

専門科目 電磁気学（午後）

1 8 大修

時間 13:00 ～ 14:30

電気電子工学
電子物理工学

注 意 事 項

1. 解答は問題ごとに指定されている答案用紙に記入せよ。
 2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
 3. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。
-

1. 図 1.1 のような接地された完全導体の表面からなる十分に広い平面がある。

図 1.1 のように導体表面が $z=0$ になるようにとった円筒座標軸で、点 $(0,0,d)$ に電荷 Q の点電荷を固定した。このとき $z>0$ の空間の静電界は、導体を取り去って、点 $(0,0,-d)$ に電荷 $-Q$ の点電荷を固定して求めることができる。この方法を電気映像法と呼ぶ。次の問に答えよ。真空の誘電率は ϵ_0 とする。

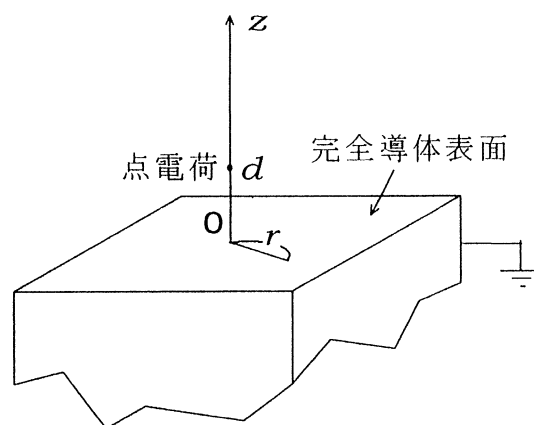


図 1.1

- 1) 電気映像法を用いて点 $(0,0,d)$ にある点電荷に働く力を求めよ。
- 2) 電気映像法によって $z>0$ の空間の静電界を調べることができるのはなぜか説明せよ。
- 3) 完全導体表面の電荷面密度を、図 1.1 に示す z 軸からの距離 r の関数として表せ。電荷面密度分布を表すグラフを描け。その中に電荷面密度の絶対値の最大点を値とともに書き込め。そして完全導体に誘起する総電荷量を表す式を導き、それを計算せよ。
ヒント： $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+a}} \right)$ を計算してみよ。
- 4) $z>0$ として点 $(0,0,z)$ における電界の大きさを z の関数式で表せ。さらに z が d より十分に大きいときに成り立ち、 z を含まない式 A と整数 n を用いた $\frac{A}{z^n}$ の形をもつ近似式を導け。
- 5) 次の文中の①および②に入れるべき数字を書け。両者が違う場合には、違いが生じた原因を物理的に説明せよ。

「点電荷の近くに接地完全導体平面があるとき、点電荷から導体表面に垂直方向に十分に離れた点の電界の大きさは点電荷からの距離の (①) 乗に反比例して減少する。一方、点電荷の近くに完全導体平面が無いときは (②) 乗に反比例して減少する。」

- 6) 誘電率が ϵ_0 の絶縁体からなる十分に広い薄板の上に、図 1.2 のように、電荷が同じ値の二つの点電荷を固定した。両電荷には薄板に平行な面内で反発力が働く。次に、図 1.3 のように接地した完全導体の表面を平行にして薄板に近づけた。薄板に平行な面内の反発力の変化を理由とともに答えよ。

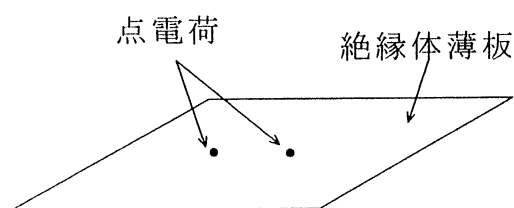


図 1.2

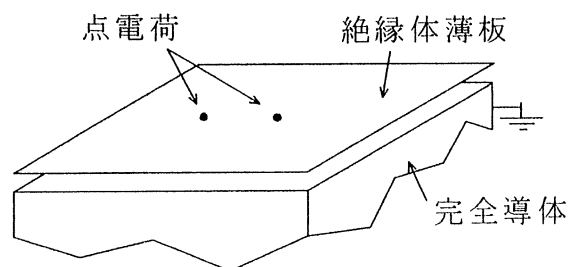


図 1.3

2. 直交座標系の x, y, z 軸方向の単位ベクトルを $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ とし、下記の問に答えよ。

