

平成 28 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科 電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題 (情報通信工学コース)

(実施時間 14 : 00 ~ 16 : 00)

【注 意 事 項】

1. 問題用紙はこの表紙や白紙を除いて 16 ページある。解答開始の指示があるまで開いてはいけない。解答開始後、落丁や不鮮明な箇所等があった場合は、手を挙げて監督者にその旨を伝えること。
2. 試験問題は、「通信方式」、「通信ネットワーク」、「光・電波工学」、「情報理論」、「信号処理」、「論理回路と計算機システム」、「データ構造とアルゴリズム」、及び、「制御工学」、の全部で 8 題あり、この順番に綴じられている。このうち、3 題を選択し解答すること。
3. 解答開始前に、別紙の「専門科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと。
4. 問題用紙は持ち帰ってもよい。

【通信方式】解答は、赤色の解答用紙に記入すること。

二進位相シフトキーイングで変調された信号を受信機で受信する際、雑音が無ければ、受信波形は、送信データが「1」の場合、 $A\cos(2\pi f_c t)$ 、送信データが「0」の場合、 $-A\cos(2\pi f_c t)$ で表されるものとする。ただし、 A は受信信号の振幅、 f_c は搬送周波数、 t は時刻である。一方、受信時に雑音が存在する場合、雑音は、

$$n(t) = x(t)\cos(2\pi f_c t) - y(t)\sin(2\pi f_c t)$$

で与えられ、 $x(t)$ 、 $y(t)$ は、いずれも、平均が0、分散が σ^2 のガウス分布に従い、互いに独立な確率過程に従う実数のランダム変数である。この雑音が受信信号に加わった信号を同期検波するとき、以下の問いに答えよ。

- (i) 雑音を含む受信信号を $z(t)$ とすると、送信データが「1」の場合と送信データが「0」の場合に分けて、 $z(t)$ が数式でどのように表せるかを、それぞれ記せ。
- (ii) 二進位相シフトキーイングで変調された信号に対する同期検波受信機の構成を図示し、受信機における主要動作を説明せよ。ただし受信機においては、同期検波に用いられる搬送波は完全に再生されているものとする。さらに同期検波した結果得られる信号 $r(t)$ を数式で示せ。
- (iii) 問い(ii)の同期検波を前提にした場合の受信ビット誤り率を導出せよ。ただし、

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt, \operatorname{erfc}(\infty) = 0, \operatorname{erfc}(0) = 1$$

を利用してよい。また「1」と「0」が送信される確率はともに0.5であり、受信機における「1」と「0」の判定は、最適なしきい値に対してなされるものとする。

専門用語の英訳

二進位相シフトキーイング	binary phase shift keying
受信機	receiver
雑音	noise
送信データ	transmitted data
振幅	amplitude
搬送周波数	carrier frequency
ガウス分布	Gaussian distribution
確率過程	stochastic process
同期検波	coherent detection
ビット誤り率	bit error ratio

【通信ネットワーク】 解答は、黄色の解答用紙に記入すること。

情報通信ネットワークでは、ルータ等の中継ノードの性能を評価するために待ち行列システムが用いられる場合がある。

図 1 に示す複数の入力リンク、単一の出力リンク、および単一のバッファからなる中継ノードについて考える。入力リンク数を M とする。入力リンク L_i ($i = 1, 2, \dots, M$) より、到着率 λ_i ($\lambda_i > 0$) のポアソン過程に従いパケットが中継ノードに到着する。ただし、到着率は単位時間あたりに到着する平均パケット数を表す。パケットの到着過程が到着率 λ_i のポアソン過程に従うとき、時間間隔 t の間に k 個のパケットが到着する確率 $p_k(t)$ は次式で与えられる。

$$p_k(t) = \frac{(\lambda_i t)^k \exp(-\lambda_i t)}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

中継ノードに到着したパケットは、バッファに蓄積され、FIFO (First-In, First-Out) 規律に従い、バッファの先頭パケットより 1 パケットずつ出力リンクから送出される。あるパケットの 1 ビット目が出力リンクから送出されてから最後のビットが送出されるまでの時間はパラメータ μ の指数分布に従うと仮定する。バッファサイズは K であるとし、送出途中のパケットを含めて K 個のパケットを蓄積できるものとする。バッファに K 個のパケットが蓄積されている状態でパケットが到着した場合、そのパケットは棄却される。

