東京工業大学大学院理工学研究科　電気電子工学専攻・電子物理工学専攻
大学院修士課程入試問題　平成２０年８月１８日実施

専門科目　　電磁気学 (午後)　　22 大修

時間 13:30 ～ 15:00

電気電子工学
電子物理工学

注 意 事 項

1. 解答は問題ごとに指定されている答案用紙に記入せよ。
2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。

問　題　分　野
電磁気学

1.　真空の空間において，z 軸に平行で一様な線電荷をおいたときの電位や電界に関する以下の問に答えよ。ただし真空の誘電率を ε_0[F/m]とする。また線電荷の断面は無視できるほど細いとする。

1) 図 1.1 に示すように，$x=a$, $y=a$ の位置に線電荷密度$+q$ [C/m]を持つ線電荷をおいた。このとき $y=0$ の xz 平面上での電界の絶対値$\left|\boldsymbol{E}(x,\,0,\,z)\right|$[V/m]を求めよ。

2) 1)の配置で, 座標(0, 0, 0)での電位は 0[V]とする。$y=0$ での xz 平面上での電位 $V(x,\ 0,\ z)$[V]を求めよ。

3) 1)の配置で，$z=0$ の xy 平面における無限遠方点の電位 $V(\infty, \infty, 0)$[V]を求めよ。

4) 次に図 1.2 に示すように，図 1.1 に $x=-a$,　$y=-a$ の位置に$+q$ [C/m]の線電荷密度の線電荷と，$x=a$,　$y=-a$ と $x=-a$,　$y=a$ 位置に線電荷密度$-q$ [C/m]の 2 本の線電荷とを足して，4 本の線電荷とした。座標(0, 0, 0)での電位は 0 [V]とする。このとき $y=0$ での xz 平面上での電位 $V(x, 0, z)$[V]を求めよ。

5) 4)の配置で，xy 平面上での電気力線を図示せよ。

6) 4)の配置で，$z=0$ の xy 平面における無限遠方の点での電位 $V(\infty, \infty, 0)$[V]を求めよ。

7) 4)の配置で，4 本の線電荷で囲まれた空間の中において電界の絶対値$\left|\boldsymbol{E}(x,\,y,\,z)\right|$[V/m]がもっとも小さな場所と，その大きさを求めよ。

