = 1, 2, 3$  に対して図 (d) のようなフィードバック制御系を考える. ただしゲイン定数  $K$  は正である.  $i = 1, 2, 3$  のそれぞれの場合について,  $K$  を変えたときのフィードバック制御系の安定性を議論せよ.

Answer the following questions.

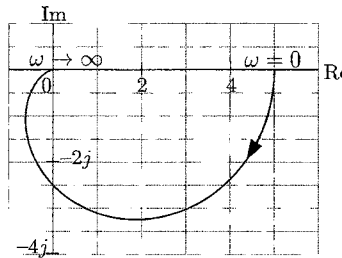
1. Indicate which of the following transfer functions,  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$  and  $G_3(s)$ , corresponds to each of the Nyquist plots (vector loci) shown in figures (a)–(c) below.

$$G_1(s) = \frac{a}{(1 + T_1 s)^2}, \quad G_2(s) = \frac{a}{(1 + T_1 s)^3}, \quad G_3(s) = \frac{a(1 + T_2 s)}{(1 + T_1 s)^3}, \quad a > 0, 0 < T_1 < T_2.$$

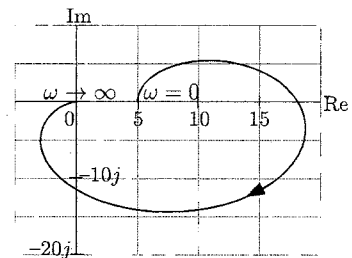
2. Consider a feedback control system shown in the figure (d) for each of  $G_i(s)$ ,  $i = 1, 2, 3$  above where gain constant  $K$  is positive. For each of the control systems, discuss its stability when  $K$  is changed.



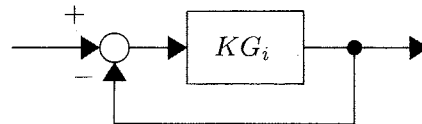
(a)



(b)



(c)



(d)

## 制御工学 Control engineering

[2]

下図のフィードバック系について考えよ。ここで

$$\dot{x}_2(t) = A_2 x_2(t) + B_2 \{u(t) + d(t)\}, \quad y(t) = C_2 x_2(t),$$

$r(t)$ ,  $d(t)$ ,  $y(t)$ ,  $u(t)$  はスカラ信号,  $x_2$  はシステム  $P$  の状態ベクトル,  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  は適当な次元の定数行列である。

1.  $K$  は次のように状態空間表現される場合を考える。

$$\dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t) + B_1 \{r(t) - y(t)\}, \quad u(t) = C_1 x_1(t) + D_1 \{r(t) - y(t)\}$$

ここで  $x_1$  はシステム  $K$  の状態ベクトル,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$  は適当な次元の定数行列である。この図のシステムを状態空間表現せよ。ただし, 状態ベクトルは  $x(t) = [x_1(t)^T \ x_2(t)^T]^T$  とせよ。

2.  $A_2 = 0$ ,  $B_2 = 1$ ,  $C_2 = 1$  とする。  $d(t)$  は単位ステップ関数,  $r(t) = 0$  とする。  $r(t) - y(t) \rightarrow 0$ ,  $t \rightarrow \infty$  となるために  $A_1$  に必要な条件を述べよ。
3.  $A_2 = 0$ ,  $B_2 = 1$ ,  $C_2 = 1$  とする。  $r(t)$  が有界であるとき,  $y(t)$  も有界となる  $K$  の例を一つあげよ。その  $K$  を用いたとき,  $y(t)$  が有界となる理由を述べよ。

Consider the feedback system shown in the figure below where  $P$  is a linear system expressed by the following equations:

$$\dot{x}_2(t) = A_2 x_2(t) + B_2 \{u(t) + d(t)\}, \quad y(t) = C_2 x_2(t),$$

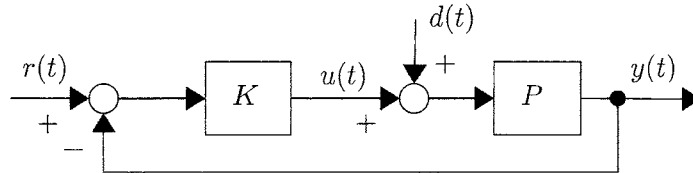
$r(t)$ ,  $d(t)$ ,  $y(t)$ ,  $u(t)$  are scalar signals,  $x_2$  is a state vector of  $P$ , and  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  are matrices with appropriate dimensions.

1. Assume that  $K$  is a system represented by the equations below:

$$\dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t) + B_1 \{r(t) - y(t)\}, \quad u(t) = C_1 x_1(t) + D_1 \{r(t) - y(t)\},$$

where  $x_1$  is the state vector of  $K$ , and  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$  are matrices with appropriate dimensions. Represent the closed loop system using a state vector  $x(t) = [x_1(t)^T \ x_2(t)^T]^T$ .

