システム情報学専攻

修士課程入学試験問題

専門科目　システム情報学

平成１４年８月２７日（火）　　　１３：００～１６：００

８問出題，４問解答

注　意　事　項

(1) 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと．

(2) 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること．

(3) 答案用紙４枚が渡されるから，１題ごとに必ず１枚の答案用紙を使用すること．止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい．

(4) 答案用紙上方の指定された箇所に，その用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること．

(5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと．

(6) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする．

(7) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は，適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい．

(8) 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと．

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること．

第 1 問

図 1 で表される実数bをパラメータとする矩形関数$f_b(t)$のフーリエ変換に関する以下の問いに答えよ.

(1) $f_b(t)$を以下の単位ステップ関数$U(t)$を用いて表せ.

$$U(t)=\begin{cases}1, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

(2) $f_b(t)$の奇関数成分$f_b^{odd}(t)$および偶関数成分$f_b^{even}(t)$をステップ関数$U(t)$で表せ．そして，それらの関数成分の概略を図示せよ.

(3) $f_b(t)$のフーリエ変換$F_b(\omega)$を求めよ.

(4) $F_b(\omega)$の位相$\angle F_b(\omega)$が，$\angle F_b(\omega)\equiv 0$となる実数$b$の値を求めよ．この値をとるときのフーリエ変換を$G(\omega)$とし，$F_b(\omega)$との関係を明示せよ.

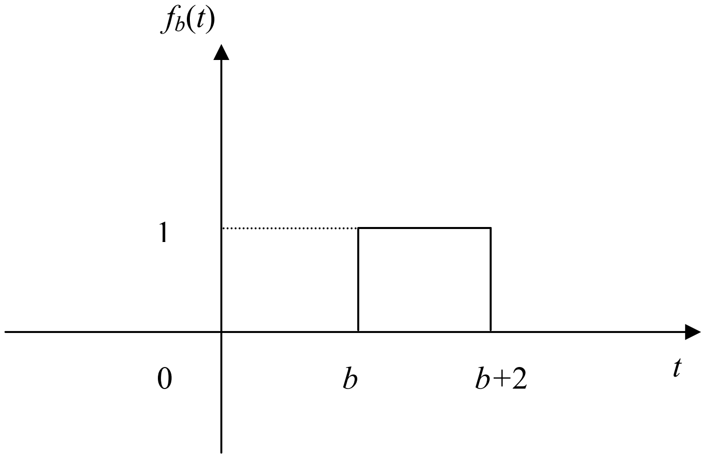

図 1

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 2 問

遮断角周波数 ω_0 をもつ n 次のバタワースフィルタの振幅周波数特性は，定数 A を用いて以下の式で書かれる.

$$\left| B_n(j\omega) \right| = \frac{A}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}}}$$

図１，図２は，このフィルタの構成要素となる回路であり，図３のようにカスケードに接続して利用する．以下の問いに答えよ．なお使用されるオペアンプの特性は理想的であると仮定せよ.

