2012年2月実施
問題1　電磁気学

以下の問に答えよ.

(1) Fig.1(a) のように，半径aの無限長円柱がある．この円柱に電流Iが流れており，かつ，円柱内部の電流分布は一様とする．円柱中心軸から距離rの点における磁束密度の大きさ $|\boldsymbol{B}|$ を，$r<a$，$r>a$，それぞれの場合に分けて求めよ．ただし，円柱の内部および外側の空間の透磁率はいずれもμ_0とする.

(2) 問(1) における半径aの円柱を半径aの円筒に置き換えた時，円筒中心軸から距離rの点における磁束密度の大きさ $|\boldsymbol{B}|$ を，$r<a$，$r>a$それぞれの場合に分けて求めよ．ただし，円筒に流れる電流分布は一様とし，円筒の厚みは十分に薄いとする．また，円筒の内側および外側の空間の透磁率はいずれもμ_0とする.

(3) Fig.1(b) のように，無限長の同軸円筒がある．内側の導体は，半径aの円柱であり，上側に向かって電流Iが流れている．円柱内側の電流分布は一様とする．外側の導体は，半径bの円筒であり，下側に向かって電流Iが流れている．円筒に流れる電流分布は一様とし，かつ，円筒の厚みは十分に薄いとする．円柱中心軸から距離rの点における磁束密度の大きさ $|\boldsymbol{B}|$ を，$r<a$，$b>r>a$，$r>b$，それぞれの場合に分けて求めよ．ただし，円柱の内部，円柱と円筒の間，および円筒の外側の空間の透磁率はいずれもμ_0とする.

(4) Fig.1(c) のように，1辺がaの正方形断面の環状ソレノイドがある．環状ソレノイドの中心O からソレノイド内側までの距離をbとする．ソレノイドの巻き数はnであり，かつ均一に巻かれているとする．ソレノイドに電流Iが流れている時に，環状ソレノイドの中心Oから中心軸に垂直方向に距離r離れた点における磁束密度の大きさ $|\boldsymbol{B}|$ を，$r<b$，$a+b>r>b$，$r>a+b$，それぞれの場合に分けて求めよ．ただし，巻き線の太さは十分に細いとする．また，ソレノイド内側，内部，外側の空間の透磁率はいずれもμ_0とする.

(5) 問(4)のソレノイドのインダクタンスLを求めよ.

Answer the following questions.

(1) As shown in Fig.1(a), there is an infinitely long solid cylinder of radius a. A current I flows through the cylinder and the current distribution within the cylinder is uniform. Find the magnitude of the magnetic flux density $|\boldsymbol{B}|$ at the position $r < a$ and $r > a$, respectively. The permeability of the space both within and outside the cylinder is μ_0.

(2) The cylinder of radius a of question (1) is replaced by a cylindrical cavity of radius a. Find the magnitude of the magnetic flux density $|\boldsymbol{B}|$ at the position of $r < a$ and $r > a$, respectively. The current distribution within the sheet surrounding the cavity is uniform and the thickness of the sheet is negligibly thin. The permeability of the space both inside and outside the cavity is μ_0.

(3) As shown in Fig.1(b), there is an infinitely long solid cylinder of radius a with an infinitely long cylindrical cavity of radius b. A current I flows through the cylinder in the up direction and the current distribution within the cylinder is uniform. Another current I flows through the sheet surrounding the cavity in the opposite (down) direction and the current distribution within the sheet is uniform. The thickness of the sheet is negligibly thin. Find the magnitude of the magnetic flux density $|\boldsymbol{B}|$ at the position $r < a$, $b > r > a$, and $r > b$, respectively. The permeability of the space within the cylinder, inside the cavity and outside the cavity is μ_0.

(4) As shown in Fig.1(c), there is a circular solenoid having a square cross section with sides a. The distance between the center of the circular solenoid O and the inner side of the circular solenoid is b. The number of wire turns of the solenoid is n and the turns of the wire are uniformly distributed along the circumference. When a current I flows through the wire, find the magnitude of the magnetic flux density $|\boldsymbol{B}|$ at the position $r < b$, $a+b > r > b$, and $r > a+b$, respectively. The diameter of the wire is negligibly small. The permeability of the

space inside the solenoid, within the solenoid and outside the solenoid is μ_0.