2. Assume  $A_2 = 0$ ,  $B_2 = 1$ ,  $C_2 = 1$ ,  $d(t)$  a unit step function,  $r(t) = 0$ . Show a necessary condition imposed on  $A_1$  such that  $r(t) - y(t) \rightarrow 0$ ,  $t \rightarrow \infty$ .
3. Assume  $A_2 = 0$ ,  $B_2 = 1$ ,  $C_2 = 1$ . Find some  $K$  by which  $y(t)$  is bounded when  $r(t)$  is bounded. Explain why  $y(t)$  is bounded by the found  $K$ .



## 制御工学 Control engineering

[3]

次の状態方程式と出力方程式で表されるシステムがある.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

ただし,  $u$  は入力,  $x_1, x_2$  は状態変数,  $y$  は出力である.

1. このシステムは可制御であるか. また可観測であるか.
2. このシステムの入出力関係を最小次数の伝達関数で表せ.
3. 上記で求めた伝達関数と等しい伝達関数を与え, 可制御かつ可観測であるシステムの状態方程式と出力方程式を示せ. ただし, 上記の方程式と同一であってはならない.

Consider a system represented by the following state and output equations:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix},$$

where  $u$  is input,  $x_1$  and  $x_2$  are state variables, and  $y$  is output.

1. Determine if the system is controllable. Also determine if it is observable.
2. Find the minimum order transfer function which expresses the input-output relation of the system.
3. Find state and output equations of a controllable and observable system which gives the same transfer function as obtained in the above. Note that the equations must be distinct from the equations given above.



## 専門科目Ⅱ (Special subjects Ⅱ)

---

解答上の注意(Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め 19 枚、解答用紙は 4 枚である。

You are given 19 problem sheets including this cover sheet, and 4 answer sheets.

3. 以下の 3 分野から 1 分野を選び解答すること。

Select 1 out of the following 3 fields and answer the problems.

	分野	field	page
1	電磁気学	Electromagnetism	2
2	半導体デバイス	Semiconductor device	6
3	計算機工学	Computer engineering	14

4. 解答用紙の全部に、志望するコース名、選択分野名、受験番号および氏名を記入すること。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the course name, selected field name, your examinee number and your name.

5. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, please indicate this clearly.

問 1 半径  $a, b$  のきわめて長い 2 本の円柱状導体を中心軸間の距離  $d$  ( $d \gg a, b$ ) を隔てて平行に置かれている。

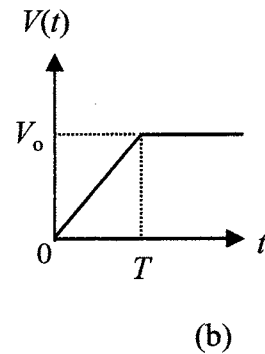
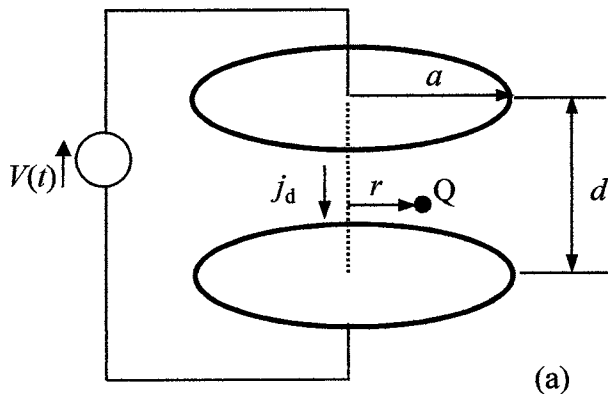
- (1) 単位長さ当たりの導体間の静電容量を求めよ。
- (2) 導体間に電位差  $V$  を与えたとき、単位長さ当たりの静電エネルギーを求めよ。
- (3) (2) の場合、導体間の単位長さあたりに働く力の大きさを求めよ。

問 2 真空中に導体 1 と導体 2 が置かれている。導体 1 にのみ電荷  $Q_1$  を与えたとき、導体 1 の電位は  $V_1$  であり、導体 2 の電位は  $V_2$  であった。また、導体 2 だけに電荷  $Q_2$  を与えたとき、導体 2 の電位は  $V_3$  であった。

- (1) この導体系の電位係数を求めよ。
- (2) 導体 2 を接地し、導体 1 に電荷  $q$  を与えた。導体 2 に誘導される電荷量を求めよ。また、導体 1 から出た電気力線の半分が導体 2 で終わるための条件を求めよ。
- (3) 導体 1 に電荷  $q_1$ 、導体 2 に電荷  $q_2$  を与えたとき、系の静電エネルギーを求めよ。
- (4) 二つの導体間の静電容量を求めよ。
- (5) 導体 1 と導体 2 に電荷を与えて、両導体を大きさの無視できる細い導体で接続した。この時、導体 1 と導体 2 の電荷量の比を求めよ。

問 3 図(a) に示すように半径  $a$  の円板導体が距離  $d$  離れて配置され平行平板コンデンサを形成しており、コンデンサには図(b) に示すような電圧  $V(t)$  が印加されている。ただし、時刻  $t=0$  ではコンデンサの電荷はないものとする。また、 $a \gg d$  であり端部の効果は無視できるとする。さらに、誘電率と透磁率は全ての領域でそれぞれ、 $\epsilon$  と  $\mu$  とする。

