東京工業大学理工学研究科　電気電子工学専攻・電子物理工学専攻
大学院修士課程入試問題　平成 25 年 8 月 21 日実施

専門科目　電気電子工学・電子物理工学(午後 2)　26 大修

時間　15:30 ～ 17:00

電磁気学

注 意 事 項

1. 大問 1 の解答と大問 2 の解答は別の答案用紙綴りに記入せよ。
2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。

問 題 分 野
電磁気学

1．半径 a と半径 b（$a<b$）の，完全導体からなる厚さが無視できる同軸円筒について以下の問に答えよ。同軸円筒の長さは半径 a, b と比較して十分に長く，端部効果は無視する。

(A) 図 1.1 のように，内部円筒と外部円筒の間を誘電率 ε と導電率 σ を持つ一様な媒質で満たす。外部円筒を接地してスイッチ S を閉じ，内部円筒に電圧 V を印加した。

1) 円筒の中心から距離 r の点における電界強度を，$r<a$ の場合と $a<r<b$ の場合について，それぞれ求めよ。

2) 内部円筒と外部円筒間の単位長さあたりの静電容量を求めよ。また，内部円筒に電圧 V を与えたとき，単位長さあたりに蓄えられるエネルギーを求めよ。

(B) 時刻 $t=0$ でスイッチ S を開くと，媒質は導電率 σ を持つため，時間経過とともに内部円筒表面および外部円筒表面の電荷が徐々に減少する。

3) 時刻 t（>0）における内部円筒の単位長さあたりの電荷量 $\lambda(t)$ を求めよ。また，単位長さあたりに内部円筒から外部円筒に向かって流れる電流 $i(t)$ を求めよ。

4) 電流が媒質中を流れるとジュール熱が発生する。3)の結果を用いて，$t=0$ から十分に時間が経過（$t\to\infty$）するまでに，媒質中で発生する単位長さあたりの総熱量を求めよ。

5) 2)の蓄えられるエネルギーと 4)の総熱量の関係について説明せよ。

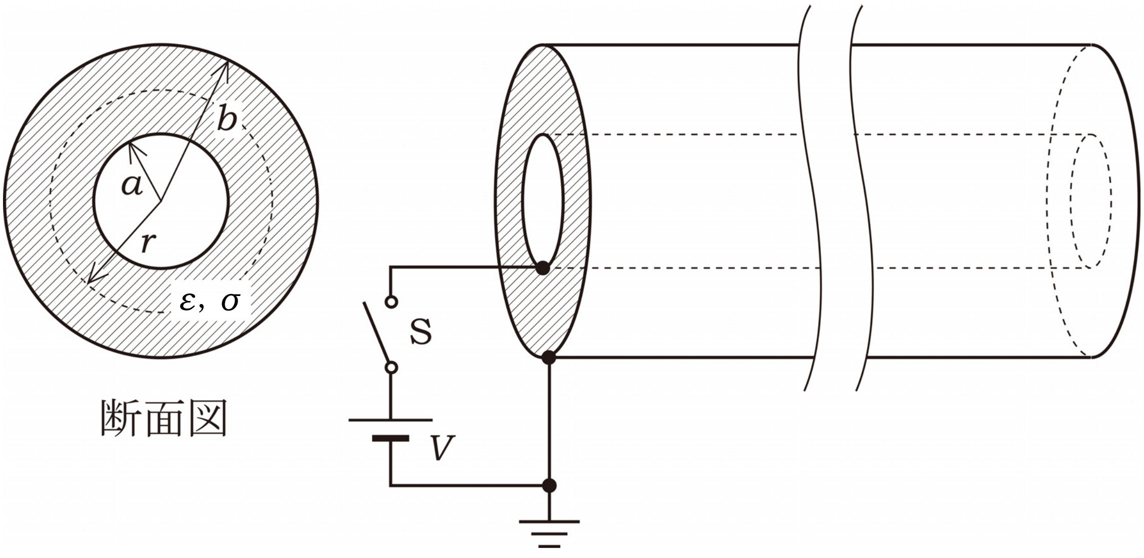

図 1.1

(C) 円筒間を満たしていた媒質を取り除き，図 1.2 の断面図に示すように，$r = c$ を境界として，２種類の媒質で円筒間を満たす。このとき，内側層の誘電率と導電率をそれぞれ ε_1，σ_1，外側層の誘電率と導電率をそれぞれ ε_2，σ_2 とする。外部円筒を接地し，内部円筒に電圧 V を印加する。

1) 十分に時間が経過すると，定常電流が内部円筒から外部円筒に向かって放射状に流れる。電流連続の条件より，円筒の中心から距離 r の点における電界強度を，$a < r < c$ の場合と $c < r < b$ の場合について，それぞれ求めよ。

