平成18年度 名古屋大学大学院情報科学研究科 複雑系科学專攻 入学試験問題

専 門

平成17年8月9日(火) 12:30~15:30

注 意 事 項

- 1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。
- 2. 試験終了まで退出できない。
- 3. 問題冊子、解答用紙3枚、草稿用紙3枚が配布されていることを確認せよ。
- 4. 問題は 数1~数2 (数学の基礎)、物1~物4 (物理学の基礎)、化1~化5 (化学の基礎)、生1~生3 (生物学の基礎)、地1~地2 (地球科学の基礎)、情1~情3 (情報学の基礎)、人1~人2 (人類学の基礎)、工1~工3 (工学の基礎)の24問ある。このうち3問を選択して解答せよ。選択した問題の番号を解答用紙の指定欄に記入せよ。
- 5. 解答用紙3枚の指定欄に受験番号を記入せよ。解答用紙に受験者の氏名を記してはならない。
- 6. 解答用紙は試験終了後に3枚まとめて提出せよ。
- 7. 問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ってよい。

数1

次の設問に答えよ。

[1] 関数 y(x) が次式で与えられるとき、y(x) が最小となるときの x の値と y の値を求めよ。ただし、x>0 とする。

$$y(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x}$$

[2] 次の微分方程式を解いて、関数 y(x) を積分定数を含む形で求めよ。

$$\frac{x^2 + 4x + 5}{x} \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{x^2 - 5}{x^2} \frac{dy}{dx} = 0$$

次の設問に答えよ。

[1] 次の行列 A について、次の設問に答えよ。

$$A = \left[\begin{array}{cc} a+1 & 8 \\ 2 & a+1 \end{array} \right]$$

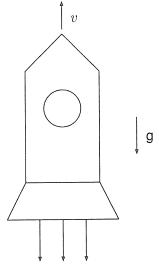
- a) 行列 A が対角化可能である場合の変数 a のとるべき条件を求めよ。
- b) 行列が対角化可能である場合,2 つの固有値 λ_1, λ_2 と固有ベクトル $\boldsymbol{\Phi}_1 = \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{\Phi}_{11} \\ \boldsymbol{\Phi}_{12} \end{array} \right\}$, $\boldsymbol{\Phi}_2 = \left\{ \begin{array}{c} \boldsymbol{\Phi}_{21} \\ \boldsymbol{\Phi}_{22} \end{array} \right\}$ を求めよ。
- [2] 一般に、行列 A が対角化可能であるとき、指数行列 $e^A = I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \cdots$ を行列 A の固有値を対角要素とする対角行列 Λ と固有ベクトルを列とする行列 Φ を用いて、次式で与えられることを証明せよ。ただし、e は自然対数の底、I は単位行列を示す。

$$e^A = \Phi e^A \Phi^{-1}$$

物 1

燃料を含めた総質量 M のロケットを考える。時刻 t=0 において,それまで静止していたロケットが燃料を単位時間当たり質量 μ ,相対速度 V で下向きに噴射することで鉛直に上り始めた。このロケットの運動について以下の問いに答えよ。

ただし、このロケットが運動する範囲では重力加速度 g は一定であり、速度は上向きを正とする。



[1] 時刻 t におけるロケットの速度を v,質量を m とする。微小時間 Δt 後に,速度が $v+\Delta v$ になったとすると,これは質量 $m-\mu\Delta t$,速度 $v+\Delta v$ のロケットと,質量 $\mu\Delta t$,速度 v-V の燃料の二つの物体の運動であると考えることができる。このとき,総運動量の変化が $-mg\Delta t$ であることを用いて速度 v に関する微分方程式 (ロケットの運動方程式) を導け。その際,微小量の二次の項は無視せよ。

[2] $m=M-\mu t$ であることから [1] の微分方程式を解き、時刻 t における速度 v を求めよ。

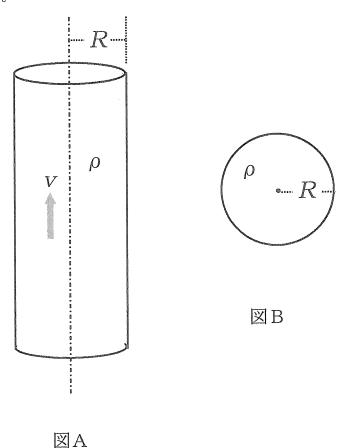
[3] 打ち上げから時間Tだけ経過した時に燃料がなくなった。この瞬間のロケットの高さを求めよ。

