Japanese version shall be the authorized version; the English translation for reference only.

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻　修士課程入学者選抜試験問題
(平成29年度10月期入学・平成30年度4月期入学)

Admissions for October 2017 and for April 2018

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

平成29年8月7日　9:00 – 12:00

August 7, 2017　9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎A
Problem Set A

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎A」の問題用紙で、表紙共に 19 枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。4問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the **"Problem Set A"** in 19 pages including this front cover.
   After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 9 questions;** A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating "Over" at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎 A

$\boxed{\text{A-1}}$, $\boxed{\text{A-2}}$, $\boxed{\text{A-3}}$, $\boxed{\text{A-4}}$, $\boxed{\text{A-5}}$, $\boxed{\text{A-6}}$, $\boxed{\text{A-7}}$, $\boxed{\text{A-8}}$, $\boxed{\text{A-9}}$ の9問から4問を選択して解答せよ。

Problem Set A

Choose and answer **4 questions** out of $\boxed{\text{A-1}}$, $\boxed{\text{A-2}}$, $\boxed{\text{A-3}}$, $\boxed{\text{A-4}}$, $\boxed{\text{A-5}}$, $\boxed{\text{A-6}}$, $\boxed{\text{A-7}}$, $\boxed{\text{A-8}}$, and $\boxed{\text{A-9}}$.

A-1

下記のすべての問に答えよ．(English translation is given on the next page.)

(1) 下記の問に答えよ．

(a) 次の積分の結果を求めよ．

$$f(s) = \int_0^1 \mathrm{e}^{-sx}\,\mathrm{d}x,\ s \geq 0$$

(b) 問 (a) の $f(s)$ について，次の極限を求めよ．

$$\lim_{s\to 0} \frac{\mathrm{d}f(s)}{\mathrm{d}s}$$

(c) n を正整数とする．問 (a) の $f(s)$ について，次の極限を求めよ．

$$\lim_{s\to 0} \frac{\mathrm{d}^n f(s)}{\mathrm{d}s^n}$$

(2) 下記の問に答えよ．関数 $\Gamma(x)$ は次式で定義される．

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t,\ x > 0$$

(a) 次の等式が成り立つことを示せ．

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$$

(b) 整数 m に対し，関数 $J_m(x)$ を次式で定義する．

$$J_m(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!\Gamma(m+n+1)}\left(\frac{x}{2}\right)^{m+2n}$$

次の等式が成り立つことを示せ．

$$J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x) = 2\frac{\mathrm{d}J_m(x)}{\mathrm{d}x}$$

(3) 下記の問に答えよ．

(a) 次の行列式を求めよ．

$$\begin{vmatrix} 2a^2 & a & 3 & a & 2 \\ a & 1 & 2 & 2 & 3a \\ 3a & 2a & a & 2a & 5 \\ a & a & 3 & a & 2 \\ 4 & a & 1 & a & a \end{vmatrix}$$

(b) 行列 $\boldsymbol{A}$ は次式で与えられる．ただし，$x = r\sin\theta\cos\phi$, $y = r\sin\theta\sin\phi$, $z = r\cos\theta$ である．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial \phi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \phi} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \phi} \end{bmatrix}$$

行列式 $\det(\boldsymbol{A})$, $\det(\boldsymbol{A}^{-1})$, $\det(\boldsymbol{A}^2)$ をそれぞれ求めよ．

continued on next page
次　頁　へ　続　く

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions.

(a) Evaluate the following integral.

$$f(s) = \int_0^1 \mathrm{e}^{-sx}\,\mathrm{d}x,\ s \geq 0$$

(b) Find the following limit. Function $f(s)$ is defined in Question (a).

$$\lim_{s\to 0} \frac{\mathrm{d}f(s)}{\mathrm{d}s}$$

(c) Let n be a positive integer. Find the following limit. Function $f(s)$ is defined in Question (a).

$$\lim_{s\to 0} \frac{\mathrm{d}^n f(s)}{\mathrm{d}s^n}$$

(2) Answer the following questions. Function $\Gamma(x)$ is defined as

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t,\ x > 0.$$

(a) Show that

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x).$$

(b) Let m be an integer. Function $J_m(x)$ is defined as

$$J_m(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!\Gamma(m+n+1)}\left(\frac{x}{2}\right)^{m+2n}.$$

Show that

$$J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x) = 2\frac{\mathrm{d}J_m(x)}{\mathrm{d}x}.$$

(3) Answer the following questions.

(a) Find the following determinant.

$$\begin{vmatrix} 2a^2 & a & 3 & a & 2 \\ a & 1 & 2 & 2 & 3a \\ 3a & 2a & a & 2a & 5 \\ a & a & 3 & a & 2 \\ 4 & a & 1 & a & a \end{vmatrix}$$

(b) Matrix $\boldsymbol{A}$ is given as

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \theta} & \dfrac{\partial x}{\partial \phi} \\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \theta} & \dfrac{\partial y}{\partial \phi} \\ \dfrac{\partial z}{\partial r} & \dfrac{\partial z}{\partial \theta} & \dfrac{\partial z}{\partial \phi} \end{bmatrix},$$

where $x = r\sin\theta\cos\phi$, $y = r\sin\theta\sin\phi$, and $z = r\cos\theta$. Find determinants $\det(\boldsymbol{A})$, $\det(\boldsymbol{A}^{-1})$, and $\det(\boldsymbol{A}^2)$.

A-2

以下の設問 (1), (2), (3) から 2 つを選んで答えよ.
Answer two of the following questions (1), (2), and (3).

(1) フーリエ変換に関する下記の問に答えよ. ただし, 関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は次式で定義される.
Answer the questions below related to a Fourier transform. Note that the Fourier transform of a function $f(t)$ is defined in the following.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t \qquad (\mathrm{i} = \sqrt{-1})$$

また, その逆変換は次式で与えられる.
The inverse Fourier transform is given in the following.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}\omega$$

(a) 次の関数 $f(t)$ のフーリエ変換を求めよ.
Find the Fourier transform of $f(t)$ defined in the following.

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (|t| > a > 0) \\ 1 & (|t| < a) \end{cases}$$

(b) 問 (a) の結果を用いて, 次の積分 I を求めよ.
Evaluate the following integral I taking the result of Question (a) into account.

$$I = \int_{0}^{\infty} \frac{\sin a\omega \cos \omega t}{\omega}\mathrm{d}\omega$$

(2) 下記の連立微分方程式の一般解を求めよ.
Find the general solution of the following simultaneous differential equations.

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + 5\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - 8y = t\mathrm{e}^{t} \\ \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + x - y = \mathrm{e}^{t} \end{cases}$$

(3) 下記の問に答えよ.
Answer the following questions.

(a) 次の積分 I について, $z = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ $(\mathrm{i} = \sqrt{-1})$ と置いて, z に関する複素積分で表せ.
By using $z = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ $(\mathrm{i} = \sqrt{-1})$, express the following integral I in the complex integral with respect to z.

$$I = \int_{0}^{2\pi} \frac{\sin^2\theta}{a + b\cos\theta}\mathrm{d}\theta \qquad (a > b \geq 0)$$

(b) 問 (a) の結果を用いて, 積分 I を求めよ.
Evaluate the integral I taking the result of Question (a) into account.

A-3

下記の全ての問に答えよ．

Answer all the following questions.

(1) 図(a)のように，半無限領域 $x \leq 0$ に接地された完全導体があり，その表面から距離 d だけ離れた点 A に電荷$+q$ の点電荷が置かれている．ここで，$x > 0$ は真空である．

Consider a perfect grounded conductor in a semi-infinite region $x \leq 0$ and a point charge $+q$ held at a point A which is distant from the surface of the perfect conductor by a distance d as shown in Figure (a). Here, the region $x > 0$ is a vacuum.

(a) 点電荷の電気影像を図示せよ．

Illustrate the image charge in a diagram.

(b) 真空中の任意の点 P における電位を求めよ．なお，用いた座標系を明示すること．

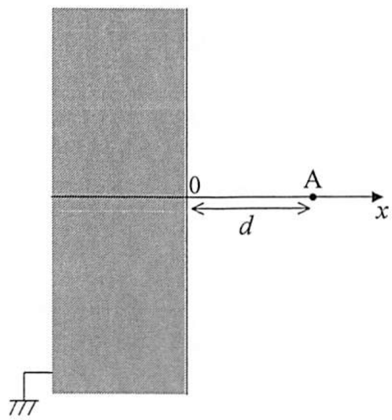
Find the potential at an arbitrary point P in vacuum. Show the used coordinate system.