(5) Find the inductance of the solenoid L of question (4),

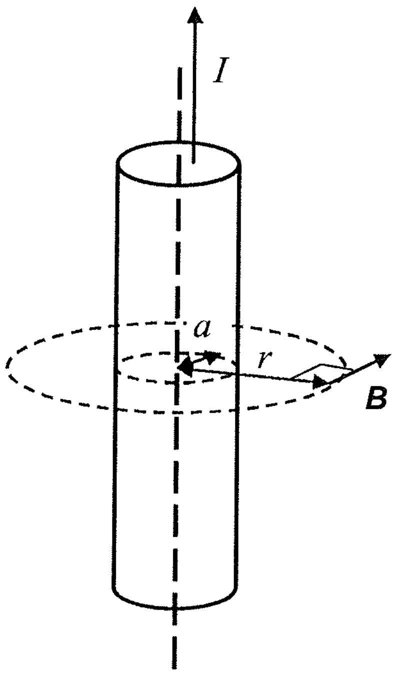

Fig.1(a)

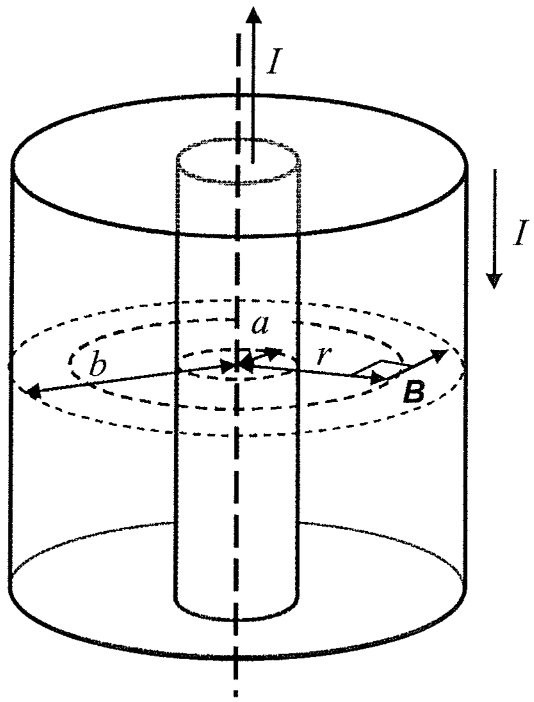

Fig.1(b)

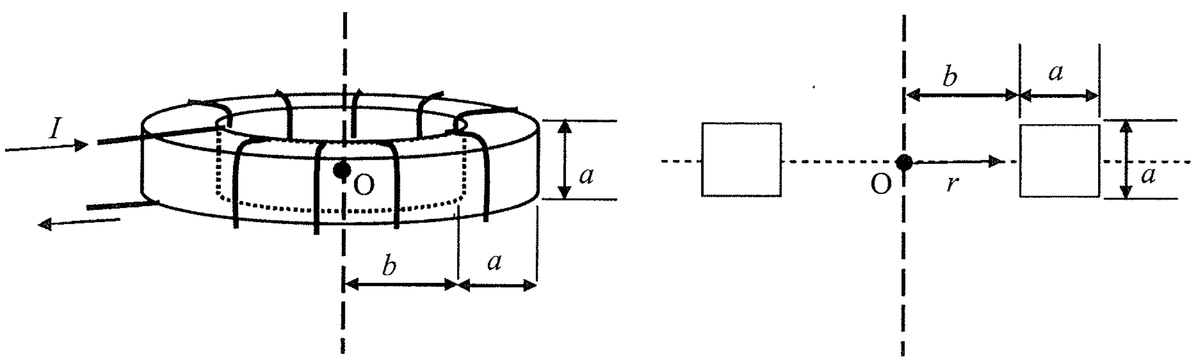

Fig.1(c)

2012 年 2 月実施
問題 2　電気回路
(1 頁目／2 頁中)

(1) Fig. 2(a)の回路について次の問に答えよ．ただし端子 0-0'と 1-1'の間に接続された分布定数線路は特性インピーダンス R_0，位相定数β，長さℓの無損失線路であるとする．電圧源の振幅は$\sqrt{2}\,E_0$，角周波数はωとする．

