北海道大学大学院情報科学研究科
システム情報科学専攻 入学試験
平成 23 年 8 月 18 日(木) 13:00～15:00

専門科目

受験上の注意

- 机の上に置いてよいものは，筆記用具(鉛筆，消しゴム，鉛筆削りなど)，時計，特に指示があったもののみである．
- 時計は計時機能のみのものを使用し，アラームの使用を禁ずる．
- 電卓，電子手帳，辞書，携帯電話の使用を禁ずる．
- 問題紙の枚数は，各問についてそれぞれ 1 枚である．問題紙は回収しない．
- 答案用紙の枚数は 4 枚である．A 群(問 A-1～問 A-4)から 2 問，B 群(問 B-1～問 B-6)から 2 問，計 4 問選択して解答すること．
- 答案用紙の裏面を使用してもよいが，その場合には答案用紙右下に<裏面につづく>と記載のこと．
- 答案用紙に選択した問題の番号，受験番号の誤記，記入もれがないか，十分に確かめること．これらを別紙の「選択問題チェック票」にも記入し，提出のこと．
- 草案紙の枚数は 4 枚である．草案紙は回収しない．

システム情報科学専攻　専門科目　A群

問 A-1（線形代数）　以下の各設問に答えなさい．

1-1)　行列 A が次のように表されるとき，以下の問いに答えなさい．

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(a) 行列 A の固有値 λ をすべて求めよ．

(b) 行列 A のおのおのの固有値に対する固有空間を求めよ．

1-2)　行列 B を次のように与える．

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

このとき，行列 B の固有値と固有ベクトルは，

固有値　$\lambda = -1$ のとき，固有ベクトルは $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -7 \end{bmatrix}$

固有値　$\lambda = 1$ のとき，固有ベクトルは $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

固有値　$\lambda = 2$ のとき，固有ベクトルは $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

となる．

これらの固有値と固有ベクトルから，行列 B の n 乗を求めよ．

問 A-1 終わり

問 A−2（常微分方程式） 以下の各設問に答えなさい．

2-1)　次の微分方程式に関して，以下の問いに答えなさい．

$$\frac{d^3 y}{dx^3}+\frac{d^2 y}{dx^2}-2y=0$$

(a)　一般解 $y(x)$ を求めよ．

(b)　条件 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}=4$，$\left.\frac{d^2 y}{dx^2}\right|_{x=0}=-3$，$\left.\frac{d^3 y}{dx^3}\right|_{x=0}=3$ の下で，解 $y(x)$ を求めよ．

2-2)　次の微分方程式の一般解を求めよ．

$$(x-y-3)\,dx-(x+y+1)\,dy=0$$

問 A−2　終わり

システム情報科学専攻　専門科目 A 群

問 A-3（フーリエ解析）　以下の各設問に答えなさい．

3-1)　正の実数 L に対して，$-L \le x \le L$ で定義される実関数 $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \le x \le L) \\ -1 & (-L \le x < 0) \end{cases}$$

のフーリエ級数展開を

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{L} + b_n \sin\frac{n\pi x}{L}\right)$$

と表現するとき，その展開係数，a_0, a_n, b_n を求めなさい．

3-2)　$g(x)$ が実関数かつ偶関数ならば，そのフーリエ変換

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\, e^{-j\omega x} dx$$

は実数となることを証明せよ．ただし，$j = \sqrt{-1}$ であり，ω は実数である．

問 A-3　終わり

システム情報科学専攻　専門科目　A群

問 A-4（情報数学）　以下の各設問に答えなさい．

4－1）頂点集合を V，有向辺集合を $\vec{E}$ とする有向グラフ $\vec{G}(V,\vec{E})$ に対して，頂点数 $|V|=n$ としたとき，始点が頂点 v_i であり終点を頂点 v_j とする有向辺の数を i 行 j 列要素としてもつ $n\times n$ 正方行列 $\boldsymbol{M}_{\vec{G}}$ を定義する．この行列 $\boldsymbol{M}_{\vec{G}}$ が式(1)で与えられる場合，以下の問い(a)～(c)に答えなさい．

$$\boldsymbol{M}_{\vec{G}}=\begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0&0\end{pmatrix} \tag{1}$$

