

平成 19 年 8 月 30 日

9:30—11:30

大学院工学研究科 電気・通信工学専攻
電子工学専攻

大学院情報科学研究科
情報・生命系群(物理・情報系)

大学院入学試験問題用紙

専門科目

注意： 7 設問中， 2 問題を選んで，
答案用紙に解答せよ．

(Choose 2 problems out of the
following 7 problems and solve them.)

2007 年 8 月実施

問題 1 電気工学

(1 頁目 / 2 頁中)

次の方程式により表現される制御系を考える．ただし，この制御系のブロック図は Fig. 1 に与えられるものとする．

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (1)$$

$$A \frac{dp(t)}{dt} + p(t) = Ke(t) \quad (2)$$

$$q(t) = p(t) + d(t) \quad (3)$$

$$B \frac{d}{dt} \left(\frac{dy(t)}{dt} \right) + \frac{dy(t)}{dt} = q(t) \quad (4)$$

変数 $r(t)$, $y(t)$, $e(t)$, $p(t)$, $d(t)$ はそれぞれこの制御系の目標値，制御量，偏差，ブロック G_1 の出力，外乱である．定数 A , B , K は正の定数である． Fig. 1 において $R(s)$, $Y(s)$, $E(s)$, $P(s)$, $D(s)$ はそれぞれ $r(t)$, $y(t)$, $e(t)$, $p(t)$, $d(t)$ のラプラス変換により得られた関数を表す．このとき以下の問に答えよ．

- (1) 式(1), (2), (3), (4) をラプラス変換し, Fig. 1 の $G_1(s)$ および $G_2(s)$ を求めよ．ただし, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ とせよ． $y'(t)$ は $y(t)$ の微分を意味する．
- (2) $d(t) = 0$ として, 目標値 $r(t)$ から制御量 $y(t)$ までの伝達関数を求めよ．
- (3) この制御系が安定になるための K の範囲を求めよ．
- (4) $r(t) = 0$ とする．偏差 $E(s)$ を $G_1(s)$, $G_2(s)$ および $D(s)$ を用いて表せ．その結果を用いて, 外乱 $d(t)$ が単位ステップ関数で与えられるとき定常偏差 ε_d を求めよ．

Consider a feedback control system which is defined by the following equations:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (1)$$

$$A \frac{dp(t)}{dt} + p(t) = Ke(t) \quad (2)$$

$$q(t) = p(t) + d(t) \quad (3)$$

$$B \frac{d}{dt} \left(\frac{dy(t)}{dt} \right) + \frac{dy(t)}{dt} = q(t) \quad (4)$$

Fig. 1 shows the block diagram of this feedback control system.

2007 年 8 月実施

問題 1 電気工学

(2 頁目 / 2 頁中)

The variables $r(t)$, $y(t)$, $e(t)$, $p(t)$ and $d(t)$ denote the reference input, the controlled variable, the error, the output of the block G_1 and the disturbance, respectively. The constants A , B and K are positive. In Fig. 1, $R(s)$, $Y(s)$, $E(s)$, $P(s)$ and $D(s)$ are the Laplace transforms of $r(t)$, $y(t)$, $e(t)$, $p(t)$ and $d(t)$, respectively. Answer the following questions:

- (1) Obtain the Laplace transforms of the equations (1), (2), (3) and (4), and determine $G_1(s)$ and $G_2(s)$, where $y(0) = 0$ and $y'(0) = 0$. $y'(t)$ is a derivative of $y(t)$.
- (2) Let $d(t) = 0$. Obtain the transfer function from the reference input $r(t)$ to the controlled variable $y(t)$.
- (3) Find the range of the gain factor K so that the feedback control system is stable.
- (4) Let $r(t) = 0$. Express the error $E(s)$ using $G_1(s)$, $G_2(s)$ and $D(s)$. Using this result, obtain the steady-state error \mathcal{E}_d for the disturbance $d(t)$ of the unit step function.