(a) 電流 $i_0(t)$を求めよ．

(b) 端子 0-0'から距離 x の端子 2-2'における複素電圧 V_x，複素電流 I_x を求めよ．

(c) 端子 1-1'より右側の回路のインピーダンスが純抵抗となるときの $\tan\beta\ell$を求めよ．

(2) $t<0$ で定常状態にある Fig. 2(b)の回路において，$t=0$ で S を閉じた．以下の問に答えよ．

(a) $t<0$ における電流 $i_1(t)$を求めよ．

(b) 電流 $i_1(t)$, $i_2(t)$のラプラス変換 $I_1(s)$, $I_2(s)$を用いて，$t>0$ のときの閉路方程式を求めよ．

(c) $t>0$ における $i_1(t)$, $i_2(t)$を求めよ．必要であれば以下の Laplace 変換の公式を用いよ．

$$\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{(s+a)(s^2+b^2)}\}=\frac{1}{a^2+b^2}\{\exp(-at)+\frac{a}{b}\sin bt-\cos bt\}$$

(1) Answer the following questions about the circuit shown in Fig. 2(a). In this circuit, the terminals 0-0' and 1-1' are connected by a lossless transmission line, whose characteristic impedance of the line is R_0, the phase constant is β, and the length of the line is ℓ. The amplitude and the angular frequency of the voltage source are $\sqrt{2}\,E_0$ and ω, respectively.

(a) Find the current $i_0(t)$.

(b) Find the complex voltage V_x and the complex current I_x at the terminals 2-2', a distance x away from the terminals 0-0'.

(c) Find $\tan\beta\ell$ when the impedance of the right side of the terminals 1-1' becomes a pure resistance.

(2) In the circuit shown in Fig. 2(b), which is under the steady state at $t<0$, S is closed at $t=0$. Answer the following questions.

(a) Find the current $i_1(t)$ at $t<0$.

(b) By using the Laplace transforms $I_1(s)$ and $I_2(s)$ for the currents $i_1(t)$ and $i_2(t)$, respectively, find closed circuit equations for $t>0$.

(c) Find the currents $i_1(t)$ and $i_2(t)$ at $t>0$. If needed, use the formula for the Laplace transform below.

$$\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{(s+a)(s^2+b^2)}\}=\frac{1}{a^2+b^2}\{\exp(-at)+\frac{a}{b}\sin bt-\cos bt\}$$

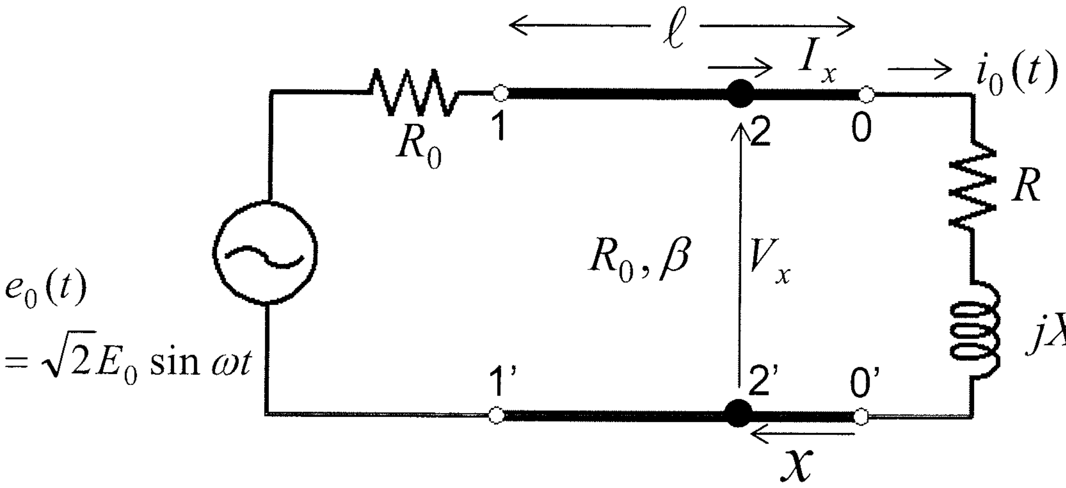
ℓ
I_x
$i_0(t)$
R_0
1
2
0
R
R_0, β
V_x
$e_0(t)$
$= \sqrt{2}E_0 \sin \omega t$
jX
1'
2'
0'
x

