北海道大学大学院情報科学研究科
システム情報科学専攻 入学試験
平成 27 年 8 月 20 日(木) 13:00～15:00

専門科目 2

受験上の注意

- 「解答始め」の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと.
- 受験中，机上には，受験票，鉛筆(黒)，シャープペンシル(黒)，消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，時計(計時機能のみのもの)以外の所持品は置くことができない. ただし，監督員が別に指示した場合は，この限りでない.
- 携帯電話等の情報通信機器類は，必ずアラームの設定等を解除した上で電源を切っておくこと.
- 問題冊子は本表紙を含め9枚ある(2枚目は白紙). 試験開始後，問題冊子を確認し，不備(ページ欠落，汚れ，印刷の不鮮明など)があれば試験監督員に申し出ること. 試験終了後，問題冊子は回収しない.
- 解答用紙の枚数は2枚である. 出題された7問から2問を選択して，問題ごとに解答用紙を分けて解答すること.
- 解答用紙の裏面を使用してもよいが，その場合には解答用紙表面右下の「口裏面を使用」をチェックのこと.
- 解答用紙に選択した問題の番号，受験番号の誤記，記入もれがないか，十分に確かめること. 受験番号と選択した問題の番号を別紙の「選択問題チェック票」にも記入し，提出のこと.
- 草案紙の枚数は2枚である. 草案紙は回収しない.

システム情報科学専攻 専門科目2

問1 (線形制御理論)

状態方程式

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u = \begin{bmatrix} 1 & -p \\ 2 & -p \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}$$

で表されるシステム Σ_1 を考える．ただし，$\boldsymbol{x}$ は2次元状態ベクトル, u はスカラー入力, y はスカラー出力, p は実定数である．また，$\dot{\boldsymbol{x}}$ は $\boldsymbol{x}$ の時間微分である．このとき，以下の各設問に答えなさい．

1-1) システム Σ_1 が可制御かつ可観測となるための p の満たすべき条件を求めなさい．

1-2) システム Σ_1 が安定となる p の範囲を求めなさい．

1-3) u から y までの伝達関数 $G_P(s)$ を求めなさい．

1-4) 図1-1のような制御系を考える．ただし，図中の Σ_1 は上記のシステムであり，前置補償器の伝達関数は $G_C(s) = \dfrac{k}{s}$ である (k は正の定数)．全ての $k\ (> 0)$ に対し制御系が安定となるような p の範囲を求めなさい．

1-5) p は設問 **1-4)** の条件を満たしていると仮定する．図1-1の制御系を引き続き考え, 外部入力 $r(t)$ が $y(t)$ に対する目標値であるとすると，$e(t) = r(t) - y(t)$ は追従誤差とみなせる．この追従誤差 $e(t)$ に対しての，定常位置偏差 (単位ステップ入力 $r(t) = 1$ に対する定常誤差) および定常速度偏差 (単位ランプ入力 $r(t) = t$ に対する定常誤差) を求めなさい．

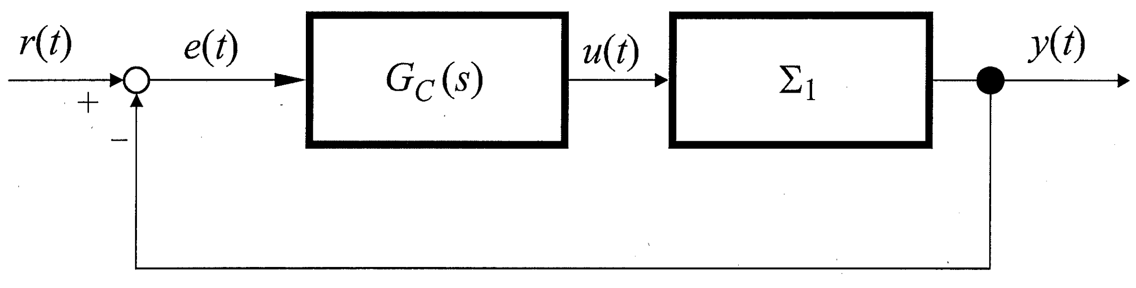

図1-1

問1終わり

システム情報科学専攻　専門科目 2

問 2（データ構造とアルゴリズム）以下の各設問に答えなさい.

2-1) スタック S とキューQ のそれぞれに対し，データ入出力操作の関数が次の通り定義されている.

