システム情報学専攻

修士課程入学試験問題

専門科目 システム情報学

平成１３年８月２８日（火）　１３：００～１６：００

８問出題，４問解答

注　意　事　項

(1) 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと.

(2) 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること.

(3) 答案用紙４枚が渡されるから，１題ごとに必ず１枚の答案用紙を使用すること. 止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい.

(4) 答案用紙上方の指定された箇所に，その用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること.

(5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと.

(6) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする.

(7) 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと.

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること.

第 1 問

以下の設問で示す回路ブロックを含む図 1(a) の演算増幅器を用いた回路について答えよ．解答に当たっては，回路の対称性に十分に配慮すること．また，用いられる演算増幅器はすべて理想的と仮定してよい．

(1) 回路ブロックが図 1(b) の構成となっているとき，入力電圧 $V_{in1}, V_{in2}, V_{in3}$ と出力電圧 $V_{out1}, V_{out2}, V_{out3}$ の関係を求めよ．

(2) 回路ブロックが図 1(c) の構成となっているとき，入力電圧 $V_{in1}, V_{in2}, V_{in3}$ と出力電圧 $V_{out1}, V_{out2}, V_{out3}$ の関係を求めよ．特に，$V_{in1}+V_{in2}+V_{in3}=0$ となるような平衡電圧入力に対して，その動作を説明せよ．

(3) 回路ブロックが図 1(d) の構成となっているとき，入力電圧 $V_{in1}, V_{in2}, V_{in3}$ と出力電圧 $V_{out1}, V_{out2}, V_{out3}$ の関係を求めよ．

(4) 回路ブロックが図 1(d) の構成となっているとき，出力電圧 $V_{out1}, V_{out2}, V_{out3}$ の負荷として図 1(e) に示す R,G,B の三色の発光ダイオード D_R, D_G, D_B 回路を接続した．正の任意の入力電圧 $V_{in1}>0, V_{in2}>0, V_{in3}>0$ に対して，どの発光ダイオードが点灯し，それらが合成してどのような色を生ずるかについて，簡明に分類して説明せよ．ただし，図に示すように発光ダイオードは理想ダイオードと抵抗との直列回路に等しく，光量は抵抗の消費電力に等しいとする．