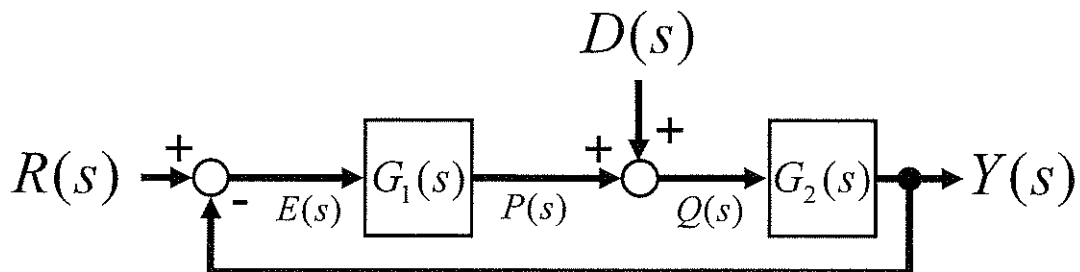


Fig. 1

2007年8月実施

問題2 通信工学

(1頁目／2頁中)

Fig. 2 に示すように、2つの帯域通過フィルタ (BPF)、増幅器 (Amplifier)、乗算器 (Multiplier)、低域通過フィルタ (LPF) から構成される受信機がある。受信機回路上に A, B, C の3つの信号観測点がある。搬送波 $f_c(t) = A_c \cos 2\pi f_c t$ と信号 $f_s(t) = A_s \cos 2\pi f_s t$ の搬送波抑圧振幅変調 (DSB-SC) の変調信号 $u_{in}(t)$ と熱雑音 $n_0(t)$ が受信機に入力されている。以下の問に答えよ。ただし、増幅器の電力利得は G 、雑音指数は F である。また、2つの BPF は中心周波数 f_c 、帯域幅 $2f_s$ の理想帯域通過フィルタであり、LPF は帯域幅 f_s の理想低域通過フィルタである。さらに、熱雑音 $n_0(t)$ の両側電力スペクトル密度は $N_0/2$ である。

- (1) DSB-SC の変調信号 $u_{in}(t)$ を式で表示し、その周波数スペクトルを図示せよ。
- (2) A における信号の平均電力対雑音の平均電力比 $(S/N)_A$ を求めよ。
- (3) B における信号の平均電力対雑音の平均電力比 $(S/N)_B$ を求めよ。
- (4) C における信号 $u_{out}(t)$ と雑音 $n_{out}(t)$ を式で表示せよ。
- (5) C における信号の平均電力対雑音の平均電力比 $(S/N)_C$ を求めよ。さらに、同期検波前後の信号の平均電力対雑音の平均電力比から、DSB-SC の特徴を述べよ。

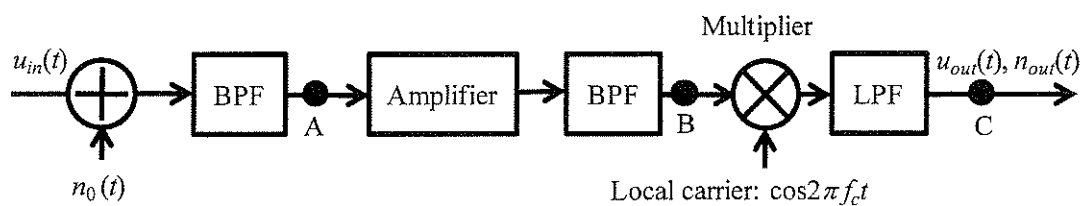


Fig. 2

2007年8月実施
問題2 通信工学
(2頁目／2頁中)

The receiver shown in Fig. 2 is composed of two BPFs (Band Pass Filters), an amplifier, a multiplier, and a LPF (Low Pass Filter). Points A, B and C are observation points in the circuit of the receiver. A modulated signal $u_{in}(t)$ of DSB-SC (Double Side Band with Suppressed Carrier) for a carrier wave $f_c(t) = A_c \cos 2\pi f_c t$ and a signal $f_s(t) = A_s \cos 2\pi f_s t$, together with thermal noise $n_0(t)$ is fed to the input of the receiver. Answer the following questions. Here, the amplifier has a gain of G and noise figure of F . The two BPFs have a center frequency of f_c and bandwidth of $2f_s$. The LPF has a bandwidth of f_s . Further, the thermal noise $n_0(t)$ has a two-side spectral density of $N_0/2$.

