電子情報学専攻　専門

平成１５年８月２７日（水）　９時００分～１１時３０分　実施

問題数　６題　（このうち３題を選択して解答すること）

注意

１．　指示があるまで、この問題冊子を開いてはならない。

２．　この問題冊子の本文は全部で６頁ある。落丁、乱丁、印刷不鮮明なものがあれば申し出ること。

３．　３題を選択して解答せよ。６題中どの３題を選択してもよい。１枚の答案用紙に１つの問題の解答を書くこと。必要があれば裏面を使用してよい。

４．　答案用紙上部左側に解答した問題の番号を書くこと。また解答用紙上部右側の記入欄に受験番号を必ず記入すること。答案の提出前に、これらを記入したかを必ず確認すること。

５．　答案は必ず３題分を提出すること。解答した問題が３題未満であっても３題のそれぞれについて問題番号と受験番号を記入した答案用紙を提出のこと。

６．　解答は日本語または英語で記述すること。

７．　この問題冊子と計算用紙は、試験終了後回収する。持ち帰ってはならない。

第1問

図1に示す四端子網で，入力端子対の電圧，電流，出力端子対の電圧，電流をそれぞれ，

v_1, i_1, v_2, i_2 とし，$V=\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$，$I=\begin{bmatrix} i_1 \\ -i_2 \end{bmatrix}$としたとき，$I=YV$となる行列$Y=\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$をアドミタンス行列（$Y$ 行列），$V=ZI$となる行列$Z=\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$をインピーダンス行列（$Z$ 行列）という．このとき，以下の問いに答えよ．

（1）　図2に示す回路の Y 行列を求めよ．ここで Y_1, Y_2, Y_3 はアドミタンスである．

（2）　図3に示す回路の Z 行列を求めよ．ここで Z_1, Z_2, Z_3 はインピーダンスである．

（3）　Y 行列を Z 行列の要素で表せ．

（4）　入力端子対に電圧を加えて出力端子対を短絡してもそこに電流が流れない場合の Y 行列の条件を求めよ．さらに図3の回路でこの条件を求めよ．

（5）　図4の回路は一種のブリッジ回路である．R, $R/2$ は抵抗値（Ω）および C, $2C$ はキャパシタンス値（F）を表している．入力端子対に $V\sin\omega t$ なる正弦波電圧を加えたとき，出力端子対に電流が流れない場合の ω を R と C で表せ．