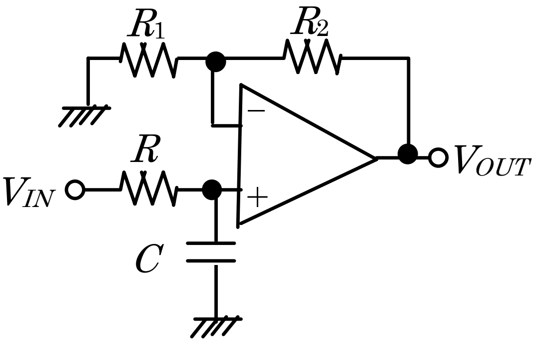

図１

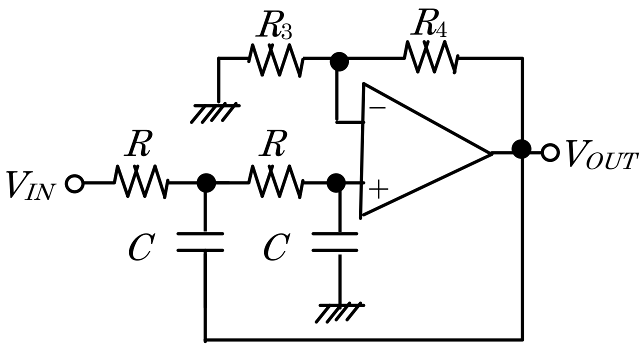

図２

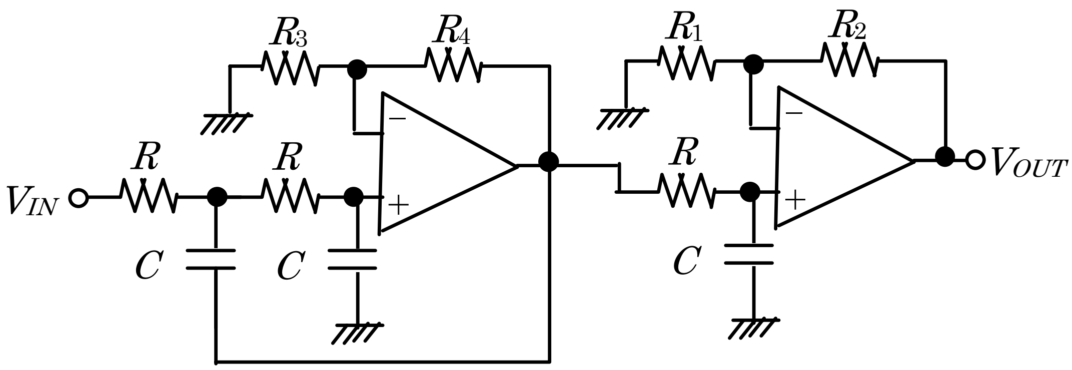

図３

【次のページへ続く】

【第 2 問の続き】

(1) 図 1 の回路の伝達関数 $G_1(s)=\dfrac{V_{OUT}(s)}{V_{IN}(s)}$ を，非反転増幅部の利得 $A_1=(R_1+R_2)/R_1$ と R，C を用いて表せ.

(2) 図 2 の回路の伝達関数 $G_2(s)=\dfrac{V_{OUT}(s)}{V_{IN}(s)}$ を，非反転増幅部の利得 $A_2=(R_3+R_4)/R_3$ と R，C を用いて表せ.

(3) 図 3 の回路を用いて 3 次バタワースフィルタを構成したい．この回路の伝達関数 $G_3(s)=\dfrac{V_{OUT}(s)}{V_{IN}(s)}$ を求め，上記周波数特性を満たすための条件を示せ.

(4) 図 3 の回路を用いて，遮断周波数 4 kHz，通過帯域利得が 10 の 3 次バタワースフィルタを設計したい．コンデンサに $C=100\,\mathrm{pF}$，抵抗に $R_1=R_4=100\ \mathrm{k\Omega}$ を用いることにしたときの他の各抵抗 R，R_2，R_3 の値を求めよ．なお複数の解がある場合には，理由を付して実際の回路としてより適切な解を選ぶこと.

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第３問

図１に示すフィードバック制御系を考える．ただし、$U(s)$, $Y(s)$, $R(s)$, $E(s)$ はそれぞれ制御入力 $u(t)$，制御対象の出力 $y(t)$，目標入力 $r(t)$，偏差信号 $e(t)$ のラプラス変換である．ここで，制御対象の伝達関数 $P(s)$ が

$$P(s) = \frac{c}{s^2 + as + b} \quad ; \quad c > 0$$

で与えられ，補償器の伝達関数は

$$K(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$$

の形をした PI 補償器とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 伝達関数 $P(s)$ を持つシステムの状態空間表現の一つを示せ．

(2) 伝達関数が $P(s)$ で与えられる物理システムを一つ挙げ，その物理パラメータと $P(s)$ のパラメータ (a, b, c) との関係を示せ．また，$t = 0$ におけるある初期状態からの自由応答（$u(t) \equiv 0$ の出力応答）が

$$y(t) = \sin \omega t$$

で与えられたとする．このとき，パラメータ (a, b, c) と初期状態の関係を求めよ．

(3) このフィードバック制御系の安定条件を示せ．また，このフィードバック制御系を安定にする PI 補償器が存在するためにパラメータ (a, b, c) が満たすべき必要十分条件を求めよ．

