

| 受 験 番 号 | | | | | |
|---------|--|--|--|--|--|
| | | | | | |

東京大学大学院新領域創成科学研究科

物質系専攻

平成 19（2007）年度大学院入学試験問題

修士課程・博士後期課程共通

専 門 科 目

平成 18（2006）年 8 月 23 日（水）

13：30～16：30（180 分）

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子の総ページ数は 26 ページです。落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所などがあつた場合には申し出て下さい。
3. この問題冊子の中にある第 1 問から第 13 問までの中から 4 問を選択し、解答して下さい。各 1 問につき解答用紙 1 枚を使って下さい。必要ならば裏面を使用しても構いません。その場合、裏面に続くことを明記して下さい。
4. 解答には必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用して下さい。
5. 解答は日本語または英語で記入して下さい。
6. 配布された解答用紙（4 枚）の指定箇所に、受験番号とその解答用紙で解答する問題番号を忘れずに記入して下さい。
7. この問題冊子にも必ず受験番号を記入して下さい。問題冊子は試験終了後に回収します。
8. 試験開始後は、たとえ棄権する場合でも退室することはできません。

第 1 問

図 1 に示すように、質量 M で半径 a の滑車に軽くて伸びない糸をかけてつるす。糸の両端は、2 つのばね、 S_1 と S_2 を介して固定されている。 S_1 と S_2 のばね定数はそれぞれ k_1 と k_2 である。糸の間隔は滑車の直径に等しく、糸と滑車は滑らないものとする。また、滑車の運動は、図中の鉛直軸に平行な並進運動と中心（重心と一致する）を通る紙面に垂直な軸の周りの回転だけで表されるものとする。この軸の周りの滑車の慣性モーメントは I である。重力加速度を g として、以下の間に答えよ。

- (1) 滑車が静止した状態で、それぞれのばねの自然長からの伸びはいくらか。
- (2) 上記の静止状態（図中の点線）からの滑車の中心のずれを z 、回転角を θ として、この系の運動方程式を書き下せ。
- (3) 前問で求めた運動方程式から、この系の固有振動の角振動数を求めよ。
- (4) $I = Ma^2$ 、 $k_1 \neq k_2$ のとき、固有振動の特徴を説明せよ。
- (5) $I \neq Ma^2$ 、 $k_1 = k_2$ のとき、固有振動の特徴を説明せよ。

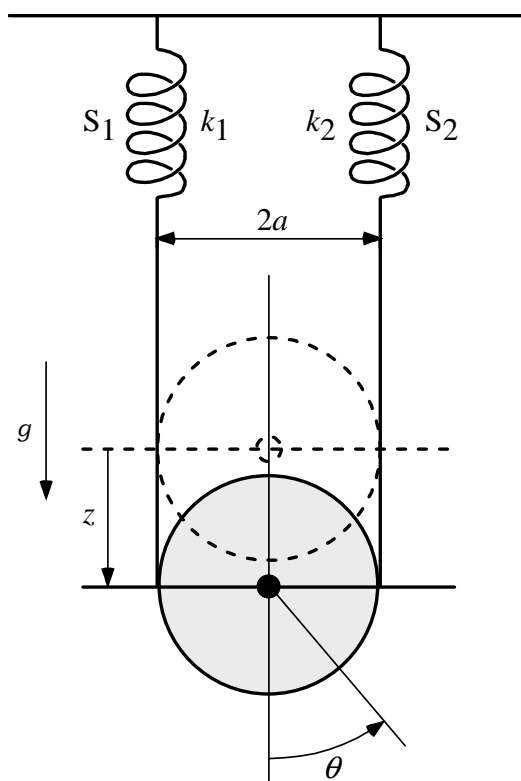


図 1

第2問

一般の誘電体では、その誘電率は加えられた電場の振動数の関数になる。すなわち、電場ベクトルを $\mathbf{E}(t) = \tilde{\mathbf{E}}(\omega) \exp(i\omega t)$ 、電束密度ベクトルを $\mathbf{D}(t) = \tilde{\mathbf{D}}(\omega) \exp(i\omega t)$ と複素表示（注を参照）で表すとき、 $\tilde{\mathbf{D}}(\omega) = \varepsilon(\omega) \tilde{\mathbf{E}}(\omega)$ が成り立つ。この $\varepsilon(\omega)$ を複素誘電率という。ここでは、一様で等方的な誘電体を仮定する。

図1は平行平板コンデンサーと電源を表し、コンデンサーの極板間はこの誘電体で満たされている。このコンデンサーの誘電体を満たす前の容量は C_0 であった。また、誘電体の複素誘電率は

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\alpha}{1 + i\omega\tau} \right)$$

で与えられる。ここで、 ε_0 は真空の誘電率、 α と τ は正の定数である。以下の問に答えよ。

- (1) このコンデンサーの極板間に $V(t) = \tilde{V}(\omega) \exp(i\omega t)$ で表される交流電圧を加えると極板には $Q(t) = \tilde{Q}(\omega) \exp(i\omega t)$ で表される電荷が蓄積される。このとき、 $\tilde{Q}(\omega) = C(\omega) \tilde{V}(\omega)$ と表すことができる。 $C(\omega)$ を求めよ。なお、振動数は十分低く、内部の電場は一様であるとしてよい。
- (2) このコンデンサーの複素インピーダンスは、図2のような理想的な抵抗とコンデンサーを組み合わせた回路（等価回路という）の複素インピーダンスに等しいことが分かっている。
 - (a) この等価回路の複素インピーダンスを求めよ。
 - (b) 回路中の抵抗 R_1 とコンデンサーの容量 C_1 と C_2 を C_0 、 α 、 τ を用いて表せ。
- (3) $V(t) = V_0 \exp(i\omega t)$ を加えた時 (V_0 は実数)、このコンデンサーでの平均の消費電力を求めよ。解答は、 C_0 、 α 、 τ 、 V_0 、 ω を用いて表せ。
- (4) この消費電力は、等価回路中の抵抗で単位時間あたりに発生するジュール熱に等しいことを示せ。