(a) 頂点集合 $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_6\}$ として，式(1)の行列 $\boldsymbol{M}_{\vec{G}}$ で表される有向グラフ $\vec{G}$ を図に描きなさい．

(b) $\boldsymbol{M}_{\vec{G}}$ を k 乗した行列 $\boldsymbol{M}_{\vec{G}}^k$（$k=1,2,\ldots$）の各要素 (m_{ij}) は，何を表すか答えなさい．

(c) 頂点 v_i と v_j が，有向辺を向きに従いたどることによって，互いに到達できることを $v_i\sim v_j$ と書く．ただし，$v_i\sim v_i$ は成り立つものとする． $V'=\{v_i\mid v_4\sim v_i, v_i\in V\}$ なる頂点集合 V' を外延的形式（要素を列挙する形式）で答えなさい．

4－2） 3つの衛星 A, B, C を 100 個の GPS 受信器（以下 GPS）から検知しようとした．その結果，衛星 A を検知した GPS は 40 個，衛星 B を検知した GPS は 45 個，衛星 C を検知した GPS は 38 個あった．また，15 個が衛星 A と衛星 B を，20 個が衛星 B と衛星 C を，13 個が衛星 C と衛星 A を検知した．さらに，7 個がすべての衛星を検知した．このとき，以下の問い(a)～(c)に答えなさい．

(a) 2 つの衛星だけを検知した GPS は何個か求めなさい．

(b) 1 つの衛星だけを検知した GPS は何個か求めなさい．

(c) まったく衛星を検知できなかった GPS は何個か求めなさい．

問 A-4 終わり

システム情報科学専攻　専門科目　B 群

問 B-1（力学）

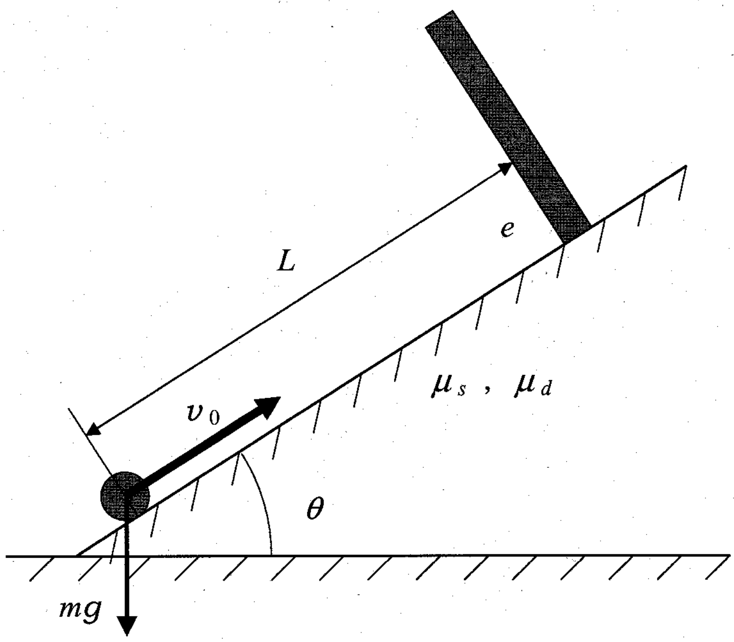
図のように，傾斜角 $\theta(0<\theta<\pi/2)$ の粗い斜面にて，大きさが無視できる質量 m の物体を傾斜方向上向きに初速 v_0 ($v_0>0$) で打ち出した．打ち出し点から距離 L のところに，物体との反発係数 e の壁がある．斜面と物体との間の静止摩擦係数を μ_s ，動摩擦係数を μ_d ，重力加速度を g とし，空気抵抗は無視できるものとする．以下の各設問に答えなさい．

1–1) 打ち出し後，壁に到達するまでに，物体と斜面との間の摩擦力がなす仕事 W_f を求めなさい．

1–2) 物体がちょうど壁に到達する（壁に到達したときの速さが 0）ための初速 V_0 を求めなさい．

1–3) 物体が最長到達点に到達した後に，再び滑り落ち，滑り続けるための傾斜角 θ の条件を求めなさい．ただし，物体の初速 v_0 が，上記 1–2) で求めた V_0 以下の場合と V_0 より大きい場合に分けて求めなさい．

