

第8問

図1は均一にドーピングされたドナー濃度 N_D の n 型半導体と、均一にドーピングされたアクセプタ濃度 N_A の p 型半導体で構成された pn 接合である。n 型半導体中の正孔の熱平衡濃度を p_{n0} 、p 型半導体中の電子の熱平衡濃度を n_{p0} とする。素電荷を q 、ボルツマン定数を k_B 、温度を T 、n 型半導体中性領域の長さを W_N とする。 x は n 領域の空乏層端からの距離を表す。n 型領域における正孔の拡散定数を D_p 、正孔の少数キャリア寿命を τ_p とし、正孔の拡散距離 L_p は $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$ で与えられる。ここで $W_N \gg L_p$ であり、 $x=W_N$ において正孔濃度は熱平衡濃度に等しくなっているとする。

この pn 接合に時間的に変化する電圧 $V(t)$ を印加した場合の、n 型半導体中性領域における正孔濃度について考える。ある時刻 t 、座標 x における正孔濃度を $p(x, t)$ と表したとき、正孔の拡散方程式は以下の式で与えられる。

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{p(x, t) - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} \quad (i)$$

以下の問いに答えよ。

- (1) まず、時間変化のない場合について考察する。すなわち $V(t) = V_{DC}$ の直流順方向バイアス電圧を印加したときの $p(0) - p_{n0}$ を V_{DC} の関数で表せ。ここで $p(0)$ は $x=0$ における正孔濃度を表す。

次に、順方向の直流電圧 V_{DC} に微小交流電圧 $V_{AC}e^{j\omega t}$ が重畳した電圧 $V(t) = V_{DC} + V_{AC}e^{j\omega t}$ を印加したときを考える。ここで $V_{AC} \ll V_{DC}$ 、 $V_{AC} \ll k_B T/q$ の条件があり、 j は虚数単位、 ω は角周波数である。

以下の問いに答えよ。

- (2) 時間的に変化する正孔濃度 $p(x, t)$ が、 $p(x, t) = p_{DC}(x) + p_{AC}(x)e^{j\omega t}$ の形で表されると仮定する。ここで $p_{DC}(x)$ は直流成分、 $p_{AC}(x)$ は交流成分の振幅を表す。 $p_{DC}(x)$ 、 $p_{AC}(x)$ がそれぞれ満たすべき微分方程式は式(ii)、(iii)で表されることを導け。

$$D_p \frac{\partial^2 p_{DC}(x)}{\partial x^2} - \frac{p_{DC}(x) - p_{n0}}{\tau_p} = 0 \quad (ii)$$

$$D_p \frac{\partial^2 p_{AC}(x)}{\partial x^2} - j\omega p_{AC}(x) - \frac{p_{AC}(x)}{\tau_p} = 0 \quad (\text{iii})$$

- (3) $x=0$ における境界条件を求めたい. $p_{DC}(0) - p_{n0}$ を V_{DC} の関数で表せ. また $p_{AC}(0)$ を V_{DC} と V_{AC} の関数で表せ. ここで, 導出には次の式で与えられるテーラー展開 $f(\alpha + \beta) = f(\alpha) + \beta f'(\alpha)$ ($\alpha \gg \beta$) を用いること.
- (4) 上記の微分方程式(ii)を解き, 直流成分 $p_{DC}(x)$ を x の関数で表せ. また, これをグラフで示せ. このとき, $x=0$, $x=W_N$, $x=L_p$, p_{n0} , $p_{DC}(0)$ をグラフ中に明記すること.
- (5) 上記の微分方程式(iii)を解き, 交流成分 $p_{AC}(x)$ を x の関数で表せ. (グラフで示す必要はない)
- (6) $\omega\tau_p \ll 1$ とき, $p(x,t)$ はどのような時間的, 空間的変化をするか. 図を用いて簡単に説明せよ.

