

平成15年度 京都大学大学院情報学研究科
修士課程 通信情報システム専攻入学資格試験問題

専門基礎A

平成14年8月21日(水) 13:00 - 16:00

注意

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎A」の問題用紙で、表紙共に11枚ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。4問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語で行うこと。

専門基礎A

して解答せよ。

A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9 の9問から4問を選択

A-1

以下の全ての問いに答えよ。

(1) 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$$

(2) 次式を証明せよ。

$$S_n = \int \sin^n x \, dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} S_{n-2} \quad (n \neq 0)$$

(3) 曲線の長さに関する以下の問いに答えよ。

(a) $x = f(t)$, $y = g(t)$, $(a \leq t \leq b)$ を平面上の滑らかな曲線 C のパラメータ表示とする。区間 $[a, b]$ で、関数 $f(t)$, $g(t)$ が微分可能、かつ、 $f(t)$, $g(t)$ の導関数がともに連続のとき、曲線 C の長さ L は次式で与えられることを説明せよ。

$$L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$$

(b) サイクロイド $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$, $(a > 0, 0 \leq \theta \leq 2\pi)$ の弧の長さを求めよ。

(4) A, B が同じ次数の対称行列のとき、次のことを証明せよ。

(a) $AB = BA$ ならば AB は対称行列である。

(b) AB は必ずしも対称行列とは限らない。

(5) 次の実対称行列 A を適当な直交行列 P で対角化せよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

A-2

次の4問中3問を選んで答えよ。

- (1) (a) のフーリエ変換 (Fourier transform) を求め、これを利用して (b) を証明せよ。ただし、 $a > 0$ とする。

(a)

$$\exp(-a|t|)$$

(b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \omega t}{\omega^2 + a^2} d\omega = \frac{\pi}{a} \exp(-a|t|)$$

- (2) 複素関数 (complex function) に関する次の問に答えよ。

次の定積分 (finite integral) を留数 (residue) を用いて示せ。ただし、実数 $k \neq 0$, $a > 0$ とする。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos kx}{x^2 + a^2} dx = \frac{\pi}{a} e^{-|k|a}$$

- (3) 次の微分方程式について、下記の問い答えよ。

$$\frac{dy}{dx} = y^2$$

- (i) 次式による級数解 (series solution) を求めよ。

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

- (ii) 解析解 (analytic solution) を求め、級数解と一致することを確認せよ。

次頁に続く

A-2 続き

(4) Bessel 関数は下記の母関数 (generating function) で表すことができる。

$$\exp\left[\frac{1}{2}x\left(t - \frac{1}{t}\right)\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} t^n J_n(x)$$

(i) これを x で微分して次の関係を示せ。

$$2 \frac{dJ_n(x)}{dx} = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

(ii) さらに,

$$\frac{2n}{x} J_n(x) = J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)$$

の関係を用いて,

$$\left(\frac{n}{x} \pm \frac{d}{dx}\right) J_n(x)$$

のそれぞれが Bessel 関数で表せることを示せ。

(iii) 次式を証明し, それを用いて $J_n(x)$ が Bessel の微分方程式を満たすことを示せ。

$$\left(\frac{n+1}{x} + \frac{d}{dx}\right) \left(\frac{n}{x} - \frac{d}{dx}\right) J_n(x) = J_n(x)$$

ヒント: Bessel の微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) y = 0$$

A-3

下記の設問に答えよ

(1) 真空中に磁極の強さ(strength of magnetic pole)が m 、距離が l の磁気双極子(magnetic dipole)が、図(a)のような位置にある。ただし、 $l \ll r, r_1, r_2$ とする。

