# 2012 年 2 月実施 問題 1 電気工学 (1 頁目 / 2 頁中)

Fig. 1(a)の制御系に対して、以下の問に答えよ.

- (1)  $T_c > 0$  ,  $T_p > 0$  とする. 制御系が安定となる K の値の範囲を求めよ.
- (2) 定常位置偏差 $\epsilon_p$  (入力R(s)=1/s に対する定常偏差)を求めよ.
- (3) 開ループ伝達関数 L(s) を求めよ. また、ゲイン係数 K が開ループ伝達関数のゲイン特性および位相特性に与える影響を述べよ.
- (4)  $T_c = 0.2$ ,  $T_p = 0.5$  とする. Fig. 1(b) に,K = 1 の場合のL(s) のボード線図を示す.この図を用いて,位相余裕PM が  $30^\circ \le PM \le 50^\circ$  を満たすようなK の値の範囲を求めよ.ただし,解答に指数表示を含んでよい.

In the system shown in Fig. 1(a), answer the following questions.

- (1) Assume that  $T_c > 0$  and  $T_p > 0$ . Determine the range of values of K so that the system is stable.
- (2) Find the steady-position error  $\varepsilon_p$  (the steady error for the input R(s) = 1/s).
- (3) Find the open-loop transfer function L(s). Moreover, describe how the gain factor K affects the gain and phase characteristics of the open-loop transfer function.
- (4) Assume that  $T_c=0.2$  and  $T_p=0.5$ . Fig. 1(b) shows the bode diagram of L(s) for K=1. Find the range of values of K so that the phase margin PM satisfies  $30^{\circ} \le PM \le 50^{\circ}$ . Note that the answer can include the exponential form.

# 2012 年 2 月実施 問題 1 電気工学 (2 頁目 / 2 頁中)

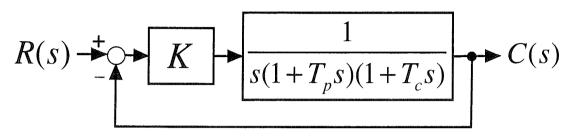


Fig. 1(a)

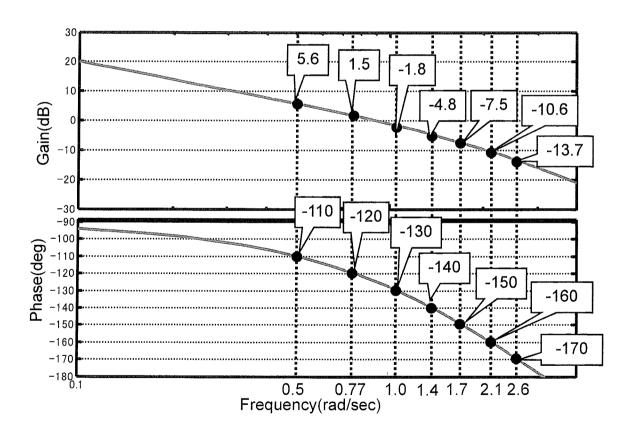


Fig. 1(b)

### 2012 年 2 月実施 問題 2 通信工学 (1 頁目/2 頁中)

搬送波抑圧両側波帯振幅変調(DSB-SC)を用いた Fig.2 に示す伝送系を考える. 伝送路は理想的で損失はないものとする. 送信機と受信機では, 次式で与えられるインパルス応答 h(t) を持つ低域通過フィルタ (LPF) が用いられているものとする.

$$h(t) = \begin{cases} 1/T, & 0 \le t \le T \text{ のとき} \\ 0, & その他 \end{cases}$$

送信信号を $s(t) = \cos(2\pi f_m t)$ , 送信機の搬送波を $A_c \cos(2\pi f_c t)$ , 受信機の局部発振波を $2\cos(2\pi f_c t)$ とする.ここで, $A_c$ および $f_c$ はそれぞれ搬送波の振幅および周波数,また $f_m < 1/T << f_c$ である.以下の間に答えよ.