(4) $r(t)$ から $e(t)$ までの伝達関数 $G_{er}(s)$ を求めた上で，

$$\sup_{\omega} |G_{er}(j\omega)| \ \leqq \ 1$$

の条件を満たすフィードバック制御系を安定化する PI 補償器が存在しないことを示せ．ただし，$P(s)$ は安定と仮定する．（ヒント：一巡伝達関数 $P(s)K(s)$ のナイキストプロットに注目せよ．）

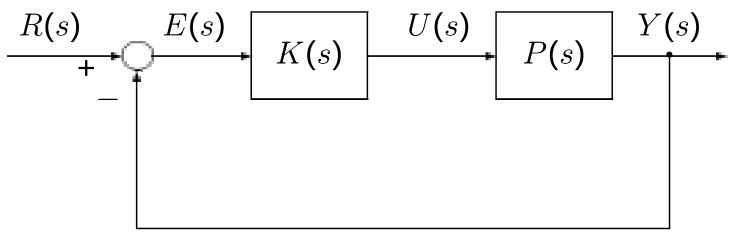

図１

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 4 問

紙面を水平面として，図１に示す直動型１自由度機構を考える．固定軸 B 上を移動する可動部 A (質量 M)は, A の内部のアクチュエータにより力 f_a を発生させることができ, また A にかかる外力 f_o は A に取り付けられた理想的な特性を持つ力センサにより計測可能であるものとして，以下の問いに答えよ.

(1) 可動部 A を対象物に接触させた場合，可動部 A にかかる外力 f_o が目標力 f_d となるように，比例ゲイン k_p の比例制御系として１軸力フィードバック制御系を設計せよ．ただし，アクチュエータの伝達関数を $G(s)$ とする．また，力センサの質量，ならびに可動部 A と固定軸 B の間にはたらく f_a 以外の摩擦力は無視できるものとする.

(2) 図２に示すように，紙面を水平面として，水平面上に置かれた質点(質量 m)がバネ(バネ定数 k_s, つり合いの位置 x_0)とダンパ(ダンピング定数 k_d)につながっている．外力 f_o に対して，図１の可動部 A が図２の質点と同じ動作を実現するのに必要な力 f_a を決定せよ．ただし, 可動部 A の位置 x_A 及び速度 $\dot{x}_A$ は計測可能とする．また、図２のバネおよびダンパの質量ならびに摩擦は無視できるものとする.

(3) 図１の機構にプローブを取り付け，上記問い(1)の方法あるいは問い(2)の方法を利用して，図３に示すような対象物のなぞり動作を行いたい．それぞれの方法を用いた場合の得失を述べよ．ただし，プローブの質量ならびに接触点の摩擦は考えないものとする.

(4) 問い(1)の方法あるいは問い(2)の方法を用いたシステムを実現するのにどのような力センサが考えられるか、構造と動作原理を具体的に示せ．またそれを実装する際に注意すべき点を論述せよ.

【次のページへ続く】

【第４問の続き】

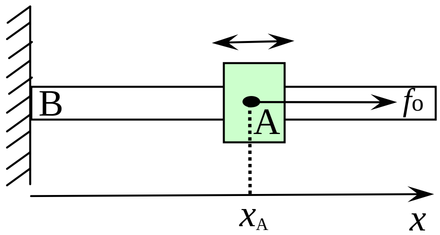

図１

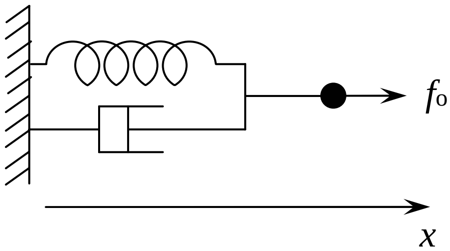

図２

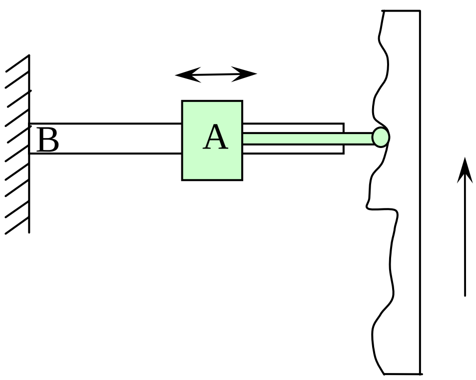

図３

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第５問

ガロア体GF(2)上の符号長７（情報ビット数4，検査ビット数3）の線形符号Cの生成行列Gを

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

とする．以下の問いに答えよ．

(1) 符号語を $x = (d_1d_2d_3d_4p_1p_2p_3)$ で表した際, p_1, p_2, p_3 を d_1, d_2, d_3, d_4 で表せ.

