

九州大学大学院システム情報科学府

電気電子工学専攻

平成 2 8 年度入学試験問題

【平成 2 7 年 8 月 2 0 日（木）、2 1 日（金）】

数 学 (Mathematics)

(7 枚中の 1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め 7 枚、解答用紙は 3 枚つづり (1 分野につき 1 枚) である。
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の 6 分野から 3 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分方程式	Differential equation	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	複素関数論	Complex function theory	5
5	確率・統計	Probability and statistics	6
6	記号論理学	Symbolic logic	7

- 解答用紙の全部に、専攻名、コース名 (情報学専攻を除く)、選択分野番号 (○で囲む)、受験番号および氏名を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, course name (except the department of informatics), the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

数 学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

任意の行列 A を引数に取り行列を返す関数 $f(A) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A & A \\ A & -A \end{pmatrix}$ について、以下の各問に答えよ。

- (1) A が直交行列のとき、 $f(A)$ も直交行列となることを示せ。
- (2) A_0 を 1×1 行列 $A_0 = (1)$ とし、任意の整数 $n \geq 1$ に対し、 $2^n \times 2^n$ 行列 A_n を $A_n = f(A_{n-1})$ と定義する。このとき、各成分が1の 2^n 次元行ベクトル $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)$ と行列 A_n の積 $\mathbf{1}A_n$ を求めよ。
- (3) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_d\}$ を A の列空間 (A の列ベクトルが張る部分空間) の基底とする。このとき、

$$\left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_d \\ \mathbf{v}_d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ -\mathbf{v}_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_d \\ -\mathbf{v}_d \end{pmatrix} \right\}$$

が $f(A)$ の列空間の基底となることを示せ。

Consider the following function f that takes any matrix A as argument and returns a matrix $f(A) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A & A \\ A & -A \end{pmatrix}$. Answer the following questions.

- (1) Show that if A is orthonormal, then so is $f(A)$.
- (2) Let A_0 be the 1×1 matrix defined as $A_0 = (1)$ and for every integer $n \geq 1$, let A_n be the $2^n \times 2^n$ matrix defined as $A_n = f(A_{n-1})$. Then, obtain the product $\mathbf{1}A_n$, where $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)$ is the 2^n -dimensional row vector whose components are all 1's.
- (3) Let $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_d\}$ be a basis of the column space of A , where the column space of A is the span of the column vectors of A . Show that

$$\left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_d \\ \mathbf{v}_d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ -\mathbf{v}_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \mathbf{v}_d \\ -\mathbf{v}_d \end{pmatrix} \right\}$$

is a basis of the column space of $f(A)$.

数 学 (Mathematics)

(7 枚中の 3)

6 分野のうちから 3 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

2. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

$x > 0$ で定義された関数 $y(x)$ に関する以下の微分方程式において、変数変換 $x = e^t$ を用いて一般解を求めよ。なお、 y' は関数 $y(x)$ の x に関する 1 階導関数を表している。

(1) $x^2 y'' - xy' - x - 3y = 0$

(2) $x^3 y''' + 6x^2 y'' + 4xy' - 4y = 0$

Find general solutions with the replacement $x = e^t$ to the following differential equations, in each of which a function $y(x)$ is defined for $x > 0$. Here, y' denotes the derivative of first order with respect to x for a function $y(x)$.

(1) $x^2 y'' - xy' - x - 3y = 0$

(2) $x^3 y''' + 6x^2 y'' + 4xy' - 4y = 0$

数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ とする。ベクトル場を $\mathbf{A} = xz\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$ とし、面 S を $\{(x, y, z): x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 2\}$ の全表面とする。 \mathbf{A} の S 上の面積分を計算せよ。

Let \mathbf{i}, \mathbf{j} and \mathbf{k} denote the unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates, respectively. Let S be the surface of $\{(x, y, z): x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 2\}$. Evaluate the surface integral for the vector field $\mathbf{A} = xz\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$ over S .

数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

4. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

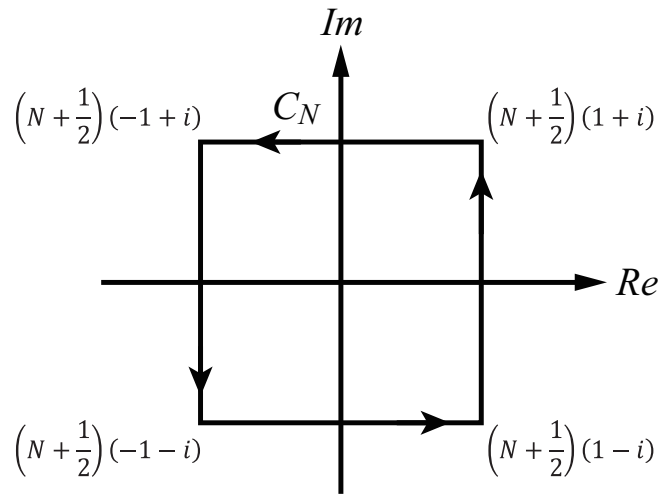
複素関数 $f(z) = \frac{\pi \cot \pi z}{z^2 + a^2}$ を考える。ただし、 $a > 0$ とする。次の各問に答えよ。

(1) $f(z)$ のすべての極における留数を求めよ。

(2) 図に示す閉路 C_N に沿った複素積分 $\oint_{C_N} f(z) dz$ を考える。ただし、 N は自然数とする。

$\lim_{N \rightarrow \infty} \oint_{C_N} f(z) dz$ の値を求めよ。

(3) $\lim_{N \rightarrow \infty} \oint_{C_N} f(z) dz$ の値を用いて、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + a^2} = \frac{\pi}{2a} \coth \pi a - \frac{1}{2a^2}$ を示せ。



Consider the complex function $f(z) = \frac{\pi \cot \pi z}{z^2 + a^2}$, where $a > 0$. Answer the following questions.

(1) Find the residues of $f(z)$ at all its poles.

(2) Consider the complex integral $\oint_{C_N} f(z) dz$, where C_N is a closed path as shown in the figure and N is a natural number. Find the value of $\lim_{N \rightarrow \infty} \oint_{C_N} f(z) dz$.

(3) Using the value of $\lim_{N \rightarrow \infty} \oint_{C_N} f(z) dz$, prove that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + a^2} = \frac{\pi}{2a} \coth \pi a - \frac{1}{2a^2}$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

5. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

確率 p ($0 < p < 1$) で表の出るコインを用いて1人のプレイヤーが行うゲームを考える。プレイヤーは持ち点を0としてゲームを開始し、コイントスを行って表が出れば持ち点が1増え、裏が出れば持ち点が1減る試行（ラウンドと呼ぶ）を繰り返す。持ち点が2になればプレイヤーの勝利でゲームが終了し、持ち点が-2になればプレイヤーの敗北でゲームが終了する。以下の各問に答えよ。

- (1) 各 $k = 1, 2, 3$ について、丁度 $2k$ ラウンドでプレイヤーが勝利する確率、および丁度 $2k$ ラウンドでプレイヤーが敗北する確率をそれぞれ求めよ。
- (2) このゲームでプレイヤーが勝利する確率を求めよ。
- (3) このゲームを100回繰り返すとき、プレイヤーが勝利する回数の期待値と分散を求めよ。
- (4) $p = 0.6$ とする。このゲームを100回繰り返すとき、プレイヤーが勝利する回数が50未満の確率は $1/10$ より大きいか否か理由と共に答えよ。

Consider a game by a single player using a coin with head probability p ($0 < p < 1$). The player starts the game with her initial score 0, and repeats a trial (called round) in which she tosses a coin and increases her score by one if head, otherwise decreases her score by one. The game is over with her win once her score gets to 2, while the game is over with her defeat once her score gets to -2. Answer the following questions.

- (1) For each $k = 1, 2, 3$, answer the probability that she wins the game exactly at the $2k$ -th round and the probability that she loses the game exactly at the $2k$ -th round, respectively.
- (2) Answer the probability that she wins the game.
- (3) Answer the expectation and the variance of the number of times that she wins when she repeats the game 100 times.
- (4) Let $p = 0.6$. Establish with reason whether or not the probability is higher than $1/10$ that the number of times she wins is less than 50 when she repeats the game 100 times.

数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

6. 【記号論理学 (Symbolic logic) 分野】

- (1) シーケント $\neg(p \rightarrow (p \rightarrow q)), q \vdash r$ を自然演繹法により証明せよ。
- (2) $A = \neg((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r))$ とする。
- (a) $\neg A$ を $p \wedge (\neg q \vee p) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \vee (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$ に同値変形する過程を示せ。
- (b) 導出法 (resolution) により A が妥当であることを示せ。
- (3) 以下の述語論理式を考える。ただし、 a, b は定数記号である。
- $\forall x \forall y \forall z (W(x, y) \wedge W(y, z) \rightarrow W(z, x))$
 - $\forall x \forall y (W(x, y) \rightarrow \neg W(y, x))$
 - $\forall x \exists y W(x, y)$
 - $W(a, b)$
- (a) $\forall x \neg W(x, x)$ が ii の論理的帰結であることを示せ。
- (b) $\exists x (W(x, a) \wedge W(b, x))$ が i, ii, iii, iv の論理的帰結であることを示せ。
- (1) Prove by natural deduction the sequent $\neg(p \rightarrow (p \rightarrow q)), q \vdash r$.
- (2) Let $A = \neg((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r))$.
- (a) Show the steps to convert $\neg A$ to its equivalent formula:
 $p \wedge (\neg q \vee p) \wedge (p \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \vee (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$.
- (b) Prove by resolution that A is valid.
- (3) Consider the following predicate formulas, where a and b are constants.
- $\forall x \forall y \forall z (W(x, y) \wedge W(y, z) \rightarrow W(z, x))$
 - $\forall x \forall y (W(x, y) \rightarrow \neg W(y, x))$
 - $\forall x \exists y W(x, y)$
 - $W(a, b)$
- (a) Show that $\forall x \neg W(x, x)$ is a logical consequence of ii.
- (b) Show that $\exists x (W(x, a) \wedge W(b, x))$ is a logical consequence of i, ii, iii, iv.