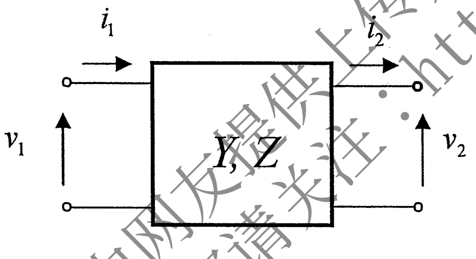


図1

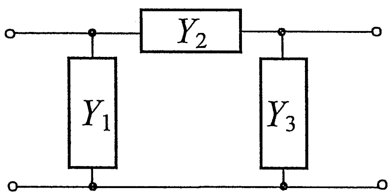


図2

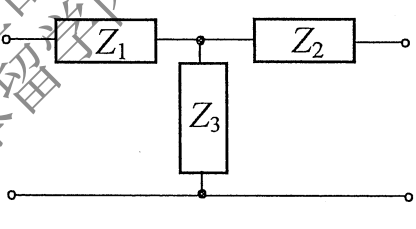


図3

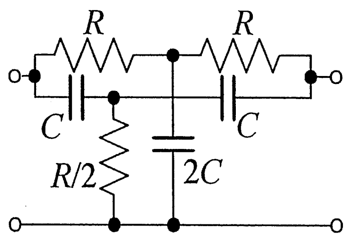
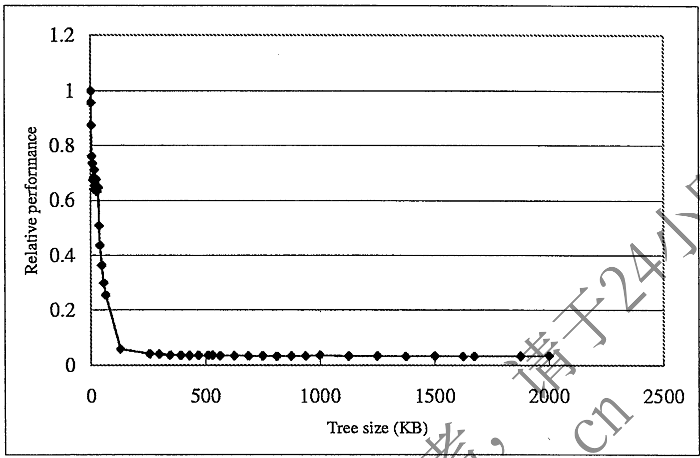


図4

第2問

図は，1ノードのサイズが8バイト(B)の木構造の全ノードを，深さ優先順序で訪問した場合の実測性能をグラフにしたものである．横軸は木構造の合計サイズ(= ノード数 ×8B)で，縦軸は単位時間当たりに訪問したノード数を，最高時性能を1として相対的にあらわしたものである．性能は1つの木構造に対し，その全ノードへの訪問を多数回連続して繰り返して測定している．ある繰り返しの終了時にCPUのキャッシュ上にあるデータは，キャッシュ上に残したまま次の繰り返しを実行している．



このプログラムの性能を，以下の理想化された仮定のもとで解析しよう．CPUは合計サイズ512KB, ブロック(ライン)サイズ64Bのdirect map方式のキャッシュを持つ．1レベルのみのキャッシュを仮定し，メモリアクセスコストに与えるそれ以外の要素(ページングやTLBミスなど)は無視する．また，木構造のノードは，アドレス空間内の十分広大な領域内にでたらめに配置されており，ノードがキャッシュされるブロックは，一様かつ独立に定まるものとする．

(1) 図では，キャッシュサイズが512KBあるにもかかわらず，性能はデータサイズがはるかに小さい地点から低下しはじめている．この理由を説明せよ．

(2) 1024KBの木構造の全ノードを一度訪問するのに引き起こされるキャッシュミスの数はおよそいくらか答えよ．ただし，木構造のノード以外のデータに対するアクセスは無視できるものと仮定してよい．

次に，ノードをでたらめに配置する代わりに，以下のように木構造を深さ優先順序コピーによって「再配置」することを考える．すなわち，

- 木構造の合計サイズと同じサイズの連続したアドレスの領域を用意する．その先頭アドレスをaとする．
- ノードを，深さ優先順序でアクセスされる順に$n_0, n_1, n_2, \cdots$と名づけ，n_0をaに，n_1を$a+8$に，n_2を$a+16$という具合に，以下同様に配置する．

このようにノードを再配置した上で，全ノードを同じ深さ優先順序で訪問すると，性能はどのように変わるかを考えよう．

(3) 再配置後の木構造に対して，(2)と同じ計算を行え．

(4) 再配置をした際の性能曲線をグラフに描け．再配置を行わない場合との違いがわかるように，同一のグラフ内に両方を重ねて描け．(3)の結果がどのように性能の違いとなって現れるか，キャッシュの合計サイズやブロックサイズがどのようにグラフに現れるかについて言及せよ．

第3問

次のように定義された関数 g：

```
function g(i, j: integer): integer;
 if i>100 then if j=1 then begin write('C'); g:= i−10 end
               else begin write ('B'); g:=g(i−10, j−1) end
   else begin write('A'); g:=g(i+11, j+1) end
```

がある．以下では，各変数は無限長の精度をもち，演算のオーバーフローは考慮しないものとする．

$g(i,j)$は，入力として2個の整数 i,j を取る．入力 i,j の値により，$g(i,j)$の計算は停止しない場合もある．$g(i,j)$の計算が停止する場合は，g は1個の整数を返す．また，計算の進行にともない，write 文によって文字列が端末に出力される．

