平成 21 年 8 月 25 日（火）
13:00〜16:00 実施

平成２２年度大学院前期課程入学試験

情報通信工学
入試問題

注意事項

・問題は７問、問題用紙の枚数は９枚（表紙を含まず）である。

・問題１〜問題３は必須問題である。すべて解答すること。

・問題４〜問題７は選択問題である。この中から２題を選択し、解答せよ。

・解答用紙は、

　問題 1 を 1 枚目（白色）の解答用紙

　問題 2 を 2 枚目（赤色）の解答用紙

　問題 3 を 3 枚目（青色）の解答用紙

　問題 4 を 4 枚目（黄色）の解答用紙

　問題 5 を 5 枚目（水色）の解答用紙

　問題 6 を 6 枚目（桃色）の解答用紙

　問題 7 を 7 枚目（緑色）の解答用紙

に記入すること。選択問題については、選択した問題番号に対応する解答用紙を選択すること。解答用紙を間違えると採点されない場合があるので注意すること。

・試験終了後の解答用紙回収について

1) 試験終了後、指示に従い、選択しなかった問題の解答用紙を 2 つ折りにすること。

2) 選択問題については、すべてについて解答した後、2 つ折りにする段階で、選択問題を確定させても良い。

3) 解答した解答用紙、および 2 つ折りにした解答用紙は、試験監督者の指示に従って提出すること。提出する解答用紙は５枚、２つ折りにする解答用紙は２枚である。

情 報 理 論

1．2 つの定常な情報源 S_1, S_2 を考える．情報源 S_1 は情報源記号として $\{0, 1\}$ を，また，情報源 S_2 は情報源記号として $\{a, b\}$ を有するものとする．情報源 S_1 から出力される情報源記号を確率変数 X で，また，情報源 S_2 から出力される情報源記号を確率変数 Y で表すものとし，それらの結合確率 $P_{X,Y}(x, y)$ は以下の表 1 のように与えられるものとする．情報源 S_1 および情報源 S_2 に関する以下の問いに答えよ．ただし，解答に際して対数の計算が必要となる場合は $\log_{10} 2 = 0.30$，$\log_{10} 3 = 0.48$ を利用すること．

表 1　確率変数 X, Y の結合確率 $P_{X,Y}(x, y)$

$P_{X,Y}(x,y)$		Y	
		$y = a$	$y = b$
X	$x = 0$	0.40	0.10
	$x = 1$	0.20	0.30

(i) $X = j$ (ただし $j \in \{0, 1\}$) となる確率を $P_X(j)$，また，$Y = k$ (ただし $k \in \{a, b\}$) となる確率を $P_Y(k)$ とする．$P_X(0)$, $P_X(1)$, $P_Y(a)$, $P_Y(b)$ を求めよ．

(ii) X, Y のエントロピー (平均情報量) を，それぞれ，$H(X)$, $H(Y)$ とする．$H(X)$, $H(Y)$ を求めよ．

(iii) $Y = k$ (ただし $k \in \{a, b\}$) である条件での $X = j$ (ただし $j \in \{0, 1\}$) となる確率 (条件付き確率) を $P_{X|Y}(j|k)$ とする．$P_{X|Y}(0|a)$，$P_{X|Y}(1|a)$，$P_{X|Y}(0|b)$，$P_{X|Y}(1|b)$ を求めよ．

(iv) $Y = a$ である条件での X のエントロピー $H(X|Y = a)$，および，$Y = b$ である条件での X のエントロピー $H(X|Y = b)$ を求めよ．

(v) X の条件付きエントロピー $H(X|Y)$ を求めよ．

(vi) X と Y の相互情報量 $I(X; Y)$ を求めよ．

(vii) X と Y は独立であるかどうか答えよ．ただし，そのように考える理由も示すこと．また，X と Y が独立であるか否かと，相互情報量 $I(X; Y)$ の関係を説明せよ．