以下の問いに答えよ。

- (i) 上記の中継ノードを待ち行列システム Q_1 とする。また、図 2 に示すように、単一の入力リンク、単一の出力リンク、およびバッファサイズ K の単一のバッファを持つ中継ノードを待ち行列システム Q_2 とする。待ち行列システム Q_2 の入力リンクからは到着率 λ のポアソン過程に従いパケットが到着すると仮定する。バッファに蓄えられるパケット数を評価する場合、 $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_M$ とした待ち行列システム Q_2 は待ち行列システム Q_1 と等価であることを示せ。
- (ii) 待ち行列システム Q_2 をケンドール記号を用いて表せ。
- (iii) 待ち行列システム Q_2 の状態遷移速度図を示せ。
- (iv) 送出途中のパケットを含めて n 個のパケットが中継ノード内に存在する定常状態確率を p_n とする。 p_n ($n = 0, 1, \dots, K$) を導出せよ。
- (v) 一般に待ち行列システムでは、ポアソン過程に従い到着する客が見る待ち行列システムの状態は、外部から観察したときの待ち行列システムの状態に等しい。このことより、パケット棄却率を p_n ($n = 0, 1, \dots, K$) を用いて表せ。

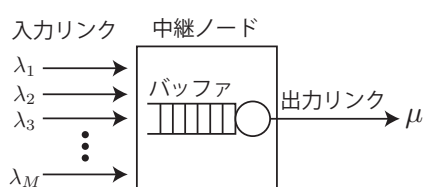


図 1: 待ち行列システム Q_1

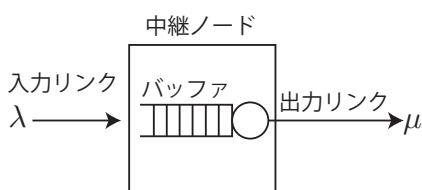


図 2: 待ち行列システム Q_2

専門用語の英訳

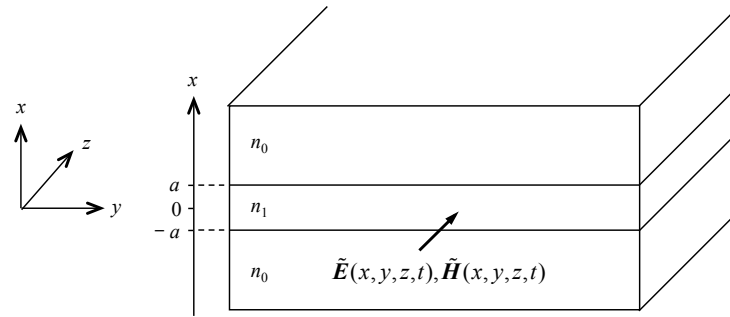
待ち行列システム:	queueing system
到着過程:	arrival process
ポアソン過程:	Poisson process
指数分布:	exponential distribution
定常状態確率:	steady state probability
状態遷移速度図:	state transition rate diagram
ケンドール記号:	Kendall's notation
パケット棄却率:	packet loss rate

【光・電波工学】 解答は、灰色の解答用紙に記入すること。

図に示すように、直角座標系 x, y, z において、屈折率 n_1 の誘電体 I を屈折率 $n_0 (n_0 < n_1)$ の誘電体 II で挟んだスラブ型導波路を考える。誘電体 I の厚さは $2a$ であり、その中心を x 軸の原点とする。ここで、誘電体 I を z 方向に伝搬する光波を考える。この電界 $\tilde{\mathbf{E}}(x, y, z, t)$ は、 z に依存する成分 $\exp(-j\beta z)$ 、 x と y に依存する成分 $\mathbf{E}(x, y) = (E_x(x, y), E_y(x, y), E_z(x, y))$ 、そして時刻 t に依存する成分 $\exp(j\omega t)$ に分離可能である。なお、 j は虚数単位であり、 ω と β はそれぞれ角周波数と z 方向の伝搬定数である。磁界も同様に考えれば、電界 $\tilde{\mathbf{E}}(x, y, z, t)$ および磁界 $\tilde{\mathbf{H}}(x, y, z, t)$ は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(x, y, z, t) &= (E_x(x, y), E_y(x, y), E_z(x, y)) \cdot \exp[j(\omega t - \beta z)], \\ \tilde{\mathbf{H}}(x, y, z, t) &= (H_x(x, y), H_y(x, y), H_z(x, y)) \cdot \exp[j(\omega t - \beta z)]\end{aligned}$$

