平成18年8月22日（火）

13:00　～　16:00

平成19年度大学院博士前期課程

電気電子情報工学専攻

選択科目　電磁エネルギー工学　入試問題

【注意事項】

- 問題の数は6題である。問題1は必須である。必ず回答せよ。また、問題2から問題6の計5題から2題選択して解答せよ。問題1と選択した2題の計3題解答のこと。なお、解答は

問題1を（白色）の解答用紙
問題2を（赤色）の解答用紙
問題3を（青色）の解答用紙
問題4を（黄色）の解答用紙
問題5を（水色）の解答用紙
問題6を（桃色）の解答用紙

に記入すること。
解答用紙を間違うと採点されない場合があるので注意すること。

- 配点は問題1が60点。残り2題が各問題70点であり、合計200点である。

- 問題用紙は表紙を含めて10枚である。

問題[1]　小論文　（解答用紙「白色」に解答しなさい。）

以下の２問についてそれぞれ別の解答用紙に回答しなさい。

問１．　以下の中から一つを選んで８００字程度で答えよ。なお、式や図を用いても良い。

（ア）光の粒子性と電子の波動性について述べよ。

（イ）フェルミ気体とボーズ気体について述べよ。

（ウ）弾性散乱と非弾性散乱について述べよ。

（エ）波の位相速度と群速度について述べよ。

問２．　１９９６年6月３０日朝日新聞に掲載された下記の黒田玲子東京大学教授の「２１世紀への提言」を読んで、「科学者としてのインタープリター像」について、インタープリターと市民との相互関係を含め、考えたことを８００字程度で述べよ。

科学技術と人間社会　黒田玲子（２１世紀への提言）

複雑さ増す中、個人の判断の機会が拡大

科学と実生活の「橋渡し役」力量が必要に

今世紀は科学の世紀であったともいえよう。科学技術の発達により、これまで不可能であったことがどれだけ可能になってきたことか。これまでなぞに包まれていたことの因果関係がどれだけ明らかにされたことか。鳥のように空を飛ぶことを夢見てきた人類は、今日、音速の壁さえ破るスピードで空を飛べるようになった。さらに人工衛星を打ち上げ、地球を外から観測することも可能になった。

研究上の複雑な計算・データ解析から新幹線の座席指定といった日常的なことまで、われわれはコンピューターの恩恵を受けている。インターネットやファクスによって、世界中と情報のやりとりが容易にできるようになった。電子レンジのような便利な家庭電化製品が誕生し、天然にはない性質を持った物質も数多く作り出されてきた。

なぜ子は親に似るのかといった素朴な疑問をもっていた人間は、遺伝子を発見し、生命現象のなぞの解明に着手した。遺伝暗号がほぼすべての生物に共通していることが明らかにされ、遺伝子工学は、糖尿病治療に用いるヒトインシュリンを大腸菌に産生させることさえ可能にした。

このように、われわれは科学技術の発達の福利を大きく受けているが、同時に、発達したがゆえの深刻な問題も提起されてきた。安定であるという長所が裏目にでて、プラスチックやフロンは公害問題を引き起こしている。生活は豊かになったが、エネルギー消費量は増大し、人口が急増した。人間の生存活動そのものが地球環境に負荷を与えだしているのである。

○進歩で広がるグレーゾーン

科学が人間にもたらすものには多かれ少なかれ必ず明暗両面が存在する。前世紀末のダイナマイトの発明者ノーベルの苦悩に象徴されるように、これは決して最近始まったことではない。しかし、過去数十年の科学技術の進歩はあまりにも速く、人間と社会とにあつれきを生じてきている。不可能が可能になり、また、より多くのことが明らかになってきた一方で、ものごとの本質は単純ではなく、シロかクロかを言い切れないことも明らかになってきた。

たとえば、科学の進歩により生と死との間のグレーゾーンが拡大した。凍結した精子による人工授精が可能となり、親や世代の意味さえあいまいになっている。遺伝子診断、遺伝子治療は新たな生命倫理の問題を提起している。これ以外に環境倫理、電子情報倫理とでも名付けられる新しい問題も生じてきている。

