東京工業大学大学院理工学研究科 電気電子工学専攻・電子物理工学専攻
大学院修士課程入試問題 平成22年8月17日実施

専門科目　　電磁気学 (午後)　　　　23 大修

時間 13:30 ～ 15:00

電気電子工学
電子物理工学

注 意 事 項

1. 解答は問題ごとに指定されている答案用紙に記入せよ。
2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。

問 題 分 野
電磁気学

1. 図 1.1 に示す導体板は，円と扇形が結合した形状で，円の半径はa，扇形の半径は$5a$，扇形の中心角は$\pi/2$である。図 1.2 は，図 1.1 の形状の導体板A，B，2 枚を角度$\theta(>0)$ずらし，距離$d(d=a)$隔てて平行に対向配置した様子を示す。導体板A，Bの円の中心Oは同一回転軸上にあり，紙面手前の導体板Bはこの回転軸を中心として回転できる。導体板端部における電界の乱れは無いものとし，導体板間の静電容量$C(\theta)$は図 1.2 の網掛け部分，すなわち導体板A，Bの対向面積により求めることができる。導体板は真空中にあり，真空の誘電率をε_0として以下の問に答えよ。

1) $\theta=0$における静電容量C_0，および$0\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{2}$の範囲における静電容量$C(\theta)$を求めよ。

2) 導体板Bを$\theta=0$から$\theta=2\pi$まで回転させた。$C(\theta)$を表すグラフを答案用紙の所定欄の図に示せ。また$C(\theta)$の最大値および最小値を求め，それぞれC_0を使って表せ。

続いて角度$\theta=0$のときに，導体板A，B上にそれぞれ$+Q$，$-Q$の電荷が一様に分布した状態を考える。以下の問 3)～5) について答えよ。

3) 導体板Bを微小角度$\Delta\theta(>0)$動かそうとしたときに，導体板Bに働くθ方向の力のモーメントについて，仮想変位の方法を使って説明せよ。

4) 導体板Bを$\theta=0$から$\theta=2\pi$まで回転させた。$\theta=0$および$\theta=\pi$において，$C(\theta)$に蓄積された静電エネルギーを計算し，両者に差がある場合はその理由を説明せよ。

5) 問 4)において導体板Bが回転している間の，導体板間の電圧$V(\theta)$を求めよ。次に，導体板の回転につれて変化する$V(\theta)$のおよその形を答案用紙所定欄の図に描け。

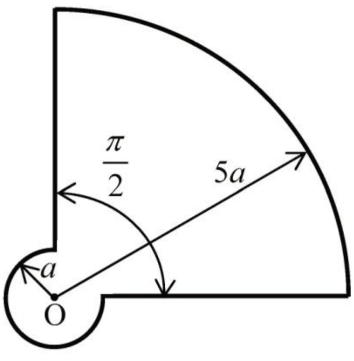

図 1.1

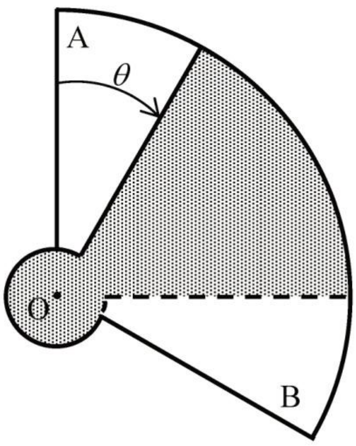

図 1.2

問 題 分 野
電磁気学

次に図 1.2 の 2 枚の導体板を図 1.3 に示す回路に接続した。導体板間の静電容量$C(\theta)$は容量可変のコンデンサとして表現し，2 つの端子のうち一方は電圧$V_1(>0)$の直流電圧源V_1 に接続し，他方はダイオードD_1を介して接地した。$C(\theta)$とD_1との接続点電位をV_Pとし，この点をスイッチSおよびダイオードD_2を介して電圧$V_2(>0)$の直流電圧源V_2に接続した。各電圧源の極性は図に示すとおりである。またダイオードD_1，D_2はともに，順方向電圧が加わった場合は抵抗値ゼロ，逆方向電圧が加わった場合は抵抗値無限大として動作するものとする。初期状態ではスイッチSは開放状態で，導体板 B の角度は$\theta=0$，$C(\theta)$はダイオードD_1を通じて充電されて一定電圧になっている。以下の問 6)～8) について答えよ。

6) 初期状態から導体板 B の角度を$\theta=\pi$まで増加させたときの，V_Pの最小値$V_{\min}$および最大値$V_{\max}$を求めよ。

7) 次に初期状態からスイッチSを閉じた後に，導体板 B を$\theta=2\pi$まで回転させた。問 6)で求めた$V_{\max}$は$V_{\max}>V_2$の関係が成り立つとする。導体板間の静電容量$C(\theta)$の，蓄積電荷$Q(\theta)$と電圧$V(\theta)$の関係を示すグラフを答案用紙所定欄の図に描き，その導出過程を説明せよ。

8) 問 7) でθが 0 から2πまで変化する間に，直流電圧源V_2に送られた電力量W_2（移行電荷量×電圧）と，直流電圧源V_1 から$C(\theta)$に送られた電力量W_1をそれぞれ求めよ。次にW_2-W_1を求めて，その量が意味するところを説明せよ。