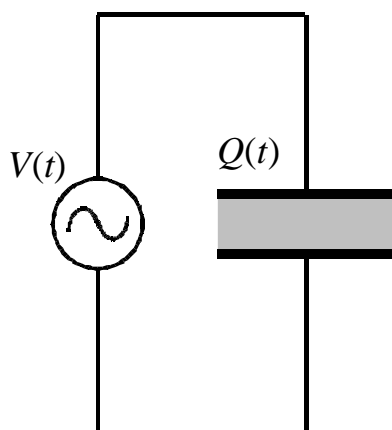


図 1

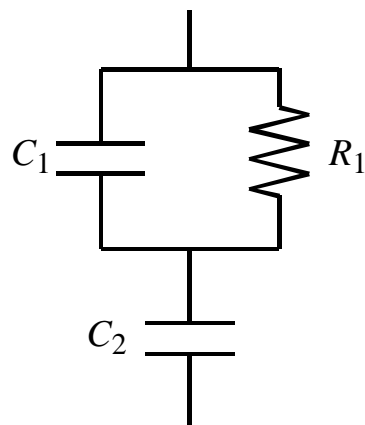


図 2

注) 複素表示とは、角振動数 ω で正弦的に変化する物理量 $x(t)$ を指数関数により $x(t) = \tilde{x}(\omega)\exp(i\omega t)$ のように表示する方法である。しかし、物理量は実数である。したがって、実数の値が必要な場合には、 $x(t) = \text{Re}[\tilde{x}(\omega)\exp(i\omega t)]$ と実部を用いるという約束のもとで使用される。

第3問

系の固有状態および固有エネルギーの近似解に関する以下の問に答えよ。

- (1) ハミルトニアン $H_0 + H'$ の固有状態 φ_n および固有エネルギー E_n を近似的に、

$$\begin{aligned}\varphi_n &= \varphi_n^{(0)} + \sum_{i \neq n} c_i \varphi_i^{(0)} \\ E_n &= E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + E_n^{(2)} \quad (n=0, 1, 2, 3, \dots)\end{aligned}$$

と表す。ただし、 $H_0 \varphi_n^{(0)} = E_n^{(0)} \varphi_n^{(0)}$ であり、摂動項 H' を $H' = \lambda h'$ と表したとき、 $c_i = \lambda \gamma_i$ 、 $E_n^{(1)} = \lambda e_n^{(1)}$ は λ を 1 次で含む項、 $E_n^{(2)} = \lambda^2 e_n^{(2)}$ は λ を 2 次で含む項である (γ_i 、 $e_n^{(1)}$ 、 $e_n^{(2)}$ は λ に依存しない部分)。また H_0 の固有エネルギー $E_n^{(0)}$ には縮退がないものとする。

- (a) c_i 、 $E_n^{(1)}$ はそれぞれ、

$$\begin{aligned}c_i &= -\frac{\langle i | H' | n \rangle}{E_i^{(0)} - E_n^{(0)}} \\ E_n^{(1)} &= \langle n | H' | n \rangle\end{aligned}$$

で与えられることを示せ。ただし、 $\langle i | H' | n \rangle = \int \varphi_i^{(0)*} H' \varphi_n^{(0)} d\mathbf{r}$ を表す。

- (b) $E_n^{(2)}$ は、

$$E_n^{(2)} = -\sum_{i \neq n} \frac{\langle n | H' | i \rangle \langle i | H' | n \rangle}{E_i^{(0)} - E_n^{(0)}}$$

で与えられることを示せ。

- (2) 無限大の高さの障壁を有する、幅 a の 1 次元ポテンシャル井戸、

$$V(x) = \begin{cases} \infty & (x < -a/2, \quad x > a/2) \\ 0 & (-a/2 < x < a/2) \end{cases}$$

において、井戸中の電子の固有状態 $\varphi_n^{(0)}$ 、固有エネルギー $E_n^{(0)}$ はそれぞれ、

$$\varphi_n^{(0)} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) & (n=1, 3, 5, \dots) \\ \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) & (n=2, 4, 6, \dots) \end{cases}$$

$$E_n^{(0)} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

で与えられる。 m は電子の質量、 x は電子の位置座標、 $\hbar = h/2\pi$ (h : プランク定数)である。このポテンシャル井戸に、 x の正方向に強さ F の一様電場が印加された場合には、ポテンシャルエネルギー $H' = eFx$ ($-e$ は電子の電荷)が付加される。

- (a) $\langle 1|x|1 \rangle$ 、 $\langle 2|x|1 \rangle$ 、 $\langle 3|x|1 \rangle$ をそれぞれ求めよ。以下の積分公式を用いてよい。

$$\begin{aligned} \int x \sin x \, dx &= \sin x - x \cos x \\ \int x \sin^3 x \, dx &= \frac{1}{9} \left\{ \sin^2 x (\sin x - 3x \cos x) + 6 \int x \sin x \, dx \right\} \end{aligned}$$