Fig. 2(a)

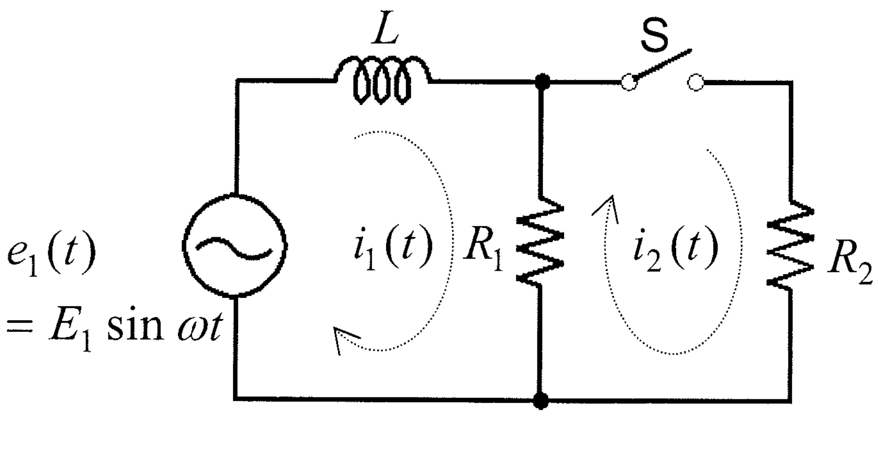
L
S
$e_1(t)$
$= E_1 \sin \omega t$
$i_1(t)$
R_1
$i_2(t)$
R_2

Fig. 2(b)

2012 年 2 月実施
問題３　情報基礎１
（１頁目／１頁中）

Fig. 3 に開始状態が q_1 , 受理状態が q_3 である ε 遷移を持つ有限状態オートマトン A を示す. ここで, ε 遷移とは入力を受け取らずに現在の状態を変更することである. 次の問に答えよ.

(1) ある状態 q から ε 遷移のみで遷移可能な状態の集合を状態 q の ε 閉包という. 有限状態オートマトン A の各状態の ε 閉包を示せ.
(2) 有限状態オートマトン A を ε 遷移を持たない非決定性有限状態オートマトンに変換し, その状態遷移図を示せ.
(3) 問 (2) で求めた非決定性有限状態オートマトンを決定性有限状態オートマトンに変換し, その状態遷移図を示せ.
(4) 有限状態オートマトン A が受理する言語を正規表現で示せ.

A finite state automaton A with ε-transitions, whose starting and accepting states are denoted by q_1 and q_3, respectively, is shown in Fig. 3. An ε-transition changes the current state without receiving any input. Answer the following questions.

(1) The ε-closure of a state q is the set of states which can be reached from q through only ε-transitions. For each state of the finite state automaton A, give its ε-closure.
(2) Translate the finite state automaton A into a nondeterministic finite state automaton without ε-transitions and show its state transition diagram.
(3) Translate the nondeterministic finite state automaton obtained in question (2) into a deterministic finite state automaton and show its state transition diagram.
(4) Describe the language accepted by the finite state automaton A with a regular expression.

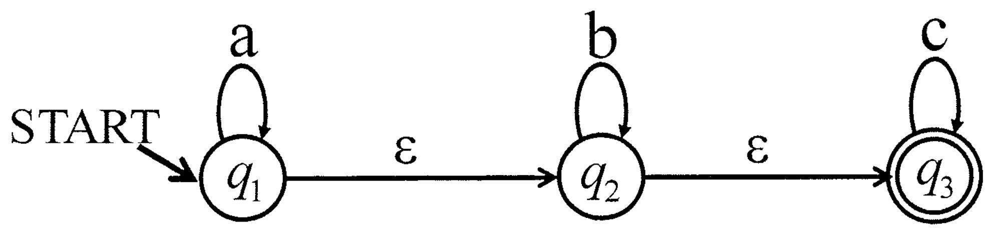

Fig. 3

2012 年 2 月実施
問題 4　情報基礎 2
(1 頁目／2 頁中)