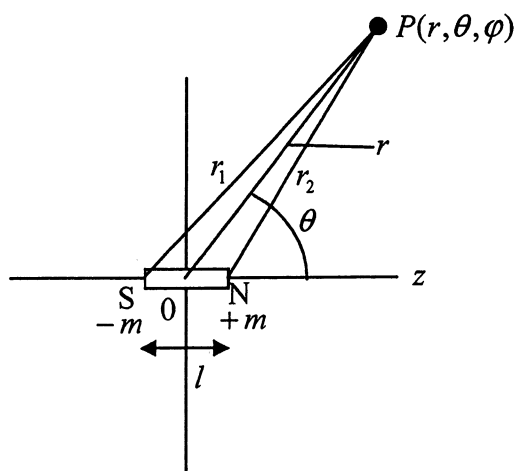
i) 図(a)中の点 P における磁位(magnetic potential)を求めよ。

ii) 図(a)中の点 P における磁界(magnetic field)を求めよ。

(2) 真空中を伝搬する平面電磁波(plane electromagnetic wave)について次の問いに答えよ。

i) z 軸の正の方向に進行する右旋円偏波(right circular polarized wave)の電界(electric field) $\vec{E}_1 = (E_x, E_y, 0)$ を角周波数 ω 、波数 k を用いて表せ。

ii) z 軸の正の方向に進行する右旋円偏波と左旋円偏波(left circular polarized wave)の両平面電磁波を重ね合わせることにより、直線偏波(linear polarized wave)が合成できることを示せ。



図(a)

A-5

以下の3問に答えよ。

- (1) 図(a)の回路はT型減衰器(attenuator)である。特性インピーダンス $Z = 50\Omega$ で減衰量 6 dB とするための回路定数 R_1 、 R_2 を求めよ。
- (2) 図(b)の回路において、 $V_2(\omega)/V_1(\omega)$ を求め、その大きさと位相の周波数特性(frequency characteristics)を図示せよ。
- (3) 図(c)及び図(d)は理想的(ideal)な演算増幅器(operational amplifier)を用いた回路である。それぞれの回路の入出力特性を求めよ。またそれぞれの回路の用途について述べよ。

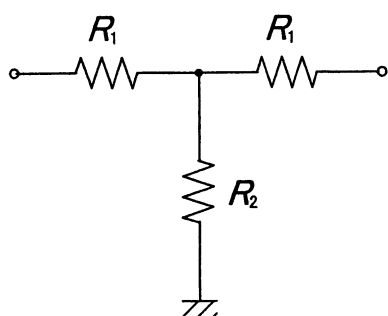


図 (a)

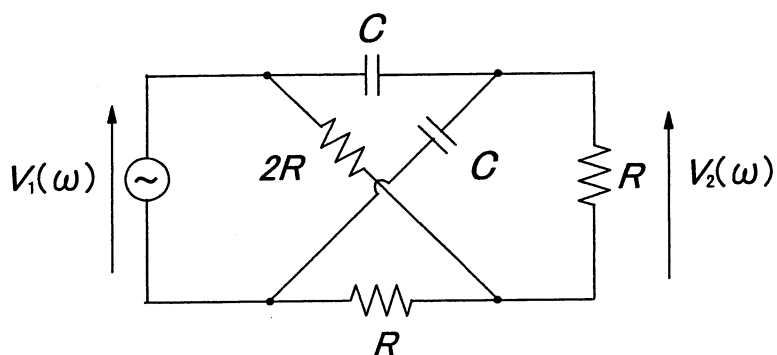


図 (b)

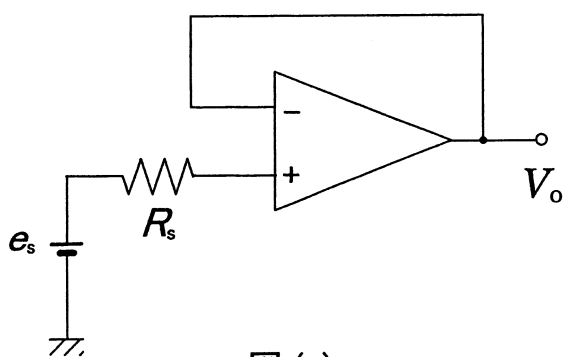


図 (c)