- (1) Derive an expression for the DSB-SC modulated signal $u_{in}(t)$ and draw its frequency spectrum.
- (2) Derive the averaged signal power to the averaged noise power ratio $(S/N)_A$ at point A.
- (3) Derive the averaged signal power to the averaged noise power ratio $(S/N)_B$ at point B.
- (4) Derive an expression for $u_{out}(t)$ and the noise $n_{out}(t)$ at point C.
- (5) Derive the averaged signal power to the averaged noise power ratio $(S/N)_C$ at point C. Further, explain the features of DSB-SC from the viewpoint of the averaged signal power to the averaged noise power ratios before and after the coherent detection for the modulated DSB-SC signal.

2007 年 8 月実施
問題 3 電子工学
(1 頁目/3 頁中)

Fig. 3(a) に示す断面構造を持つ n チャネル MOSFET および, それを用いた回路に関する以下の問に答えよ. なお, V_{GS} , V_{DS} , V_T および I_D はそれぞれ FET のゲート-ソース間電圧, ドレイン-ソース間電圧, しきい値電圧およびドレイン電流を示す.

- (1) この FET を $V_T < V_{GS} < V_{DS}$ の状態で動作させたときの反転層および空乏層の分布を Fig. 3(b) に示した. (i) $V_{GS} < 0$ の条件および (ii) $V_{DS} = V_{GS} - V_T$ の条件のそれぞれで動作させた場合について, 反転層および空乏層の分布を Fig. 3(b) のようにそれぞれ描け.
- (2) この FET の定電流領域におけるドレイン電流は $I_D = \beta(V_{GS} - V_T)^2/2$ で与えられる. Fig. 3(c) に示すこの FET の静特性および, $V_T = 4$ [V] であることからゲイン定数 β を求めよ.
- (3) Fig. 3(d) の固定バイアス回路において, 動作点を $V_{DS} = 8$ [V] の点とした.
 - (a) Fig. 3(c) をもとに, 抵抗 R_L の値を求めよ.
 - (b) この回路の動作を示すために Fig. 3(c) 上に負荷直線を引くことができる. この負荷直線を表す式を V_{DS} および I_D を用いて表せ.
- (4) Fig. 3(d) の回路をもとに, Fig. 3(e) に示す回路を作った. なお, 結合コンデンサ C_1 , C_2 のインピーダンスは無視できるほど小さいとみなす.
 - (a) FET の等価回路を Fig. 3(f) で表したとき, Fig. 3(e) の回路の微小信号等価回路を示せ. なお, r_D および g_m はそれぞれドレイン抵抗, および相互コンダクタンスである.
 - (b) この微小信号等価回路にもとづき, Fig. 3(e) の回路の電圧利得 $K_v (=v_o/v_i)$ を求めよ.

Answer the following questions about an n-channel MOSFET and circuits using it. A cross-sectional view of the n-channel MOSFET is shown in Fig. 3(a). V_{GS} , V_{DS} , V_T and I_D are the gate-source voltage, the drain-source voltage, the threshold voltage and the drain current, respectively.

- (1) The distributions of an inversion layer and a depletion layer are shown in Fig. 3(b) when the FET is working under $V_T < V_{GS} < V_{DS}$. Draw the distributions of the inversion layer and the depletion layer based on Fig. 3(b) when the FET is working under the

2007 年 8 月実施
問題 3 電子工学
(2 頁目/3 頁中)

condition (i) $V_{GS} < 0$ and under the condition (ii) $V_{DS} = V_{GS} - V_T$.