2) 電束に対する境界条件をもとに，２つの媒質の境界に誘起される電荷密度を求めよ。

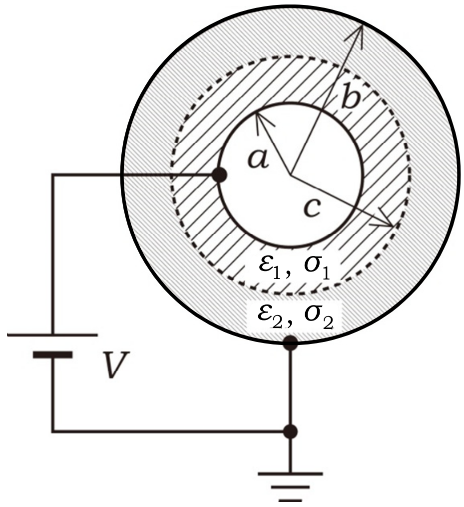

図 1.2

2. (A) 図 2.1 に示すように，半径aの微小円形電流ループが極座標の原点におかれている。直流電流Iが反時計回りに流れているとき，原点から十分離れた距離rにある観測点につくるベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$を求めたい。ただし，$\dfrac{a}{r} \ll 1$としてよい。なお，ベクトルポテンシャルは以下のように定義する。

$$\boldsymbol{A}(r,\theta,\phi) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_C \frac{d\boldsymbol{l}}{R}$$

ここで，μ_0は真空の透磁率，Cは電流ループ，Rはループ上$\left(a, \dfrac{\pi}{2}, \phi'\right)$の線素ベクトル$d\boldsymbol{l}$と観測点$\mathrm{P}(r,\theta,\phi)$の距離である。

1) $\boldsymbol{A}$の 3 成分A_r, A_θ, A_ϕのうち，A_rとA_θがそれぞれ 0 となる理由を説明せよ。

2) Rを求めよ。

3) A_ϕを求めよ。ただし，Rに関しては，$x \ll 1$に対し，xの 2 乗以上は無視し，$\dfrac{1}{\sqrt{1+x}} \cong 1 - \dfrac{1}{2}x$と近似してよい。

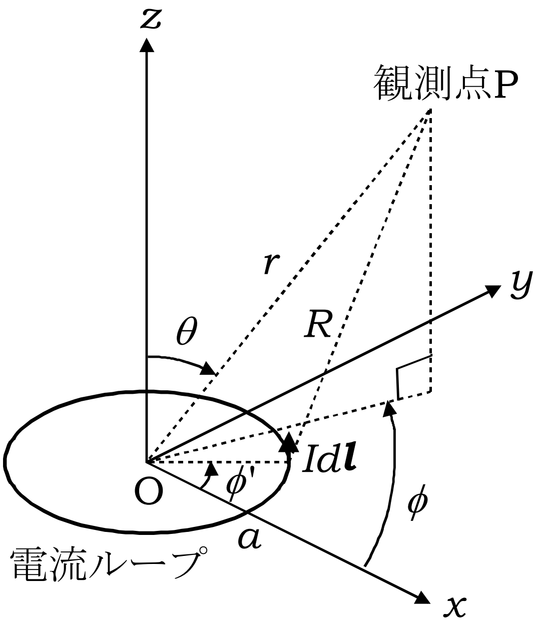

図 2.1

(B)　図 2.2 に示すように，長さlの柱状の常磁性体を考える。いま，外部コイルに流れる電流Iによって，磁束密度が一様に磁性体中に生じている。磁性体内では，電流J_m，面積S_0の微小電流ループが断面内でN個，長さ方向にL個，規則的に配列されており，すべての微小電流ループの磁気双極子モーメント$\boldsymbol{m}$の向きが揃っているとする。なお，真空の透磁率をμ_0とする。

4)　1 個の微小電流ループの磁気双極子モーメントの大きさmを示せ。

5)　磁化を，単位体積あたりの磁気双極子モーメントの合計（ベクトル和）と定義する。常磁性体内での磁化の大きさを求めよ。

6)　アンペアの法則を図 2.2 に示すループCに適用する。ループCは磁性体内で長さ方向に平行にとる。この場合のループC上での磁束密度ベクトルの線積分の値を求めよ。

