平成21年度大学院前期課程入試問題

選択科目　b. システム制御

平成20年8月19日

注意事項

- 問題用紙は全部で９枚（但し，表紙を除く）あるので確認すること．
- 解答には必ず問題番号を書き，どの問題に解答したか分かるようにすること．
- 「制御工学」（問題１および２－１，２－２）は全員が解答せよ．
- 選択問題（問題３～７）から２分野を選択して解答せよ．選択しなかった問題の解答用紙には×印を記して選択した問題が明確に分かるようにせよ．
- 選択問題から３分野以上解答した場合には，選択問題の解答をすべて無効とするので注意せよ．
- 「電気機器」を選択する者は，問題３－１および３－２を解答せよ．
- 「パワーエレクトロニクス」を選択する者は，問題４－１および４－２を解答せよ．
- 「信号処理」を選択する者は，問題５－１および５－２を解答せよ．
- 「論理回路・計算機システム」を選択する者は，問題６を解答せよ．
- 「基本アルゴリズム・プログラミング」を選択する者は，問題７－１および７－２を解答せよ．
- 解答用紙は色分けしてあるので，問題番号と対応させて以下のように使い分けよ（間違わないように注意せよ）．

問題番号		解答用紙の色
1	…………	白
2	…………	赤
3	…………	青（紺）
4	…………	黄
5	…………	水（薄い青）
6	…………	桃
7	…………	緑

- 解答用紙の表に書き切れない場合は，裏を使用しても良い．
- 問題用紙は持ち帰っても良い．

制 御 工 学

1．図１－１のフィードバック制御システムについて以下の問いに答えよ．

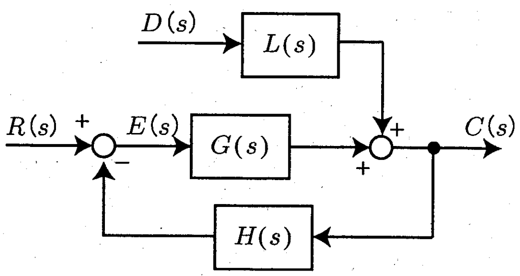


図１－１

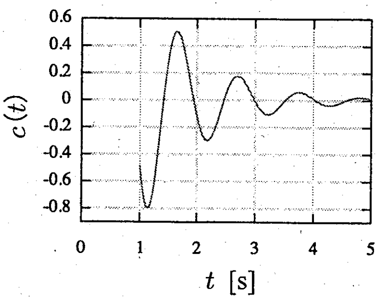


図１－２

(i) 出力 $C(s)$ を入力 $R(s)$，外乱 $D(s)$ の関数として表せ．

(ii) $G(s)$, $H(s)$, $L(s)$ がそれぞれ以下で与えられた場合に，時刻 $t=0$ で単位ステップ入力 $r(t)$ が印加され，その後時刻 $t=1$ に単位インパルス外乱 $d(t)$ が印加されたものとする．このとき，出力の時間応答 $c(t)$ を示せ．

$$G(s)=\frac{1}{s+1},\quad H(s)=1,\quad L(s)=1,\quad r(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 1 & (t\geq 0)\end{cases},\quad d(t)=\delta(t-1)$$

ただし，$\delta(t)$ はディラックのデルタ関数である．

(iii) 以下の伝達関数 (a)～(d) それぞれについて，すべての特性根ならびに支配極（代表特性根）を答えよ．

(a) $\dfrac{C(s)}{D(s)}=\dfrac{(s+50)(s+200)}{(s+5)(s^2+16s+65)(s^2+2s+37)}$　　(b) $\dfrac{C(s)}{D(s)}=\dfrac{10s+20}{(s+5)(s^2+2s+2)}$

(c) $\dfrac{C(s)}{D(s)}=\dfrac{30s+300}{(s^2+6s+45)(s^2+2s+2)}$　　(d) $\dfrac{C(s)}{D(s)}=\dfrac{200}{(s+1)(s^2+16s+65)}$

(iv) ある時刻に単位インパルス外乱 $D(s)$ が発生した．その１秒後からの出力波形 $c(t)$ が図１－２のように得られた．ただし，入力 $R(s)$ は０であった．このとき，$D(s)$ から $C(s)$ への伝達関数を問 (iii) の (a)～(d) から選べ．支配極と出力波形の振動周期に着目して，選択した根拠も示すこと．

