

(1) 電気磁気学

受験番号

問題 I 内円筒、外円筒の半径がそれぞれ a 、 b 、円筒の長さが l の同軸コンデンサがある。内円筒の電位を V_0 、外円筒を接地してあるとして、以下の問いに答えよ。ただし、円筒座標のラプラシアンは変数 (r, ϕ, z) を用いて次式で与えられる。

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- (1) 同軸円筒間の電位 $V(r, \phi, z)$ について、ラプラスの式を書け。
- (2) 円筒間の電位及び電界を (1) のラプラスの式を解いて求めよ。円筒の端の電界の乱れは考えなくてもよいものとする。(注意：他の方法で求めた解は正解としない。)
- (3) 内円筒面上の電荷密度 σ を求めよ。
- (4) この同軸円筒の静電容量を求めよ。

問題 II 図のように座標軸の原点で z 軸の正方向に、無限に長い直流電流 I が流れており、それによって作られる磁束密度を B として、以下の問いに答えよ。ただし、真空の透磁率を μ_0 とする。

- (1) 原点を中心とした半径 r の円周上の磁束密度 B (ベクトル表示) を表す式を書け。ただし、円筒座標 (r, ϕ, z) の各座標軸方向の単位ベクトルを \vec{r} 、 $\vec{\phi}$ 、 \vec{z} とする。
- (2) 原点を中心とした半径 r_1 、 r_2 の同心円間に図のような閉じた経路 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ を取る。各経路上で (1) で求めた磁束密度 B の線積分を計算し、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ と経路を一周したときの B の積分値を求めよ。
- (3) 図の半径 r の円周上の任意の一点 $P(x, y, z)$ におけるベクトルポテンシャル A が次式で表されるとき、 A によって与えられる磁束密度が、(1) の磁束密度と一致することを示せ。

$$A = -\vec{z} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln(x^2 + y^2), \text{ ただし、}\vec{z} \text{ は } z \text{ 方向の単位ベクトル。}$$