[4] このロケットの最高到達点の高さを求めよ。

物 2

図Aのように半径Rの十分長い丸棒の中に一様に空間電荷が密度 ρ (>0)で分布しており、全体は誘電率が ϵ_0 の真空中に置かれている。中心軸に垂直な断面を描いたのが図Bである。長さ方向の中央付近の電磁場について解答用紙に答えよ。

- [1] 実現している電場を表す電気力線の概略を図示して特徴を述べよ。
- [2] 軸からrだけ離れた位置の電場の大きさEを、領域を分けて計算によって求めよ。
- [3] 軸からrだけ離れた位置の電位Uを、領域を分けて計算によって求めよ。電位の基準点は中心軸上の点とする。
- [4] 以下の設問では、丸棒を軸に平行に一定の速さ v(>0)で図Aの上方に向かって動かしている場合を考える。電流密度の大きさ i を求めよ。
- [5] 実現している磁場を表す磁力線の概略を図示して特徴を述べよ。
- [6] 軸からrだけ離れた位置の磁場の大きさHを、領域を分けて計算によって求めよ。



物3

波束を表している 1 次元波動関数を $u(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(k)\exp(ik(x-x_0))dk$ とする。 [1] この波動関数が規格化されているとき, $\int_{-\infty}^{\infty}|f(k)|^2dk=\frac{1}{2\pi}$ を示しなさい。

ただし、規格化とは $\int_{-\infty}^{\infty} u(x)^* u(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} |u(x)|^2 dx = 1$ のことである。 [2] この波動関数で表されている粒子の運動量の期待値 $< p_x >$ を求めよ。

ただし、
$$\langle p_x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} u(x)^* p_x u(x) dx$$
 で与えられる。
ここで、 δ 関数の性質を用いてよい。
 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(ik(x-x_0)) dk = 2\pi \delta(x-x_0)$,
$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x) \delta(x-x_0) dx = g(x_0)$$

ハミルトニアン

$$H = -J\sum_{(i,j)} \sigma_i \sigma_j, \qquad J > 0$$

で表される,N 個のスピンからなる系を考えよう。この系では,各スピンは隣接する z 個のス ピンと相互作用し, \sum は相互作用するスピン対全てに関する和を意味する。そして,各スピ ンは $\sigma_i=+1,-1$ の 2 つの状態をとるものとする。ボルツマン定数を k_B ,系の温度を T と し、カノニカル分布が成り立つものとして、以下の問に答えよ。

[1] 熱平衡状態での各スピンの熱平均値はiによらず $\langle \sigma_i \rangle = m$ である。 $\sigma_i = m + \delta \sigma_i$ とおき (ただし $\delta\sigma_i = \sigma_i - m$), $\delta\sigma_i$ の 2 乗の項を無視することにより, ハミルトニアンは

$$H \simeq -Jzm \sum_{i=1}^{N} \sigma_i + \frac{JzN}{2} m^2$$

と近似されることを説明せよ。以下の問題ではこのハミルトニアンを基にして考えることに する。

[2] 系の分配関数 Z を求めよ。

[3] m が満たすべき方程式は $m= anh\left(rac{Jzm}{k_BT}
ight)$ となることを示せ。 ただし, $anh x=rac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ である。

[4] 前間の方程式の解mを考えると, $T < T_C$ では $m \neq 0$ の解が存在し, $T \geq T_C$ ではm = 0しか解がない。 T_C を求めよ。

[5] 系の温度が T_C の近傍では, $T < T_C$ に対して m(>0) は

$$m \simeq \sqrt{\frac{3(T_C - T)}{T_C}}$$

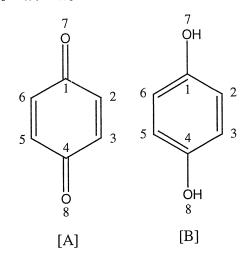
のように振舞うことを示せ。

ヒュッケル法を用いてpベンゾキノン[A]、pベンゾヒドロキノン[B]について調べよう。

[1] π 分子軌道を $\varphi = a\chi_1 + b\chi_2 + b\chi_3 + a\chi_4 + b\chi_5 + b\chi_6 + c\chi_7 + c\chi_8$ と仮定し、軌道エネルギ