- (2) The drain current of this FET at the constant-current region is given as $I_D = \beta(V_{GS} - V_T)^2/2$. Derive the gain constant β from the static characteristics shown in Fig. 3(c) and $V_T = 4$ [V].
- (3) The operating point is set at $V_{DS} = 8$ [V] in the fixed-bias circuit shown in Fig. 3(d).
 - (a) Derive the value of the resistance R_L based on Fig. 3(c).
 - (b) A load line can be drawn on Fig. 3(c) to show the operation of this circuit. Derive the equation of this load line using V_{DS} and I_D .
- (4) The circuit shown in Fig. 3(e) is designed based on the circuit shown in Fig. 3(d). Here, the impedances of the coupling capacitors C_1 and C_2 are negligibly small.
 - (a) Draw a small-signal equivalent circuit of Fig. 3(e) using the equivalent circuit of the FET shown in Fig. 3(f). Here, r_D and g_m are drain resistance and transconductance, respectively.
 - (b) Derive the voltage gain $K_v (=v_o/v_i)$ based on this small-signal equivalent circuit.

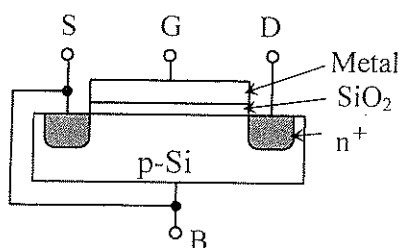


Fig. 3(a) Cross-sectional view of an n-channel MOSFET.

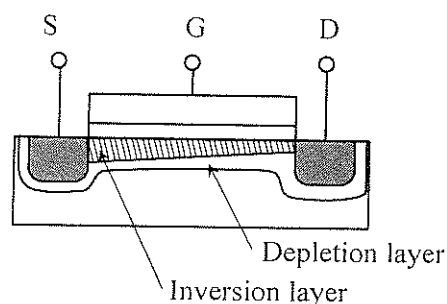


Fig. 3(b) Distribution of inversion layer and depletion layer in the FET.

2007 年 8 月実施
問題 3 電子工学
(3 頁目/3 頁中)

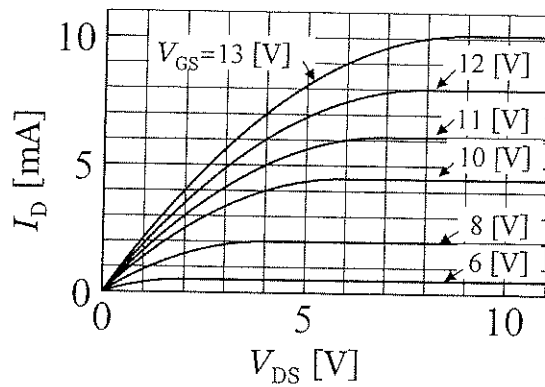


Fig. 3(c) Static characteristics of an n-channel MOSFET.

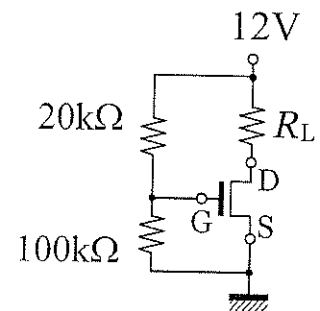


Fig. 3(d) A fixed-bias FET circuit.

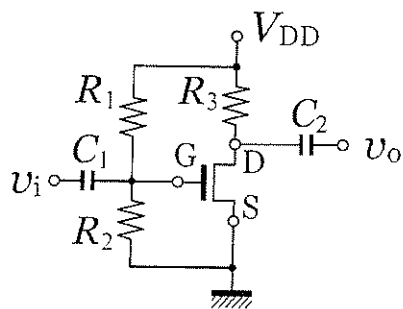


Fig. 3(e) A circuit using the FET.

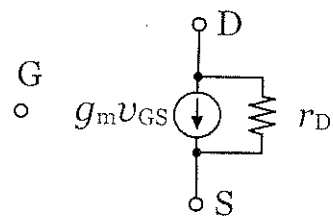


Fig. 3(f) Small-signal equivalent circuit of a FET.