S.push(n):データ n を S に入れる　　S.pop(): S からデータを1つ取り出し，その値を返す

Q.enq(n):データ n を Q に入れる　　Q.deq(): Q からデータを1つ取り出し，その値を返す

空のスタック S とキューQ に対して，次の①から⑩の操作を順に実行する. このとき，③⑦⑩において変数 x, y, z に代入される値をそれぞれ示しなさい.

① S .push(5)　② S.push(3)　③ x ← S.pop()　④ Q.enq(8)　⑤ Q.enq(2)

⑥ Q.enq(x)　⑦ y ← Q.deq()　⑧ S.push(1)　⑨ S.push(Q.deq())　⑩ z ← S.pop()

2-2) 数値データの系列 L = (7, 5, 1, 2, 6, 3, 4) のソートに関する以下の各小問に答えなさい.

(a) 系列 L をあるアルゴリズムで昇順に並べ替えたところ，処理の途中で (5, 1, 2, 6, 3, 4, 7) という数値の並びが現れ，その後，(1, 2, 5, 3, 4, 6, 7) が現れた. このアルゴリズムは，挿入ソート，バブルソート，クイックソートのいずれであるかを答えなさい.

(b) 図 2-1 は，数値データ系列 data (data[i−1]は i 番目の数値データ，i=1,…,s) を入力とするコムソートの疑似コードであり，rdown(z) は z の小数点以下切り捨て，swap(x, y) は x と y の値の交換を表す. 系列 L にコムソートを適用した場合の，各 swap 後の数値の並びを順に示しなさい.

```
CombSort( data, s )
  h ← s
  flag ← false
  WHILE  h>1 OR flag
    IF  h>1 THEN
      h ← rdown(h*10.0/13.0)
    ENDIF
    flag ← false
    FOR i ← 0 to s−h−1
      IF data[i] > data[i+h] THEN
        swap(data[i], data[i+h])
        flag ← true
      ENDIF
    ENDFOR
  ENDWHILE
```

図2-1

2-3) 画素値が 0〜255 の整数値である濃淡画像 P があり，そのヒストグラム hist (hist[i]は P 内の画素値が i の画素数，i=0,…,255) が与えられている. 以下の各小問に答えなさい. なお，解答のコードは図中の記法にならって記しなさい.

(a) hist から，画素値が範囲[a, b] (0 ≤ a ≤ b ≤ 255, a と b は整数) 内の画素集合の画素数 n と画素値の平均値 m を求めるため，(n, m)←Statistic(hist, a, b) の形式で使用できる関数 Statistic を図 2-2 の通り作成する. 図中の $\boxed{A}$ $\boxed{B}$ に入る適切なコードをそれぞれ記しなさい.

```
Statistic( hist, a, b )
  n ← 0
  m ← 0.0
  FOR i ← a to b
    n ← [ A ]
    m ← [ B ]
  ENDFOR
  IF n ≠ 0 THEN
    m ← m/n
  ENDIF
  RETURN (n, m)
```

図2-2

(b) 判別分析法では式 (1) に示す d が最大となる閾値 t を用いて濃淡画像の 2 値化を行う. 図 2-3 に示す，この閾値 t を求めるための関数 Threshold 内の $\boxed{C}$ に入るコードを記しなさい.

$$d = n_L n_H (m_L - m_H)^2 \qquad (1)$$

なお，n_L, m_L ならびに n_H, m_H はそれぞれ，閾値 t 以下ならびに t より大きな画素値を持つ画素集合の画素数と画素値の平均値であり，解答中では小問(a)の関数 Statistic を用いても良い.

```
Threshold( hist )
  t ← 0
  [ C ]
  RETURN  t
```

図2-3

問 2 終わり

システム情報科学専攻　専門科目 2

問 3（ロボティクス）

図 3-1 のような水平面を移動する平行二輪型移動ロボットについて考える．台座に固定されたモータにより二つの車輪を駆動する．二つの車輪は形状が等しく，半径 r_1 をもつ．車輪・台座系（車輪二輪，台座，モータ）の質量が m_1 で，その重心は車軸上にある．車軸回りの車輪二輪分の慣性モーメントが I_1 である．台座にはボールキャスタが取り付けられ，地面から浮かないものとする．また，車軸回りに滑らか，かつ自由に回転できるリンクが取り付けられており，その鉛直方向からの傾斜角を θ_2，リンク質量を m_2，リンク重心を通り y 軸に平行な軸回りの慣性モーメントを I_2，リンク回転軸からリンク重心までの長さを r_2 とする．車輪は地面を滑らず，空気抵抗と車輪の転がり摩擦は無視でき，重力加速度を g とする．座標系は右手系である．以下の各設問に答えなさい．