さらに、本問では $E_x = E_z = H_y = 0$ である TE (Transverse Electric) モードを考える。誘電体には損失が存在しないものと考え、以下の問いに答えよ。なお、誘電体 I および誘電体 II の透磁率は μ_0 とする。



- (i) E_y , H_x , そして H_z に対して、誘電体 I を導波する条件式が以下で与えられることを導け。

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + [k_0^2 n(x)^2 - \beta^2] E_y = 0, \quad H_x = -\frac{\beta}{\omega \mu_0} E_y, \quad H_z = -\frac{1}{j\omega \mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

なお、 k_0 は真空中での光波の波数、 $n(x)$ は屈折率である。必要であれば以下の式を用いても良い。

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -\mu_0 \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}}{\partial t}, \quad \nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \epsilon_0 n(x)^2 \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t}, \quad k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

ここで、 ϵ_0 は真空の誘電率である。

以降の問いでは、次式で与えられる $E_y(x, y)$ を考える。

$$E_y(x, y) = \begin{cases} A \exp[-\gamma(x-a)] & x > a \\ \cos(\eta x - \phi) & -a \leq x \leq a \\ B \exp[\gamma(x+a)] & x < -a \end{cases}$$

- (ii) a, η, ϕ を用いて、係数 A と B を表せ。
 (iii) 光波が誘電体 I を導波する条件式が満たされる場合の ϕ を求めよ。
 (iv) E_y の解が一つのみとなる単一モード条件を導け。

専門用語の英訳

誘電体: dielectric material

屈折率: refractive index

スラブ型導波路: slab waveguide

角周波数: angular frequency

伝搬定数: propagation constant

波数: wavenumber

透磁率: permeability

単一モード条件: single-mode condition

【情報理論】 解答は、桃色の解答用紙に記入すること.

無記憶情報源の出力である「情報源記号」系列を「符号化記号」系列に変換する情報源符号化について考える. 情報源記号 A, B, C がそれぞれ確率 0.6, 0.3, 0.1 で生起する 3 元無記憶情報源 S に対する 2 元符号化規則の例を下表に示す. この情報源 S について, 以下の問いに答えよ. 解答に際して対数の計算が必要となる場合には, $\log_2(3.0) = 1.59$, $\log_2(0.6) = -0.74$, $\log_2(0.3) = -1.74$, $\log_2(0.1) = -3.32$ を利用すること.

情報源 記号	生起確率	2 元符号化規則				
		①	②	③	④	⑤
A	0.6	00	0	0	0	0
B	0.3	01	10	10	01	0
C	0.1	10	110	11	11	11

- (i) 情報源 S の平均情報量 (エントロピー) $H(S)$ [ビット/情報源記号] を求めよ.
- (ii) 符号化規則①～⑤の内, 一意復号可能な符号に属するものをすべて答えよ.
- (iii) 符号化規則①～⑤の内, 瞬時符号に属するものをすべて答えよ.
- (iv) 符号化規則①～⑤の内, コンパクト符号に属するものをすべて答えよ.
- (v) 情報源 S の 2 次拡大情報源 S^2 に対する 2 元ハフマン符号化の符号化規則を求めよ. ただし, 符号化規則の導出過程も解答用紙に記入すること.
- (vi) 問い (iv) で答えたコンパクト符号と問い (v) で求めた符号化規則の 1 情報源記号あたりの平均符号長 [符号化ビット/情報源記号] を求めよ.
- (vii) 問い (i) で求めた平均情報量と問い (vi) で求めた 2 種類の平均符号長を比較し, それらの関係について情報源符号化定理に基づき説明せよ.
- (viii) 2 次拡大情報源 S^2 に対する 3 元ハフマン符号化の符号化規則を求めよ. ただし, 符号化記号は 0, 1, 2 の 3 元で表現し, 符号化規則の導出過程も解答用紙に記入すること.
- (ix) 問い (viii) で求めた符号化規則の 1 情報源記号あたりの平均符号長 [符号化記号/情報源記号] を求めた後, 問い (i) で求めた平均情報量と比較し, その関係について情報源符号化定理に基づき説明せよ. このとき, 平均情報量の単位を [ビット (2 元記号) /情報源記号] から [3 元記号/情報源記号] に変換する必要があることに留意せよ.

