

京都大学大学院情報学研究科  
通信情報システム専攻 修士課程入学選抜試験問題  
(平成24年度10月期入学・平成25年度4月期入学)

Admissions for October 2012 and for April 2013

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

平成24年8月7日 9:00 – 12:00

August 7, 2012 9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎A

Problem Set A

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎A」の問題用紙で、表紙共に15枚ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。4問を選択して解答すること。 答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set A**” in 15 pages including this front cover.  
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 9 questions;** A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎A

**A-1**, **A-2**, **A-3**, **A-4**, **A-5**, **A-6**, **A-7**, **A-8**, **A-9** の9問から**4問**を選択して解答せよ。

**Problem Set A**

Choose and answer **4 questions** out of **A-1**, **A-2**, **A-3**, **A-4**, **A-5**, **A-6**, **A-7**, **A-8**, and **A-9**.

**A-1**

以下の全ての設問に答えよ。

Answer all the questions below.

(1)  $n$  を自然数として、以下の問に答えよ。

Let  $n$  be a natural number. Answer the following questions.

(a) 次の極限値を求めよ。

Find the following limit value.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-x^2}$$

(b) 次の等式が成り立つことを示せ。

Show that

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x^2} dx = \frac{n-1}{2} \int_0^{\infty} x^{n-2} e^{-x^2} dx.$$

(c)  $\int_0^{\infty} x^{2n+1} e^{-x^2} dx$  を求めよ。答えは、階乗を用いて表すこと。

Find  $\int_0^{\infty} x^{2n+1} e^{-x^2} dx$  in the form using the factorial function.

(d)  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  であることを用いて、 $\int_0^{\infty} x^{2n-2} e^{-x^2} dx$  を求めよ。答えは、階乗を用いて表すこと。

Using  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ , find  $\int_0^{\infty} x^{2n-2} e^{-x^2} dx$  in the form using the factorial function.

continued on next page  
次 頁 へ 続 く

- (2)  $B, P$  を正方行列とする.  $P$  は正則とし,  $P^{-1}$  は  $P$  の逆行列とする. そして,  $B$  の固有値  $\lambda$  に対する固有ベクトルを  $\mathbf{x}$  とする. 以下の間に答えよ.

Let  $B$  and  $P$  be square matrices. Let  $P$  be a regular matrix and  $P^{-1}$  be the inverse matrix of  $P$ . Let  $\mathbf{x}$  be an eigenvector of the matrix  $B$  associated with an eigenvalue  $\lambda$ . Answer the following questions.

- (a)  $P^{-1}\mathbf{x}$  が  $\lambda$  に対する  $P^{-1}BP$  の固有ベクトルであることを証明せよ.

Prove that  $P^{-1}\mathbf{x}$  is an eigenvector of the matrix  $P^{-1}BP$  associated with the eigenvalue  $\lambda$ .

- (b) 行列  $C$  が正方行列であり,  $BC = CB$  を満たすとする.  $C\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$  とするとき,  $C\mathbf{x}$  が  $\lambda$  に対する  $B$  の固有ベクトルとなることを証明せよ.

Let  $C$  be a square matrix, and assume that  $BC = CB$  and  $C\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ . Prove that  $C\mathbf{x}$  is an eigenvector of the matrix  $B$  associated with the eigenvalue  $\lambda$ .

以下の設問 (1), (2), (3) から 2 つを選んで答えよ.

Answer two of the following questions (1), (2), and (3).

- (1) 次の関数  $g(t)$  および  $h(t)$  のフーリエ変換を求めよ.

Find the Fourier transforms of  $g(t)$  and  $h(t)$  defined in the following.

$$g(t) = e^{-a|t|} \quad (a > 0)$$

$$h(t) = (1 + a|t|)e^{-a|t|} \quad (a > 0)$$

ただし, 関数  $f(t)$  のフーリエ変換  $F(\omega)$  は次式で定義される.

Note the Fourier transform of a function  $f(t)$  is defined as follows.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (i = \sqrt{-1})$$

- (2) 下記の全ての問に答えよ.

Answer all the following questions.

- (a) 微分演算子  $\frac{d}{dx}$  を  $D$  と表す.  $D$  を用い,  $Dy = \frac{dy}{dx}$  と書く. 次の公式を示せ.