3-1) 台座に固定されたモータにより車軸にトルク τ_1 を作用する．左右車輪の運動が等しく，その回転角を θ_1 とする．ロボットが x 軸方向のみに移動する場合，以下の各小問(a)～(c)に答えなさい．ただし，$\theta_1 = 0$ のときに車軸が y 軸上にあるものとする．

(a) xz 座標系での車輪・台座系とリンク各々の重心の位置ベクトルと速度ベクトルを求めなさい．

(b) 車輪・台座系とリンク各々の運動エネルギと，$z = 0$ を基準として各々のポテンシャルエネルギを求めなさい．

(c) この平行二輪型移動ロボットの運動方程式を求めなさい．

3-2) 図 3-2 のように，このロボットの左右車輪を独立に駆動できるようにした．左右車輪の回転角速度をそれぞれ $\dot{\theta}_{1L}, \dot{\theta}_{1R}$，車輪間隔を W としたとき，$\dot{\theta}_{1L}, \dot{\theta}_{1R}$ とロボット中心 C の移動速さ v，旋回速度 ω との関係をそれぞれ求めなさい．ここで，車輪は床と点接触をしており，リンクとボールキャスタはロボットの運動に影響しないものとする．

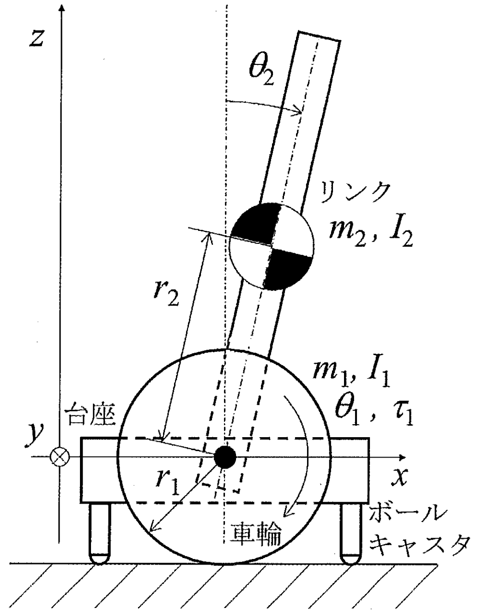

図 3-1

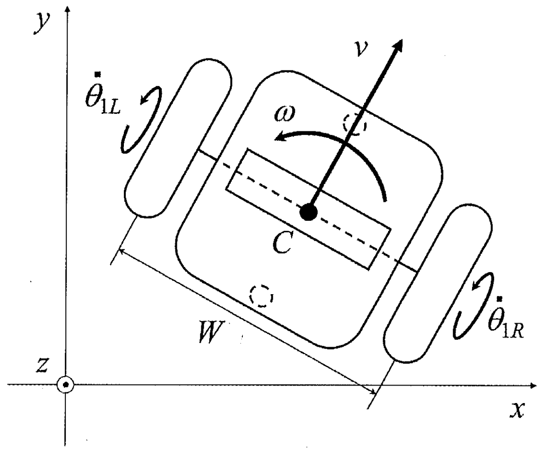

図 3-2

問 3 終わり

システム情報科学専攻　専門科目 2

問 4 (信号処理)　　以下の各設問に答えなさい．

4-1) 実数値をとる連続時間信号$x(t)$のフーリエ変換を$X(\omega)$とするとき，その振幅スペクトル$|X(\omega)|$が $\omega = 0$ に対して対称 (偶関数) となることを証明しなさい．

4-2) 連続時間信号$g(t)$のフーリエ変換$G(\omega)$が ωの実関数となり，$-\omega_c \le \omega \le \omega_c$ の帯域をもつ図 4-1 の形で与えられているとする．この$g(t)$を, 周期 $T_1 = \frac{2\pi}{3\omega_c}$ ，$T_2 = \frac{4\pi}{3\omega_c}$ でサンプリングした際の離散時間信号をそれぞれ $g_1[n] = g(nT_1)$， $g_2[n] = g(nT_2)$ (n:整数) としたとき，次の各小問(a)(b)に答えなさい．