- (1) 時刻  $t$  ( $0 < t < T$ ) での円板導体間の電界の強さ  $E$  及び変位電流密度  $j_d$  を求めよ。
- (2) 時刻  $t$  ( $0 < t < T$ ) で、中心から  $r$  の距離にある円板導体間の点  $Q$  における磁界  $H$  を電流密度  $j_d$  とアンペアの法則から求めよ。
- (3) 時刻  $t$  ( $0 < t < T$ ) で、 $r=a$  でのポインティングベクトル  $S$  を求めよ。また、円板導体間の  $r=a$  の側面から出入りする電力  $P$  の大きさを  $S$  から求めよ。
- (4) 時刻  $t$  ( $t > T$ ) において、コンデンサに蓄えられている電気エネルギー  $U_e$  を(3)の結果を用いて求めよ。



[Problem 1] Two very long cylindrical conductors, of which the radii are  $a$  and  $b$  respectively are laid in parallel with the distance  $d$ . Answer the following questions under the condition of  $a, b \ll d$ .

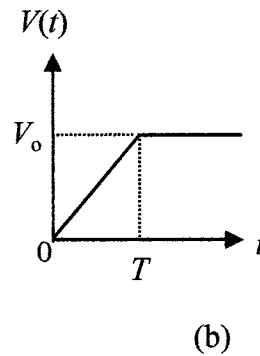
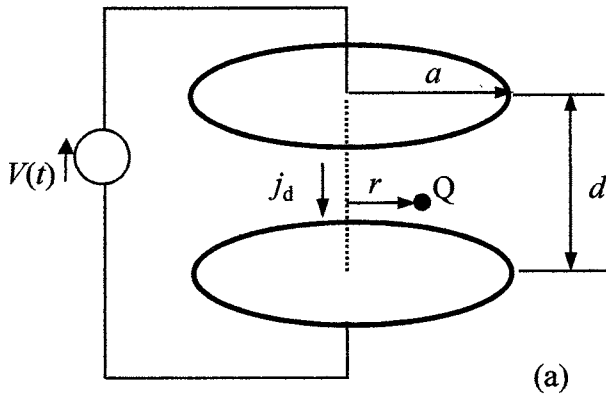
- (1) Give the electric capacitance  $C$  per unit length between the conductors.
- (2) When the voltage difference  $V$  is applied between the conductors, give the electrostatic energy per unit length.
- (3) In the same case as (2), give the electric force exerted on the conductors per unit length.

[Problem 2] A conductor 1 and a conductor 2 are placed in a vacuum. When only the conductor 1 is charged with electric charge  $Q_1$ , the electric potentials of the conductors 1 and 2 are  $V_1$  and  $V_2$ , respectively. When only the conductor 2 is charged with electric charge  $Q_2$ , the electric potential of the conductor 2 is  $V_3$ .

- (1) Give the coefficients of the electrostatic potential of this system.
- (2) The conductor 1 is charged with electric charge  $q$ , while the conductor 2 is grounded. Give the induced electric charge of the conductor 2. Give the condition under which the half of the lines of the electric force emerging from the conductor 1 reaches the conductor 2.
- (3) Give the electrostatic energy stored in the system when the conductors 1 and 2 are charged with an electric charge of  $q_1$  and  $q_2$ , respectively.
- (4) Give the electric capacitance between the conductors.
- (5) After charging the conductors 1 and 2, both of the conductors are connected with a very thin conducting wire. Give the ratio between the electric charges stored in the conductors 1 and 2.

[Problem 3] As shown in Fig. (a), there is a parallel plate capacitor made of two circular electrodes with radius  $a$  and spacing  $d$ . The voltage  $V(t)$  shown in Fig. (b) is supplied to the capacitor. Here, we assume that no charge is stored in the capacitor at  $t = 0$ . We also neglect the edge effect of the capacitor by assuming  $a \gg d$ . Permittivity and permeability is  $\epsilon$  and  $\mu$ , respectively, in all space.

- (1) Give the electric field  $E$  and the displacement current density  $j_d$  inside the capacitor for  $0 < t < T$ .
- (2) Give the magnetic field strength  $H$  at point Q inside the capacitor by using the Ampere's law and  $j_d$  for  $0 < t < T$ . Here, the point Q is at a distance  $r$  from the center.
- (3) Give the Poynting vector  $S$  at  $r = a$ . Also, give the electric power  $P$ , that is passing through the side surface given by  $r = a$ , for  $0 < t < T$ .
- (4) Give the electric energy  $U_e$ , that is stored in the capacitor for  $t > T$ , by using the result of (3).



**半導体デバイス****1**

2種類の n 型半導体 A, B がある. 半導体 A のバンドギャップは, 半導体 B より大きい. ただし, 室温において, これらの自由電子密度は共に等しく, 価電子帯及び伝導帯の有効状態密度も, それぞれ, 共に等しい. 下記の設問に答えよ.