By using the differential operator  $D = \frac{d}{dx}$ , we write  $Dy = \frac{dy}{dx}$ . Show the following relation.

$$\frac{1}{D-a}g(x) = e^{ax} \int e^{-ax}g(x) dx$$

- (b) 次の公式を示せ.

Show the following relation.

$$\frac{1}{(D-b)^2}e^{bx} = \frac{1}{2}x^2e^{bx}$$

- (c) 下記の微分方程式の一般解を求めよ.

Find a general solution of the following differential equation.

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + 8\frac{dy}{dx} - 4y = e^{2x}$$

(3) 下記の全ての問に答えよ.

Answer both the following questions.

- (a) 次の複素関数  $g(z)$  の全ての極と対応する留数を求めよ. ただし,  $z \in \mathbb{C}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  である.  $\mathbb{C}$  は複素数の集合,  $\mathbb{R}$  は実数の集合,  $\mathbb{Z}$  は整数の集合をそれぞれ表す.

Find all the poles and the corresponding residues of the following complex function  $g(z)$ , where  $z \in \mathbb{C}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , and  $k \in \mathbb{Z}$ . Note  $\mathbb{C}$  denotes the set of complex numbers,  $\mathbb{R}$  denotes the set of real numbers, and  $\mathbb{Z}$  denotes the set of integers.

$$g(z) = \frac{z^k}{z - a} \quad (a > 0)$$

- (b) (a) の結果を用いて次の複素積分を求めよ.

Find the following complex integral taking into account the answer of (a).

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{z^k}{z - a} dz \quad (C : |z| = \rho, \quad \rho > a, \quad \text{反時計回り (counterclockwise)})$$

# A-3

以下の全ての設問に答えよ。

Answer all the questions below.

- (1) 図(a)のように、真空中に一辺の長さがそれぞれ  $a, b$ 、間隔  $d$  ( $a \gg d, b \gg d$ ) の長方形完全導体の平行平板 A, B が置かれている。ただし、端効果は無視できるものとする。

As shown in Figure (a), parallel rectangular conductor plates A and B of size  $a \times b$  are put in the vacuum at interval  $d$  ( $a \gg d, b \gg d$ ). The edge effect can be neglected.

- (a) 平板 A, B がそれぞれ一様に面電荷密度  $\sigma_A, \sigma_B$  で帯電している時、A, B 間における電界を求めよ。  
Find the electric field between A and B when the conductor plates A and B are being electrified by the surface charge density  $\sigma_A$  and  $\sigma_B$ , respectively.

- (b) 平板 A, B からなる平行平板コンデンサの静電容量を求めよ。

Find the capacitance of a parallel-plate capacitor which consists of plates A and B.

- (c) 図(b)のように、平板の左端から  $x$  ( $x < a$ ) のところまで誘電率  $\epsilon$ 、一辺の長さがそれぞれ  $a, b$ 、厚さ  $d/2$  の誘電体を下面を平板 B に接しながら挿入した。この時の静電容量を求めよ。

Consider that a dielectric of dielectric constant  $\epsilon$ , size  $a \times b$ , and thickness  $d/2$  is inserted from the left end of the plates to  $x$  ( $x < a$ ) touching the plate B, as shown in Figure (b). Find the capacitance.

- (d) 問(c)において、平板 A, B 間に一定電圧  $V$  が加えられている。この時、平板間に蓄えられる静電エネルギーおよび誘電体の右端面に働く力を求めよ。

In the case of Question (c), a constant voltage  $V$  is given between the plates A and B. Find the electrostatic energy stored between the plates and the force at the right edge of the dielectric.

- (2) 電磁気学に関する次の語を簡潔に説明せよ。

Explain the meanings of the words related to the electromagnetism shown below.