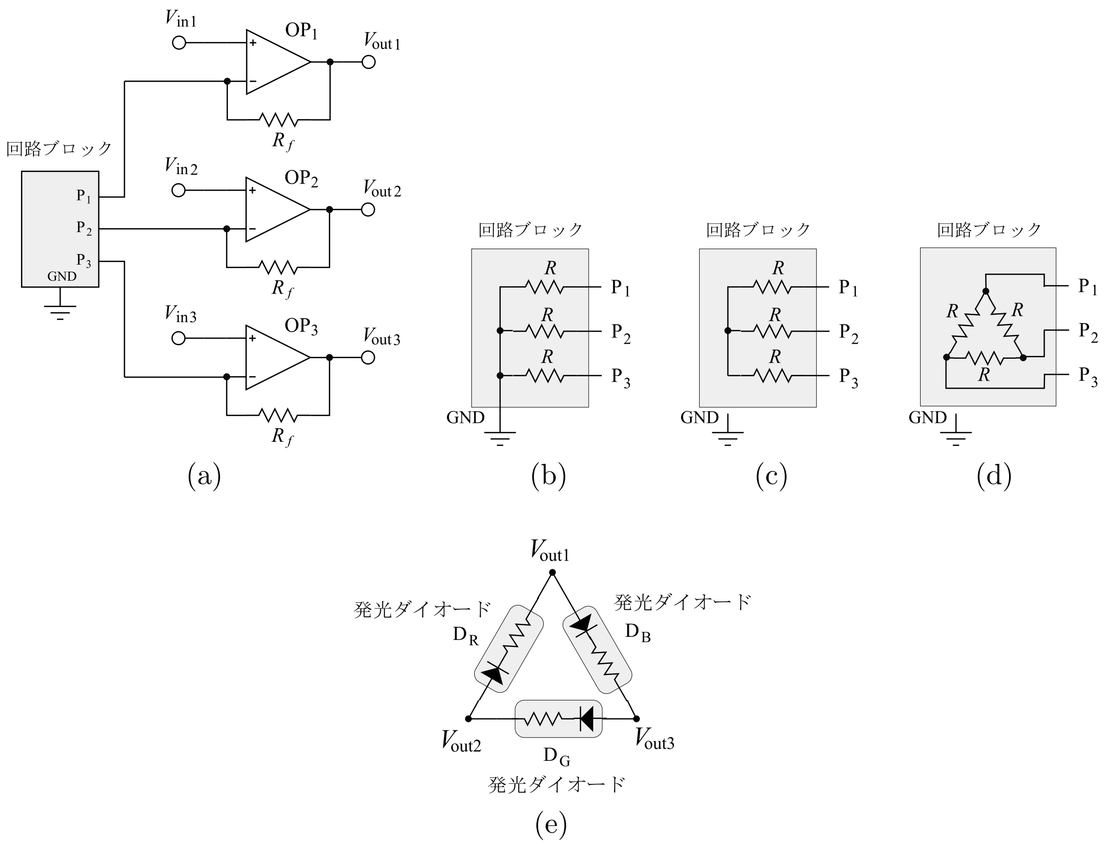

図１　演算増幅器回路と回路ブロックおよび負荷の構成

第 2 問

平均値が 0 であるような，離散時間の実数値の不規則信号 x_t すなわち時系列

$$X = \{\cdots,\ x_0,\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ \cdots\}$$

のパワースペクトル密度を $S(\omega)$ とする．

(注) ただし，t は整数で，サンプリング周期を単位とする離散時刻を表す．また，ω はサンプリング周波数が 2π に対応する正規化角周波数で，$-\pi \leq \omega \leq \pi$ である．$S(\omega)$ はこの区間のみで定義されていることに十分注意せよ．

(1) 信号値を 1 つおきに符号反転させた信号，すなわち

$$X_1 = \{\cdots,\ x_0,\ \ -x_1,\ \ x_2,\ \ -x_3,\ \ x_4,\ \ -x_5,\ \ \cdots\}$$

のパワースペクトル密度 $S_1(\omega)$ を求めたい．まず，元の信号 X の自己相関関数を $R(\tau)$ (τ は整数) として，これを用いて X_1 の自己相関関数 $R_1(\tau)$ を表し，つぎに，$S(\omega)$ を用いて $S_1(\omega)$ を表しなさい．

(2) 信号値を，両隣の信号値の和で置き換えた信号，すなわち

$$X_2 = \{\cdots,\ x_{-1}+x_1,\ x_0+x_2,\ x_1+x_3,\ x_2+x_4,\ x_3+x_5,\ \cdots\}$$

のパワースペクトル密度 $S_2(\omega)$ を求めたい．これは信号 X をあるディジタルフィルタに通した場合の出力とみなせる．まず，そのフィルタの伝達関数を z 変換で表し，つぎに，$S(\omega)$ を用いて $S_2(\omega)$ を表しなさい．

(3) 各信号値を繰り返した信号，すなわち

$$X_3 = \{\cdots,\ x_0,\ x_0,\ x_1,\ x_1,\ x_2,\ x_2,\ x_3,\ \cdots\}$$

のパワースペクトル $S_3(\omega)$ を，$S(\omega)$ を用いて表したい．そのために，まず，各信号値の間に 0 を挿入した信号

$$X_4 = \{\cdots,\ x_0,\ 0,\ x_1,\ 0,\ x_2,\ 0,\ x_3,\ \cdots\}$$

のパワースペクトル $S_4(\omega)$ を，$S(\omega)$ を用いて表しなさい．

(4) $S(\omega)$ を用いて $S_3(\omega)$ を表しなさい．

第 3 問

図 1 の振り子を考える．長さを l，振れ角を θ，重力加速度を g，重りの質量を M，動摩擦係数を b とおく．静止摩擦および振り子の棒の慣性は無視でき，重力と摩擦力以外の外力は働かないものとする．