専門 I (Special subjects I)

解答上の注意(Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め 11 枚、解答用紙は 3 枚である。

You are given 11 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets.

3. 以下の 3 分野から 1 分野を選び解答すること。

Select 1 out of the following 3 fields and answer the problems.

1	電気回路	Circuit theory	2~
2	電子回路	Electronic circuits	4~
3	制御工学	Control engineering	8~

4. 解答用紙の全部に、志望するコース名、選択分野名、受験番号および氏名を記入すること。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the course name, selected field name, your examinee number and your name.

5. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, please indicate this clearly.

電気回路

4 問中 3 問を選び、解答用紙欄に解答した問題番号を記入すること。

【問 1】 図 1 の回路において、電流 I_1 と I_2 の位相差は $\frac{\pi}{2}$ である。以下の問いに答えよ。

- (1) R_1, R_2, X_1, X_2 の間の関係式を示せ。
- (2) $|I_1| = 1.5 \text{ A}, |I_2| = 2.0 \text{ A}$ のとき、端子対 1-1' から右側の力率 $\cos \left\{ \arg \left(\frac{E}{I} \right) \right\}$ を求めよ。

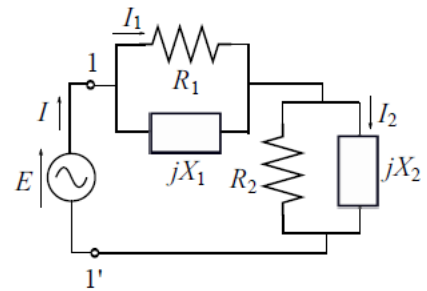
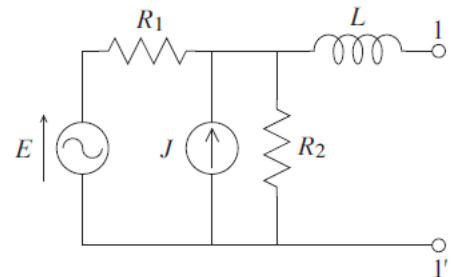


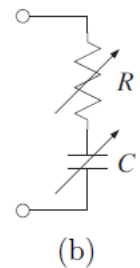
図 1

【問 2】 図 2 の回路について、次の問いに答えよ。ただし、電源 E と J の角周波数を ω とする。

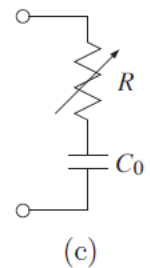
- (1) 図 2(a) に示すような端子対 1-1' 間の回路と等価な電圧源の開放電圧 E_0 と内部インピーダンス Z_0 を求めよ。
- (2) 図 2(a) の端子対 1-1' 間に図 2(b) に示すような可変抵抗 R と可変容量 C を接続したとする。 R で消費される電力が最大となる R と C を求めよ。
- (3) 図 2(a) の端子対 1-1' 間に図 2(c) に示すような可変抵抗 R と固定容量 C_0 を接続したとする。 R で消費される電力が最大となる R を求めよ。



(a)



(b)



(c)

図 2

【問 3】 図 3 の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源の角周波数は ω とする。

- (1) 閉路電流 I_1, I_2, I_3 を変数に用いて閉路方程式を立てよ。
- (2) 容量 C_1 と容量 C_2 を変化させたところ、電源電圧 E と閉路電流 I_3 が同相となった。このときの抵抗 R における消費電力 P を求めよ。

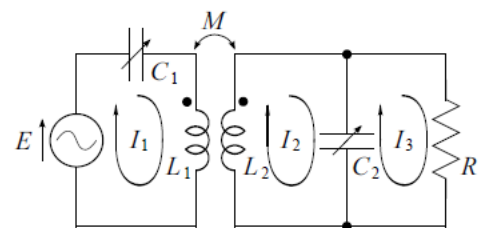


図 3

【問 4】 図 4 の回路について、時刻 $t = 0$ においてスイッチ S を閉じる。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、スイッチ S を閉じる直前の回路は定常状態にあるとし、 $q(0) = 0$ とする。

- (1) $t > 0$ における電荷 $q(t)$ を求めよ。
- (2) $t > 0$ においてコイルに流れる電流 $i(t)$ が最大となる時刻 t_m を求めよ。

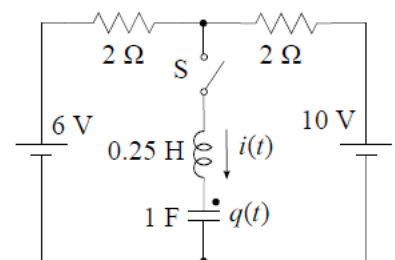


図 4

Circuit theory

Choose three out of the four questions and write the chosen question number on each answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where the phase difference between I_1 and I_2 is $\frac{\pi}{2}$.

- (1) Find the equation representing the relation among R_1 , R_2 , X_1 and X_2 .
- (2) Find the value of power coefficient $\cos \left\{ \arg \left(\frac{E}{I} \right) \right\}$ in the right side of terminal pair 1-1', when $|I_1| = 1.5$ A and $|I_2| = 2.0$ A.

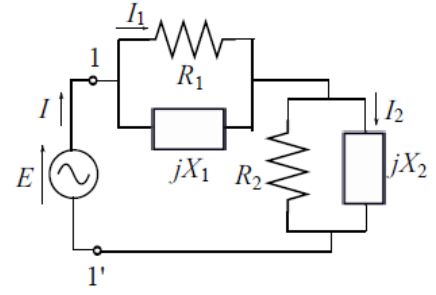
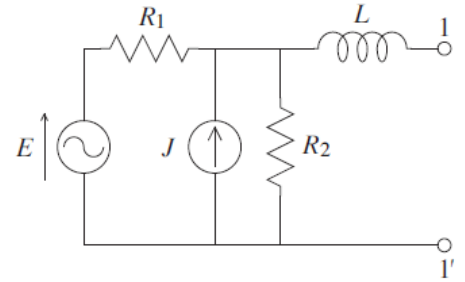


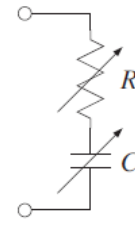
Fig. 1

【Q2】 Consider the circuits shown in Fig. 2, where the sources E and J have the same angular frequency ω . Answer the following questions.

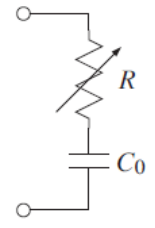
- (1) Find the open voltage E_0 and the internal impedance Z_0 for the voltage source equivalent to the circuit between the terminals 1-1' in Fig. 2(a).
- (2) The variable resistance R and the variable capacitance C shown in Fig. 2(b) are connected in series between the terminals 1-1' in Fig. 2(a). Find the resistance R and the capacitance C when the effective power at R is maximized.
- (3) The variable resistance R and the fixed capacitance C_0 shown in Fig. 2(c) are connected in series between the terminals 1-1' in Fig. 2(a). Find the resistance R when the effective power at R is maximized.



(a)



(b)



(c)

Fig. 2

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where ω is the angular frequency of the power source.

- (1) Write the mesh equations using the mesh currents I_1 , I_2 and I_3 as variables.
- (2) Find the power consumption P at the resistance R when the phase difference between the source voltage E and the current I_3 becomes zero by changing the values of the capacities C_1 and C_2 .

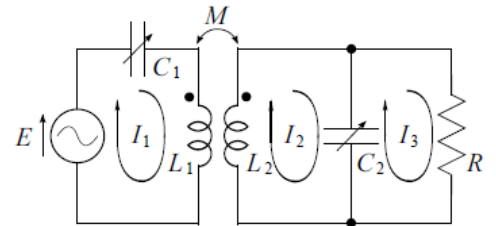


Fig. 3

【Q4】 In the circuit shown in Fig. 4, the switch S is closed at $t = 0$. Answer the following questions under the assumption that the circuit is in steady state just before the switch S is closed, and $q(0) = 0$.

- (1) Find the charge $q(t)$ for $t > 0$.
- (2) Find the time t_m at which the current $i(t)$ is maximized for $t > 0$.

