

$$r = \sqrt{x^2 + h^2}$$

$$\cos \theta = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}}$$

$$(1) \text{ 例 } V = \frac{\rho \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\rho h}{4\pi \epsilon_0 (x^2 + h^2)^{3/2}}$$

全部の \$N\$ の \$0 \sim a\$ の範囲で (同じ \$N\$ が \$a\$ まである)

単位長あたりの電位は、対称性から

$$V = \frac{\rho h}{4\pi \epsilon_0 (x^2 + h^2)^{3/2}} \times \frac{N}{a} = \frac{N \rho h}{4\pi \epsilon_0 a (x^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$x = h \tan \theta = h \tan \theta$$

$$dx = \frac{h}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$(x^2 + h^2)^{3/2} = \frac{h^3}{\cos^3 \theta}$$

$$\theta = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = a$$

$$V = \frac{N \rho h}{4\pi \epsilon_0 a} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{N \rho h}{4\pi \epsilon_0 a} [\sin \theta]_0^{\pi/2}$$

$$\sin \theta = \frac{x}{a} = \frac{h}{a} \tan \theta$$

$$\frac{N \rho h}{4\pi \epsilon_0 a} \times \frac{1}{\sin \theta} = \frac{N \rho h}{4\pi \epsilon_0 a}$$

②

$$(1) C = \epsilon_0 \frac{S}{d} = \epsilon_0 \frac{\pi a^2}{d}$$

$$V = RI + \frac{1}{C} \int I dt$$

$$V = R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C}$$

$$Q = CV + C' e^{-Rt/C}$$

$$t=0 \text{ 時 } Q=0$$

$$0 = CV + C' \Rightarrow C' = -CV$$

$$\therefore Q = CV(1 - e^{-Rt/C})$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{V}{R} e^{-Rt/C}$$

$$= \frac{V}{R} e^{-\frac{R}{RC}t}$$

$$(2) J = \frac{I}{S} = \frac{V}{R \pi a^2} e^{-\frac{R}{RC}t}$$

$$(3) \oint H \cdot dl = I$$

$$2\pi r H = J \cdot \pi r^2$$

$$H = \frac{1}{2\pi r} \frac{V}{R \pi a^2} e^{-\frac{R}{RC}t}$$

$$= \frac{rV}{2\pi a^2 R} e^{-\frac{R}{RC}t}$$

(r > a)

$$2\pi r H = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r} e^{-\frac{R}{RC}t}$$

方向 \$\hat{\phi}\$

$$A) P(t) = IR = \frac{V^2}{R} e^{-\frac{2t}{RC}}$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{V^2}{R}$$

$$P_{\text{all}} = \int_0^{\infty} P(t) dt$$

$$= \frac{V^2}{R} \left(-\frac{RC}{2} e^{-\frac{2t}{RC}} \right) \Big|_0^{\infty}$$

$$= \frac{V^2 RC}{2}$$

\$J = \frac{I}{S} = \frac{V}{R \pi a^2} e^{-\frac{R}{RC}t}\$

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{\epsilon_0 \pi a^2 V^2}{2d}$$

$$W = \int_0^{\infty} P(t) dt$$

HI2 電気磁気学

1a. \$W = \int V dQ\$

$$1) dW = dQ (\phi_1 - \phi_2)$$

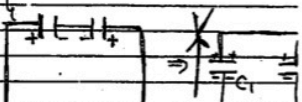
$$2) C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\phi_1 - \phi_2}$$

$$3) W = \frac{QV}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

1b.



分圧の法則



$$4) W_1 = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{Q_2^2}{C_2} \right)$$

$$5) C = C_1 + C_2$$

$$V = \frac{Q_1 - Q_2}{C} = \frac{Q_1 - Q_2}{C_1 + C_2}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{(Q_1 - Q_2)^2}{C_1 + C_2}$$

$$6) W_2 - W_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{(Q_1 - Q_2)^2}{C_1 + C_2} - \left(\frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{Q_2^2}{C_2} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2 (Q_1^2 + Q_2^2 - (Q_1 - Q_2)^2)}{(C_1 + C_2) C_1 C_2}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{-2C_1 C_2 Q_1 Q_2 - C_1^2 Q_2^2 - C_2^2 Q_1^2}{(C_1 + C_2) C_1 C_2}$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{(C_1 Q_2 + C_2 Q_1)^2}{(C_1 + C_2) C_1 C_2}$$

