平成 19 年 8 月 21 日（火）
13：00　～　16：00

平成 20 年度大学院博士前期課程
電気電子情報工学専攻

選択科目　電磁エネルギー工学　入試問題

【注意事項】

● 問題の数は 5 題である。問題 1 から問題 5 の計 5 題から、3 題選択して解答せよ。なお、解答は

問題 1 を（白色）の 解答用紙
問題 2 を（赤色）の 解答用紙
問題 3 を（青色）の 解答用紙
問題 4 を（黄色）の 解答用紙
問題 5 を（水色）の 解答用紙

に記入すること。
解答用紙を間違うと採点されない場合があるので注意すること。

● 問題用紙は表紙を含めて 12 枚である。

問題[1]（解答用紙「白色」に解答してください。）

問1

次の（ア）から（サ）にあてはまる適切な数式、値を解答せよ。

下の式のように表される正弦波 y_o について波の干渉を考える。

$$y_o = A_o \sin(kx - \omega t)$$

A_o は振幅、k は波数、ω は角振動数である。いま波の波長を λ とするとき、波数 k を λ で表すと $k =$ （ア） となる。また波の伝搬速度 V はこれらより $V=$ （イ） と表せる。この y_o に対して次式で与えられる正弦波 y_1 を発生させ２つの波の干渉を考える。

$$y_1 = A_o \sin(kx - \omega t + \phi)$$

ϕ は初期位相である。波の重ね合わせの原理による合成波を $Y = y_o + y_1$ とすると $Y =$ （ウ） となる。この式から合成波 Y と正弦波 y_o の位相差は （エ） となることが分かる。また合成波の振幅は ϕ によって変化することが分かる。ϕ が $0 < \phi < \pi$ の範囲であるとき、合成波 Y の振幅が正弦波 y_o と等しくなるような ϕ の値は （オ） である。

次に波 y_o と進行方向だけを反対向きに変化させた波 y_2 との合成波 S を考える。この場合、合成波 S の式は $S = y_o + y_2 =$ （カ） と表せる。この式は定在波を表しており、波の振幅は位置 x によって異なる。いま振幅がゼロの位置（節）x_o では n を０または正の整数とし、波長 λ を用いて $x_o =$ （キ） の条件が満たされる。同様に最大振幅を表す位置（腹）x_h では $x_h =$ （ク） の関係がある。このような定在波の例として管楽器における管の中の音の共鳴がある。たとえば長さが４０cm で両端が開いた管が共鳴する時、その端部は定在波の腹となる。したがってこの管で得られる最も低い共鳴振動数の値を f_o とすると、音速を３４０m/s として $f_o =$ （ケ） Hz となる。次にこの管の片方が閉じた状態（閉口端）では閉口端側が定在波の節となるため、最も低い共鳴振動数 f_c は $f_c =$ （コ） Hz と変化する。また f_c の次にこの管が共鳴する音の振動数の値は （サ） Hz となる。

問2

n モルの理想気体が，図1のように容器 #1(体積 V_i)に温度 T の熱平衡状態で閉じ込められている。このとき容器 #2 (容器 #1 と同体積) は真空状態である。この状態を初期状態 i とする。栓を開くと気体は自由に膨張して両方の容器を満たし，その体積が V_i から V_f $(=2V_i)$になり，熱平衡状態の終状態 f になる．容器はすべて断熱材で覆われている。

初期状態 i から終状態 f に至るとき，エントロピー変化 $\Delta S = S_f - S_i$ を求める以下の記述において空欄(シ)～(ニ)に適する数，数式，または語句を答えよ。なお，語句の場合は次の選択語句群から適切なものを選択しなさい。ここで p, V を系(気体)の圧力と体積とし，気体定数を R とする。

[選択語句群： 可逆， 不可逆， 等温，等圧，状態量，一定]