(v) $G(s)$, $H(s)$, $L(s)$ が次式で与えられるシステムを考える．

$$G(s)=\frac{8(s+2)}{(s^2+2s+5)(s^2+6s+13)},\quad H(s)=K,\quad L(s)=0,\quad K\geq 0$$

$R(s)$ から $C(s)$ への閉ループシステムが安定となる K の条件を示せ．

(vi) $R(s)$ から $C(s)$ への閉ループシステムの根軌跡の概形を描け（軌跡の開始点ならびに $K\to\infty$ での挙動に注意して描け）．ただし，問 (v) で与えられた $G(s)$, $H(s)$, $L(s)$ を用いよ．

(vii) 問 (v) のシステムにおいて，入力 $r(t)$ に (a) 単位インパルス入力，(b) 単位ステップ入力，(c) 単位ランプ入力が印加されたときの定常偏差 $e(\infty)$ をそれぞれ示せ．

$$\text{(a)}\ r(t)=\delta(t),\qquad \text{(b)}\ r(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 1 & (t\geq 0)\end{cases},\qquad \text{(c)}\ r(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ t & (t\geq 0)\end{cases}$$

2－1　図2の閉ループ系に対して，以下の問いに答えよ．ただし，$G_c(s) = K(s+\alpha), K \geq 0, \alpha \geq 0$ である．

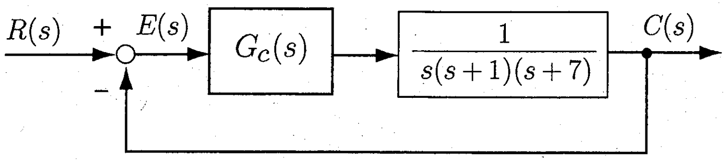


図2

(i) すべての $K \geq 0$ に対して閉ループ系が安定となるための α に関する条件を求めよ．また，α がこの条件を満たさないとき，閉ループ系が安定となるための K の範囲を α を用いて表せ．

(ii) 閉ループ系のゲイン余裕を求めよ．

(iii) 3通りの α の値 (a) $\alpha = 1/2$，(b) $\alpha = 3$，(c) $\alpha = 9$ に対して，K を0から増加させたときの根軌跡の概形をそれぞれ描け．ただし，軌跡の開始点，軌跡が虚軸を横切るか否か，$K \to \infty$ での挙動に注意して描くこと．

(iv) 閉ループ系が $-1 \pm 2j$（j は虚数単位）を特性根として持つように K の値を決めたい．このようにできる α の値は問 (iii) の3通りの場合のどれか，理由と共に答えよ．また，この α の値に対して，$-1 \pm 2j$ を特性根として持つようなゲイン K の値を求めよ．

2－2　以下の問いに答えよ．

(i) 次のシステム

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

の可制御性を判定せよ（理由も述べること）．また，入力として $u(t) = \alpha + \beta t$ を用い，時刻 $t = 0$ で原点 $(x_1(0), x_2(0)) = (0, 0)$ にあった状態を時刻 $t = t^*$ で $(x_1(t^*), x_2(t^*)) = (x_1^*, x_2^*)$ としたい．α と β をそれぞれ x_1^*，x_2^*，t^* を用いて表せ．

(ii) 次のシステム

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -5 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t),$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}$$

において，入力 $u(t)$ から出力 $y(t)$ までの伝達関数を求めよ．また，可制御性を判定せよ（理由も述べること）．さらに，入力として状態フィードバック $u(t) = -k_1x_1(t) - k_2x_2(t) - k_3x_3(t)$ を用いる．状態フィードバックされたシステムが特性根 $s = -1 \pm \sqrt{3}j$，-10（j は虚数単位）を持つように，フィードバックゲイン k_1，k_2，k_3 の値を求めよ．

電　気　機　器

３－１　図３－１に，極数 $2p$ である三相巻線形誘導電動機の一相分の等価回路を示す．r_1，x_1 は一次側の抵抗，漏れリアクタンスを，r_2'，x_2' は一次側に換算した二次側の抵抗，漏れリアクタンスを，Y_0 は励磁アドミタンスを，それぞれ示している．この誘導電動機が，一次電圧 V_1，一次電流 I_1，励磁電流 I_0，一次電圧の周波数が f であったとき，回転子のすべりは s であった．以下の問いに答えよ．