- (1) 室温において, 半導体中の伝導帯の底  $E_C$  とフェルミ準位の位置  $E_F$  の差 ( $E_C - E_F$ ) を比較する. 半導体 A の ( $E_C - E_F$ ) は, 半導体 B に比べ, 大きいか, 小さいか, または同一か? 理由と共に答えよ.
- (2) 室温において, 半導体 A, B のうち, 何れの方が, 高い正孔密度を有するか. 理由と共に答えよ.
- (3) 半導体 A, B の自由電子密度の温度依存性のグラフを示せ. 縦軸を自由電子密度の対数, 横軸を絶対温度  $T$  の逆数としてプロットすること. 更に, 温度依存性の様子に従って, 低温領域, 中温領域 (飽和領域), 高温領域 (真性領域) の 3 領域に分類し, それぞれの範囲を図示せよ. なお, 半導体 A, B とも, 室温は中温領域に該当する.
- (4) 半導体 A, B のうち, 何れの方が, 真性キャリア密度が大きい. 理由と共に答えよ.
- (5) より高い温度でも安定に動作するデバイス (ダイオード, トランジスタなど) を作製するには, 半導体 A, B のいずれが好適か. 理由と共に答えよ.

## 2

n 型シリコン (Si) (ドナー密度:  $N_D$ ), p 型 Si (アクセプタ密度:  $N_A$ ) で構成される pn 接合に関し, 下記の設問に答えよ. ただし, 絶対温度を  $T$ , 真性キャリア密度を  $n_i$ , 電気素量を  $q$  とする.

- (1) この pn 接合ダイオードの, 順方向バイアス状態 (バイアス電圧:  $V_F$ ), 及び逆方向バイアス状態 (バイアス電圧:  $-V_R$ ) におけるバンド図を描け. 図には, 価電子帯の頂き ( $E_V$ ), 伝導帯の底 ( $E_C$ ), フェルミ・エネルギーの位置 ( $E_F$ ), pn 接合の拡散電位 ( $V_D$ ), および印加バイアスの大きさ ( $V_F - V_R$ ) を記入すること.
- (2) 逆方向バイアス状態における, 空乏層内の領域で成立する一次元のポアソン方程式を示せ. n 型半導体と p 型半導体の境界を  $x = 0$  とし, p 型半導体は  $x > 0$  の領域, n 型半導体は  $x < 0$  の領域とする. ただし, Si の誘電率を  $\epsilon_s$  とする.
- (3) 上記のポアソン方程式を解いて, 空乏層の n 型側への広がり ( $W_n$ ), p 型側への広がり ( $W_p$ ) と, ドナー密度 ( $N_D$ ), アクセプタ密度 ( $N_A$ ) の関係式を導け.
- (4) p 型半導体の中性領域における熱平衡自由電子密度を与える式を示せ.
- (5) この pn 接合の順方向バイアス状態 (バイアス電圧:  $V_F$ ) における,  $x = W_p$  での自由電子密度を与える式を示せ. ただし, ボルツマン定数を  $k$  とせよ.

**3** 通常の動作状態(順方向活性状態)で動作している npn 型バイポーラ接合トランジスタについて問う(図1参照).

(1) ベース中性領域にエミッタから密度  $n_E$  の自由電子が注入された. ベース中性領域中の自由電子密度分布  $n_B(x)$  を求めよ. ただし, 熱平衡状態でのベース中の少数キャリア密度は無視しても良いものとし, 自由電子の拡散長  $L_n \equiv \sqrt{D_n \tau_n}$  はベース中性領域の幅  $W_B$  よりも十分に大きい, すなわち  $L_n \gg W_B$  である, とする. ここで,  $D_n$  は自由電子の拡散定数,  $\tau_n$  は自由電子の寿命である.

なお, 電気素量を  $q$  とし, 必要なら, 定常状態の拡散方程式は

$$\frac{d^2 n}{dx^2} = \frac{n}{L_n^2}$$

で, その一般解は  $n(x) = A \exp(-x/L_n) + B \exp(+x/L_n)$  (ここで  $A$  および  $B$  は定数) であること, および  $x \ll 1$  のとき  $\sinh x \approx x$  であることを用いよ.

(2) 上で求めた  $n_B(x)$  のグラフを描け.

(3) ベース中性領域中のエミッタ側から見た単位面積当たりの少数キャリア電荷量  $Q_B$  を求めよ.

(4) ベース中の自由電子の電流密度  $J_n(x)$  を求めよ.

(5) (3), (4) の結果を利用して, 自由電子のベース中の平均走行時間  $t_B$  を求めよ.

