問題１５　電磁気学　設問すべてについて解答すること。

I　図１のように，z 軸上に，長さが $2L$ で太さが無視できる直線状導線が置かれている。この導線上に電荷 Q が一様な線密度で分布している。媒質は真空であるとし，誘電率を ε_0 とする。

（１）電荷の線密度を求めよ。

（２）円筒座標系で表した xy 平面内の点 $\mathrm{P}(\rho, \phi, 0)$ における電位 V が

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\log\frac{L+\sqrt{L^2+\rho^2}}{\rho}$$

で与えられることを示せ．ただし，電位の基準点を無限遠とする。また，この導線単体の静電容量 C を求めよ。

（３）点 $\mathrm{P}(\rho, \phi, 0)$ における電界ベクトル $\boldsymbol{E}$ を円筒座標系で表せ。ただし，円筒座標系の単位ベクトルを $\hat{\boldsymbol{\rho}}$, $\hat{\boldsymbol{\phi}}$, $\hat{\boldsymbol{z}}$ とする（図１参照）。

次に，図２に示すように，xy 平面上に原点Oを中心として正方形ループの導線が置かれている。正方形ループは一辺の長さが $2L$ で，導線の太さは無視できる。この正方形ループの導線に電荷 Q が一様に分布している。

（４）z 軸上の点 $\mathrm{P}(0,0,z)$ $(z>0)$ における電界は z 成分のみをもち，その電界成分 E_z は次式の形で表される。空欄 (a) および (b) に入る式を求めよ。

$$E_z = \frac{Q\,z}{4\pi\varepsilon_0\left(z^2+\boxed{\text{(a)}}\right)\sqrt{z^2+\boxed{\text{(b)}}}}$$

（５）点Pにおける電界成分 E_z は図３のような分布をし，$z=z_0$ において最大値 $E_{\max}$ をとる。E_z の最大値をとる位置が $\log E_z$ を最大にする位置と同一であることを利用して，z_0/L を求めよ。

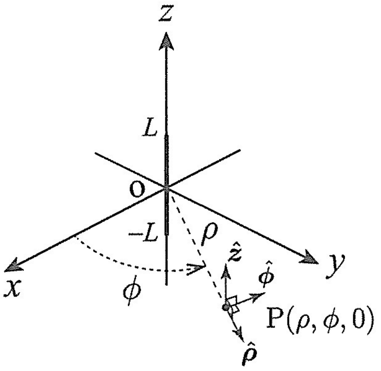

図１

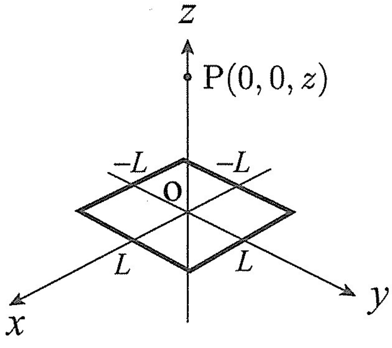

図２

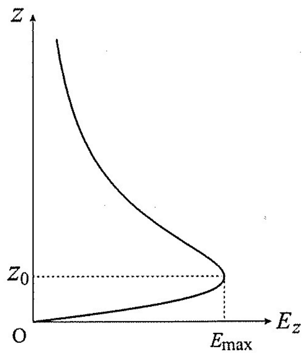

図３

Ⅱ　図４に示すように，無限に長い直線状導体と平行に距離d離れて同一平面内に置かれた一巻の長方形コイルがある。無限に長い直線状導体には，電流I_1が流れている。また，長方形コイルの２辺の長さは，それぞれa，$2b$である。媒質は真空であり，透磁率をμ_0とし，導線とコイルの太さは無視できるとする。

（１）直線状導体から最短距離がrの点での磁束密度Bを求めよ。

（２）長方形コイルと鎖交する磁束φを求めよ。

（３）直線状導体と長方形コイルの相互インダクタンスMを求めよ。

（４）PQ を中心軸として長方形コイルを角周波数ωで回転させたとき，コイルに発生する起電力eの大きさを求めよ。ただし，dはbに比べて十分に大きく，電流I_1が長方形コイル上につくる磁場は，コイル面に垂直な方向を向き，その方向においてコイル面から$\pm b$の範囲で一定の大きさであるとする。

（５）（４）において長方形コイルの抵抗をRとするとき，長方形コイルが図４の位置から半回転する間に消費される電気エネルギーWを求めよ。

（６）長方形コイルを図のように固定し，時計回りに電流I_2を流した時，長方形コイルにはたらく力Fの大きさと方向を求めよ。

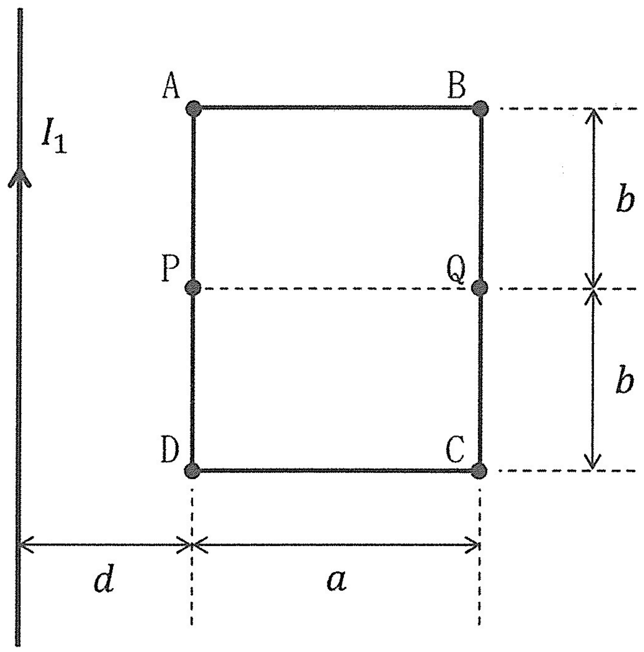

図４