(i)　回転子の回転速度 n_m を求めよ．

(ii)　この誘導電動機の機械的出力 P_m を，負荷電流 I_1'，s，r_2' を用いて表せ．

(iii)　負荷電流 I_1' を，V_1，r_1，x_1，r_2'，x_2'，s を用いて表せ．

(iv)　トルク T を，f，p，V_1，r_1，x_1，r_2'，x_2'，s を用いて表せ．

(v)　この巻線形誘導電動機の二次回路に外部抵抗を接続し，その値を調整することによって速度を制御することを考える．電動機のトルク速度特性曲線 (横軸：すべり，縦軸：トルク) が外部抵抗の大きさによってどのように変化するかを図示し，速度制御の原理について述べよ．ただし，負荷トルクは速度によらず一定であるとする．

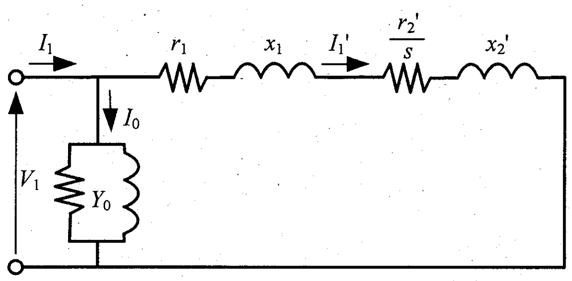


図３－１

３－２　図３－２に非突極形 (円筒形) 三相同期発電機の一相分の等価回路を示す．r_a は電機子巻線抵抗，x_a は電機子反作用リアクタンス，x_l は漏れリアクタンス，I は電機子電流，V は端子電圧，E_0 は無負荷誘導起電力 (公称誘導起電力)，E は内部起電力である．以下の問いに答えよ．

(i)　発電機が遅れ力率 $\cos\varphi$ で出力している場合のベクトル図を描け (I, E_0, E, V の関係がわかるように描くこと)．

(ii)　電機子反作用が端子電圧に及ぼす影響について，電機子電流 I の位相が無負荷誘導起電力 E_0 より①遅れている場合と②進んでいる場合にわけて，簡潔に説明せよ．

(iii)　同期発電機を励磁と回転速度を一定に保った状態で，定格負荷運転から無負荷運転にした場合の端子電圧の変動の定格電圧に対する割合を電圧変動率といい，百分率で表す．V_n，I_n を電圧，電流の定格値，$\cos\varphi_n$ を定格力率として，E_0 および電圧変動率 ε を求めよ．

(iv)　r_a は十分小さく無視できるとして，E_0，V の大きさが一定であるときの発電機の出力可能な有効電力最大値 P_{max} を E_0，V，x_a，x_l を用いて表せ．

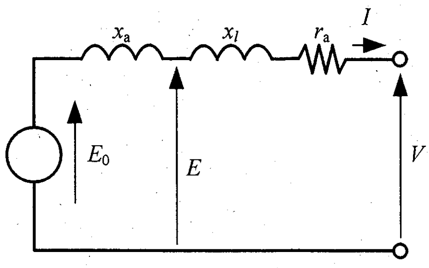


図３－２

パワーエレクトロニクス

4ー1　図4に示すように，サイリスタを用いたフルブリッジ回路を交流電圧源 (振幅 E，角周波数 ω) と誘導負荷 (抵抗 R, インダクタンス L) に接続する。この回路における連続導通の周期定常状態について考え，以下の問いに答えよ．

(i) サイリスタの点弧角を α として，負荷端に出力される電圧 v の波形を図示せよ．
(ii) 負荷端に出力される電圧 v の平均値と点弧角 α の関係を求めよ．
(iii) 負荷端に出力される電圧 v の脈動率（リプル率）と点弧角 α の関係を求めよ．
(iv) 負荷電流が連続導通となる点弧角 α の条件を求めよ．

