平成 20 年 8 月 19 日（火）
13:00〜16:00 実施

平成２１年度大学院前期課程入学試験

情報通信工学
入試問題

注意事項

・問題は７問、問題用紙の枚数は９枚（表紙を含まず）である。
・問題１〜問題３は必須問題である。すべて解答すること。
・問題４〜問題７は選択問題である。この中から２題を選択し、解答せよ。
・解答用紙は、

問題 1 を 1 枚目（白色）の解答用紙
問題 2 を 2 枚目（赤色）の解答用紙
問題 3 を 3 枚目（青色）の解答用紙
問題 4 を 4 枚目（黄色）の解答用紙
問題 5 を 5 枚目（水色）の解答用紙
問題 6 を 6 枚目（桃色）の解答用紙
問題 7 を 7 枚目（緑色）の解答用紙

に記入すること。選択問題については、選択した問題番号に対応する解答用紙を選択すること。解答用紙を間違えると採点されない場合があるので注意すること。

・試験終了後の解答用紙回収について

1) 試験終了後、指示に従い、選択しなかった問題の解答用紙を 2 つ折りにすること。
2) 選択問題については、すべてについて解答した後、2 つ折りにする段階で、選択問題を確定させても良い。
3) 解答した解答用紙、および 2 つ折りにした解答用紙は、試験監督者の指示に従って提出すること。提出する解答用紙は５枚、２つ折りにする解答用紙は２枚である。

情報理論

1. 情報源記号として $\{X_1, X_2\}$ を有する 2 元情報源 S を考える．この情報源 S は記憶の無い情報源であり，また，情報源記号 X_1 の生起確率は p, 情報源記号 X_2 の生起確率は $1-p$ であるとする (ただし，$0 \leq p \leq 1$)．この情報源 S に関する以下の問いに答えよ．

   (i) 情報源 S から情報源記号 X_1 が生起した場合に得られる情報量を $I_{X_1}(p)$ とする．$I_{X_1}(p)$ を p を用いて表せ．

   (ii) p と $I_{X_1}(p)$ の関係を図示せよ．

   (iii) $I_{X_1}(p)$ を最小とする p の値，および，そのときの $I_{X_1}(p)$ の値を求めよ．また，情報量の意味を考慮し，その p の値において $I_{X_1}(p)$ が最小となる理由を述べよ．

   (iv) 情報源 S の有するエントロピー (平均情報量) を $H(p)$ とする．$H(p)$ を p を用いて表せ．

   (v) p と $H(p)$ の関係を図示せよ．

   (vi) $H(p)$ を最大とする p の値を求めよ．また，エントロピーの意味を考慮し，その p の値において $H(p)$ が最大となる理由を述べよ．

   (vii) 以下の表に示す符号化則に従って情報源 S の有する各情報源記号の 2 元符号化を行った場合の平均符号長 L_1 を求めよ．

情報源記号	2 元符号語
X_1	0
X_2	1

   (viii) 情報源 S から出現する情報源記号を 2 個ずつまとめ，$\{X_1X_1, X_1X_2, X_2X_1, X_2X_2\}$ を情報源記号とする情報源 (2 次の拡大情報源) S^2 を考える．$p = 0.1$ の場合について，ハフマン符号化に基づいて，2 次の拡大情報源 S^2 の有する各情報源記号の 2 元符号化を行った場合，もとの情報源 S における 1 つの情報源記号あたり (即ち，情報源 S の有する情報源記号 X_1 もしくは X_2 あたり) の平均符号長 L_2 を求めよ．ただし，解答に際しては，ハフマン符号の導出過程についても図示すること．

   (ix) 上記 (vii) で求めた平均符号長 L_1 と上記 (viii) で求めた平均符号長 L_2 が異なる理由を述べよ．

通信方式

2－1　図１に示される，振幅 A_m, 周期 T_0, パルス幅 $T_0/2$ の周期パルス列の時間波形 $g(t)$ に関し，以下の問いに答えよ．ただし t は時刻である．

(i)　$g(t)$のスペクトルを導出するとともに，スペクトル形状を図示せよ．

(ii)　$g(t)$を変調信号，搬送波を $A_c\cos 2\pi f_c t$ として両側波帯（DSB: Double Side Band）変調するとき，被変調信号のスペクトルを導出すると共に，スペクトル形状を図示せよ．ただし A_c は搬送波の振幅，f_c は搬送波の周波数（$f_c >> 1/T_0$）である．

