平成 28 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題
（電子工学コース）

（実施時間　１４：００ ～ １６：００）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙や白紙を除いて１７ページある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「量子電子物性１」，「量子電子物性２」，「量子電子物性３」，「量子電子物性４」，「制御工学」，及び，「信号処理」，の全部で６題あり，この順番に綴じられている．このうち，３題を選択し解答すること．

３．解答開始前に，別紙の「専門科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと．

４．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【量子電子物性1】 解答は，桃色（1 番）の解答用紙に記入すること.

次の文章を読み，下記の問いに答えよ．

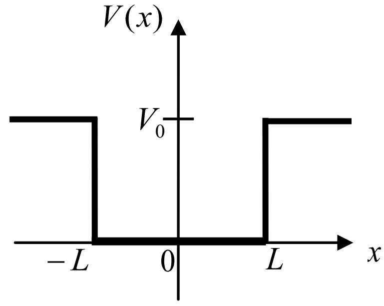

図 1-1

図 1-1 のような一次元井戸型ポテンシャル $V(x)$ 中を運動する質量 m の粒子について考える．ここで，

$$\begin{cases} V(x)=V_0 & x\le -L \quad \cdot\cdot\cdot\text{領域(I)} \\ V(x)=0 & |x|<L \quad \cdot\cdot\cdot\text{領域(II)} \\ V(x)=V_0 & x\ge L \quad \cdot\cdot\cdot\text{領域(III)} \end{cases}$$

である．いま，粒子のエネルギーが V_0 より小さい場合を考える．

領域（Ⅰ），（Ⅱ），（Ⅲ）における波動関数を，それぞれ $\psi_{\mathrm{I}}(x)$，$\psi_{\mathrm{II}}(x)$，$\psi_{\mathrm{III}}(x)$ とする．

領域（Ⅱ）では, 粒子の満たす一次元のシュレーディンガー方程式は, エネルギー固有値を ε として, $\hbar$, $\psi_{\mathrm{II}}(x)$，ε，m を用いて，次式で与えられる．ただし，$\hbar$ はプランク定数を 2π で割った値である．

［　①　］ (1)

この方程式の一般解は，$k\left(=\sqrt{2m\varepsilon}/\hbar\right)$ と定数 A，B を用いて，次式で表される．

$$\psi_{\mathrm{II}}(x)= A\sin(kx)+B\cos(kx) \tag{2}$$

一方，領域（Ⅰ）では，粒子の満たすシュレーディンガー方程式は，$\hbar$，$\psi_{\mathrm{I}}(x)$，ε，V_0，m を用いて，次式で与えられる．

［　②　］ (3)

式(3)の一般解は，$\psi_{\mathrm{I}}(x)$ が $x=-\infty$ で発散しない条件から，$k'\left(=\sqrt{2m(V_0-\varepsilon)}/\hbar\right)$ と定数 C を用いて，次式で表される．

$$\psi_{\mathrm{I}}(x)= C\exp(k'x) \tag{4}$$

領域（Ⅲ）の波動関数 $\psi_{\mathrm{III}}(x)$ は, 式(3)と同様のシュレーディンガー方程式を満たし, $\psi_{\mathrm{III}}(x)$ が $x=+\infty$ で発散しない条件から，その一般解は，k' と定数 D を用いて，次式で表される．

$$\psi_{\mathrm{III}}(x)=D\exp(-k'x) \tag{5}$$

ここで，ポテンシャル $V(x)$ が偶関数であるので，全領域での波動関数は偶関数または奇関数になること，および $x=\pm L$ で波動関数が連続であることを用いて，波動関数を求める．

波動関数が偶関数の場合，C, D を A，B，k，k'，L のいずれかを用いて表すと，$\psi_{\mathrm{I}}(x)$，$\psi_{\mathrm{II}}(x)$，$\psi_{\mathrm{III}}(x)$ は，A，B，k，k'，L のいずれかを使って，次式で表される．

$\psi_{\mathrm{I}}(x)=$［　③　］ (6)

$\psi_{\mathrm{II}}(x)=$［　④　］ (7)

$\psi_{\mathrm{III}}(x)=$［　⑤　］ (8)