- (1) LPF の伝達関数 H(f) を求めよ.
- (2) Fig.2 の A 点における DSB-SC 波 x(t) を求めよ.
- (3) Fig.2 の B 点における受信機 LPF 出力 y(t) の信号成分を求めよ.
- (4) 受信機 LPF 出力 y(t) における信号対雑音電力比(S/N)を求めよ、ただし、受信機入力白色雑音 n(t) の両側電力スペクトル密度は  $N_0$  /2 であるものとする。このとき、受信機 LPF 入力点における雑音の両側電力スペクトル密度は  $N_0$  になる。必要ならば  $\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\sin t}{t} \right\}^2 dt = \pi \ ensuremath{\infty}$  を用いよ。

Consider a transmission system using double side-band amplitude modulation with suppressed carrier (DSB-SC) as shown in Fig. 2. An ideal transmission channel which has no loss is assumed. The low-pass filter (LPF) having the following impulse response h(t) is used at the transmitter and receiver.

$$h(t) = \begin{cases} 1/T, & \text{if } 0 \le t \le T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}.$$

The transmitted signal is  $s(t) = \cos(2\pi f_m t)$ , the carrier wave at the transmitter is  $A_c \cos(2\pi f_c t)$ , and the local carrier wave at the receiver is  $2\cos(2\pi f_c t)$ , where  $A_c$  and  $f_c$  are the amplitude and the carrier frequency, respectively, and  $f_m < 1/T << f_c$ . Answer the following questions.

# 2012 年 2 月実施 問題 2 通信工学 (2 頁目/2 頁中)

- (1) Derive the LPF transfer function H(f).
- (2) Derive the DSB-SC signal x(t) at the point A in Fig.2.
- (3) Derive the signal component of the receiver LPF output y(t) at the point B in Fig.2.
- (4) Derive the signal-to-noise power ratio (S/N) of the receiver LPF output y(t). The double-sided power spectrum density of the receiver input white noise n(t) is assumed to be  $N_0/2$ . In this case, the double-sided power spectrum density of the receiver LPF input noise becomes  $N_0$ . Use  $\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\sin t}{t} \right\}^2 dt = \pi \quad \text{if necessary.}$

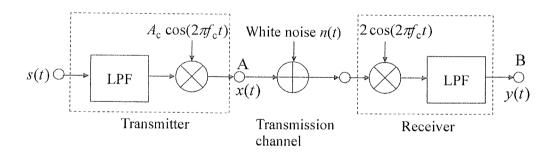


Fig. 2

## 2012 年 2 月実施 問題 3 電子工学 (1 頁目 / 3 頁中)

Fig. 3(a) に示した npn トランジスタを用いたエミッタフォロア回路について,以下の問に答えよ.

- (1) npn トランジスタの全端子を開放した熱平衡状態におけるエネルギーバンド図を Fig. 3(b) に示す. Fig. 3(a) に示す回路中で能動領域で動作している場合の npn トランジスタについて考える.
  - (a) エネルギーバンド図を Fig. 3(b) に基づいて描け.
  - (b) Fig. 3(c) に示した模式図中の黒および白の矢印のうち電子流に対応するのはいずれか. ただしコレクタの少数キャリアによる飽和電流は無視している.
- (2) 微小信号等価回路を示せ、ただし、npn トランジスタには Fig. 3(d) に示した簡略化 h パラメータモデルを適用し、結合コンデンサ C のリアクタンスは入力微小信号成分に対して無視できるほど小さい  $(\frac{1}{nC}\sim 0)$  ものとする.
- (3) 入力および出力電圧の微小信号成分  $v_i$  および  $v_o$  を信号電圧  $(v_s)$ , h パラメータ  $(h_{ie}, h_{fe})$ , 抵抗  $(r_s, r_L)$  を用いて求めよ.
- (4)  $v_0/v_i$ で定義される電圧利得  $K_v$ および、出力端開放時に  $v_i/i_B$ で定義される入力インピーダンス  $Z_{in}$ を求めよ.
- (5) 出力短絡電流  $i_{SH}$  を信号電圧  $(\nu_s)$ , h パラメータ  $(h_{ie},h_{fe})$ , 抵抗  $(r_s)$  を用いて求めよ.
- (6)  $v_d/i_{SH}$ で定義される出力インピーダンス  $Z_{out}$  を求めよ.
- (7)  $(1+h_{fe})R_L >> h_{ie}$ ,  $r_s$  の場合の  $K_v$ ,  $Z_{in}$ ,  $Z_{out}$  を求め、その結果に基づいてエミッタフォロア回路の特長について説明せよ.

