平成 23 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題
（先進電磁エネルギー工学コース）

（実施時間　１４：００ ～ １６：００）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙や白紙を除いて 12 頁ある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．
　解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「電気物理１」，「電気物理２」，「プラズマ理工学１」，「プラズマ理工学２」，「光量子工学」，「ビーム工学」，及び，「光・電波工学」，の全部で７題あり，この順番に綴じられている．このうち，３題を選択し解答すること．

３．解答開始前に，別紙の「専門科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと．

４．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【電気物理１】 解答は，白色の解答用紙に記入すること．

問１～問３に答えなさい．

問１　以下の文章を読んで(ア)～(コ)に，適切な文字式を入れなさい．

ピストンが取り付けられた断熱剛体壁からなる容器に理想気体がnモル入っている系を考える．ここで，容器内側を系内，容器外側を系外として取り扱う．また，熱の出入りはピストンからのみ生じるとする．

ピストンが固定された状態で系外から系内へ熱量Qを与えると，系内に内部エネルギーとして蓄えられる．この内部エネルギーの変化量をdE_{int1}とすると，

$$dE_{\mathrm{int1}} = \boxed{\text{（ア）}} \tag{1}$$

となる．次にピストンが滑らかに動くようにし，系外と系内間の熱の出入りがない状態で，系外に向けてピストンを引いたところ，ピストンは準静的な状態を保ちつつ極めて微小距離だけゆっくりと変位した．この膨張過程において，系内の理想気体の圧力pは一定として取扱い，体積がdVだけ増加したとすると，系内の理想気体が系外へした仕事dWは,

$$dW = \boxed{\text{（イ）}} \tag{2}$$

であるため，内部エネルギーの変化量dE_{int2}は,

$$dE_{\mathrm{int2}} = -\text{（イ）} \tag{3}$$

となる．熱量の出入りとピストンの移動が同時に行われる場合，内部エネルギーの変化量は

$$dE_{\mathrm{int}} = \text{（ア）} - \text{（イ）} \tag{4}$$

と表すことができ，これを熱力学第１法則と呼ぶ．

さて，理想気体の内部エネルギーE_{int}は単一原子の並進運動エネルギーの総和で与えられる．単一原子は並進運動に対して３つの並進自由度をもち，理想気体の温度をTとすると，単一原子あたりの平均エネルギーは，ボルツマン定数k_{B}を用いて $\boxed{\text{（ウ）}}$ である．したがって，nモルの理想気体では,

$$E_{\mathrm{int}} = \frac{3}{2}nRT \tag{5}$$

の内部エネルギーをもつ．ここで，Rは気体定数を表す．また，nモルの理想気体に対し，圧力p，体積V，温度Tの間には，理想気体の法則から,

$$pV = \boxed{\text{（エ）}} \tag{6}$$

の関係式が成り立つ．そこで理想気体に対して，定積モル比熱をc_v，定圧モル比熱をc_pとするとき，熱力学第１法則と理想気体の法則から,

$$c_v = \frac{3}{2}R \tag{7}$$

および

$$c_p = \frac{5}{2}R \tag{8}$$

の関係が得られる．また，断熱過程では，理想気体の圧力と体積の間には,

$$pV^{\gamma} = \text{定数} \tag{9}$$

の関係が成り立つ．ここで，$\gamma = c_p / c_v$ は理想気体のモル比熱の比である．

図 1 に示すように，過程 I，III が等温変化，過程 II，IV が断熱変化からなるカルノーサイクルとして，ピストンを移動し，理想気体を膨張，圧縮した．２つの等温曲線のうち，高温側の温度を T_H，低温側の温度を T_L とする．各点 i (i = a, b, c, d) における圧力と体積をそれぞれ p_i，V_i (i = a, b, c, d) とする．点 a → 点 b → 点 c →点 d → 点 a と 1 サイクル変化したとき，