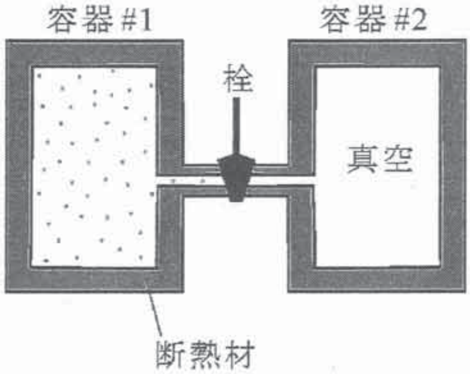


図1

容器は断熱材で覆われているので，この過程は断熱的な膨張で，系(気体)に入る熱 Q は，Q = [(シ)] である。また，真空中への自由膨張であるから系のする仕事 W は，W = [(ス)] である。 したがって，熱力学第1法則より系の内部エネルギー変化 ΔE_{int} は，$\Delta E_{int} = Q - W =$ [(セ)] となる。

エントロピーはどのような過程を経てその状態に至ったかには関係しない量， すなわち [(ソ)] であると仮定する．自由膨張は [(タ)] 過程 (p-V 図上でその経路を示すことができない)であり，その過程に対するエントロピー変化を求めるためには，同じ体積変化する [(チ)] 過程について計算すればよい。

また，[(セ)] で示された結果より，自由膨張では温度 T は [(ツ)] である。したがって，この [(チ)] 過程は [(テ)] 膨張で，初期状態 i と終状態 f は p-V 図上の同じ [(テ)] 線上での変化となり，理想気体の状態方程式を用いて

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p dV = \int_{V_i}^{V_f} \boxed{\quad (ト) \quad} dV$$

となる。ゆえに Q を n, R, T を用いて表すと Q = [(ナ)] で与えられる。

従ってエントロピー変化 ΔS は，

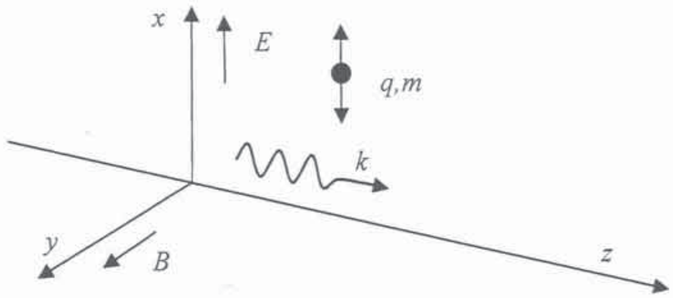
$$\Delta S = \boxed{\quad (ニ) \quad}$$

となり，自由膨張のエントロピー変化が求まり， $\Delta S > 0$ であることから，熱力学第2法則を満たしている。

問題[2]（解答用紙「赤色」に解答してください。）

次の文章の空欄を埋めよ。ただし、空欄に 2 つの言葉が記入されている場合には、いずれかを選択せよ。同じ記号の空欄には同じ言葉や式が入る。

レーザー光線は指向性のある電磁波である。図のように、直線偏光のレーザー光線が一様なプラズマ中を伝播することについて考察しよう。ここでレーザーの進行方向を z 軸、直線偏光の電界の方向を x 軸、磁界の方向を y 軸に取るとする。



今、レーザー光線の電界の強さを E とする。電界 E の角周波数を ω、波数を k、複素振幅を E_0 とすると

$$E = E_0 \exp(i(kz - \omega t)) \cdots\cdots\cdots (1)$$

とあらわせる。ここで i は虚数単位を表す。ところでプラズマはマイナス電荷を帯びた電子とプラス電荷を帯びたイオンからなる電離気体とみなせる。イオンの質量は最も軽い陽子の場合でも電子の質量の［（ア）］倍程度あるので、レーザーで駆動されるプラズマ構成粒子の運動を考察するにあたり［（イ）　電子、　イオン　（以下同じ）］の運動にのみ着目すればよい。完全電離プラズマを想定し、またプラズマ中の電子―イオン衝突は無視できるとする。［（イ）］の質量を m とし、電荷を q として、またレーザー光の強度は弱くレーザー電界のみで［（イ）］の運動が決定されると考え、［（イ）］の運動方程式を書くと、