専門用語の英訳

無記憶情報源	memoryless source
情報源記号	source symbol
符号化記号	coded symbol
情報源符号化	source coding
符号化規則	coding rule
生起確率	occurrence probability
平均情報量 (エントロピー)	entropy
一意復号可能な符号	uniquely decodable code
瞬時符号	instantaneous code
コンパクト符号	compact code
拡大情報源	extended source
ハフマン符号	Huffman code
符号長	code length
符号化ビット	coded bit
情報源符号化定理	source coding theorem

【信号処理】 解答は、だいたい色の解答用紙に記入すること.

実数を信号値とする連続時間信号 $x(t)$, $y(t)$ (t は時間を表す実数) に対する畳込み演算 $Conv(t)$ を $x(t) * y(t)$ と書き,

$$Conv(t) \triangleq x(t) * y(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau)y(\tau)d\tau$$

と定義する.

一方, 実数を信号値とする連続時間信号 $x(t)$, $y(t)$ に対する相関演算 $Corr(s)$ を $x(t) \circ y(t)$ と書き,

$$Corr(s) \triangleq x(t) \circ y(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} x(t - s)y(t)dt$$

と定義する. ただし, s (s は実数) は時間シフトを表す. 以下の問いに答えよ.

- (i) 畳込みと相関を信号を操作するという観点から意味するところを説明せよ.
- (ii) 畳込みと相関は, 現実世界において, 現象を説明するモデルや問題を解く道具としてしばしば利用されている. 畳込みと相関それぞれについてこのような例を 1 つ挙げよ.
- (iii) $u(t)$ を連続時間の単位ステップ信号とし, $x(t) = u(t) - u(t - 2)$, $y(t) = u(t)$ とするとき, $x(t) * y(t)$, および $x(t) \circ y(t)$ を計算し, 図示せよ.
- (iv) 畳込み演算 $*$ と相関演算 \circ を二項演算と考え, それぞれの演算について可換則, 分配則 (加算への分配), 結合則が成り立つか否かを数式を用いて示せ.
- (v) $x(t) * y(t)$, $x(t) \circ y(t)$ のフーリエ変換を導出せよ.

専門用語の英訳

連続時間信号: continuous-time signal

畳込み演算: convolution operation

時間シフト: time shift

相関演算: correlation operation

単位ステップ信号: unit step signal

二項演算: binary operation

可換則: commutative property

分配則: distributive property

加算: addition

結合則: associative property

フーリエ変換: Fourier transform

【論理回路と計算機システム】解答は、水色の解答用紙に記入すること。

1. 制御入力 s の値により、2つのデータ入力 x と y のいずれかの値をデータ出力 z とする回路を 2×1 セレクタ（マルチプレクサ）と呼ぶ。以下の問いに答えよ。

- (i) $s = 0$ のとき x 、 $s = 1$ のとき y を出力するとしたとき、 z の真理値表、および論理式の最小積和形を示せ。
(ii) 問い (i) の 2×1 セレクタの回路図を示せ。ただし、利用可能な論理ゲートは、論理否定 (NOT)、および否定論理積 (NAND) のみとし、解となる回路が複数存在する場合には、その1つを示せば良い。
(iii) 制御入力 s_0 、 s_1 の値により4つのデータ入力 d_0 、 d_1 、 d_2 、 d_3 のいずれかの値をデータ出力 z とする 4×1 セレクタ（マルチプレクサ）を構成することを考える。

$s_0 = 0$ かつ $s_1 = 0$ のとき d_0

$s_0 = 1$ かつ $s_1 = 0$ のとき d_1

$s_0 = 0$ かつ $s_1 = 1$ のとき d_2

$s_0 = 1$ かつ $s_1 = 1$ のとき d_3

を出力 z とする。このとき、この 4×1 セレクタ（マルチプレクサ）の回路図を、問い (ii) で設計した 2×1 セレクタのみ用いて構成せよ。ただし 2×1 セレクタの回路は、図1で示した記号を用いて表し、解となる回路が複数存在する場合には、その1つを示せば良い。