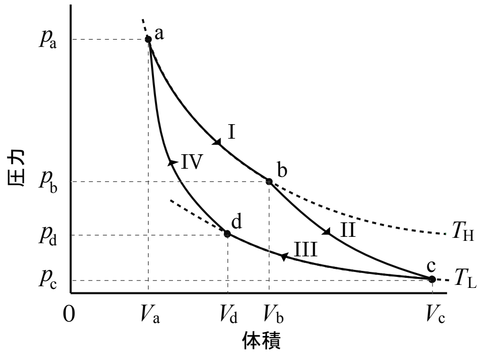

図 1　カルノーサイクル

過程 I から過程 IV までのそれぞれの過程に対する理想気体がする仕事を W_j (j = I, II, III, IV)とすると，

$$W_\mathrm{I} = \boxed{\text{（オ）}} \tag{10}$$

$$W_\mathrm{II} = \boxed{\text{（カ）}} \tag{11}$$

$$W_\mathrm{III} = \boxed{\text{（キ）}} \tag{12}$$

$$W_\mathrm{IV} = \boxed{\text{（ク）}} \tag{13}$$

である．また，各点 i (i = a, b, c, d)の体積について，V_a，V_b，V_c，V_d の間には，

$$\frac{V_\mathrm{b}}{V_\mathrm{a}} = \boxed{\text{（ケ）}} \tag{14}$$

となる関係が成り立つ. 熱効率 ε は 1 サイクルの間に気体がした仕事を 1 サイクルの間に熱として吸収したエネルギーで割ったもので定義されており，カルノーサイクルの場合，温度 T_H，T_L を用いて表すと

$$\varepsilon = \boxed{\text{（コ）}} \tag{15}$$

である．

問２　熱力学第 1 法則と理想気体の法則から(8)式が成り立つことを示しなさい．

問３　熱力学第 1 法則と理想気体の法則から(9)式が成り立つことを示しなさい．

【電気物理2】 解答は，赤色の解答用紙に記入すること.

以下の文章中の空欄（ア）～（コ）にあてはまる適切な文字式を解答せよ.

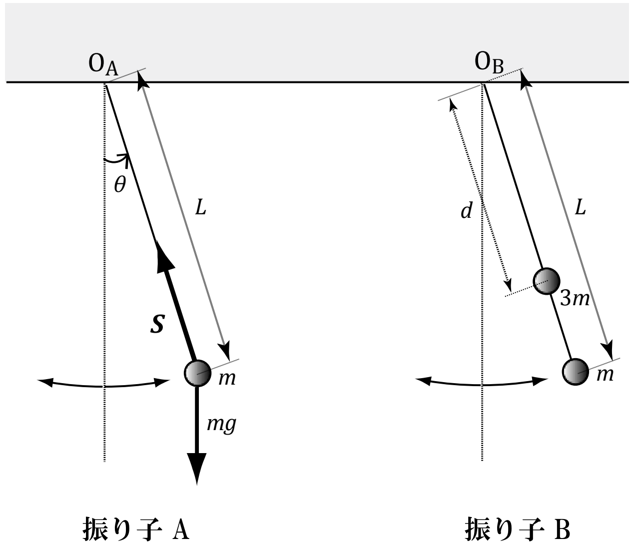

図１　２種類の振り子

図１は紙面内で振動している２種類の振り子である.（力のモーメントは反時計回りを正とする.）はじめに振り子 A について考える．振り子 A は質量を無視できる変形のない長さ $L\,(L>0)$ の棒につけられた質量 m の質点 (錘と呼ぶ) からなる単振り子である．錘に働いている力は，棒からの張力 $\boldsymbol{S}$ と鉛直方向の重力 mg (g は重力加速度)である．固定点O_Aを原点，棒が鉛直線となす角を θ とする．重力を錘の動径成分と軌跡に沿った接線成分に分解して考えたとき，動径成分は張力 $\boldsymbol{S}$ とつりあい，その大きさは m，g，θ で表すと $\boxed{\quad（ア）\quad}$ である．大きさ $mg\sin\theta$ の接線成分は，常に錘を中心位置へ戻すように，錘の変位と逆に働く力である．したがって，振り子の固定点のまわりの復元トルク τ は m，g，L，θ を用いて $\tau=\boxed{\quad（イ）\quad}$ である．固定点 O_A まわりの振り子の慣性モーメント I_A は m，L を用いて $I_A=\boxed{\quad（ウ）\quad}$ で，角加速度 $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ と復元トルク τ は

$$I_A\frac{d^2\theta}{dt^2}=\tau \tag{1}$$

の関係にある. 棒の振れ幅が十分に小さいとき $\sin\theta\fallingdotseq\theta$で近似できて, (1)式は $\frac{d^2\theta}{dt^2}=-{\omega_A}^2\,\theta$ $(\omega_A>0)$ のかたちに整理され単振動の式となる．角振動数 ω_A は g，L で表すと $\omega_A=\boxed{\quad（エ）\quad}$ である．また，平衡点 $(\theta=0)$ での錘の運動エネルギーを K_m とするとき，振れ角が最大となる角振幅 θ_m は m，g，L，K_m で表すと $\theta_m=\boxed{\quad（オ）\quad}$ である.