例えば，$g(99,1)$を実行すると，ABABC という文字列が端末に出力され，91 という値で停止するが，$g(110,0)$は停止しない．

この関数について，以下の問いに答えよ．

(1) $g(95, 1)$と $g(85, 1)$について，g の計算過程，値，write 文による端末への出力がどうなるかそれぞれ説明せよ．

(2) $g(i,j)$が停止して 120 以上の値を返すのはどのような場合か説明せよ．

(3) $2 \le j$ なる任意の整数 j について，$g(101, j)$の計算が停止することを示せ．また，そのときの g の値と，write 文による端末への出力がどうなるか詳細に示せ．

(4) $j \le 0$ なる任意の整数 j について，$g(101,j)$の計算が停止しないことを示せ．

(5) $g(i,j)$の停止性を入力(i,j)について分類し，(i,j)平面に図示せよ．

第4問

0 または 1 の値をとる系列 $\boldsymbol{X} = x_0, x_1, x_2, \ldots$ が

$$(*) \qquad x_{i+3} = x_i \oplus x_{i+1} \qquad (\ i = 0, 1, 2, \ldots\ )$$

という関係式を満たすとする．ただし，$\oplus$ は排他的論理和を表す．また，$x_0 = 1$ とする．ここで，$\boldsymbol{x}_i = (x_i, x_{i+1}, x_{i+2})$ をこの系列の時点 i における状態と呼ぶ．

(1) 状態 $\boldsymbol{x}_i$ が時点の経過とともに，どのように遷移していくか，状態遷移図により示せ．ただし，$\boldsymbol{x}_0 = (1, 0, 0)$ とせよ．

(2) (1) の状態遷移図から導けるこの系列 $\boldsymbol{X}$ の特徴をできるだけ多く示せ．

(3) j を正整数とし，$y_{i,j} = x_i \oplus x_{i+j}$ とおくとき，$\boldsymbol{Y}_j = y_{0,j}, y_{1,j}, y_{2,j}, \ldots, y_{i,j}, y_{i+1,j}, \ldots$ という系列が全零系列かまたは $\boldsymbol{X}$ をずらした系列であることを証明せよ．

(4) 系列 $\boldsymbol{X}$ および $T > 0$ となる T に対し，$t \geq 0$ で定義される関数 $f(t)$ を

$$f(t) = \begin{cases} 1 & x_i = 0 \\ -1 & x_i = 1 \end{cases}, \quad iT \leq t < (i+1)T \quad (i = 0, 1, 2, \ldots)$$

により定義する．このとき，$f(t)$ に対し

$$\phi(\tau) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{nT} \int_{t=0}^{nT} f(t) f(t+\tau)\, dt$$

で定義される自己相関関数を $\tau \geq 0$ の範囲で求めよ．必要なら (3) の結果を用いよ．

(5) $\boldsymbol{X}$ の満たす関係式が $(*)$ でなく

$$x_{i+4} = x_i \oplus x_{i+1} \qquad (\ i = 0, 1, 2, \ldots\ )$$

であるとする．このときの $\boldsymbol{X}$ の特徴と自己相関関数について簡潔に説明せよ．また，$\boldsymbol{X}$ と同様な性質を持ち，周期がより長い系列の応用の可能性について論ぜよ．

第5問

到着率 λ_1 [1/sec]でポアソン到着し,平均サービス時間 $1/\mu$ [sec]の指数分布に従う時間サービスを受けるパケット流 A と, 到着率 λ_2 [1/sec]でポアソン到着し, 平均サービス時間 $1/\mu$ [sec]の指数分布に従うサービスを受けるパケット流 B がある.

(1)　A,B が合流したパケット流は,到着率 $\lambda_1+\lambda_2$ でポアソン到着するトラヒックとなっていることを示せ. なお, パラメータ λ でポアソン到着することと, パケット到着間隔がパラメータ λ の指数分布に従うことが同等であることを利用しても良い.