一方，波動関数が奇関数の場合，C，D を A，B，k，k'，L のいずれかを用いて表すと，$\psi_{\mathrm{I}}(x)$，$\psi_{\mathrm{II}}(x)$，$\psi_{\mathrm{III}}(x)$ は，A，B，k，k'，L のいずれかを使って，次式で表される．

$$\psi_{\mathrm{I}}(x) = [\quad ⑥ \quad] \tag{9}$$

$$\psi_{\mathrm{II}}(x) = [\quad ⑦ \quad] \tag{10}$$

$$\psi_{\mathrm{III}}(x) = [\quad ⑧ \quad] \tag{11}$$

次に，$x = L$ で波動関数とその導関数の比が連続である条件 $\dfrac{\left.\dfrac{d\psi_{\mathrm{II}}(x)}{dx}\right|_{x=L}}{\psi_{\mathrm{II}}(L)} = \dfrac{\left.\dfrac{d\psi_{\mathrm{III}}(x)}{dx}\right|_{x=L}}{\psi_{\mathrm{III}}(L)}$ を用いると，k に対する k' の比は，k，L を使って表され，波動関数が偶関数の場合は,

$$\frac{k'}{k} = [\quad ⑨ \quad] \tag{12}$$

波動関数が奇関数の場合は,

$$\frac{k'}{k} = [\quad ⑩ \quad] \tag{13}$$

と求まる．

問 1　文章中の空欄［　①　］～［　⑩　］にあてはまる数式を答えよ．なお，［　①　］，［　②　］は等式で答えよ．

問 2　式(12)，式(13)と $k^2 + k'^2 = \dfrac{2mV_0}{\hbar^2}$ の関係から，波動関数が偶関数と奇関数のそれぞれの場合について，ε，V_0，L，m，$\hbar$ のあいだに成り立つ関係を導け．

問 3　ε は，横軸を $\alpha = kL$，縦軸を $\beta = k'L$ としたグラフを図示することにより調べることができる．束縛状態の数（エネルギー固有値の個数）が 1 個のみ存在する場合について，ε を求めるためのグラフを図示し，V_0 が満たす条件を，L，m，$\hbar$ を使って表せ．

【量子電子物性2】 解答は，緑色（2 番）の解答用紙に記入すること.

次の文章を読み，下記の問いに答えよ．ただし，k_{B} はボルツマン定数であり，T は絶対温度である．

代表的な半導体であるシリコン（Si）やゲルマニウム（Ge）では 1 個の原子は［　㋐　］個の価電子を持っている．これらの結晶は［　㋑　］型構造を持ち，単位胞には 2 個の原子があるから，N 個の単位胞からなる結晶では［　㋒　］個の価電子が存在する．それら価電子の軌道は［　㋓　］混成軌道となる．価電子は結合に寄与し，隣の原子との間に共有結合をつくる．結晶状態では 4 つのバンドで価電子帯を形成し，［　㋒　］個の許容準位を持つので，絶対零度では価電子帯のすべての準位が価電子で満たされる．

一般に不純物がドーピングされていない場合，熱エネルギーにより伝導帯と価電子帯に電子と正孔がそれぞれ生成されており，このような半導体を［　㋔　］半導体と呼ぶ．また価電子帯上端のエネルギー ε_{V} と伝導帯下端のエネルギー ε_{C} の差 ε_{G} を［　㋕　］と呼ぶ．以下では［　㋔　］半導体について考える．

伝導帯を占有する電子と価電子帯を占有する正孔の密度 n と p は，電子または正孔のエネルギーを ε として，電子のフェルミ分布関数 $f(\varepsilon)$，伝導帯の状態密度 $D_{\mathrm{C}}(\varepsilon)$ と価電子帯の状態密度 $D_{\mathrm{V}}(\varepsilon)$ を用いると，

$$n = [\quad ① \quad],\quad p = [\quad ② \quad] \tag{1}$$

と表される．フェルミ準位 ε_{F} はほぼ［　㋕　］の中央にあり，［　㋕　］が熱エネルギー $k_{\mathrm{B}}T$ より十分大きい場合，フェルミ分布は［　㋖　］分布により次のように近似できる．

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_{\mathrm{F}})/k_{\mathrm{B}}T}+1} \approx [\quad ③ \quad] \tag{2}$$

そこで式(1)と式(2)より n と p は，

$$n \approx N_{\mathrm{C}}\, e^{-(\varepsilon_{\mathrm{C}}-\varepsilon_{\mathrm{F}})/k_{\mathrm{B}}T},\quad p \approx N_{\mathrm{V}}\, e^{-(\varepsilon_{\mathrm{F}}-\varepsilon_{\mathrm{V}})/k_{\mathrm{B}}T} \tag{3}$$

と書くことができる．ここで N_{C} と N_{V} はスピンの縮退のみを考慮した伝導帯と価電子帯の有効状態密度である．ところで Si や Ge の場合は，伝導帯にはスピンの他に［　㋗　］の縮退が存在し，Si では［　㋗　］が［　㋘　］個存在する．ただし，下記の設問ではスピンの縮退のみ考慮する．