(c) 導体表面上の誘導電荷密度を求めよ．また，誘導電荷の総量が $-q$ となることを示せ．

Find the induced surface-charge density of the perfect conductor. Show that the total amount of the induced surface-charges is equal to $-q$.

(d) 導体表面上の誘導電荷にはたらく合力を求めよ．

Find the total force acting on the induced surface-charges.



図(a)

Figure (a)

(2) 電磁気学に関する次の用語を説明せよ．

Explain the meanings of the following terms related to the electromagnetism.

(a) ビオ・サバールの法則

Biot-Savart law

(b) ストークスの定理

Stokes' theorem

(c) 誘電分極

Dielectric polarization

A-4

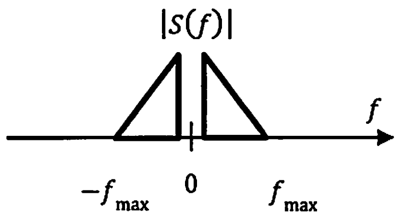
下記のすべての問に答えよ．(English translation is given on the next page.)

(1) 次式に示す振幅変調信号$g_{\mathrm{AM}}(t)$に関する以下の問に答えよ．

$$g_{\mathrm{AM}}(t) = A_{\mathrm{c}}[1 + ms(t)]\cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t)$$

ただしA_{c}，m，および f_{c} は定数であり， ベースバンド信号$s(t)$の最大周波数を$f_{\max}$とすると， $0 < f_{\max} \ll f_{\mathrm{c}}$であり，$|ms(t)| \leq 1$である．

(a) $g_{\mathrm{AM}}(t)$および$s(t)$のフーリエ変換をそれぞれ$G_{\mathrm{AM}}(f)$および$S(f)$とする．$G_{\mathrm{AM}}(f)$を導出し，周波数スペクトルを図示せよ．ただし，周波数スペクトル$|S(f)|$を図(a)に示す．



図(a)

(b) $g_{\mathrm{AM}}(t)$の復調において次式で与えられる雑音$n(t)$が付加された信号$y(t)$が入力される．

$$y(t) = g_{\mathrm{AM}}(t) + n(t)$$

ただし，$n(t) = n_{\mathrm{I}}(t)\cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t) - n_{\mathrm{Q}}(t)\sin(2\pi f_{\mathrm{c}} t)$であり，$n_{\mathrm{I}}(t)$と$n_{\mathrm{Q}}(t)$は最大周波数が$f_{\max}$である独立な雑音である．

理想的な同期検波が行われた場合の復調器出力信号$v(t)$を導出せよ．

(c) 問(b)の$y(t)$を理想的な包絡線検波で復調する場合，復調器出力信号$r(t)$を導出し，信号対雑音電力比が十分大きい場合には，$r(t)$と問(b)における$v(t)$の信号対雑音電力比が等しくなることを示せ．

(2) 次に示す変調信号$y(t)$に関する以下の問に答えよ．

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i[k]p(t-kT)\cos 2\pi f_c t - \sum_{k=-\infty}^{\infty} q[k]p(t-kT)\sin 2\pi f_c t$$

ここでf_{c}は搬送波周波数，$p(t)$は送信パルス波形，Tはシンボル間隔，$i[k] \in \{-1, 1\}$，$q[k] \in \{-1, 1\}$はそれぞれＩチャネルおよびＱチャネルの情報系列とする．

(a) 信号$y(t)$の変調方式の名称を答え，この変調方式の特徴を２つ示せ．

(b) $p(t)$としてロールオフファクタαのコサインロールオフナイキストパルスを用いる．この$p(t)$の周波数伝達関数を示せ．

(c) $h(t)$を受信フィルタのインパルス応答とする．整合フィルタ受信を行う場合の$h(t)$と$p(t)$の関係を理由とともに示せ．

continued on next page
次　頁　へ　続　く

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions related to the amplitude modulation (AM) scheme. An AM signal $g_{\mathrm{AM}}(t)$ is expressed in the following equation.

$g_{\mathrm{AM}}(t) = A_{\mathrm{c}}[1 + ms(t)]\cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t)$,

where A_{c}, m, and f_{c} are constant values, $s(t)$ is a baseband signal, and $|ms(t)| \leq 1$. The maximum frequency of $s(t)$ is $f_{\max}$, and $0 < f_{\max} \ll f_{\mathrm{c}}$.

(a) Fourier transforms of $g_{\mathrm{AM}}(t)$ and $s(t)$ are denoted by $G_{\mathrm{AM}}(f)$ and $S(f)$, respectively.

Find $G_{\mathrm{AM}}(f)$ and draw the frequency spectrum. The frequency spectrum $|S(f)|$ is shown in Figure (a).

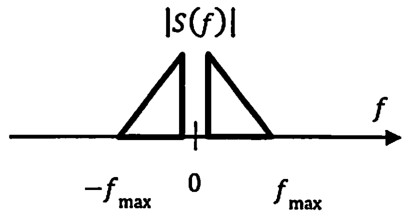


Figure (a)

(b) The input signal $y(t)$ of the demodulator for $g_{\mathrm{AM}}(t)$ is expressed in the following equation.

$y(t) = g_{\mathrm{AM}}(t) + n(t)$, where $n(t) = n_{\mathrm{I}}(t)\cos(2\pi f_{\mathrm{c}} t) - n_{\mathrm{Q}}(t)\sin(2\pi f_{\mathrm{c}} t)$.

The noise signals of $n_{\mathrm{I}}(t)$ and $n_{\mathrm{Q}}(t)$ are independent and band-limited within $f_{\max}$. Find the output signal $v(t)$ of the demodulator when the ideal coherent detection is performed.

(c) Find the output signal $r(t)$ of the demodulator when the ideal envelope detection of $y(t)$ in Question (b) is performed.

Show that the signal to noise power ratio of $r(t)$ equals to that of $v(t)$ in Question (b) when the signal to noise power ratio is sufficiently high.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(2) Answer the following questions related to the modulated signal $y(t)$ shown below;

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i[k]p(t-kT)\cos 2\pi f_c t - \sum_{k=-\infty}^{\infty} q[k]p(t-kT)\sin 2\pi f_c t\,,$$

where f_c is the frequency of the carrier, $p(t)$ is the transmit pulse shape, T is the symbol duration, and $i[k] \in \{-1, 1\}$ and $q[k] \in \{-1, 1\}$ are the information sequences of I channel and Q channel, respectively.

(a) Answer the name of the modulation scheme used for $y(t)$ and explain two characteristics of the scheme.

(b) Assume $p(t)$ is the cosine roll-off Nyquist pulse with the roll-off factor α. Show the frequency response of $p(t)$.

(c) Assume $h(t)$ is the impulse response of the receive filter. Show the relation between $h(t)$ and $p(t)$ with reason when matched filter reception is employed in the receiver.

A-5

下記のすべての問に答えよ.
(English translation is given on the next page.)

(1) 図(a)に示す2つの電源回路が等価であるとき，EとJの関係を求めよ. ここで，電源の内部インピーダンスと内部アドミタンスを、それぞれZとYとする.

(2) 図(b)に示す回路のV_0を求めよ. ここで，Y_i $(i=1,2,3,...,n)$ は各電圧源の内部アドミタンスである.

(3) 図(c)に示すように，縦続行列$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$で定義される 2 端子対回路網(4 端子回路網)の出力端に負荷インピーダンスZ_Lを接続する. 入力端から見たインピーダンスを求めよ.

(4) 図(d)に示す理想的な演算増幅器を用いた回路について，以下の問に答えよ.
   (a) V_aを求めよ.
   (b) V_2/V_1を求めよ.
   (c) この回路がどんな種類のフィルタか説明せよ.

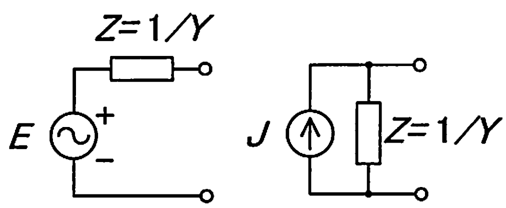


図 (a)

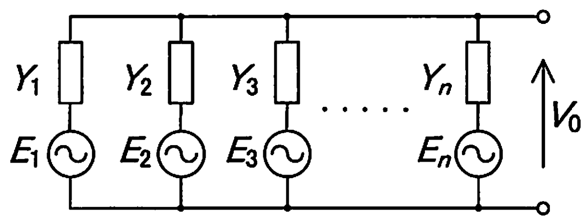


図 (b)

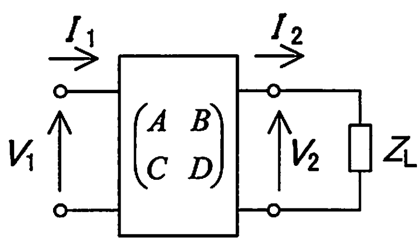


図 (c)

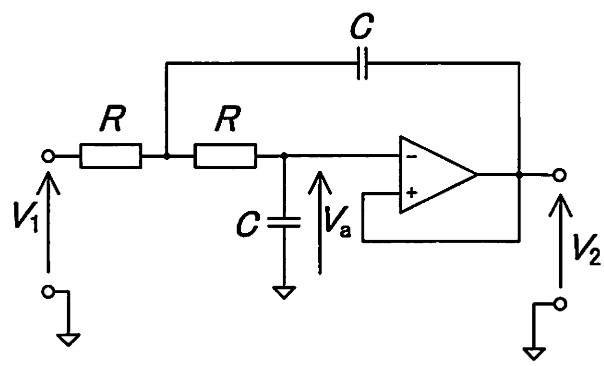


図 (d)

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

(1) Two power-supply circuits shown in Figure (a) are equivalent. Find the relationship between E and J. Note that internal impedance and internal admittance of the source are denoted by Z and Y, respectively.