- (a) (電気) 映像法

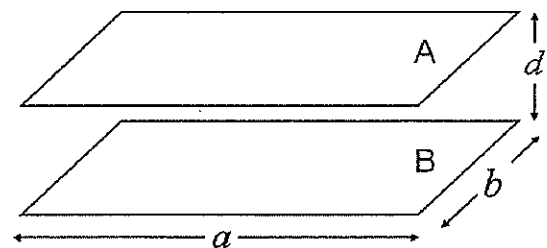
(Electric) image method

- (b) ファラデーの電磁誘導法則

Faraday's law of electromagnetic induction

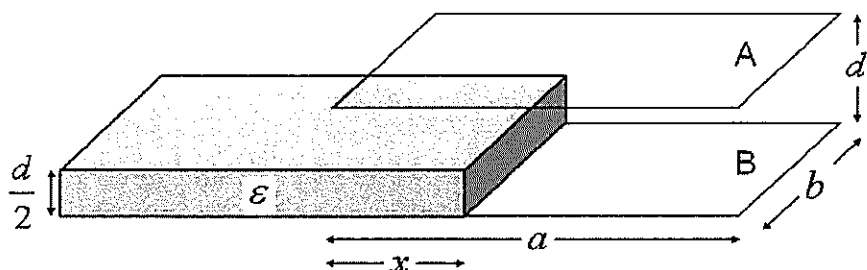
- (c) 磁気シールド

Magnetic shielding



図(a)

Figure (a)



図(b)

Figure (b)

A-4

以下の全ての設問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 次式に示す AM 変調波の検波回路に関する以下の問に答えよ。ただし、 $s(t)$  の最大周波数は  $f_{\max}$  であり、 $f_{\max} \ll f_c$ 、 $|ms(t)| \leq 1$  とする。

Answer the following questions related to detection circuits of an amplitude modulation (AM) signal which is given by the following equation, where the maximum frequency of  $s(t)$  is  $f_{\max}$ ,  $f_{\max} \ll f_c$ , and  $|ms(t)| \leq 1$ ,

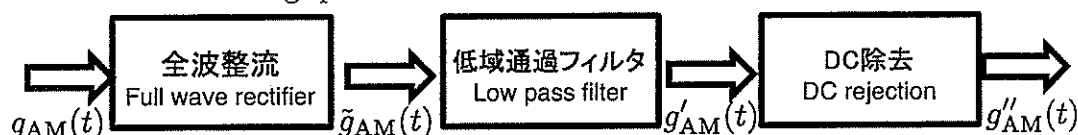
$$g_{AM}(t) = A_c[1 + ms(t)] \cos(2\pi f_c t).$$

- (a) AM 変調波の同期検波方式についてブロック図および式を用いて、述べよ。

Explain the synchronous detection method of the AM signal by using a block diagram and equations.

- (b) 全波整流 AM 受信機は次図に示す構成であり、全波整流の出力信号は次式で与えられる。以下の問に答えよ。

An AM receiver with full wave rectification is shown in the following figure. The output signal of the full wave rectifier is given in the following equation. Answer the following questions.



$$\tilde{g}_{AM}(t) = A_c[1 + ms(t)]q(t), \quad \text{where } q(t) = |\cos(2\pi f_c t)|.$$

- (b-1)  $q(t)$  のフーリエ級数を導出せよ。

Derive the Fourier series of  $q(t)$ .

- (b-2)  $g_{AM}(t)$  を入力とする全波整流 AM 受信機の低域通過フィルタ出力信号  $g'_{AM}(t)$  と DC 除去後の出力信号  $g''_{AM}(t)$  を導出せよ。

Derive  $g'_{AM}(t)$  and  $g''_{AM}(t)$  which are the output signals of the low pass filter and the DC rejection circuit, respectively. Those circuits are components of the AM receiver with full wave rectification whose input signal is given by  $g_{AM}(t)$ .

(2) 変調に関する以下の問に答えよ。

Answer the following questions related to modulation techniques.

- (a) ロールオフ率 0 と 1 について、コサインロールオフナイキストフィルタの周波数伝達関数及びインパルスレスポンス  $p(t)$  を図示せよ。シンボル間隔を  $T$  とする。

Draw the frequency responses and the impulse responses  $p(t)$  of the cosine rolloff Nyquist filters with the rolloff factor 0 and 1, where the symbol duration is  $T$ .

- (b) QPSK 変調の信号点配置を示せ。

Draw the signal constellation of QPSK modulation.