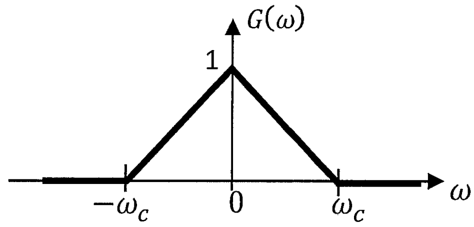

図 4-1

(a) $g_1[n]$と$g_2[n]$の離散時間フーリエ変換をそれぞれ $G_1(\omega), G_2(\omega)$ としたとき，$-4\omega_c \le \omega \le 4\omega_c$の範囲における $G_1(\omega)$と $G_2(\omega)$の形をグラフとして描きなさい．

(b) $g_1[n]$と$g_2[n]$におけるエイリアシング発生の有無を，理由と共に述べなさい．

4-3) 線形時不変な離散時間信号処理システムSへ，式(1)で与えられる離散時間インパルス $\delta[n]$ を入力したところ，Sからの出力が離散時間信号$h[n]$となった．ここで nは$-\infty$から∞の整数である．このとき，次の各小問(a)～(c)に答えなさい．

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 0 & (n \ne 0) \end{cases} \qquad (1)$$

(a) 任意の離散時間信号$x[n]$が，$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta[n-k]$ と表せることを利用し，Sに$x[n]$が入力されたときの出力$y[n]$が，式(2)となることを示しなさい．

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,h[n-k] \qquad (2)$$

(b) $h[n]$が式(3)となったときのシステムSの伝達関数$H(z)$を求めなさい．

$$h[n] = \begin{cases} 0 & (n < 0) \\ (0.5)^{n+1} & (n \ge 0) \end{cases} \qquad (3)$$

(c) (b)のシステムSをフィードバックシステムとみなすと，そのブロック線図は図 4-2 のように表せる．このとき，図中の(1),(2)に当てはまる要素とその機能をそれぞれ述べなさい．ただし図中の$X(z), Y(z)$は，Sの入出力 $x[n], y[n]$ の z 変換をそれぞれ表している．

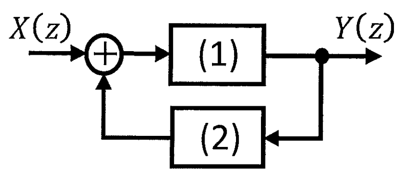

図 4-2

問 4　終わり

システム情報科学専攻 専門科目 2

問 5（電気機器） 以下の各設問に答えなさい.

5-1) 図 5-1 に示す電機子巻線と界磁巻線が並列につながれている分巻式の直流発電機がある．次の各小問(a)～(c)に答えなさい．ただし，端子電圧は $V_o = 200$ V で一定とし，電機子巻線抵抗 $R_a = 0.05\ \Omega$, 界磁巻線抵抗 $R_f = 10\ \Omega$である．そして，整流子とブラシ間の接触による電圧降下，電機子反作用，磁気飽和の影響，鉄損および機械損は無視できるものとする.

(a) この発電機を出力電流 $I_{o1} = 380$ A，角速度$\omega_1 = 200$ rad/s で運転しているときの，電機子誘導起電力 E_{a1} [V]と発電機に入力されているトルク T_1 [Nm]を求めなさい.

(b) この発電機を出力電流 $I_{o2} = 0$ A で運転したときの，発電機に入力されている機械入力 P_2 [W]を求めなさい.

(c) この発電機を入力電流 $I_{o3} = 380$ A で電動機として運転したときの，角速度ω_3 [rad/s]と発電機が出力しているトルク T_3 [Nm]を求めなさい.

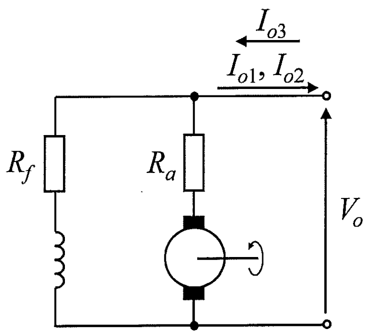

図5-1

5-2) 定格容量 147 kVA の単相変圧器がある．次の各小問(a)～(c)に答えなさい．ただし，鉄損は負荷に関係なく常に一定値とする．また，V_2 [V]は二次電圧，I_2 [A]は二次電流，$\cos\theta_2$ は二次側の力率，R [Ω]は二次巻線および二次側に換算した一次巻線の抵抗の合計とする．そして，この単相変圧器の有効出力を $V_2 I_2 \cos\theta_2$ [W]，鉄損を W_i [W]，銅損を $R I_2^2$ [W]とする.