1) 図 2.1 に示すように無限に長い導線に電流 I が流れており、導線から距離 r の位置を点電荷 q が導線に平行に電流と同じ向きに速度 \mathbf{v} で等速度運動をしている。このとき、以下の問に答えよ。ただし、真空の透磁率を μ_0 とする。

- 導線から距離 r の位置に誘起される磁界の大きさを求めよ。
- 点電荷に働く力の大きさを求めよ。
- 点電荷に働く力 \mathbf{F} と磁束密度 \mathbf{B} の方向を解答用紙に矢印で示せ。

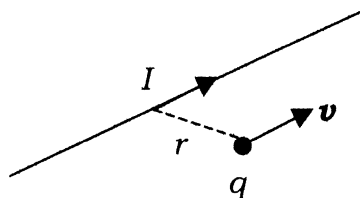


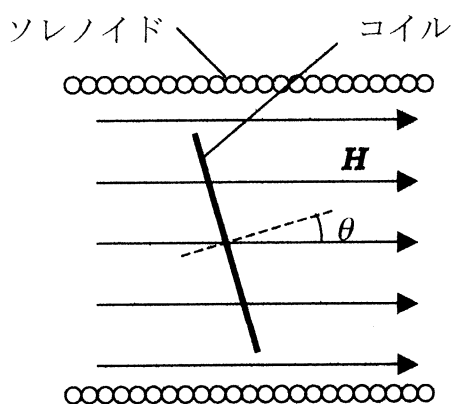
図 2.1

2) $\varphi(x, y, z)$ はスカラー関数、 $\mathbf{A}(x, y, z)$ はベクトル関数で

$\mathbf{A}(x, y, z) = A_x(x, y, z)\mathbf{i} + A_y(x, y, z)\mathbf{j} + A_z(x, y, z)\mathbf{k}$ と表されるとする。このとき、

$\text{rot}(\varphi\mathbf{A}) = \text{grad}(\varphi) \times \mathbf{A} + \varphi \text{rot}(\mathbf{A})$ が成立することを、 x 成分について示せ。

3. 単位長さの巻数 n の十分長いソレノイドに電流 I を流すことにより、ソレノイドの内部に一様な磁界 \mathbf{H} が誘起されている。このソレノイドの内部に、図 3.1 に示すように面積 S で巻数 1 の円形のコイルをおいた。コイルは完全導体でできており、図 3.1 のように x - x' を回転軸として自由に回転できるものとする。また、コイルには抵抗 R が接続されており、この部分は磁界の影響を受けないものとする。このとき、以下の問に答えよ。ただし、真空の透磁率を μ_0 とする。



円形コイルと磁束密度との関係

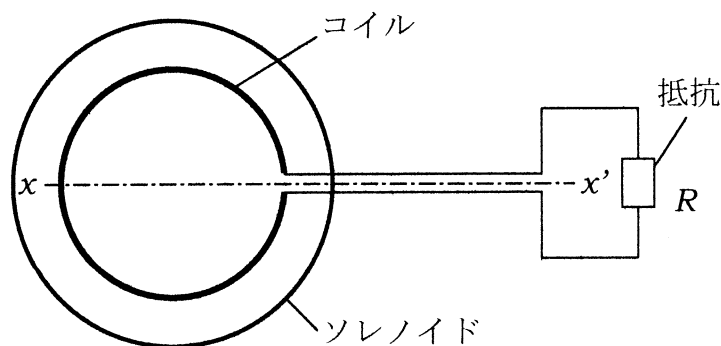
円形コイルの正面図 ($\theta=0$ の図を示している)

図 3.1

- 1) ソレノイドに流す電流 I と内部に誘起される磁界の大きさ $H = |\mathbf{H}|$ との関係を求めよ。
- 2) コイル面の法線方向と磁界がなす角を θ として、コイルに鎖交する磁束を μ_0, H, S, θ を用いて表せ。
- 3) ソレノイドとコイルの相互インダクタンスを求めよ。
- 4) 次にコイルを角速度 ω で回転させた。このとき、コイルに誘起される電圧を求めよ。1) で用いた磁界の大きさの記号 H を用いて解答して良い。
- 5) コイルが $\theta = 0$ から半回転 ($\theta = \pi$) するまでに流れる電流の θ に対する平均値を求めよ。ただし、回転の角速度は十分小さくて自己インダクタンスの効果は無視できるものとする。また、1) で用いた磁界の大きさの記号 H を用いて解答して良い。