［　㋔　］半導体では電子と正孔はそれぞれ電気伝導に寄与するので，電気伝導度 σ は電子と正孔それぞれの電気伝導度 σ_{e} と σ_{h} の和で表され，さらにそれぞれの移動度 μ_{e} と μ_{h}，電子と正孔の密度 n と p，素電荷 q を用いて，

$$\sigma = \sigma_{\mathrm{e}} + \sigma_{\mathrm{h}} = [\quad ④ \quad] \tag{4}$$

と表される．

次に［　㋔　］半導体の電子と正孔の光励起を考える．伝導帯の底と価電子帯の頂上が同じ波数ベクトルにある場合，［　㋕　］以上の光子エネルギーを持つ光を照射すると伝導帯に電子，価電子帯に正孔が生成される．このような過程を［　㋙　］遷移と呼ぶ．また伝導帯の底と価電子帯の頂上が同じ波数ベクトルにはなく，光の吸収と同時に［　㋚　］の吸収や放出を伴って電子と正孔が生成される．このような過程を［　㋛　］遷移と呼ぶ．

問 1　文章中の空欄［　㋐　］～［　㋛　］にあてはまる語句や数字を答えよ．

問 2　文章中の空欄［　①　］～［　④　］にあてはまる式を答えよ．ただし，［　①　］と［　②　］は積分範囲も明記せよ．

問 3　［　㋔　］半導体でキャリア密度 n と p の間に成立する条件を示し，それに基づいて電子密度 n を N_C，N_V，ε_G，k_B，T を使って表せ．その結果得られる電子密度 n の式はキャリア生成の熱的励起に対する活性化エネルギーが ε_G の 1/2 であることを示唆するが，その理由を 50～100 字程度で説明せよ．

問 4　［　㋔　］半導体のフェルミ準位 ε_F を N_C，N_V，ε_C，ε_V，k_B，T で表せ．

問 5　［　㋔　］半導体の電気伝導度 σ を N_C，N_V，ε_G，k_B，T，q，μ_e，μ_h で表せ．

問 6　伝導帯の底と価電子帯の頂上が同じ波数ベクトル $\mathbf{k}=\mathbf{0}$ にある［　㋔　］半導体を考える．伝導帯の底付近の電子のエネルギーを ε_e として，ε_C，m_e^*，k，$\hbar$ を使って ε_e を表せ．また，価電子帯の頂上付近の正孔のエネルギーを ε_h として，ε_V，m_h^*，k，$\hbar$ を使って ε_h を表せ．ただし，m_e^* は伝導帯の電子の有効質量で，m_h^* は価電子帯の正孔の有効質量である．また k は波数ベクトルの大きさを表し，$\hbar$ はプランク定数を 2π で割った値である．

問 7　伝導帯の底と価電子帯の頂上が同じ波数ベクトル $\mathbf{k}=\mathbf{0}$ にある［　㋔　］半導体の伝導帯と価電子帯の状態密度はスピンの縮退のみを考慮して，それぞれ

$$D_C(\varepsilon)=\frac{\sqrt{2}(m_e^*)^{3/2}}{\pi^2\hbar^3}(\varepsilon-\varepsilon_C)^{1/2} \text{ と } D_V(\varepsilon)=\frac{\sqrt{2}(m_h^*)^{3/2}}{\pi^2\hbar^3}(\varepsilon_V-\varepsilon)^{1/2}$$

と表されるとする．この時，伝導帯の有効状態密度 N_C を k_B，T，$\hbar$，m_e^* を使って，価電子帯の有効状態密度 N_V を k_B，T，$\hbar$，m_h^* を使ってそれぞれ求めよ．次の積分を利用してもよい．

$$\int_0^\infty x^2 \exp\left(-x^2\right)dx=\frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

【量子電子物性 3】 解答は，灰色（3 番）の解答用紙に記入すること．

次の文章を読み，下記の問いに答えよ．

ある誘電体に，電界振幅 E_{loc0}，角周波数 ω で時間 t に依存する交流電界 $E_{\mathrm{loc}}(t)=E_{\mathrm{loc0}}\exp(-i\omega t)$（局所電界）を印加した時の配向分極の誘電分散，誘電損失について考える．ここでは，誘電体に外部から電界を加えた時に生じる分極を電子分極，イオン分極，配向分極の３つとし，局所電界係数を１とする．その中で，配向分極の成分 $P_{\mathrm{d}}(t)$ の時間応答は，真空の誘電率 ε_0，配向分極に対する比電気感受率 χ'，時定数 τ_{d} を用いて

$$P_{\mathrm{d}}(t)=\frac{\varepsilon_0\chi'}{1-i\omega\tau_{\mathrm{d}}}E_{\mathrm{loc0}}\exp(-i\omega t) \tag{1}$$