1–4) 物体を初速 v_0 ($v_0>V_0$) で打ち出したところ，壁に衝突して，再び滑り落ちて打ち出し点を通過した．再び，打ち出し点を通過するときの速さ v_1 を求めなさい．



図

問 B-1 終わり

システム情報科学専攻 専門科目 B群

問B-2（電磁気学） 以下の各設問に答えなさい．

2-1) 図1に示すように，半径 a [m] の無限長円柱導体があり，その外側に内半径 b [m]，外半径 c [m] の無限長円筒導体がある．それらの導体の中心軸は一致しており，それぞれの導体に一様な電流 I [A] が逆向きに流れている．ただし，内側の円柱導体と外側の円筒導体の間は真空であり，真空透磁率は μ_0 [H/m] とする．以下の問に答えなさい．

(a) 中心軸から半径 r [m] の位置の磁界の強さ H [A/m] を求めよ．

(b) 内側の円柱導体と外側の円筒導体の間（$a \leq r \leq b$）の空間の長さ 1 [m] 分の磁束量 Φ [Wb] を求めよ．

(c) 内側の円柱導体と外側の円筒導体の間（$a \leq r \leq b$）に比透磁率 μ_r の電流が流れない磁性体が存在しているとする．$0 \leq r \leq c$ の区間の磁束密度 B [T] をグラフで示しなさい．ただし，比透磁率 $\mu_r < 1$，$\mu_r = 1$，$\mu_r > 1$ の場合に分けて，示しなさい．

2-2) 図2に示すように，半径 d [m] の球形導体があり，その外側に内半径 e [m]，外半径 f [m] の球殻導体がある．それらの導体の中心は一致しており，内側の球形導体には Q_1 [C] の電荷が，外側の球殻導体には Q_2 [C] の電荷が帯電している．ただし，内側の球形導体と外側の球殻導体の間は真空であり，真空誘電率は ε_0 [F/m] とする．以下の問に答えなさい．

(a) 中心から半径 R [m] の位置の電界 E [V/m] を求めよ．

(b) (a) で求めた電界 E [V/m] と半径 R [m] の関係をグラフで示しなさい．

(c) 球形導体の中心から無限遠方を基準電位 0 [V] としたとき，内側の球形導体の表面電位 ϕ [V] を求めなさい．

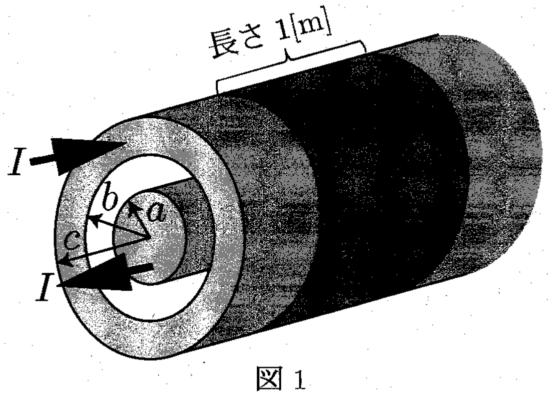


図 1

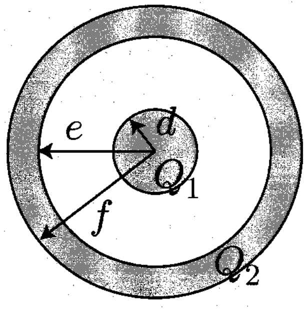


図 2

問B-2　**終わり**

問 B−３（電気回路） 以下の各設問に答えなさい.

3-1) 以下の問いに答えなさい.

(a) 図１のように 0.02[Ω]と 0.03[Ω]の２つの抵抗を並列に接続し，これにある直流電流 I[A]を流したところ，0.02[Ω]の抵抗には 15[A]の電流が流れた．I[A]の値を求めよ.