# 2012 年 2 月実施 問題 3 電子工学 (2 頁目/3 頁中)

Answer the following questions on the emitter follower circuit using an npn transistor shown in Fig. 3(a).

- (1) An energy band diagram of the transistor is shown in Fig. 3(b), where all terminals of the transistor are opened and the transistor is in thermal equilibrium. Assume the transistor is working at the active region in the circuit shown in Fig. 3(a).
  - (a) Draw an energy band diagram of the transistor based on Fig. 3(b).
  - (b) Choose a black or white arrow from Fig. 3(c) which corresponds to the electron flow. Note that saturation current in the collector originated from minority carrier is small enough to be ignored.
- (2) Show the small-signal equivalent circuit. Use the simplified h-parameter model shown in Fig. 3(d) for the npn transistor, and assume the reactance of the coupling capacitor C is small enough to be ignored ( $\frac{1}{\omega C} \sim 0$ ).
- (3) Derive expressions for the small-signal components of the input and output voltages,  $v_i$  and  $v_o$ , respectively, based on the signal voltage  $(v_s)$ , h-parameters  $(h_{ie}, h_{fe})$  and resistors  $(r_s, r_L)$ .
- (4) Derive the voltage gain  $K_{\nu}$  defined by  $v_0/v_i$ , and the input impedance  $Z_{in}$  defined by  $v_i/i_B$  when the output terminal is opened.
- (5) Derive the short-circuit current  $i_{SH}$  when the output terminal is shorted, based on the signal voltage  $(v_s)$ , h-parameters  $(h_{ie}, h_{fe})$  and resistor  $(r_s)$ .
- (6) Derive the output impedance  $Z_{\text{out}}$  defined by  $v_{\text{o}}/i_{\text{SH}}$ .
- (7) Derive  $K_v$ ,  $Z_{in}$ , and  $Z_{out}$  when  $(1+h_{fe})R_L >> h_{ie}$ ,  $r_s$ , and explain the merits of the emitter follower circuit based on the results.

# 2012 年 2 月実施 問題 3 電子工学 (3 頁目 / 3 頁中)

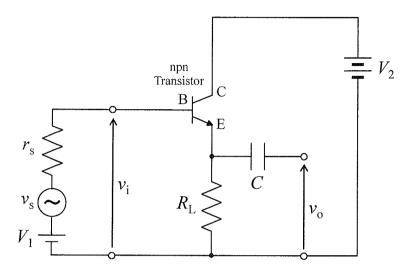


Fig. 3(a) Emitter follower circuit.

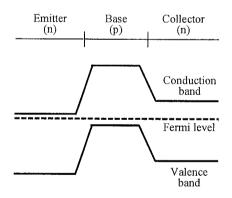


Fig. 3(b) Energy band diagram.

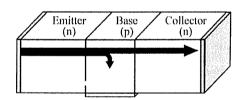


Fig. 3(c) Schematic of carrier flow in an npn transistor.

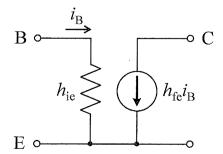


Fig. 3(d) Small-signal model for the npn transistor.