(2) 検査行列Hを求めよ.

(3) 線形符号Cを用いた通信系において (0000101) を受信した．このときのシンドロームsを求め，この通信系で誤りがあったかどうか答えよ．また，誤りがあった場合訂正可能か．訂正可能ならば訂正せよ.

(4) 誤り検出･訂正符号の原理を説明せよ. 次に, RS符号(Reed-Solomon符号), BCH符号(Bose-Chaudhuri-Hocquenghem符号)について知るところを説明し，両者を比較せよ. また, それぞれどのような誤り訂正を得意とするか.

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 6 問

(1)「x, y を任意の正整数とし，x を y で割った余りを r とすると，x と y の最大公約数は，y と r の最大公約数に等しい」という定理が成り立つことを証明せよ.

(2) この定理を利用して整数 58 と 16 の最大公約数を求める経過と結果を示せ.

(3) この定理を利用して正整数xとyの最大公約数を求めるアルゴリズムはユークリッドの互除法と呼ばれる. このアルゴリズムをプログラム風に記述すると下記のようになる。空白 1 と空白 2 を埋めよ.
ただし，**b ← a** は「変数 **b** に **a** を代入」，**x % y** は「整数 **x** を整数 **y** で割った余り」を意味するものとする.

```
algorithm    euclid (int x, y)
  r ← x % y ;
  while (r > 0 ) {
    [   1   ] ;
    [   2   ] ;
    r ← x % y ;
  }
  return (y) ;
algorithm   end
```

(4) 漸化式　$f_1 = 1$，$f_2 = 2$，$f_{k+2} = f_{k+1} + f_k$　（ $k = 1, 2, \ldots$ ）
で定義される正整数の列 f_1，f_2，$f_3, \ldots.$ を考える.
整数　f_{s+2}，f_{s+1} ($s \geqq 0$) を入力として **algorithm　euclid** を実行すると **while** 文の { } 内が s 回繰り返されることを示せ.
また, **while** 文の{ } 内をs回繰り返すような正整数の組 (x, y) の中で (f_{s+2}, f_{s+1}) が最小であること，すなわち **while** 文を s 回繰り返す任意の正整数 x, y に対して, $x \geqq f_{s+2}$ かつ $y \geqq f_{s+1}$ であることを示せ. ただし，$x > y$ とする.

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 7 問

紐の長さを時間とともに変化させる振り子 について以下の問いに答えよ．
ただし，図 1 に示すように，質量 mの質点を錘とし，紐の長さを l，紐が鉛直となす角を θ とする．また，紐の張力を T，重力加速度を g として，紐の長さは, 紐がたるまないように伸び縮みさせ、摩擦や空気の抵抗は無視するものとする．

(1) 振り子のエネルギー E を求めよ．

(2) 振り子の張力方向とそれに直交する方向の運動方程式をそれぞれ求めよ．

(3) $\dfrac{dE}{dt}$ と T との関係を求めよ．

(4) 問い(2)で求めた運動方程式は，ブランコの簡単なモデルと考えられる．
このモデルでは，ブランコをこぐときの重心の移動を紐の長さの変化に置き換えている．このモデルを使って，ブランコをこぐ方法を考察せよ．

