

専門科目（午前）

1 4 大修

時間 午前 9 時 30 分～11 時 00 分

電気電子工学・電子物理工学

電気電子工学
電子物理工学

注意事項

1. 次の 3 題の中から 2 題を選択して解答せよ。3 題以上解答した場合はすべて無効とする。
 2. 解答は 1 題ごとに別々の解答用紙に記入せよ。
 3. 各解答用紙に問題番号及び受験番号を記入せよ。
 4. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。
-

1.

$-\infty < x < \infty$ で定義された 1 次元非斉次ヘルムホルツ方程式

$$\frac{d^2}{dx^2}\phi(x) + k^2\phi(x) = -\delta(x - x_0) \quad (1)$$

が、全領域にわたって有界な解をもつものとする。ただし、 $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数、 $j = \sqrt{-1}$ は虚数単位である。また、 $k = k_r - jk_i$ とし、 k_r, k_i はともに正の実数であるとする。この方程式に関して、以下の間に答えよ。

1) 式 (1) に対応する斉次方程式

$$\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + k^2\psi(x) = 0 \quad (2)$$

の独立な解を 2 つ答えよ。

2) 式 (1) の解が $x \neq x_0$ で、

$$\phi(x) = \begin{cases} c_1 e^{-jkx} + c_2 e^{jkx}, & x < x_0, \\ c_3 e^{-jkx} + c_4 e^{jkx}, & x > x_0, \end{cases} \quad (3)$$

と表せることが知られている。

- $x \rightarrow -\infty$ および $x \rightarrow \infty$ のそれぞれに対して $\phi(x)$ が有界であるために、 c_1, c_2, c_3, c_4 が満たす関係式を求めよ。
- $x = x_0$ で $\phi(x)$ が連続となるために、 c_1, c_2, c_3, c_4 が満たす関係式を求めよ。
- ϵ を $\epsilon > 0$ の微小量とする。式 (3) を区間 $[x_0 - \epsilon, x_0 + \epsilon]$ で積分すると得られる c_1, c_2, c_3, c_4 の関係式を求めよ。
- a) ~ c) で得られた関係式を用いて、 c_1, c_2, c_3, c_4 を求めよ。

3) 2) とは別の解法として、 $\phi(x)$ のフーリエ変換 $\Phi(\beta)$ を考える。

$$\Phi(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) e^{-j\beta x} dx \quad (4)$$

- 式 (1) を変形し、 $\Phi(\beta)$ に関する方程式を求めよ。
- a) を $\phi(x)$ について解くと

$$\phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\beta(x-x_0)}}{\beta^2 - k^2} d\beta \quad (5)$$

が得られることを示せ。

- 4) 2) の解法と 3) の解法によって得られた解は、微分方程式の解の一意性より一致する。このことを次の手順により示せ。ただし、下記のジョルダンの補助定理を用いてもよい。

ジョルダンの補助定理

$f(z)$ を $|z| > r_0$ で正則な関数とし、 $b > 0$ とする。このとき、

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Gamma} f(z) e^{jbz} dz = 0$$

が成り立つ。ただし、積分路は $\Gamma = \{z \mid z(\theta) = Re^{j\theta}, 0 \leq \theta \leq \pi\}$ で表され、 $R > r_0$ である。

- a) 関数 $f(\beta) = \frac{e^{j\beta(x-x_0)}}{\beta^2 - k^2}$ の特異点を全て挙げ、位数と留数を求めよ。
- b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\beta(x-x_0)}}{\beta^2 - k^2} d\beta$ の値を、 $x < x_0$ の場合と $x > x_0$ の場合のそれぞれについて求めよ。
- c) 2) d) と 3) b) の解が一致することを示せ。

2.

1) 図2. 1に示す電源回路(開放電圧 e 、電源抵抗 R_g)について次の設問に答えよ。

- R_L を可変にした時に、負荷で消費される電力 P を R_L の関数として表し、その最大値(有能電力)を求めよ。
- その時の負荷抵抗 R_L と負荷両端に発生する電圧 V はいくらになるか。

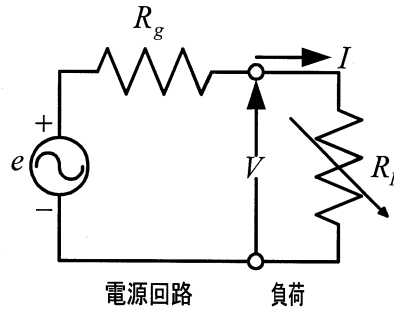


図2. 1

2) 共振回路の周波数伝達特性について次の設問に答えよ。

- 図2. 2に示す L 、 C 、 r からなる直列共振回路のインピーダンス、 Z を動作角周波数 ω の関数として求めよ。

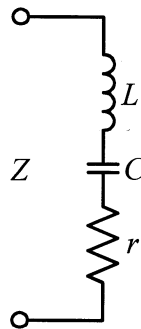


図2. 2

- 図2. 3に示すように2ポート回路の伝達係数を $T = 2v_2/e$ で定義すると、 $|T|^2$ が『ポート#2に接続された負荷抵抗 R_g で消費される電力』÷『ポート#1に接続された電源回路の有能電力』に等しいことを示せ。