(a) この単相変圧器の効率η [%]が最も高くなるときの鉄損 W_i [W]と銅損 $R I_2^2$ [W]の関係を求めなさい．ただし，この小問において，二次電圧 V_2 [V]と力率 $\cos\theta_2$ は，定数として扱いなさい.

(b) この単相変圧器は，負荷が定格容量の半分の大きさで力率 $\cos\theta_2 = 1$ のときに，最大効率$\eta_m = 98$%になった．このときの銅損 $R I_2^2$ [W]の大きさを求めなさい.

(c) この単相変圧器を 1 日のうち 8 時間は力率 $\cos\theta_2 = 0.8$ の定格容量で運転し，それ以外の時間は無負荷で運転した場合の，全日効率η_t [%]を求めなさい.

5-3) 三相誘導電動機を平衡三相交流電源で運転したとき，すべり $s = 5$%，一相あたりの二次電流 $I_2 = 20$ A であった．そして，一次銅損 W_{c1} [W]は二次銅損 W_{c2} [W]の 2 倍であり，鉄損 $W_i = 120$ W であった．また，一相あたりの二次抵抗は $R_2 = 0.08\ \Omega$であった．この三相誘導電動機の機械出力 P_o [W]，同期ワット（二次入力）P_2 [W]，一次銅損 W_{c1} [W]，一次入力 P_1 [W]を求めなさい．ただし，機械損は無視できるものとする.

問 5 終わり

システム情報科学専攻 専門科目2

問6 (応用電気回路) 以下の各設問に答えなさい.

6-1) 図6-1に示す三相回路について，以下の各小問に答えなさい.

(a) 図6-1(a) に示すように，線間実効値電圧 $V = 200\sqrt{3}$ V のひずみの無い平衡三相電圧源に，1相当りのインピーダンス $Z = 10\ \Omega$，力率 0.8 の平衡三相誘導性負荷を接続した．各相に流れる線電流と，三相負荷で消費される電力を求めなさい.

(b) 小問 (a) の場合について，各相の抵抗成分 R [Ω] とリアクタンス成分 X_L [Ω] を求めなさい.

(c) さらに，図6-1(b) に示すように進相コンデンサを追加したところ，電源を流れる線電流と電源の相電圧が同相となり力率が1となった．このときの進相コンデンサのリアクタンス X_C [Ω] を求めなさい.

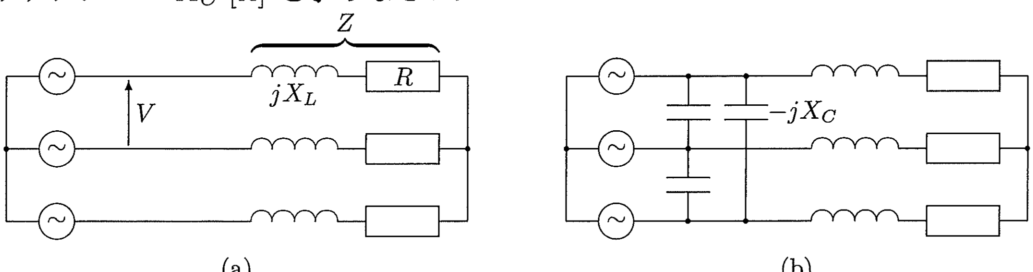

図6-1

6-2) 図6-2に示す方形波電圧と正弦波電流について，以下の各小問に答えなさい．ただし，T は方形波の周期とする.

(a) 方形波電圧 $v(t)$ の実効値 V を，E を用いて表しなさい.

(b) 方形波電圧 $v(t)$ の第3高調波の実効値 V_3 を，E を用いて表しなさい.

(c) 負荷の電圧と電流が図6-2に示す $v(t)$ と $i(t)$ であるとき，負荷で消費する平均電力 P を，E と I を用いて表しなさい.