- (b) 電場が印加された場合の基底状態($n=1$)のエネルギー E_1 の F 依存性を、 $n=1, 2, 3$ を考慮して求めよ。
- (c) 電場が印加された場合の基底状態における電子の位置の期待値 $\langle x \rangle$ を求め、

$$E_1 - E_1^{(0)} = \frac{1}{2} e \langle x \rangle F$$

となることを示せ。また、 $e \langle x \rangle$ という量のもつ物理的意味を述べよ。

- (d) 基底状態の波動関数のおよその形状を、 $F=0$ と $F>0$ の場合とを比較して図示せよ。

第4問

固体の熱容量に関する以下の問に答えよ。

- (1) 独立な N 個の固有角振動数 ω_0 の調和振動子からなる系が絶対温度 T におかれている。1 振動子のエネルギー ε は、

$$\varepsilon = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0 \quad (n=0, 1, 2, \dots : \text{量子数})$$

で与えられる。 $\hbar = h/2\pi$ であり、 h はプランク定数である。またボルツマン定数を k とせよ。

- (a) 系の分配関数 Z を求めよ。
(b) 系の内部エネルギー U は、次式で与えられることを示せ。

$$U = N \left(\frac{\hbar \omega_0}{2} + \frac{\hbar \omega_0}{e^{\hbar \omega_0 / kT} - 1} \right)$$

- (c) 系の熱容量 C を求めよ。ただし温度変化の過程で振動子のエネルギー準位は変わらないものとする。

- (2) 固体において、 N 個の調和振動子の集まりとみなすことができる波動が存在するとする。ただし、角振動数が ω と $\omega + d\omega$ の間にある振動子の個数は $D(\omega)d\omega$ で与えられ、 ω は $\omega = Aq^2$ で与えられる波数 q 依存性（分散関係）を有しているとする。また、振動子の角振動数には $N = \int_0^{\omega_c} D(\omega)d\omega$ である上限値 ω_c が存在するものとする。

- (a) 波数ベクトル $\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z)$ の大きさ q について、 q と $q + dq$ の間にある振動子の個数は、 $\frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi q^2 dq$ で与えられる。ただし V は固体の体積である。このとき $D(\omega)$ を求めよ。
(b) 固体が絶対温度 T におかれているとき、この波動の寄与による内部エネルギー U の表式を、 ω に関する積分を含む形で求めよ。（ヒント：角振動数 ω の 1 振動子のエネルギーは、(1) の結果を用いよ。）
(c) 振動子のエネルギー準位および $D(\omega)$ は温度変化の過程で変わらないとして、この固体の熱容量 C の表式を、 ω に関する積分を含む形で求めよ。また熱容量 C の温度 T 依存性を、 $T \rightarrow 0$ および $T \rightarrow \infty$ の場合について調べよ。

第5問

光の強度や周波数を電気信号により変調する技術は、物性測定やレーザー工学において重要である。そのうちの一つに、超音波による光の回折を利用した「音響光学変調器(AO変調器)」を用いる方法がある。右ページの図1はAO変調器によるある実験の配置を、図2はAO変調器の内部構造を、それぞれ模式的に描いたものである。レーザーから出射した光はAO変調器を通り、スクリーンのAの位置に当たっている。実験条件の詳細がこれらの図中に記載してある。以下の問に答えよ。

- (1) ピエゾ素子(圧電素子)の働きを説明せよ。
- (2) ファンクションジェネレーターより、周期1秒の矩形波を出力し、スクリーン上の像を肉眼で観察したところ、Bはこの周期で明滅し、Aは、Bが明るいときやや暗くなるという現象が見られた。この現象が生じる理由を、AO変調器の原理を含めて、図を用いて定性的に説明せよ。
- (3) (2)において、 θ と θ' は等しく、AとBの他にはスクリーン上にとくに明るい像は現れなかった。 θ の値をrad単位で有効数字2桁まで求めよ。
- (4) RF周波数を80 MHzから増加させると、Bの像にはどういう変化が現れるか。
- (5) ファンクションジェネレーターの周波数を高くしていくと、ついにはBの強度変化は観測されなくなり、Bはほぼ一定の明るさの像となる。どのような原因が考えられるか。ただし、電気回路は理想的なものとし、適切な光検知器により光の明滅は十分に高周波まで観測可能であるとする。
- (6) Bにcomingる光の周波数はAにcomingる光の周波数と厳密には一致しない。その理由を述べよ。また、その差はいくらか、符号を含めてHz単位で答えよ。