(1) 以下に示す形の状態方程式を求めよ．

$$\dot{x} = f(x), \qquad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

(2) $f(x) = 0$ をみたす点 $x \in R^2$ を平衡点という．平衡点をすべて求め，線形化モデルを用いて各々の平衡点の安定性を調べよ．

図 2 の閉ループ系を考える．このブロック G には図 3 が入る．ただし a, b はスカラーとし，$\int$ ブロックは積分器を表すものとする．

(3) ブロック K として比例制御器 $u(t) = K_p e(t) = K_p(r(t) - y(t))$ を用いるとき，参照信号 $r(t)$ の単位ステップ変化に対する偏差信号最終値 $e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t)$ を求めよ．

(4) ブロック K として PI 制御器 $u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t)\, dt$ を用いるとき，参照信号の単位ステップ変化に対する偏差信号の最終値 $e(\infty)$ を求めよ．また，閉ループ系が安定となるための K_i に関する条件を a, b, K_p を用いて表せ．

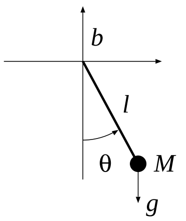

図 1: 振り子

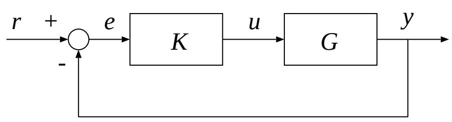

図 2: 閉ループ系

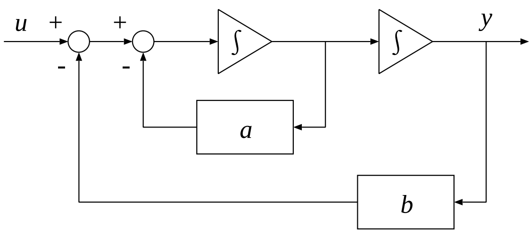

図 3: ブロック G

第４問

図１のような２次元平面と見なせる夜間の海上に船が停泊しており，その上で回転灯台式のサーチライトが周期 T の定角速度で上から見て左回りに回っている．光線の方向に対象物が存在すると反射によってその存在が検出されその時刻が記録される．ある時刻 t_0 に光を反射する対象が初めて検出され，以下，t_1，t_2，・・・，t_n と続けて検出され続けた．この対象物は単体で本問の状況下で常に継続して検出されているものとする．サーチライトの光線の角度は十分に狭く，対象物は大きさを無視できる程度に小さく，検出は一瞬間に行われる．また，対象物は常に等速直線運動をしていることもわかっている．以下の各問いに本問中に示されたパラメータを用いて答えよ．

(1) 時刻 t_{i-1} において，対象物がサーチライトの回転中心から見て左右どちらに向かって進んでいるのかを判定するための条件式を t_i，t_{i-1}，T を用いて示せ．ここで i は $0< i < n$ であり，0 からも n からも十分離れた数であるとする．

(2) (1)と同様に時刻 t_{i-1} において，対象物が船に対して接近していたのか離れていこうとしていたのかを判定するための条件式を t_i，t_{i-1}，t_{i-2} を用いて示せ．

(3) 時刻 t_{i-1} において，対象物がサーチライトの回転中心から見て左方向から右方向へ向けて船に接近していることが分かった．このとき対象物を待ち受けるために船を最短距離で移動させたい．船は遭遇点に向けて十分な速度 v で時刻 t_i に移動を開始するものとする．このとき船を進める方向をサーチライトの向きを基準にして決定したい．移動開始の直前にサーチライトが船の進むべき方向を指していた時刻 t_d $(t_i > t_d > t_{i-1})$ を求めよ．

(4) (3)において遭遇点への船の移動が間に合った場合の，船と対象物との遭遇予定時刻 t_m を求めよ．なお，船の加減速や方向転換自体には時間を要しないものとする．

(5) 発進後，遭遇点への船の到着予定時刻 t_e が判明したのは時刻 t_p であった．このとき $t_m > t_e > t_p > t_i$ が成立するものとして，t_e と t_p を求めよ．