(2) For the circuit shown in Figure (b), find V_0. Note that Y_i ($i = 1,2,3,\ldots,n$) is internal admittance of each voltage source.

(3) As shown in Figure (c), a load impedance Z_L is connected to the output port of a two-port network (four-terminal network) that is defined by the cascade matrix $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$. Find the impedance measured from the input port.

(4) For the circuit with an ideal operational amplifier shown in Figure (d), answer the following questions.

(a) Find V_a.

(b) Find V_2 / V_1.

(c) Explain what kind of filter this circuit is.

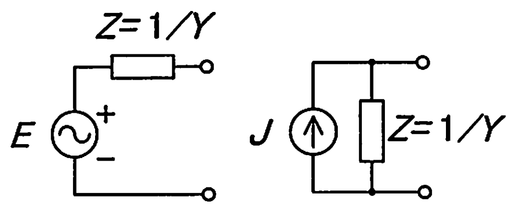


Figure (a)

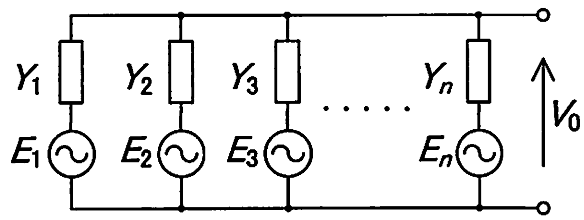


Figure (b)

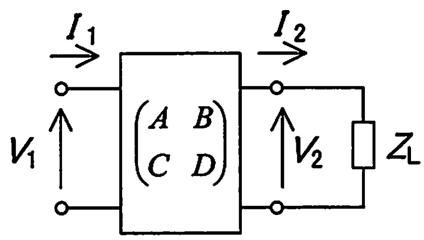


Figure (c)

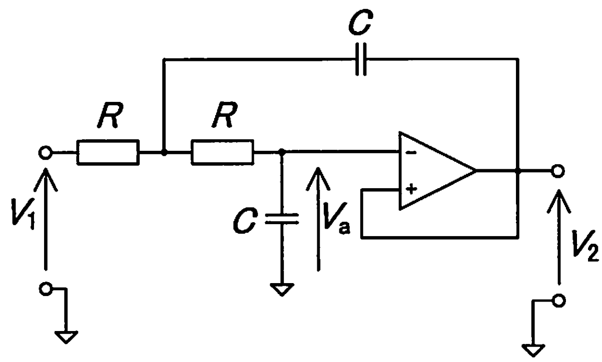


Figure (d)

A-6

下記のすべての問に答えよ．(English translation is given on the next page.)

(1) S_A と S_B は記憶のない定常情報源であり，S_A は情報源記号 0，1 をそれぞれ 3/4，1/4 の確率で，S_B は 0，1 をそれぞれ 5/8，3/8 の確率で発生させる．以下の問に答えよ．$\log_2 3 = 1.6$, $\log_2 5 = 2.3$ を用いてよい．

(a) コンパクト符号の定義を述べよ．

(b) S_A の 2 次の拡大情報源に対する 2 元ハフマン符号化を示せ．また，そのときの情報源記号 1 つあたりの平均符号長を算出せよ．

(c) S_A のエントロピーを算出せよ．

(d) 情報源 S_X は 2 つの状態をもち，状態 s_A では S_A として，状態 s_B では S_B として情報源記号を発生させる．S_X が情報源記号 1 を発生させると，その状態が遷移する．S_X の状態遷移図を描け．

(e) 問 (d) の S_X の定常分布を求めよ．

(f) 問 (d) の S_X が情報源記号 1 を発生させる確率を求めよ．

(2) 符号長 n，誤り訂正能力 t の 2 元符号の符号語数を M とすると次式（ハミングの限界式と呼ばれる）が成立することを証明せよ．また，ハミング符号の場合には等号が成立することを証明せよ．ただし，${}_n\mathrm{C}_i = \frac{n!}{(n-i)!i!}$ である．

$$M \leq \frac{2^n}{\sum_{i=0}^{t} {}_n\mathrm{C}_i}$$

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

(1) $\mathrm{S_A}$ and $\mathrm{S_B}$ are stationary memoryless information sources. $\mathrm{S_A}$ generates information symbols 0 and 1 with probabilities 3/4 and 1/4, respectively, while $\mathrm{S_B}$ generates 0 and 1 with probabilities 5/8 and 3/8, respectively. Answer the following questions. $\log_2 3 = 1.6$ and $\log_2 5 = 2.3$ may be used.

(a) Describe the definition of compact code.

(b) Find a binary Huffman code for the second extension of $\mathrm{S_A}$ and the expected codeword length per symbol.

(c) Find the value of the entropy of $\mathrm{S_A}$.

(d) An information source $\mathrm{S_X}$ has two states and generates information symbols as $\mathrm{S_A}$ and $\mathrm{S_B}$ when its state is $\mathrm{s_A}$ and $\mathrm{s_B}$, respectively. $\mathrm{S_X}$ transits from a state to the other state when it generates information symbol 1. Draw the state diagram of $\mathrm{S_X}$.

(e) Find the stationary distribution of $\mathrm{S_X}$ in Question (d).

(f) Find the probability that $\mathrm{S_X}$ in Question (d) generates information symbol 1.

(2) Prove that the following relation (it is called Hamming bound) holds true where M is the total number of codewords of a binary code with code length n and error correcting capability t. Then, prove that equality holds true in the case of Hamming code, where ${}_n\mathrm{C}_i = \frac{n!}{(n-i)!i!}$.

$$M \leq \frac{2^n}{\sum_{i=0}^{t} {}_n\mathrm{C}_i}$$

A-7

以下の全ての問に答えよ．

Answer all the following questions.

以下は，配列 a の 要素 $a[l], a[l+1], \ldots, a[h]$ を昇順に並べ変えるクイックソート手続き $\mathsf{qsort}(a, l, h)$ の擬似コードである．$\mathsf{swap}(a, i, j)$ は配列 a の i, j 番目の要素を交換する手続きである．

The following pseudocode shows a procedure of quicksort $\mathsf{qsort}(a, l, h)$ to sort elements $a[l], a[l+1], \ldots, a[h]$ of the given array a in the increasing order, where $\mathsf{swap}(a, i, j)$ is a procedure to swap the i-th and j-th elements of array a.

```
qsort(a, l, h) :
if l < h
  then
      b := l; p := a[l];
      for i := l + 1 to h step 1 do
         if (p > a[i]) then b := b + 1; swap(a, [ 1 ], [ 2 ]); fi od
      swap(a, l, b);
      qsort(a, l, b − 1);
      qsort(a, b + 1, h); fi
```

(1) $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ にあてはまる式を与え，手続き qsort を完成させよ．

Give expressions for $\boxed{1}$ and $\boxed{2}$ to complete the procedure qsort.

(2) qsort 中の for ループの各繰り返しの先頭時点での配列 a の要素，変数 l, h, p, b, i の関係を図示して説明せよ．

Illustrate and explain the relationship between elements in array a, variables l, h, p, b, and i at the beginning of each iteration of the for-loop in qsort.

(3) 長さ 7 の配列 a に対し $\mathsf{qsort}(a, 0, 6)$ を実行した時に，要素間の比較回数が最大になるように a の初期要素 $a[0], \ldots, a[6]$ を与えよ．一般に，長さ n の配列 a に対し $\mathsf{qsort}(a, 0, n-1)$ を実行した時，要素間の最大比較回数は何回になるか答えよ．

Suppose the length of a is 7. Give initial values $a[0], \ldots, a[6]$ so that $\mathsf{qsort}(a, 0, 6)$ performs the largest number of comparisons among array elements. When $\mathsf{qsort}(a, 0, n-1)$ is run on an array a of length n, how many comparisons of array elements are performed in the worst case, in general?