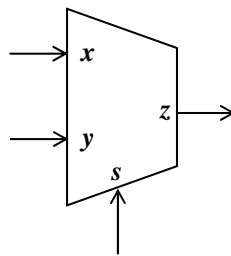


図 1: 2×1 セレクタの回路記号

2. 算術論理演算器 (ALU) とレジスタ群を1本のバスで連結する、1バス構成の中央処理装置 (CPU) の基本構成の例を図2に示す。図2において、PC は次に実行すべき命令のアドレスを保持するプログラムカウンタ、IR は現在実行中の命令を保持する命令レジスタ、MAR はアクセスしようとする主記憶内のアドレスを保持するメモリアドレスレジスタ、MDR は主記憶から読み出したデータや主記憶に書き込むべきデータを保持するメモリデータレジスタを表す。また、R1~Rn は汎用レジスタを表す。X、Y、Z は一時的に演算結果などを記憶するために用いられるレジスタを表す。c は桁上げ入力である。以下の問いに答えよ。

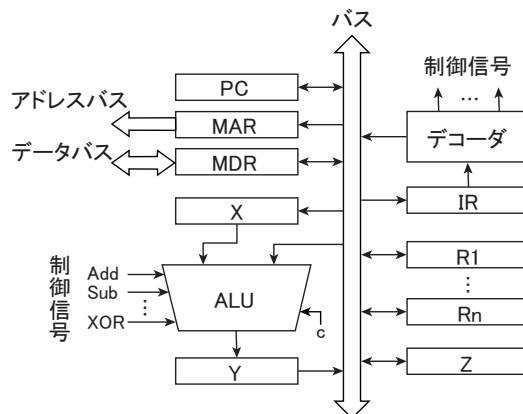


図 2: 1 バス構成の CPU の基本構成

(i) 図2のCPU構成に基づき、減算命令

Sub R1, R2 (1)

の実行手順を記述すると次の1～6のようになる（ステップ1～3は命令フェッチであり、またステップ4～6はデコーダ部で解釈した命令の実行である）。

1. PC_{out}, ①, Read, Clear X, c=1, Sub, ②
2. Y_{out}, ③, WMS
3. MDR_{out}, IR_{in}
4. ④, ⑤
5. R2_{out}, ⑥, ⑦
6. Y_{out}, ⑧, End

ただし、式(1)において、第1オペランドのアドレス指定はレジスタ指定でレジスタR1の内容そのものがオペランドであり、実行結果はレジスタR1へ格納される。また、レジスタ●への入力を●_{in}、レジスタ●からの出力を●_{out}などのように表している。WMSは、CPUが読み出し動作が完了後、MDRへの格納が完了したことを知らせる主記憶からの信号が返されるまでを待つ動作を表す。このとき、上記の実行手順の空白①～⑧を埋めよ。

(ii) 表1は、図2に示すCPUの動作に対するマイクロ命令を表したものである。この表中のマイクロ命令を用いて、問い(i)の命令の実行手順を記述せよ。

表1: 図2に示すCPUの動作に対するマイクロ命令

R _{out} 4ビット	R _{in} 4ビット	ALU 4ビット	R/W 2ビット	Clear X 1ビット	Y _{in} 1ビット	c 1ビット	WMS 1ビット	End 1ビット
0000 NONE	0000 NONE	0000 Add	00 NONE	0 NONE	0 NONE	0 c=0	0 NONE	0 Continue
0001 PC _{out}	0001 PC _{in}	0001 Sub	01 Read	1 Clear X	1 Y _{in}	1 c=1	1 WMS	1 End
0010 MDR _{out}	0010 MAR _{in}	...	10 Write					
0011 R1 _{out}	0011 MDR _{in}	1111 XOR						
0100 R2 _{out}	0100 IR _{in}							
0101 R3 _{out}	0101 R1 _{in}							
0110 R4 _{out}	0110 R2 _{in}							
0111 Y _{out}	0111 R3 _{in}							
1000 Z _{out}	1000 R4 _{in}							
	1001 X _{in}							
	1010 Z _{in}							

(iii) 布線論理方式とマイクロプログラム制御方式の利点と欠点について説明せよ。

専門用語の英訳

セレクト	selector
マルチプレクサ	multiplexor
真理値表	truth table
論理式	logical formula
最小積和形	minimum sum-of-products form
回路図	circuit diagram
論理ゲート	logic gate
算術論理演算器	arithmetic and logic unit
バス	bus
中央処理装置	central processing unit
プログラムカウンタ	program counter
命令レジスタ	instruction register
メモリアドレスレジスタ	memory address register
メモリデータレジスタ	memory data register
デコーダ	decoder
オペランド	operand
マイクロ命令	microinstruction
命令フェッチ	instruction fetch
布線論理	wired-logic control
マイクロプログラム制御	microprogram control