$$m\frac{\partial}{\partial t}u = \boxed{\quad（ウ）\quad} \cdots\cdots\cdots (2)$$

とあらわすことができる。ここで t は時間、u は着目している［（イ）］の速度を表す。ただし(2)の左辺ではレーザー光の強度が低く、速度の全微分は t による偏微分で近似できると考える。速度 u を $u = u_0 \exp(i(kz - \omega t))$（$u_0$：複素振幅）として(2)に代入し、$u_0$ を複素電界振幅 E_0 を使って表すと、

$$u_0 = \boxed{\quad（エ）\quad} \cdots\cdots\cdots (3)$$

となる。ところでプラズマの$\boxed{\text{（イ）}}$数密度をn_0としてレーザー電界が駆動する複素電流密度Jは

$$J = qn_0u \text{ ·········· } (4)$$

と近似することができる。(4)に(3)を代入すれば

$$J(z,t) = \boxed{\quad\text{（オ）}\quad} \text{ ·········· } (5)$$

が得られる。

ところでマックスウェル方程式中のアンペールの法則に関係する式は、電界$\boldsymbol{E}$と電流密度$\boldsymbol{J}$、磁束密度$\boldsymbol{B}$として

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{J} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \text{ ·········· } (6)$$

と表すことができる。ここでμ_0は真空の透磁率、cは光速であり真空の誘電率ε_0を使って$c^2 = \dfrac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$となる。(6)の$x$成分のみを書き出せば、

$$-\frac{\partial B}{\partial z} = \mu_0 J + \frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t} \text{ ·········· } (7)$$

となり、(1)と(5)を(7)へ代入すれば

$$\frac{\partial B}{\partial z} = \boxed{\quad\text{（カ）}\quad} E_0 \exp(i(kz - \omega t)) \text{ ········· } (8)$$

と書ける。一方、同じくマックスウェル方程式中のファラデーの電磁誘導の法則を表す式は、

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \text{ ········· } (9)$$

と書ける。この式のy成分のみ書き出せば、

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{\partial B}{\partial t} \text{ ········· } (10)$$

となる。(10)の両辺をzで偏微分すれば　$\dfrac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -\dfrac{\partial}{\partial t}\dfrac{\partial B}{\partial z}$　となるので、この式に(1)及び(8)を代入して微分を実行し、整理すれば、$\omega_p = \sqrt{\dfrac{q^2 n}{\varepsilon_0 m}}$で与えられるプラズマ周波数$\omega_p$を使って

$$\left(\frac{kc}{\omega}\right)^2 = \boxed{\quad（キ）\quad} \cdots\cdots\cdots (11)$$

となる関係式が導ける。ただし$\omega_p < \omega$であるとする。この関係式は、角周波数ωのレーザー光線が一様なプラズマ中を、$\boxed{（イ）}$の振動を励起しながら伝播する際の電磁波の波数kを与える式である。プラズマ中を伝播する電磁波の波長をλとすればkとλの間には

$\boxed{\quad（ク）\quad}$ ----------(12)

の関係が成り立つ。(11) と(12)の関係から、プラズマ中を伝播するレーザー光線の波長は、真空中より、$\boxed{\text{（ケ）　長く、短く}}$なる。また、プラズマの屈折率は、(11)の関係から、プラズマ周波数ω_pと電磁波の角周波数ωを用いて$\boxed{\quad（コ）\quad}$とあらわすことができるので、それは1より$\boxed{\text{（サ）　大きい、小さい}}$値になる。このことはプラズマ中の電磁波の位相速度が光速よりも$\boxed{\text{（シ）　速くなる、遅くなる}}$ことを意味している。