注：t_i，t_{i-1}，t_{i-2} などはいずれも $\{t_0, ・・・, t_n\}$ に含まれるが，t_m，t_d，t_e，t_p はいずれも同集合の要素とは限らない．解答は $\{t_0, ・・・, t_n\}$ 中の各時点で既知の要素，周期 T，速度 v，円周率 π，及び既に解答済みの各時刻を用いて行うこと．

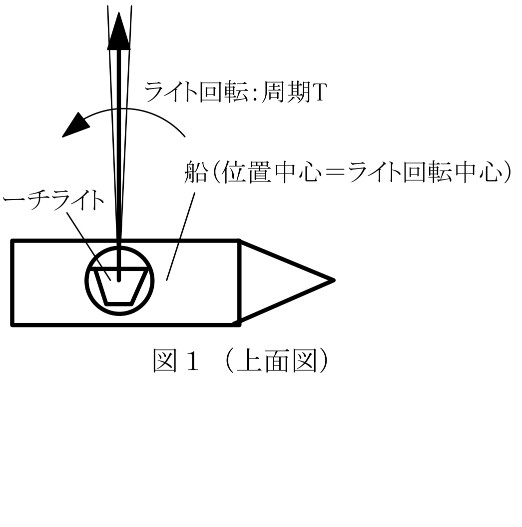

図１（上面図）

第５問

(1)　１０進表現の小数 10.375 を２進表現で表せ．　この表現を X とする．　次に１０進表現の整数 83 を２進表現で表せ．　この表現を Y とする．　２進表現 X と２進表現 Y とはどのような関係にあるか説明せよ.

(2)　演算「１０７－７３」は８ビットの「２の補数」表示による２進演算ではどのように実行されるかを示せ．　また,「１の補数」表示による２進演算と比較して, その利点, 欠点を説明せよ.

(3)　「２の補数」表示による二つの８ビット２進数 $(a_7, a_6, ..., a_1, a_0)$ と $(b_7, b_6, ..., b_1, b_0)$ に対して加算を実行した結果を $(s_7, s_6, ..., s_1, s_0)$ とすると, オーバーフローが生じたことを検出する論理式を示せ.

(4)　以下の用語について知るところをそれぞれ３００字程度で説明せよ.

(a)　浮動小数点演算

(b)　プログラム・カウンタ

(c)　マイクロプログラム制御方式

第6問

N (但し $N \geqq 2$) 通りのイベント $e_0, e_1, \ldots, e_{N-1}$ のいずれかが生起する現象の記録を取りたい. 各々のイベントの生起確率 $p_0, p_1, \ldots, p_{N-1}$ はあらかじめわかっているとする.

(1) 今, イベント数が 4 つで, 各イベントの生起確率 p_0, p_1, p_2, p_3 が各々 5/12, 1/3, 1/6, 1/12, である場合を考える. 0 または 1 の 2 値符号を用いて, 4 つのイベントを各々 {1, 01, 001, 000} と符号化して記録する場合, 1 イベントあたりの平均符号長はいくらか？また, 各々{00, 01, 10, 11} と符号化する場合の 1 イベントあたりの平均符号長はいくらか？

次に, 平均符号長が短くなる2値符号化について考える. $p_0 \geqq p_1 \geqq \ldots \geqq p_{N-1}$ が成立するようにイベント名が決定されているとして, 以下のアルゴリズムで符号化する.

符号化アルゴリズム

[step1] イベントの集合{E|$e_0, e_1, \ldots, e_{N-1}$}を, $\left|\sum_{i=0}^{j-1} p_i - \sum_{i=j}^{N-1} p_i\right|$ が最小になるように, {E_0| $e_0, e_1, \ldots, e_{j-1}$ }と{E_1|$e_j, e_{j+1}, \ldots, e_{N-1}$}に分割する.

[step2] [step1]と同様にして, {E_0}を{E_{00}}と{E_{01}}に, {E_1}を{E_{10}}と{E_{11}}にそれぞれ分割する. この操作を各集合の要素が1つになるまで行う.