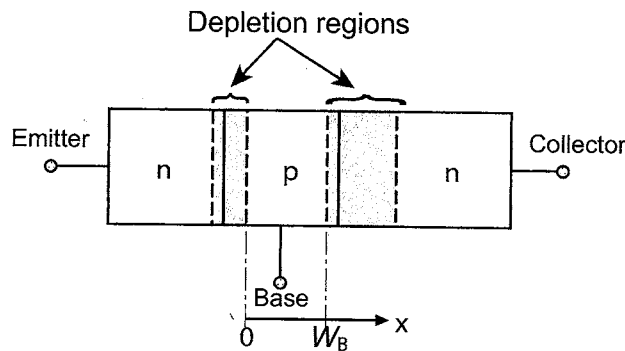


図1



**4** 図2(a)の特性をもつMOSFETがある。ここで $I_D$ はド레인電流,  $V_G$ はゲート電圧,  $V_D$ はド레인電圧である。以下の問いに答えよ。

- (1) このMOSFETはnチャネルか, pチャネルか。判定理由とともに記述せよ。
- (2) 図1(a)中の②点におけるチャネル内のキャリア密度分布を図1(b)のように模式的に表すとする。⑥点および③点のキャリア密度分布の様子を同様に描け。
- (3)  $V_D = 5V$ のとき,  $I_D$ と $V_G$ の関係を表すグラフを描け。
- (4) このMOSFETのしきい電圧はいくらか。
- (5) チャネル内のキャリア密度分布が, ソース端からド레인端まで線形に変化するとし, ⑥点の状態におけるチャネル内キャリアの電荷量 $Q_C$ を求めよ。ただし, 単位面積当たりのゲート酸化膜容量は $C_{OX} = 1.0 \times 10^{-3} \text{F/m}^2$ , トランジスタのチャネル長は $L = 1\mu\text{m}$ , チャネル幅は $W = 5\mu\text{m}$ とする。

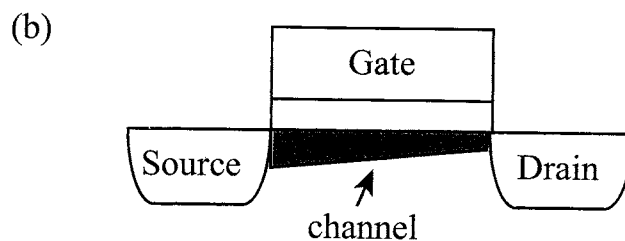
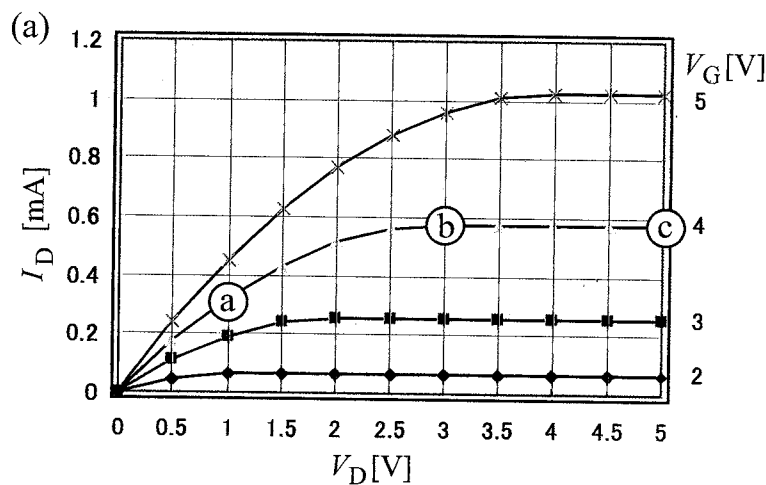


図2

## Semiconductor device

1

Answer the following questions concerning two species of n-type semiconductors A and B, where the energy gap of semiconductor A is larger than that of B, and the free electron concentration and effective density of states in the conduction band and valence band in semiconductor A are the same as those in B, at room temperature.

- (1) Compare the value of  $(E_C - E_F)$  of semiconductor A at room temperature with that of B, where  $E_C$  is bottom of the conduction band, and  $E_F$  is the position of the Fermi level. Is the value of semiconductor A larger, smaller, or equal compared with semiconductor B? Answer with the reason.
- (2) Which shows the higher hole concentration at room temperature, semiconductor A or B? Answer with the reason.
- (3) How do the free electron concentrations in semiconductors A and B depend on the temperature? Sketch the temperature dependence of the carrier concentrations, taking the logarithmic free electron concentrations as the y-axis and the inverse of the absolute temperature  $T$  as the x-axis. In the figure, indicate the low temperature, middle temperature (saturation), and high temperature (intrinsic) regions, based on the temperature dependence. Assume that room temperature is included in the middle temperature region for both semiconductors A and B.
- (4) Which shows the higher intrinsic carrier concentration, semiconductor A or B? Answer with the reason.
- (5) Which is suitable for application to devices such as diodes and transistors that stably operate at higher temperatures, semiconductor A or B? Answer with the reason.

2

Answer the following questions concerning a pn junction diode, composed of n-type Si (donor concentration:  $N_D$ ) and p-type Si (acceptor concentration:  $N_A$ ). The absolute temperature, the intrinsic carrier concentration, and the elementary charge are represented as  $T$ ,  $n_i$ , and  $q$ , respectively.