問題［３］（解答用紙「青色」に解答してください。）

（ア）から（チ）までの括弧内に適当な式、もしくは言葉を入れよ。2つの語句が書かれているところでは、適当な方を選べ。

空間的に一様な定常プラズマ中に、電気的に絶縁された金属固体を挿入した場合を考える。固体から十分に離れたプラズマの電位を0Ｖとする。固体表面は平面で近似し、プラズマの変化は固体表面に垂直な方向（x方向）についての１次元モデルで考える。以下、電子温度をT_e、イオン温度を0と仮定して、固体に流入するイオン電流と電子電流を求める。電子の質量をm_e、イオンの質量をm_iとする。イオンの価数は１価とする。また、素電荷をe、真空中の誘電率をε_0で表す。

プラズマから固体表面までの電位（ϕ）分布の概略図を示す（問題末尾）。準中性条件がほぼ満たされ、緩やかな電位勾配を持つ部分を（ア）プレシース、シース、準中性条件が破れ急激な電位勾配を持つ部分を（イ）プレシース、シースと呼び、プレシースとシースの境界をシース端と呼ぶ（$x=x_s$）。シース端での電位をϕ_sとする。

まず、電子密度$n_e(x)$とイオン密度$n_i(x)$を求める。$x=x_s$での電子密度$n_e(x_s)$をn_{es}とする。ボルツマン定数をkとし、電子密度と電位がボルツマンの関係を満たすと仮定すると

$$n_e(x)=n_{es}\boxed{\text{（ウ）}} \qquad (1)$$

と書ける。一方、イオンについては、電位0の場所から衝突なしに固体表面まで加速され固体表面に流入すると仮定する。イオンの速度$V_i(x)$は、電位$\phi(x)$と次のような関係を持つ。

$$V_i(x)=\boxed{\text{（エ）}} \qquad (2)$$

イオン粒子束が保存することから、ϕ_sを含んだ次の関係が成り立つ。

$$n_i(x)V_i(x)=n_{es}\boxed{\text{（オ）}} \qquad (3)$$

従って、イオン密度$n_i(x)$をn_{es}及び電位で表すと

$$n_i(x)=\boxed{\text{（カ）}} \qquad (4)$$

となる。

電子密度n_e、イオン密度n_i、電位ϕの間には以下のポアソンの式が成り立つ。

$$\frac{d^2\phi}{dx^2}=\boxed{\text{（キ）}} \qquad (5)$$

（1）、（4）、（5）式よりn_iとn_eを消去し、また右辺をテーラー展開し$(\phi-\phi_s)$について１次までとると

$$\frac{d^2\phi}{dx^2}\approx\boxed{\text{（ク）}} \qquad (6)$$

となる。この微分方程式の解が、物理的に妥当な解である指数関数になる条件は、

$$|\phi_s|\geq\boxed{\text{（ケ）}} \qquad (7)$$

となる。この条件を（コ）の条件と呼ぶ。等号が成り立つとすると金属固体へ流れこむイオン電流密度は

$$j_i=en_{es}\boxed{\text{（サ）}} \qquad (8)$$

となる。

次に、電子電流を考える。固体表面近傍での電子の速度分布関数を等方的マックスウェル分布と仮定する。固体表面近傍での電子密度n_{ef}とすると、電子速度分布関数$f(v_x,v_y,v_z)$は、

$$f(v_x,v_y,v_z)=n_{ef}\left(\frac{m_e}{2\pi kT_e}\right)^{3/2}\boxed{\quad（シ）\quad} \qquad (9)$$

と書ける。ここで、v_x、v_y、v_zは、それぞれx、y、z方向の速度である。ただし、

$$\int_{-\infty}^{\infty}dv_x\int_{-\infty}^{\infty}dv_y\int_{-\infty}^{\infty}dv_z f(v_x,v_y,v_z)=n_{ef} \qquad (10)$$

である。固体に入射する電子のx方向の速度が負であることを考慮して、固体表面に入射する電子電流密度j_eを$f(v_x,v_y,v_z)$を含む式で表すと、

$$j_e=e\int_{-\infty}^{0}dv_x\int_{-\infty}^{\infty}dv_y\int_{-\infty}^{\infty}dv_z\boxed{\quad（ス）\quad} \qquad (11)$$