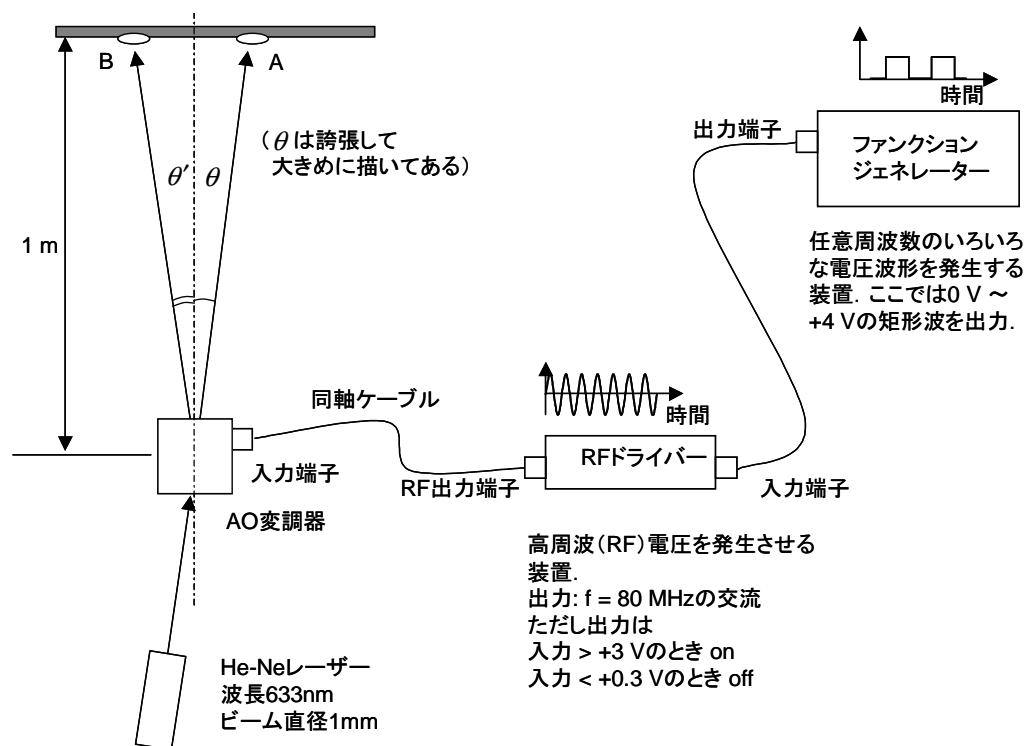


図1 実験配置

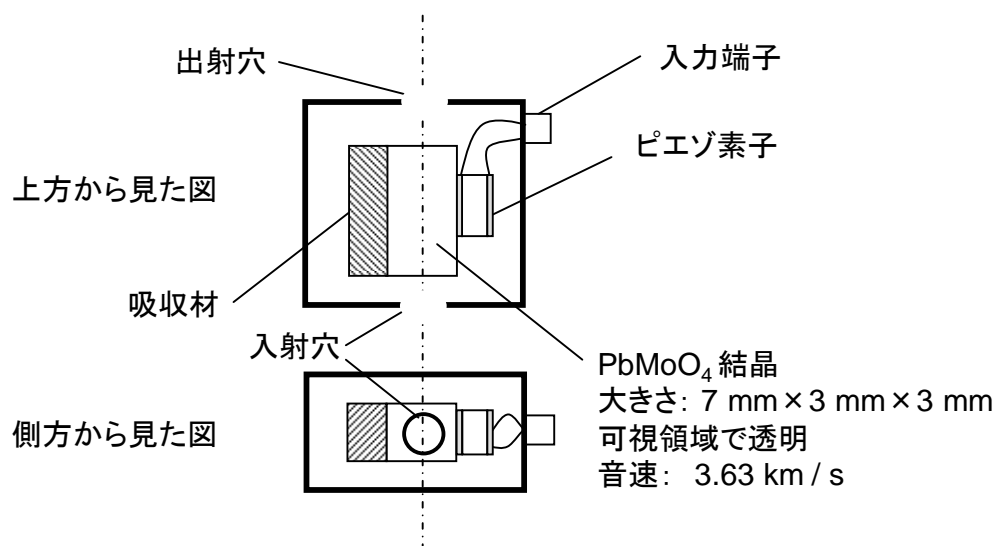
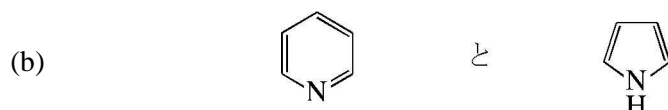
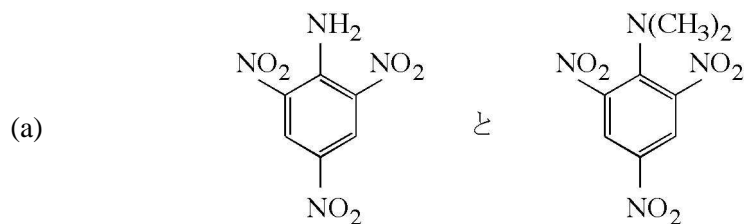


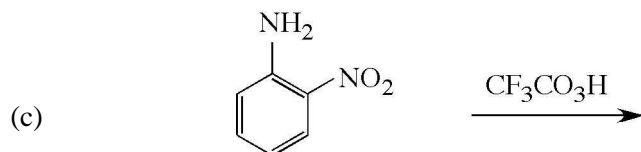
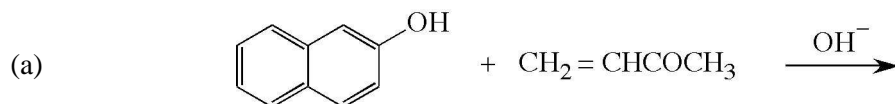
図2 AO変調器の内部構造

第6問

(1) 次の化合物のうち、どちらがより強い塩基か、理由と共に述べよ。

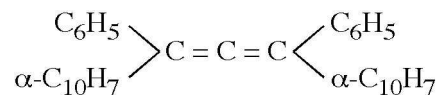


(2) 次の反応の生成物を記せ。



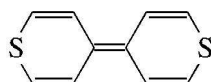
(3) ビフェニルは、溶液中では 250 nm 付近に $\pi-\pi$ 遷移による光吸収ピークを示す。これに対応する遷移は、固体中では 270 nm 付近に現れる。なぜこのようなシフトが起こるか、ビフェニルの構造式を描き、それを用いて説明せよ。

(4) 次を示したアレンの誘導体は光学活性である。その理由を述べよ。



(5) *cis*-2-butene と *trans*-2-butene の構造式を描け。また、これらを燃焼させたときの燃焼熱はどちらが大きいと考えられるか、理由と共に述べよ。