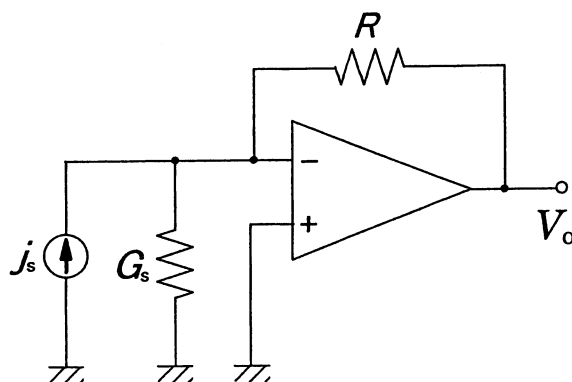


図 (d)

A-6

以下の二つの間 (1), (2) に答えよ.

(1) 以下の間に答えよ.

(a) 2元無記憶情報源 (memoryless information source) S について, そのアルファベット (alphabet) を $\{a, b\}$ とし, a, b の生起確率をそれぞれ $p, 1-p$ とする. ただし, $\frac{1}{2} < p < 1$ とする. ここで, S の2次の拡大 (extension) S^2 を考える. S^2 に対しては, p の値に応じて, 符号語の長さの組の異なる2元ハフマン符号 (Huffman code) が構成される. これらのすべての符号について, 符号語の長さの組および平均符号長 (average length of a code) を求めよ.

(b) 二つの無記憶情報源 A, B について,

$$H(A) \geq H(A|B)$$

であることを証明せよ. 但し, $H(A)$ は A のエントロピー (entropy), $H(A|B)$ は B で条件をつけた A の条件付エントロピー (conditional entropy) である. なお, A, B のアルファベットは, それぞれ n 個, m 個の元を持ち, $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ で表されるものとする. 証明で用いる記号については, 適宜定義して用いること. 必要であれば, 以下の定理を証明することなく用いても良い.

定理: N を正の整数とする. $p_1, p_2, \dots, p_N, q_1, q_2, \dots, q_N$ を, それぞれ

$$p_1 + p_2 + \dots + p_N = 1$$

$$q_1 + q_2 + \dots + q_N \leq 1$$

を満たす任意の非負の実数とする. ただし, $p_i \neq 0$ ならば $q_i \neq 0$ とする. このとき,

$$-\sum_{i=1}^N p_i \log_2 q_i \geq -\sum_{j=1}^N p_j \log_2 p_j$$

が成立する.

(2) 2元線形符号 (binary linear code) について以下の間に答えよ.

(a) 以下のパリティ検査行列 (parity check matrix) で表される符号のすべての符号語 (codewords) を示せ. また, この符号の最小ハミング距離 (minimum Hamming distance) はいくらか. 理由とともに答えよ.

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) 巡回符号 (cyclic code) を用いて誤り検出を行いたい. このとき誤り検出能力 (error detecting capability) を高めるためには生成多項式 (generator polynomial) をどのように選べば良いか. その選び方について述べよ.

A-7

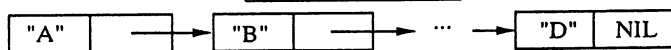
計算機のメモリ上にある内部データをファイルに出力したり、逆にファイルから入力をして内部データを構築したい。今、*head*と*tail* という2つのフィールド (field) から構成されるセル (cell)

<i>head</i>	<i>tail</i>
-------------	-------------

 を「(*head* . *tail*)」と表現する。フィールドに入る値は、高々長さ4の文字列かセルへのポインタ (pointer) か NIL (空のポインタ, empty pointer) である。文字列は " " で括って表現する。例えば、("CAR" . "CDR") と表現されるデータは、

"CAR"	"CDR"
-------	-------

 というセルに対応する。また、



のように、セルが順々に並んだデータをリスト (list) と呼び、
("A" . ("B" ("D" . NIL)))

で表現する。ここで、リストの表現の簡略化規則として次の2つのルールを導入する。

ルール1 「. NIL」は省略して良い。

例: ("ONLY" . NIL) ⇒ ("ONLY")

ルール2 「. (...)」のドットと括弧の対は省略して良い

例: ("ONLY" . ("FOR" . "YOU")) ⇒ ("ONLY" "FOR" . "YOU")