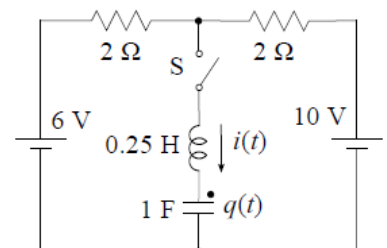


Fig. 4

次の各問(1, 2, 3)に答えよ。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1. 図1(a)に示す回路の伝達関数 $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$ を求めよ。また、同図(b)の場合について、 $G(s)$ を導き、電圧利得および位相の周波数特性の概形を描け。但し、演算増幅器は理想的であるとする。

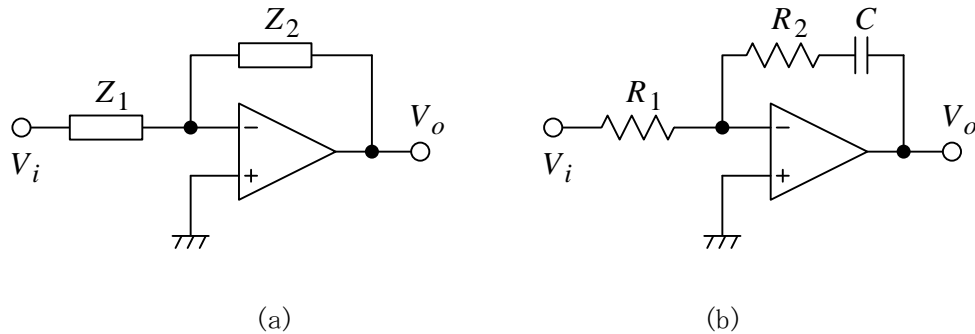


図1

2. 図2(a)に示す特性を持つツェナーダイオード Z を使い、同図(b)に示すように抵抗 R と組み合わせてリミッタを作った。この回路の入出力電圧特性を同図(c)に示した座標系で示せ。次に、入力電圧 V_i として同図(d)に示すような正弦波を与えたときの出力電圧 V_o の波形を示せ。

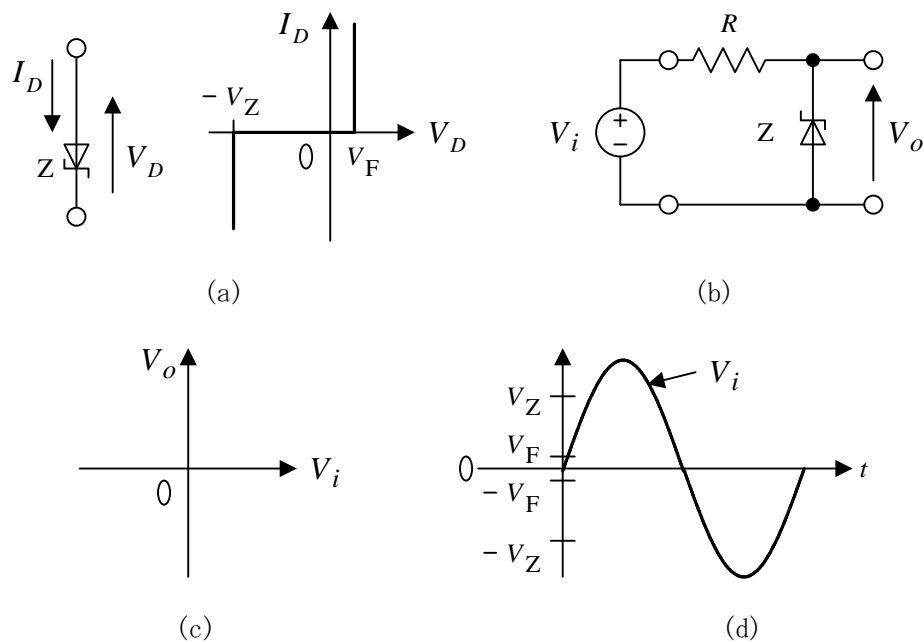


図2

3. 図3に示すRC正弦波発振器について、次の問に答えよ。但し、演算増幅器は理想的であるとする。
- (1) Aの非反転増幅器の部分の利得 G_A を求めよ。
 - (2) BのRC回路の部分の利得（減衰率） G_B を求めよ。
 - (3) RC正弦波発振器のループ利得 T を求めよ。但し、 $T = G_A G_B$ である。
 - (4) 発振が定常状態にある時の発振角周波数と振幅条件を求めよ。

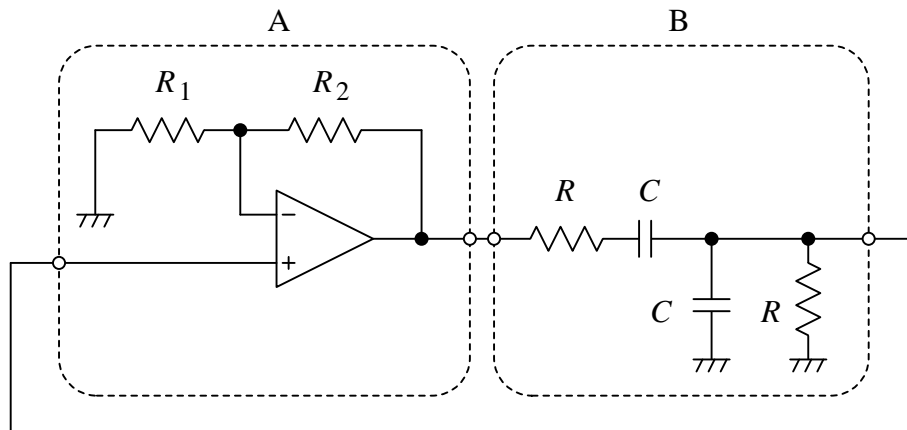


図3

Answer the following questions (1, 2, 3). All answers should be written on the answer sheets.

- Derive the transfer function $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$ for the circuit shown in Fig. 1 (a). Then, derive $G(s)$ for the circuit shown in Fig. 1 (b), and sketch the frequency characteristics of the voltage gain and the phase. The operational amplifiers are assumed to be ideal.

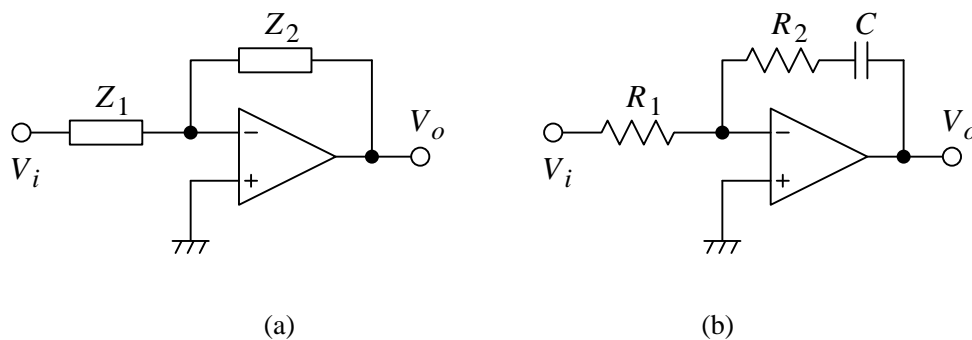


Fig. 1

- By using a Zener diode with its voltage-current characteristic shown in Fig. 2 (a), a limiter circuit as shown in Fig. 2 (b) has been constructed with a resistor R . Sketch the input-output voltage characteristic of the limiter circuit on the coordinate plane as shown in Fig. 2 (c). Draw the waveform of the output voltage V_o when the sinusoidal input voltage V_i is applied as shown in Fig. 2 (d).

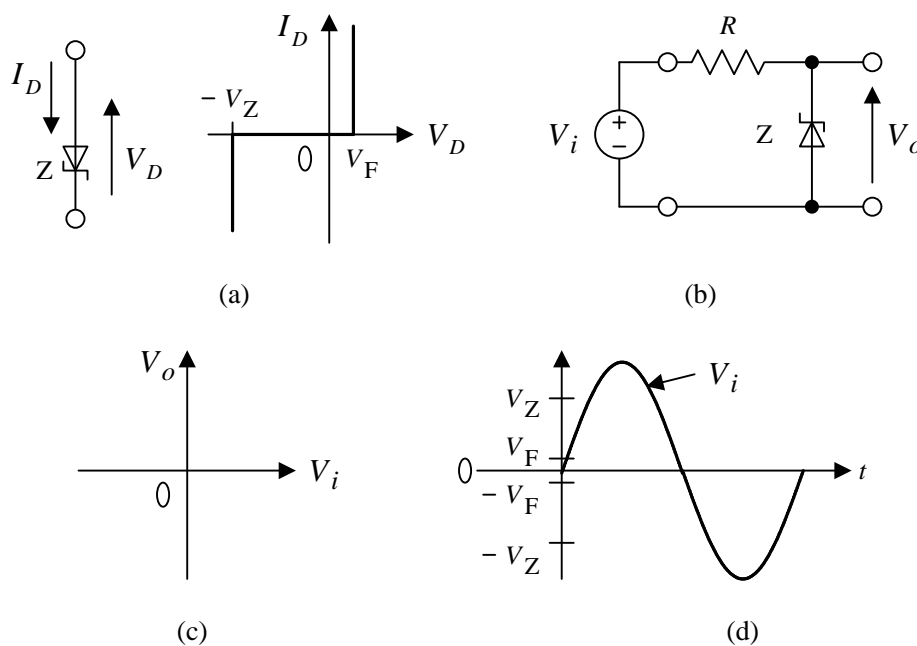


Fig. 2

3. Solve the following problems on the RC sinusoidal oscillator shown in Fig. 3. It is assumed that the operational amplifier is ideal.