先進国の社会構造も変わりつつある。社会がある程度豊かになり市民の権利意識が高まってきた結果、判断が個々の人にゆだねられる場合もでてきている。罹病（りびょう）率と予防接種禍率を比べてわが子に三種混合ワクチンを接種させるかどうかの判断を下すのは親である。インフォームド・コンセントがとられるようになってきているが、科学の進歩で一層複雑になった医療現場において、ある治療や診断を受けるかどうかを最終的に決断するのは、本人ないしその家族である。

来世紀にますます深刻になる地球環境・資源・人口・エネルギー問題についても、一人一人に自分の

問題としての思索と決断が求められてくるだろう。科学技術の進歩ゆえにいっそう複雑になっていくこのような問題に対して、どうすれば、感情論や上滑りの議論に流されることなく、科学的知識と広い視野に立った自分なりに納得のいく判断が下せるのだろうか。そのためには、科学と社会を結びつける良質の情報が必要である。それを自分の行動に役立てていかなくてはならないし、場合によっては、自ら発信者となることも大切である。

残念なことに、科学者が出した成果はそのままでは判断材料として役立たないことが多い。専門用語ゆえに科学はとりつきにくい。良質の情報には優れた表現能力も必要とされる。研究に専念している科学者には時間的余裕がないのが普通であり、研究の社会的意味も忘れられがちである。

○伝えてほしい科学の面白さ

そこで、最先端の科学の研究成果とその社会的意味を科学に慣れ親しんでいない人に、（社会的意味については科学者にも改めて）説明してくれる人材、つまり科学の“インタープリター”が必要となる。“インタープリター”は専門用語の単なる直訳者ではなく、問題を指摘し進むべき方向を示唆する、科学と実生活の橋渡しをする解説・評論者である。

まずは科学の面白さを伝えてほしい。科学のマイナス面あるいは生活の利便性に貢献する面ばかりをセンセーショナルな言葉で強調せず、本質的な理解に基づいて生命現象の素晴らしさや量子の世界の不思議さ、宇宙の深遠さを語ってほしい。現在の科学は、何十億年もかけて作られてきた宇宙や生命のなぞのほんの一端しか明らかにしていないこと、科学による知的創造が人類の未来には不可欠であることも訴えてほしい。

小さな成果も多くの科学者の地道な努力の積み重ねである。実験現場では、実験条件、実験対象の状態、誤差など種々の要素を考慮に入れなくてはならず、結論を単純には出せない。また、例外にこそ面白さがあると実感するが、このようなことを理解できる人であってほしい。脳死を議論するとき、脳波の有無といっても実は測定機器の検出限界や脳内の測定部位によるのではないのか、といった疑問を持つことのできる人である。もっと一般的な場合では、確率や平均値などの数値を鵜呑（うの）みにせず、その定義や算出方法を考えてみることのできる、つまり科学的思考のできる人である。

判断の根拠はもちろん科学だけではない。「死にゆくものの命には、生物学的側面だけでなく、残されるものとの生活や人生を共有してきた精神的側面がある」という柳田邦男氏の言葉には深く胸を突かれる。人の心の問題も社会の仕組みも併せて考えることができ、その上で、表現する力を持つ人材でなくてはならない。現在でも優れた作家、評論家、科学者、ジャーナリストなどがインタープリターとして活躍されているが、科学技術が急速に進歩する来世紀にはこうした人材がますます必要とされるだろう。

○文系学者らと積極的交流を

科学者は本来知的好奇心にかられて研究を遂行する。自然の理を明らかにする優れた研究を行うことが研究者の一義的義務である。しかし、公的機関から研究費の支援を受けているからだけではなく、その成果が人間社会に直接・間接に大きな影響を与えるのだから、研究内容を社会に説明する義務もある。

欧米の大学の優れた科学の教科書は第一線の科学者によって書かれることが多い。また、英国王立研究所における金曜講演・クリスマス講演はファラデー以来百七十年の伝統を誇るが、そこでは超一流の科学者が専門外の人や子供を対象に「楽しませ、もてなし、同時に教育、啓発し、何よりもひらめきを与える」場を提供し続けている。日本においても、科学の社会的意味付けや科学者の責務、科学教育の重要性といったことを科学者自身が語ることを低く評価せず、科学者の中からも優れたインタープリターを輩出する努力が必要であろう。