2007年8月実施
問題4 計算機1
(1頁目／1頁中)

2つの4ビット2進非負整数 X と Y の加算について考える。ここで、

$$X = \sum_{i=0}^3 x_i 2^i, \quad Y = \sum_{i=0}^3 y_i 2^i$$

とする。

以下の問に答えよ。

- (1) 全加算器を積和形の論理式で表せ。
- (2) 全加算器を AND, OR, NOT ゲートを用いて構成せよ。
- (3) 任意の X と Y を加算する組み合わせ回路を適当な論理ゲートを用いて構成せよ。
- (4) 任意の X と Y を加算する順序回路を D フリップフロップと適当な論理ゲートを用いて構成せよ。この回路には、クロックサイクルごとに、入力 x_i と y_i の組が $i = 0, 1, 2, 3$ の順で与えられる。D フリップフロップの初期状態も示すこと。

Consider a method of adding two 4-bit binary non-negative integers X and Y where

$$X = \sum_{i=0}^3 x_i 2^i, \quad Y = \sum_{i=0}^3 y_i 2^i.$$

Answer the following questions.

- (1) Represent a full adder by logical expressions in the sum-of-products form.
- (2) Design a full adder using AND, OR and NOT gates.
- (3) Design a combinational logic circuit to add X and Y using adequate logic gates.
- (4) Design a sequential circuit to add X and Y using D flip-flops and adequate logic gates. In each clock cycle, the circuit receives a pair of inputs x_i and y_i , in the order of $i = 0, 1, 2, 3$. Specify the initial state of the D flip-flops.

2007年8月実施
問題5 計算機2
(1頁目／1頁中)

Fig.5(a) に示す文脈自由文法 G に関して以下の問に答えよ.

- (1) 文字列 “ $id + id * id$ ” に対する異なる構文木を2つ与えよ.
- (2) 問 (1) で与えた構文木それぞれに対応する最右導出を与えよ.
- (3) 文法 G に対する非決定性 LR(0) 特性オートマトンは Fig.5(b) に示す12の状態を持つ. このオートマトンの状態遷移グラフを書け.

なお, LR(0) 特性オートマトンとは LR(0) 構文解析の状態遷移を決定するために使用されるオートマトンである.

Answer the following questions concerning the context free grammar G given in Fig.5(a).

- (1) Give two distinct parse trees for the string “ $id + id * id$ ”.
- (2) For each of the parse trees constructed in question (1), give its right-most derivation.
- (3) The nondeterministic LR(0) characteristic automaton of G has the 12 states given in Fig.5(b). Draw the state transition graph of the automaton.

Note that an LR(0) characteristic automaton is an automaton that is used to determine the state transition of LR(0) parsing.

$$\begin{array}{lcl} G & = & (N, \Sigma, P, S) \\ N & = & \{S, E\} \\ \Sigma & = & \{id, +, *\} \end{array} \quad P = \left\{ \begin{array}{ll} S \rightarrow E, & E \rightarrow E + E, \\ E \rightarrow E * E, & E \rightarrow id \end{array} \right\}$$

Fig. 5(a)

$$\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow \cdot E, \quad S \rightarrow E \cdot, \quad E \rightarrow \cdot E + E, \quad E \rightarrow E \cdot + E, \quad E \rightarrow E + \cdot E, \\ E \rightarrow E + E \cdot, \quad E \rightarrow \cdot E * E, \quad E \rightarrow E \cdot * E, \quad E \rightarrow E * \cdot E, \quad E \rightarrow E * E \cdot, \\ E \rightarrow \cdot id, \quad E \rightarrow id \cdot \end{array} \right\}$$

Fig. 5(b)

2007年8月実施
問題6 物理専門1
(1頁目/2頁中)

質量 m の粒子に対するハミルトニアンが次式で与えられる一次元調和振動子がある.

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$$

ここに \hat{p} は運動量演算子, \hat{x} は座標演算子, ω は固有振動数である. さらに

$$a^+ = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} - i\frac{\hat{p}}{m\omega}\right), \quad a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} + i\frac{\hat{p}}{m\omega}\right)$$

と定義する. ここに $\hbar = h/2\pi$ (h はプランク定数), i は虚数単位である.

以下の問に答えよ.

(1) $aa^+ - a^+a = 1$ を示せ.

(2) $\hat{H} = \hbar\omega\left(a^+a + \frac{1}{2}\right)$ を示せ.

(3) ハミルトニアン \hat{H} の, 正規直交完全系を張る固有ベクトル集合を $|n\rangle$ ($n=0, 1, 2,$

\dots)とすると $a|n+1\rangle = \sqrt{n+1}|n\rangle$, $a^+|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$ が成立する. 固有ベクトル

$|n\rangle$ に対するハミルトニアン \hat{H} の固有値 E_n を求めよ.