# 2012 年 2 月実施 問題 4 計算機 1 (1 頁目/3 頁中)

50 円玉と 100 円玉を入力として受け取り、150 円の商品とおつりを出力とする自動販売機がある。投入された金額の合計が 150 円の場合、この機械は自動的に商品を排出する。また合計が 200 円の場合は、自動的に商品とおつりを排出する。この機械に対する順序回路モデルについて、次の間に答えよ。ただし、入力を表す変数 $x_1, x_0$ および出力を表す変数 $z_1, z_0$ は、Table 4 に従って各事象に割り当てるものとする。また各変数の値は Fig. 4(a)に示すタイムチャートのようにパルス状に変化するものとする。

- (1) 代金が投入されていない状態を $S_0$ , 50 円が投入された状態を $S_1$ , 合計で 100 円が投入された状態を $S_2$ として,この順序回路に対する Mealy 形の状態遷移図を作成せよ.
- (2) 状態 $S_0$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ に状態変数 $y_1$ と $y_0$ を以下のように割り当てる.

$$S_0 \Leftrightarrow y_1 = 0, y_0 = 0$$
  
 $S_1 \Leftrightarrow y_1 = 0, y_0 = 1$   
 $S_2 \Leftrightarrow y_1 = 1, y_0 = 0$ 

このとき、 $y_1, y_0$ の状態遷移表および出力 $z_1, z_0$ の真理値表を書け.

- (3) Fig. 4(b)のように $y_1, y_0$ の値をJK フリップフロップに保持させたい.  $x_0$ をクロック入力とするとき,フリップフロップの入力 $J_n, K_n$  (n=0,1) を適当な論理式で書き表せ.
- (4) 任意個の AND, OR, NOT, XOR ゲート, および 2 個の JK フリップフロップを用いて, この順序回路を構成せよ.

### 2012 年 2 月実施 問題 4 計算機 1 (2 頁目/3 頁中)

Suppose a vending machine receives 50 Yen coins and 100 Yen coins, and outputs a 150 Yen product and change. This machine automatically dispenses a product when the total amount of the inserted coins becomes 150 Yen, and automatically dispenses a product and change when the total amount becomes 200 Yen. Answer the following questions about a sequential circuit model for this machine. Note that the input variables  $x_1$ ,  $x_0$  and the output variables  $z_1$ ,  $z_0$  are assigned to each event as Table 4. Also, each variable changes as a pulse as shown by the time chart in Fig. 4(a).

- (1) Draw a Mealy type state-transition diagram for this sequential circuit. Suppose that the states are represented by  $S_0$  if nothing is inserted,  $S_1$  if 50 Yen is inserted, and  $S_2$  if 100 Yen is inserted in total.
- (2) Suppose that state variables  $y_1$  and  $y_0$  are assigned to the states  $S_0, S_1$  and  $S_2$  as follows.

$$S_0 \Leftrightarrow y_1 = 0, y_0 = 0$$
  
 $S_1 \Leftrightarrow y_1 = 0, y_0 = 1$   
 $S_2 \Leftrightarrow y_1 = 1, y_0 = 0$ 

Show a state-transition table for  $y_1, y_0$  and a truth table for the outputs  $z_1, z_0$ .

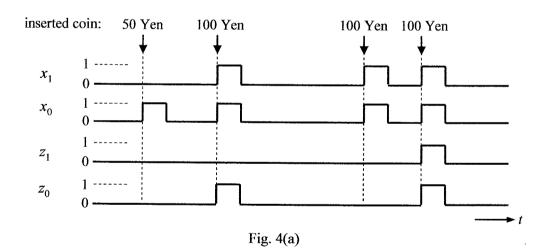
- (3) Let us store the values of  $y_1$ ,  $y_0$  in JK-flip-flops as Fig. 4(b). Describe the inputs of flip-flops  $J_n$ ,  $K_n$  (n=1,0) in an appropriate expression when  $x_0$  is used as a clock input.
- (4) Design the sequential circuit using an arbitrary number of AND, OR, NOT and XOR gates and two JK-flip-flops.