(b) 図２のように，最大 I_{max}[A]の直流電流を測定できる電流計（ただし，内部抵抗を r[Ω]とする）に，抵抗 $\frac{r}{n}$[Ω]の分流器を並列に接続して新しい直流電流計（図の点線部分）を製作した. この新しい電流計では最大何[A]の電流まで測定することができるかを求めよ.

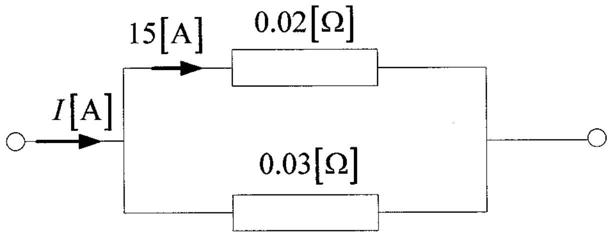


図１

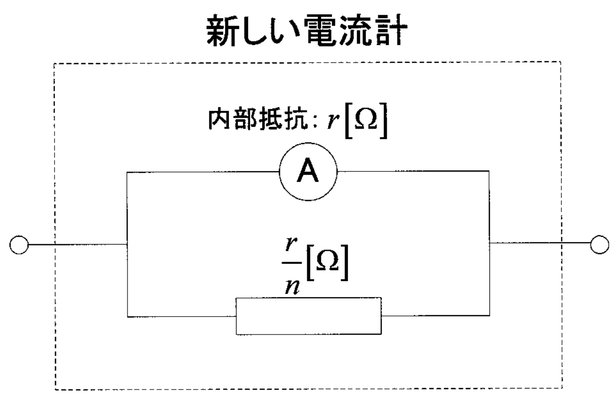


図２

3-2) 図３において回路が定常状態にあるとき，時刻 $t=0[\mathrm{s}]$においてスイッチSを閉じた. 以下の問いに答えなさい．ただし，抵抗はすべて有限の値とし，電圧源 $E[\mathrm{V}]$の値は 0[V]ではないものとする.

(a)スイッチを閉じる前の定常状態において，コイルに流れていた電流 $i[\mathrm{A}]$の値を求めよ.

(b) $t>0[\mathrm{s}]$においてコイルを流れる電流の値を，t を用いて表せ.

(c)スイッチを閉じた後の任意の時間（$t>0[\mathrm{s}]$）において，コイルに流れる電流がスイッチを閉じる前の値と等しくなるための条件を求めよ.

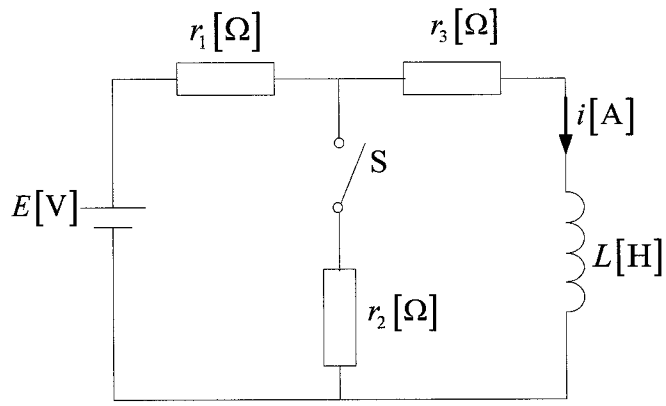
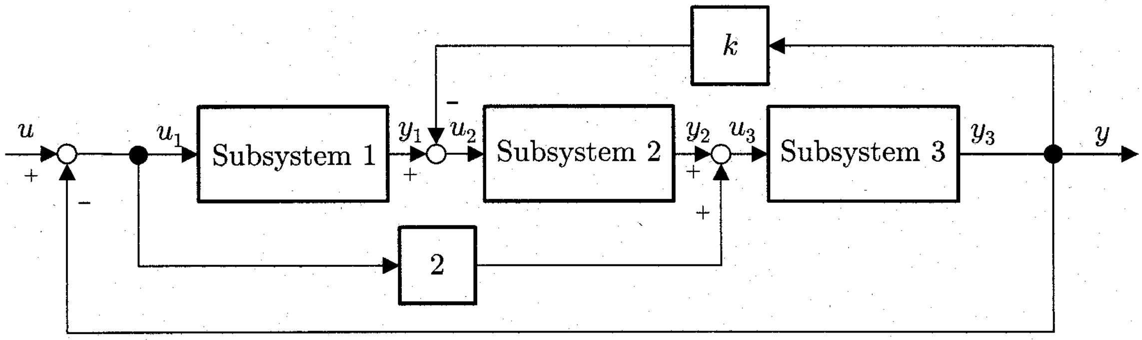


図３

問 B−３終わり

問 B-4 (線形制御理論)

下図で示された制御システムを考える.