となる。この積分を行うと

$$j_e=-en_{ef}\boxed{\quad（セ）\quad} \qquad (12)$$

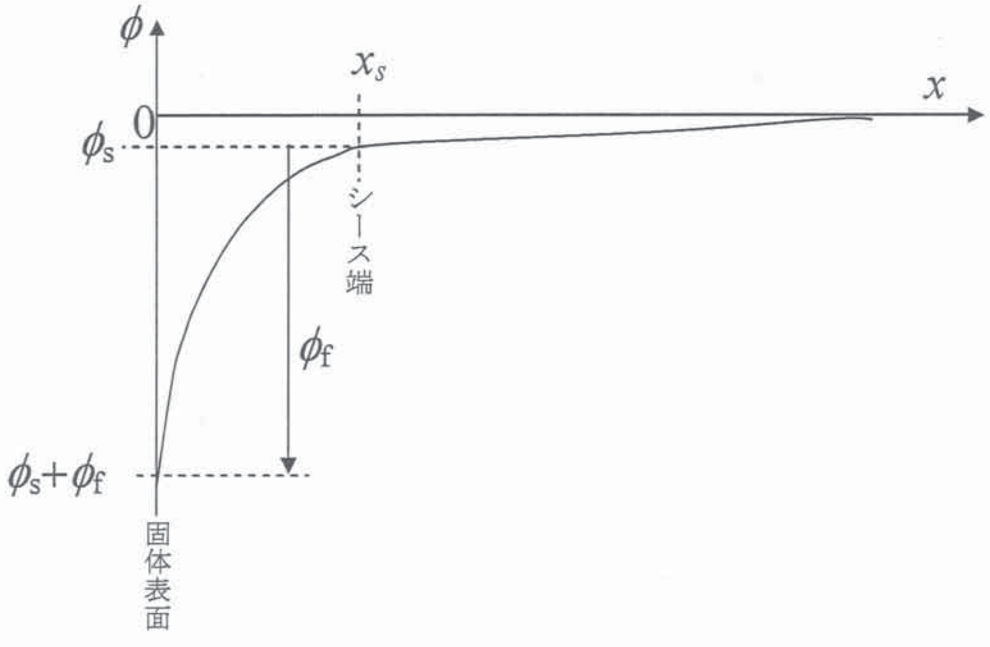
となる。ただし、必要ならば$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-ax^2}dx=\sqrt{\frac{\pi}{a}}$の関係を用いても良い。

ここで、電子密度n_{ef}の値を、シース端を基準とした固体の電位ϕ_fやシース端での電子密度n_{es}を用いて表すと

$$n_{ef}=n_{es}\boxed{\quad（ソ）\quad} \qquad (13)$$

となる。ϕ_fを$\boxed{（タ）}$と呼び、$j_i+j_e=0$とおくことで、

$\phi_f=\boxed{\quad（チ）\quad}$と求まる。



問題[4] 光量子工学　（解答用紙「黄色」に解答してください。）

黒体放射について、以下、文章内の空欄を埋めよ。ただし、同じ記号の空欄には同じ式が入る。

プランクは、黒体放射において発生する電磁波に振動子のエネルギーを仮定した。さらに、その単振動のエネルギーE_0 が量子化していると仮定し、その整数倍のエネルギーだけをとるとした。つまり光のエネルギーは $0, E_0, 2E_0,$・・nE_0,・・の決まった値しかとらない粒子（光子）のような集まりとし、電磁波の振動数 ν に比例すると仮定した($E_0=h\nu$)。このような光子($h\nu$)の集合の数を $p(h\nu)$とした場合、全エネルギーは $E= h\nu p(h\nu)+2h\nu p(2h\nu)+$・・$+\mathrm{n}h\nu p(\mathrm{n}h\nu)+$・・・である。また、平均エネルギー$\langle E\rangle$ は

$$\langle E\rangle = \frac{h\nu\{p(h\nu)+2p(2h\nu)+\cdots\}}{\boxed{\quad(\text{ア})\quad}} \tag{1}$$