(4) 代入文 $b := l$; の前に$\mathsf{swap}(a, \mathsf{rand}(l, h), l)$; を挿入するとしよう．(ただし $\mathsf{rand}(x, y)$ はx 以上 y 以下のランダムな整数を表す．) この修正にはどのようなメリットがあるか答えよ．

Suppose we insert $\mathsf{swap}(a, \mathsf{rand}(l, h), l)$; before the assignment $b := l$;. Here, $\mathsf{rand}(x, y)$ represents a random integer i such that $x \leq i \leq y$. What are merits of this modification?

(5) マージソートが，どのようなアルゴリズムかを説明し，様々な観点からクイックソートと比較せよ．

Explain mergesort and compare it with quicksort from various viewpoints.

A-8

下記のすべての問に答えよ．

(1) ２進表現について，以下の問に答えよ．

(a) 次の数を８ビットの２の補数表現で表せ．

(i) +28　　(ii) −40

(b) 次の８ビットの２の補数表現の２進数を８ビット符号付き絶対値表現に変換せよ．

(i) 11000000　　(ii) 10111111

(c) 次の８ビットの２の補数表現の２進数体系での加算および減算の結果を示せ．

(i) 11000000+11000000　　(ii) 11000000+10111111

(iii) 11000000−10111111　　(iv) 10111111−11000000

(d) 8ビットの2の補数表現の2進数体系で 10111111 を2ビット算術右シフトした結果を示せ．

(2) 次の６ビットの２の補数表現の２進数に対する乗算において全ての部分積を明示することにより２次のブースのアルゴリズムを説明せよ。

被乗数：011101、乗数：010110

(3) コンピュータ（命令セットアーキテクチャ）における以下のデータアドレシングモードについて説明せよ．

(a) 即値　　(b) レジスタ　　(c) ベース相対（ベース＋オフセット）

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions on the binary number system.

(a) Express the following numbers in the 8-bit two's complement representation.

(i) +28　　(ii) −40

(b) Convert the following 8-bit two's complement binary numbers into the 8-bit sign-and-magnitude representation.

(i) 11000000　　(ii) 10111111

(c) Show the results of the following additions and subtractions in the 8-bit two's complement binary number system.

(i) 11000000+11000000　　(ii) 11000000+10111111

(iii) 11000000−10111111　　(iv) 10111111−11000000

(d) Show the result of the 2-bit arithmetic right shift operation on 10111111 in the 8-bit two's complement binary number system.

(2) Explain radix-4 modified Booth's algorithm by showing all the partial products of the multiplication for the following pair of 6-bit two's complement binary numbers.

Multiplicand: 011101,　Multiplier: 010110

(3) Explain the following data addressing modes in a computer (instruction set architecture).

(a) immediate　　(b) register　　(c) base-relative (base + offset)

A-9

以下の問に答えよ．算術オーバーフローは起こらないものと仮定せよ．(English translation is given on separate pages.)

以下の BNF で文法が定義されるプログラミング言語 $\mathcal{L}$ を考える．

$$
\begin{array}{rcl}
i & ::= & \textbf{skip} \mid \textbf{push}(n) \mid \textbf{pop} \mid \textbf{op} \mid \textbf{dup} \mid \textbf{whilenz}\ [is] \mid \textbf{whilegt1}\ [is] \\
is & ::= & i_1 \ldots i_n \\
\textbf{op} & ::= & \mathit{plus} \mid \mathit{minus} \mid \mathit{le}
\end{array}
$$

i は命令を表すメタ変数，is は命令列を表すメタ変数，**op** は二項演算を表すメタ変数，n は整数定数を表すメタ変数である．

$\mathcal{L}$ のプログラムは与えられた命令列に従って整数のスタック S を操作する．スタック S 内のトップの要素から数えて i 番目 ($i = 0, 1, \ldots$) の要素を，$S(i)$ と書く．以下ではスタック S を $[S(0), S(1), \ldots, S(n-1)]$ のように表記することがある．例えば，トップから $0, 1, 2$ が並んでいるスタックを $[0, 1, 2]$ と表記する．このスタックを一回ポップすると，スタックは $[1, 2]$ に変化する．$S(i)$ という表記は以下の説明のために用いるものであり，プログラム中でこの表記を用いることはできないことに注意せよ．

各命令はスタックを以下のように操作する．

- **skip**: スタックに変化を加えない．
- **push**(n): 整数 n をスタックにプッシュする．n は $\ldots, -1, 0, 1, \ldots$ のような整数定数でなければならない．
- **pop**: スタックのトップの要素をスタックからポップする．
- **op**: $S(0)$ と $S(1)$ に演算 **op** で表される計算を行い (この結果を a と書く)，$S(0)$ と $S(1)$ をスタックから取り除き，a をスタックにプッシュする．具体的には，以下の演算が用意されている．
  - 命令が *plus* である場合，計算結果 a は $S(1) + S(0)$ となる．例えば S が $[3, 2, 1]$ である状態で *plus* を実行すると実行後のスタックは $[5, 1]$ となる．
  - 命令が *minus* である場合，計算結果 a は $S(1) - S(0)$ となる．例えば S が $[9, 7, 5]$ である状態で *minus* を実行すると，実行後のスタックは $[-2, 5]$ となる．
  - 命令が *le* である場合，計算結果 a は，$S(1) \leq S(0)$ であれば 1，$S(1) > S(0)$ であれば 0 となる．例えば S が $[5, 2, 1]$ である状態で *le* を実行すると実行後のスタックは $[1, 1]$ となり，S が $[2, 5, 1]$ である状態で *le* を実行すると実行後のスタックは $[0, 1]$ となる．
- **dup**: スタックのトップの要素を複製する．すなわち，現在の $S(0)$ をスタックにプッシュする．例えば，スタックが $[0, 1, 2]$ であったとき，命令 **dup** を実行すると実行後のスタックが $[0, 0, 1, 2]$ となる．
- **whilenz** [is]: スタックのトップの要素が 0 であれば何もせず，0 でなければ is を実行した後に，再び **whilenz** [is] を実行する．
- **whilegt1** [is]: スタックの要素数が 1 以下であれば何もせず，1 より大であれば is を実行した後に，再び **whilegt1** [is] を実行する．

(1) 空のスタックから始めて以下の $\mathcal{L}$ のプログラムを実行したときのスタックの変化を順を追って説明せよ．

push(5) **dup** *minus* **pop**

(2) 正の整数 n のみを要素として含む長さ 1 のスタック $[n]$ から以下の命令列の実行を始めて，実行が停止

continued on next page
次 頁 へ 続 く

するならば，そのときのスタックの状態はどのようになっているか．

whilenz [**dup** **push**(1) *minus*]
whilegt1 [*plus*]

(3) 初期状態におけるスタックが [1] であればスタックのトップが 0 である状態で停止し，[n]（ただし $n \neq 1$）であれば停止しない $\mathcal{L}$ のプログラムを一つ書け．書いたプログラムがなぜその通りに動作するかを説明すること．

(4) 言語 $\mathcal{L}$ のインタプリタの実装を示せ．解答に先立ち，インタプリタを実装するための言語を以下から選択し明示すること: C, C++, Java, Scheme, Racket, OCaml, Haskell. 解答にあたっては以下の点に留意すること．

- インタプリタの実装をすべて書く必要はなく，**pop** 命令，*plus* 命令，**whilenz** 命令，**whilegt1** 命令の実装が分かるように解答すればよい．
- 命令とスタックをどのようなデータ構造で表現したかを説明すること．
- 上記の言語仕様に未定義動作があれば，どの部分が未定義で，解答においてその未定義動作をどのように扱ったかを明示的に説明すること．

continued on next page
次　頁　へ　続　く

Answer all the following questions. Assume that overflows do not happen during execution of a program.

$\mathcal{L}$ is a programming language whose syntax is defined by the following BNF:

$$\begin{array}{rcl} i & ::= & \textbf{skip} \mid \textbf{push}(n) \mid \textbf{pop} \mid \textbf{op} \mid \textbf{dup} \mid \textbf{whilenz}\ [is] \mid \textbf{whilegt1}\ [is] \\ is & ::= & i_1 \ldots i_n \\ \textbf{op} & ::= & \textit{plus} \mid \textit{minus} \mid \textit{le} \end{array}$$

i is the metavariable for *instructions*; is is the metavariable for *instruction sequences*; **op** is the metavariable for a *binary operators*; and n is the metavariable for integer constants.