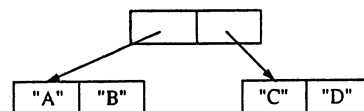


図1-1

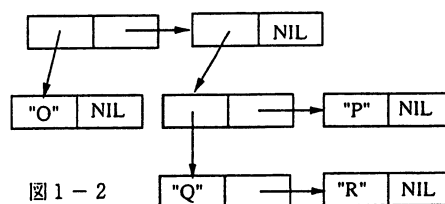


図1-2

設問1 図1-1と図1-2に示したデータに対する簡略化した表現を示しなさい。

設問2 次の表現に対するデータをセルを用いて図示しなさい。

1. (("THIS" "BOOK") "IS" ((("VERY" "EASY") ("TO" "READ"))))
2. (("THIS" . "PRON") ("BOOK" . "NOUN") ("IS" . "VERB") ("MINE" . "PRON"))

同じセルが複数のセルから参照されているようなリストデータを正確に入力し、出力できるようにするために、共有されるセルには \$n: というラベルをつけ (ラベル定義と呼ぶ)、共有しているセルを指すにはラベルを使用して \$n と記する (ラベル参照と呼ぶ)。図2-1は「(\$1:("A" . "B") . \$1)」と表現される。図2-2は「\$1:("C" . \$1)」と表現される。ルール2を拡張し、「. \$1:(...)」のドットと括弧の対は省略して良い。
また、ラベル参照の前にラベル定義がなければいけない。

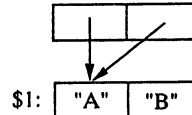


図2-1

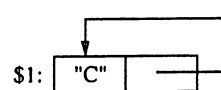


図2-2

設問3 図3-1と図3-2に示したデータに対する簡略化したラベルつき表現を示しなさい。

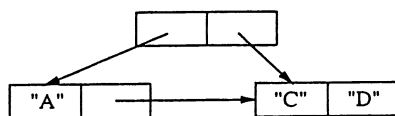


図3-1

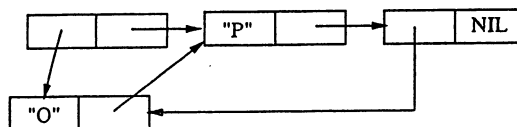


図3-2

設問4 次の表現に対するデータをセルを用いて図示しなさい。

1. (("ADAM" "I" "M" "ADA" \$1:NIL) . \$1)
2. (("THIS" \$1:"PRON") \$2:("BOOK" "NOUN") ("IS" "VERB") ("MY" \$1) \$2)

設問5 上記のラベルつきリストが入力された時に、セルを使用してデータを作成するアルゴリズムの概略を示しなさい。ラベル処理のために使用するデータ構造も示すこと。

設問6 データからラベルつき表現を生成するアルゴリズムの概略を示しなさい。セルが共有されているかどうかのチェックが高速にできるように使用するデータ構造に注意をすること。

設問7 リスト、例えば、("ADAM" "I" "M" "ADA")、の *head* field に入っているデータを検索する時に、設問4の1番目のデータを用い、その NIL を書き換えると、リストスキャンの速度を向上させることが出来る。その用法を説明するとともに、その用法の名前を述べなさい。

下記の場合のデータベース設計をしたい。実体関係モデルと関係モデルを示せ。

中古車の販売会社を考える。各中古車には入手先（誰から、どういう風に（下取りなど））およびランクという情報がある。ランクは、自動車会社名、モデル名、年式、走行距離、車検条件、程度で決められ、ランクによって価格が決まる。各社員はどこかの支店に属しており、特定の中古車集合を管理し任意の車を販売する。中古車を希望する客は各社員に登録しており、希望条件（車の種類、予算）、下取りを希望する場合所有する車のランクなどのデータもある。客は自分の希望で検索し、現実には在庫のない車を待つこともある。客は希望条件を変更することがある。購買者（アフターサービス）、中古車の供給者をまとめた顧客データベースもある。