北海道大学大学院情報科学研究科
情報エレクトロニクス専攻入学試験
平成 23 年 8 月 18 日 13:00～15:00

専門科目 1

受験上の注意

- 机の上に置いてよいものは，筆記用具（鉛筆，消しゴム，鉛筆削りなど），時計，特に指示があったもののみである．
- 時計は計時機能のみのものを使用し，アラームの使用を禁ずる．
- 電卓，電子手帳，辞書の使用を禁ずる．携帯電話は電源を切ること．
- 問題紙の枚数は，［1］（応用数学Ⅰ），［2］（応用数学Ⅱ），［3］（半導体デバイス工学），［4］（電磁気学），［5］（電気回路），［6］（電子回路），について各1ページ，計7ページ（このページを含む）である．問題紙は回収しない．
- 答案用紙の枚数は3枚である．［1］～［6］の計6問の中から3問選択し，1枚に付き1問を解答すること．
- 答案用紙の裏面を使用してもよいが，その場合，使用の有無を答案用紙右下に記載すること．
- 選択した問題の番号，受験番号の誤記，記入もれがないか，各答案用紙を十分に確かめること．これらを別紙の選択問題チェック票にも記入し，提出すること．
- 草案紙の枚数は3枚である．草案紙は回収しない．

[1] 応用数学 I

1．k 個のベクトルからなる集合 $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \cdots, \mathbf{x}_k\}$ に対し，$\mathrm{a}_1\mathbf{x}_1 + \mathrm{a}_2\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathrm{a}_k\mathbf{x}_k = \mathbf{0}$ ならば $\mathrm{a}_1 = \mathrm{a}_2 = \cdots = \mathrm{a}_k = 0$ が常に成立するとき, これらの k 個のベクトルは一次独立と定義する．一方ですべてがゼロでない実数の組 $\mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \cdots, \mathrm{a}_k$ が存在して $\mathrm{a}_1\mathbf{x}_1 + \mathrm{a}_2\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathrm{a}_k\mathbf{x}_k = \mathbf{0}$ が成り立つとき, 一次従属であると定義する.

（１）　３つの縦ベクトル

$$\mathbf{y}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ から生成する行列 } S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

の行列式を求めよ.

（２）　$\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3$ が一次独立であることを上の定義によって示せ.

（３）　３つの縦ベクトル

$$\mathbf{z}_1 = \begin{pmatrix} a \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{z}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{z}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -a \\ 2 \end{pmatrix} \text{ から生成する行列 } T = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -a \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

の行列式を求めよ.

（４）　（３）で与えられた行列 T が非正則行列のとき，a の値を求めよ.

（５）　a が（４）で得られた値のとき，$\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \mathbf{z}_3$ が一次従属であることを定義によって示せ.

2．　２変数関数 $f(x, y) = x - 2y$ および $g(x, y) = x^2 + y^2$ に関して，以下の問いに答えよ．ただし，x, y, z 軸正方向の単位ベクトルを $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ とせよ.

（１）　$f(x, y)$ および $g(x, y)$ の等高線を xy 面内に１つずつ図示せよ.

（２）　勾配 $\mathrm{grad}\, f$, $\mathrm{grad}\, g$ を求めよ.

（３）　（１）の結果を転写し，$f(x, y)$,　$g(x, y)$ それぞれの等高線上に相異なる４点を指定し，そこを始点として，方向に注意して（２）の結果を図示せよ．ベクトルの大きさは任意でよい.

（４）　勾配の回転，$\mathrm{rot}\,(\mathrm{grad}\, f)$，$\mathrm{rot}\,(\mathrm{grad}\, g)$ を求めよ．途中の計算過程が分かるよう解答せよ.

[2] 応用数学Ⅱ

1. 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $xy' = y + x$

(2) $xyy' = y^2 - 2x^2$

(3) $xy'' - 2y' = 0$

2. 微分方程式 $y'' - 2y' - 3y = -10\sin x$ の一般解と，境界条件 $y(0) = 1$， $y'(0) = 4$ を満たす特解を求めよ.

[3] 半導体デバイス工学

1. シリコン（Si）の pn 接合（階段接合とする）に関して，以下の設問に答えよ．なお，フェルミ準位を E_F，禁制帯幅を E_G，伝導帯下端エネルギーを E_C，価電子帯上端エネルギーを E_V，内蔵電位を V_{bi} とする．また，真性キャリア密度を n_i，n 形半導体中のドナー不純物密度を N_D，p 形半導体中のアクセプタ不純物密度を N_A として, ドナーおよびアクセプタは全てイオン化しているものとする．

(1) 熱平衡状態のバンド図と空乏層内の電荷分布を模式的に示せ. ただし, 電子, 正孔をそれぞれ適切な記号を用いて表すこと.