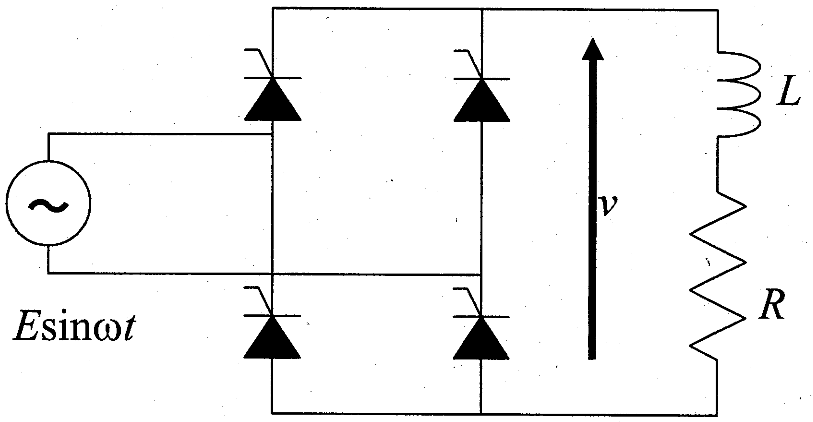


図4

4ー2　PN接合ダイオードについて，理想スイッチモデルと実際の半導体デバイスの特性の違いに関する以下の問いに答えよ．

(i) 電圧・電流静特性について概略を図示し，違いについて述べよ．
(ii) ターンオフ時のスイッチング過渡特性について，電圧・電流の時間応答の概略を図示し，違いについて述べよ．

信号処理

５－１　離散時間信号に対する種々の変換や手法について以下の問いに答えよ．ただし，説明においては数式や図表を有効活用せよ．

（ｉ）離散時間信号に対するフーリエ解析に離散時間フーリエ変換 DTFT と離散フーリエ変換 DFT がある．相互の類似点，相違点について述べよ．

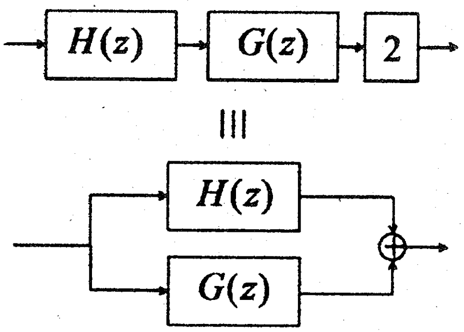
（ii）N 点の離散フーリエ変換 DFT を単純に計算すると計算量は $O(N^2)$ であるが，高速フーリエ変換 FFT はこれを $O(N \log N)$ の計算量で求めることができる．FFT のアルゴリズムを述べ，なぜ計算量が削減できるか説明せよ．

（iii）離散時間信号に対する離散コサイン変換 DCT は，データ圧縮に広く利用されている．どのように利用されているか述べよ．

（iv）DTFT，DFT，FFT，DCT 相互の関係を述べよ．

５－２　信号のサンプリング周期を$T=1$ [sec]としたとき，伝達関数 $H(z)=\dfrac{1}{1-az^{-1}}$ を考える．ただし，$|z|>|a|$とする．

（ｉ）下図のように $H(z)$ に直列と並列に別の伝達関数 $G(z)$ を接続したところ，ちょうど，直列の出力の２倍が並列の出力と等価となった．この時，$G(z)$ を求めよ．



（ii）$H(z)$と問い（ｉ）で求めた$G(z)$の積$H(z)G(z)$の$f=0\sim0.5[Hz]$の周波数応答において，ゲインが最小となる周波数を求めよ．

論理回路・計算機システム

6．計算機システムにおけるキャッシュとは，CPU と主記憶装置の間におかれる高速で小容量な記憶装置であり，アクセスされた主記憶の情報を一時的に保存しておくことで，アクセスを高速化することを目的とする装置である．キャッシュ装置に関する，以下の問いに答えよ．

(i) 直接マッピング方式のキャッシュに関する以下の文章中の空欄(1)から(6)に当てはまるものを，記号 a,b,c を用いて示せ．なお，同じ数字の欄には同じ内容が入るものとし，欄(4)と(6)にはそれぞれ「上位」または「下位」のいずれかの語句が入る．