一方で、人文系学者・作家などと自然科学者とが日常的に接することのできる“場”も有効だろう。科学者は閉鎖的環境で訳の分からないことをやっていると思われがちである。実験に従事する科学者の姿を常時目にし、両者がティータイムなどに気軽に雑談することで、狭くなりがちな科学者の視野も広げられ、経験がない人も科学的手法が実感できる。このような場から文系・理系にとらわれないバックグラウンドをもった優れたインタープリターが育つであろう。さらに、文系・理系の壁が取り払われ、自然科学、社会科学、心理学などを総合した新しい学問分野も生まれてくるかもしれない。

科学のインタープリターには相当の力量が必要とされるし、その責任もまた大きい。

問題 [2] 力学　(解答用紙「赤色」に解答しなさい。)

真空中に図１のように原点近傍の x-y 平面に原点 O を中心として半径 a の円形微小閉路 C に沿って流れる微小定常電流ループ I がある。この微小定常電流ループの中心を球座標系 (r, θ, φ) の原点 O にとり、座標 θ, φ の基準軸 ($\theta=0, \varphi=0$ 方向) を図１のようにそれぞれ z 方向と、x 方向に定める。原点から距離 r が半径 a に比べて十分大きい ($r >> a$) ような遠方の点を点 P(r, θ, φ) とする。ここで球座標における基本ベクトルを $\boldsymbol{i}_r, \boldsymbol{i}_\theta, \boldsymbol{i}_\varphi$ とし、ハミルトンの演算子は

$$\nabla = \boldsymbol{i}_r \frac{\partial}{\partial r} + \boldsymbol{i}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} + \boldsymbol{i}_\varphi \frac{1}{r \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}$$

とする。以下の空欄を埋めよ。

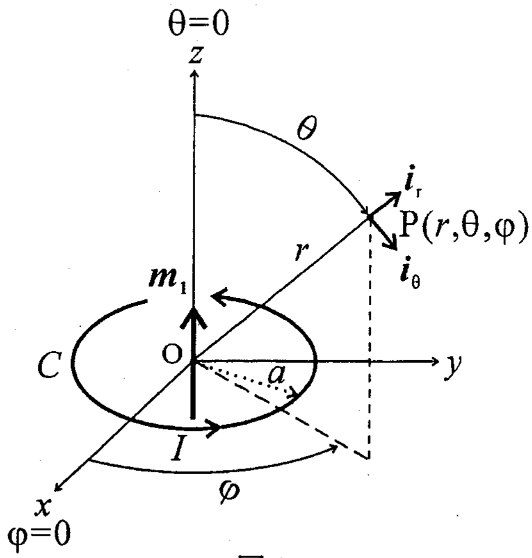


図１

θ の基準軸 ($\theta=0$ の方向) を向く単位ベクトル $\boldsymbol{i}_z$ は $\boldsymbol{i}_r$ と $\boldsymbol{i}_\theta$ を用いて表すと、

$$\boldsymbol{i}_z = \boxed{\quad \text{(ア)} \quad}$$

これを用いると、微小定常電流ループ $\boldsymbol{I}$ がつくる磁気双極子 $\boldsymbol{m}_1$ は、

$$\boldsymbol{m}_1 = \boldsymbol{i}_z m_1 = m_1 (\boxed{\quad \text{(ア)} \quad})$$

ここで磁気双極子能率の大きさ m_1 は、

$$m_1 = I \pi a^2$$

である。

この原点にある磁気双極子 $\boldsymbol{m}_1$ が点 P につくるベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ は、$r >> a$ の近似を用いて、

$$\boldsymbol{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} (\boldsymbol{m}_1 \times \boldsymbol{i}_r) \qquad (1)$$

で与えられる。　ここで μ_0 は真空中の透磁率である。

単位ベクトルの外積の関係、

$$\boldsymbol{i}_r \times \boldsymbol{i}_r = \boxed{\quad \text{(イ)} \quad}, \qquad -\boldsymbol{i}_\theta \times \boldsymbol{i}_r = \boxed{\quad \text{(ウ)} \quad}$$

を用いて式 (1) より、

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{i}_\varphi \boxed{\quad \text{(エ)} \quad}$$