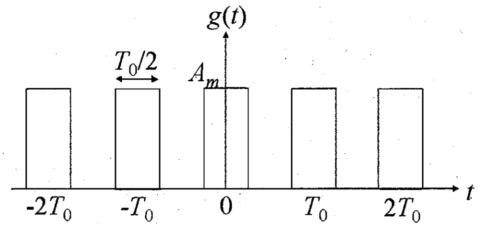


図１

2－2　周波数変調（FM : Frequency Modulation）において，変調信号の時間波形が $m(t) = A_m\cos 2\pi f_m t$，搬送波の時間波形が $c(t) = A_c\cos 2\pi f_c t$ であり，周波数変調器からは，次式で与えられる被変調信号 $e_{FM}(t)$が出力されるものとする．

$$e_{FM}(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + k_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right] \tag{1}$$

ここで，A_m は変調信号の振幅，f_m は変調信号の周波数，A_c は搬送波の振幅，f_c は搬送波の周波数（$f_c >> f_m$），t は時刻である．

また，受信機では，受信信号は，被変調信号の最大位相偏移（変調指数）を β（$\beta>>1$）とするとき，中心周波数 f_c, 帯域幅 $2(\beta+1)f_m$ の帯域通過フィルタ（BPF: Band Pass Filter）で帯域制限される．その結果，帯域通過フィルタ出力は，式(1)で与えられる被変調信号に，$n(t) = x(t)\cos 2\pi f_c t - y(t)\sin 2\pi f_c t$ で与えられる雑音が加算されたものとなり，これが復調される．ただし，$x(t), y(t)$は，いずれも，確率密度関数が平均値 0, 分散 σ^2 のガウス分布となる，互いに独立なランダム変数であるものとする．このとき，以下の問いに答えよ．ただし，解答において必要となる物理量があれば，適宜定義した上で使用せよ．

(i)　周波数変調された信号の復調手段を説明せよ．

(ii)　式(1)の信号に $n(t)$が加算されたときの，受信信号の位相を数式で表わせ．

(iii)　復調後の信号対雑音電力比が $3\beta^2(\beta+1)\mathrm{SNR}_i$ となることを示せ．ただし，SNR_i は帯域通過フィルタ出力における信号対雑音電力比であり，十分大きい値であるとする．

ネットワーク工学

3．端末Aから，伝送媒体Lにより接続された端末Bに対してパケットを伝送するシステムを考える．Lは，通信可能状態と通信不可能状態の2つの状態を交互にとり，通信可能状態においては R (ビット/秒) の伝送速度でパケットを伝送可能であり，伝送誤りは起こらないと仮定する．1回の通信可能状態の継続時間 T (秒) は，分布関数 $F(x) = \Pr(T \leq x)$ をもつ分布に従うとする．ただし，$\Pr(\mathcal{X})$ は事象 $\mathcal{X}$ が発生する確率である．端末Aが送出するパケットのペイロード長は一定であり，D (ビット) とする．各パケットには1パケット当たり固定長 H (ビット) のヘッダが付加される．端末Aと端末Bの間の伝搬遅延時間は1つのパケットの伝送時間と比較して十分小さく無視できるものとする．端末Aがパケットを送出している途中で通信可能状態が終了した場合，そのパケットは失われ端末Bには届けられない．今，端末Aは端末Bに対して，通信可能状態の継続時間内に連続してパケットを送出するものとする．このとき，端末Bで受信されるパケットのペイロード長の総和の期待値 J を求めることを考える．

以下の問いに答えよ．

問い (i) では，T が一定値 $T = \tau$ $(\tau > H/R)$ をとるものと仮定する．

(i) ペイロード長 D を J が最大となるように定めたとき，J の値を τ，H，R を用いて示せ．

問い (ii)，(iii)，(iv) では，T が指数分布 $F(x) = 1 - e^{-\mu x}$ $(x \geq 0,\ \mu > 0)$ に従うものと仮定する．

(ii) $F(x+y \mid y)$ が y に依存しないことを示すことにより指数分布の無記憶性を示せ．
ただし，$F(x+y \mid y) = \Pr(T \leq x+y \mid T > y)$ は，$T > y$ の条件下での T の条件付き分布関数である．

(iii) 通信可能状態にある時刻0において端末Aより送出が開始された1つのパケットが端末Bで受信される確率 p が，

$$p = e^{-\mu(D+H)/R}$$

で与えられることを示せ．

(iv) T が指数分布に従う場合，指数分布の無記憶性により，通信可能状態の継続時間中の任意の時刻 t に送出されるパケットが端末Bにおいて受信される確率は，時刻 t の値に依存しない．この事実を用いて，J を μ，D，H，R を用いて表せ．