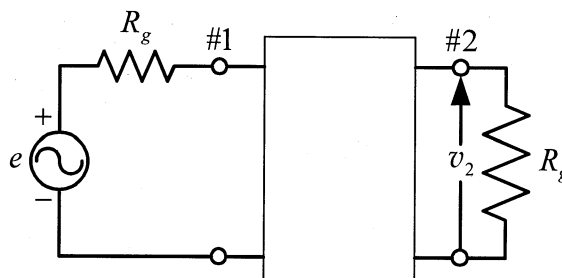


図2. 3

- 2ポート回路の内部が図2. 4のように L 、 C 、 r の直列共振回路から成っている場合の伝達係数の大きさ $|T|$ の周波数特性の概略を描け。

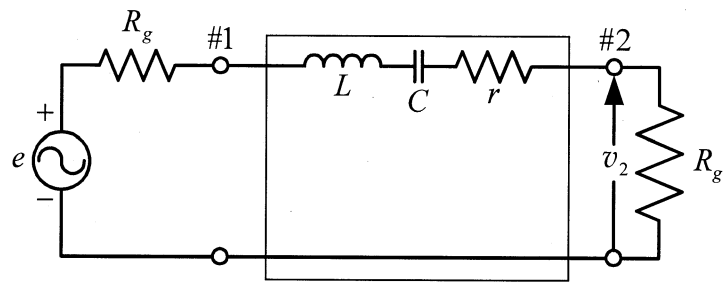


図2. 4

- d) $|T|$ の最大値 $|T|_{\max}$ とそれを与える角周波数 ω_0 を求めよ。
- e) $|T|$ の値が $|T|_{\max}$ の $1/\sqrt{2}$ となる2つの角周波数の差、 $\Delta\omega$ を求めよ。
- f) 負荷Q値 $(=\omega_0/\Delta\omega)$ と無負荷Q値 $(=\omega_0 L/r)$ の比をd) で定義した $|T|_{\max}$ を用いて表せ。
- g) 2 ポート回路が図2. 5に示すように並列共振回路になった時の $|T|$ の周波数特性の概略を図示せよ。

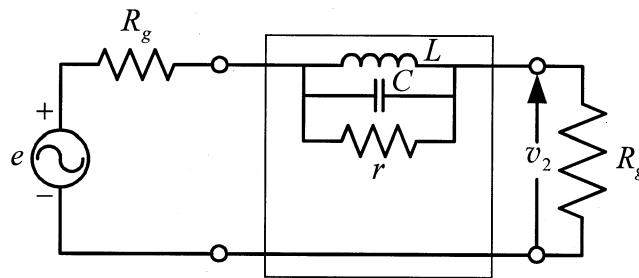


図2. 5

3. 電荷や電流の周囲の電磁界について、以下の問1)～3)に答えよ。

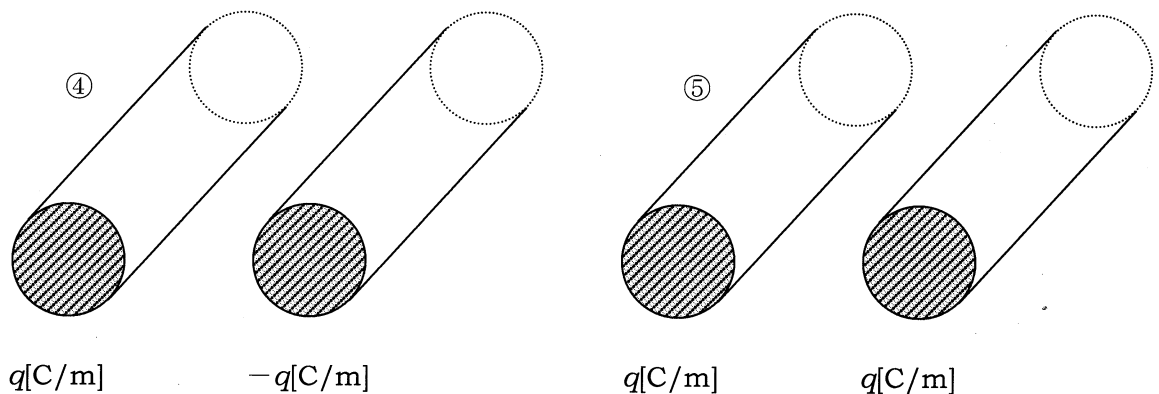
- 1) 電荷の周囲にある静電界の様子を電気力線を用いて簡単に表現する場合、注意すべきことから下記の観点について箇条書きで簡潔に述べよ。

- a) 電気力線の開始点と終端点
- b) 電気力線の数
- c) 電気力線の方法

つぎに、直径の等しい2つの導線が平行におかれ、これらが様な線電荷密度で帯電しているとき、その垂直断面内での電気力線の様子を下記の2つの場合について図示すると共に、どうしてそのようになるのかポイントを説明せよ。