となる。

したがって、磁界の強さ $\boldsymbol{H}$、磁束密度 $\boldsymbol{B}$、及びベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ の関係が、

$$\mu_0 \boldsymbol{H} = \boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

であることから

$$B_r = \boxed{(\text{オ})}$$

$$B_\theta = \boxed{(\text{カ})}$$

$$B_\varphi = \boxed{(\text{キ})}$$

となる。

次に新たに点Pに磁気双極子能率の大きさが m_2 である磁気双極子 $\boldsymbol{m}_2$ を図2のようにその中心を点Pに、方向を $\boldsymbol{i}_\mathrm{r}$ 方向（または $\boldsymbol{i}_\theta$ 方向）に向けて置く場合、$\boldsymbol{m}_2$ に生ずるトルク $\boldsymbol{T}$ を求める。但し、$m_1 \gg m_2$ とする。

磁気双極子 $\boldsymbol{m}_2$ が点Pで $\boldsymbol{m}_1$ の作る磁束密度 $\boldsymbol{B}$ より受けトルク $\boldsymbol{T}$ は $\boldsymbol{m}_2$ と $\boldsymbol{B}$ の外積で与えられ、ベクトル表記すると、

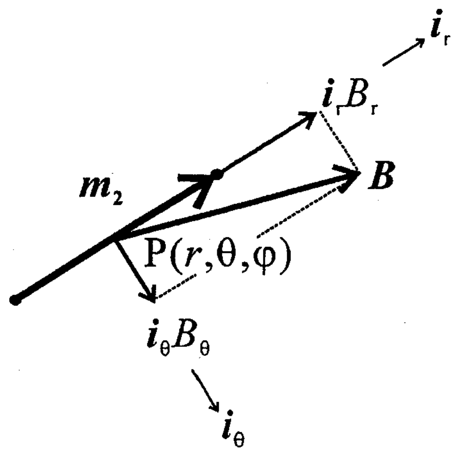


図2

$$\boldsymbol{T} = \boxed{(\text{ク})}$$

で与えられる。　これを用いると磁気双極子 $\boldsymbol{m}_2$ の方向が図2のように $\boldsymbol{i}_\mathrm{r}$ 方向にある場合、トルク $\boldsymbol{T}$ は磁気双極子能率の大きさ m_1 と m_2 を用いて

$$\boldsymbol{T} = \boxed{(\text{ケ})}$$

である。
同様に磁気双極子 $\boldsymbol{m}_2$ が図2のように $\boldsymbol{i}_\theta$ 方向を向く場合、トルク $\boldsymbol{T}$ は

$$\boldsymbol{T} = \boxed{(\text{コ})}$$

となる。

問題［3］ 熱統計力学（解答用紙「青色」に解答しなさい。）

熱力学的関係式について以下の問に答えよ。ただし、P は圧力、V は体積、T は温度、U は内部エネルギー、S はエントロピー、$F(=U-TS)$ は自由エネルギーとする。

問 1 以下の関係が成り立つことを示せ。

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S\,,\quad \text{および}\quad \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -P$$

問 2 以下の関係が成り立つことを示せ。

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

一方、温度 T と圧力 P が等しい 2 種類の異なる理想気体「気体 1」と「気体 2」がある。それぞれの分子の質量は m_1, m_2、分子の個数は N_1, N_2、体積は V_1, V_2 である。「気体 1」と「気体 2」を混合させ、体積が $V_3(=V_1+V_2)$、および分子の個数が $N_3(=N_1+N_2)$ の「気体 3」になったとする。混合前で気体が別々にあるときのエントロピーの和 S_1+S_2 と、混合された「気体 3」のエントロピー S_3 との変化量を求める。ただし、分離されているときの「気体 1」、および「気体 2」の分配関数 Z_1、および Z_2 は、それぞれ、

$$Z_1 = \frac{V_1^{N_1}}{N_1!}\left(\frac{2\pi m_1 kT}{h^2}\right)^{3N_1/2}\,,\quad \text{および}\quad Z_2 = \frac{V_2^{N_2}}{N_2!}\left(\frac{2\pi m_2 kT}{h^2}\right)^{3N_2/2}$$