(6) 次を示した分子は、陽イオンの状態と陰イオンの状態のどちらがより安定であるか。理由と共に述べよ。



第7問

以下の文章（1）～（7）について、その理由を述べよ。必要であれば図を用いてもよい。

- （5）単一元素からなる固体の定積モル比熱は、十分に高温では物質によらず、ほぼ $3R$ になる。ここで R は気体定数である。
- （6）ほとんどの固体の体積は、温度上昇に伴って増大する。
- （7）Cs のようなアルカリ金属は、光照射によって電子を放出しやすい。
- （8）光電効果を用いて、物質中の電子のエネルギー状態を調べることができる。
- （9）液体酸素の液滴は、磁石に引き寄せられる。
- （10）Fe, Co, Ni などの遷移金属を含む錯体の磁気モーメントの大きさは、遷移金属イオンの電子スピンの寄与だけで説明できることが多い。
- （11）酸化亜鉛 ZnO は、高温還元雰囲気中で n 型の半導体となり、高い電気伝導性を示す。

第8問

図1は、シクロヘキサンに溶かしたベンゼンの光吸収スペクトルと蛍光スペクトルを示したものである。以下の間に答えよ。答えだけでなく導出の過程も記すこと。必要であれば以下の値を用いよ。

$$\text{プランク定数 } h = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV s}, \quad \text{光速 } c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

- (12) 図1のスペクトルAとBのうち、吸収スペクトルはどちらか。吸収・蛍光過程を説明する概略図を描き、理由とともに論ぜよ。
- (13) スペクトルAとBは、図1に示した波線Mを中心に、ほぼ左右対称な形をしている。この理由を説明せよ。
- (14) このスペクトルは、ベンゼンの π 電子と関係している。炭素原子の $2p_z$ 原子軌道を、図2のようにベンゼン環に沿って順次 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_6$ と表すと、 π 電子の分子軌道は

$$\Psi = c_1\phi_1 + c_2\phi_2 + c_3\phi_3 + c_4\phi_4 + c_5\phi_5 + c_6\phi_6 \quad (1)$$

と書くことができる。

- (a) ヒュッケル近似を用いて、係数 c_1, c_2, \dots, c_6 が満たす方程式を書け。ただし、各炭素原子のクーロン積分を α 、隣接炭素原子間の共鳴積分を β 、分子軌道のエネルギーを E とする。また、異なる炭素原子間の重なり積分はゼロとしてよい。
- (b) 式(1)の係数は $c_n = a \exp(in\theta)$, ($n = 1, 2, \dots, 6$)と書くことができる。ここで i は虚数単位、 a は定数、 θ は実変数である。これを利用して、 π 電子の分子軌道のエネルギー E を求めよ。
- (c) 図1のスペクトルが、ベンゼンのHOMO-LUMO間の光学遷移によるものとして、共鳴積分 β の値を求めよ。
- (15) ナフタレンやアントラセンなどの複数のベンゼン環からなる多環芳香族炭化水素は、ベンゼンと同様に蛍光を発する。ベンゼン環の個数と蛍光の色の関係がどのようなになるか論ぜよ。

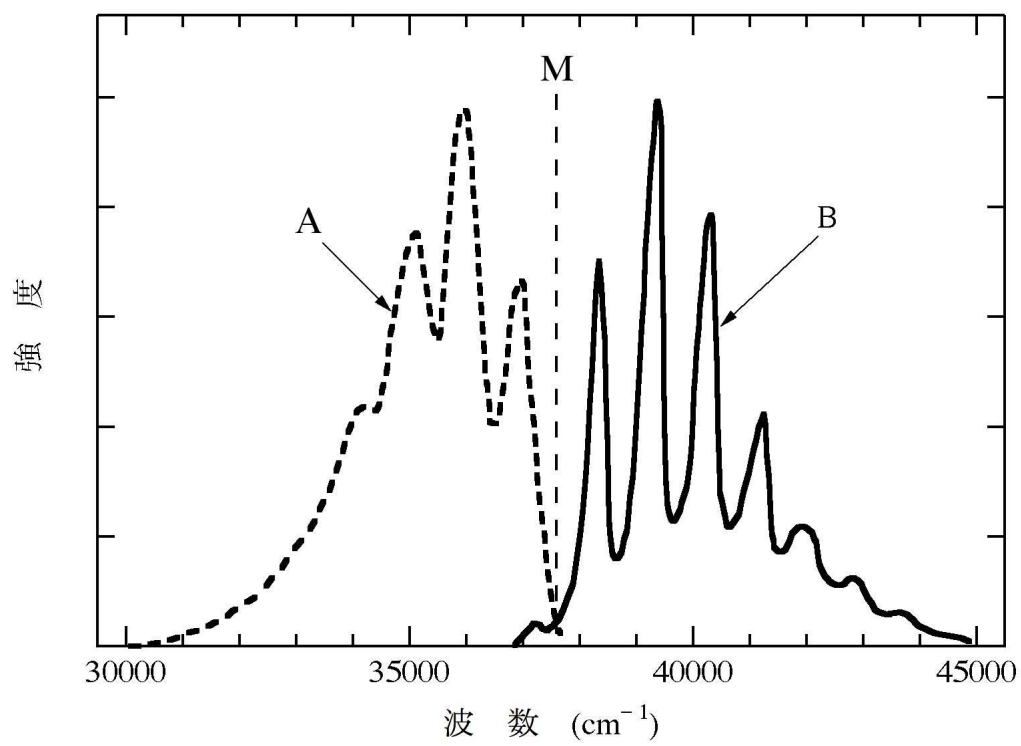
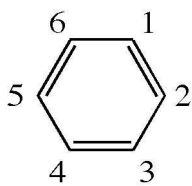