- (1) Derive the voltage gain G_A of the non-inverting amplifier (part A).
- (2) Derive the voltage gain G_B of the RC network (part B).
- (3) Derive the loop gain T of the RC sinusoidal oscillator, where $T = G_A G_B$.
- (4) Obtain the oscillation frequency and the condition of the amplitude for steady-state oscillation.

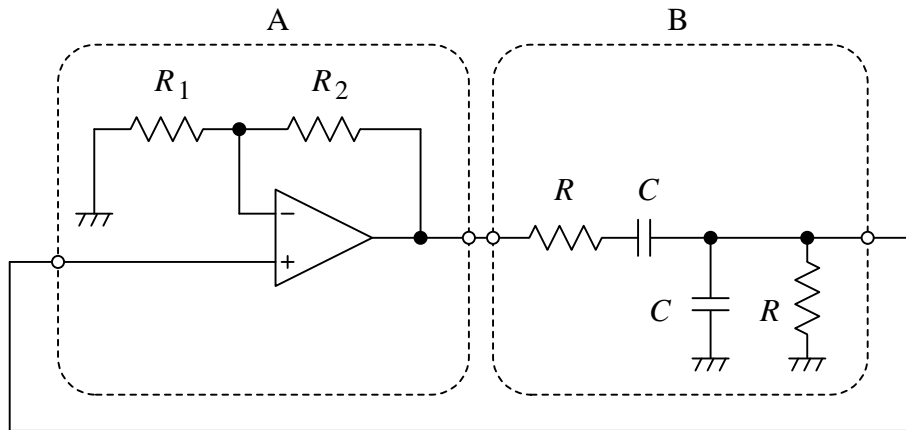


Fig. 3

問 1, 問 2, 問 3 に答えよ.

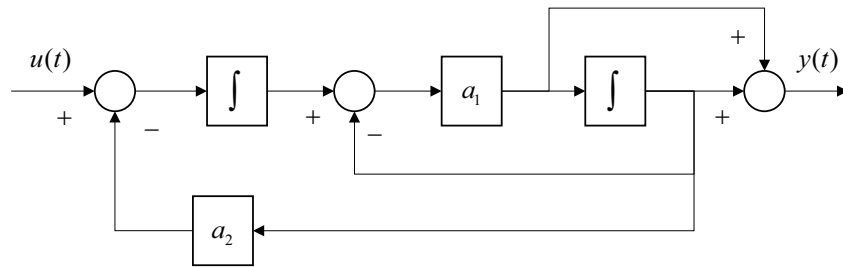
問 1

インパルス応答が $g(t) = e^{-(t-3)}u(t-3) + 2e^{-2(t-3)}u(t-3)$ であるシステムについて以下の問いに答えよ. ただし, $u(t)$ は単位ステップ関数である.

1. このシステムの伝達関数を求めよ.
2. このシステムのステップ応答を求めよ.

問 2

下のブロック図で表されるシステムについて答えよ. ここで $u(t)$ はシステムの入力, $y(t)$ は出力, t は時刻, \int は積分要素を表す.



1. このシステムを以下の方程式で書き表した. α_1 , α_2 および β を a_1 , a_2 を用いて表せ.

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \alpha_1 \frac{d}{dt}x(t) + \alpha_2 x(t) = \beta u(t)$$

$$y(t) = \frac{d}{dt}x(t) + x(t)$$

2. 伝達関数 $y(s)/u(s)$ を求めよ. ここで s はラプラス演算子である.
3. この伝達関数が $s = -2$, $s = -3$ に極を持つように, α_1 , α_2 の値を定めよ.

問 3

次の状態方程式と出力方程式とで表されるシステムについて考える.

$$\frac{d}{dt}x(t) = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 1 \\ 0 & 0 & a_2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \\ b_2 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & c \end{bmatrix} x(t), \quad x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)]^T$$

ここで, x_1 , x_2 , x_3 , y , u はスカラの信号, a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , c は実数である.

1. 状態量ベクトルを $z = [z_1 \ z_2^T]^T$, $z_1 = x_1$, $z_2 = [x_2 \ x_3]^T$ と変換し, z_1 , z_2 に関する状態方程式を導け.

2. $x(0) = 0$ とおき, 次の伝達関数を求めよ.

$$\frac{x_1(s)}{u(s)}, \quad \frac{x_2(s)}{u(s)}, \quad \frac{x_3(s)}{u(s)}.$$

3. このシステムが可観測でないときの c の値を示せ.

Control engineering

Answer the following questions ([1], [2] and [3]).

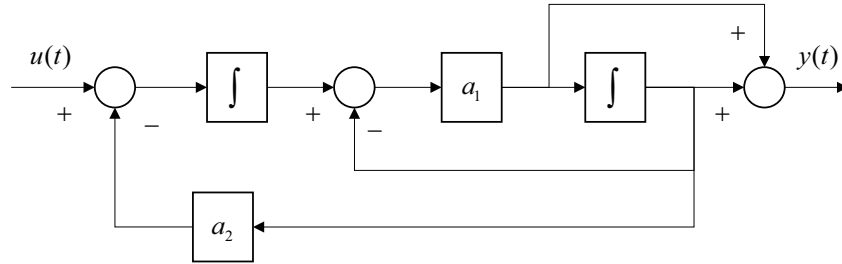
[1]

Answer the following questions regarding a system whose impulse response is $g(t) = e^{-(t-3)}u(t-3) + 2e^{-2(t-3)}u(t-3)$, where $u(t)$ is a unit step function.

1. Find the transfer function of this system.
2. Obtain the step response of the system.

[2]

Consider a system that is represented by a block diagram below. Here $u(t)$ is an input of the system, $y(t)$ is an output of the system, t denotes time and \int denotes an integrator.



1. The system is expressed by the following equations. Express α_1 , α_2 and β using a_1 and a_2 .

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \alpha_1 \frac{d}{dt}x(t) + \alpha_2 x(t) = \beta u(t)$$

$$y(t) = \frac{d}{dt}x(t) + x(t)$$

2. Show the transfer function $y(s)/u(s)$, here s is the Laplace operator.
3. Set the values of α_1 and α_2 so that the poles of the transfer function are assigned to be $s = -2$ and $s = -3$.

[3]

Consider a system expressed by a state equation and an output equation below.

$$\frac{d}{dt}x(t) = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 1 \\ 0 & 0 & a_2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \\ b_2 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & c \end{bmatrix} x(t), \quad x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)]^T,$$

where x_1, x_2, x_3, y, u are scalar signals, a_1, a_2, b_1, b_2, c are real numbers.

1. Transforming the state vector of the system to $z = \begin{bmatrix} z_1 & z_2^T \end{bmatrix}^T$, $z_1 = x_1$, $z_2 = \begin{bmatrix} x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, derive state equations for z_1 and z_2 .
2. Let $x(0) = 0$. Show transfer functions below:

$$\frac{x_1(s)}{u(s)}, \quad \frac{x_2(s)}{u(s)}, \quad \frac{x_3(s)}{u(s)}.$$

3. Show the value of c for which the system is unobservable.

専門Ⅱ (Special subjects Ⅱ)

解答上の注意(Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め 21 枚、解答用紙は 3 枚である。

You are given 21 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets.

3. 以下の 3 分野から 1 分野を選び解答すること。

Select 1 out of the following 3 fields and answer the problems.

1	電磁気学	Electromagnetism	2~
2	半導体デバイス	Semiconductor devices	8~
3	計算機工学	Computer engineering	16~

4. 解答用紙の全部に、志望するコース名、選択分野名、受験番号および氏名を記入すること。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the course name, selected field name, your examinee number and your name.

5. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, please indicate this clearly.

次の各問（問1 問2 問3）に答えよ.

問1 図1に示すように、面積 A の2つの平板導体が間隔 t で設置された平行平板コンデンサがある. 極板間は誘電率 $\epsilon(x)$ を有する誘電体で満たされている. 真空の誘電率を ϵ_0 とする.

$$\epsilon(x) = \epsilon_0 + kx \quad (k > 0, 0 \leq x \leq t)$$

一方の電極に $+Q$ を, もう一方の電極に $-Q$ の電荷を与えた. ただし, 端効果は無視する.

- (1) 極板間の電束密度の大きさ $D(x)$ を求めよ.
- (2) 極板間の電界の大きさ $E(x)$ を求めよ.
- (3) 極板間の分極の大きさ $P(x)$ を求めよ.
- (4) 誘電体中の静電エネルギー密度を求めよ. また, コンデンサに蓄積されるエネルギーを求めよ.

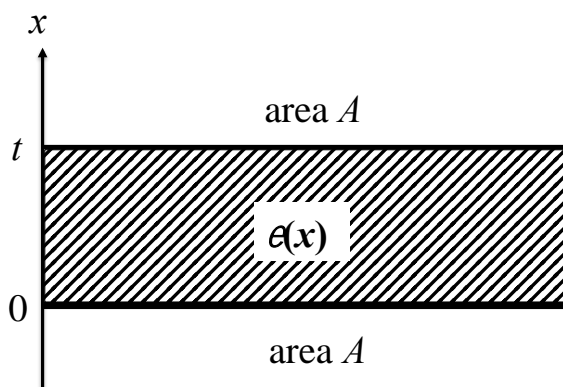


図1

2016 Entrance Examination for ISEE (Electromagnetism) (August 20, 2015)
Answer the following questions ([Question 1] [Question 2] [Question 3]) .