である。ここで、k はボルツマン定数、h はプランク定数である。また、「気体 3」の分配関数は、

$$Z_3 = \frac{1}{N_1!N_2!}V_3^{(N_1+N_2)}\left(\frac{2\pi m_1 kT}{h^2}\right)^{3N_1/2}\left(\frac{2\pi m_2 kT}{h^2}\right)^{3N_2/2}$$

で与えられる。

問 3 混合前の「気体 1」のエントロピー S_1 を求める。以下の空欄を埋めよ。

問 1 より、

$$S_1 = -\left(\frac{\partial F_1}{\partial T}\right)_V$$

であり、「気体 1」の自由エネルギーが $F_1 = -kT\ln Z_1$ で与えられることから、

$$S_1 = \boxed{\quad(\text{ア})\quad}\ln Z_1 + \boxed{\quad(\text{イ})\quad}\frac{\partial}{\partial T}\ln Z_1$$

これに Z_1 を代入して整理すると、

$$S_1 = \boxed{\ (\text{ウ})\ } + \boxed{\ (\text{エ})\ }\ln V_1 + \boxed{\ (\text{オ})\ }\ln T + \boxed{\ (\text{カ})\ }\ln\frac{2\pi m_1 k}{h^2} + \boxed{\ (\text{キ})\ }\ln N_1!$$

となる。

問 4 混合された「気体 3」のエントロピー S_3 を求めよ。

問 5 $V_1 = V_2 = V_3/2$、$N_1 = N_2 = N_3/2$ のとき、混合によるエントロピーの変化 $\Delta S = S_3 - (S_1+S_2)$ を求めよ。このとき $\Delta S > 0$ となることを確認し、その意味を説明せよ。

問題[4]　量子工学（解答用紙「黄色」に解答しなさい。）

Bohr・Sommerfeld の量子条件について以下の問に答えよ。

問1　原子構造に関する Bohr の理論について以下の文章の空欄を適切な数式で埋めよ。

19 世紀には原子スペクトルは元素特有の離散スペクトルを示すことがわかっていたが、その原因は不明だった。1885 年、スイスの Balmer が水素の可視部スペクトルの規則性を初めて数式化した。それは、光の波長 λ が次式のような数列で表されるというものであった。

$$\lambda = \frac{4}{R}\cdot\frac{n^2}{n^2-4} \quad (n=3,4,5,\cdots) \qquad (1)$$

ここで、R は Rydberg 定数(R=109677.691cm^{-1})である。光速を c、プランク定数を h とすると、光のエネルギーは、c、h 及び λ により $\boxed{\quad（ア）\quad}$ と表されるので、この式に(1)式を代入することで光のエネルギーは $\boxed{\quad（イ）\quad}$ となる。Bohr はこの式の“かたち”の特殊性から以下の 2 つの仮説を導入した。

[a]原子は原子に特有のとびとびのエネルギー状態(以下、準位)だけをとることが許される。

[b]あるエネルギー準位から別のエネルギー準位への遷移が起こったとき、そのエネルギー差に相当する光が発せられる。

Bohr は上の 2 つの仮説に基づき、(イ)の式が 2 つのエネルギー準位の差になっていると考え、水素のエネルギー準位 W_n を $\boxed{\quad（ウ）\quad}$ とし、離散化されることを初めて示した。Bohr は量子論と古典論（量子論が形成される以前、つまり 19 世紀までに完成された、ニュートン力学や電磁気学を中心とする学問体系）を結びつける対応原理を提唱し、水素のエネルギー準位 W_n を次式のように理論的に導いた。

$$W_n = -\frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\frac{1}{n^2} \quad (n=1,2,3,\cdots) \qquad (2)$$

ここで、m は電子の質量、e は電子の電荷である。従って、(ウ)と比較することで R は理論的に $\boxed{\quad（エ）\quad}$ と表される。

更に、Bohr は第 3 の仮説、すなわち「定常状態において電子は通常の力学の法則に従って行動する」を導入、水素原子の半径（Bohr 半径）及び Bohr 磁子を求めた。Bohr はまた、これまでの結果から軌道電子の角運動量 M を計算し、極めて重要な以下の量子条件を見つけた。