となる。一方、絶対温度 Tの空洞内で、あるエネルギーE をもつ振動子などの個数はボルツマン分布 $p(E)=A\ \exp(-E/kT)$ に従うとする。ここでAは規格化定数、k はボルツマン定数とする。これを（1）式に代入すると

$$\langle E\rangle = \frac{h\nu\{\exp(-h\nu/kT)+2\exp(-2h\nu/kT)+\cdots\}}{\boxed{\quad(\text{イ})\quad}} \tag{2}$$

である。（2）式において $x=\exp(-h\nu/kT)$、分母＝βとおくと、

$$\langle E\rangle = \frac{h\nu\{x+2x^2+3x^3+\cdots\}}{\boxed{\quad(\text{ウ})\quad}} = h\nu\frac{x\dfrac{d\beta}{dx}}{\beta} = \frac{h\nu}{\boxed{\quad(\text{エ})\quad}} \tag{3}$$

になる。

次に、波のモードが、体積あたり（空洞内に）いくつあるかを考察する。まず、長さLの１次元空間について考える。その時、光速 c を用いて定在波の固有振動数は、

$$\nu = \boxed{(\text{オ})}\, n \tag{4}$$

となる。ここで、nは 1,2,3・・・の整数とする。Lの１次元空間において振動数$\nu+d\nu$とνの範囲内である $d\nu$に許される固有の波のモード数 $N_L d\nu$は

$$N_L d\nu = d\nu \Big/ \boxed{(\text{オ})} \tag{5}$$

になる。次に３次元空間で単位体積当たり、振動数$\nu+d\nu$とνの範囲内の $d\nu$に許される固有の波のモード数$N_{3d}d\nu$ を考えると $N_{3d}d\nu=\frac{4\pi}{c^3}\nu^2 d\nu$ である。横波は２つの偏波面を持ち、

自由度が２であることを考慮すると、単位体積当たりの電磁波の全モード数 $N d\nu$ は

$$N d\nu = \boxed{\text{（カ）}} \, d\nu \qquad (6)$$

となる。したがって黒体放射のエネルギースペクトルは

$$U_\nu d\nu = \boxed{\text{（カ）}} \frac{h\nu}{\boxed{\text{（エ）}}} d\nu \qquad (7)$$