- (c) 問 (a) の  $p(t)$  を用いて QPSK 変調されたパスバンド信号の式を示せ。I チャネルと Q チャネルの情報系列をそれぞれ  $a_k \in \{-1, 1\}$ ,  $b_k \in \{-1, 1\}$  とし、搬送波の角周波数を  $\omega$  とする。

Find the formula that gives the QPSK modulated pass-band signal using  $p(t)$  in Question (a), where the carrier angular frequency is  $\omega$ , and the information sequences of I-channel and Q-channel are  $a_k \in \{-1, 1\}$  and  $b_k \in \{-1, 1\}$ , respectively.



**A-5**

以下の全ての設問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 図(a)に示す2端子対回路(4端子回路)は下記の縦続行列で記述される。

The two-port network (four-terminal network) in Figure (a) is described by the following cascade parameters.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

この回路を含む図(b)に示す回路の縦続行列を求めよ。

Find the cascade parameters of the network in Figure (b) that includes this network.

- (2) 図(c)に示す理想的な演算増幅器を用いた回路について、以下の問に答えよ。

For the circuit with ideal operational amplifiers shown in Figure (c), answer all the questions.

- (a)  $V_4/V_3$ を求めよ。

Find  $V_4/V_3$ .

- (b)  $V_3/V_2$ を求めよ。

Find  $V_3/V_2$ .

- (c)  $V_2/V_1$ を求め、その周波数特性を説明せよ。

Find  $V_2/V_1$ , and explain its frequency response.

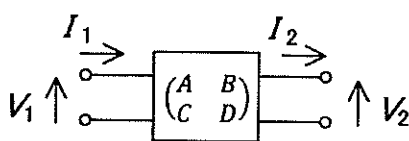


図 (a)  
Figure (a)

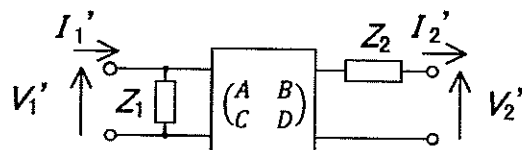


図 (b)  
Figure (b)

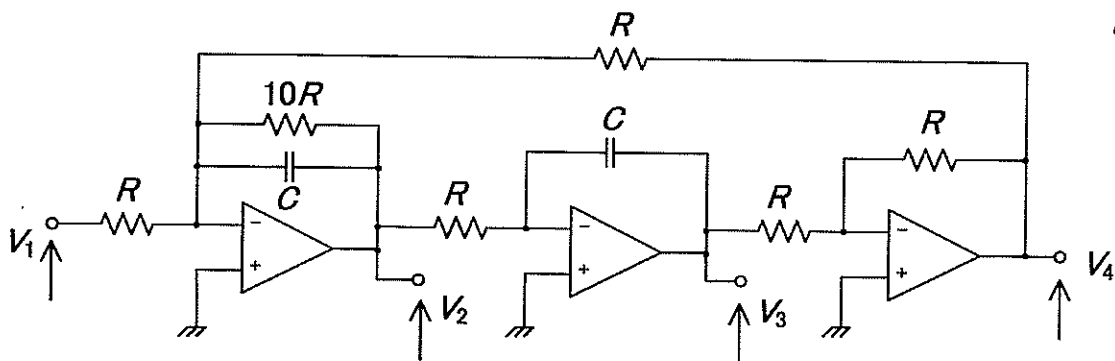


図 (c)  
Figure (c)

A-6

以下の全ての設問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 表 (a) に示す記憶のない 3 元情報源  $S$  を考える。

Consider a memoryless ternary information source  $S$  shown in Table (a).

- (a) 2 次の拡大情報源  $S^2$  に対する 3 元ハフマン符号の平均符号長を計算せよ。

Find the average length of the ternary Huffman code for the second extension of the information source  $S^2$ .

- (b) 情報源  $S$  の算術符号化を考える。メッセージ “ $s_2, s_1, s_1$ ” が対応する区間を半開区間  $[0,1)$  上に示せ。

Consider an arithmetic code for the information source  $S$ . Show an interval corresponding to a message “ $s_2, s_1, s_1$ ” in half open interval  $[0,1)$ .

表 (a)

Table (a)

Source alphabet	Probability
$s_1$	0.1
$s_2$	0.4
$s_3$	0.5

- (2) 2 元線形ブロック符号に関する以下のすべての問に答えよ。

Answer all the questions below regarding a binary linear block code.