$$M = \frac{nh}{2\pi} \quad (n=1,2,3,\cdots) \qquad (3)$$

これは 1913 年のことであり、その後 Sommerfeld により、以下の一般的な量子条件が完成された。

$$\oint p\cdot dq = nh \qquad (4)$$

ここで、p は運動量、q は一般化座標、n は整数である。

問２　量子論と古典論を結びつける Bohr の提唱した対応原理とは具体的にどのようなものか、以下のヒントを参考に推測せよ。

[ヒント]：古典論では通常、離散的ではなく連続的物理量を取り扱う。敢えて現代表現すると、デジタル(量子論)とアナログ(古典論)である。(2)式は $1/n^2$ を含むことがデジタル的(離散的)表記になっている。(2)式を古典論と結びつけるためには、この量子数 n が邪魔である。n にどのような条件を当てはめたとき量子論は古典論(連続量的考え方)に近づくか考えよ。

問３　水素原子では原子核の周りを１個の電子が回っている。これを電流と見て磁気モーメントを計算し、以下の手順で Bohr 磁子を求めよ。なお、電子軌道半径を r、電子電荷を e、電子質量を m、電子の飛行速度を v とせよ。

１）電子の角運動量 M を求めよ。

２）電流 i を求めよ。

３）円電流の場合、磁気モーメントは $\pi r^2 i$ で与えられる。磁気モーメントを計算せよ。

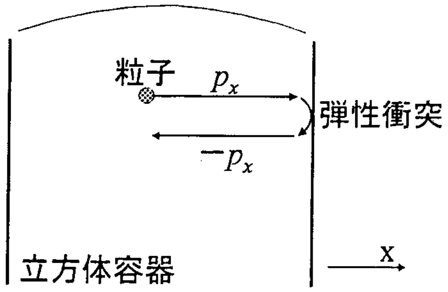
４）１）の結果と Bohr の量子条件（(3)式）を用い、離散化されたかたちの磁気モーメントを求めよ。また、n=1 とし、Bohr 磁子を求めよ。

問４　Sommerfeld の量子条件を用い、自由粒子（位置エネルギーが無く、壁と弾性衝突する(下図参照)）に対する固有エネルギー E を求めよ。ただし、粒子は一辺 L の立方体に入っているとし、粒子の質量を m とする。もし、これらの他に計算に必要な定数がある場合は適宜定義せよ。なお、導出過程を必ず示すこと。

[ヒント]：得られる結果は当然のことながら Schrödinger 方程式を解いて得られる以下の式と一致する。

$$E = \frac{h^2}{8mL^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \qquad (5)$$

ここで、n_x、n_y、n_z、はそれぞれ x、y、z 軸方向の量子数(=1,2,3,•••)である。また、直交座標系を用いる場合、量子条件は、例えば $\oint p_x \cdot dx = n_x h$ となることに注意せよ。ただし、p_x は x 軸方向の粒子の運動量である。下図は考え方のヒントになっている。参考にせよ。



問題[5]　光学　（解答用紙「水色」に解答しなさい。）

次の文章の空欄を埋めよ。但し同じカナの空欄には同じ言葉や式が入るものとする。

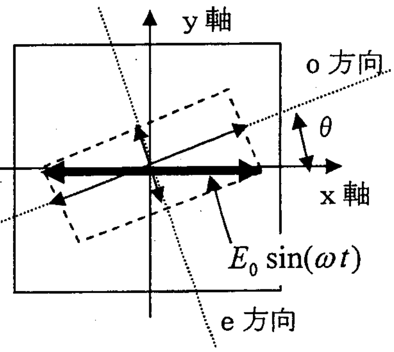
z 軸方向に伝搬する x 軸方向に直線偏光した単一周波数のレーザー光線を考える。そのようなレーザー光線の電界の強さは、

$$E_x(t) = E_0 \sin(\omega t)$$

$$E_y(t) = 0$$

と表せる。このレーザー光線がある透明結晶を通過することを考えよう。結晶の厚さを L とし、この結晶固有の特定の方向(o 方向)と x 軸となす角を θ とする（図参照)。

このときレーザー光の電界の強さを o 方向とそれに垂直な e 方向に射影すると、それぞれの方向に射影された光線の電界の強さは



$E^{in}{}_o(t) =$ (ア)

$E^{in}{}_e(t) =$ (イ)