要素の順序列をリストと呼ぶ．整数型の要素を持つリストを表現するデータ型として，次の関数で与えられる抽象データ型 *list* を考える．

head(L)：リスト L の先頭要素を返す

tail(L)：リスト L から先頭の要素を取り除いた残りのリストを返す

cons(e, L)：リスト L の先頭に要素 e を追加したリストを返す

null(L): リスト L が空リストなら *true*，それ以外は *false* を返す

また，$a_1, a_2, \ldots$ からなるリストを [$a_1, a_2, \ldots$] のように表記する．たとえば，*cons*(1, *cons*(3, *cons*(2, [ ]))) = [1, 3, 2] である．ただし，[ ] は空リストである．次の問に答えよ．

(1) *list* の実現方法としてポインタによる連結リストを採用しよう．*list* のデータ型を Pascal 風および C 風の擬似コードで記述すると次のようになる．

```
list = ↑cell ;
cell = record
          data : integer ;
          next : list
       end ;
```

```
typedef struct cell *list ;
struct cell {
  int   data ;
  list  next ;
} ;
```

上で定義されるデータ構造のいずれかを用いて，関数 *head*，*tail*，*cons* の Pascal 風あるいは C 風の擬似コードを与えよ．

(2) 次の擬似コードで与えられる関数 f を考える．f([1, 3, 2]) を計算するときの各ステップを示せ．また，f は何を計算する関数かを述べよ．

```
function f( L : list ) : integer ;
begin
  if null( L ) then return 0
  else return 1 + f( tail( L ) )
end ;
```

```
int f( list L )
{
  if ( null( L ) ) { return 0 ; }
  else { return 1 + f( tail( L ) ) ; }
}
```

(3) リスト L から要素 e をすべて削除したリストを返す関数 *remove*(e, L) を考える．例えば，*remove*(1, [1, 3, 1, 2]) = [3, 2] である．関数 *head*, *tail*, *cons*, *null* を使って関数 *remove* の擬似コードを与えよ．

(4) リスト L に重複する要素がある場合，2 つ目以降の重複要素を削除して，重複のないリストを返す関数 *uniq*(L) を考える．例えば，*uniq*([1, 3, 1, 2]) = [1, 3, 2] である．関数 *uniq* の擬似コードを与えよ．

2012年2月実施
問題4　情報基礎2
(2頁目／2頁中)

A sequence of elements is called a list. As a data type to represent a list of integer elements, we consider the abstract data type, *list*, with the following functions.

head(L): return the first element of list L

tail(L): return the list obtained by removing the first element from list L

cons(e, L): return a list with element e added to the beginning of list L

null(L): return *true* if list L is an empty list; return *false* otherwise

In addition, a list of a_1, a_2, ... is written as [a_1, a_2, ...]. For example, *cons*(1, *cons*(3, *cons*(2, [ ]))) = [1, 3, 2]. [ ] is an empty list. Answer the following questions.

(1) Let us realize the data type *list* using linked lists with pointers. The data type list is as follows when written in Pascal- or C-like pseudo-code.

Pascal-like	C-like
list = ↑ *cell* ;	**typedef struct** *cell* **list* ;
cell = **record**	**struct** *cell* {
data : *integer* ;	*int* *data* ;
next : *list*	*list* *next* ;
end ;	} ;

Give Pascal- or C-like pseudo-code for the functions *head*, *tail*, and *cons* using one of the data structures defined above.

(2) Consider the function f given by the following pseudo-code. Write out each calculation step for f([1, 3, 2]). In addition, describe what the function f calculates.

Pascal-like	C-like
function *f*(*L* : *list*) : *integer* ;	*int* *f*(*list* *L*)
begin	{
if *null*(*L*) **then** *return* 0	**if** (*null*(*L*)) { *return* 0 ; }
else *return* 1 + *f*(*tail*(*L*))	**else** { *return* 1 + *f*(*tail*(*L*)) ; }
end ;	}

(3) Let *remove*(e, L) be a function that removes all instances of element e from list L. For example, *remove*(1, [1, 3, 1, 2]) = [3, 2]. Give pseudo-code for the function *remove* using the functions *head*, *tail*, *cons*, and *null*.