[Question 1] A parallel plate capacitor consists of two conducting plates of the area A set with the separation t as shown in Fig. 1. A dielectric of the permittivity $\epsilon(x)$ is filled between the plates. The permittivity of the vacuum is ϵ_0 . Neglect the edge effect.

$$\epsilon(x) = \epsilon_0 + kx \quad (k > 0, 0 \leq x \leq t)$$

A charge $+Q$ is placed on one plate and $-Q$ on the other.

- (1) Give the magnitude of the electric flux density $D(x)$ between the plates.
- (2) Give the magnitude of the electric field $E(x)$ between the plates.
- (3) Give the magnitude of the polarization $P(x)$ between the plates.
- (4) Give the electrostatic energy density in the dielectric. Give the energy stored in the capacitor.

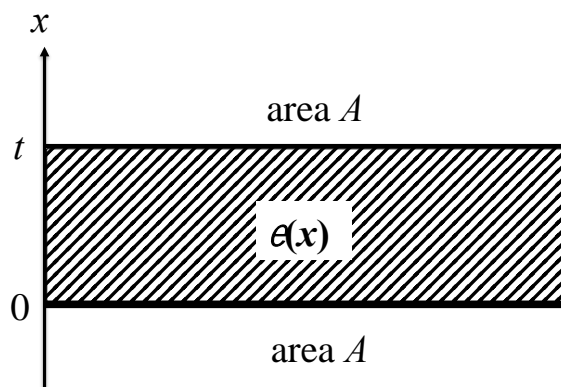


Figure 1

問 2 図 2 に示すように、無限長の直線導体が点 $Q(0, 0, h)$ を通り、 y 軸と平行に真空中に置かれている。直線導体には y 軸の負の向きに直流電流 I が流れている。長辺の長さが l 、短辺の長さが b の長方形コイルが点 $P(x, 0, 0)$ を中心として、 x - y 平面上に、その長辺が y 軸と平行になるよう置かれている。長方形コイルを一定の速さ v で x 軸の正の向きに動かす。 $b \ll l, b \ll h$ とし、長方形コイル面上では磁束密度は一定とする。真空の透磁率を μ_0 とする。

- (1) 点 $P(x, 0, 0)$ における磁束密度の z 成分 $B_z(x)$ を求めよ。
- (2) 長方形コイルを貫く磁束の大きさ $\Phi(x)$ を求めよ。
- (3) 長方形コイルに生じる起電力 $V(x)$ を求めよ。
- (4) 長方形コイルに生じる起電力 $V(x)$ が最大値もしくは最小値をとる時のすべての x の値を求めよ。

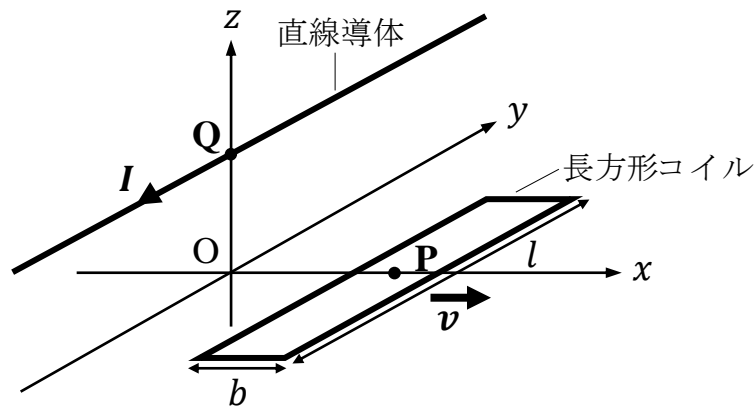


図 2

[Question 2] A straight conductor with infinite length is set parallel to the y axis and passes through the point $Q(0, 0, h)$, as shown in Fig. 2. A DC current I flows in the conductor in the negative y direction. A rectangular coil with sides of length l and b is placed in the x - y plane, and the long sides are parallel to the y axis. The center of the rectangular coil is at the point $P(x, 0, 0)$. The coil slides with a constant speed v in the positive x direction. Here, $b \ll l$, and $b \ll h$. Thus we assume that the magnetic flux density is uniform over the rectangular coil. The permeability of the vacuum is μ_0 .

- (1) Give the z component of the magnetic flux density $B_z(x)$ at the point $P(x, 0, 0)$.
- (2) Give the magnitude of the magnetic flux $\Phi(x)$ that interlinks with the coil.
- (3) Give the electromotive force $V(x)$ induced in the coil.
- (4) Give all values of x where the electromotive force $V(x)$ induced in the coil becomes maximum or minimum.

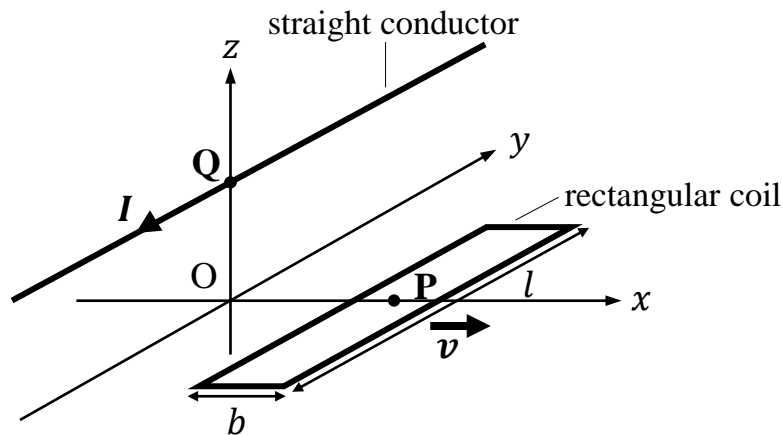


Fig. 2

問3 図3に示すように、半径が a の内部導体と、半径が b で厚さの無視できる外部導体により同軸ケーブルが構成されており、ケーブルの一端は抵抗 R に接続されている。また、導体間には透磁率が μ 、誘電率が ε の絶縁体が挿入されている。同軸ケーブルの内外導体に電流 I が導体内を一様に流れ、導体間には電圧 $V = IR$ が発生している。導体内の透磁率を μ_0 とする。

- (1) 内部導体内($0 < r < a$)、及び絶縁体内($a < r < b$)での磁界の強さ $H(r)$ を求めよ。ただし、 r は内部導体の中心からの距離である。
- (2) 内部導体内、及び絶縁体内に蓄えられる単位長さ当たりの磁気エネルギー U_m を求め、これより同軸ケーブルの単位長さ当たりの自己インダクタンス L を求めよ。
- (3) 絶縁体内($a < r < b$)の電界の強さ $E(r)$ を求めよ。
- (4) ポインティングベクトルを用いて同軸ケーブルにより伝送されている電力 P を求め、 $P = I^2 R$ となることを示せ。

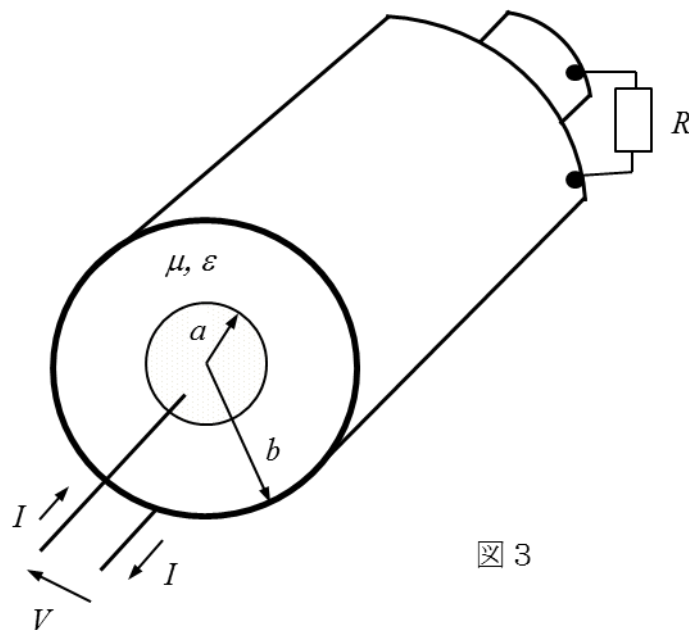


図3

[Question 3] As shown in Fig. 3, there is a co-axial cable consisting of an inner conductor with radius a and an outer conductor with radius b , where thickness of the outer conductor can be neglected. Resistance R is connected between the conductors at one terminal of the co-axial cable. An insulator with permeability μ and permittivity ε is inserted between the conductors. Current I is flowing uniformly in the conductors, and the voltage $V = IR$ is generated between the conductors. Permeability of the conductor is μ_0 .

- (1) Give the magnetic field $H(r)$ in the inner conductor ($0 < r < a$) and the insulator ($a < r < b$). Here, r is distance from the center of the inner conductor.
- (2) Give the magnetic energy U_m stored in the inner conductor and insulator per unit length. Give the inductance L of the co-axial cable per unit length.
- (3) Give the electric field $E(r)$ in the insulator ($a < r < b$).
- (4) Give the electric power P transmitted by the co-axial cable by using the Poynting vector. Show that P is given by $P = I^2 R$.