ーの期待値を a, b, c, α, βで表せ。ここでχk は k 番目の原子の 2pz 原子軌道(分子面に垂直な軌道)、α, βはそれぞれクーロン積分、共鳴積分である。ただし酸素のクーロン積分をα+2β、隣接する炭素・酸素原子間の共鳴積分をβとし、その他の共鳴積分は全てゼロとする。

[2] pベンゾキノンと pベンゾヒドロキノンはそれぞれ 8 個、10 個の π 電子を持つ。またヒュッケル法で求めた π 分子軌道と軌道エネルギーは次式で与えられる。



 $\varphi_1 = 0.36\chi_1 + 0.21\chi_2 + 0.21\chi_3 + 0.36\chi_4 + 0.21\chi_5 + 0.21\chi_6 + 0.53\chi_7 + 0.53\chi_8$ $\varepsilon_1 = \alpha + 2.68\beta$ $\varphi_2 = 0.32\chi_1 + 0.09\chi_2 - 0.09\chi_3 - 0.32\chi_4 - 0.09\chi_5 + 0.09\chi_6 + 0.62\chi_7 - 0.62\chi_8$ $\varepsilon_2 = \alpha + 2.51\beta$ $\varphi_3 = -0.20\chi_1 - 0.37\chi_2 - 0.37\chi_3 - 0.20\chi_4 - 0.37\chi_5 - 0.37\chi_6 + 0.43\chi_7 + 0.43\chi_8$ $\varepsilon_3 = \alpha + 1.54\beta$ $\varphi_4 = 0.50\chi_2 + 0.50\chi_3 - 0.50\chi_5 - 0.50\chi_6$ $\varepsilon_4 = \alpha + \beta$ $\varphi_5 = -0.47\chi_1 - 0.30\chi_2 + 0.30\chi_3 + 0.47\chi_4 + 0.30\chi_5 - 0.30\chi_6 + 0.33\chi_7 - 0.33\chi_8$ $\varepsilon_5 = \alpha + 0.57 \beta$ $\varphi_6 = 0.50\chi_2 - 0.50\chi_3 + 0.50\chi_5 - 0.50\chi_6$ $\varepsilon_6 = \alpha - \beta$ $\varphi_7 = -0.58\chi_1 + 0.26\chi_2 + 0.26\chi_3 - 0.58\chi_4 + 0.26\chi_5 + 0.26\chi_6 + 0.18\chi_7 + 0.18\chi_8$ $\varepsilon_7 = \alpha - 1.21\beta$ $\varphi_8 = -0.43\chi_1 + 0.39\chi_2 - 0.39\chi_3 + 0.43\chi_4 - 0.39\chi_5 + 0.39\chi_6 + 0.10\chi_7 - 0.10\chi_8$ $\varepsilon_8 = \alpha - 2.09 \beta$ 二つの分子の HOMO(最高占有軌道)と LUMO(最低非占有軌道)の形を図示せよ。

[3] pベンゾキノンと pベンゾヒドロキノンの C-O 原子間の π 結合はどちらが強いか、理由を付して述べよ。

[4] pベンゾキノン分子は pベンゾヒドロキノン分子と安定な電荷移動錯体を作る。この 錯体の安定構造は π 分子軌道の形から予想できる。予想される安定構造と安定化に寄与する 軌道相互作用を図示し、安定化の機構を詳しく述べよ。

次の文章を読んで設問[1]から[3]に答えよ。

以下のように、中間体を経て進行する化学反応がある。

$$A \xrightarrow{k_i} B \xrightarrow{k'_i} C \tag{1}$$

化学種 A の反応速度式は、その濃度 [A] と一段階目の反応速度定数 k_1 を用いて

$$\frac{d[\mathbf{A}]}{dt} = -k_1[\mathbf{A}] \tag{2}$$

と表される。従って、化学種 A の濃度の時間変化は、初期濃度を $[A]_{\scriptscriptstyle 0}$ として

$$[A] = ((\mathcal{T}))$$
 (3)

で与えられることが分かる。中間体 B の濃度の時間微分は、化学種 A の初期濃度 $[A]_0$ 、中間体の濃度[B]と反応速度定数 k_1 、 k_1' を用いて

$$\frac{d[B]}{dt} = (())$$
 (4)

と表される。中間体の初期濃度をゼロとして

$$[B] = x(e^{-k_1 t} - e^{-k_1' t})$$
 (5)

の形を仮定すると、式(4)と比較して

$$x = ((\dot{\mathcal{D}}))$$
 (6)