次に振り子 A が他の外力によって徐々に振幅が減衰する場合を考える．錘の軌跡に沿った接線成分に $F_d=-bL\frac{d\theta}{dt}$ (b は正の定数，$\frac{d\theta}{dt}$ は角速度）の外力が加わり，棒の振れ幅が十分に小さいときの振り子の運動方程式は,

$$mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2}=-mL^2{\omega_A}^2\,\theta-bL^2\frac{d\theta}{dt} \tag{2}$$

と考えることができる．(2)式の微分方程式の解が $\theta(t)=\theta'_m e^{-\lambda t}\cos\,(\omega'_A t+\varphi)$ （θ'_m，λ，

φ は正の定数）で表されるときの角振動数 ω'_{A} $(\omega'_{\mathrm{A}} > 0)$ は ω_{A}，m，b で表すと $\omega'_{\mathrm{A}} =$ $\boxed{（カ）}$ で，減衰のない場合の角振動数 ω_{A}より小さくなっている．ここで，因子 $e^{-\lambda t}$ は振幅の減衰を表し，定数 λ は $\lambda < \omega_{\mathrm{A}}$ である．

振り子 B は，質量を無視できる変形のない長さ L $(L > 0)$の棒に，質量 m の錘は固定点 $\mathrm{O_B}$ と反対の先端に固定し，質量 $3m$の錘は固定点 $\mathrm{O_B}$ から長さ d $(0 \leq d < L)$の位置に結びつけている．振り子は鉛直につり下げられており，その周りを微小な幅で振動している．振り子 B の重量中心から固定点 $\mathrm{O_B}$ までの長さは h ＝$\boxed{（キ）}$ で，固定点 $\mathrm{O_B}$ のまわりの振り子 B の慣性モーメント I_{B} は m，L，d で表すと，$I_{\mathrm{B}} =$ $\boxed{（ク）}$ である．したがって，振り子 B の周期 T_{B} は g，d，L で表すと $T_{\mathrm{B}} =$ $\boxed{（ケ）}$ である．

振り子 B の周期は長さ d によって変化し，d が 0 で最長となり，振幅が減衰しない場合の振り子 A の周期と同じである．また，周期 T_{B} が最短となるのは d/L = $\boxed{（コ）}$ の条件を満たすときである．

【プラズマ理工学 1】解答は、水色の解答用紙に記入すること.

問１では空欄（ア）～（カ）には，適切な文字式を記入するか，２つの語句が書かれているところでは，適当な方を選択せよ．

問２～問４では適切な数値、数式等を用いた説明をせよ．

問１　レーザー光（電磁波）が，真空中を伝搬する際，ω_L（レーザー角周波数 ），k_L（レーザー波数 = $2\pi/\lambda_L$, λ_L:レーザー波長）と c （光速）を使って表現する分散関係は，

$$\omega_L{}^2 = \boxed{（ア）} \qquad (1)$$

であることはよく知られている．

上記の場合、x方向に波として伝搬するレーザー光の電界（$\boldsymbol{E}$ ：ベクトル）は，時間をtとすると，

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \exp\ (\boxed{（イ）} - \boxed{（ウ）}) \qquad (2)$$

の様に, ω_L と k_L を位相項に持つ複素表示の波の形式で表すことが出来る．ここで虚数単位は i で表す．(1)式を k_L について解くと，k_L は有限の値となる．(2)式は, k_L が有限の値を取ればレーザー光は常に真空中を伝搬する事を示す．

　レーザー光がプラズマ中を伝搬する場合，真空での伝搬とは異なる．プラズマ中でのレーザー波数をkとすると，(2) 式で（k_Lをkに置きかえる)，kが「0」の場合，空間伝搬に対応する項が消えるので，このレーザー光は伝搬出来なくなる．kが「虚数」の場合，レーザー光は指数関数的に $\boxed{\text{（エ）“増幅もしくは減衰して”，“増幅も減衰もせずに”}}$伝搬する事を示している．