(2)　図1のように, (1)のトラヒックがバッファ長 n の単一サーバシステムに加えられるとする. バッファが満杯のときに到着したパケットは廃棄される. 定常状態が存在するものとして, システム内に k 個のパケットが存在する定常状態確率 p_k,を, トラヒック量 $a=(\lambda_1+\lambda_2)/\mu$ [erl]を用いて表せ. またパケット廃棄率を求めよ. 但し, 一つのパケットは一個のバッファを占有するものとする.

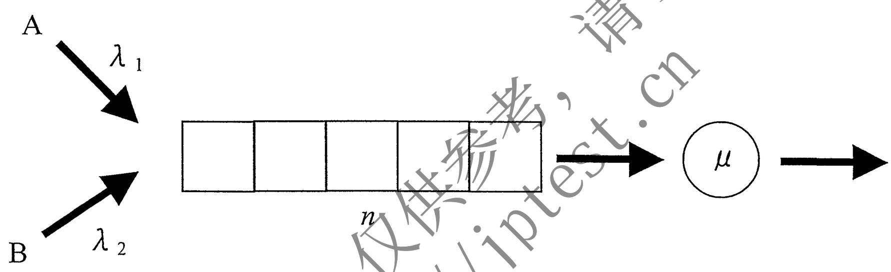


図1

(3)　インターネット上のルータにおいては, バッファが満杯でなくとも, キュー長に応じて一部の IP パケットをバッファに入力する前に廃棄することが行なわれることがある. このような操作を行った場合の TCP フローの振る舞いを考察せよ.

(4)　図2のように, A と B がそれぞれ別個のバッファ長1のバッファを経て同一のサーバでサービスを受けるものとする. 二つのバッファに共にパケットが存在するときには, A が優先してサービスを受けるものとする. 但し割り込みはないもとの仮定する. それぞれのバッファが満杯のときに到着したパケットは廃棄されるものとする. $\lambda_1=1$ [1/sec], $\lambda_2=3$ [1/sec], $\mu=5$ [1/sec] のときの, A, B それぞれのパケット廃棄率を求めよ.

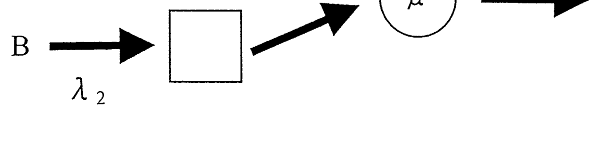


図2

第６問

z を複素数として，離散数列 $x(n)$,（ここで $n = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$）の z 変換は以下で定義される．

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\, z^{-n}$$

これを利用して，IIR (Infinite Impulse Response)フィルタの解析を行う．以下の問に答えよ．

(1) $$x(n) = \begin{cases} a^n & (n \geqq 0,\ a \text{ は実定数}) \\ 0 & (n < 0) \end{cases}$$ の時の z 変換を求め，その z に関する収束領域を示せ．

また，$a = -1$，即ち $n \geqq 0$ で $x(n) = (-1)^n$ の時の z 変換と，その収束領域を示せ．

(2) $y(n) = x(n) - 0.3\, y(n-1) + 0.1\, y(n-2)$ で表される IIR フィルタがある（$x(n)$が入力，$y(n)$が出力）．　この IIR フィルタの伝達関数を z 変換領域で表せ．

(3) $x(n) = (-1)^n$（ただし $n \geqq 0$ のとき）の入力に対する (2)の IIR フィルタの出力 $y(n)$ を求めよ（ただし，$n < 0$ で $y(n) = 0$ である）．
そして n が十分大な奇数及び偶数のときの $y(n)$ の値を示せ．

(4) 上記の数列 $x(n)$の時間間隔は T であるとする．(2)の IIR フィルタについて，まず $f = 0, \dfrac{1}{4T}, \dfrac{1}{2T}$ のときの振幅周波数特性を求め，次いで $0 \leqq f \leqq \dfrac{1}{2T}$ の範囲の振幅周波数特性の概略を図示せよ．（ここでは位相周波数特性の考慮を必要としない．）