が得られる。また、濃度には

$$[A]_0 = [A] + [B] + [C]$$
(7)

の関係が成り立つので、生成物Cの濃度は

$$[C] = ((I))$$
 (8)

で表されることが分かる。中間体 B への変化が C の生成よりもずっと遅い場合は, $k_{\rm l} << k_{\rm l}'$ から近似的に

$$[C] \approx ((7))$$
 (9)

のように書き表され、 k, のみに依存した表式となる。

設問

- [1] このように連続して変化していく化学反応のことを何というか。
- [2] 連続的な化学反応で生成物の反応速度を決めている段階を何というか。
- [3] (ア)から(オ)に適切な数式を入れよ。

- 【1】 ラセミ体のアミノ酸を光学分割する方法について具体的に述べよ。
- [2] 次の表の化合物は、下にいくほど、紫外吸収スペクトルにおける極大波長が長くなる。 その理由を説明しなさい。

	吸収極大波長 (nm)
CH ₃ -(CH=CH) ₂ -COOH	254
CH ₃ -(CH=CH) ₃ -COOH	294
CH ₃ -(CH=CH) ₄ -COOH	332

- 【3】 α -D-グルコピラノースの結晶を水に溶かすと、溶解直後は比旋光度が +110° である。 この溶液を放置すると徐々に比旋光度は下がり、+52.5° で一定値なる。この理由を説明しなさい。
- 【4】下はそれぞれの酸の pKa を示したものである。右にいくほど pKa 値が低くなる理由を説明しなさい。

【5】次の化合物への臭素分子の付加反応と接触水素付加反応の生成物を書き、反応機構と立体化学の違いについて説明せよ。



- 1 (3)の反応について、それぞれ具体例を挙げ、どのような反応かを説明せよ。
 - (1) 速度(論)支配の有機反応と熱力学支配の有機反応
 - (2) 芳香族求電子反応と芳香族求核置換反応
 - (3) [3,3]シグマトロピー転位反応と[1,5]シグマトロピー転位反応
- [2] 不斉炭素をもつ光学活性有機化合物の S_N1 反応、 S_N2 反応、および S_Ni 反応について、それぞれ具体例を一つげ挙げ、それぞれの反応における出発物質と生成物の立体化学の変化について述べよ。

次の(1)~(4)の合成を、合成試薬として炭素含有化合物を必要とする場合は炭素数4以下の化合物(カルボン酸誘導体の場合はカルボン酸部の炭素数が4以下であれば良い)を用いて、効率よく行うための方法・経路を示せ。合成経路の記述にあたっては、下記の例にならい、各段階の物質変換に必要な合成試薬あるいは/および反応条件と生成物の構造を明記すること。なお、反応の後処理、例えばGrignard 反応やエステルのアルカリ性加水分解後の酸処理などは省略してかまわない。

(1)
$$Br(CH_2)_4Br$$

$$Br$$

$$Br$$

$$H$$

$$H$$

$$H$$

$$GH_2CH_2CH_3$$

例
$$CH_3MgCl$$
 H_2SO_4 m - ClC_6H_4COOOH m - ClC_6H_4COOOH

生 1

次の各問に答えよ。

- [1] 日本における森林帯の成り立ちの主要な要因を、群系および優占種と関連させて論ぜよ。
- [2] 暖帯落葉樹林の特性と、その成立の要因について述べよ。

次の文を読み問に答えよ。

遺伝的組換えは(ア)と(イ)に大きく分けられる。(ア)は真核生物の減数分裂時の(ウ)や原核生物の接合の際にみられる、生物の遺伝的多様性を高める重要な仕組みであり、相同な塩基配列を持つ二つの DNA の間で生じる。原核生物の(ア)においては、詳細な解析により RecA などの一群の蛋白質が重要な働きを持つことがわかっている。また、二つの DNA から重要な中間体構造である(エ)が生じる。(エ)は、一部が切断されて二つの DNA へと分離するが、切断の様式によって、ある場合には一本鎖 DNA の一部分が交換されただけの部分的な組換え体を生じ、他の場合には完全な組換え体を生じる。

一方、(イ) は必ずしも相同な配列を必要とせず、組換えられる DNA の少なくとも一方に特定の塩基配列があればよい。(イ) の例として、(オ) が触媒する、バクテリオファージλのゲノムの大腸菌染色体への組込みが挙げられる。