# 2012 年 2 月実施 問題 4 計算機 1 (3 頁目/3 頁中)

Table 4

<input/>				
	no coin	50 Yen coin	100 Yen coin	
$x_1$	0	0	1	
$x_0$	0	1	1	

<output></output>				
	nothing output	product only	product and change	
$z_1$	0	0	1	
$z_0$	0	1	1	



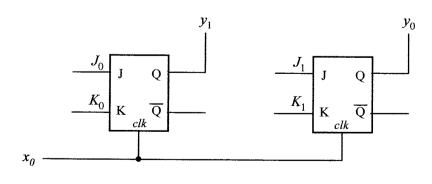


Fig. 4(b)

#### 2012年2月実施 問題5 計算機2 (1頁目/3頁中)

Fig. 5(a) に与えられる整数上の関数 fib を考える. 関数 fib を実現した Fig. 5(b) のプログラム f について、次の問に答えよ. ただし、各文の意味は Fig. 5(c) のとおりとする.

- (1) fib(3) を計算せよ. 計算過程も示すこと.
- (2) f(3) の値を示せ. 計算過程も示すこと.
- (3) プログラム f の入力値を n とおく. while ループの先頭では、変数 g の値は fib(n-x) に等しく、変数 g の値は fib(n-x+1) に等しい、ただし、g は変数 g の値を表わすものとする、このことを、次のステップに従って示せ、
  - (a) 最初の while ループについて成立することを示せ.
  - (b) k回目の while ループについて成立すると仮定すると、(k+1)回目の while ループでも成立することを示せ.
- (4) 上の問(3)の事実を用いて、任意の整数nについて、f(n)の値はfib(n)と等しいことを示せ.
- (5) Fig. 5(d) のプログラム g では関数 fib を再帰呼び出しを用いて実現した. f(n) および g(n) の実行時間を n のオーダーで示し、f と g のどちらがより効率的かを答えよ.

Consider a function fib on integers given in Fig. 5 (a). Answer the following questions about the program f given in Fig. 5 (b) which implements the function fib. The meaning of the statements is summarized in Fig. 5 (c).

- (1) Calculate fib(3). Show your working.
- (2) Show the value of f(3). Show your working.
- (3) Let n be the input value of the program f. At the start of each while loop, the value of y equals fib(n-x) and the value of z equals fib(n-x+1), where x is the value of the variable x. Show this fact following the steps below.
  - (a) Show that the above claim holds for the first while loop.
  - (b) Show that if the claim holds for the k-th while loop, then so does for the (k+1)-th while loop.
- (4) Using the claim in question (3), prove that, for any integer n, the value of f(n) equals fib(n).
- (5) Program g given in Fig. 5 (d) implements the function fib using recursive calls. Show the orders of the time for running f(n) and g(n) in terms of n, and explain which of f and g is most efficient.

#### 2012年2月実施 問題5 計算機2 (2頁目/3頁中)

$$fib(n) = \begin{cases} 0 & (n \le 0) \\ 1 & (n = 1) \\ fib(n-1) + fib(n-2) & (n \ge 2) \end{cases}$$

Fig. 5 (a)

Fig. 5 (b)