(viii) 定常な情報源とはどのような情報源か説明せよ．また，定常な情報源と情報源記号の具体例を挙げよ．

通信方式

２－１　図１に示される，時間幅τ, 振幅 A の孤立パルス $g(t)$ に関して，以下の問いに答えよ．

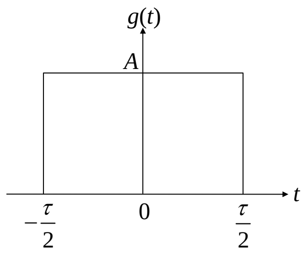


図１

(i) 時間波形 $h(t)$のスペクトル $H(f)$が，フーリエ変換により，

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

で与えられるとき，$H(f)$から $h(t)$を求める逆フーリエ変換の式を示せ．

(ii) 図１に示される $g(t)$のスペクトル $G(f)$を数式で表せ．またどのようなスペクトルになるかを図示せよ．

(iii) スペクトル $G(f)$ を周波数領域で周波数 f_c までシフトさせたスペクトル $G(f - f_c)$ を逆フーリエ変換した時間波形は, $g(t)$に対してどのような波形になるかを数式で表せ．

(iv) $G(f)$を変換して $G_1(f) = G(f-f_c)+G^*(-f-f_c)$ を生成するとき, $G_1(f)$ の逆フーリエ変換を数式で表せ．また，その時間波形を図示せよ．ただし，$X^*(f)$ は $X(f)$ の複素共役である．

２－２　図２に示すように，データが「１」であれば，振幅が A_1，パルス幅τのパルスを送信し, データが「０」であれば, 振幅が $-A_2$, パルス幅τのパルスを送信するものとする．ただし A_1, A_2 は正の値とする．伝送路では信号レベルが減衰するため，受信機では, 送信時の振幅の $1/K$（K は正の値）で受信されるものとする．さらに受信機では，送信機から到来する信号に対して，確率密度関数が平均 0，分散 N_R のガウス分布で与えられる雑音が加わるものとする．データの判定は，受信信号の極性が正であれば「１」，負であれば「０」が送信されたものと判定する．送信時に「１」が送信される確率と「０」が送信される確率は等しいものとするとき，以下の問いに答えよ．ただし，平均 m，分散σ^2 のガウス分布に従うランダム変数 x の確率密度関数は次式で与えられるものとする．

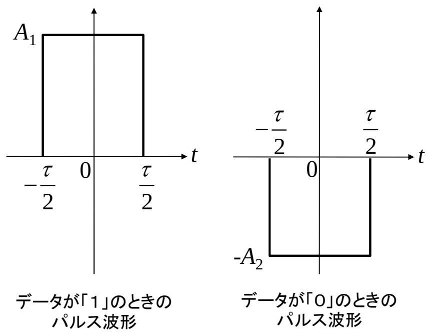


図２

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right)$$

また，以下の設問において，次式で定義される関数を用いよ．

$$\mathrm{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$$

(i) データ「１」が送信された場合に，そのデータが誤って受信される確率を求めよ．

(ii) データ「０」が送信された場合に，そのデータが誤って受信される確率を求めよ．

(iii) この伝送系の平均誤り率を求めよ．

(iv) A_1 を固定したまま A_2 を小さくするとき，(iii)で算出された伝送系の平均誤り率はどのように変化するかを説明せよ．

ネットワーク工学

3．以下に述べるウィンドウ制御方式を用いて，ネットワークを介して接続された送信ホスト A から受信ホスト B までパケットを転送する．一定時間幅 τ (秒) で区切られたスロット u_n $(n = 0, 1, \ldots)$ 毎に，送信ホスト A にはウィンドウサイズ w (w は $w \geq 1$ の整数) が与えられる．送信ホスト A は各スロットの開始直後に w 個のパケットを受信ホスト B に向けて送出する．受信ホスト B は，受信した各パケットに対し，正しく到着したことを示す ACK を送信ホスト A に向けて送出する．スロットの時間幅 τ は，送信ホスト A が時間 τ 内に w 個のパケットを送出し，さらにそれらに対する ACK を受信できる程度に十分に長いと仮定する．また，送信ホスト A からネットワーク中に送出された各パケットは，独立かつ同一の確率 p $(0 < p < 1)$ で受信ホスト B で受信されずに棄却されるものと仮定する．

スロット u_n $(n = 0, 1, \ldots)$ におけるウィンドウサイズ w は，以下の規則に従い決定される．

- スロット u_0 では $w = 1$ とする．
- スロット u_{n-1} $(n = 1, 2, \ldots)$ のウィンドウサイズを x とする．スロット u_{n-1} において送出された x 個のパケットに対する全ての ACK が送信ホスト A で受信された場合，スロット u_n のウィンドウサイズを $w = x + 1$ とする．
- スロット u_{n-1} $(n = 1, 2, \ldots)$ において 1 つ以上のパケットが棄却された場合，スロット u_n のウィンドウサイズを $w = 1$ とする．