- ( 1 ) Sketch the band diagram for the diode under the forward bias condition (applied voltage:  $V_F$ ) and that under the reverse bias condition (applied voltage:  $-V_R$ ). The energy positions of the top of the valence band ( $E_V$ ), the bottom of the conduction band ( $E_C$ ), the position of the Fermi level ( $E_F$ ), the diffusion potential ( $V_D$ ) of the pn junction, and the applied voltage ( $V_F, -V_R$ ) should be given in the drawings.
- ( 2 ) Show one-dimensional Poisson's equation for the depletion region under the reverse bias condition. Assume that  $x=0$  at the pn junction interface, and  $x>0$  and  $x<0$  for p- and n-type regions, respectively. The dielectric constant of Si is represented as  $\epsilon_s$ .
- ( 3 ) Solve Poisson's equation obtained in (2), and derive an equation showing the relationship among  $W_n$ ,  $W_p$ ,  $N_D$ , and  $N_A$ , where  $W_n$  and  $W_p$  are widths of the depletion region in n- and p-type Si, respectively.
- ( 4 ) Show an equation for the free electron concentration under the thermal equilibrium condition in the neutral region of p-type Si.
- ( 5 ) Show an equation for the free electron concentration at  $x=W_p$  under the forward bias condition (applied voltage:  $V_F$ ) of the pn junction diode. Boltzmann's constant is represented as  $k$ .

**3** Consider an npn-type bipolar junction transistor which is operating in the normal mode, i.e. forward active mode (see Fig. 1). Answer the following questions.

(1) Derive free-electron concentration distribution  $n_B(x)$  in the neutral base region under the bias condition where free electron density injected from the emitter to the base is  $n_E$ . Assume that the minority carrier density in the base under the thermal equilibrium can be neglected and that the diffusion length of free electrons,  $L_n \equiv \sqrt{D_n \tau_n}$ , is much larger than the width of the base neutral region,  $W_B$ , i.e.,  $L_n \gg W_B$ , where  $D_n$  is the diffusion coefficient of free electrons and  $\tau_n$  is the life time of free electrons. The elemental charge is  $q$ .

Use the following knowledge, if necessary: The steady-state diffusion equation is

$$\frac{d^2 n}{dx^2} = \frac{n}{L_n^2}$$

and general solution for the equation is given by  $n(x) = A \exp(-x/L_n) + B \exp(+x/L_n)$ , where  $A$  and  $B$  are constants. When  $x \ll 1$ ,  $\sinh x \approx x$ .

(2) Draw a graph to show  $n_B(x)$  derived in (1).

(3) Derive the total amount of minority carrier charge per unit area viewed from the emitter,  $Q_B$ , under the condition described in (1).

(4) Derive electron current in the base,  $J_n(x)$ .

(5) Using the results obtained in (3) and (4), derive the average traveling time of free electrons across the base neutral region,  $t_B$ .

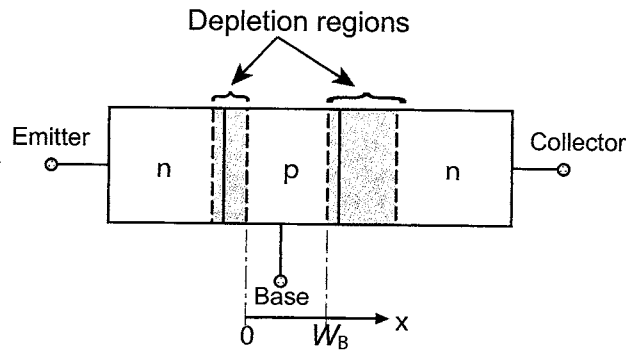


Fig. 1

**4** Answer the following questions on a MOSFET having current-voltage characteristic shown in Fig. 2(a), where  $I_D$  is the drain current,  $V_G$  is the gate voltage, and  $V_D$  is the drain voltage.

(1) Is the MOSFET either n-channel or p-channel? Answer together with the reason why you decide so.

(2) Figure 2(b) schematically illustrates carrier distribution in the channel at the point ① marked in Fig. 2(a). Draw similar illustrations for the points ② and ③ marked in Fig. 2(a).

(3) Draw a graph showing  $I_D$  vs.  $V_G$  under  $V_D = 5V$ .

(4) What is the value of the threshold voltage of the MOSFET.

(5) Assuming that the carrier density in the channel changes linearly with distance from the source edge to the drain edge, evaluate the amount of charge in the channel,  $Q_c$  at the point ② marked in Fig. 2(a). Use, if necessary, gate oxide capacitance per unit area  $C_{OX} = 1.0 \times 10^{-3} \text{F/m}^2$ , channel length  $L = 1\mu\text{m}$ , channel width  $W = 5\mu\text{m}$ .