## 2012年2月実施 問題5 計算機2 (3頁目/3頁中)

function $f(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_k)$ ;	関数 $f$ と局所変数 $\mathbf{y}_1,\ldots,\mathbf{y}_l$ の宣言. ただし, $f$ の引数は整数で
$\mathtt{var}\; \mathtt{y}_1,\ldots,\mathtt{y}_l;$	あるものとする. $f(n_1,\ldots,n_k)$ を評価するには,値 $n_1,\ldots,n_k$
c	を変数 $\mathbf{x}_1,\ldots,\mathbf{x}_k$ に代入し,その後, $c$ を実行する.
	Declaration of function $f$ and local variables $y_1, \ldots, y_l$ , where
	arguments of $f$ are supposed to be integers. To evaluate
	$f(n_1,\ldots,n_k)$ , assign values $n_1,\ldots,n_k$ to the variables
	$x_1, \ldots, x_k$ and then execute $c$ .
x := e	変数 $x$ に式 $e$ の値を代入する.
	Assign the value of $e$ to variable $x$ .
$\mathtt{return}\; e$	式 e の値を関数呼び出しの結果として返す.
	Return the value of $e$ as the result of function call.
$\verb if  b   \verb then  c$	bの値が真であれば $c$ を実行し、そうでなければ何もしない.
	Execute $c$ if the value of $b$ is true, and skip otherwise.
while $b$ do $c$	bの値が偽であれば何もしない. bの値が真ならば,
	cを実行し,その後再び while $b$ do $c$ を実行する.
	Skip if the value of $b$ is false. If the value of $b$ is true,
	execute $c$ and then execute while $b$ do $c$ again.
begin $c_1$ ; $\cdots$ ; $c_k$ end	$c_1$ から $c_k$ を順に実行する.
	Execute $c_1, \ldots, c_k$ in this order sequentially.

Fig. 5 (c)

```
function g(x);
begin
    if x \le 0 then return 0;
    if x = 1 then return 1;
    return (g(x-1) + g(x-2))
end
```

Fig. 5 (d)

#### 2012年2月実施

#### 問題6 物理専門 1

#### (1頁目/1頁中)

 $L_x,L_y,L_z$  を角運動量演算子  $\vec{L}$  の成分とすると、次の式  $L_x=yp_z-zp_y,L_y=zp_x-xp_z,L_z=xp_y-yp_x$  ならびに固有方程式  $L_z|lm\rangle=\hbar m|lm\rangle$  を満足する.ここで  $p_x$ ,  $p_y$ , および  $p_z$  は運動量演算子の成分,また  $i,\hbar,l,m$  はそれぞれ虚数単位, $2\pi$  で割ったプランク定数,方位量子数,磁気量子数である.以下の問に答え よ.

- (1) 位置と運動量の交換関係を使って  $[L_x, L_y] \equiv L_x L_y L_y L_x = i\hbar L_z$  を示せ.
- (2)  $L_+ = L_x + iL_y$ , $L_- = L_x iL_y$  のとき  $[L_z, L_\pm] = \pm \hbar L_\pm$  (復号同順)と  $[L_+, L_-] = 2\hbar L_z$  を示せ
- (3)  $L_z L_+ |lm\rangle = \hbar (m+1) L_+ |lm\rangle$  と  $L_z L_- |lm\rangle = \hbar (m-1) L_- |lm\rangle$  を示せ.
- (4) 問(3) のm が最大値 $l_{max}$  と最小値 $l_{min}$  をもつと仮定して,  $L^2|lm\rangle = \lambda|lm\rangle$  の固有値 $\lambda$  を求めよ.
- (5)  $l=\frac{1}{2}$  のとぎ  $L_xL_y+L_yL_x=0$  を示せ.

Let  $L_x, L_y$ , and  $L_z$  be the components of an angular momentum operator  $\vec{L}$ . They satisfy the equations,  $L_x = yp_z - zp_y, L_y = zp_x - xp_z, L_z = xp_y - yp_x$ , and the eigen equation  $L_z|lm\rangle = \hbar m|lm\rangle$  where  $p_x$ ,  $p_y$ , and  $p_z$  are the components of a momentum operator, and  $i, \hbar, l$ , and m denote the imaginary unit, the Planck constant divided by  $2\pi$ , a quantum number of angular momentum, and a magnetic quantum number, respectively. Answer the following questions.

