問題2　電磁気学　設問すべてについて解答すること。但し，問題文中の物理量の単位はすべてSI単位系である。

Ⅰ　次の（1）～（5）の問いに答えよ。

図1のような一辺の長さ a，間隔 d の平行平板コンデンサに，誘電率 ε が一様でない誘電体が挿入されている場合について考える。なお，極板の端部における電界（電場）の乱れは無視できるものとする。

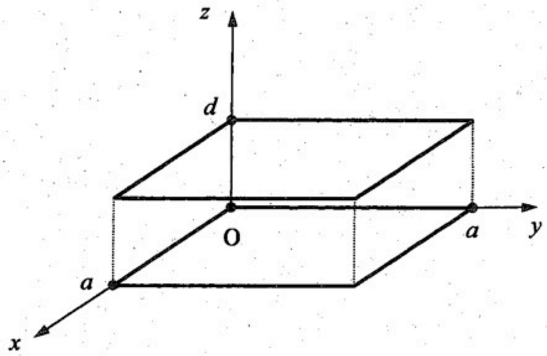

図1

まず，誘電体の誘電率 ε が z 方向に沿って $\varepsilon = \varepsilon_0\, e^{\frac{z}{d}}$（$\varepsilon_0$ は真空の誘電率）のように変化している場合について考える（図2）。

（1）下側極板に $+Q$，上側極板に $-Q$ の電荷を与えたとき，下側極板から距離 z の位置における電界（電場）の大きさはいくらか。

（2）このとき，上下極板間の電位差はいくらか。

（3）コンデンサの静電容量（電気容量）はいくらか。

次に，誘電体の誘電率 ε が y 方向に沿って $\varepsilon = \varepsilon_0\, e^{\frac{y}{a}}$（$\varepsilon_0$ は真空の誘電率）のように変化している場合について考える（図3）。このとき，コンデンサ全体を微小なコンデンサの並列接続とみなすことによって，静電容量（電気容量）を求めることができる。

（4）y と $y+\Delta y$ に囲まれた極板面積 $a\Delta y$ の微小コンデンサの静電容量（電気容量）はいくらか。

（5）コンデンサ全体の静電容量（電気容量）はいくらか。

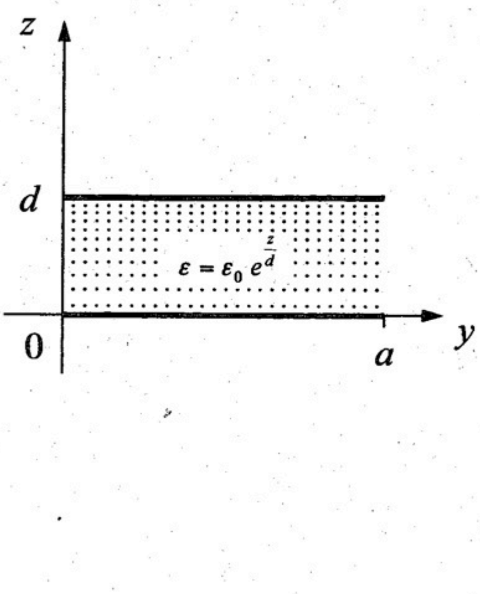

図2

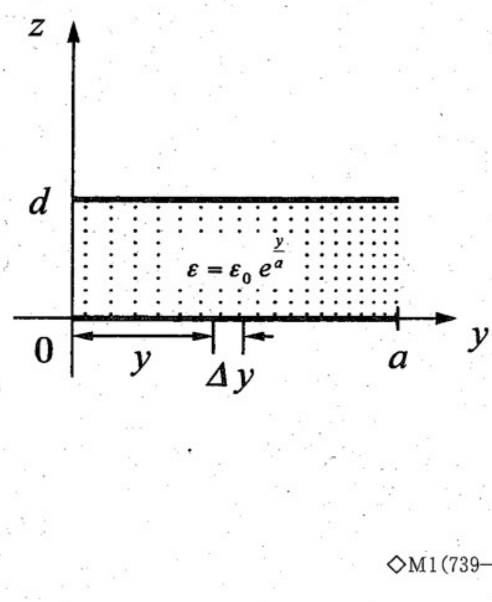

図3

◇M1(739—4)

II　図4に示すように，等方性均質の媒質1から媒質2へ定常電流が流れているとき，電流密度$\vec{J}$と電界$\vec{E}$は，各媒質において$\mathrm{div}\,\vec{J}=\nabla\cdot\vec{J}=0$，$\mathrm{rot}\,\vec{E}=\nabla\times\vec{E}=0$を満たす。媒質1の誘電率，導電率をそれぞれ$\varepsilon_1$，$\sigma_1$，媒質2のそれらを$\varepsilon_2$，$\sigma_2$，定常電流が境界面の法線となす角を$\theta_1$，$\theta_2$として，次の（1）～（4）の問いについて答えよ。

（1）媒質1，媒質2の静電界の大きさをそれぞれE_1，E_2とするとき，境界面に接する電界成分に成り立つ関係式を，導出過程を含めて示せ。

（2）媒質1と媒質2の電流密度の大きさをそれぞれJ_1，J_2とするとき，それらの法線成分が互いに等しいことを，導出過程を含めて示せ。

（3）次式を証明せよ。

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

（4）境界面に電荷が蓄積されないための媒質の誘電率と導電率との間に成り立つ関係式を示せ。

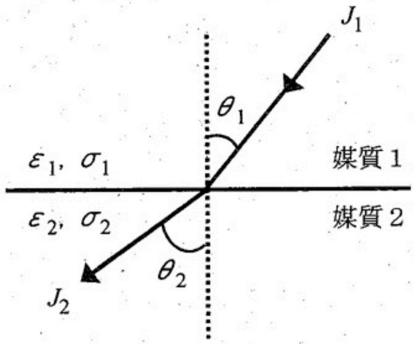

図4