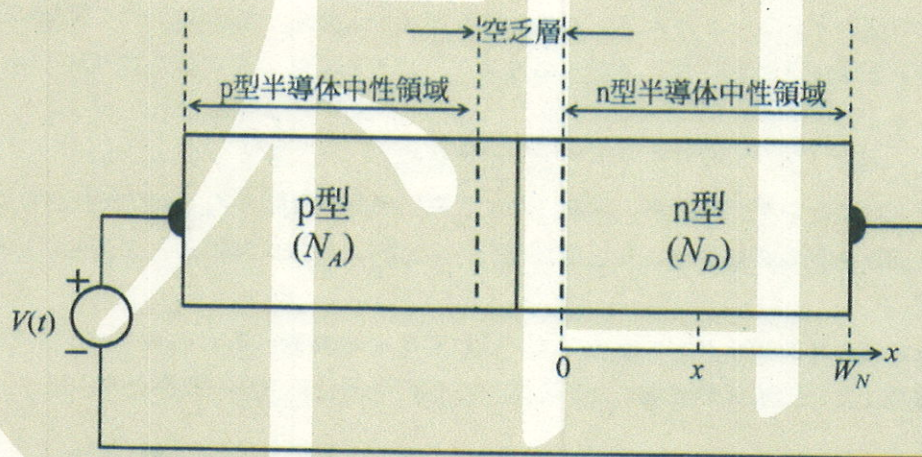


図 1

Problem 8

Figure 1 shows a schematic illustration of a pn junction diode comprising a uniformly-doped n-type semiconductor with donor concentration N_D and a uniformly-doped p-type semiconductor with acceptor concentration N_A . Thermal equilibrium hole concentration in the n-type semiconductor is p_{n0} , and thermal equilibrium electron concentration in the p-type semiconductor is n_{p0} . Here, q is the elemental charge, k_B is the Boltzmann constant, T is temperature, and W_N is the length of the n-type neutral region. As shown in Fig. 1, x denotes the distance from the edge of the depletion region in the n-type region. In the n-type region, D_p represents the diffusion constant of holes and τ_p the minority carrier lifetime of holes. Then, the diffusion length of holes L_p is defined as $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$. Here, we assume $W_N \gg L_p$, and that the hole concentration at $x = W_N$ is equal to the thermal equilibrium hole concentration.

Let us consider the hole concentration in the n-type neutral region when a time-varying voltage $V(t)$ is applied to the diode. The hole concentration at time t and position x is denoted as $p(x, t)$. Then, the diffusion equation for holes is given by the following equation:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{p(x, t) - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2}. \quad (i)$$

Answer the following questions.

- (1) First, let us consider the stationary state, i.e. non time-varying case. Namely, a forward DC bias voltage $V(t) = V_{DC}$ is applied to the diode. Express $p(0) - p_{n0}$ as a function of V_{DC} , where $p(0)$ is the hole concentration at $x=0$.

Next, let us consider the case in which a time-varying voltage $V(t) = V_{DC} + V_{AC}e^{j\omega t}$ is applied, where V_{DC} is the forward DC bias voltage and $V_{AC}e^{j\omega t}$ the time-varying small AC voltage. Here, we assume $V_{AC} \ll V_{DC}$ and $V_{AC} \ll k_B T/q$. j is the imaginary unit and ω the angular frequency.

Answer the following questions.

- (2) Assume that the time-variable hole concentration $p(x, t)$ is expressed as $p(x, t) = p_{DC}(x) + p_{AC}(x)e^{j\omega t}$, where $p_{DC}(x)$ is the DC component and $p_{AC}(x)$ is the amplitude of the AC component. Show that the differential equations for $p_{DC}(x)$ and $p_{AC}(x)$ are given by the following equations (ii) and (iii), respectively.

$$D_p \frac{\partial^2 p_{DC}(x)}{\partial x^2} - \frac{p_{DC}(x) - p_{n0}}{\tau_p} = 0 \quad (ii)$$

$$D_p \frac{\partial^2 p_{AC}(x)}{\partial x^2} - j\omega p_{AC}(x) - \frac{p_{AC}(x)}{\tau_p} = 0 \quad (iii)$$

- (3) We would like to obtain the boundary conditions at $x=0$. Express $p_{DC}(0) - p_{n0}$ as a function of V_{DC} . Also, express $p_{AC}(0)$ as a function of V_{DC} and V_{AC} . In the derivation, use the following Taylor expansion: $f(\alpha + \beta) = f(\alpha) + \beta f'(\alpha)$ ($\alpha \gg \beta$).
- (4) Solve the above differential equation (ii), and express $p_{DC}(x)$ as a function of x . Also, draw a graph of $p_{DC}(x)$. $x=0$, $x=W_N$, $x=L_p$, p_{n0} , and $p_{DC}(0)$ must be clearly indicated in the graph.
- (5) Solve the above differential equation (iii), and express $p_{AC}(x)$ as a function of x . Here, it is not necessary to draw a graph.
- (6) What are the temporal and spatial changes in $p(x,t)$ when $\omega\tau_p \ll 1$? Explain it briefly using illustrations.

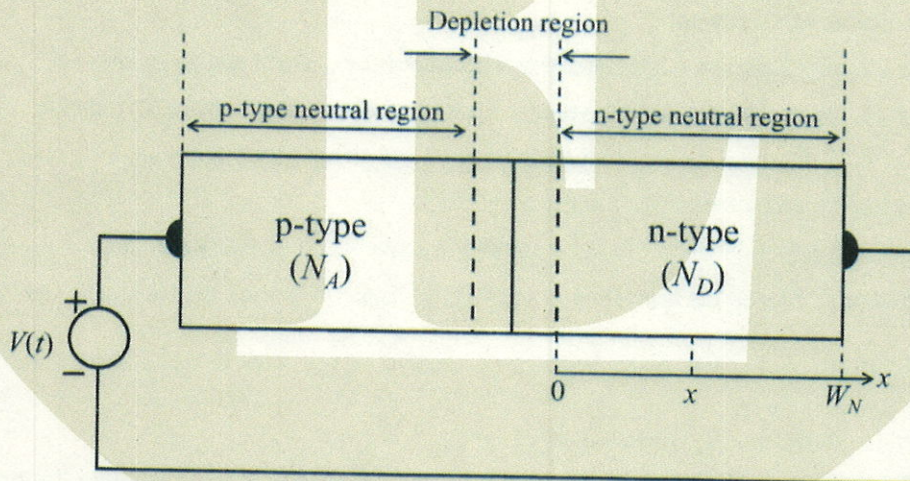


Fig. 1