となり、プランクの放射式が得られる。
この式は、$h\nu/kT$ が小さい場合、または非常に高温の時、

$$U_\nu d\nu = \boxed{\text{（キ）}} \, d\nu \qquad (8)$$

となり、レイリー・ジーンズの放射式と一致する。また $h\nu/kT$ が大きい場合（波長の短い領域）は

$$U_\nu d\nu = \boxed{\text{（ク）}} \, d\nu \qquad (9)$$

となり、ウイーンの放射式と一致する。

問題［5］（解答用紙「水色」に解答してください。）

問1

以下の文章中の空欄 $\boxed{（ア）}$ ～ $\boxed{（カ）}$ を適当な式で埋めなさい。

また、空欄 $\boxed{(a)}$ ～ $\boxed{（d）}$ に適した語句を次の語句群の中から選びなさい。

語句群：（双曲線、放物線、速度、運動量、エネルギー、輝度、分解能、後段加速、前段加速）

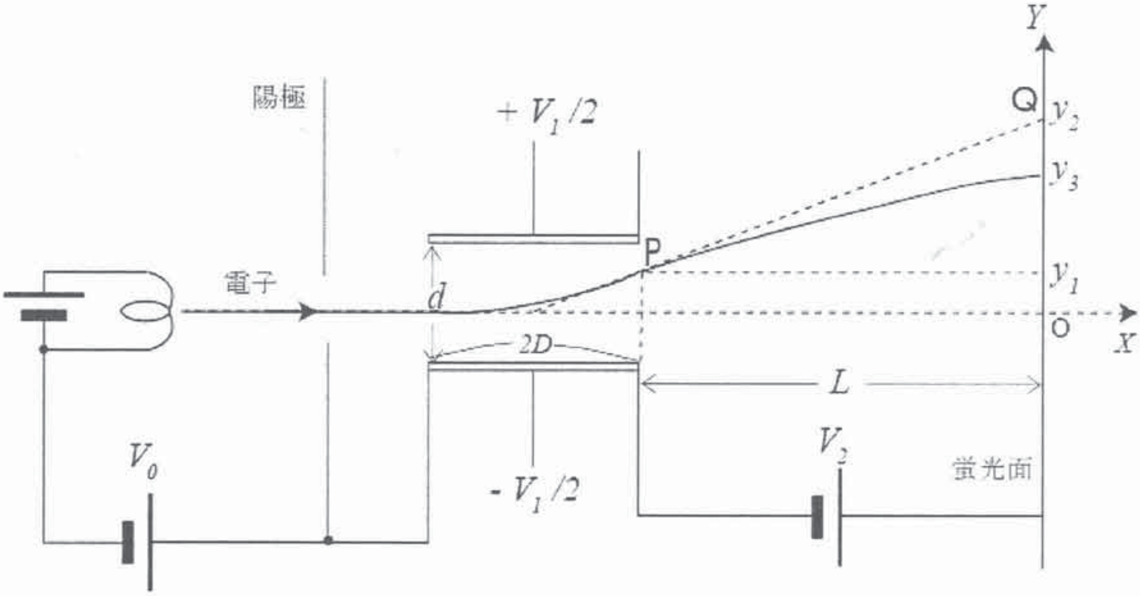


図1　電子の偏向によるビーム軌道

図1に電子ビーム源、平行平板型偏向器、蛍光面を組み合わせたビーム装置の概要を示している。偏向板の長さと間隔をそれぞれ $2D$、d、偏向板の出口と蛍光面までの距離を L とする。また、熱電子発生用フィラメントと陽極（アパーチャ電極）の間には V_0、偏向電極間には V_1、偏向器出口と蛍光面には V_2 の電位差が設けられている。それぞれの場所で形成される電界は均一とし、偏向電圧 V_1 の電子の X 方向の加速に与える影響は十分小さく、電極端部での電界の乱れは無視する。電子の質量を m、電荷を e、熱電子の初速度を無視すると、偏向器に入射する電子の速度 v_0 は、

$$v_0 = \boxed{（ア）} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots（1）$$

である。そして、電子が偏向板の終端（図中のP位置）に到達した時には、電子の速度の Y 方向成分 v_y は、

$$v_y = \boxed{\quad（イ）\quad} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

中心軸（X軸）からの変位量y_1は、

$$y_1 = \boxed{\quad（ウ）\quad} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

となる。

偏向器中の電子の軌道曲線は$\boxed{\quad (a) \quad}$である。$V_2 = 0$の場合には、偏向器を通過した電子はそのまま直進し、蛍光面に衝突する（図中のQ位置）。この時の変位量y_2は

$$y_2 = \boxed{\quad（エ）\quad} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

である。変位量y_2は、偏向器に進入する電子の$\boxed{\quad (b) \quad}$に反比例して低下する。偏向感度を高めるために電子の$\boxed{(b)}$を下げると、蛍光面の$\boxed{\quad (c) \quad}$が低下する。このため、偏向器後に電子を加速する$\boxed{\quad (d) \quad}$が行われている。$\boxed{(d)}$が行われる場合には、電子がP点を通過して蛍光面に到達するまでの時間をtとすると、Lとtの関係は、

$$L = \boxed{\quad（オ）\quad} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

で表される。また、この場合の変位量y_3とtの関係は

$$y_3 = \boxed{\quad（カ）\quad} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

である。(5)、(6) 式よりtを消去すれば、変位量y_3を求めることができる。

問2

このような電子ビーム偏向を利用している具体的な装置の例をあげ、その装置の概要について説明しなさい。