An $\mathcal{L}$ program manipulates an integer stack S following a given instruction sequence. We write $S(i)$ ($i = 0, 1, \ldots$) for the i-th element in S counted from the top. We often write $[S(0), S(1), \ldots, S(n-1)]$ for the stack S. For example, we write $[0, 1, 2]$ for the stack that contains elements $0, 1, 2$ in this order from the top. If we pop this stack once, the stack changes to $[1, 2]$. Note that the notation $S(i)$ is introduced for explaining the language $\mathcal{L}$ below; it is not for use in an $\mathcal{L}$ program.

Each instruction manipulates the stack as follows:

- **skip** does not change the stack.
- **push**(n) pushes the integer n to the stack. n must be an integer constant like $\ldots, -1, 0, 1, \ldots$.
- **pop** pops the top element of the stack.
- **op** applies the operator **op** to $S(0)$ and $S(1)$; we write a for the result of the operation below. The instruction removes $S(0)$ and $S(1)$ from the stack and pushes a to the stack. **op** is one of the following operators:
  - The operator *plus* sets the result a to $S(1) + S(0)$. For example, if *plus* is executed with stack $[3, 2, 1]$, then the stack after this instruction is $[5, 1]$.
  - The operator *minus* sets the result a to $S(1) - S(0)$. For example, if *minus* is executed with stack $[9, 7, 5]$, then the stack after this instruction is $[-2, 5]$.
  - The operator *le* sets the result a to 1 if $S(1) \leq S(0)$; to 0 if $S(1) > S(0)$. For example, if *le* is executed with stack $[5, 2, 1]$, then the stack after this instruction is $[1, 1]$. If it is executed with stack $[2, 5, 1]$, then the stack after this instruction is $[0, 1]$.
- **dup** duplicates the top element of the stack. Concretely, it pushes the current $S(0)$ to the stack. For example, if the stack is $[0, 1, 2]$, then **dup** changes the stack to $[0, 0, 1, 2]$.
- **whilenz** [is] does nothing if the top of the stack is 0. If the top element is not 0, the instruction executes is and then executes **whilenz** [is] again.
- **whilegt1** [is] does nothing if the number of the elements in the stack is less than or equal to 1. If it is greater than 1, this instruction executes is and then executes **whilegt1** [is] again.

Parentheses may be used in writing a program if they are necessary.

(1) Explain how the stack sequentially changes if the following $\mathcal{L}$ program is executed with the initial stack being empty.

push(5) **dup** *minus* **pop**

(2) We execute the following instruction sequence with the initial stack being [n] that contains only

continued on next page
次 頁 へ 続 く

one positive integer n. If the execution terminates, what is the resulting stack in the final state?

whilenz [**dup** **push**(1) *minus*]
whilegt1 [*plus*]

(3) Write an $\mathcal{L}$ program that satisfies the following specification: The program terminates with the stack whose top is 0 if it is executed with the initial stack being [1]; the program does not terminate if it is executed with the initial stack being $[n]$ where $n \neq 1$. Explain why your program satisfies the specification.

(4) Describe the implementation of an interpreter for $\mathcal{L}$. First declare a programming language that you use to implement the interpreter from the following choices: C, C++, Java, Scheme, Racket, OCaml, and Haskell. Your answer should satisfy the following conditions:

- You do not need to write down the whole implementation of your interpreter; it suffices to show the implementation of the following instructions: **pop**, *plus*, **whilenz**, and **whilegt1**.
- You should explain the data structure for instructions and stacks that you use in your implementation.
- If the specification of $\mathcal{L}$ above contains undefined behaviors, you should explicitly explain them and how you defined these undefined behaviors.

Japanese version shall be the authorized version; the English translation for reference only.

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻　修士課程入学者選抜試験問題
(平成 29 年度 10 月期入学・平成 30 年度 4 月期入学)
Admissions for October 2017 and for April 2018
Entrance Examination for Master's Program
Department of Communications and Computer Engineering
Graduate School of Informatics, Kyoto University
平成29年8月7日　13:00－16:00
August 7, 2017　13:00 - 16:00

専門基礎B
Problem Set B

注意　(NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎B」の問題用紙で、表紙共に21枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は10問(B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6,B-7,B-8,B-9,B-10)ある。4問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the **"Problem Set B"** in 21 pages including this front cover.
   After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 10 questions;** B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8, B-9, and B-10. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating "Over" at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎B

B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8, B-9, B-10の10問から４問を選択して解答せよ。

Problem Set B

Choose and answer **4 questions** out of B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8, B-9, and B-10.

B-1

下記のすべての問に答えよ．
(English translation is given on the next page.)

(1) ディジタル伝送技術に関する以下の問に答えよ．

(a) 最高周波数が 20 kHz のオーディオ信号を 16 ビット量子化を用いて PCM (Pulse Code Modulation) 伝送する場合に必要なビット速度を求めよ．

(b) 問 (a) のビット列を 16QAM (Quadrature Amplitude Modulation) 変調によって伝送する場合の理想帯域通過フィルタの帯域幅はいくらか．

(c) 問 (a) のビット列をサブキャリアの変調方式が 16QAM である OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 信号として伝送する．この信号を遅延時間差が 20 μs である 2 波を持つ伝搬路で伝送する場合に必要となるガードインターバルの時間割合を 20%以下とするためには，OFDM 信号のサブキャリア数はいくら以上必要か．

(2) 通信ネットワークに関する以下の問に答えよ．

(a) ポアソン分布にしたがって到着する呼の性質を述べよ．

(b) ポアソン分布において，時間 t の間に k 個の呼が到着する確率 $P_k(t)$ は式 (1) で与えられる．λ は呼の平均到着率である．呼の生起間隔が T 以下となる確率を示せ．

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \tag{1}$$

(c) ノードがパケットを送出するモデルを M/M/1 で表す．M/M/1 の到着分布およびサービス時間分布がどのように与えられるか述べよ．

(d) 問 (c) のモデルにおいて，単位時間の平均到着数，平均パケット送信時間をそれぞれ λ, h とし，$h\lambda < 1$ とする．このとき，送信中のパケットを含むバッファ内のパケット数が i である確率 $p(i)$ (i=0, 1, 2, ...) は $(1-\rho)\rho^i$ で与えられる．ただし，$\rho = h\lambda$ である．平均系内パケット数を求めよ．

continued on next page
次　頁　へ　続　く

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions related to digital transmission techniques.

(a) Find the required bit rate of PCM (Pulse Code Modulation) transmission using 16-bit quantization to transmit an audio signal with frequency up to 20 kHz.

(b) Find the required bandwidth of an ideal bandpass filter to transmit a bit stream of Question (a) by 16QAM (Quadrature Amplitude Modulation).

(c) Suppose OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) transmission with 16QAM subcarrier modulation of a bit stream in Question (a) over the channel with two paths of 20 μs delay time difference. Find the minimum number of subcarriers in order for the guard interval to be less than or equal to 20% of the OFDM signal.

(2) Answer the following questions related to communication networks.

(a) Explain the characteristics of calls that arrive based on Poisson distribution.

(b) $P_k(t)$ in Equation (1) is the probability that k calls arrive during time t in Poisson distribution. λ is the average arrival rate of calls. Find the probability that the interval of call arrivals is equal to or shorter than T.

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \tag{1}$$

(c) Consider packet forwarding at a node that is represented by the M/M/1 model. Describe how the arrival distribution and the service time distribution are given in M/M/1.

(d) Assume that, in the model in Question (c), the average arrival rate and the average transmission time are given as λ and h, respectively, and $h\lambda < 1$. In the model, $p(i)$ (i=0, 1, 2, ...), which is the probability that the number of packets in the buffer is equal to i, is given as $(1-\rho)\rho^i$. Note that the currently forwarded packet is included in the number of packets and $\rho = h\lambda$. Find the average number of packets in the system.

B-4

自由空間中を波長 λ の平面電磁波が z 軸の正方向に向かって伝搬する場合を考える．下記のすべての問に答えよ．ただし媒質の固有インピーダンスを η とする．

(1) この電磁波に伴う電界と磁界の関係を表すマックスウェルの方程式を示せ．

(2) この電磁波の電界は x 成分のみを持ち，その $z=0$ における大きさは時間 t の関数として $E_x(0,t)=E_0\exp(\mathrm{j}\omega t)$ で与えられるものとする．このとき，任意の位置と時間 (z,t) における電界および磁界の各成分を表す式を示せ．

(3) 問 (2) の結果がマックスウェルの方程式を満たすことを示し，λ および η を ω と誘電率 ϵ 及び透磁率 μ で表せ．

(4) ここで $z=0$ の位置に有効開口面積 A_e の無損失アンテナを置き，これと整合する負荷を接続した場合に，この負荷で消費される電力を求めよ．

(5) ここでさらに $z=D$ の位置に z 軸と直交する無限大完全導体平面を置いたとき，問 (4) の負荷で消費される電力を求めよ．ただし，$D\gg\lambda$ かつ $D\gg A_\mathrm{e}/\lambda$ とする．またアンテナの z 軸方向の大きさは λ と比べて十分小さいものとし，その指向性は z 軸の正負方向で同一とする．

Suppose that a planar electromagnetic wave of wavelength λ propagates in a free space toward the direction of positive z axis. Answer all the following questions. The intrinsic impedance of the medium is η.