- [1] (ア)~(オ)に語を入れよ。
- [2] (ア)における RecA の働きを簡潔に説明せよ。必要なら図を添えてもよい。
- [3] (イ)の例を文中の例以外で一つ挙げて説明せよ。
- [4] 近年いくつもの生物種で、遺伝子の機能解析のために細胞に DNA を移入し、 (ア)を利用し任意の遺伝子の働きを阻害する実験手法が使われている。この 実験手法について次の各問に答えよ。
 - 1) この手法の名称と原理を述べよ。
 - 2) この手法が確立されている実験生物種を二つ述べよ。
 - 3) この手法が確立されている実験生物を用いているにも関わらず、遺伝子によっては、この手法では効果的な解析が出来ない場合がある。それはどのような場合か述べよ。
 - 4)細胞への DNA 移入に基づいて遺伝子の機能を解析するための手法には、3) のような場合に効果を発揮するものがいくつかある。それらの手法のうちーつについて、名称と原理を述べよ。

生 3

次の実験手法のうち二つを選び、それぞれの目的、手順、原理を説明せよ。

- 1) DNA フットプリント法
- 2) ゲル移動度シフト解析(ゲルシフトアッセイ)
- 3) in situ ハイブリッド形成法
- 4) ポジショナルクローニング法
- 5) DNA 塩基配列決定法(酵素的方法)

地1

日本の内陸部に存在する活断層について、以下の問に答えよ。

- [1] これらの活断層の動きかたには共通したいくつかの性質がある。このうち3つを挙げて詳しく説明せよ。
- [2] これらの活断層に起因した地震(いわゆる内陸直下型地震)は一般的に予知が困難とされている。[1]で挙げた性質と関連づけてその理由を詳しく述べよ。

地2

放射性同位体を用いた年代測定について、以下の問題に答えよ。

- [1] ある放射性同位体が閉鎖系内に存在するとき、その壊変定数 ℓ 、ある時刻 t に存在するその原子数 ℓ を用いて、その壊変率を表す式を示せ。
- [2] [1]の式から、t=0の時のNを N_0 とした場合のNの時間変化を表す式を導出せよ。
- [3] [2]の式から、その放射性同位体の半減期 Tを表す式を導出せよ。
- [4] 放射性同位体を年代測定に用いる場合、一般的にその半減期の 0.1~10 倍程度の範囲が比較的精度良く年代を決定できる。 0.1 倍より短い場合および 10 倍より長い場合に精度が落ちる理由を述べよ。
- [5] [2]の式を用いて年代測定を行う場合、tを決定するためには未知数 N_0 を見積もる必要がある。以下に挙げた方法はいずれも N_0 の見積もりに関して、それぞれ特殊な条件を仮定して工夫している。この工夫についてそれぞれ述べよ。
 - (a) ⁴⁰K-⁴⁰Ar法
 - (b) ¹⁴C法

情1.

1. 整数値をキーボードから次々と入力し、その値が零より大きいか、そうでないかにより、次のように分岐処理を行うプログラムを作成した。入力値が零より大きければ、それ以前に入力された全ての値との和を計算し、次の値の入力待ちとなる。入力値が零または零より小さければ、それ以前に計算された値の総和をディスプレイに表示する。例として、2,4,-1 の順番で整数値がと入力される場合を考える。まず、2を入力すると総和2を計算して変数sに代入し、入力待ちに戻る。次に、4を入力すると総和2+4=6を計算して変数sに代入し、入力待ちに戻る。最後に、-1を入力したとき6をディスプレイに表示して、プログラムを終了する。以下の問いに答えよ。

- 1) 下線部分(a1),(a2)について説明せよ.
- 2) 括弧(b1),(b2),(b3)に入れるべき文を記述し,プログラムを完成せよ.
- 2. 次のプログラムは、キーボードから3つの整数値を読み込み、それらを整数配列に記憶する. つづいて、それらの数値だけの個数の文字 `*' (アスタリスク)を横に並べてディスプレイに表示するプログラムである. 例えば、3つの整数値が5.1.7 であれば以下のように出力する. 以下の問いに答えよ.

- 1) 括弧(a1), (a2), (a3), (a4)に入れるべき文を記述し, プログラムを完成せよ.
- 2) 記号、*'(アスタリスク)を横に印刷する部分だけを別の関数 PMark とするように修正し、プログラム全体を書き直した. main 関数を以下に記述する. PMark 関数を作成せよ.