【データ構造とアルゴリズム】 解答は、青色の解答用紙に記入すること。

1. 図 1 で表されるような連結リストを用いたプログラム A について、以下の問いに答えよ。なお、プログラム A は C 言語で書かれている。next は次の要素を指すポインタである。

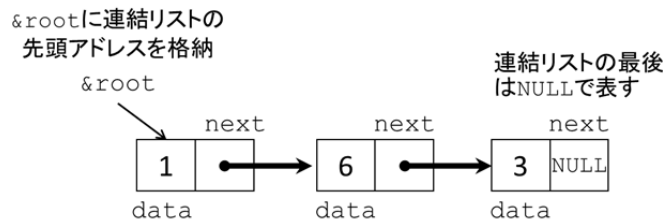


図 1 連結リストの例

- (i) 関数 insert() は、リスト内のある条件を満たす位置に、新しい値 newdata を持った要素を挿入する関数である。この関数内の空欄【 1 】、【 2 】を埋めてプログラムを完成させよ。
- (ii) 関数 insert() のように、自分自身を参照することを何と呼ぶか答えよ。
- (iii) プログラム A を実行した場合の、画面（標準出力）への出力結果を示せ。
- (iv) 数値の列を、連結リストで表現する場合と配列で表現する場合を比較する。連結リストで表現する方が適しているのはどのような場合か。2 点挙げよ。

プログラム A

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define N 9

struct mylist { /* リスト構造の各要素のための構造体 */
    int data;
    struct mylist *next;
};

/* リストを順にたどり内容を表示する関数 */
void traverse(struct mylist *ptr){
    while(ptr != NULL){
        printf("%d ", ptr->data);
        ptr = ptr->next;
    }
    putchar('\n');
}

/* リストにデータ newdata を持つ要素を挿入する関数 */
void insert(struct mylist **ptr, int newdata){
    if(*ptr == NULL || (*ptr)->data < newdata){
        struct mylist *newcell;
        newcell=(struct mylist *)malloc(sizeof(struct mylist));
        newcell->data = 1;
        newcell->next = 2;
        *ptr = newcell; /* 現在のポインタが指す先へ挿入 */
    }else{
        insert(&(*ptr)->next, newdata); /* 次の要素をたどる */
    }
}

int main(){
    struct mylist *root = NULL; /* 先頭に初期値を与える */
    int i, a[N] = {2, 16, 12, 5, 8, 1, 12, 9, 4};
    for(i=0; i<N; i++){
        insert(&root, a[i]);
    }
    traverse(root);
    return(0);
}
```

2. n 個の頂点 v_i ($1 < i \leq n$)を持つ無向グラフ上での最短路を求める問題（最短路問題）について、以下の問いに答えよ．ここでは図 2 に示すグラフを例として考える．各頂点間の辺にはそれぞれ図 2 に示す重みが与えられており、ダイクストラのアルゴリズムにより、経路上の重みの総和（コスト）が最小となる経路を求めることになる．プログラム B はこのアルゴリズムの擬似コードである．
- (i) 頂点が n 個ある場合の、このアルゴリズムの計算量のオーダーを示せ．算出根拠も述べること．
 - (ii) 配列 $d[i][j]$ は、頂点 i と頂点 j の間の辺の重みを行列として保持している．図 2 の場合のこの行列を書き下せ．ただし、接続がない辺の重みや i と j が等しい場合の重みは -1 とすること．
 - (iii) v_1 を始点とした場合の、 v_6 までの最短路の重みの総和（コスト）を求めよ．またその時の経路を書け．

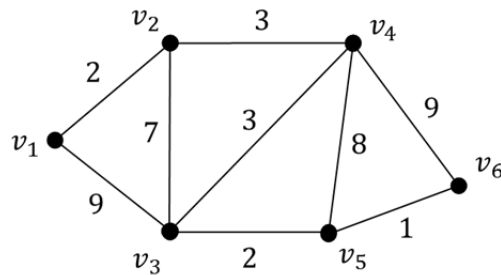


図 2 6 個の頂点を持つ無向グラフ

プログラム B