以下の問いに答えよ．

(i) ウィンドウサイズ w のスロット u_n において送信ホスト A から送出されたパケットの内、k 個 $(k \leq w)$ のパケットが棄却される確率を $\Pr(k \mid w)$ と表す．$\Pr(k \mid w)$ を k，w，p を用いて表せ．

(ii) スロット u_{n-1} $(n = 1, 2, \ldots)$ において 1 つ以上のパケットが棄却されたとする．u_n 以降のスロットにおいて，ウィンドウサイズが $1 \leq w < W$ のスロットではパケットが 1 つも棄却されず，ウィンドウサイズが $w = W$ $(W \geq 1)$ に達したスロットにおいて初めて 1 つ以上のパケットが棄却される確率 $F(W)$ を $\Pr(0 \mid w)$ $(w = 1, 2, \ldots, W)$ を用いて表せ．

(iii) $F(w)$ $(w = 1, 2, \ldots)$ が次式で与えられることを示せ．

$$F(w) = (1-p)^{\frac{w(w-1)}{2}} - (1-p)^{\frac{w(w+1)}{2}}$$

- パケットが棄却された直後のスロットから次にパケットが棄却されるスロットまでの期間 (パケットが棄却されたスロットを含む) に含まれるスロット数の期待値を T，この期間に受信ホスト B で正しく受信されるパケット数の期待値を N と定義する．

(iv) T は，$T = \displaystyle\sum_{w=1}^{\infty} wF(w)$ で求めることができる．T が次式で表されることを示せ．

$$T = \sum_{w=1}^{\infty} (1-p)^{\{w(w-1)/2\}}$$

(v) N が次式で表されることを示せ．

$$N = \sum_{w=1}^{\infty} w(1-p)^{\{w(w-1)/2+1\}}$$

解答に際して，

$$\sum_{k=1}^{w} k \begin{pmatrix} w \\ k \end{pmatrix} p^k (1-p)^{w-k} = wp, \quad \left(\text{ただし，} \begin{pmatrix} w \\ k \end{pmatrix} = \frac{w!}{(w-k)!k!} \right)$$

となることを用いてよい．

(vi) スループット S (パケット/秒) を，単位時間当たりに受信ホスト B が正しく受信するパケット数と定義する．スループット S を，T，N，τ を用いて表せ．

光・電波工学

4．　真空中に，図１に示すような直角座標系および直方体状の領域を考える．今，この直方体領域に，時刻 t〔s〕における電界が

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{i}_x E_0 \cos(\omega t - ky) \quad 〔\mathrm{V/m}〕$$

と表される平面波が入射しているとき，以下の問いに答えよ．尚，$\boldsymbol{i}_x$ は x 軸の正方向を向く単位ベクトル，E_0〔V/m〕は電界の振幅，ω〔rad/s〕と k〔rad/m〕は，それぞれこの平面波の角周波数と波数である．

(i)　この平面波の磁界を求めよ．尚，真空中の誘電率，透磁率をそれぞれ ε_0〔F/m〕，μ_0〔H/m〕とする．また，もし解答に必要であれば，y 軸の正方向を向く単位ベクトルを $\boldsymbol{i}_y$，z 軸の正方向を向く単位ベクトルを $\boldsymbol{i}_z$ と表記すること．

(ii)　この平面波のポインティング・ベクトル $\boldsymbol{S}(t)$ を求めよ．

(iii)　$\boldsymbol{S}(t)$ を用いて，この直方体領域に流入する正味の電力の瞬時値 $P(t)$ を求めよ．

(iv)　この直方体領域に流入する正味の電力の時間平均値を求めよ．

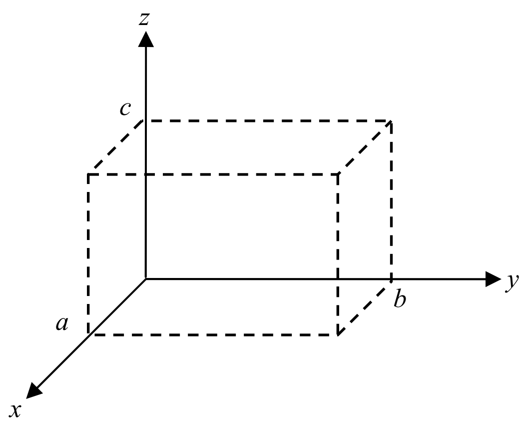


図１

信号処理

５－１　離散時間信号に関する以下の問いに答えよ．

(i)　離散時間信号 $x[n]=\delta[n]$ について，N 点の離散フーリエ変換 DFT を求めよ．ただし $\delta[n]$ は離散時間の単位インパルス信号（クロネッカのデルタ）とする．