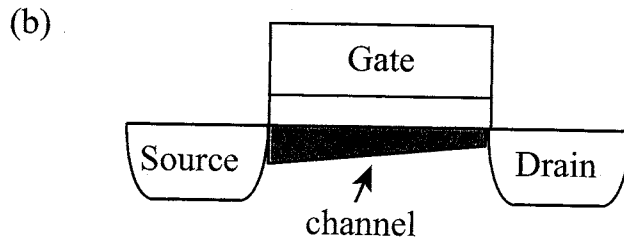
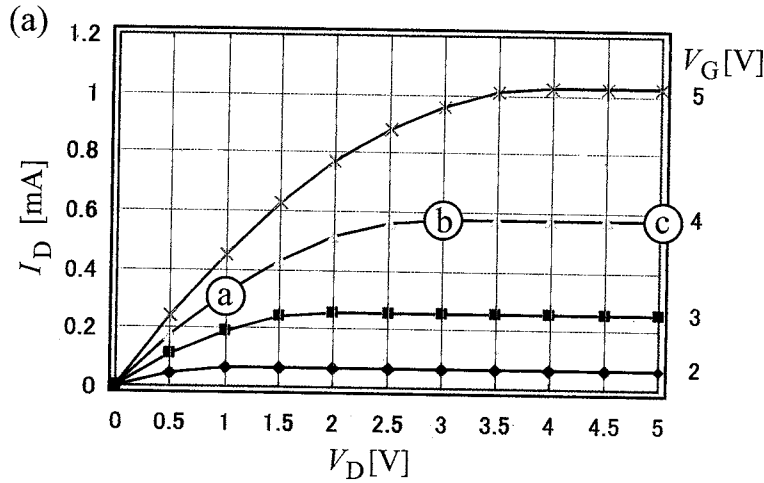


Fig. 2

次の各問（【問 1】【問 2】【問 3】）に答えよ.

【問 1】 論理代数において以下の等式が成り立つことを証明せよ.

$$a\bar{b}\bar{e}f + \bar{a}\bar{b}ef + acd\bar{e} + \bar{a}cde + \bar{b}\bar{c}f + \bar{b}df = acd\bar{e} + \bar{a}cde + \bar{b}\bar{c}f + \bar{b}df$$

【問 2】 あるプロセッサにおいて、以下の 4 種類の命令タイプを実装することを考える。各命令タイプの命令実行の各ステップにおける所要時間は下表の通りとする。

命令タイプ	ステップ				
	命令フェッチ	レジスタ 読出し	ALU 演算	データメモリ アクセス	レジスタ 書込み
ロード命令	Y ps	X ps	700ps	Y ps	X ps
ストア命令	Y ps	X ps	700ps	Y ps	
演算命令	Y ps	X ps	700ps		X ps
分岐命令	Y ps	X ps	800ps		

- (a) このプロセッサの構成方式としてシングルサイクル・データパス方式（1 命令の実行を 1 クロックサイクルで実行する方式）を採用した場合のクロックサイクル時間は 3.7ns になった。また、マルチサイクル・データパス方式（上記の各ステップを 1 クロックサイクルで実行する方式）を採用した場合のクロックサイクル時間は 1.1ns になった。レジスタアクセスよりもメモリアクセスの方がアクセス時間が長いと仮定して、上記の X と Y を求めよ。
- (b) シングルサイクル・データパス方式およびマルチサイクル・データパス方式を採った場合の各命令タイプの実行所要時間（単位は ns）および実行所要クロックサイクル数を求めよ。
- (c) 命令パイプライン処理方式（上記の各ステップを 1 パイプラインステージとし、1 ステージを 1 クロックサイクルで実行する方式）を採った場合のクロックサイクル時間（最小値、単位は ns）、各命令タイプの実行所要時間（単位は ns）および実行所要クロックサイクル数を求めよ。
- (d) 上記 3 種類の異なるプロセッサ構成方式を採用したプロセッサにおいて以下のプログラムを実行した際のプログラム実行時間（単位は ns）を求めよ。なお、命令パイプライン処理においてデータハザードを考慮する必要はない。

```
lw $2, 20($1)  (R2 ← Memory[R1+20])
and $12, $2, $5  (R12 ← R2 ∧ R5)
or $13, $6, $2  (R13 ← R6 ∨ R2)
add $14, $2, $2  (R14 ← R2 + R2)
sw $15, 100($2)  (R15 → Memory[R2+100])
```

- (e) 上記 (d) のプログラムには 4 つのフロー依存関係が存在する。どの命令がどの命令にどのレジスタ（データ）を介して依存しているかをすべて列挙せよ。
- (f) 上記 (e) のフロー依存関係のうち、上記 (c) の命令パイプライン処理で実行した際に実際にデータハザードを生じさせるものを示せ。

【問 3】 クイックソートの疑似コードは以下の様に記述される.

```
1 QUICKSORT( $A, p, r$ )
2   if  $p < r$ 
3     then  $q \leftarrow \text{PARTITION}(A, p, r)$ 
4           QUICKSORT( $A, p, q$ )
5           QUICKSORT( $A, q + 1, r$ )
6
7 PARTITION( $A, p, r$ )
8    $x \leftarrow A[p]$ 
9    $i \leftarrow p - 1$ 
10   $j \leftarrow r + 1$ 
11  while TRUE
12    do repeat  $j \leftarrow j - 1$ 
13          until  $A[j] \leq x$ 
14          repeat  $i \leftarrow i + 1$ 
15                until  $A[i] \geq x$ 
16                if  $i < j$ 
17                  then exchange values  $A[i] \leftarrow A[j]$ 
18                  else return  $j$ 
```