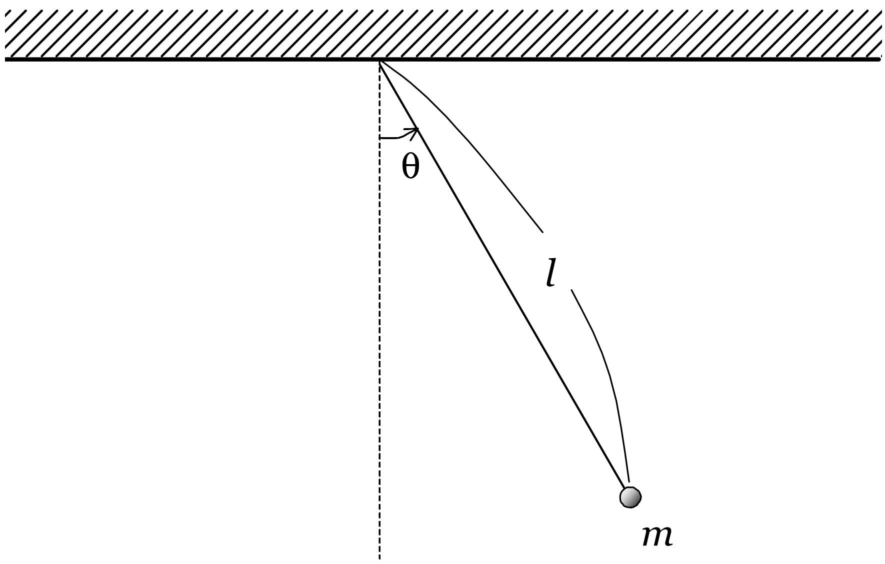

図 1

草稿用紙
（切り離さないこと）

第8問

長さ l，内半径 a，外半径 b の同軸円筒コンデンサについて，以下の問いに答えよ．なお，a ¿ l，b ¿ l とし，円筒の両端付近の影響は無視してよいものとする．

(1) 同軸円筒の内部全体に誘電率 ε_1 の誘電体1を充填した (図1参照)．このコンデンサの電気容量を求めよ．

(2) 円筒軸を含む平面を境界として円筒内の空間を2分割し，一方に誘電率 ε_1 の誘電体1を，もう一方に誘電率 ε_2 の誘電体2を充填した (図2参照)．このコンデンサの電気容量を求めよ．

(3) 半径 c $(a < c < b)$ の同軸円筒を境界面として円筒内の空間を2分割し，内半径 a 外半径 c の部分に誘電率 ε_1 の誘電体1を，内半径 c 外半径 b の部分に誘電率 ε_2 の誘電体2を，それぞれ充填した (図3参照)．このコンデンサの電気容量を求めよ．

(4) 問い (3) のコンデンサ (図3参照) において，誘電体1および誘電体2の耐えうる最大の電場の強さをともに E とし，それらの誘電率の間に $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2$ の関係があるものとする．いま，外半径 b を固定して内半径 a および境界面の半径 c を変化させたとき，このコンデンサに与えることのできる最大の電圧 V を求めよ．また，電圧が V のときの内半径 a および境界面の半径 c を求めよ．

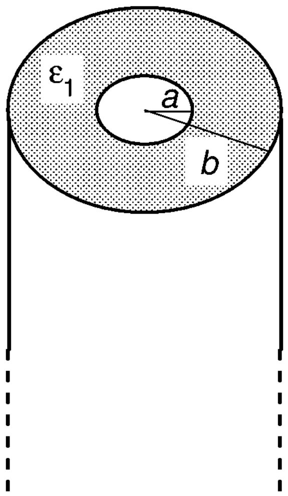

図1

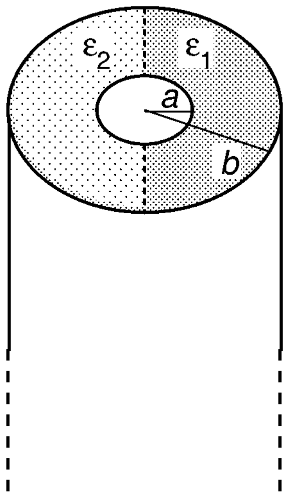

図2

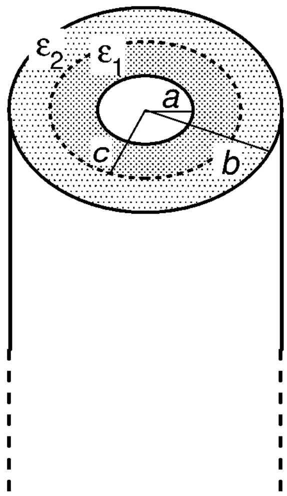

図3

草稿用紙
（切り離さないこと）