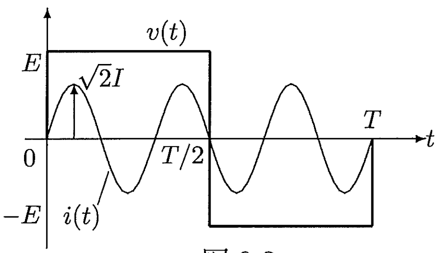

図6-2

6-3) 図6-3に示す電気回路の過渡現象について，以下の各小問に答えなさい．ただし，コンデンサの初期電荷は0とする.

(a) 入力電圧 $v_i(t)$ と出力電圧 $v_o(t)$ の関係を表す微分方程式とそのラプラス変換した式を示しなさい.

(b) 入力に大きさが E [V] のステップ電圧を与えた場合の出力電圧 $v_o(t)$ を計算しなさい.

(c) 小問 (b) の出力電圧 $v_o(t)$ の波形を図示しなさい．また，$v_o(t)$ の最終値と立上り遅れ時間 (時定数) を図中に示しなさい.

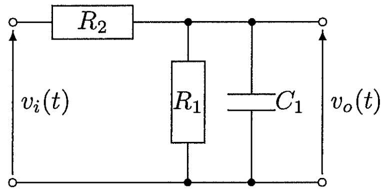

図6-3

(d) 抵抗 R_2 と並列にコンデンサ C_2 を接続したところ，$v_o(t) = \frac{1}{n} v_i(t)$ (n は1より大きな定数) の関係となり，任意の $v_i(t)$ ($v_i(0)=0$) に対して $v_o(t)$ は相似な波形となった．このときの R_2 と C_2 を R_1，C_1，n を用いて表しなさい.

問6終わり

システム情報科学専攻 専門科目 2

問 7（応用電磁気学） 以下の各設問に答えなさい．

7-1) 図 7-1 のように N 巻きのコイルを巻いた磁性体 1 (平均長 l_1 [m]，透磁率 μ_1 [H/m])，2 箇所の空気ギャップ(長さ x [m]，透磁率 μ_0 [H/m])，磁性体 2 (平均長 l_2 [m]，透磁率 μ_2 [H/m])からなる系がある．両磁性体の断面積を S [m^2] とする．またコイルに直流電流 I [A] が流れているとする．このとき以下の各小問に答えなさい．ただしもれ磁束はなく，磁性体および空気ギャップ中で磁界は一様であるとする．

(a) 磁性体 1, 2 と空気ギャップの磁束密度を求めなさい．

(b) この系に蓄えられる磁気エネルギー W_m[J] を求めなさい．

(c) 磁性体 2 にはたらく吸引力が F[N]となるような電流値 I [A]を求めなさい．

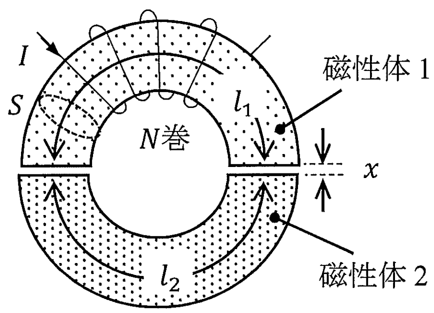

図 7-1 空気ギャップと磁性体

7-2) 電荷のない真空(誘電率 ε_0 [F/m]，透磁率 μ_0 [H/m])にデカルト座標系 (x, y, z) を導入する．電界[V/m]を $\boldsymbol{E} = (E_x(z,t), 0, 0)$，磁界[A/m]を $\boldsymbol{H} = (0, H_y(z,t), 0)$ と仮定する．このとき以下の各小問に答えなさい．

(a) マクスウェル方程式

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \quad (1), \quad \mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \quad (2)$$

は式 (1)′, (2)′ のように表せることを示しなさい．

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (1)', \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (2)'$$

(b) 式 (1)′, (2)′より波動方程式 (3) を導きなさい．ただし $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ とする．

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (3)$$

(c) 電界 $E_x = E_0 \sin(kz - \omega t)$ は波動方程式 (3) を満足することを示しなさい．ただし E_0 は振幅[V/m]，k, ω は $\omega/k = c$ を満たす定数とする．

(d) 電界が小問**(c)**のように与えられるとき，磁界 H_y を求めなさい．ただし静磁界成分を表す定数項は無視できるとする．

(e) $\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ は単位 [Ω] を持つことを示しなさい．

問 7 終わり