> 主記憶内のデータをキャッシュに入れる際の単位をブロックと呼び，そのサイズを 2^a バイトとする．キャッシュは 2^b 個のキャッシュブロックから構成され，ブロック番号 $j\,(j=0,1,\ldots,2^b\text{-}1)$ で示される．主記憶は 2^c 個のブロックから構成され，ブロック番号 $k\,(k=0,1,\ldots,2^c\text{-}1)$で示される．このとき，アドレス指定をバイト単位で行うものとすると，主記憶のアドレスは[(1)]ビットで表すことができる．主記憶内のブロック番号 k のブロックの内容をキャッシュに格納する際には，ブロック番号 k を[(2)]で除したときの余り m を求め，m に等しいブロック番号 j のキャッシュに内容を保存する．キャッシュのそれぞれのブロックには，主記憶のどのブロックの内容が入っているかを表すタグが付属しているが，そのタグは[(3)]ビットで表され，k を[(2)]で除した商 n が入る．このとき，k を表す 2 進数の，[(4)] [(5)]ビットが m を表し，[(6)] [(3)]ビットが n を表す．

(ii) キャッシュを用いた記憶装置をもつ計算機システムでは，CPU が，ある主記憶アドレス p にアクセスする際には，まず，そのアドレスのブロックの内容がキャッシュにあるかどうかが確認される．上記(i)のような直接マッピング方式に基づくキャッシュ装置を用いる場合，その確認を行うためにはどのようにすればよいかを，(i)に現れる記号も用いて，順序立てて述べよ．

(iii) 上記(i)のようなキャッシュ装置において，主記憶容量が 2^{20} バイトであり，キャッシュブロックの大きさが 16 バイト，キャッシュ内のブロックの個数が 1,024 個であるとする．このようなキャッシュ装置全体を構成するために必要な記憶容量をビット数で答えよ．なお，キャッシュの各ブロックには有効なデータが入っていることを示す有効ビット 1 ビットが付加されているものとする．

(iv) 上記(iii)のようなキャッシュ装置において，主記憶内の 16 進アドレス $(\mathrm{DA3C5})_{16}$ の内容が格納されるキャッシュのブロック番号 j を 10 進数で答えよ．また，そのキャッシュブロックに付加されるタグの内容を 10 進数で答えよ．

(v) キャッシュのセット連想方式とは，キャッシュ内ブロックをいくつかまとめたセットに対して上記(i)のような直接マッピング方式を適用し，セット内のブロックには自由に割り当てる（完全連想マッピング）方式である．キャッシュ内の 2^s 個のブロックの集合を 1 セットとし，セット番号 r は $0,1,2,\ldots,2^s\text{-}1$ と表現されるものとする．(i)の直接マッピング方式をこのセットの集合に適用したとき，主記憶内のブロック番号 k のブロックの内容をどのようにキャッシュ内のブロックに格納すればよいかについて述べよ．また，ブロックに付加されるタグは何ビットで表現されるかを示せ．どちらの答えにおいても(i)に現れる記号を必要なだけ用いよ．

基本アルゴリズム・プログラミング

7－1　プログラムAは，図7－1に示すリスト構造を用いてスタック型データ構造を実現するプログラムである．関数 push は，スタックの先頭へデータを挿入し，関数 pop は，スタックの先頭データを削除する関数である．どちらの関数も，スタックの先頭の構造体のアドレスを返り値としていることに注意する．このとき，以下の問いに答えよ．