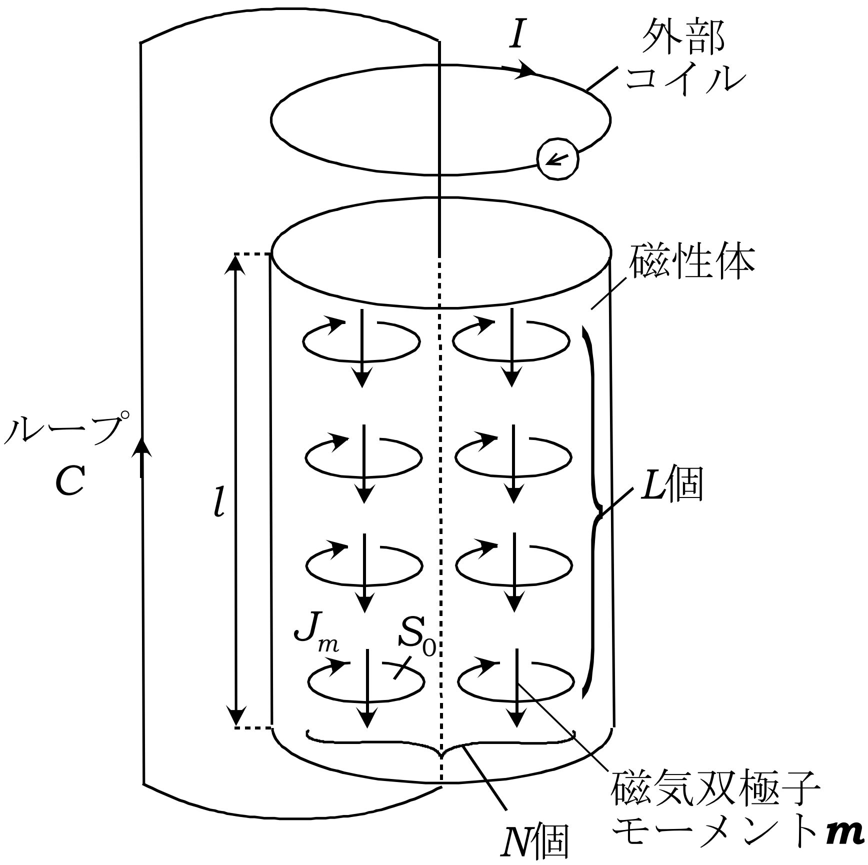

図 2.2

(C)　透磁率 μ_0 の空間に一様な磁束密度 $\boldsymbol{B}_0$ がある。図 2.3 に示すように，半径 b，透磁率 μ の常磁性体球を置いたときの球の内外の磁束密度を求めたい。ただし，$\mu > \mu_0$ とする。

球の外部は，球の中央に $\boldsymbol{B}_0$ の向きに置いた磁気双極子モーメント $\boldsymbol{m}$ が作る磁束密度と $\boldsymbol{B}_0$ の和であると仮定し，球の内部は，$\boldsymbol{B}_0$ と同じ向きの一様な磁束密度 $\boldsymbol{B}_1$ と仮定する。なお，磁気双極子モーメント $\boldsymbol{m}$ が作る磁束密度は，図 2.4 に示す極座標系において以下で与えられる。

$$\begin{cases} r\text{方向} \quad B_r = \dfrac{\mu_0 m \cos\theta}{2\pi r^3} \\ \theta\text{方向} \quad B_\theta = \dfrac{\mu_0 m \sin\theta}{4\pi r^3} \end{cases}$$

ここで，m は磁気双極子モーメントの大きさである。

7)　図 2.3 に示すように角度 θ における球表面上の点 P での磁束密度と磁界の境界条件を導け。

8)　磁束密度 $\boldsymbol{B}_1$ および磁気双極子モーメント $\boldsymbol{m}$ の大きさを求めよ。

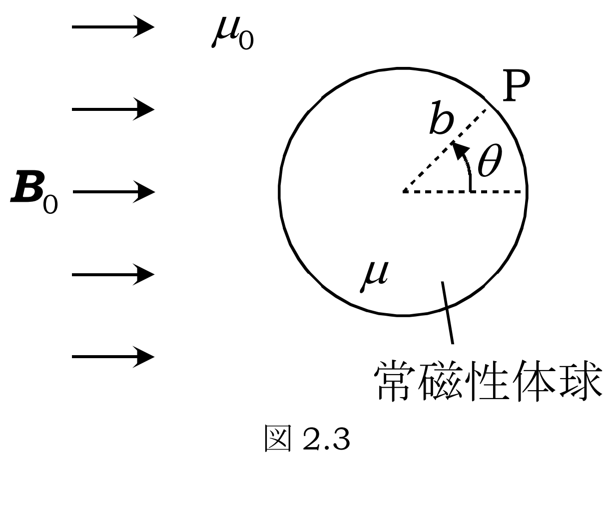

図 2.3

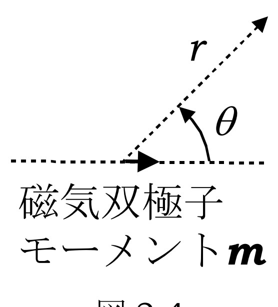

図 2.4