問題2　電磁気学　設問すべてについて解答すること。

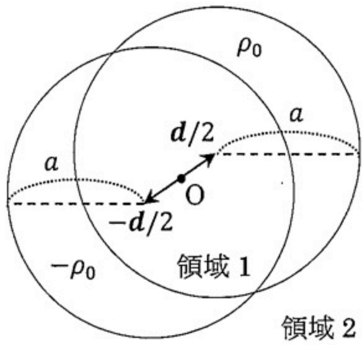
Ⅰ　以下の設問（1）～（4）に答えよ。考えている空間は真空とみなせるものとし，真空の誘電率を ε_0 とする。

内部に一様な電荷密度 ρ_0 の電荷が体積分布した半径 a の球を考える。

（1）　球の中心からの距離を r として，球の外部（$r > a$）および内部（$r < a$）に生じる電場の強さ $E(r)$ を求めよ。

（2）　この球の外部（$r > a$）および内部（$r < a$）における電位 $\varphi(r)$ を求めよ。ただし電位の基準は無限遠方（$r = \infty$）に選ぶ。

次に，下図のように，一様な電荷密度 ρ_0 および $-\rho_0$ に帯電した半径 a の二つの電荷球を，中心の位置が原点Oを基準としてそれぞれ $\boldsymbol{d}/2$ および $-\boldsymbol{d}/2$ となる様に配置する。二つの球が重なる領域（領域1）では，正と負の電荷が打ち消しあって電荷密度は0となっている。中心間の距離 $|\boldsymbol{d}|$ は球の半径 a にくらべて十分小さい。



（3）　二つの球が重なる領域（領域1）内の点，および何れの球にも含まれない領域（領域2）内の点 $\boldsymbol{r}$ における電位は，それぞれ $\varphi_1(\boldsymbol{r}) = f_1(r)\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{d}$ および $\varphi_2(\boldsymbol{r}) = f_2(r)\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{d}$ の形に表すことができる。ここで $\boldsymbol{r}$ は原点Oを基準とする位置ベクトル，$r = |\boldsymbol{r}|$ は原点Oからの距離，$\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{d}$ はベクトル $\boldsymbol{r}$ と $\boldsymbol{d}$ の内積である。$f_1(r)$ および $f_2(r)$ を，それぞれ a, ε_0, ρ_0 および r のうち必要なものを用いて表せ。必要なら $|\boldsymbol{d}| \ll a$ を考慮し，x が微小量（$|x| \ll 1$）のとき成り立つ近似式 $1 + c_1x + c_2x^2 + \cdots \approx 1 + c_1x$ ，$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ を用いよ。

（4）　この二つの球を，誘電体中の正電荷および負電荷の分布と考えると，ベクトル $\boldsymbol{P} = \rho_0\boldsymbol{d}$ は，誘電体内の単位体積あたりに生じる電気双極子モーメント，すなわち分極に対応している。領域1内の点 $\boldsymbol{r}$ に生じる（すなわち，一様に分極した誘電体球の分極電荷によって球の内部に生じる）電場ベクトル $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ を，a, ε_0, $\boldsymbol{r}$ および分極ベクトル $\boldsymbol{P}$ のうち必要なものを用いて表せ。

Ⅱ　以下の設問（１）～（５）に答えよ。

（１）　図１のように，直線部分 AB を含む導線に電流 I が流れている。この直線部分 AB を流れている電流により，直線 AB から距離 d だけ離れた点 P に生じる磁場の強さ H が以下の式で与えられることを示せ。ただし，$\angle\mathrm{PAB} = \theta_1$，　$\angle\mathrm{PBA} = \theta_2$ とし，線分 AB 以外の部分を流れる電流によって生じる磁場は考えない。

$$H = \frac{I}{4\pi d}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$$

（２）　無限長の直線状導線に電流 I が流れているとき，導線から距離 d だけ離れた位置における磁場の強さを，設問（１）で導出した式を用いて求めよ。導く過程についても記すこと。

（３）　図２に示すように，$z = 0$ 平面上に原点 O を中心として置かれた単巻き正三角形コイル（外接円の半径 a ）に電流 I が流れている。この電流により，z 軸上の点 $\mathrm{P}(0, 0, \sqrt{2}a)$ に生じる磁場の強さを求めよ。

（４）　$z = 0$ 平面上に原点 O を中心として置かれた単巻き正 n 角形（外接円の半径 a ）のコイルを流れる電流 I により，原点 O に生じる磁場の強さを求めよ。

（５）　図３に示すように，$z = 0$ 平面上に原点 O を中心として単巻き円形コイル（半径 a ）と単巻き正 n 角形コイル（外接円の半径 a ）が置かれ，互いに逆向きに電流 I が流れている。点電荷 q が $+z$ 方向の速度 v で原点 O を通過する瞬間に，磁場から受ける力を求めよ。

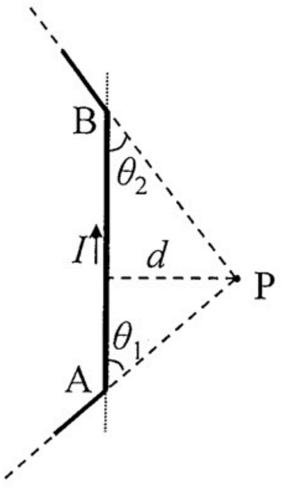


図１

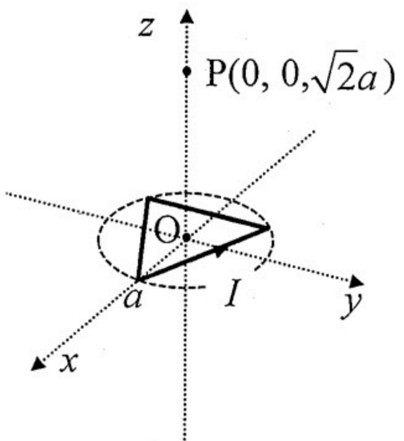


図２

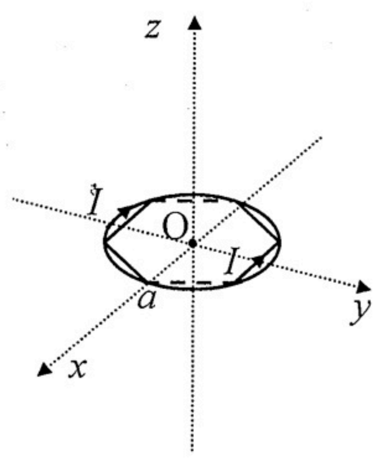


図３