で表されるとする．配向分極の分極率を α_{d}，双極子モーメントの密度を N_{d} とすると，式(1)から

$$N_{\mathrm{d}}\alpha_{\mathrm{d}} = [\quad ① \quad] \tag{2}$$

となる．電子分極，イオン分極に関する分極率をそれぞれ α_{e}，α_{i}，双極子モーメントの密度をそれぞれ N_{e}，N_{i} とすると，角周波数 ω に対する比誘電率 $\kappa(\omega)$ は［　㋐　］の式を用いて

$$\frac{\kappa(\omega)-1}{\kappa(\omega)+2} = [\quad ② \quad] \tag{3}$$

となる．式(3)において，配向分極が追随しない高い角周波数における比誘電率を κ_∞ とすると，

$$\frac{\kappa_\infty-1}{\kappa_\infty+2} = [\quad ③ \quad] \tag{4}$$

となる．式(3)，式(4)から

$$\frac{\kappa(\omega)-1}{\kappa(\omega)+2}-\frac{\kappa_\infty-1}{\kappa_\infty+2} = [\quad ④ \quad] \tag{5}$$

が得られる．３つの分極が追随する十分に低い角周波数における比誘電率を κ_0 とすると，式(5)から

$$\frac{\kappa_0-1}{\kappa_0+2}-\frac{\kappa_\infty-1}{\kappa_\infty+2} = [\quad ⑤ \quad] \tag{6}$$

となる．それゆえ，式(5)，式(6)から，

$$\frac{3\{\kappa(\omega)-\kappa_\infty\}}{\{\kappa(\omega)+2\}(\kappa_\infty+2)} = [\quad ⑥ \quad] \tag{7}$$

と計算できる．さらに，

$$\tau=\frac{\kappa_0+2}{\kappa_\infty+2}\tau_{\mathrm{d}} \tag{8}$$

とおいて，τ_{d} の代わりに τ を用いて，式(7)から比誘電率 $\kappa(\omega)$ を求めると，

$$\kappa(\omega) = \kappa_\infty + [\quad ⑦ \quad] \tag{9}$$

が得られる．この式は一般に［　　㋑　　］式と呼ばれる．また，式(9)の右辺を

$$\kappa(\omega) = \kappa'(\omega) + i\kappa''(\omega) \tag{10}$$

のように実数部$\kappa'(\omega)$，虚数部$\kappa''(\omega)$に分け，$\omega\tau$を横軸として$\kappa'(\omega)$，$\kappa''(\omega)$をグラフに示すと図 3-1(a), 図 3-1(b)の$\omega\tau$依存性が得られる．$\omega\tau$を消去して$\kappa'(\omega)$と$\kappa''(\omega)$の関係を図示したものを一般に［　　㋒　　］則という．

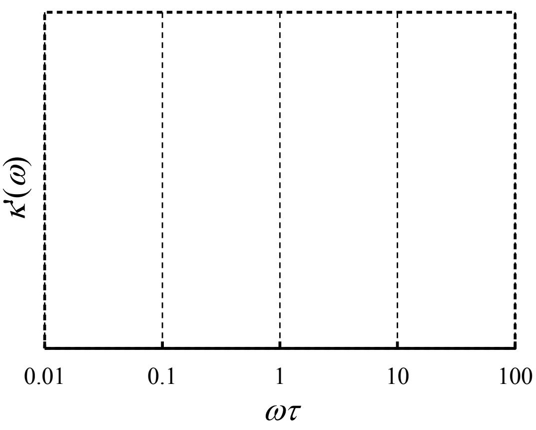

図 3-1(a)

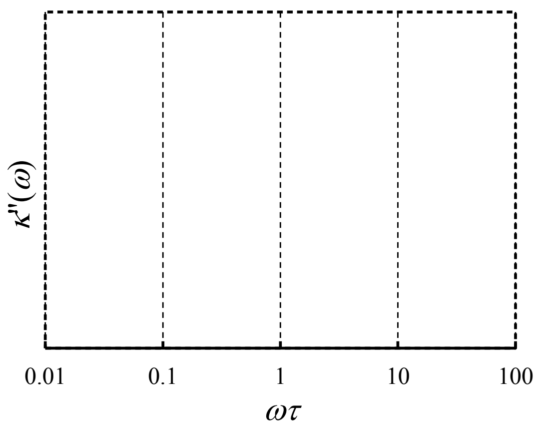

図 3-1(b)