(ii)　離散時間信号 $x[n]=1$ (n=0, 1, 2, ⋯, N－1) について，N 点の離散フーリエ変換 DFT を求めよ．

(iii)　N 点の離散フーリエ変換 DFT を高速に解くアルゴリズムとして，高速フーリエ変換 FFT がある。FFT を用いて逆離散フーリエ変換 IDFT を求めるアルゴリズムを示せ。

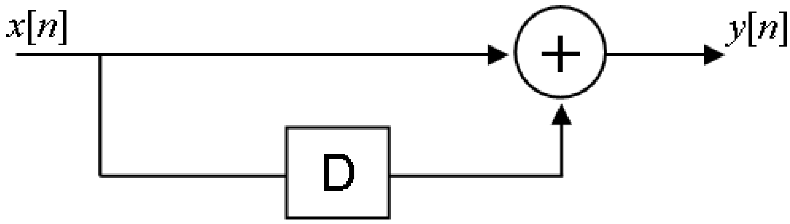
５－２　下図に示す離散時間線形時不変システムについて, 以下の問いに答えよ. ただし, 図中の $x[n]$, $y[n]$は，それぞれ入力信号および出力信号，D は単位時間の遅延素子である．

(i)　システムのインパルス応答 $h[n]$を求めよ．

(ii)　システムの周波数応答 $H(\Omega)$を求めよ．ここで，離散時間信号の周波数応答は，角周波数 Ω（Ωは$|\Omega|\leqq\pi$ の実数）の連続関数として $H(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h[n]\,e^{-jn\Omega}$で定義される．

(iii)　システムの振幅特性（ゲイン）$|H(\Omega)|$と位相特性$\angle H(\Omega)$をそれぞれ求め，図示せよ．

(iv)　システムの振幅特性が最大値から 3dB 以内である帯域幅（3dB 帯域幅）を求めよ．



論理回路・計算機システム

６． 10進数の各桁の数字を4桁の2進数で表すコードを2進化10進コード(BCDコード)という．一般に4桁の2進数は，0から15までの整数を表すことができるが，BCDコードではこのうちの最初の10個（0～9）を有効な数値として扱う．例えば，10進数の11は，BCDコードでは 0001 0001 となる．以下では，BCD コードにより表現された 2 つの 1 桁の 10 進数 $X=(x_3x_2x_1x_0)$ ，$Y=(y_3y_2y_1y_0)$ を，下位からの桁上げ C_d^l を考慮して加算し，和 $Z=(z_3z_2z_1z_0)$ とその桁上げ C_d^u を出力する回路について考える．ただし，以下すべての4桁の2進数及びBCDコードにおいて，添字が小さい方を下位桁とする． X と Y の10進数の加算では，4桁の2進数の加算結果を，10進数の桁上げのために修正する必要がある．例えば，10進数の5と6の加算においては， $X=(0101)$ と $Y=(0110)$ を4桁の2進数として加算した結果である1011に対し，和 $Z=(0001)$ と桁上げ $C_d^u=1$ が出力されるような修正が必要となる．このようなBCDコードの加算を図1に示す回路によって実現するとき，以下の問いに答えよ．

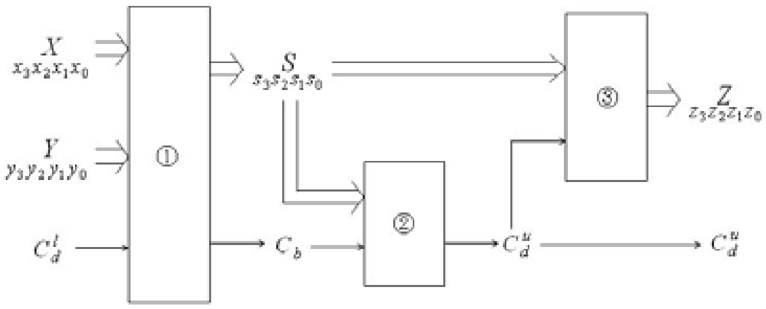


図1

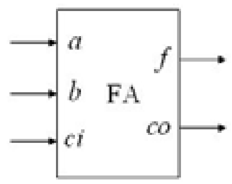


図2

(i) 下位からの桁上げを考慮した1桁の2進数の加算を行う回路は全加算器(FA)と呼ばれ，図2に示すように，1桁の2進数 a ， b および下位からの桁上げ ci から，和 f と上位への桁上げ co が求められる．全加算器の真理値表を示すと共に， f と co を a ， b ， ci の最小積和形論理式で表せ．