```

/* ダイクストラのアルゴリズムによる最短路の探索 */
/* 配列要素 d[i][j]: 頂点 i, j 間の辺の重み */
/* 配列要素 C[i]: 始点 s から頂点 i までのコスト */
/* U: 最短路が確定していない頂点の集合 */
/* 集合 A, B に対して, A - B は差集合を表す. */

dijkstra(s){
    /* 始点 s を引数とする */
    U = {全ての頂点};
    C[s] = 0; /* 始点のコストを 0 に初期化 */
    for(i ∈ U - {s}){ /* 始点以外の頂点 */
        C[i] = ∞; /* 十分大きな数を初期値として設定 */
    }

    while(U が空集合でない){
        p = U に属する頂点の中で最小のコスト C[i] を持つ頂点;
        U = U - {p}; /* 以下で対象とする頂点 p を, U から順に取り除く */

        for(p と辺で結ばれている頂点 i ∈ U){
            if(C[i] > C[p] + d[p][i]){
                /* i に到る, よりコストの低い経路があった場合 */
                C[i] = C[p] + d[p][i]; /* その頂点の持つコストを更新 */
            }
        }
    }
}

```

【制御工学】解答は，白色の解答用紙に記入すること．

以下の 1. ~ 3. に答えよ．

1. 次の伝達関数 $G(s)$ で表される線形時不変システムの極のうち，その実部が正であるものの個数を答えよ．また，その理由も述べること．

$$G(s) = \frac{1}{s^5 + s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1}$$

2. 次の伝達関数 $G(s)$ で表される線形時不変システムについて，以下の問いに答えよ．ただし， a は正の実数値をとるパラメータとする．

$$G(s) = \frac{a}{s^2 + 5s + a}$$

- (i) ステップ応答が単調増加となるための a に関する必要十分条件を求めよ．
- (ii) $a = 8$ としたときのインパルス応答を時間 t の関数として求めよ．
- (iii) $a = 8$ としたとき，位相 $\angle G(j\omega)$ が -90° となる角周波数 ω の値を求めよ．ただし， j は虚数単位を表す．

3. 状態方程式と出力方程式がそれぞれ次のように与えられている 1 入力 1 出力線形時不変システム (S) を考える .

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \quad y(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t)$$

ただし, $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$, $u(t)$, $y(t)$ は, それぞれ, システムの状態変数ベクトル, 入力変数, 出力変数であり, \mathbf{A} , \mathbf{b} , \mathbf{c} はそれぞれ次のように与えられている .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (i) システム (S) が可制御であるか, また, 可観測であるかを判定せよ .
(ii) システム (S) の状態変数ベクトル $\mathbf{x}(t)$ と出力変数 $y(t)$ の値を, 次のシステムを用いて推定する .

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}(t)}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{b}u(t) - \mathbf{l}(\hat{y}(t) - y(t)), \quad \hat{y}(t) = \mathbf{c}\hat{\mathbf{x}}(t)$$

ここで, $\hat{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix}$, $\hat{y}(t)$ は, それぞれ, $\mathbf{x}(t)$ と $y(t)$ の推定量であり, $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$ は

定数ベクトルである . $\mathbf{x}(t)$ の推定誤差 $\mathbf{e}(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ を状態変数ベクトルとした状態方程式

$$\frac{d\mathbf{e}(t)}{dt} = \mathbf{A}_e\mathbf{e}(t)$$

の行列 \mathbf{A}_e を l_1, l_2 を用いて表せ .

- (iii) 行列 \mathbf{A}_e の固有値を $-1, -2$ にする l_1, l_2 を求めよ .
(iv) (iii) で指定した \mathbf{l} と $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ を用いて, システム (S) に推定状態フィードバック

$u(t) = -\mathbf{k}\hat{\mathbf{x}}(t) = -\mathbf{k}(\mathbf{x}(t) + \mathbf{e}(t))$ を施す . $\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{e}(t) \end{bmatrix}$ を状態変数ベクトルとした状態方程式

$$\frac{d\mathbf{z}(t)}{dt} = \mathbf{A}_{cl}\mathbf{z}(t)$$

の行列 \mathbf{A}_{cl} とその固有値を求めよ .

専門用語の英訳

伝達関数	transfer function
線形時不変システム	linear time-invariant system
極	pole
実部	real part
ステップ応答	step response
単調増加	monotonically increasing
インパルス応答	impulse response
位相	phase
角周波数	angular frequency
虚数単位	imaginary unit
状態方程式	state equation
出力方程式	output equation
状態変数ベクトル	state variable vector
入力変数	input variable
出力変数	output variable
可制御	controllable
可観測	observable
推定状態フィードバック	estimated state feedback