(2) 接合に発生する内蔵電位 V_{bi} を表す式を導出せよ. ただし, 電荷素量を q，ボルツマン定数を k_B，絶対温度を T とする.

2. 直接遷移型半導体の pn 接合を用いた発光ダイオードの発光原理を，模式的なバンド図を用いて説明せよ．ただし，電子，正孔をそれぞれ適切な記号を用いて表すこと．また，半導体の禁制帯幅が 2.0 eV の場合，バンド間遷移による発光波長は何 nm か．ただし，光速を 3.00×10^{8} m/s，プランク定数を 6.63×10^{-34} Js，電荷素量を 1.60×10^{-19} C とする．

3. 以下の設問に答えよ．

(1) p-Si 表面に膜厚 10 nm のハフニウム酸化膜を堆積し，金属-酸化膜-半導体（MOS）構造を形成した．ハフニウム酸化膜の比誘電率を 20 とした場合，1 μm^2 あたりの酸化膜容量 C_{OX} を求めよ．ただし，真空の誘電率を 8.85×10^{-12} F/m とする．

(2) p-Si 基板に形成した MOS 構造において，強い表面反転が生じる時の MOS 界面のバンド図を模式的に示し, 強い反転を与える表面ポテンシャル V_{SINV} とアクセプタ不純物密度 N_A との関係を示せ．ただし，フェルミ準位を E_F，真性フェルミ準位を E_I，伝導帯下端エネルギーを E_C，価電子帯上端エネルギーを E_V , 真性キャリア密度を n_i , 電子の電荷素量を q，ボルツマン定数を k_B，絶対温度を T とする.

　また，ゲート電圧 $V_G = 0$ V でフラットバンド状態が成立する場合，強い表面反転を与えるゲートしきい電圧 V_{TH} を，アクセプタ不純物密度 N_A，表面反転ポテンシャル V_{SINV}，酸化膜容量 C_{OX}，電荷素量 q，半導体の誘電率 ε_S を用いて表せ.

(3) 相補型 MOS（CMOS）インバータの基本回路図を示せ．また，入出力特性を模式的に示して動作原理を説明し, 電源電流 I_{DD} との関係を説明せよ. ただし, 電源電圧を V_{DD}，入力電圧を V_{in}，出力電圧を V_{out} とし，強い表面反転を与える MOS トランジスタのゲートしきい電圧の絶対値を $V_{DD}/2$ とする.

［4］ 電磁気学

真空中（誘電率 ε_0）において，均一な体積密度 ρ の電荷が半径 R_0 の球状に分布している（図１）．その電界 $\vec{E}$ に関連する物理量について，以下の設問に答えよ．

(1) 球の中心からの距離 r の関数として，電界の大きさ $E(r)$を求めよ．

(2) 内半径 R_1，外半径 R_2 の金属球殻（$R_0 < R_1 < R_2$）でこの球状分布電荷を包んだ（図２）．

(a) $R_0 < r < R_1$，$R_1 < r < R_2$，$R_2 < r$ の各領域における電界の大きさ $E(r)$を答えよ．

(b) 金属球殻の内面，外面に現われる電荷面密度（それぞれσ_1，σ_2）を求めよ．

(3) この状態で金属球殻を接地した（図３）．この場合の σ_1，σ_2 を答えよ．

(4) (3) の状態において，中央の球状分布電荷に以下のような変化を施した．

(a) 電荷の中心位置を水平方向に振幅 D，角振動数ωで振動（変位：$D\sin\omega t$，ただし $R_0 + D < R_1$）（図４）

(b) 電荷密度を角振動数ωで振動（$\rho(t) = \rho_0 \sin\omega t$ ，ただしρ_0 は定数）（図５）

それぞれの場合において，接地導線を流れる電流 $I(t)$を求めよ．ただし，金属からグランドへ向かう方向を I の正方向とする．また，電界の変動により発生する磁界の影響，過渡現象を無視できるほど ωは小さいものとする．