と表せる。この結晶では、o 方向の電界成分に対しては屈折率 n_o、e 方向の電界成分に対しては屈折率 n_e となり、電界成分の向きに応じて屈折率が異なることが知られている。それぞれの成分が厚さ L の結晶を通過した後、電界の振動の位相は o 方向に関しては (ウ) だけ遅れ、e 方向に関しては (エ) だけ遅れる。（ここで、光速を c とする。）従って、結晶通過後 o 方向の電界振動の位相に対し e 方向の位相は Δφ = (オ) だけ遅れることになる。仮に出射光線の e 方向成分の初期位相を $\phi_0 = -$ (ウ) とすると、出射光線の電界の強さの各成分は ϕ_0 や Δφ を用いて、

$E^{out}{}_o(t) =$ (カ)

$E^{out}{}_e(t) =$ (キ)

と表せる。結晶通過後のレーザー光線の電界の強さはこれら e 方向の電界の強さと o 方向の電界の強さの合成なので、出射光線は一般的には、もはや直線偏光ではない。直線偏光であるためには、Δφ がある一定の条件を満たす必要がある。整数 m を用いれば、Δφ が (ク) の場合は入射光線と出射光線の偏光の方向に変化はないが、Δφ が (ケ) の場合は入射光線の偏光方向に対し、出射光線の偏光が (コ) だけ回転する。従って、θ を適当に変化させれば出射光線の直線偏光の向きが任意の方向に制御できることがわかる。

上記のような結晶の光学特性を複屈折と呼び、このように直線偏光入射光線の偏光を任意の方向の直線偏光光線として出射させることができる光学素子を 1/2 波長板と呼ぶ。

問題　[6]　物理化学　　　　（解答用紙「桃色」に解答しなさい。）

水の解離の速度過程はEigenらによって緩和法を用いて研究されてきた。

$$H_2O \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} H^+ + OH^-$$

ここで、k_1、k_2は解離および結合の速度定数である。温度ジャンプの緩和法では、系に瞬間的に大きな電流を流し温度を変えてH^+およびOH^-の濃度の変化を追跡する。今、水の全濃度をcとし、H^+およびOH^-の濃度xとしてk_1、k_2との関係を求める。下の記述の$\boxed{（ア）}$～$\boxed{（シ）}$を、適切な式あるいは数値で埋めなさい。

まず、濃度xの時間的変化を表わす式を求める。tは時間である。

$d[OH^-]/dt = k_1[H_2O] - \boxed{（ア）}$ と表されることから、 $[H_2O] = \boxed{（イ）}$及び $[H^+] = [OH^-] = x$ を代入して、

$dx/dt = \boxed{（ウ）}$となる。

次に、水の温度Tが瞬間的にT_0からT_eに変化するとき、水の平衡状態はT_0での状態からT_eでの新たな状態に移る。この時、H^+およびOH^-の濃度も変化する。ただし、温度変化は十分小さく、T_0は25℃とする。今、$T = T_e$での平衡状態におけるH^+およびOH^-の濃度をx_eとする。$\triangle x = x - x_e$とすると、

$d(\triangle x)/dt = \boxed{（エ）}$と表わされる。

平衡状態では

$(dx/dt)_e = k_1 \boxed{（オ）} - k_2 \boxed{（カ）} = 0$

であり、$\triangle x$が十分小さい場合には、$\triangle x$ の2次の項を無視でき、

$d(\triangle x)/dt = -\boxed{（キ）}\triangle x$

が得られる。

これを積分することによって、$\triangle x$の時間挙動が得られる。 $\boxed{（キ）} = 1/\tau$（τは緩和時間）とおいて解くと、

$\triangle x = \boxed{（ク）}$となる。ただし、$\triangle x_0$は$t = 0$における$\triangle x$である。

さて、平衡状態では $(dx/dt)_e = 0$ であることから、

$k_1/k_2 = \boxed{（ケ）}$ である。

また、水のイオン積は$K_w = \boxed{（コ）}$であるから、上式は

$k_1/k_2 \fallingdotseq K_w / c$ となる。

従って、$\triangle x$ の時間変化を測定しその緩和時間τを求めれば、25℃では $K_w = \boxed{（サ）}$ $[mol^2dm^{-6}]$と $c = \boxed{（シ）}$$[moldm^{-3}]$ は既知であるから、k_1、k_2を求めることができる。