

第5問

グレイ符号はデジタル回路用の数値符号であり，ロータリーエンコーダのようなアナログ量をデジタル信号に変換する機器で用いられる．グレイ符号に関する以下の問いに答えよ．

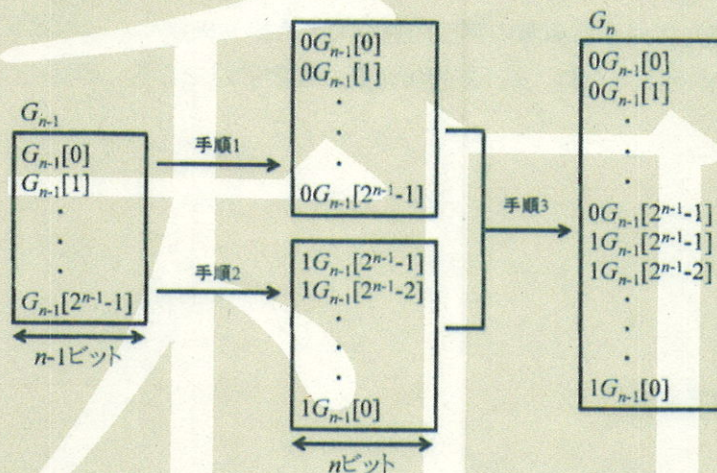
- (1) 1ビットのグレイ符号 G_1 は，2つの符号語 '0' と '1' から構成される． $n(>1)$ ビットのグレイ符号 G_n は，以下に示す手順で G_1 から再帰的に生成できる (図1)．

手順1: G_{n-1} の各符号語 ($n-1$ ビット) の最上位に 0 を追加して n ビットにする．

手順2: G_{n-1} の符号語を逆順に並べ，各符号語 ($n-1$ ビット) の最上位に 1 を追加して n ビットにする．

手順3: 手順1, 2 で生成した符号語を合わせた符号語を G_n とする．

この手順に従って，0 から 15 までの整数を表す 4 ビットのグレイ符号を示せ．



※ $G_{n-1}[i]$ ($i=0, 1, \dots, 2^{n-1}-1$) は，整数 i を表す $n-1$ ビットの符号語である．

図1

- (2) 4 ビットのグレイ符号を自然 2 進符号に変換する回路を設計したい．この変換回路の入力を ' $g_4 g_3 g_2 g_1$ ' とし，出力を ' $b_4 b_3 b_2 b_1$ ' とする．

(2-1) b_4, b_3, b_2, b_1 をそれぞれ g_4, g_3, g_2, g_1 に関する加法標準形で示せ．

(2-2) できる限り少ない数のゲートでこの変換回路を構成せよ．ただし，図2に示すゲート以外は使用しないこと．

(2-3) (1)の手順で生成される n ビットのグレイ符号を n ビットの自然二進符号に変換する回路を構成せよ．ただし，図2に示すゲート以外は使用しないこと．

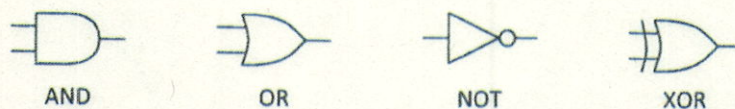


図2

(3) 図3はダイヤル式のボリューム調節回路である。ダイヤルをある数字に合わせると、その数字に対応する4桁のビット $xyzw$ がボリュームコントローラに伝えられる。ダイヤルのような機械的な接点で電気信号を出力する回路では、接点の機械的な動作や信号を読み出すタイミングによって、 $xyzw$ が自然2進数で出力される場合には生じるが、グレイ符号で出力される場合には生じない問題のあることが知られている。

(3-1) この問題について、具体例を示しつつ、簡潔に説明せよ。

(3-2) $xyzw$ がグレイ符号で出力される場合に、この問題が生じない理由を簡潔に説明せよ。

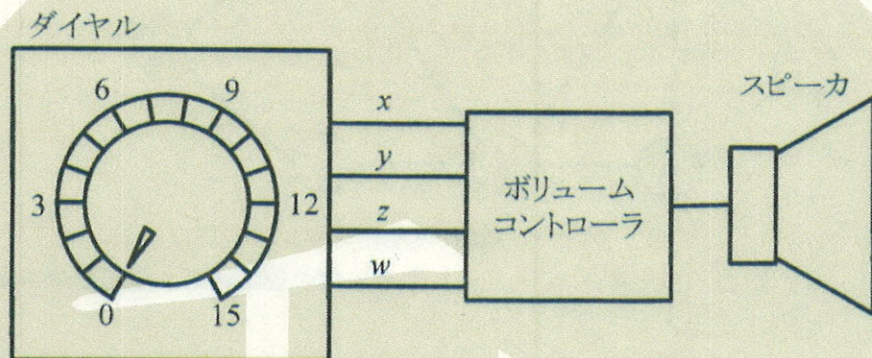


図3

Problem 5

A gray code is a set of code words representing numbers for digital circuits, and is used in devices such as rotary encoders which convert analogue quantities to digital signals. Answer the following questions on the gray code.