- (a) 線形符号とは何か。簡潔に説明せよ。

What is a linear code ? Explain it briefly.

- (b) 巡回符号とは何か。簡潔に説明せよ。

What is a cyclic code ? Explain it briefly.

- (c) 符号長 4 の 2 元線形巡回符号を考える。そして、その符号が符号語 (0 0 1 1) を含むことだけが分かっていると仮定する。この時、線形符号かつ巡回符号であることを利用して、その符号を構成するすべての符号語を示せ。ただし、符号語数最小の符号を考えること。

Consider a binary linear cyclic code with code length 4. We assume that it is only known that the code contains a codeword (0 0 1 1). Then, find all the codewords which constitute the code by utilizing the fact that it is a linear and cyclic code. Consider a code with the minimum number of codewords.

(d) (c) で求めた符号の最小ハミング距離はいくらか？また、この符号は一般に何と呼ばれているか？

What is a minimum Hamming distance of the code obtained in Question (c) ?

In general, what is this code called ?

## A-7

クイックソートでは、各ラウンドにおいて、入力列を2つの部分に分ける目的でピボットと呼ばれる数を列から選択する。本設問でのクイックソートではこのピボットはランダムに選ばれる。以下の設問に答えよ。

(1) 例題として、10個の数の並び

3, 8, 5, 1, 2, 9, 10, 4, 7, 6

をソートする場合を考える。選ばれるピボットを適当に仮定して、クイックソートの動作を説明せよ。

(2) ピボットの選ばれ方(乱数の出方)によって計算に要するステップ数が異なってくる。都合のよい選ばれ方と都合の悪い選ばれ方の例を示せ。双方の場合での計算時間の違いを入力列の長さ(列に現れる数の個数) $n$ を使って説明せよ。ただし、ここでの「計算時間」は2個の数の大小比較をする回数と考えてよい。

(3) クイックソートと同様のアイデアで(でたらめに並んだ) $n$ 個の数の中央値を高速に求めるアルゴリズムを与え、その計算時間(上と同様の意味)を $n$ を使って解析せよ。なお、本設問での中央値は、 $n$ 個の数の大きい方から $(n+1)/2$ 番目の数( $n$ が奇数の場合)、または $n/2$ 番目の数( $n$ が偶数の場合)を意味する。 $n$ が偶数の場合中央の2つの数の平均をとるという、より一般的な定義とは異なるので注意すること。さらに、最初にソートするという自明な方法では点数は得られないので注意すること。

なお、質問は一切受け付けない。問題に不審のある場合はそのことを明記し、妥当な仮定を設定して解答すること。解答は細部にこだわりすぎるよりは、アイデアを分かりやすく説明することが重要である。ただ、説明が大雑把過ぎて基本的事項を誤解していると採点者が判断することが無いように注意すること。

In Quicksort, we need to select an element, called a pivot, from the input sequence in each round, which is used to divide the sequence into two parts. Quicksort in this problem selects this pivot at random. Answer the following questions:

(1) Use the following sequence of 10 integers as an example of the input sequence:

3, 8, 5, 1, 2, 9, 10, 4, 7, 6.

Determine your pivots appropriately and explain how Quicksort works for those input and pivot sequences.

(2) Obviously the number of steps to finish the computation (the computation time) depends on the selection of pivots or on how random numbers appear. Explain a good case and a bad case using examples. Discuss the difference of computation steps between these two cases using the length (the number of elements)  $n$  of the input sequence. Due to the tradition, the computation time, here, means the number of comparisons of two elements executed in the algorithm.

(3) Using the same idea as Quicksort, give a fast algorithm to obtain the median of (unsorted)  $n$  elements. Make a quantitative analysis of its computation time (the same meaning as above)

using the length  $n$  of the input. In this question, the “median” means the  $(n+1)/2$ -th largest element if  $n$  is odd and the  $n/2$ -th largest one if  $n$  is even, out of the  $n$  total elements. Note that this is different from the more usual definition that the median is the average of the two middle numbers if  $n$  is even. Also note that you will get no score from the obvious answer that the algorithm first sorts the input.