図 1

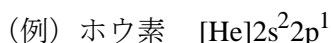


第9問

ハロゲン化水素HX (X = F, Cl, Br, I) に関する以下の問に答えよ。必要であれば、次の値を用いてもよい。

$$\text{気体定数 } R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

(16) ヨウ素原子の基底状態における電子配置を例に倣って記せ。



(17) HXの沸点はXに応じてどのように変化するか、大小を示せ。また、そのようになる理由を簡潔に記せ。

(18) HXを水に溶かした時、次の平衡が成立しているとする。



ここで HX(aq) は分子の形で溶けているHXである。表1を参考にして、水中における HX 分子の解離に対するギブスの自由エネルギー変化の値を X = F, Cl, Br, I のそれぞれについて求めよ。

(19) (3) で得た結果を基に、水中における HXの酸の強さの順を示せ。なぜそのように考えたか理由も説明せよ。

(20) HF による SiO₂ ガラスの溶解に対する反応式を記し、ルイスおよび（又は）ブレンステッドの酸塩基の概念によって、その反応を説明せよ。

表1. 298 K における HX 分子の様々な反応過程に対するギブスの自由エネルギー変化（単位は kJ mol⁻¹）

| 過程 | HF | HCl | HBr | HI |
|---|-------|-------|-------|-------|
| (A) HX(aq)=HX(g) | 24 | -4 | -4 | -4 |
| (B) HX(g)=H(g)+X(g) | 535 | 405 | 339 | 272 |
| (C) H(g)=H ⁺ (g)+e ⁻ | 1320 | 1320 | 1320 | 1320 |
| (D) X(g)+e ⁻ =X ⁻ (g) | -348 | -367 | -345 | -315 |
| (E) H ⁺ (g)+X ⁻ (g)=H ⁺ (aq)+X ⁻ (aq) | -1514 | -1393 | -1364 | -1330 |

第 10 問

以下の問に答えよ。

- (1) 温度 T で A-B 二元系において中間相 (θ 相、化学式 A_mB_n) が存在する。A と B の化学ポテンシャルをそれぞれ μ_A 、 μ_B とするとき θ 相のギブス自由エネルギーはどのように表されるか。
- (2) 物質が球状になると、球内の圧力は周囲の圧力より ΔP だけ増加する。球の半径を r 、単位面積あたりの界面エネルギーを σ とするとき、 $\Delta P = \frac{2\sigma}{r}$ で表されることを導出過程も含めて示せ。
- (3) θ 相が半径 r の球となると界面エネルギーの影響によりギブス自由エネルギーが変化する。このときの θ 相のギブス自由エネルギーはどのように表されるか。 θ 相の単位面積あたりの界面エネルギーを σ 、 θ 相のモル体積を V とする。
- (4) 温度 T で θ 相と固溶体 γ 相が平衡している。 γ 相中の B の濃度は非常に小さく、 θ 相中の B の濃度よりも小さい。 θ 相の粒径が小さくなると、界面エネルギーの影響により γ 相への θ 相の溶解度は変化する。 γ 相への θ 相の溶解度 (B のモル分率) x_B^γ と、 θ 相が半径 r の球で存在するときの γ 相への θ 相の溶解度 $x_{B,r}^\gamma$ の間には、

$$\frac{2\sigma V}{r} = n RT \ln \frac{x_{B,r}^\gamma}{x_B^\gamma}$$

の関係があることを示せ。

ただし、A と B の化学ポテンシャルはそれぞれ $\mu_A = \mu_A^0 + RT \ln x_A$ 、 $\mu_B = \mu_B^0 + RT \ln x_B$ 、また、 $x_B \ll 1$ であり $\ln(1-x_B) \approx -x_B$ が成り立つとする。ここで、 μ_A^0 、 μ_B^0 はそれぞれ純物質 A、B の化学ポテンシャル、 x_A 、 x_B は A、B のモル分率、 R は気体定数である。

- (5) 鉄-セメンタイト (Fe_3C) 系で、オーステナイト相中へのセメンタイトの溶解度について考える。共存する Fe_3C がナノメートル程度の大きさの微粒子となったときに、 Fe_3C の溶解度は増加するか、変わらないか、減少するか。理由をつけて説明せよ。

第 11 問

以下の問に答えよ。

- (1) 図 1 に示すような金属 A および B から構成される 2 元系合金について、以下の問に答えよ。ただし、金属 A および B の原子量は、 M_A および M_B である。
- (a) 金属 B を X_0 at% 含むこの合金を液相から徐冷し、温度 T_a において十分な時間保持したときに得られる固相に対する液相の重量比を問題に与えられた記号を用いて表せ。
- (b) 上記の合金を液相領域から十分急速に温度 T_b まで冷却し、その温度 T_b において十分な時間保持した。このときの相変化、組織変化を定性的に述べよ。
- (2) 図 2 に示す物質 E および F から構成される 2 元系物質について、物質 F をわずかに含む融液（濃度 C_0 at%）を、一定の速度 V で一方向凝固させる（図 3）。
- (a) 凝固開始からしばらくして固液界面での物質 F の濃度は定常状態になった。凝固開始直後、および、定常状態における固相中の物質 F の濃度は、それぞれどのような値をとるか。その理由とともに示せ。
- ただし、
- ① k_0 は平衡分配係数であり、ここでは一定の値をとるものとする。
- ② 物質 F の物質 E 固相中での拡散は無視し、液相中では拡散のみを考え攪拌による混合は考えない。またその液相中での拡散における拡散係数は D で表され、ここでは一定の値をとるものとする。
- ③ D/V は、試料の長さ（初期の融液全体の長さ）に対して非常に小さい。
- (b) 上記(a)の定常状態において、固液界面から液相の方向に距離 x 離れた場所での物質 F の濃度 C_L は、どのような式で表されるか示せ。
- (c) この場合、固液界面近傍で組成的過冷却と呼ばれる過冷却現象が起きる場合がある。組成的過冷却について簡単に説明せよ。また、この現象を抑制するためには固液界面付近でどのような温度勾配条件で冷却すればよいか。式を用いて説明せよ。ただし、物質 F をわずかに含む融液（濃度 C_L ）の液相線温度 T_E は、 $T_E = T_0 + mC_L$ の式で表されるとする（ T_0 は純物質 E の融点であり、また、 m は液相線の勾配を表しその値は一定である）。