情 2

- [1] フォンノイマン・ボトルネック(もしくは、ノイマン・ボトルネック)について、ノイマン型計算機のアーキテクチャを踏まえて説明せよ。また、このボトルネックを軽減するための方法・技術にはどのようなものがあるか説明せよ。
- [2] コンパイラとインタプリタの違いについて、それぞれの長所と短所を比較することにより説明せよ。
- [3] Aさんが、Bさんが考えている 10 以下の正の整数をあてるゲームを考える。Bさんは予め 10 以下の正の整数をランダムに1つ選択し、ゲームの間その選択した数字を変えることはない。Bさんが数字を選択する確率は1から10のどの数字においても等しく、Bさんは事前にAさんに自分の選択した数字を告げることはない。ゲーム中にAさんはBさんに、例えば、"その数字はNですか?"、"その数字はN以下ですか"などの質問を行い、Bさんはそれに対してくはい>、または、くいいえ>で答えるとする。

Bさんが"1から10のどの数字を選択したとしても"必ずあてるためには、Aさんはどのような質問を、最少で何回する必要があるか。質問の仕方と、質問回数を答えよ。また、その理由をシャノン情報論の観点を踏まえて説明せよ。

情 3

生物の進化に着想を得て構成された遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm, 以下 GA と記す)に関する以下の問いに答えよ.

- [1] 基本的な GA の枠組みを簡単に述べよ. 形式は問わないが, 計算の手順がわかりやすいように記述すること. 独自の用語(たとえば突然変異(mutation))が初めて現れたところでは, 簡単な説明を括弧付きで付すこと.
- [2] 以下の2つの問題を GA によって解く方法の一例をそれぞれ示せ、計算過程や答えを書く必要はなく、「個体の表現方法」と「適応度の定義」を示すだけでよい、また、探索可能であればよく、探索性能の良し悪しは問わない。
 - 1) 0または1の数字が 10 個並んでいる数字列の中で, 含まれる1の数がもっとも多い ものを求めよ.
 - 2) 1から 10 までの整数各 1 個ずつ計 10 個を 2 つの集合に分け、それぞれの集合において、属する各整数の二乗の和を求める(例えば、2 と 9 と 10 から構成される集合ならば、 $2^2+9^2+10^2=185$ となる)。2 つの集合でそれぞれこのように計算した結果の値の差がもっとも小さくなるような分け方を求めよ。
- [3] GA は、最適化問題や設計問題などを解くための実用的ツールであると同時に、生命、社会、経済など広い分野における様々な現象を理解するための進化モデルと考えることができる。後者、つまり科学的アプローチにおける GA の使い方をひとつ挙げよ(実際に行われている研究でなくてもよい)。「何を明らかにする」ために「どのように GA を使うか」という 2 点を記述すればよい。

人1

考古学資料を用いて狩猟採集民や農耕民の社会における情報の流れを検討する際に、 どのような方法論が考えられるか。具体的に時代・地域を設定して述べなさい。

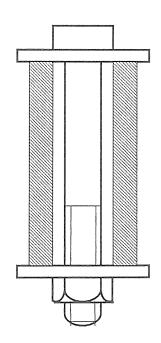
人 2

先史時代における植物質食料の利用パターンを復元するためには、どのような方法論が必要か。具体的に述べなさい。

II

- (1) 温度 20℃で、軟鋼製ボルトを銅製円管に入れ、両者間に荷重が作用しない程度にナットを緩くはめた後、さらに 1/4 回転締め付けた時ボルト及び円管に生ずる応力を求めよ、ただし、応力の符号は引張応力を正とせよ.
- (2) (1) の状態のまま温度を 120 \mathbb{C} に上げた. この時にボルト及び円管に生ずる応力を求めよ.

ただし、銅製円管の長さ $l=1\,\mathrm{m}$ 、ねじのピッチ $p=3\,\mathrm{mm}$ 、ボルトの断面積 $A_\mathrm{s}=500\,\mathrm{mm}^2$ 、円管の断面積 $A_\mathrm{c}=1,000\,\mathrm{mm}^2$ 、軟鋼のヤング率 $E_\mathrm{s}=200\,\mathrm{GPa}$ 、銅のヤング率 $E_\mathrm{c}=100\,\mathrm{GPa}$ 、軟鋼の線膨張係数 $\alpha_\mathrm{s}=7\times10^{-6}$ /°C、銅の線膨張係数 $\alpha_\mathrm{c}=1.7\times10^{-5}$ /°Cとせよ.