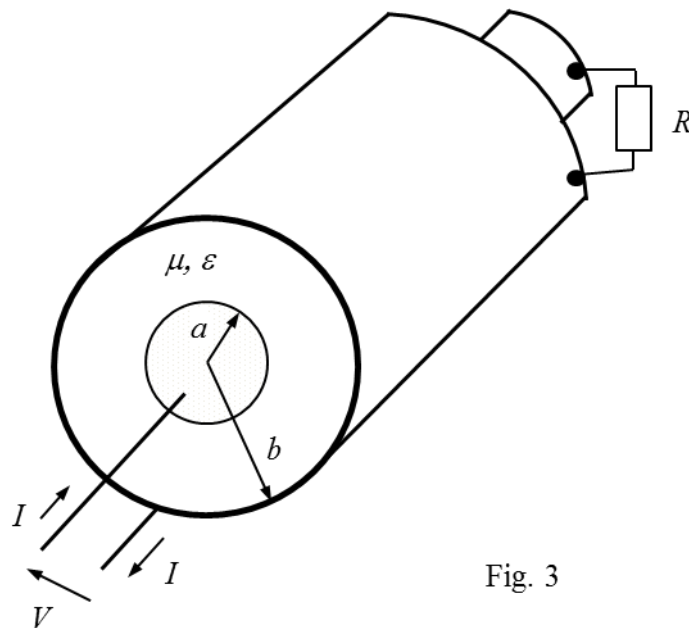


Fig. 3

半導体デバイス

次の各問（ 1 2 3 ）に答えよ．

1

以下の表に示すような濃度の不純物[As(ヒ素), B(ホウ素), P(リン)]を添加した Si 結晶の試料(a)-(d)に関する下記の設問に答えよ．ただし，室温(300K)における Si の真性キャリア密度は $1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$ ，電気素量は $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ である．また，室温では，結晶中の不純物はすべて活性化している．

試料番号	(a)	(b)	(c)	(d)
As 密度($\times 10^{21} \text{ m}^{-3}$)	3.0	①	15.0	23.0
B 密度($\times 10^{21} \text{ m}^{-3}$)	20.0	9.0	7.0	57.0
P 密度($\times 10^{21} \text{ m}^{-3}$)	2.0	5.0	2.0	24.0

- (1) 室温における試料(b)は n 型伝導を示し，少数キャリア密度は $7.5 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$ である．表の空欄①の数値を求めよ．
- (2) 試料(c)の室温における自由電子および正孔の移動度は 0.08 および $0.04 \text{ m}^2/\text{Vs}$ である．室温における試料(c)の抵抗率を求めよ．
- (3) 試料(a)-(c)について，フェルミ・エネルギーの最も高いものから，順番に試料番号を記述せよ．
- (4) 試料(c)と試料(d)の自由電子の移動度の温度変化を求めたい．移動度 μ の対数表示を縦(Y)軸，絶対温度 T の対数表示を横(X)軸に取ったグラフにより，試料(c)と試料(d)における移動度の温度変化を模式的に示せ．
- (5) 試料(a)の正孔密度の温度変化を求めたい．正孔密度 p の対数表示を縦(Y)軸，絶対温度 T の逆数表示を横(X)軸に取ったグラフにより温度変化を模式的に示せ．作図においては，低温領域，中温領域，高温領域における正孔密度の温度依存性がわかるように注意せよ，また，低温領域および高温領域における勾配は Si 結晶のどのような物性量に比例するかを明記せよ．

アクセプタ(密度: N_A)のみが添加された p 型領域と, ドナー(密度: N_D)のみが添加された n 型領域からなる半導体 pn 接合ダイオードに関する下記の設問に答えよ.
ただし, 電気素量を q , 真性キャリア密度を n_i とする.

- (1) 平衡状態(バイアス電圧 $V=0$)における p 型半導体中の自由電子密度 n_{po} および n 型半導体中の自由電子密度 n_{no} は, 次式で与えられる.

$$n_{po} = N_C \exp\left(-\frac{E_{Cp}-E_{Fp}}{kT}\right), \quad n_{no} = N_C \exp\left(-\frac{E_{Cn}-E_{Fn}}{kT}\right)$$

ここで, N_C は伝導帯の有効状態密度, E_{Cp} , E_{Cn} は p 型および n 型領域の伝導帯の底, E_{Fp} , E_{Fn} は p 型および n 型領域のフェルミ・エネルギーの位置, k はボルツマン定数, T は絶対温度である. これを用いて拡散電位 V_d を導出し, N_A , N_D , n_i , k , T , q を用いて表せ.

- (2) 逆バイアス状態(バイアス電圧: V_R)のバンド図を描け. バンド図には, 価電子帯の頂 E_V , 伝導帯の底 E_C , フェルミ・エネルギーの位置 E_F , 印加バイアス V_R , pn 接合の拡散電位 V_d を記載すること. さらに, p 型領域および n 型領域の空乏層端の位置 $-x_p$, x_n を図示せよ. ただし, pn 接合界面の位置を $x=0$ とせよ.
- (3) 逆バイアス状態(バイアス電圧: V_R)における pn 接合の空乏層内 ($-x_p \leq x \leq x_n$) で成立するポアソン方程式を示し, これを解いて空乏層内の電界 $E(x)$ を与える式を求めよ. さらに, p 型領域の空乏層端 ($x = -x_p$) の電位を基準 ($\phi(-x_p)=0$) とし, 空乏層内の電位 $\phi(x)$ を与える式を求めよ.
- (4) p 型領域の電界と電位は, それぞれ, n 型領域の電界と電位と, pn 接合の界面 ($x=0$) で一致する. このとき, 空乏層幅 ($d = x_p + x_n$) を与える式を求めよ.
- (5) pn 接合の空乏層容量 C を逆方向バイアス電圧 V_R の関数として測定した実験データを解析することにより, 拡散電位 V_d が求められる. V_d を求める方法を記述せよ.

3 図1(a)に示すE, B, Cの三つの領域で構成されるバイポーラ接合トランジスタがある．それぞれの領域は図1(b)に示す不純物密度分布をもつものとする．以下の問いに答えよ．なお，この問に関わる諸量とその記号を表1に示す．

(1) Bの端子を接地し，E, B, Cをそれぞれエミッタ，ベース，コレクタとして動作させる場合，E, Cに与えるべき電位はそれぞれ正，負のどちらか．

(2) 上記の動作でE-B, C-B間に加えた電圧の大きさをそれぞれ V_{EB} , V_{CB} とするととき，E～Cにわたるエネルギーバンド図を描け． E_c , E_v , E_f , E_i も書き入れること．

(3) 上記のようなバイアスでの動作を順方向動作と呼ぶこととし，そのときの電流伝達率（ベース接地電流増幅率ともいう）を α_F とする．EおよびCの端子電流 I_E , I_C を図1(a)のように定義するとき， I_E と I_C の関係を α_F を用いて示せ．

(4) 上記の(3)とは電流の方向を反対にし，Cをエミッタ，Eをコレクタとして動作させることもでき，そのときの電流伝達率を α_R とする． α_F と α_R ではどちらが大きいと考えられるか．その理由も述べよ．

(5) 順方向動作させるとEからBには自由電子が注入される．B領域の中性領域中の自由電子密度 $n_B(x)$ は，E側端を $x=0$ とするととき，

$$n_B(0) = n_{B0} \exp\left(\frac{qV_{EB}}{kT}\right)$$

となる．ベース中の過剰電子密度分布 $n'_B(x)$ を，拡散方程式

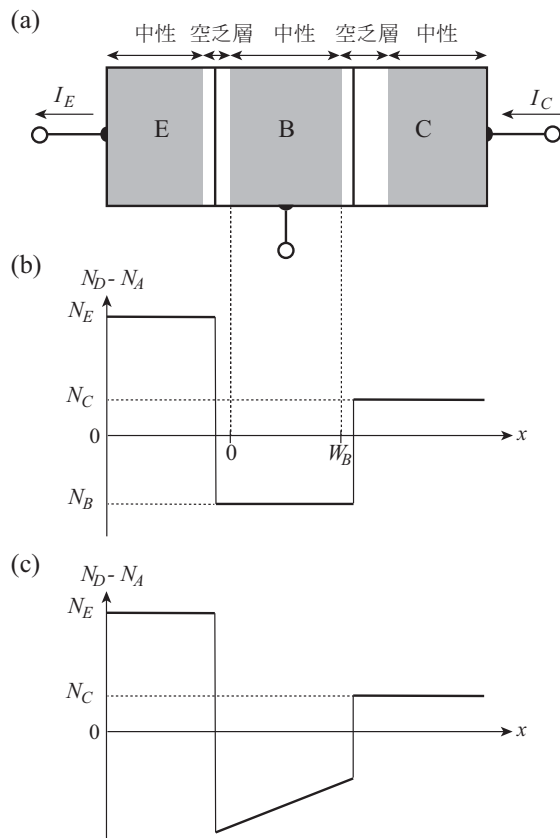


図 1

表 1：記号と諸元

記号	諸元
N_D	ドナー密度
N_A	アクセプタ密度
n_i	真性キャリア密度
q	電気素量
k	ボルツマン定数
T	絶対温度
E_c	伝導帯下端
E_v	価電子帯上端
E_f	フェルミ準位
E_i	真性フェルミ準位
μ_n	ベース中の自由電子の移動度
D_n	ベース中の自由電子の拡散定数
L_n	ベース中の自由電子の拡散長
D_p	ベース中の正孔の拡散定数
L_p	ベース中の正孔の拡散長

$$\frac{d^2 n'_B}{dx^2} = \frac{n'_B}{L_n^2}$$

を解いて導出せよ．なお， $x = W_B$ においては $n'_B(W_B) = 0$ として良いものとする．解答は双曲線関数 \sinh を用いて表せ．

(6) ベース中性領域中の自由電子による電流密度分布 $J_n(x)$ を表す式を導出せよ．

(7) 上記 (6) の結果を利用して，ベース輸送効率 α_T を導出せよ．なお， W_B は小さく $L_n \gg W_B$ であるとし， $x \ll 1$ のとき $\cosh x \approx 1 + \frac{x^2}{2}$ と近似できるものとする．