　レーザー光電場の速い振動に追随できるプラズマ中の$\boxed{\text{（オ）“電子”，“イオン”}}$が主にレーザー光の伝搬に影響を与える事が出来る．プラズマ中の電子は，その電子密度で決まる固有の電子プラズマ角周波数を持っている．

n_e， e， m_e， ε_0は，それぞれプラズマ電子密度，素電荷，電子質量，真空中の誘電率であり，これらを用いて電子プラズマ角周波数 ω_p を表すと

$$\omega_p{}^2 = \boxed{（カ）} \qquad (3)$$

と書ける．この電子プラズマ周波数 ω_p を用いてレーザー光のプラズマ中での分散関係式は，

$$\omega_L^2 = \omega_p{}^2 + c^2k^2 \qquad (4)$$

で表される．

問２　(1)式を用いてレーザーの周波数 f（$f = \omega_L/2\pi$）を求めなさい．その場合レーザー波長 λ_L は 1 μm, 光速 c は，$c = 3\times10^8$ m/s を用いよ．

問３　レーザー光のプラズマ中での分散関係式から，レーザー光が伝搬出来なくなる条件を導きなさい．

問４　問３の条件が成立する場合，レーザー光はどういう挙動を示すことになるか述べなさい．

【プラズマ理工学2】 解答は，桃色の解答用紙に記入すること.

以下の空欄（ア）〜（サ），及び（ス）に，適当な文字式，または語句を入れよ． 2つの語句が書かれているところでは，適当な方を選択せよ．また，（シ）には説明文を挿入せよ．

プラズマ中で荷電粒子は電場によって加速されるが，他の粒子との衝突により運動量を失うので，平均的に見てある一定の速さで流れていく．一方，圧力勾配があると，圧力の高い方から低い方へプラズマは流れる．定常状態で無磁界の場合，プラズマの運動方程式（1 次元（x 方向），物理量はすべてスカラー量）は以下のように表される．ただし，ここでプラズマは 1 価の正イオンと電子からなるとする．

1 価イオン： $neE - \dfrac{dp}{dx} - nm_i\nu_i u_i = 0$ (1)

電子： $-neE - \dfrac{dp}{dx} - nm_e\nu_e u_e = 0$ (2)

n は密度（イオンと電子で等しいとする）， e は素電荷， m_i と m_e は質量， u_i と u_e は流速， E は電場， ν_i と ν_e は衝突周波数である．ここで、下付の i はイオン， e は電子に関係する量であることを示す．また，圧力 p は $p = nk_{\mathrm{B}}T$ を満たすとする（k_{B} ：ボルツマン定数， T ：温度（イオンと電子で等しく，一定値とする））．イオンフラックス $\varGamma_i = nu_i$ は(1)式より，

$\varGamma_i = \boxed{（ア）} \times nE - \boxed{（イ）} \times \dfrac{dn}{dx}$ (3)

と書かれる．ここで，表式（ア）（以下 μ_i で表す）は$\boxed{（ウ）}$と呼ばれ，表式（イ）（以下 D_i で表す）は$\boxed{（エ）}$と呼ばれる．また， $D_i/\mu_i = \boxed{（オ）}$となる．この関係式は荷電粒子の流れに関連する一般的なものであり，“$\boxed{（カ）}$の関係式”と呼ばれる．電子の場合， μ_e と D_e は以下のように定義される．

$\varGamma_e = -\mu_e nE - D_e \dfrac{dn}{dx}$ (4)

まず， $D_{i,e} = 0$ の場合を考える．プラズマ中の電流密度 J は， μ_i ， μ_e 及び n を用いて以下のよう書ける．

$J = \left(\boxed{（キ）}\right) \times eE$ (5)

プラズマ中では，$\boxed{（ク）“電子”，“イオン”}$がほとんどの電流を運ぶため， μ_e が μ_i よりずっと$\boxed{（ケ）“大きい”，“小さい”}$．したがって，プラズマの導電率 σ （$\sigma = J/E$）は以下のように近似できる．

$\sigma \approx \boxed{（コ）}$ (6)

次に， $D_{i,e} \neq 0$ の場合を考える．プラズマ中では， D_e が D_i よりずっと$\boxed{（サ）“大きい”，“小さい”}$ため，圧力勾配によるイオンと電子の流れには大きな差が生じるが，実際にはイオンと電子の流れに差は生じず，プラズマの電気的中性はおおむね保たれる．この理由は，

$\boxed{（シ）\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$.