ここで，各サブシステム (Subsystem 1〜3) の状態方程式は，

$$\text{Subsystem 1:} \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = -ax_1 + u_1 \\ y_1 = x_1 \end{cases}$$

$$\text{Subsystem 2:} \quad \begin{cases} \dot{x}_2 = u_2 \\ y_2 = x_2 \end{cases}$$

$$\text{Subsystem 3:} \quad \begin{cases} \dot{x}_3 = -ax_3 + u_3 \\ y_3 = x_3 \end{cases}$$

であり，x_1, x_2, x_3 は各サブシステムのスカラー状態変数，u_1, u_2, u_3 は各サブシステムへのスカラー入力，y_1, y_2, y_3 は各サブシステムよりのスカラー出力を表す．また，a, k は実数のスカラー定数である．制御システム全体 (以下，閉ループ系と呼ぶ) は，これらの 3 つのサブシステムを，$u_1 = u - y_3$, $u_2 = y_1 - ky_3$, $u_3 = y_2 + 2u_1$, $y = y_3$ として結合したものである．u および y は，それぞれ閉ループ系のスカラー入力とスカラー出力である．以下の各設問に答えなさい．

4-1) $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ を状態ベクトルとした閉ループ系の状態方程式と出力方程式を求めなさい．

4-2) $k = 1$ とする．閉ループ系が安定となるような，a の範囲を求めなさい．

4-3) $k = 1$ とする．Subsystem 1〜3 の伝達関数を $G_1(s), G_2(s), G_3(s)$ とおく．$G_1(s)$〜$G_3(s)$ を求めなさい．また，閉ループ系の伝達関数 $G(s)$ を s に関する有理式の形で求めなさい．

4-4) 閉ループ系が可制御・可観測となるための，a, k に関する必要十分条件を，できるだけ簡潔な形で求めなさい．ここで，行列の基本変形は行列のランクを変えないことに注意しなさい．

4-5) $k = 1$ とする．閉ループ系において u を y の目標信号とみなすと，u_1 は追従誤差と考えることができ，u から u_1 までの伝達関数は $1 - G(s)$ となる．定常位置偏差がゼロとなるために a の満たすべき必要十分条件を求めなさい．