(8) 以降の問題では，B 領域中の不純物密度を一定密度から図 1(c) に示すように傾斜した密度をもつように変えた場合について問う．このようにするとベース中に x 方向の電界 E_x が発生する．電界が発生する理由を説明せよ．図を描いての説明が望ましい．

(9) B 領域中では $N_D = 0$ で， N_A の傾斜は緩く同領域の中性領域中の正孔密度 p_B は $p_B \approx N_A$ として良いものとする．電界 E_x を N_A ， dN_A ， dx ， k ， T ， q を用いて表せ．

(10) 不純物密度が一定の場合に比べてベース輸送効率 α_T は大きいのか，小さいのか，理由とともに述べよ．ただし，両方で W_B の大きさは等しいと仮定する．

Semiconductor devices

Answer the following questions (1 2 3).

1

Answer the following questions concerning samples (a)-(d) of Si crystals, which are doped with impurities [As (arsenide), B (boron), and P (phosphorus)]. The impurity concentrations are summarized in the list indicated below. The intrinsic carrier concentration in Si at room temperature (300K) is $1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$, and the elementary charge is $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$. All impurity atoms are completely activated in the Si crystals at room temperature.

Sample number	(a)	(b)	(c)	(d)
As concentration ($\times 10^{21} \text{ m}^{-3}$)	3.0	①	15.0	23.0
B concentration ($\times 10^{21} \text{ m}^{-3}$)	20.0	9.0	7.0	57.0
P concentration ($\times 10^{21} \text{ m}^{-3}$)	2.0	5.0	2.0	24.0

- (1) Sample (b) shows n-type conduction with the minority carrier concentration of $7.5 \times 10^{10} \text{ m}^{-3}$ at room temperature. Answer the value to be filled in the blank space ①.
- (2) The mobilities of free electrons and holes in sample (c) are 0.08 and 0.04 m^2/Vs , respectively, at room temperature. Answer the resistivity of sample (c) at room temperature.
- (3) Write the sample numbers (a)-(c) in order from that having the highest Fermi level to that having the lowest Fermi level.
- (4) How do the free electron mobilities in samples (c) and (d) change with changing temperature? Sketch the temperature dependence of the mobilities in samples (c) and (d), with schematically plotting the logarithm of the mobility μ as the vertical axis (Y-axis) and the logarithm of the absolute temperature T as the horizontal axis (X-axis).
- (5) How does the hole concentration in sample (a) change with changing temperature? Sketch the temperature dependence of the hole concentration in sample (a), with schematically plotting the logarithm of the hole concentration p as the vertical axis (Y-axis) and the inverse of the absolute temperature $1/T$ as the horizontal axis (X-axis). In the drawing, clarify the temperature dependence in the low, middle, and high temperature regions. In addition, describe which physical properties of Si crystals determine the slopes in the low and high temperature regions.

Answer the following questions concerning a semiconductor pn junction diode, composed of p-type region doped with only acceptor (concentration: N_A) and n-type region doped with only donor (concentration: N_D). Here, the elementary charge is q , and the intrinsic carrier concentration is n_i .

- (1) The free electron concentration in a p-type semiconductor (n_{po}) and the free electron concentration in an n-type semiconductor (n_{no}) under the equilibrium condition (applied bias $V=0$) are given by the following equations.

$$n_{po} = N_C \exp\left(-\frac{E_{Cp}-E_{Fp}}{kT}\right), \quad n_{no} = N_C \exp\left(-\frac{E_{Cn}-E_{Fn}}{kT}\right)$$

where N_C is the effective density of states in the conduction band, E_{Cp} and E_{Cn} are the bottoms of the conduction bands in the p-type and n-type semiconductors, respectively, E_{Fp} and E_{Fn} are the Fermi levels in the p-type and n-type semiconductors, respectively, k is the Boltzmann constant, and T is the absolute temperature. Derive an equation for the diffusion voltage (V_d) using the equations above, and express V_d with N_A , N_D , n_i , k , T , and q .

- (2) Sketch the band diagram for the diode under the reverse bias condition (applied voltage: V_R). The energy positions of the top of the valence band (E_V), the bottom of the conduction band (E_C), the Fermi level (E_F), and the diffusion voltage (V_d) should be given in the drawing. Moreover, show the edge positions ($-x_p$ and x_n) of the depletion region in p-type and n-type semiconductors, respectively. Here, the pn junction interface position is $x=0$.
- (3) Describe the Poisson's equation for the depletion region ($-x_p \leq x \leq x_n$) under the reverse bias condition (applied voltage: V_R), and derive an equation of the electric field $E(x)$ in the depletion region. In addition, derive an equation of the potential $\phi(x)$ in the depletion region, assuming the potential at edge of the depletion region ($x = -x_p$) in the p-type semiconductor is the ground level ($\phi(-x_p)=0$).
- (4) The electric field and potential profiles in the p-type semiconductor continuously connect with the electric field and potential profiles, respectively, in the n-type semiconductor at the pn junction interface ($x=0$). Derive an equation of the width of the depletion ($d = x_p + x_n$).
- (5) The value of the diffusion voltage V_d can be obtained by analyzing experimental data of the depletion-layer capacitance C as a function of the reverse bias V_R . Explain the technique to obtain the value of V_d .

3 Consider a bipolar junction transistor (BJT) whose cross-section is shown in Fig. 1(a). The E, B, and C regions, respectively, have the dopant densities shown in Fig. 1(b). Answer the following questions. Use symbols listed in Table 1 when they are necessary.

(1) The BJT is operated by using E, B, and C regions as emitter, base, collector, respectively, while the terminal of the B region is grounded. Which potential, positive or negative, should be given to the E and C regions, respectively?

(2) In the above operation, the magnitudes of the biases applied to E-B and C-B are V_{EB} and V_{CB} , respectively. Draw an energy band diagram along the x direction from E to C under this condition. Clearly indicate E_c , E_v , E_f , and E_i in the drawing.

(3) The operation under the above biases is designated as forward operation. The current transfer ratio in this operation, α_F , is also called base-common current-amplification factor. When we define currents I_E and I_C as shown in Fig. 1(a), show the relation between I_E and I_C using α_F .

(4) The BJT can be operated to flow current in the reverse direction to the above by using E, B, and C as the collector, the base, and the emitter, respectively. Let us designate the current transfer ratio in this reverse operation as α_R . Which one is larger, α_F or α_R ? Answer with explanation.

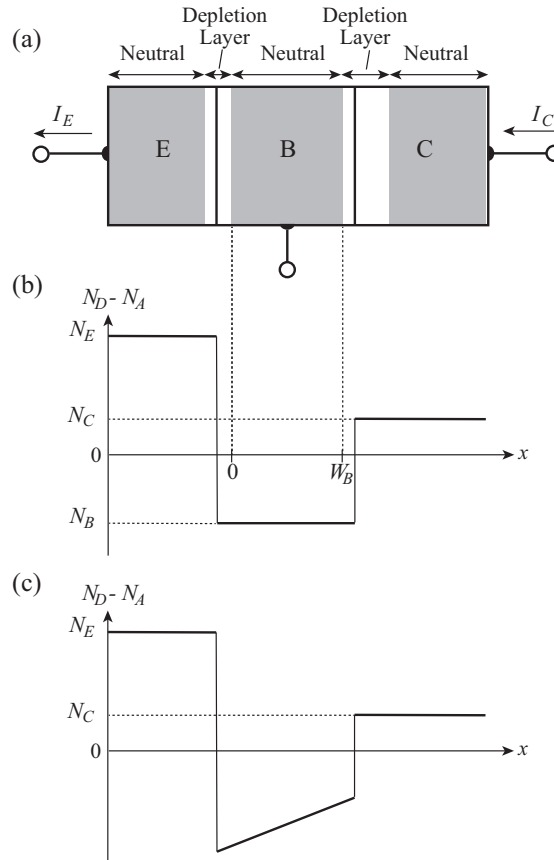


Fig. 1

(5) Consider the forward operation again. In the forward operation, free electrons are injected from E to B. The free electron density $n_B(x)$ in the neutral region of B can be determined by considering diffusion of the free electrons. At the E side edge of the neutral region, $x = 0$, the injected free electron density is given by

$$n_B(0) = n_{B0} \exp\left(\frac{qV_{EB}}{kT}\right)$$

by taking the Boltzmann distribution into consideration. Obtain excess free-electron density $n'_B(x)$ by solving the diffusion equation,

$$\frac{d^2 n'_B}{dx^2} = \frac{n'_B}{L_n^2}.$$

You may assume $n'_B(W_B) = 0$. The answer should contain hyperbolic function, \sinh .