[step3] 最終的に得られた集合の番号を, その集合に属すイベントの符号とする. たとえば{E_{01110}}に属すイベントの符号は 01110 となる.

(2) 問い(1)の 4 つのイベントを上記アルゴリズムで符号化した場合の符号を示せ.

次に, 上記アルゴリズムを実現するプログラムを作成する. 下記の変数と関数が用意されているとして, 次ページの問い(3)と(4)に答えよ.

- **`p[N]`:** $p_0, p_1, \ldots, p_{N-1}$ の値を保持する配列.
- **`code[N]`:** $e_0, e_1, \ldots, e_{N-1}$ の符号を格納する配列.
- **`setbit(begin, end, digit)`:**
  `code[begin]~code[end]`に格納されている各符号の先頭に `digit` を挿入する関数. 例えば `code[0]=code[1]=code[2]=01` の時, `setbit(0,1,1)` を実行すると `code[0]=code[1]=101, code[2]=01` となる.

<u>次のページへ続く</u>

<u>このページは前のページからの続きなので注意すること</u>

(3) 以下は，符号化アルゴリズムの [step1] における j を見つけるプログラムである．<u>空欄 1</u> を完成せよ．このプログラムは次の問い(4)でも用いるので，問い(4)との整合性も考慮すること．なお，空欄の中にプログラムの一部が記入してあるが，これはヒントであり，変更しても良い．また，空欄の大きさに意味は無い．

```
high=0; low=N-1; sum_high=sum_low=0; /*初期化*/
for (i=0; i <= N-1; i++){ /* “<=” は「以下」の意味 */
  if (sum_high < sum_low) ???
  else ????           }                ←空欄 1

return(high)                  /*この時の high が求める j の値*/
```

(4) 符号化アルゴリズムに従って 2 値符号を求める関数 encode を，再帰呼出しを用いて以下のように作成した．<u>空欄 2</u> と <u>空欄 3</u> を完成せよ．なお，空欄の大きさに意味は無い．

```
/*encode(0,N-1)を呼び出せば code[0]~code[N-1]に符号が生成される*/
/*code[0]~code[N-1]の初期状態は空である*/
encode(top, btm){
    high=top; low=btm; sum_high=sum_low=0;
  [                              ]  ←空欄 2

    for (i=top, i <= btm, i++){
  [ 問い(3)の解答の空欄 1 がそのまま入る ]

  [                              ]  ←空欄 3

}
```

第７問

バネで結合された質点の運動を考える．ただし，以下の問いにおいて，使用するすべてのバネは，自然の長さ l，バネ定数 k の理想的なバネを仮定する．ただし，バネの質量は無視できるものとし，重力の影響は考えないものとする．また，バネは壁に対して垂直に取り付けられているものとする．

(1) 図１に示すような質点 A（質量 m）の運動を考える．壁 W を原点とした質点の位置を x として，質点Aに関する運動方程式をたて，その一般解を求めよ．

(2) 図２に示すような２個の質点 B, C（質量 m）の運動を考える．壁 W_1 を原点とした質点の位置をそれぞれ x_1，x_2 とし，B-C 間の相互作用（斥力）として力 $f(x_2-x_1)$ が質点 B, C に加わるとしたとき，２個の質点の重心に関する運動方程式をたて，その一般解を求めよ．ただし，壁 W_2 は $3l$ の位置に固定されているものとする．

(3) 図３に示すような３個の質点 P_i（$i = 1, 2, 3$，質量 m）の運動を考える．壁 W_1 を原点とした質点 P_i の位置をそれぞれ x_i としたとき，３個の質点に関する運動方程式を求めよ．ただし，壁 W_2 は $4l$ の位置に固定されているものとする．