回路=電流が流れる
熱に変わる
\$\Rightarrow\$ 1c

2 上向き $F = IB\ell$ $F = mg$

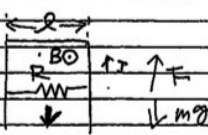
$V = vB\ell$

$I = \frac{vB\ell}{R}$ (a)

終速度 v のとき 上向きの加速度 \downarrow 下向きの加速度 \uparrow が等しくなる

$IB\ell = \frac{v(B\ell)^2}{R} = mg$

$v = \frac{mgR}{(B\ell)^2}$



電気磁気学

1 (a) $dQ = \rho(x) dx$

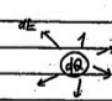
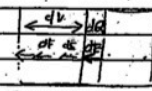
(b) $\int E ds = \frac{Q}{\epsilon}$ (a)

$dE = \frac{dQ}{\epsilon} = \frac{\rho(x) dx}{\epsilon}$

(c) $dV = -\int E dx$ (a) 無限大の電荷があるところの電位

$= -\int_0^x \frac{\rho(x) dx}{\epsilon}$

$= -\frac{\rho(x)}{\epsilon} x$

d) $C = \frac{Q}{V}$ (a) 板間 da

$C = \frac{dQ}{dV} = \frac{\rho(x) dx}{-\frac{\rho(x)}{\epsilon} x} = \epsilon dx$

2 (a) $r = R = r$ $F_c = \frac{mv^2}{r}$

遠心力 $F_c = \frac{mv^2}{r}$

$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}$

(b) $v = \sqrt{\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m r}}$

1周するのにかかる時間 $\frac{2\pi r}{v}$ 秒 $I = \frac{q}{2\pi r}$

$I = \frac{q}{2\pi r} \cdot \frac{2\pi r}{\frac{2\pi r}{v}} = \frac{q^2}{4\pi r} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$

(c) $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}$

(d) $\oint B dl = \mu_0 I$ (a) 円周の法則 X

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ (a) 円周の法則 X

別解

半径 r の円電流 I により、中心軸上の一点に生じる磁界を考える。

すなわち、 dB_1 は ds を一周する I と ds との距離 r の関係で dB_2 の方向を考える。

ビオサバールの法則より

$dB = \frac{\mu_0 I \sin\theta}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin\theta}{r^2 + x^2}$

$\sin\theta = \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}}$ と近似できる

$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{x}{r^2 + x^2}$

$dB_2 = dB \sin\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{x}{r^2 + x^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{\mu_0 I x}{4\pi (r^2 + x^2)^{3/2}}$

$B = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I x}{4\pi (r^2 + x^2)^{3/2}} ds = \frac{\mu_0 I x^2}{2\pi (r^2 + x^2)^{3/2}}$

$x \rightarrow 0$ とすると

$B_{x=0} = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 q^2}{8\pi r^2 \sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$

電気磁気学

1 (a) $\nabla^2 \phi = 0$

$(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}) = 0$

(b) $E = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z}$

$\nabla \times \nabla \times E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$ (a) 静電界

$\nabla \times E = 0$ (a) 静電界

ポアソンの定理 $\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$\nabla \nabla \cdot E = \nabla \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$

$\therefore \nabla^2 E = 0$

よって静電界 E の各座標成分 E_x, E_y, E_z はポアソン方程式を満たす $\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$

2

$\nabla \cdot A = -\frac{\mu_0 J}{\epsilon_0}$

$\nabla \cdot V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ (ポアソンの方程式)

$A \leftrightarrow V$

$\frac{\mu_0}{J} \leftrightarrow \frac{1}{\rho}$ と対応できる

面積密度 ρ の無限に広い平面板より、板に離れた点の電位は

$V = -\frac{\rho}{2\epsilon_0} y$

$A = \frac{\mu_0}{2} J y = -\frac{2}{2} \frac{1}{2} \mu_0 J y$