このとき，プラズマのフラックス $\varGamma$ （$\varGamma = \varGamma_i = \varGamma_e$）を $\varGamma = -D_a\, dn/dx$ と表すと，$D_a = \boxed{（ス）}$となる（ μ_i ， μ_e ， D_i ， D_e で表すこと）．

【光量子工学】解答は，緑色の解答用紙に記入すること.

以下の文章の(ア)～（サ）にあてはまる適切な文字式または語句を入れよ．（キ）は適当な方を選べ．（シ）は説明文を記せ．

光が波動であるとともに粒子としての側面を持つように，物質も粒子であるとともに波動としての側面を持つ．一般に波の振動数をν，角周波数をω，波数を k, 波長をλとすると，波の $\boxed{（ア）}$ 速度 v_p は

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \nu\lambda \tag{1}$$

のようになる．また波の群速度 v_g は v_p と λ で

$$v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k} = \boxed{\quad（イ）\quad} \tag{2}$$

のように与えられる．

質量 m, 速度 u をもった 1 個の粒子の全エネルギーE とその粒子がもつ波としての側面を表す波長 λ との関係は，光子に対するアインシュタインの関係式 $E = h\nu$ を拡張して考え

$$E = \frac{1}{2}mu^2 + E_P(x, y, z) = h\nu = \frac{hv_p}{\lambda} \tag{3}$$

で与えられるとする．ここで $E_P(x, y, z)$は位置(x, y, z)の関数でポテンシャルエネルギーを表す．

一方，(1)式を λ で微分すると波の群速度 v_g と波長 λ で

$$\frac{\partial\nu}{\partial\lambda} = \boxed{\quad（ウ）\quad} \tag{4}$$

のように表すことができる．(3)および(4)式より粒子速度 u を波長 λ で微分した場合

$$\frac{\partial u}{\partial\lambda} = -\frac{h}{m}\cdot\boxed{（エ）} \tag{5}$$

となる．粒子速度 u と波の群速度 v_g が等しいと仮定すれば，(5)式を積分して積分定数を 0 とおくことで波長 λ は

$$\lambda = \boxed{（オ）} \tag{6}$$

のように運動量 p で表わすことができる．この波長をド・ブロイ波長という．

このド・ブロイ波の（ア）速度 v_p と群速度 v_g を(3)および(6)式より求める．ここで特殊相対論を考慮したエネルギーの表記 $E^2 = m_0{}^2c^4 + p^2c^2 = (mc^2)^2$ を使うと（m_0 は静止質量とする），（ア）速度 v_p は光速 c と粒子速度 u で

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \boxed{\quad（カ）\quad} \tag{7}$$

のように与えられ，光速 c より大きくなることが $\boxed{（キ）“ある”，“ない”}$．
また群速度 v_g は

$$v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k} = \frac{dE}{dp} = u \tag{8}$$

となり，ド・ブロイ波の群速度が粒子速度に等しくなり，上述の仮定（粒子速度 u と波の群速度 v_g が等しい）と矛盾しない結果を得る．

次に３次元空間において温度 T で熱運動している熱粒子のド・ブロイ波長(熱的ド・ブロイ波長)を考える．k_B をボルツマン定数として粒子の持つ熱エネルギー U を $U = \frac{3}{2}k_B T$ で与えると，温度 T における熱的ド・ブロイ波長は,

$$\lambda = \boxed{\quad（ク）\quad} \tag{9}$$

のように温度 T と質量 m の関数となる．これより熱的ド・ブロイ波長は，軽い粒子ほど $\boxed{（ケ）}$，また温度が低いほど $\boxed{（コ）}$ なることが解る．さらに体積 V の空間に N 個の粒子が存在する場合，平均粒子間隔と熱的ド・ブロイ波長を比較することで，波の側面をもった粒子（波動関数)の重なりが無視できなくなる臨界温度 T_c が