- (1) Show  $[L_x, L_y] \equiv L_x L_y L_y L_x = i\hbar L_z$  by using the commutation relation between position and momentum.
- (2) Show  $[L_z, L_{\pm}] = \pm \hbar L_{\pm}$  (double signs in the same order) and  $[L_+, L_-] = 2\hbar L_z$  where  $L_+ = L_x + iL_y$ ,  $L_- = L_x iL_y$ .
- (3) Show  $L_z L_+ |lm\rangle = \hbar (m+1) L_+ |lm\rangle$  and  $L_z L_- |lm\rangle = \hbar (m-1) L_- |lm\rangle$ .
- (4) Find the eigenvalue  $\lambda$  for  $L^2|lm\rangle = \lambda|lm\rangle$  under the assumption that m of question (3) has a maximum value  $l_{max}$  and a minimum value  $l_{min}$ .
- (5) Show  $L_x L_y + L_y L_x = 0$  for  $l = \frac{1}{2}$ .

# 2012 年 2 月実施 問題 7 物理専門 2 (1 頁目 / 3 頁中)

区間 $-\infty < x < +\infty$  における任意の実数xの関数

$$f(x) = e^{-a|x|}$$

を考える. a は正の定数である. 以下の問に答えよ. ただし, i は虚数単位である.

(1) 関数 f(x)のフーリエ変換

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-iwx} dx$$

を求めよ.

(2) 区間 - ∞ < x < +∞ において次の微分方程式

$$\frac{d^2}{dx^2}g(x) - a^2g(x) = f(x)$$

を満足する関数 g(x) を考える。 g(x),  $\frac{d}{dx}g(x)$  および  $\frac{d^2}{dx^2}g(x)$  は区間 $-\infty < x < +\infty$  で 有界,連続かつ絶対積分可能な関数であるとする。 関数 g(x) のフーリエ変換

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{-iwx} dx$$

を求めよ.

- (3) 任意の実数xに対して関数q(x)が偶関数であることを示せ.
- (4) 任意の実数xに対して複素変数zの関数 $h(z) = \frac{e^{izz}}{\left(z^2 + a^2\right)^2}$ を考える. Fig. 7 のように,

z-平面上で z=-R から z=R まで実軸上を進む積分路を  $C_1$  とする。また, z=R から z=-R まで円 |z|=R の周上を正の向きに $\pi$  だけ進む積分路を  $C_2$  とする。ただし,R>a である。複素積分  $\int_{C_1+C_2} h(z) dz$  の値を求めよ.

(5) 任意の実数xに対して関数g(x)を求めよ.

# 2012 年 2 月実施 問題 7 物理専門 2 (2頁目/3頁中)

Consider a function

$$f(x) = e^{-a|x|}$$

of any real number x in the interval  $-\infty < x < +\infty$ . Let a denote a positive constant. Answer the following questions. Let i denote the imaginary unit.

(1) Find the Fourier transformation

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-iwx} dx$$

of the function f(x).

(2) Consider a function g(x) satisfying the following differential equation:

$$\frac{d^2}{dx^2}g(x) - a^2g(x) = f(x)$$

in the interval  $-\infty < x < +\infty$ . Assume that g(x),  $\frac{d}{dx}g(x)$  and  $\frac{d^2}{dx^2}g(x)$  are bounded,

continuous and absolutely integrable functions in the interval  $-\infty < x < +\infty$ . Find the Fourier transformation

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{-iwx} dx$$

of the function g(x).

(3) Prove that g(x) is an even function for any real number x.

(4) Consider the function  $h(z) = \frac{e^{ixz}}{\left(z^2 + a^2\right)^2}$  of a complex variable z for any real number x.

As shown in Fig. 7,  $C_1$  is a path of integral that goes along the real axis from z=-R to z=R on the z-plane.  $C_2$  is a positively oriented path of integral that goes through an angle  $\pi$  from z=R to z=-R on the circle |z|=R. Here R>a. Find the value of the complex integral  $\int_{C_1+C_2}h(z)\,dz$ .

(5) Find the function g(x) for any real number x.

2012 年 2 月実施 問題 7 物理専門 2 (3 頁目 / 3 頁中)