Your questions about the problem will NOT be answered. If you think there is a flaw in the problem, first make it clear. Then make some reasonable assumption or correction and give your answer. Your answer should be easy to read, namely it is more important to make the basic idea clear rather than to go to too much details. At the same time, if your answer is too sloppy, it would cause a doubt that you are making some fundamental misunderstanding or confusion.

## A-8

以下の全ての設問に答えよ。

Answer all the questions below.

(1) 2進表現について、以下の問に答えよ。

Answer the following questions related to the binary number system.

(a) +21 および -21 を 6 ビットの符号・絶対値表現で表せ。

Express +21 and -21 in the 6-bit sign-and-magnitude representation.

(b) +21 および -21 を 6 ビットの 2 の補数表現で表せ。

Express +21 and -21 in the 6-bit two's complement representation.

(c) 次の 6 ビットの符号・絶対値表現の 2 進数の加算および減算の結果を示せ。

Show the results of the following additions and subtractions in the 6-bit sign-and-magnitude number system.

(i) 010011+111001                      (ii) 110011+111001                      (iii) 010011-100110

(d) 次の 6 ビットの 2 の補数表現の 2 進数の加算および減算の結果を示せ。

Show the results of the following additions and subtractions in the 6-bit two's complement number system.

(i) 010011+111001                      (ii) 110011+111001                      (iii) 010011-100110

(e) 6 ビットの 2 の補数表現の 2 進数 101010 を 1 ビット算術右シフトした結果を示せ。

Show the result of the 1-bit arithmetic right shift operation on 101010.

(2) 並列乗算に用いられる「2 次のブースのアルゴリズム」について説明せよ。

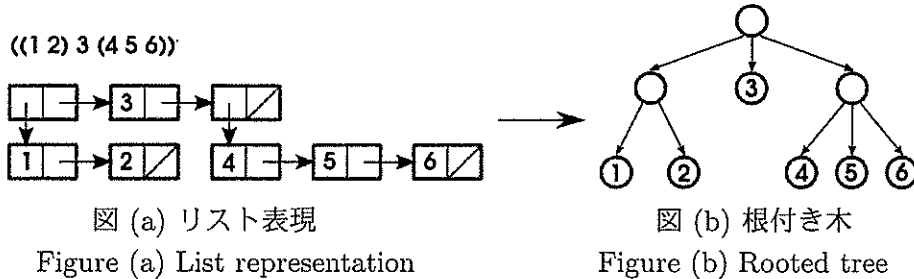
Explain "radix-4 modified Booth's algorithm" used in parallel multiplication.

(3) 「ロード／ストアアーキテクチャ」について説明せよ。

Explain "load/store architecture".

葉にラベル付けされた根付き木のリストによる表現を考える。例えば、図 (a) のリスト  $((1\ 2)\ 3\ (4\ 5\ 6))$  は図 (b) の木構造を表現しているとする。

Let us consider list representation of rooted trees with labels on leaf nodes. For example, list  $((1\ 2)\ 3\ (4\ 5\ 6))$  in Figure (a) represents the rooted tree structure in Figure (b).



葉節点の個数を数える Scheme 関数 `count-leaves` は以下のように記述できる。

A Scheme function `count-leaves` for counting the leaf nodes can be described as follows.

```
(define (count-leaves x)
  (cond ((null? x) 0)
        ((not (pair? x)) 1)
        (else (+ (count-leaves (car x))
                  (count-leaves (cdr x))
                  ))))
```

この例をヒントにして、以下の問に全て答えよ。

Answer all the questions below by using this example as a hint.

- (1) 木の内部節点 (葉でない節点) の個数を数える Scheme 関数 `count-internals` を記述し、動作を説明せよ。

Describe a Scheme function `count-internals` which returns the number of internal nodes (non-leaf nodes) in a tree, and explain its behavior.

- (2) 木の高さを返す Scheme 関数 `tree-height` を記述し、動作を説明せよ。例えば上の例の木の高さは 3 である。例で使われている関数の他に、減算 (`- x y`)、比較 (`= x y`)、最大値 (`max x y`) の関数を用いてよい。

Describe a Scheme function `tree-height` which returns the height of a tree, and explain its behavior. For example, height of the tree in the above example is 3. Besides the functions used in the above example, functions for subtraction (`- x y`), comparison (`= x y`), and, maximum value (`max x y`) can be used.