次に，交流電界$E(t) = E_0 \exp(-i\omega t)$の印加に対し，配向分極が位相$\delta$だけ遅れるとすると，電束密度$D(t)$は

$$D(t) = D_0 \exp\{-i(\omega t - \delta)\} \tag{11}$$

と表される．ここでD_0は電束密度の振幅である．よって，比誘電率$\kappa(\omega)$は三角関数を用いて

$$\kappa(\omega) = \frac{D(t)}{\varepsilon_0 E(t)} = [\quad ⑧ \quad] \tag{12}$$

と書ける．その結果，式(10)と式(12)を比較し，

$$\frac{\kappa''(\omega)}{\kappa'(\omega)} = [\quad ⑨ \quad] \tag{13}$$

の関係が成り立つ．右辺は［　　㋓　　］と呼ばれ，誘電損失を表す目安となっている．以下，比誘電率$\kappa(\omega)$の実数部，虚数部をそれぞれ$\kappa'(\omega)$，$\kappa''(\omega)$の形のまま取り扱うこととし，電束密度$D(t)$を

$$D(t) = \varepsilon_0\{\kappa'(\omega) + i\kappa''(\omega)\}E(t) \tag{14}$$

と書くと，式(14)を時間微分した変位電流密度$\partial D(t)/\partial t$の実数部は

$$\mathrm{Re}\left[\frac{\partial D(t)}{\partial t}\right] = [\quad ⑩ \quad] \tag{15}$$

となる．交流電界の 1 サイクル内に単位体積中で吸収されるエネルギーは

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \mathrm{Re}\left[E(t)\right] \cdot \mathrm{Re}\left[\frac{\partial D(t)}{\partial t}\right] dt \tag{16}$$

であるから，単位時間あたりのエネルギーは具体的に

$$\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \mathrm{Re}\left[E(t)\right] \cdot \mathrm{Re}\left[\frac{\partial D(t)}{\partial t}\right] dt = \text{［　⑪　］} \tag{17}$$

と計算される．ここで，$\mathrm{Re}\left[E(t)\right]$は交流電界の実数部である．これより，誘電体が単位時間単位体積あたり吸収するエネルギー（誘電損失）は比誘電率$\kappa(\omega)$の［　㋔　］部に比例することが分かる．

問1　文章中の空欄［　㋐　］～［　㋔　］にあてはまる語句を答えよ．

問2　文章中の空欄［　①　］～［　⑪　］にあてはまる数式を答えよ．

問3　文章中に出てくる図 3-1(a)，図 3-1(b)を解答用紙に転記し，$\kappa'(\omega)$，$\kappa''(\omega)$の$\omega\tau$に対する依存性のグラフを図示せよ．ただし，グラフの縦軸の最大値，最小値あるいは漸近値も記入すること．

【量子電子物性4】 解答は，青色（4番）の解答用紙に記入すること．

次の文章を読み，下記の問いに答えよ．ただし，絶対温度をT，半導体および金属のフェルミ準位をそれぞれε_{F}，ε_{M}，半導体の伝導帯下端のエネルギーをε_{C}，価電子帯上端のエネルギーをε_{V}，ボルツマン定数をk_{B}，素電荷をqとする．

図 4-1 にある n 型半導体と金属を接触させる場合を考える．ここで$q\Phi_{\mathrm{M}}$，$q\Phi_{\mathrm{S}}$はそれぞれ，金属および半導体の［　①　］であり，物質の内部から外部へ電子を取り出すために必要なエネルギーで，フェルミ準位と真空準位との差に対応する．また，$q\chi$は半導体の［　②　］であり，真空準位と伝導帯下端との差で表される．$\Phi_{\mathrm{M}} > \chi$の時，接合は［　③　］接合となる．特に$\Phi_{\mathrm{M}} > \Phi_{\mathrm{S}}$の場合には，半導体から金属へ向かって電子が移動する．この現象は半導体と金属のフェルミ準位が一致するまで続き，半導体の界面付近では，［　④　］すなわち空間電荷領域が形成される．金属から見たエネルギー障壁$q\varphi_{\mathrm{M}}$および半導体から見たエネルギー障壁$q\varphi_{\mathrm{S}}$は，それぞれ，q，Φ_{M}，Φ_{S}，χを用いて次式で表される．

$$q\varphi_{\mathrm{M}} = [\quad ⑤ \quad] \tag{1}$$

$$q\varphi_{\mathrm{S}} = [\quad ⑥ \quad] \tag{2}$$

［　③　］障壁が形成される場合には，接合に整流性が生じる．順方向バイアスになるように外部から電圧V_0を印加すると，金属側から見たエネルギー障壁$q\varphi_{\mathrm{M}}$は変化しないが，界面における半導体のフェルミ準位ε_{F}（正確には擬フェルミ準位）はqV_0だけ上昇する．このとき界面での電子密度nは伝導帯の有効状態密度N_{C}を用いて

$$n = N_{\mathrm{C}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\mathrm{C}} - \varepsilon_{\mathrm{F}}}{k_{\mathrm{B}}T}\right) \tag{3}$$