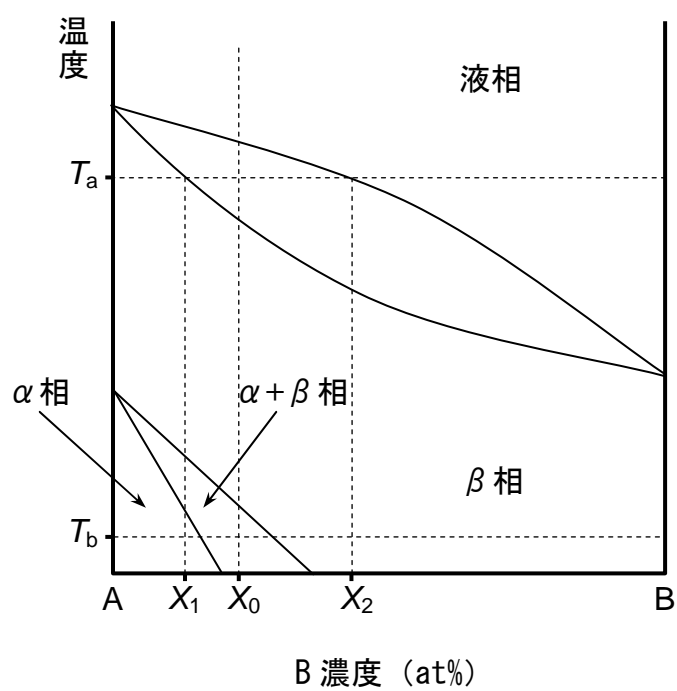


図 1

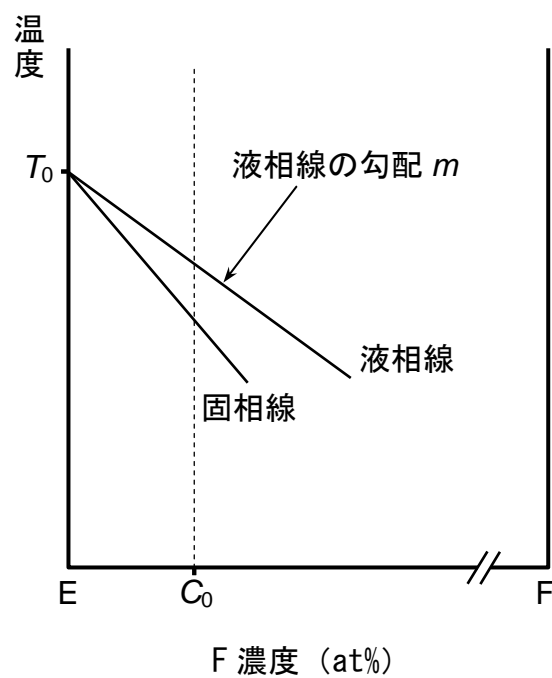


図 2

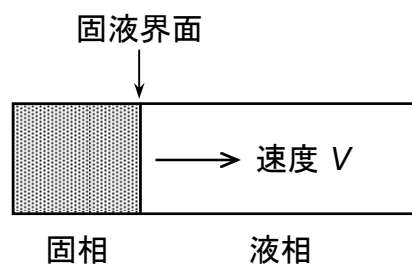


図 3

第 1 2 問

材料の強度を測定する手段のひとつとして引張り試験がしばしば行われる。室温で行われた引張り試験について以下の問に答えよ。

- (1) 金属材料に対して引張り試験を行った。図 1 は引張り荷重－伸び曲線、図 2 はその試験片を模式的に示している。試験片は丸棒形状であり、変形部の初期長さは L_0 、その直径は D_0 である。図 1 の曲線において、a、b、c、d はそれぞれ、破断伸び、弾性伸び、永久伸び、一様伸び、に対応した領域を示している。
- (a) 一様伸びに相当する公称ひずみが ϵ^* であった。このとき、この公称ひずみに対する真ひずみ ϵ を表す式を、その導出過程も含めて示せ。また、引張り試験後に試験片長さが $2L_0$ となったときの真ひずみを求めよ。
- (b) 図 1 の曲線における最大荷重は P であった。この時の真応力 σ を求めよ。
- (c) 図 1 において矢印①で示されている領域では、引張り試験片にどのような変化が生じているか。その試験片形状を模式的に示すとともに、そのような形状変化が生じる理由を説明せよ。
- (d) 荷重－伸び曲線に上降伏点および下降伏点が現れることがある。その荷重－伸び曲線を模式的に描き、上降伏点および下降伏点が現れる理由を説明せよ。
- (2) セラミック材料に対して引張り試験を行った。試験片形状は図 2 に示した形状と同一である。
- (a) 荷重－伸び曲線を図 1 と比較しながら模式的に描き、図 1 との相違点について述べよ。
- (b) セラミック材料での破断機構の特徴を、金属材料と比較して説明せよ。
- (3) 強度を向上させるために、材料の微細組織を制御する手法がしばしば用いられる。金属材料およびセラミック材料についてそれぞれ 1 つ例をあげ、強度向上の機構を説明せよ。