$$T_c = \boxed{\quad（サ）\quad} \tag{10}$$

で与えられる．この臨界温度以下になると，この系においてどのような物理的性質または現象が期待できるか簡単に述べよ．

$$\boxed{\qquad\qquad\qquad（シ）\qquad\qquad\qquad}$$

【ビーム工学】　解答は，灰色の解答用紙に記入すること．

以下の空欄（ア）～（ス）に適切な文字式，数式を記入せよ．但し，(キ)はグラフを書くこと．

問１　真空中で図１のように半径 r_0 で z 方向に無限に長い円柱状の電荷分布によって生ずる電界 $\boldsymbol{E}(E_r, E_\varphi, E_z)$ をマクスウェル方程式から求める．電荷密度 ρ は一定であり，$r = r_0$ における表面電荷密度 $\xi = 0$ とする．なお，真空中の誘電率を ε_0 とする．電束に関するガウスの法則を表す微分方程式は，円柱座標系 (r, φ, z) において，系の対称性と z 方向の一様性より，$\partial/\partial\varphi = \partial/\partial z = 0$ なので，$\boldsymbol{E}$ は r 方向成分 E_r のみとなり，次式のようになる．

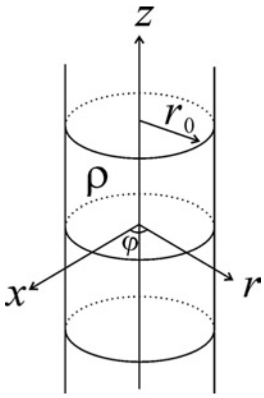

図１

$$\nabla \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E} = \frac{1}{r}\frac{\partial\left(\varepsilon_0 \boxed{\text{(ア)}}\right)}{\partial r} = \begin{cases} \boxed{\text{(イ)}} & r < r_0 \\ \boxed{\text{(ウ)}} & r > r_0 \end{cases} \qquad (1)$$

$r = r_0$ における表面電荷密度 $\xi = 0$ なので，円柱の外と内の電界をそれぞれ $\boldsymbol{E}_1$ および $\boldsymbol{E}_2$ で表し，境界面の法線単位ベクトルを $\boldsymbol{n}$ で表すと境界条件は次式で表される．

$$\boxed{\text{(エ)}} \qquad (2)$$

すなわち，電界 $\boldsymbol{E}$ の法線成分 E_r は $r = r_0$ で連続となる．(2)式を用いて(1)式を解くと E_r は次のようになる．

$$E_r = \begin{cases} \boxed{\text{(オ)}} & r < r_0 \\ \boxed{\text{(カ)}} & r \geq r_0 \end{cases} \qquad (3)$$

したがって，(3)式より $|\boldsymbol{E}|$ の r 方向分布を図示すると $\boxed{\text{(キ)}}$ のようになる．

問２　図２に示すように半径 r_0 の荷電粒子ビームの引き出し孔から，円柱状のビームが半径 r_w の容器中へ引き出されている．円柱座標の原点 O を引き出し孔の中心にとり，ビームの進行方向を z 軸方向とする．$z = 0$ で電荷密度 ρ，電流密度 J_0 はそれぞれ一定値とし，速度 v_0 とする．ビーム引き出し孔の近傍では上記問１で求めた空間電荷による電界が適用できるとして，以下ではビームの発散を考える．電流密度 J_0 は電荷密度 ρ と速度 v_0 を用いて

$$J_0 = \boxed{\text{(ク)}} \qquad (4)$$

より，(3)式中の ρ を消去するとビーム中の電界は次のようになる．

$$E_r = \boxed{\text{(ケ)}} \qquad (5)$$

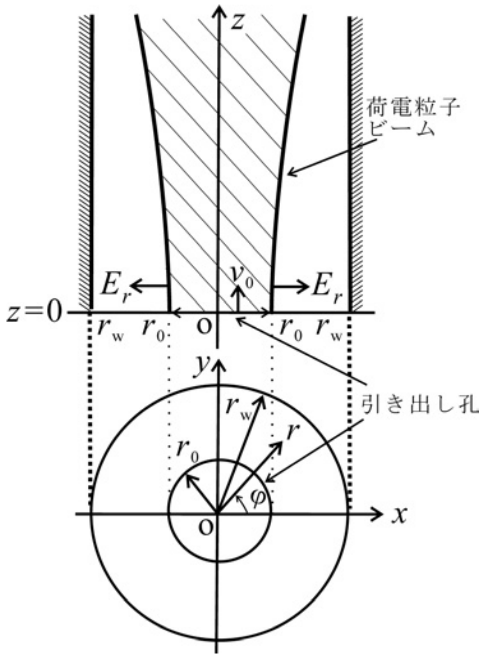

図２

ビームは z 軸方向に等速運動するとして， $\dfrac{dr}{dt}=\dfrac{dr}{dz}\dfrac{dz}{dt}=v_0\dfrac{dr}{dz}$ を用いると，次の関係が得られる．