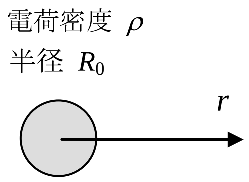


図１

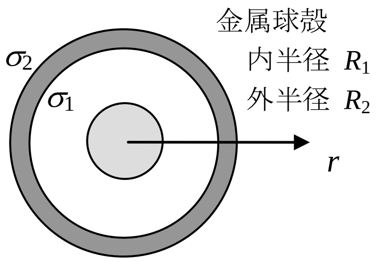


図２

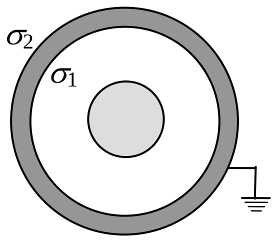


図３

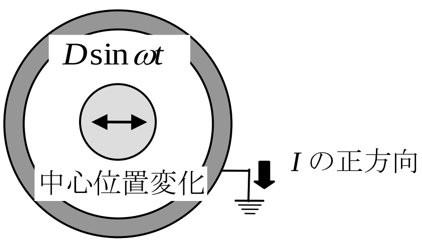


図４

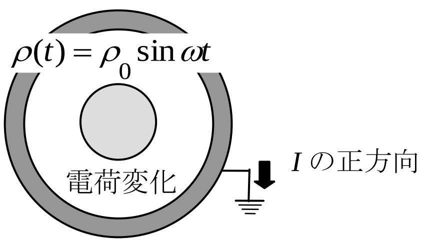


図５

[5] 電気回路

下図は，正弦波交流電圧源，抵抗，キャパシタンス，インダクタンスからなる電気回路である．この電気回路について，以下の設問に答えよ．

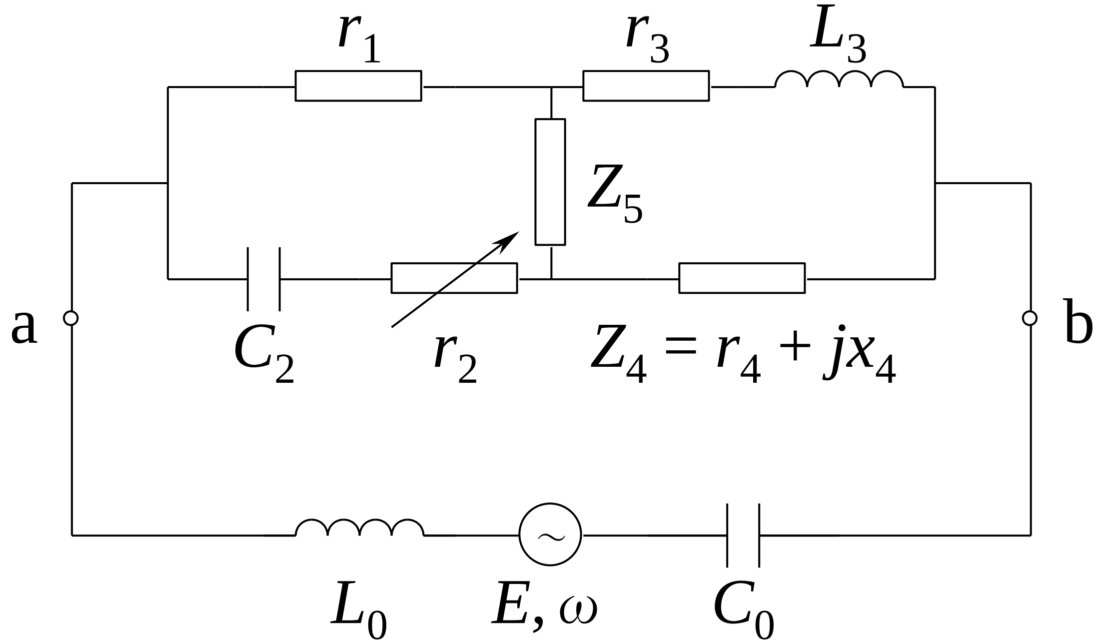
ただし, 正弦波交流電圧源の電圧振幅 E は一定, かつ, 角周波数 ω は可変とする．また，r_1，r_2，r_3 は抵抗，C_0，C_2 はキャパシタンス，L_0，L_3 はインダクタンス，Z_4，Z_5 はインピーダンスである．インピーダンス Z_4 は抵抗 r_4 とリアクタンス x_4 が直列に接続されたものであり, リアクタンス x_4 は受動素子 1 つで構成されるものとする．答案中で複素数を用いる場合は虚数単位を j とせよ．