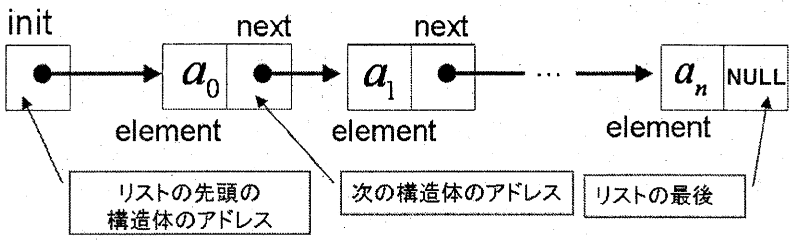


図7－1

(i) プログラム A の空欄 1 および 2 を埋めよ．ただし，空欄に入るものは 1 文のみとは限らない，

(ii) プログラム A の $\langle\alpha\rangle$ において作成されているスタックを図7－1を参考に図示せよ．

＜プログラム A ＞

```
#include <stdlib.h>

struct cell{    /* 構造体 cell の定義 */
 int element;
 struct cell *next;
};

struct cell *push(int x, struct cell *init){ /* スタックの先頭へデータを挿入 */
 struct cell *q;
 q = (struct cell *)malloc(sizeof(struct cell)); /* 新しい構造体の確保 */
 [空欄 1]
 return(q);  /*  スタックの先頭の構造体のアドレスを返す */
}
struct cell *pop(struct cell *init){ /* スタックの先頭のデータを削除 */
 struct cell *q;
 if(init != NULL){
    [空欄 2]
    return(q);  /*  スタックの先頭の構造体のアドレスを返す */
 }else {
    exit(1);   /*  スタックが空   */
 }
}
int main( void ) {
 struct cell *init = NULL;
 int a[4] = {1, 2, 3, 4};

 init = push(a[0], init); init = push(a[1], init); init = pop(init);
 init = push(a[2], init); init = push(a[3], init); init = pop(init);
  <α>
 return 0;
}
```

７－２　図７－２は，親ノードに格納されている値が，子ノードに格納されている値より大きいか等しくなるようなヒープ構造の例である．ただし，２分木のノード内の数字は格納された値を表し，ノードの右下の数字はノード番号を表している．このヒープ構造を利用してソートを行うヒープソートを考える．

プログラムＢは，ヒープ条件回復処理関数 downheap を用いてヒープソートを実現している．このプログラムについて以下の問いに答えよ．

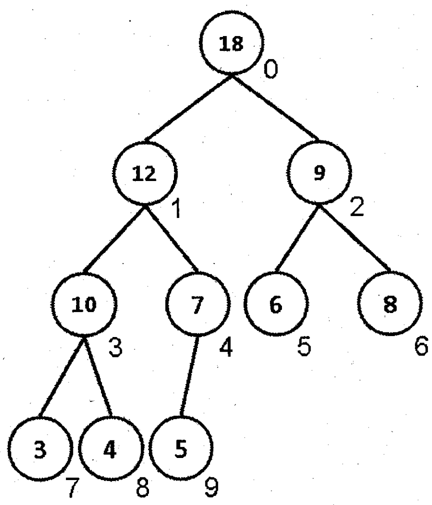
(i) ノード番号が i であるノードが親ノードを持つ場合，その親ノードの番号 j と i との関係を示せ．

(ii) プログラムＢが正常に動くように空欄の 3〜6 を埋めよ．

(iii) プログラムＢの＜β＞において，配列 data に格納されたそれぞれの値と対応する２分木を，図７－２を参考に図示せよ．

(iv) プログラムＢの＜γ＞において i = 5 のときの配列 data に格納された値をそれぞれ示せ．また，そのときの配列のデータのうち，ヒープとして格納されている部分に対応する２分木を，図７－２を参考に図示せよ．

(v) プログラムＢの時間計算量のオーダーを求めよ．ただし，ソートを行うデータ数 N を用いて表したオーダーを示し，その算出根拠を答えよ．



ヒープを表現した2分木

18	12	9	10	7	6	8	3	4	5

data[0] ・・・・・・・・・・ data[9]

ヒープの条件を満たす配列

図７－２

<プログラム B>

```
#define N 10

void swap(int *data, int i, int j ) { /*  要素の交換  */
  int tmp;
  tmp = data[i]; data[i] = data[j]; data[j] = tmp;
}

/*  data[0] 〜 data[n-1] のデータでの，ノード k の下方へのヒープ条件回復処理  */
void downheap(int *data, int k, int n) {
  int j;
  j = [ 空欄 3 ];                    /* ノード k の左の子ノード */
  if (j >= n) return;
  if ((j+1 < n) && ([ 空欄 4 ]))
    j = j+1 ;                   /* より大きな値を持つ子ノードの選択 */

  if(data[j] > data[k] ){
    swap(data, k, j);
    downheap(data, [ 空欄 5 ],  n ); /* 再帰呼び出し */
  }
}
int main( void ){
  int i, data[N] = {1, 11, 3, 4, 10, 13, 7, 2, 12, 18};

/* ヒープ化：子を持つすべてのノードについて downheap を実行する. */
  for(i = (N-2)/2; i >= 0; i--) { downheap(data, i, N); }
    <β>
/* 最大値の取り出しと再ヒープ化 */
  for(i = N-1; i > 0; i--) {
    swap(data, 0, i);
    downheap( data, 0, [ 空欄 6 ] );
    <γ>
  }
  return 0;
}
```