と表すことができるとする．これをN_{C}，q，φ_{M}，V_0，k_{B}，Tのみを用いて表すと次の式になる．

$$n = N_{\mathrm{C}} \exp([\quad ⑦ \quad]) \tag{4}$$

ここで，半導体から金属へと流入する電子によって担われる電流密度である電子電流密度J_{S}は電子密度に比例するので，αを比例定数として

$$J_{\mathrm{S}} = \alpha \exp([\quad ⑦ \quad]) \tag{5}$$

となる．金属から半導体へと流れる電子電流密度J_{M}は，$V_0 = 0$の時のJ_{S}とつりあっているので，

$$J_{\mathrm{M}} = [\quad ⑧ \quad] \tag{6}$$

となる．よって正味の電子電流密度Jは，次式で表される．

$$J = [\quad ⑨ \quad] \tag{7}$$

続いて，［　　④　　］における電位をポアソン方程式により解析する．金属と半導体との界面を原点 $(x=0)$ とした一次元構造を考え，$x>0$ の領域が半導体であるとする．n 型半導体と金属を接触させた場合，イオン化したドナーによる正の空間電荷が形成される．このとき，電位分布 $V(x)$ に関するポアソン方程式は近似的に次のようになる．

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{qN_\mathrm{D}}{\kappa} \tag{8}$$

ここで κ は半導体の誘電率，N_D はドナー密度である．境界条件として，

$$\left.\frac{dV(x)}{dx}\right|_{x=W} = 0 \tag{9}$$

を用いることにより，［　　④　　］における電界分布 $E(x)$ は

$E(x) =$ ［　　⑩　　］　(10)

と書ける．W は［　　④　　］の幅である．さらに，電位の基準として $V(0)=0$ とすると，$x=W$ における電位 $V(W)$ は φ_S と V_0 を用いて

$V(W) =$ ［　　⑪　　］　(11)

と書ける．よって［　　④　　］における電位分布として

$V(x) =$ ［　　⑪　　］－［　　⑫　　］　(12)

が得られる．これより，W を q，N_D，κ，φ_S，V_0 を用いて表すと

$W =$ ［　　⑬　　］　(13)

となる．この障壁の静電容量 C は，接合の断面積を S とすると $C=\kappa S/W$ なので，

$C =$ ［　　⑭　　］　(14)

となる．

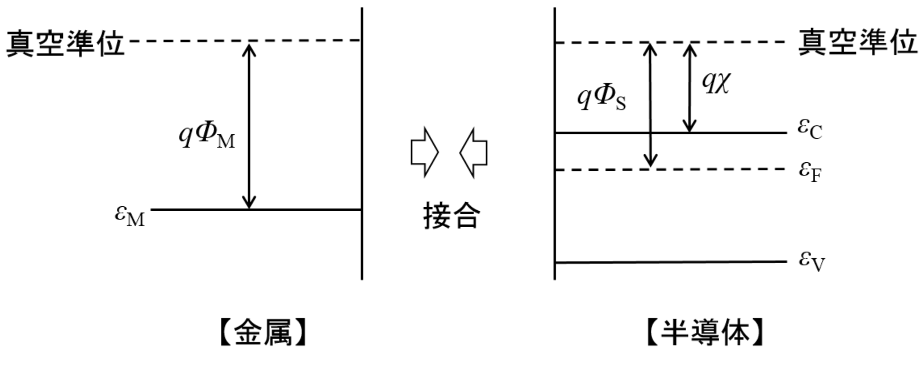

図 4-1

問 1　文章中の空欄［　①　］～［　⑭　］にあてはまる語句または数式を答えよ.

問 2　図 4-1 に示す金属と半導体を接合した場合, 平衡状態での半導体および金属のエネルギーバンドを図示せよ．ただし，図中に $q\Phi_{\mathrm{M}}$， $q\chi$， $q\varphi_{\mathrm{M}}$，$q\varphi_{\mathrm{S}}$ を明示すること.

問 3　文章中の式(7)に基づいて，室温での電流 - 電圧特性を図 4-2 のようなグラフを作成して示せ.［　③　］障壁の大きさを 0.5 eV とし， 順方向バイアス電圧 0.6 V を印加したときの電流値を 100 mA とする.