(ii) 図1中①に示すように，$X=(x_3x_2x_1x_0)$ ，$Y=(y_3y_2y_1y_0)$ および下位からの桁上げ C_d^l を入力とし，順次桁上げ方式の4桁の2進数の加算を行う回路を，全加算器(FA)を複数個用いて構成し，その回路図を示せ．ただし，出力は和 $S=(s_3s_2s_1s_0)$ ，桁上げ C_b とし，全加算器(FA)は図2に示す記号で表すものとする．なお，解となる複数の回路構成が存在する場合はその1つを示せばよい．

(iii) 図1中②では， $S=(s_3s_2s_1s_0)$ ， C_b に基づき，10進数の加算により生じる桁上げを検出する．桁上げ C_d^u の論理式を， $S=(s_3s_2s_1s_0)$ ， C_b の最小積和形論理式で表し，その回路図を示せ．ただし，利用可能な論理ゲートは論理積(AND)，論理和(OR)，論理否定(NOT)とし，各ゲートの入力数は3以下とする．

(iv) $S=(s_3s_2s_1s_0)$ と C_d^u から $Z=(z_3z_2z_1z_0)$ を得るためには， S にどのような修正が必要となるか説明せよ．また，図1中③に示すように， $S=(s_3s_2s_1s_0)$ と C_d^u を入力としてそのような修正を実現し， $Z=(z_3z_2z_1z_0)$ を出力する回路を，全加算器FAを複数個用いて構成し，図示せよ．なお，全加算器は図2に示す記号で表し，解となる複数の回路構成が存在する場合はその1つを示せばよい．

基本アルゴリズム・プログラミング

7－1 バケットソートは，整列したいデータの取りうる値が m 種類であるとき，m 個のバケットを準備し，各値ごとに1個のバケットを対応づけることでソートを行う方法である．プログラムAは，取りうる値が $0, 1, \ldots, 7$ であるデータに対し，バケットソートを行うプログラムである．以下の問いに答えよ．

(i) プログラムAの空欄 $\boxed{(1)}$, $\boxed{(2)}$ を埋めよ．

(ii) プログラムAの `/* α */` において `j=3` のときの配列 a に格納されている値を示せ．

(iii) プログラムAで表されるバケットソートの時間計算量を求めよ．ただし，ソートするデータ数を n，必要なバケット数を m として，m, n に対するオーダとして示し，その導出の理由を示せ．さらに，バケットソートの利点および欠点を，適用可能なデータの種類や，時間計算量および記憶容量の観点から述べよ．

プログラムA

```
#define M 8          /* バケット数 */
#define N 10         /* データ数 */

int main(){
  int a[N]={2,3,5,6,7,4,2,0,7,1};                /* ソート対象の配列 */
  int bucket[M], i, j, k;                      /* ソートに用いる bucket */

  for (j=0; j<M; j++) bucket[j] = 0;             /* bucket を初期化 */
  for (i=0; i<N; i++) bucket[ (1) ]++;            /* bucket に格納 */

  i=0;
  for (j=0; j<M; j++){                         /* bucket のデータを結合 */
    for (k= (2) ; k!=0; k--){
      a[i]=j;
      i++;
    }
    /* α */
  }
  return 0;
}
```

7－2　プログラムBは，クラスカルのアルゴリズムを用いて，与えられたグラフの最小木を求めるプログラムである．クラスカルのアルゴリズムは，最短の枝から順にその枝が最小木を構成するかどうかを調べる方法である．このプログラムでは，配列 a[ ] に枝長の短い順にソートされた各枝の情報が格納されている．また，配列 set[ ] は各節点が属する節点集合の番号を格納しており，２つの節点集合がマージされたときは，小さい方の番号がマージ後の集合につけられる．

図 7(a) は，与えられたグラフを示しており，円内の数字は各節点番号を，枝に付された数字は，その枝の長さを表す．図 7(b), (c) は，それぞれ，初期状態と反復 ite=1 が終了したときの「節点集合と選択された枝」を示したものである．点線で囲まれた部分は，節点集合を表し，太字の数字はその集合の番号を表す．このプログラムに関して以下の問いに答えよ．