(4) 問い(3)の条件の下で，固有振動モードの角周波数を求めよ．

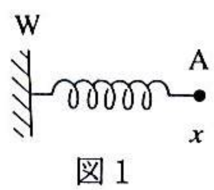

図１

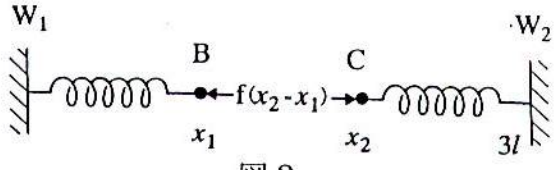

図２

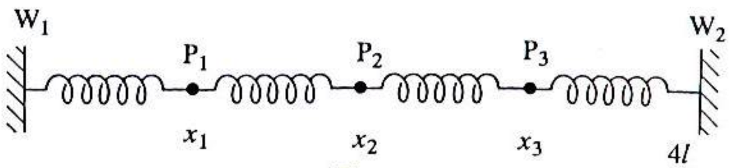

図３

第 8 問

図 1 のように z 軸を中心軸とする質量 M の中空円筒 T の表面が，面電荷密度 σ [C/m^2] で一様に帯電している．円筒の半径および長さをそれぞれ $a,\ l$ とし (ただし $a << l$ とする)，円筒の肉厚は十分薄いものとする．また電荷は円筒表面上を移動できないものとして以下の問い (1)～(4) に答えよ．

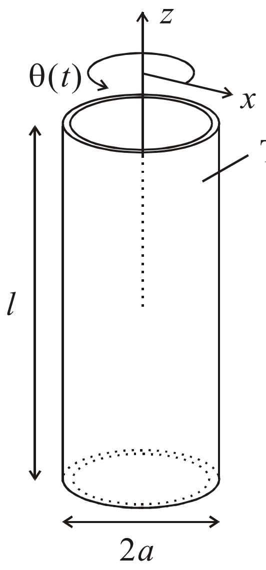

図 1

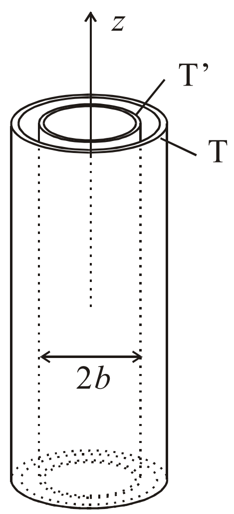

図 2

(1) 円筒が $\theta(t)$ のように z 軸のまわりを回転運動するとき，円筒に囲まれる空間にはどのような磁束密度 **B** の分布が発生するか？ 真空の透磁率を μ として答えよ．ただし電流から磁場を算出する際，電束電流 (電場の時間微分) の寄与は無視できるものとする．また，円筒両端付近の定量的考察はしなくてよい．

【次ページにつづく】

(2) 円筒Tを外力によってz軸まわりに回転させようとしたときの見かけの慣性モーメントは, 円筒T上の電荷密度がゼロの場合と有限値σの場合では異なる．円筒に与えられる外力のモーメントと$\theta(t)$の関係を導き，そのことを示せ.

【参考】慣性モーメント
半径 a，総質量 M の肉薄円柱の対称軸まわりの慣性モーメントは Ma^2 で与えられ，その円柱に与えられる対称軸まわりのモーメント N と角加速度 $\dot{\omega}$ は $N = Ma^2\dot{\omega}$ のように結ばれる.

(3) 図２のように半径 $b < a$，長さ l の円筒T’を設置し，その表面に電荷を一様分布させたところ，円筒Tの外側（両端付近を除く）で電界が消失した．このとき T’ 上の面電荷密度はどのような値であるかを論述せよ．ただし両方の円筒とも静止しているものとする.

(4) 問い (3) のようにT’が帯電し, T’はz 軸のまわりを自由に回転できるものとする. このとき外側円筒Tを $\theta(t)$ のように運動させると, 内側円筒T’はどのように運動するか？ この定量的な関係を導いた後，さらに以下の問い (i) および (ii) に答えよ．なお，円筒 T’の質量をmとし，両方の円筒とも最初は静止しているものとする．また T’上の電荷も面上を移動できないものとせよ.

(i) 円筒T’の質量 $m \to 0$ の場合に円筒T’の運動およびT’の内部の磁場はどうなるか？

(ii) 外側円筒 T の見かけの慣性モーメントは内側円筒 T’が存在する場合としない場合とではどちらが大きいか？