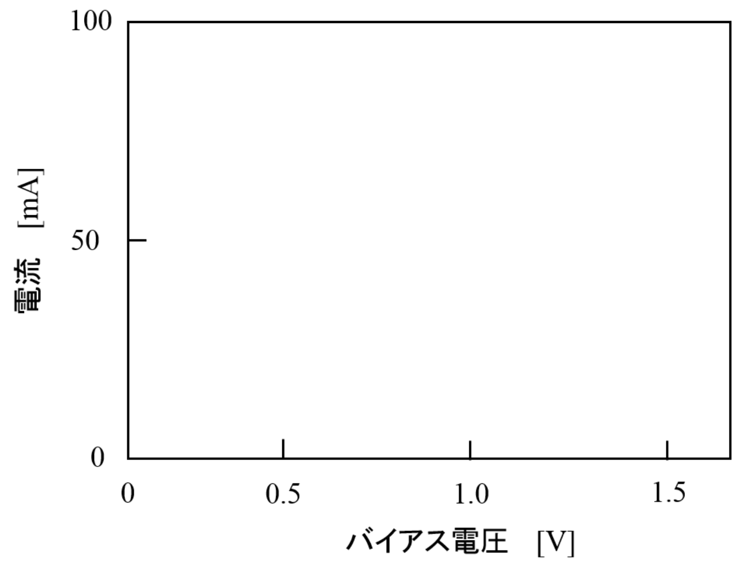

図 4-2

問 4　式(14)を用いて，横軸をバイアス電圧 V_0，縦軸を $1/C^2$ としたグラフを作成せよ．また，このグラフから φ_{S} の求め方を説明せよ.

量子電子物性　　単語の英訳

量子電子物性１

一次元井戸型ポテンシャル：	one dimensional well type potential
波動関数：	wave function
シュレーディンガー方程式：	Schrödinger equation
エネルギー固有値：	energy eigenvalue
プランク定数：	Planck constant
一般解：	general solution
発散しない：	does not diverge
連続である：	be continuous
偶関数：	even function
奇関数：	odd function
導関数：	derivative
比：	ratio
束縛状態：	bound state

量子電子物性２

ボルツマン定数：	Boltzmann constant
半導体：	semiconductor
原子：	atom
価電子：	valence electron
単位胞：	unit cell
共有結合：	covalent bond
価電子帯：	valence band
許容準位：	allowed energy levels
混成軌道：	hybridized orbital
伝導帯：	conduction band
不純物：	impurities
ドーピング：	doping
熱エネルギー：	thermal energy
電子：	electron
正孔：	hole
フェルミ分布関数：	Fermi distribution function
状態密度：	density of states
フェルミ準位：	Fermi level
有効状態密度：	effective density of states
スピン：	spin

縮退：　degeneracy
電気伝導：　electrical conduction
電気伝導度：　electrical conductivity
移動度：　mobility
素電荷：　elementary charge
波数ベクトル：　wave number vector
光子エネルギー：　photon energy
遷移：　transition
吸収：　absorption
放出：　emission

量子電子物性３

誘電体：　dielectric
電界振幅：　electric field amplitude
角周波数：　angular frequency
交流電界：　AC electric field
局所電界：　local electric field
配向分極：　orientational polarization
誘電分散：　dielectric dispersion
誘電損失：　dielectric loss
電子分極：　electronic polarization
イオン分極：　ionic polarization
局所電界係数：　local electric field coefficient
誘電率：　permittivity
比電気感受率：　relative electric susceptibility
分極率：　polarizability
双極子モーメント：　dipole moment
比誘電率：　relative permittivity
実数部：　real part
虚数部：　imaginary part
位相：　phase
電束密度：　electric flux density
微分：　differential
変位電流密度：　displacement current density
漸近値：　asymptotic value

量子電子物性４

絶対温度：　absolute temperature

フェルミ準位：	Fermi level
伝導帯：	conduction band
価電子帯：	valence band
ボルツマン定数：	Boltzmann constant
素電荷：	elementary charge
半導体：	semiconductor
真空準位：	vacuum level
エネルギー障壁：	energy barrier
空間電荷：	space charge
整流性：	rectification
擬フェルミ準位：	quasi Fermi level
電子密度：	electron density
有効状態密度：	effective density of states
電流密度：	current density
電界：	electric field
ポアソン方程式：	Poisson’s equation
電位：	electric potential
誘電率：	permittivity
境界条件：	boundary condition
静電容量：	electrostatic capacitance
平衡状態：	equilibrium state

【制御工学】解答は，白色の解答用紙に記入すること．

以下の 1.～3. に答えよ．

1. 次の伝達関数 $G(s)$ で表される線形時不変システムの極のうち，その実部が正であるものの個数を答えよ．また，その理由も述べること．

$$G(s) = \frac{1}{s^5 + s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1}$$

2. 次の伝達関数 $G(s)$ で表される線形時不変システムについて，以下の問いに答えよ．ただし，a は正の実数値をとるパラメータとする．

$$G(s) = \frac{a}{s^2 + 5s + a}$$

(i) ステップ応答が単調増加となるための a に関する必要十分条件を求めよ．

(ii) $a = 8$ としたときのインパルス応答を時間 t の関数として求めよ．

(iii) $a = 8$ としたとき，位相 $\angle G(j\omega)$ が $-90°$ となる角周波数 ω の値を求めよ．ただし，j は虚数単位を表す．