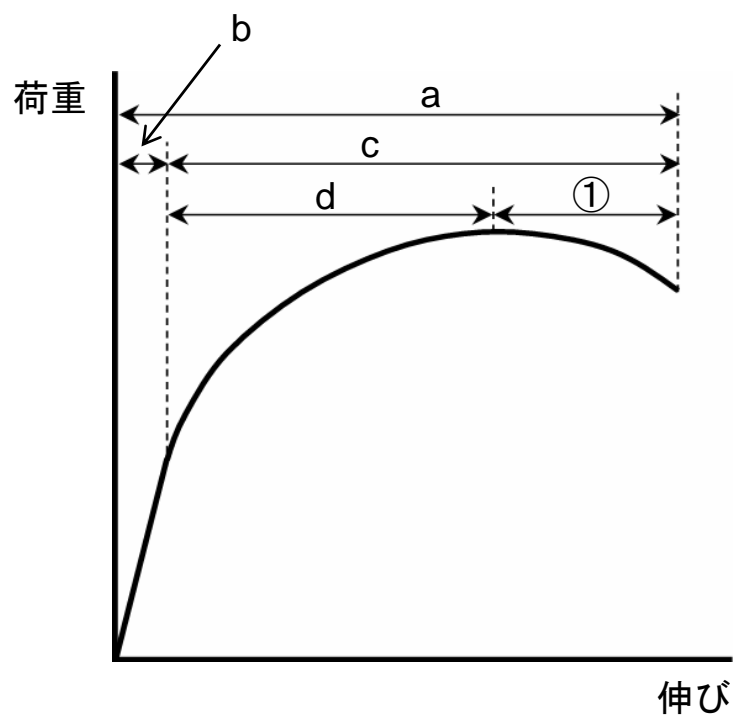


図 1

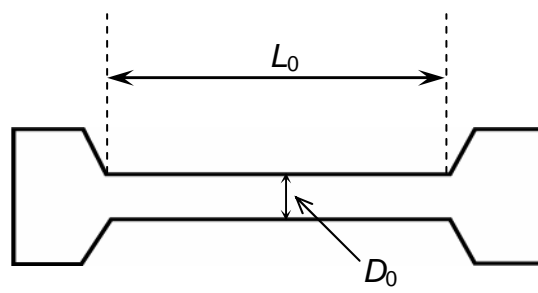


図 2

第 13 問

(1) 結晶中の電子について、以下の問に答えよ。

- (a) 一辺の長さ L (体積 $V = L^3$) の立方体の結晶を考える。その表面で電子の波動関数に周期的境界条件を用いると、電子の波数 k はどのように量子化されるか。
- (b) フェルミ球内部の電子状態の数が、価電子の総数 N に等しいことから、フェルミ波数 k_F を価電子密度 n で表せ。ただし、 $n = N/V$ である。
- (c) $n = 1.00 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ である結晶中のフェルミ波長 λ_F を求めよ。
- (d) 物質 X の単結晶 (単純立方格子、格子定数 $= a$) の逆格子は、どのような格子か。第一ブリルアン・ゾーンはどのような領域か。その領域の境界で、電子状態はどのようになるか。

(2) 真空中で加速した電子を結晶に入射し、透過した電子を用いる透過型電子顕微鏡では、逆格子についての情報を回折図形として得ることができる。以下の問に答えよ。

- (a) 加速電圧 200 kV で電子を加速したときの電子の波長 λ を求めよ。ただし、相対論効果による補正は無視してよい。必要であれば以下の値を用いよ。
素電荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、電子の質量 $m_e = 9.10 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、
プランク定数 $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ Js}$
- (b) 物質 X の単結晶 (単純立方格子、格子定数 $= a$) の回折図形を、加速電圧 200 kV で、ある方位から撮影した。図 1 に、その回折図形の一部を模式的に示す。この回折図形において、透過斑点 000 から回折斑点 D までの距離と、透過斑点 000 から回折斑点 G までの距離は同じで、その方向は互いに垂直である。このとき、撮影に用いた電子線の入射方位を求め、その理由を述べよ。また、各回折斑点 A ~ H の指数をそれぞれ求めよ。
- (c) 問 (1) (c) で求めた λ_F と同程度の波長を持つ電子を用いると、図 1 の回折図形はどのようなになるか。
- (d) 物質 Y の単結晶 (面心立方格子、格子定数 $= a$) の逆格子は、どのような格子か。この結晶の回折図形を、問 (2) (b) と同じ加速電圧で、同じ方位から撮影した。このときに得られる回折図形を、透過斑点からの距離が図 1 と同じ回折斑点まで示し、図 1 との相違点を説明せよ。

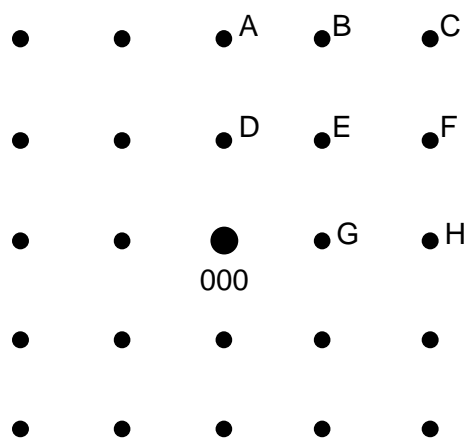


图 1