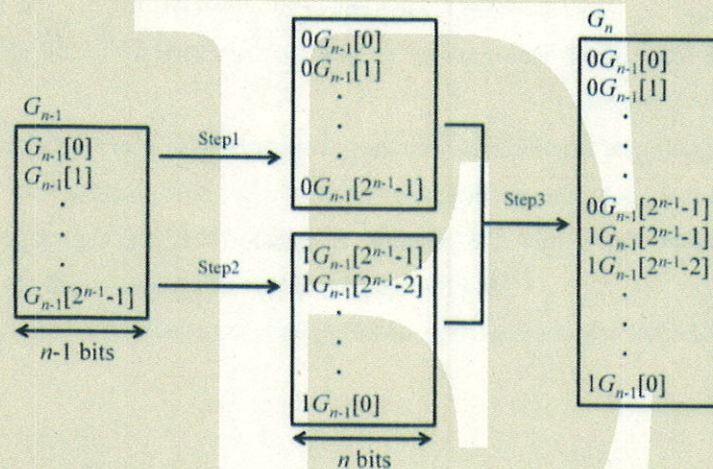
- (1) A 1-bit gray code G_1 is composed of two code words '0' and '1'. An $n(>1)$ -bit gray code G_n can be generated from G_1 recursively by performing the following steps (Fig. 1).

Step1: Prepend 0 to each $(n-1)$ -bit code word as its most significant bit in the original sequence of G_{n-1} to make it n bits.

Step2: Reverse the order of code words in G_{n-1} , and then prepend 1 to each $(n-1)$ -bit code word as its most significant bit to make it n bits.

Step3: Concatenate the code words which are generated in Steps 1 and 2 to create G_n .

Following these steps, generate a 4-bit gray code for decimal integers 0 through 15.



※ $G_{n-1}[i]$ ($i=0, 1, \dots, 2^{n-1}-1$) is an $(n-1)$ -bit code word which represents decimal integer i .

Fig. 1

- (2) Let us design a circuit to convert the 4-bit gray code into the 4-bit natural binary code. Here, ' $g_4 g_3 g_2 g_1$ ' and ' $b_4 b_3 b_2 b_1$ ' indicate inputs and outputs of the circuit, respectively.

(2-1) Describe b_4, b_3, b_2 , and b_1 as a disjunctive normal form of g_4, g_3, g_2 , and g_1 .

(2-2) Implement the convert circuit using as few gates as possible. You can use only the gates shown in Fig. 2.

(2-3) Implement a circuit to convert the n -bit gray code generated as in (1) into the n -bit natural binary code. You can use only the gates shown in Fig. 2.



Fig. 2

(3) Figure 3 shows a volume adjusting circuit with a dial. When the dial is set at a number, 4 bits $xyzw$ corresponding to the number is provided to the volume controller in the circuit. With a dial that outputs electrical signals via mechanical contacts, the mechanical behavior and the timings of reading signals may cause a problem if $xyzw$ is output as a natural binary code. However, it is known that no such a problem is caused if $xyzw$ is output as a gray code.

(3-1) Briefly explain this problem with a concrete example.

(3-2) Briefly explain the reason why this problem does not occur if $xyzw$ is output as a gray code.

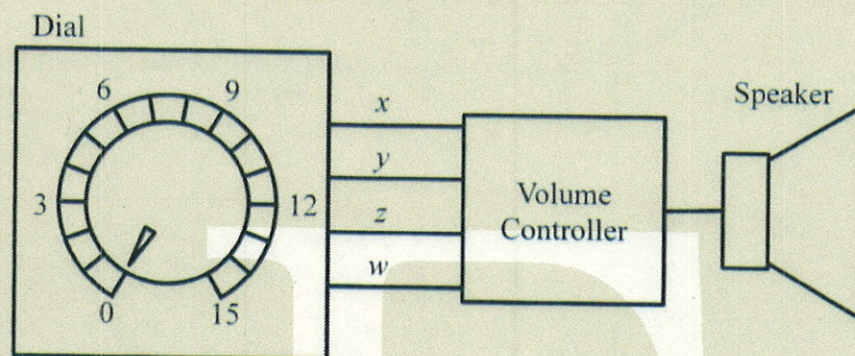


Fig. 3