問い (v) では，T が任意の分布 $F(x)$ $(x \geq 0)$ に従うものと仮定する．

(v) 時刻0で通信可能状態が時間 y だけ経過しているという条件下で，時刻0以降，通信可能状態の継続時間内に連続してパケットを送出したとき，端末Bで受信されるパケットのペイロード長の総和の期待値を $J(y)$ とする．$J(y)$ が次式で与えられる理由を述べよ．

$$J(y) = \left\{ D + J\left(y + \frac{D+H}{R} \right) \right\} G\left(y + \frac{D+H}{R} \,\middle|\, y \right)$$

ただし，$G(x+y \mid y) = \Pr(T \geq x+y \mid T \geq y)$ は，$T \geq y$ が与えられたという条件下での $T \geq x+y$ となる条件付き確率である．

光・電波工学

4．電界の振幅が 2〔V/m〕で，角周波数 ω の平面波が，誘電率 $\varepsilon = 4\varepsilon_0$，透磁率 $\mu = \mu_0$ なる無損失媒質中を，直角座標系における z 軸の正方向に伝搬している。ε_0， μ_0 は，それぞれ真空の誘電率および透磁率である．以下の問いに答えよ．

(i) 平面波の電界は直角座標系における x 方向成分および y 方向成分から成り，y 方向成分の位相が x 方向成分より $\dfrac{\pi}{2}$ 遅れているものとするとき，電界 $\boldsymbol{E}(z,t)$ を求めよ．なお，x 方向成分の振幅と y 方向成分の振幅は等しいものとする．

(ii) この平面波が右回りの円偏波であることを示せ．

(iii) 磁界 $\boldsymbol{H}(z,t)$ を求めよ．ただし，$\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$ とする．

(iv) この平面波の時間平均電力密度を求めよ．

信号処理

5－1　離散時間信号に対する種々の変換や手法について以下の問いに答えよ．ただし，説明においては数式や図表を有効活用せよ．

（i）離散時間信号に対するフーリエ解析に離散時間フーリエ変換 DTFT と離散フーリエ変換 DFT がある．相互の類似点，相違点について述べよ．

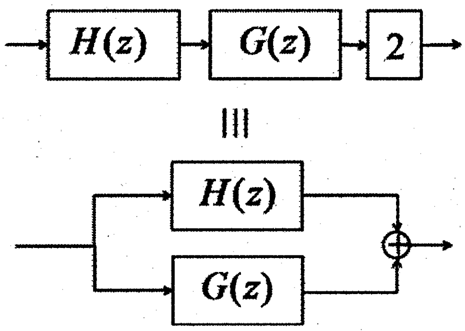
（ii）N 点の離散フーリエ変換 DFT を単純に計算すると計算量は $O(N^2)$ であるが，高速フーリエ変換 FFT はこれを $O(N\log N)$ の計算量で求めることができる．FFT のアルゴリズムを述べ，なぜ計算量が削減できるか説明せよ．

（iii）離散時間信号に対する離散コサイン変換 DCT は，データ圧縮に広く利用されている．どのように利用されているか述べよ．

（iv）DTFT，DFT，FFT，DCT 相互の関係を述べよ．

5－2　信号のサンプリング周期を $T=1$ [sec] としたとき，伝達関数 $H(z)=\dfrac{1}{1-az^{-1}}$ を考える．ただし，$|z|>|a|$ とする．

（i）下図のように $H(z)$ に直列と並列に別の伝達関数 $G(z)$ を接続したところ，ちょうど，直列の出力の 2 倍が並列の出力と等価となった．この時，$G(z)$ を求めよ．



（ii）$H(z)$ と問い（i）で求めた $G(z)$ の積 $H(z)G(z)$ の $f=0\sim0.5[Hz]$ の周波数応答において，ゲインが最小となる周波数を求めよ．

論理回路・計算機システム

6．計算機システムにおけるキャッシュとは，CPU と主記憶装置の間におかれる高速で小容量な記憶装置であり，アクセスされた主記憶の情報を一時的に保存しておくことで，アクセスを高速化することを目的とする装置である．キャッシュ装置に関する，以下の問いに答えよ．

(i) 直接マッピング方式のキャッシュに関する以下の文章中の空欄(1)から(6)に当てはまるものを，記号 a,b,c を用いて示せ．なお，同じ数字の欄には同じ内容が入るものとし，欄(4)と(6)にはそれぞれ「上位」または「下位」のいずれかの語句が入る．