$$\frac{d^2r}{dt^2}=\boxed{\quad（コ）\quad} \qquad (6)$$

今，荷電粒子の速度 v_0 は光速 c に比べて十分小さく，かつ電界 E_r のみが作用する場合，円柱座標系 (r, φ, z)において, 質量 m, 電荷 qe(q は価数, e は素電荷)の荷電粒子に対する運動方程式の r 方向成分は, 次のように表される．

$$\boxed{\quad（サ）\quad}=\frac{qe}{m}E_r \qquad (7)$$

ここで， $d\varphi/dt=0$ が成り立つと仮定し，(5)式及び(6)式を用いると(7)式は次のようになる．

$$\frac{d^2r}{dz^2}=\boxed{\quad（シ）\quad} \qquad (8)$$

$z=0$ で $dr/dz=0$, $r=r_0$ の初期条件で(8)式を解き, ビーム加速電圧を V_0 とすると, $v_0=\left(2qeV_0/m\right)^{1/2}$

であるから，自己電界によるビームの広がりの包絡線の軌道は次式のようになる．

$$r=\frac{J_0}{V_0^{3/2}}\frac{\left(\boxed{\quad（ス）\quad}\right)^{1/2}r_0}{2^{7/2}\varepsilon_0}z^2+r_0 \qquad (9)$$

したがって，V_0 が一定のもとでは自己電界による荷電粒子ビームの広がりは， z^2， J_0，並びに

$\left(\quad（ス）\quad\right)^{1/2}$ に比例して広がることになる．

【光・電波工学】 解答は，黄色の解答用紙に記入すること．

直角座標系において真空中を z 方向へ伝播する平面電磁波の電界 $\mathbf{E}$ は，一般に次のように表すことができる．

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x A_x \cos(at - bz + c_x) + \mathbf{e}_y A_y \cos(at - bz + c_y)$$

但し，{$\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$} はそれぞれ {x, y} 方向の単位ベクトル，t は時刻，その他のパラメータは伝播特性を決める定数である．これに関し，以下の問いに答えよ．解答にあたっては，暗記している定義式からではなく，上式から論理的に答を導出し，その導出過程を記すこと．なお以下の設問において，位相値はラジアンで表されているものとする．

(i) 固定時刻 t_0 における電界は，z 方向に周期的に変化している．１周期分の長さを上記パラメータで表せ．また，固定位置 z_0 における電界は，時間的に振動している．この振動の周波数を上記パラメータで表せ．

(ii) 時刻 t_0 で電界の空間波形を観測し，さらに微小時間 Δt 後に観測したところ，同じ波形を保ったまま $+z$ 方向に Δz だけ移動していた．このことより，電磁波の速度 v を上記パラメータで表せ．

(iii) 上記解答より電磁波の波長 λ，周波数 f，及び速度 v の関係式を導き，さらに，波長 λ_0 の電磁波と波長 $(\lambda_0 + \Delta\lambda)$ の電磁波の周波数差を，λ_0 と $\Delta\lambda$ と v で表せ．但し，$\lambda_0 >> \Delta\lambda$ とする．

(iv) 固定位置 z_0 での電界は，xy 平面上で時間的に振動している．$A_x = A_y$, $c_x = 0.6\pi$，$c_y = 1.6\pi$，であるときの振動の軌跡を図示せよ．

(v) {$A_x = A_y = A_0$, $a = a_1$, $b = b_1$, $c_x = c_0$, $c_y = c_0 + \pi/2$} である電磁波１と {$A_x = A_y = A_0$, $a = a_2$, $b = b_2$, $c_x = c_0$, $c_y = c_0 + \pi/2$} である電磁波２の電界を固定時刻でみたところ，$z = z_0$ では両者は同じベクトル値であったが，z が z_0 から離れるにしたがって差が生じ，$z = z_0 + \Delta z$ では {x, y} 成分いずれも絶対値は同じで符号が逆となっていた．この２つの電磁波の周波数差を Δz と v で表せ．