簡単のため、1つの導線に出入射する電気力線の本数は8本とする。ただし、ここでは電荷分布や電位分布の解析解を求める必要はなく、平行2導線は直径に比べて十分長く、端部効果を考えないものとする。

- d) 片方の導線が線の長さ方向に様な線電荷密度 $q[\text{C/m}]$ で、もう一方の導線が様な線電荷密度 $-q[\text{C/m}]$ で帯電しているとき。ただし、 $q>0$ とする。
- e) それぞれの導線が様な線電荷密度 $q[\text{C/m}]$ で帯電しているとき。



- 2) 真空中のある点 $P(x, y, z)$ における電界ベクトル $\mathbf{E}[\text{V/m}]$ が、真空中の誘電率 $\epsilon_0[\text{F/m}]$ 、定数 A_0, B_0, C_0 を用いて以下の式で与えられている。原点 $O(0, 0, 0)$ と点 $R(a, a, a)$ を頂点とし、 x - y 平面、 y - z 平面、 z - x 平面に接する1辺の長さが $a[\text{m}]$ の立方体の(表面を含む)内部に存在する電荷総量 $Q[\text{C}]$ を以下の設問に沿って求めよ。

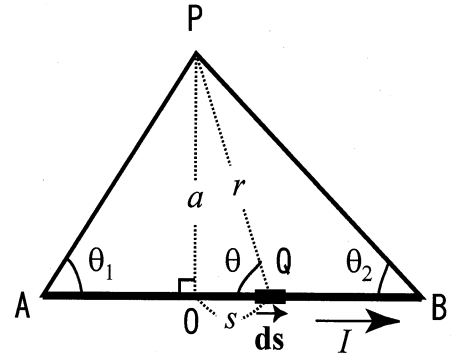
ただし、 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ はそれぞれ、 x, y, z 方向の単位ベクトルである。

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{\epsilon_0} \left\{ A_0 (xz - 2yz) \mathbf{i} + B_0 (xy^2 - 2yz^2) \mathbf{j} + C_0 (2x^2y - xyz) \mathbf{k} \right\}$$

- a) この問題に最も関連の深い電磁界の基本法則の名称とそれを表す式を記せ。
- b) ある点 $P(x, y, z)$ における電荷密度 $\rho(x, y, z) [\text{C/m}^3]$ を記せ。
- c) 立方体の(表面を含む)内部に存在する電荷総量 $Q[\text{C}]$ を求めよ。

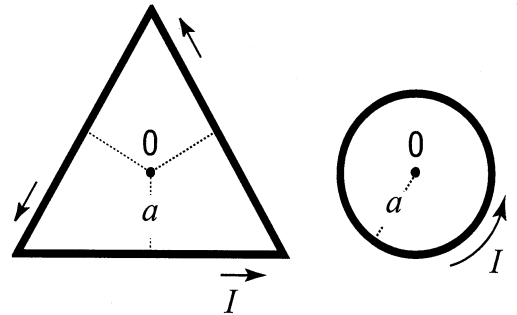
3) 電流が作る磁束密度に関連して、次の問 a)-e) に答えよ。

a) 直線状導線 AB に A から B の方向に直流電流 I [A] が右図のように流れている。導線からの距離が a [m] で、点 P から導線 AB に垂直におろした点 O から距離 s [m] だけ離れた点 Q における電流素片 $I ds$ が点 P に作る磁束密度 $\Delta \mathbf{B}$ [Wb/m²] の方向と大きさについて説明せよ。ただし、 $\angle PQA = \theta$ 、 $\overline{PO} = a$ 、 $\overline{PQ} = r$ [m]、透磁率を μ_0 [H/m] とする。



b) 問 a) において、有限の長さを有する直線状導線 AB に流れる電流 I が点 P に作る磁束密度 \mathbf{B} の方向と大きさを求めよ。ただし、 $\angle PAB = \theta_1$ 、 $\angle PBA = \theta_2$ とし、最終結果には r と s は含んではいけない。

c) 正三角形と円の各電流ループには右図に示したような反時計回りの電流 I が流れている。中心 O から各辺への距離が a の正三角形の中心 O における磁束密度 \mathbf{B}_3 の方向と大きさと、半径が a の円の中心 O における磁束密度 \mathbf{B}_c の方向と大きさを、それぞれ求めよ。



d) 導線は単位長さ当たり抵抗 ρ [Ω /m] を有し、直流電流 I を流した際に電力を消費すると仮定する。問 c) における正三角形と円の各電流ループで消費される電力 W_3 [W] と W_c [W] をそれぞれ求めよ。

e) 問 c), d) の正三角形と円の電流ループにおいて、投入電力に対する磁束密度の比、 $\frac{|\mathbf{B}_3|}{W_3}$ と $\frac{|\mathbf{B}_c|}{W_c}$ を比較し、同じ電流 I を導線に流した際に、投入電力に対する磁束密度の比が大きくなる電流ループの形状について考察せよ。ただし、中心から電流ループまでの最小距離 a は一定である。