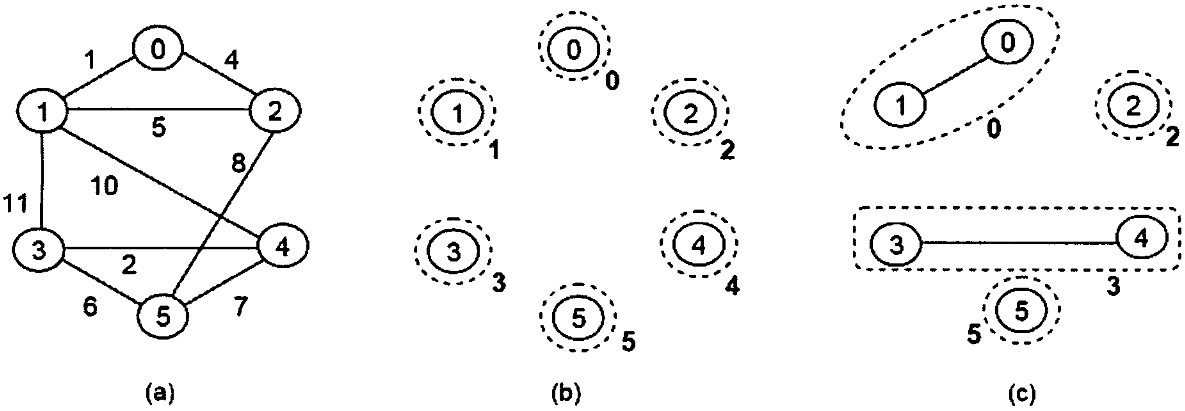


図 7

(i) クラスカルのアルゴリズムのように，局所的に最適な選択を続けることにより解を得る方法は一般的に何と呼ばれるか答えよ．

(ii) クラスカルのアルゴリズムでは，最短の枝から順にその枝が最小木の構成要素になりうるかを調べていく．ある枝が最小木の構成要素になりえない場合，その枝とすでに最小木の要素として選択されている枝集合の関係がどのようになっているか答えよ．

(iii) プログラムBの空欄 (3) ～ (6) を埋めよ．

(iv) プログラムBの ite=2 以降の各反復において，/* β */ での「節点集合と選択された枝」の状態を図 7(c) を参考にして図示せよ．

(v) 与えられたグラフの節点数を n，枝数を m としたとき，n および m に対するプログラムBの時間計算量のオーダを求め，その計算量の算出根拠を述べよ．

プログラムB

```
#define Node_num 6
#define Arc_num  9

typedef struct arc_tag { /* 枝情報を格納する構造体 */
   int length;           /* 枝長 */
   int end_pt1;          /* 枝の端点 */
   int end_pt2;          /* 枝の端点 */
   int selected;         /* 1: 枝が最小木に含まれる -1: 含まれない */
} Arc;

void swap(int *a, int *b){ int tmp; tmp=*a; *a=*b; *b=tmp; }
void merge_trees(int n1, int n2, int *set){      /* ２つの節点集合をマージ */
  int k;
  if(set[n2] > set[n1]) swap(&n1, &n2);
  for(k=0; k<Node_num; k++)
    if(set[k] == set[n1]) (3) = (4);          /* ２つの節点集合の番号の */
                                  /* 小さいほうの値をマージ後の節点集合につける */
}

int main(){
  Arc a[Arc_num]={ {1, 0, 1, -1}, {2, 3, 4, -1}, {4, 0, 2, -1},
   {5, 1, 2, -1}, {6, 3, 5, -1}, {7, 4, 5, -1}, {8, 2, 5, -1},
   {10, 1, 4, -1}, {11, 1, 3, -1} };                    /* 枝情報の初期化 */
  int set[Node_num]={0, 1, 2, 3, 4, 5};          /* 各節点に初期番号を付加 */
  int ite, arc_num=0, n1, n2;

  for(ite=0; ite<Arc_num; ite++){             /* 枝長が短い順に枝をチェック */
    n1=a[ite].end_pt1; n2=a[ite].end_pt2;
    if( (5) != (6) ){  /* 枝 a[ite] を最小木の要素として選択できるか？ */
      a[ite].selected = 1;                                /* 枝を選択 */
      arc_num++;
      merge_trees(n1, n2, set);                    /* 節点集合のマージ */
    }
    /*  β  */
    if( arc_num == Node_num -1 ) break;          /* 最小木ができれば終了 */
  }
  return 0;
}
```