(6) Find an expression for the electron current density distribution $J_n(x)$.

(7) Derive the base transport factor α_T by utilizing the answer of the question (6). Assume that W_B is so small that $L_n \gg W_B$. Use the approximation $\cosh x \approx 1 + \frac{x^2}{2}$ for $x \ll 1$.

(8) For the questions from (8) to (10), consider the case where the dopant density of the region B has a slope as shown in Fig. 1(c). In this case, electric field along x direction, E_x is generated in the “neutral” region of B. Explain why E_x is generated. Use of a schematic drawing is preferable.

(9) Express E_x using N_A , dN_A , dx , k , T , and q . Assume $N_D = 0$ and hole density $p_B \approx N_A$, i. e., the doping gradient of N_A is small, in the “neutral” region of B.

(10) Compare the magnitude of α_T of the constant doping (Fig. 1(b)) and that of the graded doping (Fig. 1(c)). Answer with the explanation.

Table 1 : Symbols and parameters

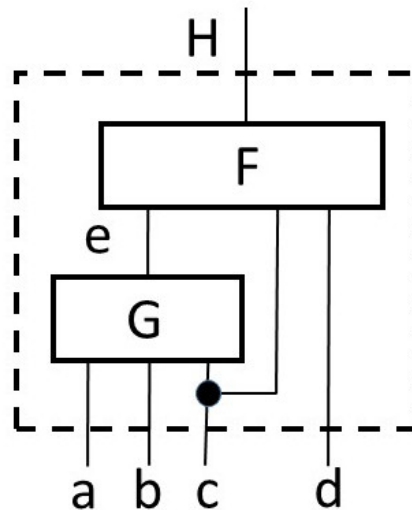
Symbol	Parameter
N_D	Donor concentration
N_A	Acceptor concentration
n_i	Intrinsic carrier concentration
q	Elemental charge
k	Boltzmann constant
T	Absolute temperature
E_c	Bottom of conduction band
E_v	Top of valence band
E_f	Fermi level
E_i	Intrinsic Fermi level
μ_n	Mobility of free electrons in the base
D_n	Diffusion constant of free electrons in the base
L_n	Diffusion length of free electrons in the base
D_p	Diffusion constant of holes in the base
L_p	Diffusion length of holes in the base

1. 【計算機工学 (Computer Engineering) 分野】

次の各問い(【問1】～【問3】)に答えよ。

【問1】以下の真理値表で与えられた論理関数 $H(a, b, c, d)$ を図で示されるように2つの関数 $G(a, b, c)$ および $F(c, d, e)$ を使って実現することを考える。図に示されるように, e は関数 G の出力に接続しているものとする。 F および G の真理値表を示せ。

a	b	c	d	H	a	b	c	d	H
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1



【問 2】あるプロセッサにおいて，以下の 4 種類の命令タイプを実装することを考える．各命令タイプの命令実行の各ステップにおける所要時間は下表の通りとする．

命令タイプ (命令例)	ステップ				
	命令フェッチ	レジスタ 読出し	ALU 演算	データメモリ アクセス	レジスタ 書込み
ロード命令 (lw)	Y ps	X ps	300ps	Y ps	X ps
ストア命令 (sw)	Y ps	X ps	300ps	Y ps	
演算命令 (and/or/add)	Y ps	X ps	300ps		X ps
分岐命令 (beq/bne)	Y ps	X ps	400ps		

- (1) このプロセッサの構成方式としてシングルサイクル・データパス方式（1 命令の実行を 1 クロックサイクルで実行する方式）を採用した場合のクロックサイクル時間は 2.9ns になった．また，命令パイプライン処理方式（上記の各ステップを 1 パイプラインステージとし，1 ステージを 1 クロックサイクルで実行する方式）を採用した場合のクロックサイクル時間は 0.8ns になった．レジスタアクセスよりもメモリアクセスの方がアクセス時間が長いと仮定して，上記の X と Y を求めよ．
- (2) シングルサイクル・データパス方式および命令パイプライン処理方式を採った場合の各命令タイプの実行所要時間（単位は ns）および実行所要クロックサイクル数を求めよ．
- (3) 上記 2 種類の異なるプロセッサ構成方式を採用したプロセッサそれぞれにおいて以下のプログラムを実行した際のプログラム実行時間（単位は ns）を求めよ．なお，命令パイプライン処理においてデータハザードを考慮する必要はない．

```

lw $2, 20($1) ( R2  Memory[R1+20] )
and $12, $2, $5 ( R12  R2  R5 )
or $13, $6, $2 ( R13  R6  R2 )
add $14, $2, $2 ( R14  R2 + R2 )
sw $15, 100($13) ( R15  Memory[R13+100] )
sw $12, 104($2) ( R12  Memory[R2+104] )

```

【問3】以下は Peterson の相互排他のためのアルゴリズムを擬似コードで記述したものである。

```
req[0] = 0
req[1] = 0
//2つの並行プロセス P0 と P1 を起動する .
//プロセス P0                                //プロセス P1
req[0] = 1                                req[1]=1
turn = A                                    turn = C
while( req[1] && turn == B );            while( req[0] && turn == D );
[critical section]                        [critical section]
req[0]=0                                    req[1]=0
```

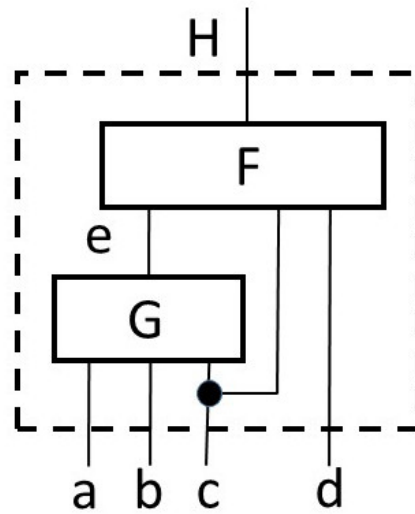
以下の問に答えよ。

- (1) Peterson のアルゴリズムの相互排他の動作を説明せよ。
- (2) A , B , C , D に , 適切な数字 (0 または 1) を入れよ。
- (3) 2 つの変数 req と turn の役割について述べよ。

Answer the following questions (**【Q1】** ~ **【Q3】**).

【Q1】 Let $H(a, b, c, d)$ be a logic function whose truth table is shown below. Consider that H is composed of other subfunctions $G(a, b, c)$ and $F(c, d, e)$ as shown in the figure below. Show the truth tables of F and G .

a	b	c	d	H	a	b	c	d	H
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1



【Q2】 Let us consider that we implement the following four types of instructions for a processor. Assume that each step of the instruction execution requires the following time.

Instruction Types (examples)	Steps				
	Instruction fetch	Register read	ALU operation	Data memory access	Register write
Load(lw)	Y ps	X ps	300ps	Y ps	X ps
Store(sw)	Y ps	X ps	300ps	Y ps	
ALU(and/or/add)	Y ps	X ps	300ps		X ps
Branch(beq/bne)	Y ps	X ps	400ps		

- (1) If the single-cycle datapath implementation, where each instruction is executed in a single clock cycle, is used for implementing the processor above, the clock-cycle time is 2.9ns. On the other hand, if the pipelined datapath implementation, where each step of the instruction execution corresponds to a pipeline stage and each stage is performed in a single clock cycle and in a pipelining fashion, is used for implementing the processor, the clock-cycle time is 0.8ns. Compute X and Y, assuming that the memory access time is longer than the register access time.
- (2) For the single-cycle datapath and pipelined datapath implementations, compute the execution time (unit: ns) and the number of clock cycles required for each instruction type.
- (3) For each of the two processor implementations above, compute the program execution time (unit: ns) for the following program. Ignore any data hazards which could occur in the pipelined datapath.

```

lw $2, 20($1) ( R2   Memory[R1+20] )
and $12, $2, $5 ( R12   R2   R5 )
or $13, $6, $2 ( R13   R6   R2 )
add $14, $2, $2 ( R14   R2 + R2 )
sw $15, 100($13) ( R15   Memory[R13+100] )
sw $12, 104($2) ( R12   Memory[R2+104] )

```

【Q3】 The following is a pseudo-code describing Peterson's mutual exclusion algorithm.

```
req[0] = 0
req[1] = 0
//Invoke two concurrent processes: P0 and P1
//Process P0                                //Process P1
req[0] = 1                                req[1]=1
turn = A                                  turn = C
while( req[1] && turn == B );              while( req[0] && turn == D );
[critical section]                        [critical section]
req[0]=0                                  req[1]=0
```

Answer the following questions.

- (1) Explain mutual exclusion behavior of the Peterson's algorithm.
- (2) Assign 0 or 1 to A, B, C, and D.
- (3) Explain the roles of two variables `req` and `turn`.