8) 4)の配置で，$y=0$ の xz 平面上での電界$\boldsymbol{E}(x,\,0,\,z)$を示し，その絶対値の最大値を求めよ。

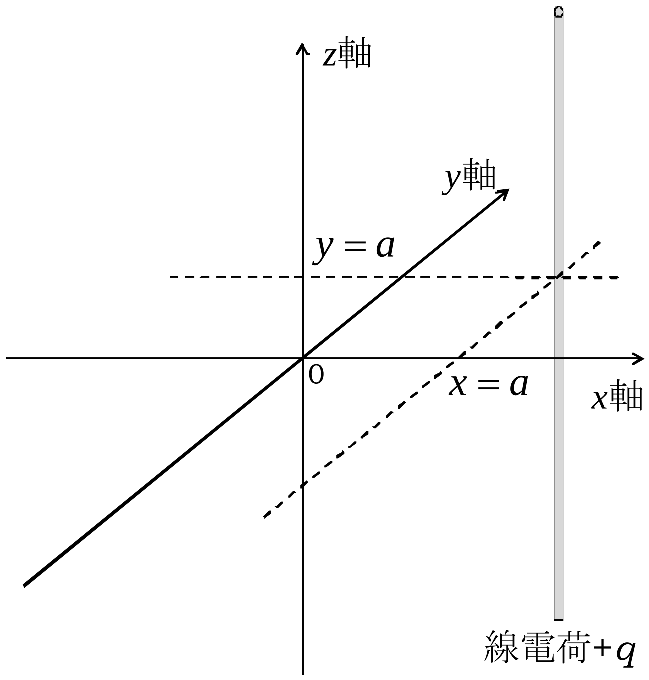

図 1.1

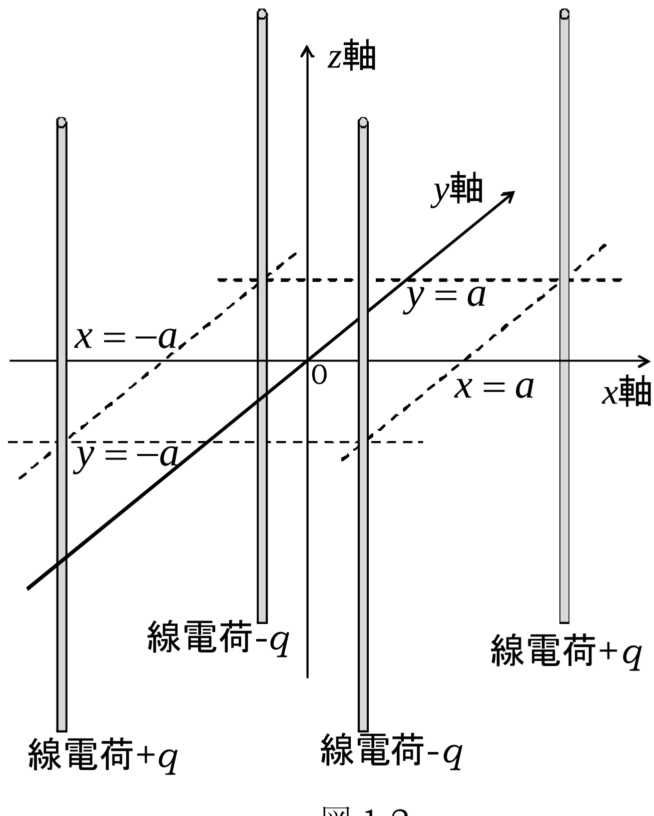

図 1.2

2. 次の問に答えよ。ただし，磁界を $\boldsymbol{H}$，電界を $\boldsymbol{E}$，磁束密度（誘磁界）を $\boldsymbol{B}$，電流密度を $\boldsymbol{i}$，物質中あるいは真空の誘電率および透磁率をそれぞれ ε_0 および μ_0，導体の導電率を κ，そして $\sqrt{-1}$ を j で表す。

1) アンペアの周回積分の法則を書け。これと同じ内容を演算記号 $\nabla\times$ を含む微分形式で書け。ただし，閉ループを C，閉ループと鎖交する電流の総和を I で表せ。閉ループを周回する向きと電流の向きとの関係を図で表せ。

2) ファラデーの電磁誘導の法則を周回積分を含む積分形式で書け。これと同じ内容を演算記号 $\nabla\times$ を含む微分形式で書け。ただし，閉ループを C，また閉ループと鎖交する磁束を Φ で表せ。閉ループを周回する向きと磁束の正の向きとの関係を図で表せ。

3) 導体内外の磁界分布について図 2.1 のモデルを用いて考える。導体の断面は円形で長さ方向に一様で，長さは無限大とし，電流は直流で断面内を均一に長さ方向に流れる。導体内に磁界は存在するか否かを答えよ。図 2.1 の点 P における磁界の方向と向きを答案用紙の図中に書き込め。また磁界の大きさを中心軸からの距離 r の関数として書け。ただし，円の半径を a，全電流を I とせよ。