- (1) 配列  $A(=[6, 3, 7, 8, 2, 4])$  に対して,  $\text{PARTITION}(A, 1, 6)$  を実行した場合に  $\text{PARTITION}$  の返す値 ( $q$  に代入される値), および実行後の配列の状態を示せ. この記法では, 配列のインデックスは 1 から始まる (上の例では,  $A[1]=6$  となる) ことに注意.
- (2) すべての 6 要素の配列に対して, クイックソートが終了するまでに, 手続き  $\text{PARTITION}$  が呼び出される回数の最小値を求めよ.
- (3) このアルゴリズムは安定なソートングアルゴリズムではない (同じ値を有する複数の要素に関して, 元の列の順序が保存されない). この具体例を示せ.



Answer the following questions ( 【Q1】 【Q2】 【Q3】 ).

【Q1】 Prove the following logic equation in logic algebra.

$$\bar{a}\bar{b}\bar{e}f + \bar{a}\bar{b}ef + ac\bar{d}\bar{e} + \bar{a}c\bar{d}e + \bar{b}\bar{c}f + \bar{b}df = ac\bar{d}\bar{e} + \bar{a}c\bar{d}e + \bar{b}\bar{c}f + \bar{b}df$$

**【Q2】** Let us consider that we implement the following four types of instructions for a processor. Assume that each step of the instruction execution requires the following time.

Instruction Types	Steps				
	Instruction fetch	Register read	ALU operation	Data memory access	Register write
Load	Y ps	X ps	700ps	Y ps	X ps
Store	Y ps	X ps	700ps	Y ps	
ALU	Y ps	X ps	700ps		X ps
Branch	Y ps	X ps	800ps		

- (a) If the single-cycle datapath implementation, where each instruction is executed in a single clock cycle, is used for implementing the processor above, the clock-cycle time is 3.7ns. On the other hand, if the multi-cycle datapath implementation, where each step of the instruction execution is performed in a single clock cycle, is used for implementing the processor, the clock-cycle time is 1.1ns. Compute X and Y, assuming that the memory access time is longer than the register access time.
- (b) For the single-cycle datapath and multiple-cycle datapath implementations, compute the execution time for each instruction type (unit: ns) and the number of clock cycles required for each instruction type.
- (c) For the pipelined datapath implementation, where each step of the instruction execution corresponds to a pipeline stage and each stage is performed in a single clock cycle and in a pipelining fashion, compute the clock-cycle time (minimum value, unit: ns), the execution time for each instruction type (unit: ns), and the number of clock cycles required for each instruction type.
- (d) For the three processor implementations above, compute the program execution time (unit: ns) for the following program. Ignore any data hazards which could occur in the pipelined datapath.

```

lw $2, 20($1)  (R2 ← Memory[R1+20])
and $12, $2, $5  (R12 ← R2 ∧ R5)
or $13, $6, $2  (R13 ← R6 ∨ R2)
add $14, $2, $2  (R14 ← R2 + R2)
sw $15, 100($2)  (R15 → Memory[R2+100])

```

- (e) There are four data dependences in the program above. Identify all these data dependences by describing which instruction depends on which instruction through which register.
- (f) Show which data dependences actually cause data hazards in the pipelined datapath.

**【Q3】** A pseudo code for quicksort can be described as follows.

```

1  QUICKSORT( $A, p, r$ )
2    if  $p < r$ 
3      then  $q \leftarrow \text{PARTITION}(A, p, r)$ 
4           QUICKSORT( $A, p, q$ )
5           QUICKSORT( $A, q + 1, r$ )
6
7  PARTITION( $A, p, r$ )
8     $x \leftarrow A[p]$ 
9     $i \leftarrow p - 1$ 
10    $j \leftarrow r + 1$ 
11   while TRUE
12     do repeat  $j \leftarrow j - 1$ 
13         until  $A[j] \leq x$ 
14     repeat  $i \leftarrow i + 1$ 
15         until  $A[i] \geq x$ 
16     if  $i < j$ 
17       then exchange values  $A[i] \leftarrow A[j]$ 
18     else return  $j$ 

```

- (1) Let us assume  $\text{PARTITION}(A, 1, 6)$  is applied for array  $A(= [6, 3, 7, 8, 2, 4])$ . Note that we assume the first element of the array is  $A[1]$ , i.e.  $A[1] = 6$  in this case. Describe the return value of  $\text{PARTITION}$  (i.e., the value substituted for  $q$ ) and the state of array  $A$ .
- (2) Find the smallest total number of calls of  $\text{PARTITION}$  in order to complete quicksort for any array of size 6.
- (3) This algorithm is not a stable sorting algorithm, i.e., for multiple elements with the same value, the order of the original input is not preserved. Show an example such that the result of this algorithm is not stable.