3. 状態方程式と出力方程式がそれぞれ次のように与えられている 1 入力 1 出力線形時不変システム (S) を考える．

$$\frac{d\boldsymbol{x}(t)}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t), \quad y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t)$$

ただし，$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$，$u(t)$，$y(t)$ は，それぞれ，システムの状態変数ベクトル，入力変数，出力変数であり，$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ はそれぞれ次のように与えられている．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(i) システム (S) が可制御であるか，また，可観測であるかを判定せよ．

(ii) システム (S) の状態変数ベクトル $\boldsymbol{x}(t)$ と出力変数 $y(t)$ の値を，次のシステムを用いて推定する．

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{x}}(t)}{dt} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{b}u(t) - \boldsymbol{l}(\hat{y}(t) - y(t)), \quad \hat{y}(t) = \boldsymbol{c}\hat{\boldsymbol{x}}(t)$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix}$，$\hat{y}(t)$ は，それぞれ，$\boldsymbol{x}(t)$ と $y(t)$ の推定量であり，$\boldsymbol{l} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$ は定数ベクトルである．$\boldsymbol{x}(t)$ の推定誤差 $\boldsymbol{e}(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} = \hat{\boldsymbol{x}}(t) - \boldsymbol{x}(t)$ を状態変数ベクトルとした状態方程式

$$\frac{d\boldsymbol{e}(t)}{dt} = \boldsymbol{A}_e\boldsymbol{e}(t)$$

の行列 $\boldsymbol{A}_e$ を l_1, l_2 を用いて表せ．

(iii) 行列 $\boldsymbol{A}_e$ の固有値を -1, -2 にする l_1, l_2 を求めよ．

(iv) (iii) で指定した $\boldsymbol{l}$ と $\boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ を用いて，システム (S) に推定状態フィードバック $u(t) = -\boldsymbol{k}\hat{\boldsymbol{x}}(t) = -\boldsymbol{k}(\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{e}(t))$ を施す．$\boldsymbol{z}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{e}(t) \end{bmatrix}$ を状態変数ベクトルとした状態方程式

$$\frac{d\boldsymbol{z}(t)}{dt} = \boldsymbol{A}_{cl}\boldsymbol{z}(t)$$

の行列 $\boldsymbol{A}_{cl}$ とその固有値を求めよ．

専門用語の英訳

伝達関数	transfer function
線形時不変システム	linear time-invariant system
極	pole
実部	real part
ステップ応答	step response
単調増加	monotonically increasing
インパルス応答	impulse response
位相	phase
角周波数	angular frequency
虚数単位	imaginary unit
状態方程式	state equation
出力方程式	output equation
状態変数ベクトル	state variable vector
入力変数	input variable
出力変数	output variable
可制御	controllable
可観測	observable
推定状態フィードバック	estimated state feedback

【信号処理】解答は，だいだい色の解答用紙に記入すること．

実数を信号値とする連続時間信号 $x(t)$, $y(t)$ (t は時間を表す実数) に対する畳込み演算 $Conv(t)$ を $x(t) * y(t)$ と書き，

$$Conv(t) \triangleq x(t) * y(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)y(\tau)d\tau$$

と定義する．

一方，実数を信号値とする連続時間信号 $x(t)$, $y(t)$ に対する相関演算 $Corr(s)$ を $x(t) \circ y(t)$ と書き，

$$Corr(s) \triangleq x(t) \circ y(t) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} x(t-s)y(t)dt$$

と定義する．ただし，s (s は実数) は時間シフトを表す．以下の問いに答えよ．

(i) 畳込みと相関を信号を操作するという観点から意味するところを説明せよ．

(ii) 畳込みと相関は，現実世界において，現象を説明するモデルや問題を解く道具としてしばしば利用されている．畳込みと相関それぞれについてこのような例を 1 つ挙げよ．

(iii) $u(t)$ を連続時間の単位ステップ信号とし，$x(t) = u(t) - u(t-2)$，$y(t) = u(t)$ とするとき，$x(t) * y(t)$, および $x(t) \circ y(t)$ を計算し，図示せよ．

(iv) 畳込み演算 $*$ と相関演算 $\circ$ を二項演算と考え，それぞれの演算について可換則，分配則 (加算への分配)，結合則が成り立つか否かを数式を用いて示せ．

(v) $x(t) * y(t)$，$x(t) \circ y(t)$ のフーリエ変換を導出せよ．

専門用語の英訳

連続時間信号: continuous-time signal
畳込み演算: convolution operation
時間シフト: time shift
相関演算: correlation operation
単位ステップ信号: unit step signal
二項演算: binary operation
可換則: commutative property
分配則: distributive property
加算: addition
結合則: associative property
フーリエ変換: Fourier transform