(4) Let *uniq*(L) be a function that, when list L contains duplicate elements, returns a list without any duplicates by deleting the second and succeeding instances of the duplicate element. For example, *uniq*([1, 3, 1, 2]) = [1, 3, 2]. Give pseudo-code for the function *uniq*.

2012 年 2 月実施
問題 5 物理基礎 1
(1 頁目／2 頁中)

Fig. 5 に示すように，時刻 $t=0$ に半径 r，質量 m の均質な剛体球を，重心 O の並進速度 v_0 かつ重心 O を通る軸まわりの回転角速度なしで，滑らかでない水平な床に沿って投げ出す．球と床との間の動摩擦係数をμ，重力加速度を g とし，以下の問に答えよ．

(1) この球の中心軸の周りの慣性モーメントが $\frac{2}{5}mr^2$ で与えられることを示せ．

(2) この球が滑ることなく回転を始める時刻 t_1 を求めよ．

(3) 時刻 t_1 でのこの球の重心 O の並進速度と回転角速度を求めよ．

As shown in Fig. 5, a uniform rigid sphere of mass m and radius r is projected along a rough horizontal floor with the translation velocity v_0 of the center of mass O and no angular velocity about the axis through the center of mass O. Denoting the coefficient of kinetic friction between the sphere and the floor by μ and the gravitational acceleration by g, answer the following questions.

(1) Show that the moment of inertia of the sphere about its central axis is given by $\frac{2}{5}mr^2$.

(2) Find the time t_1 at which the sphere will start rolling without sliding.

(3) Calculate the translation velocity of the center of mass O and the angular velocity of the sphere at time t_1.

2012年2月実施
問題5 物理基礎1
(2頁目／2頁中)

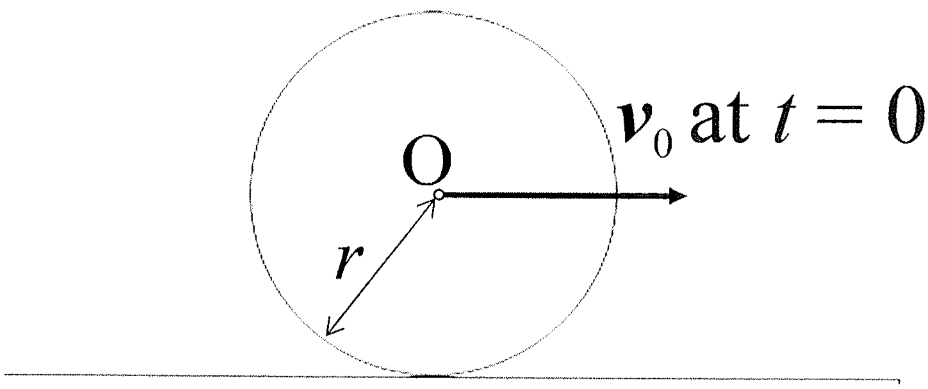

Fig. 5

2012 年 2 月実施
問題６　試験科目名　物理基礎２
（１頁目／１頁中）

(1) 任意の実数 a に対して，行列 $X = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ を考える．

(a) X^2 および X^3 を求めよ．

(b) X の行列式を求めよ．

(c) $a \neq 0$ のとき X の逆行列を求めよ．

(2) $m \times m$ 行列 A，$m \times n$ 行列 B，$n \times n$ 行列 D，$n \times m$ 零行列 O，$(m+n)\times(m+n)$ 行列 $Y = \begin{pmatrix} A & B \\ O & D \end{pmatrix}$ を考える．

(a) A と D が正則であるとき，Y の逆行列を求めよ．

(b) B が零行列であるとき，Y の行列式を求めよ．

(1) Consider a matrix $X = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ for any real number a.

(a) Find X^2 and X^3.

(b) Find the determinant of X.

(c) Find the inverse matrix of X for $a \neq 0$.

(2) Consider an $m \times m$ matrix A, an $m \times n$ matrix B, an $n \times n$ matrix D, the $n \times m$ zero matrix O, and an $(m+n)\times(m+n)$ matrix $Y = \begin{pmatrix} A & B \\ O & D \end{pmatrix}$.

(a) Find the inverse matrix of Y under the condition that both the matrices A and D are regular.

(b) Find the determinant of Y when B is the zero matrix.