(1) Show Maxwell's equations that describe the relation between the electric and magnetic fields associated with this wave.

(2) Suppose that the wave has only the x component, and its value at $z=0$ is given as a function of time t as $E_x(0,t)=E_0\exp(\mathrm{j}\omega t)$. Give all components of the electric and magnetic fields at arbitrary position and time (z,t).

(3) Show that the result of Question (2) satisfies Maxwell's equations, and express λ and η in terms of ω, dielectric constant ϵ, and permeability μ.

(4) Consider that a lossless antenna, whose effective area is A_e, is placed at $z=0$, and connected to a matched load. Give the power consumed at this load.

(5) Consider further that an infinite perfectly conducting plane is placed perpendicular to z axis at $z=D$. Give the power consumed at the load given in Question (4) for this case. Here $D\gg\lambda$ and $D\gg A_\mathrm{e}/\lambda$ hold. Also, the size of the antenna in z axis direction is sufficiently small compared to λ, and the directivity of the antenna is the same for the positive and negative z directions.

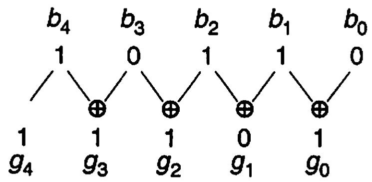
B-5

(English translation is given on the next page.)

$n+1$ 桁の 2 進数 $B=(b_n,\cdots,b_2,b_1,b_0)$ からグレイ符号 $G=(g_n,\cdots,g_2,g_1,g_0)$ へ変換する規則は以下のように表される。

$$
\begin{aligned}
g_i &= b_i \oplus b_{i+1},\quad 0 \le i \le n-1,\\
g_n &= b_n,
\end{aligned}
$$

ここで、$\oplus$ は排他的論理和を表す。例えば、2 進数 10110 に対応するグレイ符号は、以下に示すように 11101 となる。



以下の問に答えよ。

(1) 2 進数 11011 をグレイ符号に変換せよ。

(2) グレイ符号 11011 に変換される 2 進数を求めよ。

(3) G から B への逆変換において、B の最上位桁 b_n を表す論理式を示せ。

(4) G から B への逆変換において、B の i 桁目 b_i $(0 \le i \le n-1)$ を g_i と b_{i+1} の論理関数として表せ。

(5) G から B への逆変換を、最上位桁から最下位桁まで 1 ビットずつ順番に行う Mealy 型同期式順序回路を考える。各時刻の入力は 1 ビットの信号 g であり、出力は 1 ビットの信号 b である。この回路は 1 個の D フリップフロップと適当な論理ゲートを用いて構成することができる。この同期式順序回路に関する以下の問に答えよ。

   (a) 状態数を最小化した状態遷移表と出力表を求めよ。

   (b) D フリップフロップの初期値を 0 とする。D フリップフロップの励起関数 d と順序回路の出力 b を表す論理関数の最小積和形表現を求めよ。なお、D フリップフロップの出力を q とせよ。

(6) G から B への逆変換は、組み合せ回路でも実現できる。3 ビットのグレイ符号 (g_2,g_1,g_0) から対応する 3 ビットの 2 進数 (b_2,b_1,b_0) を生成する組み合せ回路に関する以下の問に答えよ。

   (a) b_2, b_1, b_0 それぞれを、g_2, g_1, g_0 の論理関数として最小積和形表現で示せ。

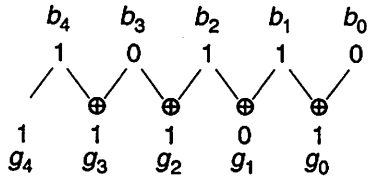
   (b) b_2, b_1, b_0 それぞれを、g_2, g_1, g_0 の論理関数として最小和積形表現で示せ。

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Conversion rule from an $(n+1)$-bit binary number $B = (b_n, \cdots, b_2, b_1, b_0)$ to Gray code word $G = (g_n, \cdots, g_2, g_1, g_0)$ can be expressed as follows.

$$\begin{aligned} g_i &= b_i \oplus b_{i+1}, \quad 0 \le i \le n-1, \\ g_n &= b_n, \end{aligned}$$

where the symbol $\oplus$ denotes the Exclusive-OR operation. For example, the Gray code word that corresponds to the binary number 10110 is found to be 11101 as shown in the following diagram:



Answer the following questions.

(1) Convert the binary number 11011 to the Gray code word.

(2) Obtain the binary number that corresponds to the Gray code word 11011.

(3) In the reverse conversion from G to B, obtain the logic function that represents the most significant digit b_n of B.

(4) In the reverse conversion from G to B, derive the ith digit b_i $(0 \le i \le n-1)$ of B as a logic function of g_i and b_{i+1}.

(5) Consider a Mealy-type synchronous sequential circuit that reverse-converts G to B starting from the most significant digit to the least significant digit one-by-one sequentially. The circuit receives a one-bit input g and produces a one-bit output b at each clock cycle. The circuit consists of one D flip-flop with additional logic gates. Answer the following questions related to the sequential circuit.

   (a) Show the state transition table and the output table with the minimum number of states.

   (b) The initial value of the D flip-flop is assumed to be 0, and the output of the D flip-flop is denoted by q. Obtain the excitation function of the D flip-flop d and the output of the sequential circuit b in a minimal sum-of-products form.

(6) Reverse conversion from G to B can be done by a combinational circuit. Answer the following questions related to reverse conversion from a 3-bit Gray code word (g_2, g_1, g_0) to the corresponding 3-bit binary number (b_2, b_1, b_0) by a combinational circuit.

   (a) Obtain each of b_2, b_1, b_0 as a function of g_2, g_1, g_0 in a minimal sum-of-products form.

   (b) Obtain each of b_2, b_1, b_0 as a function of g_2, g_1, g_0 in a minimal product-of-sums form.

B-6

下記の全ての問に答えよ。
Answer all the following questions.

(1) 32 ビット語長の RISC プロセッサ P は、命令フェッチ、命令デコード、演算実行、メモリアクセス、結果格納の 5 ステージからなるパイプライン機構を有する。P は、1 サイクルに最大 1 命令のフェッチが可能であり、フォワーディング機構を持たない。

表 (a) に、P がサポートする命令セットと命令形式の一部を示す。ここで、add は R 形式の命令であり、レジスタ R[rs] と R[rt] の和をレジスタ R[rd] に書き込む。lw は I 形式の命令であり、レジスタ R[rs] に即値を加えたアドレスのメモリから読みだしたデータをレジスタ R[rt] に格納する。ただし、R[x], M[x] はアドレス x のレジスタおよびメモリを表す。また、op, funct, shamt はそれぞれ命令コード、機能コード、およびシフト量を表す。Imm は即値、SignExtImm は符号拡張した即値、ZeroExtImm はゼロ拡張した即値である。

以下の問に答えよ。

A 32-bit word RISC processor P has a pipelined 5-stage datapath: instruction fetch, instruction decode, execution, memory access, and write back. P fetches at most one instruction per cycle, and equips no data forwarding circuitry.

Table (a) shows a subset of the instruction set of P with the instruction formats. Here, "add" is an R-type instruction that writes the sum of contents of registers R[rs] and R[rt] to register R[rd]. "lw" is an I-type instruction that reads data from memory at the address given by adding an immediate to the contents of R[rs] and writes it to register R[rt], where R[x] and M[x] represent a register of and a memory of address x, respectively. Here, op, funct, and shamt fields denote opcode, function code, and shift amount, respectively. Imm, SignExtImm, and ZeroExtImm, represent immediate, sign extended immediate, and zero extended immediate, respectively.

Answer the questions below.

(a) 図 (a) に示す機械語命令 1–4 をアセンブリ・コードに変換せよ。表 (a) 中にボールド体で示しているアセンブリ・コード記述を用いよ。ただし、レジスタとメモリはそれぞれ R[x], M[x] と表記し、即値は 10 進数で表せ。表にない命令はすべて nop (no operation) とみなすこと。

Answer assembly codes for machine code instructions 1–4 in Figure (a). Use the assembly code representations shown in bold font in Table (a). Registers and memories should be represented as R[x] and M[x], respectivery. Immediate should be represented in decimal. The instructions not listed in the table should be considered as "nop" (no operation).