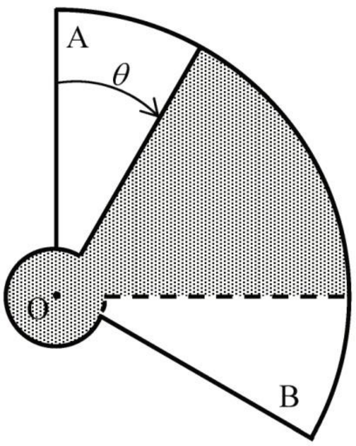

図 1.2（前ページと同じ図）

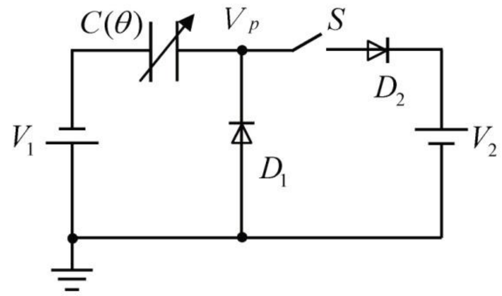

図 1.3

2. 以下の問で，この系の全ての透磁率をμ_0とする。

図 2.1 のように半径 a の半円弧の太さの無視できる導線に 2 つの半無限長の太さの無視できる直線導線が接続されており，図の方向に直流電流 I が流れている。半円弧の中心を原点 O として図のように座標軸をとり，xy 面内にこの導線を置く。また，1 回巻で起電力検出用の微小ギャップを有する円形微小コイル（コイル S）をその中心を原点 O に一致させて xy 面内に置く。コイル S の面積はS $\left(S << \pi a^2\right)$とする。以下の問で，直流電流 I が作る磁束密度はコイル S 内では均一であり，コイル S の中心における磁束密度に等しいとしてよいものとする。以下の問に答えよ。

※　必要があれば次の関係を利用してよい。

$$\int \frac{dx}{(x^2+k)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{k\sqrt{x^2+k}} + C \qquad (k,\ C \text{は定数})$$

1) 半無限長直線導線部分の電流 I によって原点 O に発生する磁束密度は 0（ゼロ）となる。この理由を説明せよ。

2) 原点 O の磁束密度 $\boldsymbol{B}_o$ の x, y, z 成分を求めよ。

3) コイル S を角速度ωで y 軸を回転軸として回転させた。コイル S に誘導される起電力 $e_1(t)$の振幅 E_m を求めよ。またコイル S の面の法線が z 軸となす角度をθとする。$e_1(t)$が 0 となるコイル S の角度θ $(0 \leq \theta < 2\pi)$を示せ。

4) 原点 O から z 軸に沿って距離 b 離れた点 P(0, 0, b)の磁束密度 $\boldsymbol{B}_p$ を以下の $\boldsymbol{B}_\ell$ と $\boldsymbol{B}_r$ の和$\left(\boldsymbol{B}_p = \boldsymbol{B}_\ell + \boldsymbol{B}_r\right)$として求める。以下の問 a)と b)に答えよ。

 a) 2 つの半無限長直線部分の電流 I が点 P に作る磁束密度 $\boldsymbol{B}_\ell$ の x, y, z 成分を求めよ。

 b) 半円弧部分の電流 I が点 P に作る磁束密度 $\boldsymbol{B}_r$ の x, y, z 成分を求めよ。

5) コイル S の中心を原点 O に一致させて xy 面上に置く。コイル S のコイル面を xy 平面と平行に保ったまま，時刻 t=0 で原点 O を出発し，点 P まで z 軸に沿って一定速度υで移動させた。移動中のコイル S に誘導される起電力 $e_2(t)$の大きさを t の関数として示せ。

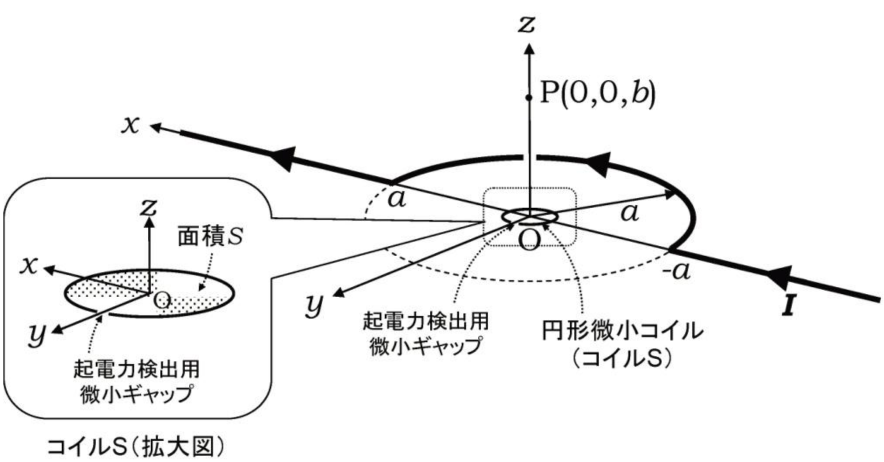

図 2.1