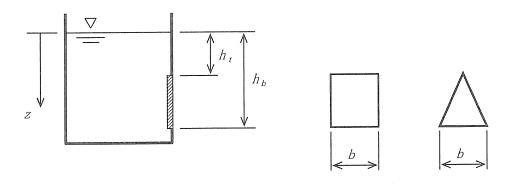


次の設問[1]、[2] に答えなさい。

[1] 水タンク壁面に設置された平板に働く力(全圧力)と、その作用点(圧力中心)の深さを考えます。

流体は静止しており、平板はタンク側壁に鉛直方向に設置されています。タンク内の水の密度は ρ 、重力加速度はgです。平板の上部、下部の、水面からの深さzは、それぞれ h_t 、 h_b です。指定されている以外の記号が必要な場合は、適宜、定義しなさい。

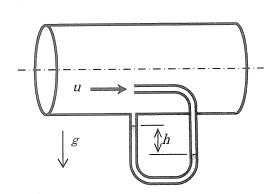
- 1) 平板が、水平方向の幅が b の長方形の場合、平板に働く力と、その作用点の深さ を、導出過程を明記して求めなさい。
- 2) 平板が、頂点が深さ h_t に位置し、幅 bの底辺が深さ h_b に位置する、二等辺三角形の場合、平板に働く力と、その作用点の深さを、導出過程を明記して求めなさい。



[2] 円管を流れる空気の流速、流量を、ピトー管で測ります。

流れは定常、非圧縮であり、空気の密度は ρ 、円管の直径はd、重力加速度はgです。 ピトー管の動圧孔と静圧孔の円管軸方向位置は、同じです。動圧孔と静圧孔をつなぐ U字管には、密度 ρ mの水が封入されており、U字管両側における、水と空気の界面の 変位差はd です。空気による位置ヘッド差は、水による位置ヘッド差に対して無視できるとし、また、流速および圧力は、円管断面にわたり一定とみなせるとします。指定されている以外の記号が必要な場合は、適宜、定義しなさい。

- 変位差 hを用いて、円管を通過する空気の流速 uを表しなさい。
- 変位差 h を用いて、円管を通過する空気の体積流量 Q を表しなさい。
- 3) d を 0.2 m、h を 0.01 m、g を 9.8 m/s 2 として、円管を通過する空気の体積流量の、およその数値を見積もりなさい。



[1] ラプラス変換を用いて次の微分方程式の解を求めよ.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 2x = 0, \quad x(0) = 0, \quad \frac{dx}{dt}(0) = 1$$

- [2] 図に示す回路について次の問に答えよ.
- (1) 初期値を0として,入力 $E_i(s)$ と出力 $E_o(s)$ の伝達関数G(s)を求めよ.ここで,入力 $E_i(s)$ と出力 $E_o(s)$ は,それぞれ入力電圧 $e_i(t)$ と出力電圧 $e_o(t)$ をラプラス変換して得られた関数とする.
- (2) 上で求めた伝達関数の単位ステップ応答 y(t) を求めよ. また、同じ回路に対する周波数伝達関数から、ゲインと位相を求めよ.

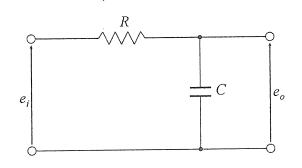


表 (参考) ラプラス変換表

時間関数	ラプラス変換された関数	時間関数	ラプラス変換された関数
デルタ関数 $\delta(t)$	1	te ^{-at}	$1/(s+a)^2$
ステップ関数 u(t)	1/s	sin <i>ωt</i>	$\omega/(s^2+\omega^2)$
t	$1/s^2$	$\cos \omega t$	$s/(s^2+\omega^2)$
$(1/2) t^2$	$1/s^3$	$e^{-at} \sin \omega t$	$\omega/\{(s+a)^2+\omega^2\}$
e^{-at}	1/(s+a)	$e^{-at}\cos\omega t$	$(s+a)/\{(s+a)^2+\omega^2\}$
df / dt	sF(s)-f(0)	$\int f(t)dt$	$\frac{F(s)}{f} + \frac{f^{(-1)}(0)}{f^{(-1)}(0)}$
d^2f/dt^2	$s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$	J' (')al	S S

注) fに付した「'」と「(-1)」は、それぞれ一階微分と一重積分を表している。