(b) 図 (a) の機械語命令 1–4 のデータ依存関係を、理由とともに全て挙げよ。

List all data dependencies in the machine code instructions 1–4 in Figure (a) with reason.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

表 (a) 命令形式と命令セット (表内の数字はすべて 10 進数).

Table (a) Instruction formats and instruction set (all numbers in this table are decimal).

命令 Inst- ruction	形式 Format	フィールド Field						アセンブリ・コード **Assembly code** 動作 Operation
	R	op	rs	rt	rd	shamt	funct	
	width	6b	5b	5b	5b	5b	6b	
	I	op	rs	rt	Immediate			
	width	6b	5b	5b	16b			
add	R	0	rs	rt	rd	0	32	**add rd, rs, rt** addition: R[rd] = R[rs] + R[rt]
sub	R	0	rs	rt	rd	0	34	**sub rd, rs, rt** subtraction: R[rd] = R[rs] − R[rt]
and	R	0	rs	rt	rd	0	36	**and rd, rs, rt** logical AND: R[rd] = R[rs] & R[rt]
or	R	0	rs	rt	rd	0	37	**or rd, rs, rt** logical OR: R[rd] = R[rs] | R[rt]
nor	R	0	rs	rt	rd	0	39	**nor rd, rs, rt** logical NOR: R[rd] = ~(R[rs] | R[rt])
addi	I	8	rs	rt	Imm			**addi rt, rs, Imm** add immediate: R[rt] = R[rs] + SignExtImm
andi	I	12	rs	rt	Imm			**andi rt, rs, Imm** AND immediate: R[rt] = R[rs] & ZeroExtImm
ori	I	13	rs	rt	Imm			**ori rt, rs, Imm** OR immediate: R[rt] = R[rs] | ZeroExtImm
lw	I	35	rs	rt	Imm			**lw rt, Imm(rs)** load word: R[rt] = M[R[rs] + SignExtImm]
sw	I	43	rs	rt	Imm			**sw rt, Imm(rs)** store word: M[R[rs] + SignExtImm] = R[rt]
sll	R	0	0	rt	rd	shamt	0	**sll rd, rt, shamt** logical shift left: R[rd] = R[rt] << shamt
srl	R	0	0	rt	rd	shamt	2	**srl rd, rt, shamt** logical shift right: R[rd] = R[rt] >> shamt
sra	R	0	0	rt	rd	shamt	3	**sra rd, rt, shamt** arithmetic shift right: R[rd] = R[rt] >> shamt

```
Instruction 1:    00225022
Instruction 2:    01425825
Instruction 3:    2141fff0
Instruction 4:    ad420080
```

図 (a) 機械語命令列 (16 進数)

Figure (a) Sequence of machine code instructions (hexadecimal).

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(2) キャッシュを搭載するプロセッサが図 (b) に示すアドレス (16 進数で書かれている) に格納された命令語（1 語は 4 バイト）を上から順にアクセスする。以下の問に答えよ。
A processor with a cache memory accesses to instruction words (1-word = 4-byte) stored in the addresses (represented in hexadecimal) shown in Figure (b) from top to bottom. Answer the questions below.

(a) 上記のキャッシュはダイレクト・マップ・キャッシュとする。キャッシュの一部には当初は表 (b) に示すタグと命令語が格納されており、キャッシュ・ブロックは全て有効である。図 (b) に示すアドレスごとのアクセスがそれぞれヒットするかミスするかをその理由と合わせて示せ。

The cache is a direct-mapped cache. A part of the cache initially stores the tags and the instruction words shown in Table (b) and all cache blocks in the cache are initially valid. Answer whether each access to the address shown in Figure (b) is a hit or a miss with reason.

(b) 上記のキャッシュは 2 ウェイ・セット・アソシアティブ・キャッシュとする。キャッシュの置き換えアルゴリズムは LRU (Least Recently Used) である。キャッシュの一方のウェイは当初空である。キャッシュの他方のウェイの一部には当初は表 (b) に示すタグと命令語が格納されており、このウェイのキャッシュ・ブロックは全て有効である。図 (b) に示すアドレスごとのアクセスがそれぞれヒットするかミスするかをその理由と合わせて示せ。

The cache is a 2-way set associative cache. The cache replacement algorithm is an LRU (Least Recently Used). One way of the cache is initially empty. A part of the other way in the cache initially stores the tags and the instruction words shown in Table (b) and all cache blocks in this way are initially valid. Answer whether each access to the address shown in Figure (b) is a hit or a miss with reason.

address-1 :	2c481c60
address-2 :	2c480c44
address-3 :	2c480c58
address-4 :	2c487c6c
address-5 :	2c488c70
address-6 :	2c487c4c
address-7 :	2c487c50
address-8 :	2c481c64
address-9 :	2c480c48

図 (b) メモリアクセス系列
Figure (b) Sequence of memory accesses.

表 (b) キャッシュの一部に記憶された命令語
Table (b) Instruction words in a part of cache.

タグの値 Values of tag (2 進数/binary)	セット番号 Set number (2 進数/binary)	ブロック内の命令語の値 Values of instruction words in a block (16 進数/hexadecimal)			
		11	10	01	00
0010 1100 0100 1000 0111	1100 0100	238c49d4	439eef08	d0222931	e6a996ca
0010 1100 0100 1000 0000	1100 0101	40ee474c	fdea8041	21b9fa62	0acbd274
0010 1100 0100 1000 0111	1100 0110	7d3c6c64	2bceae88	02f7c69f	93c55da5
0010 1100 0100 1000 1000	1100 0111	518ae45b	eb1ed594	1ffc6699	be4816f9

$\boxed{\text{B-7}}$

(English translation is given on the next page.)

最大連続部分和問題とは、与えられた n 個の整数 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ に対し、最大の連続部分和を求める問題である。すなわち、a_s から a_t までのすべての要素の和を

$$S(s,t) = \sum_{i=s}^{t} a_i$$

と記したとき、$S(s,t)$ が最大となるような整数 s と t（ただし、$1 \le s \le t \le n$）を求める問題である。本設問では、すべての s と $t \ge s$ に対して、部分和 $S(s,t)$ の絶対値が C で抑えられる（すなわち、$|S(s,t)| \le C$）と仮定する。ただし、C は n に依存しない定数である。以下のすべての問に答えよ。

(1) 以下の表は $n = 11$ のときの入力の例である。この例において $S(s,t)$ が最大となるような整数 s と t（ただし、$1 \le s \le t \le n$）を求めよ。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a_i	9	−11	31	−23	21	27	−12	−11	29	−5	3

(2) 任意の整数 $k \in \{2, 3 \ldots, n-1\}$ が与えられたとき、部分和 $S(s,t)$ が最大となるような $s \in \{1, 2, \ldots, k-1\}$ と $t \in \{k+1, k+2, \ldots, n\}$ を求める問題を考える。この問題を $O(n)$ 時間で解くアルゴリズムを与えよ。

(3) 分割統治法及び問 (2) のアルゴリズムを用いて、最大連続部分和問題を $O(n \log n)$ 時間で解くアルゴリズムを与えよ。

(4) 任意の $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$ に対し、$S(s,i)$ の最大値（ただし、$1 \le s \le i$）を M_i と表す。任意の $i \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ に対し、

$$M_{i+1} = \max(M_i + a_{i+1}, a_{i+1})$$

が成立することを示せ。この関係式に基づき、最大連続部分和問題を $O(n)$ 時間で解くアルゴリズムを与えよ。

continued on next page
次　頁　へ　続　く

The maximum continuous partial sum problem asks, given n integers $a_1, a_2, \ldots, a_n$, to find the maximum continuous partial sum. That is, when denoting by

$$S(s,t) = \sum_{i=s}^{t} a_i$$

the sum of all the elements from a_s to a_t, this problem asks to find integers s and t (such that $1 \leq s \leq t \leq n$) that maximize the quantity $S(s,t)$. In this problem we make the following assumption on the input: there exists a constant C independent of n such that for all s and $t \geq s$ the absolute value of the partial sum $S(s,t)$ is bounded from above by C (i.e., $|S(s,t)| \leq C$). Answer all the following questions.

(1) The following table gives an example for $n = 11$. Find the values of s and t, with $1 \leq s \leq t \leq n$, that maximize the quantity $S(s,t)$ for this example.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a_i	9	-11	31	-23	21	27	-12	-11	29	-5	3

(2) Given an integer $k \in \{2, 3 \ldots, n-1\}$, consider the problem of maximizing the partial sum $S(s,t)$ over all $s \in \{1, 2, \ldots, k-1\}$ and $t \in \{k+1, k+2, \ldots, n\}$. Describe an $O(n)$-time algorithm that solves this problem.