主記憶内のデータをキャッシュに入れる際の単位をブロックと呼び，そのサイズを 2^a バイトとする．キャッシュは 2^b 個のキャッシュブロックから構成され，ブロック番号 $j\,(j=0, 1, ..., 2^b\text{-}1)$ で示される．主記憶は 2^c 個のブロックから構成され，ブロック番号 $k\,(k=0, 1, ..., 2^c\text{-}1)$で示される．このとき，アドレス指定をバイト単位で行うものとすると，主記憶のアドレスは $\boxed{\text{(1)}}$ ビットで表すことができる．主記憶内のブロック番号 k のブロックの内容をキャッシュに格納する際には，ブロック番号 k を $\boxed{\text{(2)}}$ で除したときの余り m を求め，m に等しいブロック番号 j のキャッシュに内容を保存する．キャッシュのそれぞれのブロックには，主記憶のどのブロックの内容が入っているかを表すタグが付属しているが，そのタグは $\boxed{\text{(3)}}$ ビットで表され，k を $\boxed{\text{(2)}}$ で除した商 n が入る．このとき，k を表す 2 進数の，$\boxed{\text{(4)}}$ $\boxed{\text{(5)}}$ ビットが m を表し，$\boxed{\text{(6)}}$ $\boxed{\text{(3)}}$ ビットが n を表す．

(ii) キャッシュを用いた記憶装置をもつ計算機システムでは，CPU が，ある主記憶アドレス p にアクセスする際には，まず，そのアドレスのブロックの内容がキャッシュにあるかどうかが確認される．上記(i)のような直接マッピング方式に基づくキャッシュ装置を用いる場合，その確認を行うためにはどのようにすればよいかを，(i)に現れる記号も用いて，順序立てて述べよ．

(iii) 上記(i)のようなキャッシュ装置において，主記憶容量が 2^{20} バイトであり，キャッシュブロックの大きさが 16 バイト，キャッシュ内のブロックの個数が 1,024 個であるとする．このようなキャッシュ装置全体を構成するために必要な記憶容量をビット数で答えよ．なお，キャッシュの各ブロックには有効なデータが入っていることを示す有効ビット 1 ビットが付加されているものとする．

(iv) 上記(iii)のようなキャッシュ装置において，主記憶内の 16 進アドレス $(\mathrm{DA3C5})_{16}$ の内容が格納されるキャッシュのブロック番号 j を 10 進数で答えよ．また，そのキャッシュブロックに付加されるタグの内容を 10 進数で答えよ．

(v) キャッシュのセット連想方式とは，キャッシュ内ブロックをいくつかまとめたセットに対して上記(i)のような直接マッピング方式を適用し，セット内のブロックには自由に割り当てる（完全連想マッピング）方式である．キャッシュ内の 2^s 個のブロックの集合を 1 セットとし，セット番号 r は $0, 1, 2, ..., 2^s\text{-}1$ と表現されるものとする．(i)の直接マッピング方式をこのセットの集合に適用したとき，主記憶内のブロック番号 k のブロックの内容をどのようにキャッシュ内のブロックに格納すればよいかについて述べよ．また，ブロックに付加されるタグは何ビットで表現されるかを示せ．どちらの答えにおいても(i)に現れる記号を必要なだけ用いよ．

基本アルゴリズム・プログラミング

7－1　プログラムAは，図7－1に示すリスト構造を用いてスタック型データ構造を実現するプログラムである．関数 push は，スタックの先頭へデータを挿入し，関数 pop は，スタックの先頭データを削除する関数である．どちらの関数も，スタックの先頭の構造体のアドレスを返り値としていることに注意する．このとき，以下の問いに答えよ．