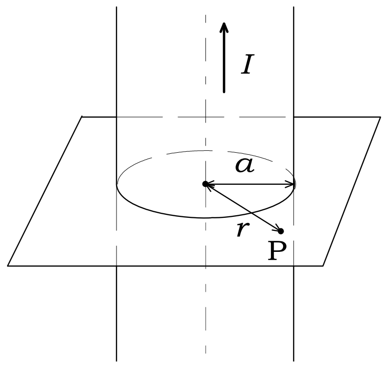

図 2.1

4) 並行線間の信号漏洩現象を図 2.2 のモデルを用いて考える。往復線路 1 および 2 は同一平面上にあり，長さ l_1 および l_2 の部分はすべて平行とする。往復線路 1 に振幅 I，角周波数 ω の交流電流が流れるとき，往復線路 2 の開放された二端子間に電圧が現れることを説明せよ。その電圧振幅を見積もる式を導出して書け。ただし，線の太さは d，a_1，a_2 に比べて十分小さい。閉路を形成している往復線路 1 の DA および BC 部分が作る磁界は無視せよ。AB および CD 部分が作る磁界には 3) で求めた結果が近似的に使える。なお分布定数線路として扱う必要はない。

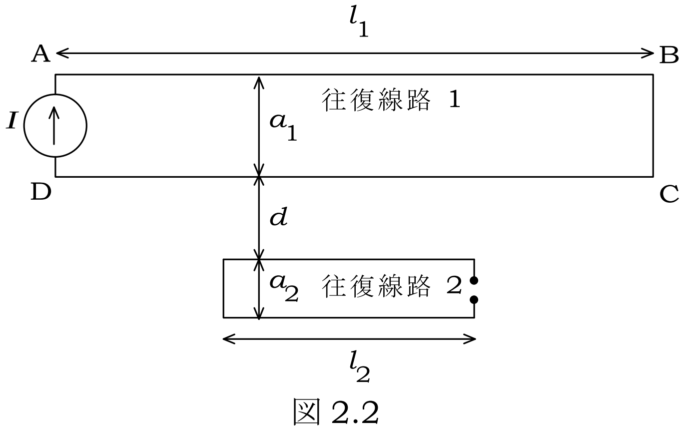

図 2.2

5) 導体の導電率が十分に高いと交流電流は導体内部をほとんど流れない（表皮効果）。この現象について次の問に答えよ。ただし，角周波数をωで表し，$\kappa \gg \omega\varepsilon_0$　とする。

a)この現象をアンペアの周回積分の法則およびファラデーの電磁誘導の法則を用いて定性的に説明せよ。

b) $\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H}$，$\boldsymbol{i} = \kappa\boldsymbol{E}$ そして 1)および 2)で答えた式を用いて演算記号$\nabla\times$を含む $\boldsymbol{i}$ についての方程式を導き出して書け。

c) 導体内部の電流分布を図2.3のモデルを用いて考える。直交座標系を用い，$z \geq 0$ が導体、$z < 0$ は真空とする。導体表面 $z = 0$ は無限に広がっている。電流密度 $\boldsymbol{i}$ を$(i,\ 0,\ 0)$として x 成分 $\boldsymbol{i}$ についての微分方程式を導き出して書け。ただし $\boldsymbol{i}$ は $x,\ y$ に依存せず、時間 t には$\exp(j\omega t)$で依存するとせよ。また $\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{i} = \nabla\nabla\cdot\boldsymbol{i} - \nabla^2\boldsymbol{i}$　および　$\nabla\cdot\boldsymbol{i} = 0$ を用いてよい。

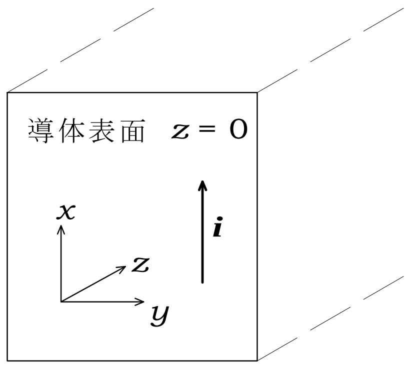

図 2.3

d) c)で導き出した方程式を解き関数$i(z,t)$を書け。ただし $z = 0$ での電流密度振幅を i_0 とせよ。

e) d)の結果を用いて a)の定性的説明に定量的説明を追加せよ。追加する内容だけを書け。