(3) Using the divide-and-conquer approach and the algorithm of Question (2), give an algorithm solving the maximum continuous partial sum problem in time $O(n \log n)$.

(4) For any integer $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, let M_i denote the maximum of the quantity $S(s,i)$ over all $s \in \{1, 2, \ldots, i\}$. Show that the relation

$$M_{i+1} = \max(M_i + a_{i+1}, a_{i+1})$$

holds for any $i \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$. Based on this relation, give an algorithm solving the maximum continuous partial sum problem in time $O(n)$.

B-8

生成規則の集合

$$P_1 = \{S \to \epsilon \mid aAbS \mid bBaS, A \to \epsilon \mid aAbA, B \to \epsilon \mid bBaB\}$$

を持つ文法 $G_1 = \langle P_1, S \rangle$、および、生成規則の集合

$$P_2 = \{S \to \epsilon \mid aSbS \mid bSaS\}$$

を持つ文法 $G_2 = \langle P_2, S \rangle$、に関して、以下の全ての問に答えよ。
ただし、S は非終端記号、a, b は終端記号、ϵ は空文字列である。

(1) G_1 で生成される長さ 4 以下の文字列を全て列挙せよ。

(2) G_2 で生成される長さ 4 以下の文字列を全て列挙せよ。

(3) G_1 が LL(1) 文法であるか否か、理由とともに答えよ。

(4) G_2 が LL(1) 文法であるか否か、理由とともに答えよ。

(5) G_1 が生成する言語が LL(1) 言語であるか否か、理由とともに答えよ。

(6) G_2 が生成する言語が LL(1) 言語であるか否か、理由とともに答えよ。

Answer all the following questions on grammar $G_1 = \langle P_1, S \rangle$ with the production rules

$$P_1 = \{S \to \epsilon \mid aAbS \mid bBaS, A \to \epsilon \mid aAbA, B \to \epsilon \mid bBaB\}$$

and grammar $G_2 = \langle P_2, S \rangle$ with the production rules

$$P_2 = \{S \to \epsilon \mid aSbS \mid bSaS\} .$$

Here, S is a nonterminal symbol, a and b are terminal symbols, and ϵ is the empty string.

(1) Enumerate all strings up to length 4 generated by grammar G_1.

(2) Enumerate all strings up to length 4 generated by grammar G_2.

(3) Decide if G_1 is an LL(1) grammar or not. Describe the reason.

(4) Decide if G_2 is an LL(1) grammar or not. Describe the reason.

(5) Decide if the language generated by G_1 is an LL(1) language or not. Describe the reason.

(6) Decide if the language generated by G_2 is an LL(1) language or not. Describe the reason.

B-9

下記のすべての設問に答えよ．(English translation is given on the next page.)

1. 従業員のデータを記録している関係スキーマ $Emp(eid, did, skill)$ を考える．ここで，属性 $eid, did, skill$ は，それぞれ従業員番号，従業員が所属する部門の番号，従業員の技量を表す．
   (a) 以下の問合せを，(i) 関係代数，(ii) 定義域関係論理，(iii) SQL で表現せよ．
   「異なる二つ以上の部門に所属する従業員の従業員番号を求めよ．」
   (b) 上記の問題 (a)(ii) の解答において自由変数がどこに出現しているか説明せよ．
   (c) 自由変数が出現しない論理式は，関係データベーススキーマの一貫性制約を表しているとみなすことができる．以下の論理式はどのような一貫性制約を表しているか説明せよ．

$$\neg(\exists x \exists y \exists y' \exists z \exists z' (Emp(x, y, z) \wedge Emp(x, y', z') \wedge (y \neq y')))$$

   (d) 上記の問題 (c) の一貫性制約が成立するときに，以下の式が成立するかどうか答えよ．また，その理由を説明せよ．

$$(\pi_{eid,did} Emp) \bowtie (\pi_{eid,skill} Emp) = Emp$$

2. 以下の関係データベーススキーマを考える．

$$\begin{array}{l} Employee(\underline{eid}, ename, skill) \\ Department(\underline{did}, dname) \\ Works\_for(\underline{eid}, did, contract) \end{array}$$

ここで，関係 $Employee$ の各属性は，従業員番号 (eid)，従業員名 ($ename$)，従業員の技量 ($skill$) を表す．また，関係 $Department$ の各属性は，部門番号 (did)，部門名 ($dname$) を表す．さらに，関係 $Works\_for$ は，従業員 (eid) が部門 (did) に所属すること，及びその契約 ($contract$) を表す．下線を施した属性はキーであり，以下の外部キー制約が成立するものとする．

$$\begin{array}{l} Works\_for.eid \subseteq Employee.eid \\ Works\_for.did \subseteq Department.did \end{array}$$

この関係データベーススキーマに対応する実体関連図を描きなさい．

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all of the following questions.

1. Consider a relational schema $Emp(eid, did, skill)$ recording employees' data. Here, the attributes $eid, did, skill$ mean employee id, department id to which the employee belongs, and employee's skill, respectively.
   (a) Write the following query in (i) relational algebra, (ii) domain relational calculus, and (iii) SQL:

   "Return the ids of employees who belong to two or more different departments."

   (b) Explain where are the occurrences of free variables in the answer to the above question (a)(ii).
   (c) We can regard formulas without occurrences of free variables as integrity constraints of relational database schemas. Explain what kind of integrity constraints the following formula represents:

$$\neg(\exists x \exists y \exists y' \exists z \exists z' (Emp(x, y, z) \wedge Emp(x, y', z') \wedge (y \neq y'))).$$

   (d) Does the following equation hold when the integrity constraint in the above question (c) holds? Explain the reason.

$$(\pi_{eid,did} Emp) \bowtie (\pi_{eid,skill} Emp) = Emp$$

2. Consider the following relational database schema:

$$Employee(\underline{eid}, ename, skill)$$
$$Department(\underline{did}, dname)$$
$$Works\_for(\underline{eid}, did, contract).$$

   Attributes of the relation *Employee* represent employee id (*eid*), employee name (*ename*), and employee skill (*skill*). Attributes of the relation *Department* represent department id (*did*) and department name (*dname*). Also a record of the relation *Works_for* represents that an employee (*eid*) belongs to a department (*did*) under a contract (*contract*). Underlined attributes are keys. The following foreign key constraints hold:

$$Works\_for.eid \subseteq Employee.eid$$
$$Works\_for.did \subseteq Department.did.$$

   Draw an ER diagram that corresponds to this relational database schema.

B-10

2人ゲームでの敵対探索に関する以下の5つの問いに答えよ.

(1) 3×3の盤面を用いる3目並べ（別名〇×ゲーム，tic-tac-toe）を例に，ゲーム木を説明せよ．3目並べとは，3×3の格子を用意し，二人のプレイヤが交互に「〇」と「×」を書き込んでいき，縦・横・斜めのいずれか1列に3個自分のマークを並べると勝ちとなるゲームである.

(2) ミニマックス法を説明せよ.

(3) アルファ・ベータ枝刈りを説明せよ.

(4) アルファ・ベータ枝刈りの観点でのゲーム木の理想的な状況を説明せよ．また，理想的な状況において，深さ3，分岐数3のゲーム木では，いくつの葉節点が評価されるか説明せよ．ここで，理想的とは，アルファ・ベータ枝刈りによって枝刈りされる節点の数が最大化される状況を指すものとする.

(5) 深さ d，分岐数 b のゲーム木に対して，アルファ・ベータ枝刈りの観点から理想的な場合（最適に配置されたゲーム木）と最悪の場合を比較して，アルファ・ベータ枝刈りによってどの程度性能を改善できるか説明せよ.

Answer the following five questions about an adversarial search in two-player games.

(1) Explain the game tree by using a 3×3 grid tic-tac-toe as an example. Tic-tac-toe is a game for two players, X and O, who take turns marking the spaces in a 3×3 grid. The player who succeeds in placing three respective marks in a horizontal, vertical, or diagonal row wins the game.

(2) Explain the minimax method.

(3) Explain alpha-beta pruning.

(4) Explain the ideal situation of game trees from the perspective of alpha-beta pruning. Also, in the ideal situation, explain how many leaf nodes are evaluated for a game tree with depth 3 and branching factor 3. Here, ideal means that the number of nodes pruned by alpha-beta pruning is maximized.

(5) Explain how much alpha-beta pruning can improve performance by comparing the ideal case (optimally arranged game tree) and the worst case for the game tree with depth d and branching factor b.