(4) 系に摂動ハミルトニアン $\hat{H}_1 = \frac{b}{2}x^2$ を加えた. 系の $n+1$ 番目の準位に対する正確な

エネルギー \tilde{E}_n を求めよ.

(5) E_n に対する $\hat{H}_1 = \frac{b}{2}x^2$ による1次の摂動エネルギー E_{1n} を求め, これが(4)で求め

た \tilde{E}_n を $b/m\omega^2$ で展開した1次の項 \tilde{E}_{n1} と等しくなることを示せ.

2007年8月実施
問題6 物理専門1
(2頁目／2頁中)

Consider a one-dimensional harmonic oscillator, whose Hamiltonian for a particle with mass m is given by

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2.$$

Here \hat{p} and \hat{x} are the momentum and coordinate operators, respectively, while ω is the eigen frequency. We further define

$$a^+ = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} - i\frac{\hat{p}}{m\omega}\right), \quad a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{x} + i\frac{\hat{p}}{m\omega}\right).$$

Here, $\hbar = h/2\pi$ (h : Planck's constant) and i is the imaginary unit. Answer the following questions.

(1) Show that $aa^+ - a^+a = 1$.

(2) Show that $\hat{H} = \hbar\omega\left(a^+a + \frac{1}{2}\right)$.

(3) Let the orthonormal complete set of eigen vectors for the Hamiltonian \hat{H} be $|n\rangle$ ($n=0, 1, 2, \dots$), for which $a|n+1\rangle = \sqrt{n+1}|n\rangle$, $a^+|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$ hold. Obtain the eigen

value E_n of the Hamiltonian \hat{H} for the eigen vector $|n\rangle$.

(4) A perturbation Hamiltonian $\hat{H}_1 = \frac{b}{2}x^2$ has been applied to the system. Obtain the exact

energy \tilde{E}_n for the $(n+1)$ -th energy level of the system.

(5) Obtain the first-order perturbation energy E_{1n} for the Hamiltonian $\hat{H}_1 = \frac{b}{2}x^2$, and show

that this energy is identical with the first-order term \tilde{E}_{n1} in the series expansion of \tilde{E}_n

with respect to $b/m\omega^2$.

2007年8月実施
問題7 物理専門2
(1頁目／2頁中)

複素変数 z の関数

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{z}$$

を考え、次の問に答えよ。ただし、任意の正の実数 a および r に対して、連続曲線

$z = re^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq a$) 上を $z = r$ から $z = re^{ia}$ に向かう積分路を $C_r(a)$ とし、 i は虚数単位である。

- (1) $z = \frac{\pi}{3}$ における関数 $f(z)$ の実部と虚部の値を求めよ。
- (2) 関数 $f(z)$ の $z = 0$ のまわりのローラン展開を求めよ。
- (3) 複素積分 $\int_{C_r(2\pi)} f(z) dz$ の値を求めよ。
- (4) 複素積分 $\int_{C_r(2\pi)} f(z)^2 dz$ の値を求めよ。
- (5) $\lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_r(\pi)} f(z) dz$ の値を求めよ。

2007年8月実施
問題7 物理専門2
(2頁目／2頁中)

Consider the function

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{z}$$

of a complex variable z . For any positive real numbers a and r , let $C_r(a)$ be a path of integral from $z = r$ to $z = re^{ia}$ on the continuous curve $z = re^{i\theta}$ ($0 \leq \theta \leq a$). Here i is the imaginary unit. Answer the following questions.

- (1) Find the values of real and imaginary parts of the function $f(z)$ at $z = \frac{\pi}{3}$.
- (2) Find the Laurent expansion of the function $f(z)$ about $z = 0$.
- (3) Find the value of complex integral $\int_{C_r(2\pi)} f(z) dz$.
- (4) Find the value of complex integral $\int_{C_r(2\pi)} f(z)^2 dz$.
- (5) Find the value of $\lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_r(\pi)} f(z) dz$.