(1) インピーダンス Z_5 に電流が流れないとき，r_1，C_2，r_2，r_3，L_3，r_4，x_4 が満たす条件を求めよ．

(2) (1)の条件が満たされ，かつ，$r_2 = 0$ であるとする．リアクタンス x_4 を実現する素子は何かを答えよ．また，その素子定数を求めよ．

(3) (1)，(2)の条件が満たされ，かつ，a-b 間のインピーダンス（図中 a，b より上の回路のインピーダンス）が ω によらず一定の純抵抗 R となるために, r_1，C_2，r_3，L_3，r_4 が満たすべき条件を求めよ．

(4) (1)，(2)，(3)の条件が満たされるとき，a-b 間に現れる電圧の振幅が最大となる ω を求めよ．



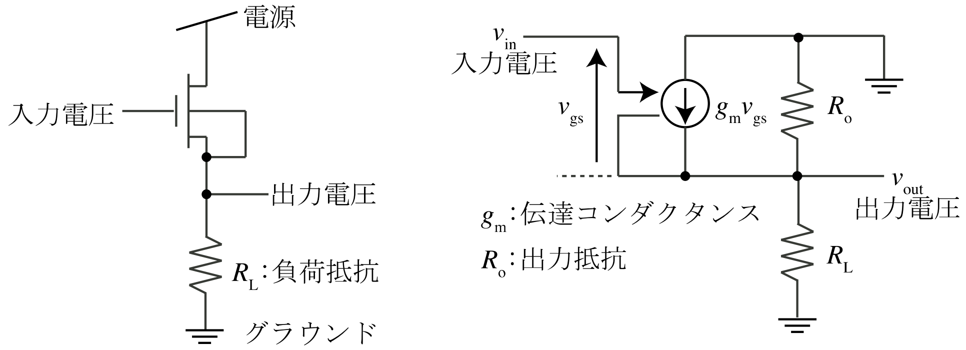
[6] 電子回路

1．図 1(a)に n チャンネル MOS 電界効果型トランジスタ（nMOS FET）を用いたドレイン接地増幅器を示す．図 1(b)はその小信号等価回路である．小信号等価回路において，次の設問に答えよ．

(1) nMOS FET のゲート-ソース間電圧 v_{gs} を，出力電圧 v_{out} と入力電圧 v_{in} であらわせ．

(2) nMOS FET の伝達コンダクタンスを g_m，出力抵抗を R_o，増幅器の負荷抵抗を R_L とする．ドレイン-ソース電流 $g_m v_{gs}$ が R_L と R_o からなる並列抵抗に流れ込んだときに生じる電圧 v_{out} を求めよ．

(3) 上記設問(1)で求めた v_{gs} と，設問(2)で求めた v_{out} より，電圧利得 A_V ($=v_{out}/v_{in}$) を求めよ．また，$g_m R_o R_L \gg R_o+R_L$ のときの A_V の近似値を求めよ．



(a) ドレイン接地増幅回路　　(b) 小信号等価回路

図 1 ドレイン接地増幅器とその小信号等価回路

2．図 2 に理想演算増幅器を用いた非反転増幅回路を示す．

(1) 出力電圧 V_o および R_1，R_2 を用いて，反転入力端子の電圧 V_m を表わせ．

(2) 理想演算増幅器においては，非反転入力端子（図２の A）の電圧と反転入力端子（B）の電圧が等しいと見なせるが，この状態を何と呼ぶか．

(3) 入力電圧 V_i および R_1，R_2 を用いて，出力電圧 V_o を表わせ．

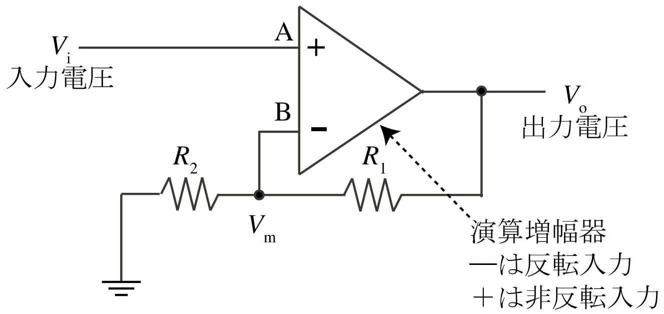


図 2 理想演算増幅器を用いた非反転増幅回路