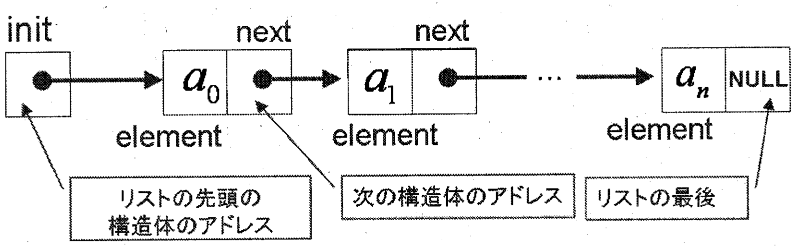


図7－1

(i) プログラム A の空欄1および2を埋めよ．ただし，空欄に入るものは1文のみとは限らない，

(ii) プログラム A の ＜α＞ において作成されているスタックを図7－1を参考に図示せよ．

＜プログラム A ＞

```
#include <stdlib.h>

struct cell{    /* 構造体 cell の定義 */
 int element;
 struct cell *next;
};

struct cell *push(int x, struct cell *init){ /* スタックの先頭へデータを挿入 */
 struct cell *q;
 q = (struct cell *)malloc(sizeof(struct cell)); /* 新しい構造体の確保 */
 空欄 1
 return(q);  /*  スタックの先頭の構造体のアドレスを返す */
}
struct cell *pop(struct cell *init){ /* スタックの先頭のデータを削除 */
 struct cell *q;
 if(init != NULL){
    空欄 2
    return(q);  /*  スタックの先頭の構造体のアドレスを返す */
 }else {
    exit(1);   /*  スタックが空  */
 }
}
int main( void ) {
 struct cell *init = NULL;
 int a[4] = {1, 2, 3, 4};

 init = push(a[0], init); init = push(a[1], init); init = pop(init);
 init = push(a[2], init); init = push(a[3], init); init = pop(init);
  <α>
 return 0;
}
```

７－２　図７－２は，親ノードに格納されている値が，子ノードに格納されている値より大きいか等しくなるようなヒープ構造の例である．ただし，２分木のノード内の数字は格納された値を表し，ノードの右下の数字はノード番号を表している．このヒープ構造を利用してソートを行うヒープソートを考える．

プログラムＢは，ヒープ条件回復処理関数 downheap を用いてヒープソートを実現している．このプログラムについて以下の問いに答えよ．

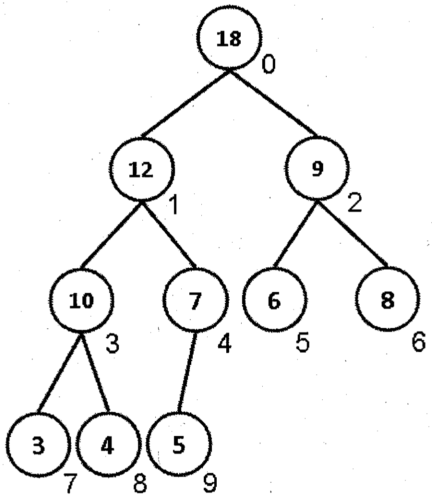
(i) ノード番号が i であるノードが親ノードを持つ場合，その親ノードの番号 j と i との関係を示せ．

(ii) プログラムＢが正常に動くように空欄の 3～6 を埋めよ．

(iii) プログラムＢの＜β＞において，配列 data に格納されたそれぞれの値と対応する２分木を，図７－２を参考に図示せよ．

(iv) プログラムＢの＜γ＞において i = 5 のときの配列 data に格納された値をそれぞれ示せ．また，そのときの配列のデータのうち，ヒープとして格納されている部分に対応する２分木を，図７－２を参考に図示せよ．

(v) プログラムＢの時間計算量のオーダーを求めよ．ただし，ソートを行うデータ数 N を用いて表したオーダーを示し，その算出根拠を答えよ．



ヒープを表現した2分木

18	12	9	10	7	6	8	3	4	5

data[0] . . . . data[9]

ヒープの条件を満たす配列

図７－２

<プログラム B>

```
#define N 10

void swap(int *data, int i, int j ) { /*  要素の交換  */
  int tmp;
  tmp = data[i]; data[i] = data[j]; data[j] = tmp;
}

/*  data[0] ～ data[n-1] のデータでの，ノード k の下方へのヒープ条件回復処理  */
void downheap(int *data, int k, int n) {
  int j;
  j = [ 空欄 3 ];                /* ノード k の左の子ノード */
  if (j >= n) return;
  if ((j+1 < n) && ([ 空欄 4 ]))
    j = j+1 ;                    /* より大きな値を持つ子ノードの選択 */

  if(data[j] > data[k] ){
    swap(data, k, j);
    downheap(data, [ 空欄 5 ], n ); /* 再帰呼び出し */
  }
}
int main( void ){
  int i, data[N] = {1, 11, 3, 4, 10, 13, 7, 2, 12, 18};

/* ヒープ化：子を持つすべてのノードについて downheap を実行する. */
  for(i = (N-2)/2; i >= 0; i--) { downheap(data, i, N); }
      <β>
/* 最大値の取り出しと再ヒープ化 */
  for(i = N-1; i > 0; i--) {
    swap(data, 0, i);
    downheap( data, 0, [ 空欄 6 ] );
      <γ>
  }
  return 0;
}
```