システム情報科学専攻 専門科目 B 群

問 B-5（論理回路） 以下の各設問に答えなさい．

5-1) 表 1 に示す真理値表について，以下の各小問に答えなさい．ただし，A, B, C は入力，Z は出力である．

表 1

入力			出力
A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

(a) 表 1 に示す真理値表を加法標準形の論理式で表しなさい．

(b) カルノー図を示したうえで，小問(a)で求めた論理式を簡単化しなさい．

(c) 小問(b)で簡単化された論理式を NAND 回路のみを使って論理回路で表しなさい．

5-2) 図 1 に示す D-フリップフロップと論理回路で構成される回路について，任意の 1 つの初期状態について，以下の各小問に答えなさい．

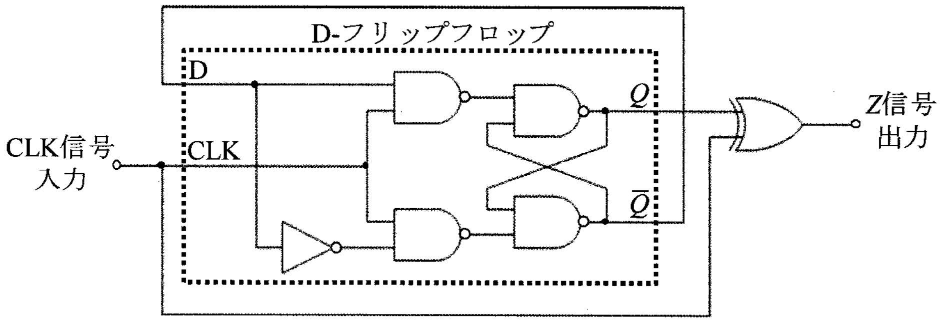


図 1

(a) 図 1 の回路図中の $\overline{Q}$ 信号について考える．図 2 のタイミングチャートで示される CLK 信号が入力されたとき，$\overline{Q}$ 信号の変化を区間 1〜12 の各区間の中心時刻での値の並びとして答えなさい．たとえば，図 2 の信号例の場合，値の並びの表記は 101011001100 となる．

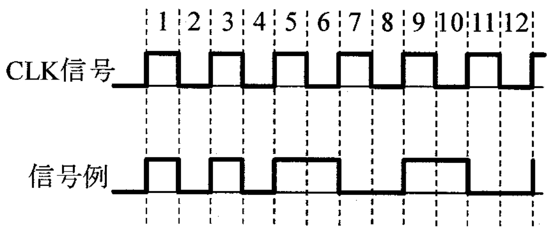


図 2

(b) 図 1 に示す回路の出力信号である Z 信号の変化について，小問(a)と同様の表記方法で答えなさい．

問 B-5 終わり

システム情報科学専攻専門科目 B 群

問 B-6 （データ構造とアルゴリズム） 以下の各設問に答えなさい.

6-1) データ構造に関する次の(a)～(c)の各小問にそれぞれ 40 文字以内で答えよ.

(a) スタックとキューの動作の違いについて説明せよ.

(b) データ集合の管理における，配列と比べた場合のリストの利点を１つ述べよ.

(c) 相異なる値をもつ数値データの集合に対する２分探索木における，親・子ノードに蓄えられている値の間の大小関係について説明せよ.

6-2) 図 A の画像 $P = \{p(i,j) \in R \mid i = 1,\dots,m,\ j = 1,\dots,n\}$ において，任意の矩形領域内の画素値の総和を効率良く求めるために，式(1)の値を画素値としてもつ画像 $Q = \{q(i,j) \in R \mid i = 1,\dots,m,\ j = 1,\dots,n\}$ を作成する.

$$q(i,j) = \sum_{u=1}^{i} \sum_{v=1}^{j} p(u,v) \qquad (1)$$

$p(1,1)$	$p(2,1)$	$\cdots$	$p(m,1)$
$p(1,2)$	$p(2,2)$	$\cdots$	$p(m,2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$p(1,n)$	$p(2,n)$	$\cdots$	$p(m,n)$

図A

画像 Q は積分画像（integral image）と呼ばれ，画像 P に対して $i_{MIN} \le i \le i_{MAX}$，$j_{MIN} \le j \le j_{MAX}$ （$i_{MIN} < i_{MAX}$，$j_{MIN} < j_{MAX}$）で与えられる矩形領域内の P の画素値の総和 Sum は，Q の 4 つの画素値を用いて式（2）により求められる.

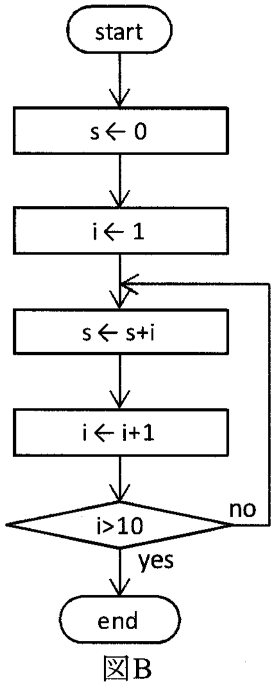
$$\begin{aligned} Sum(i_{MIN}, i_{MAX}, j_{MIN}, j_{MAX}) = q(i_{MAX}, j_{MAX}) \\ - q(i_{MIN} - 1, j_{MAX}) \\ - q(i_{MAX}, j_{MIN} - 1) \\ + q(i_{MIN} - 1, j_{MIN} - 1) \end{aligned} \qquad (2)$$

次の(a)～(c)の各小問に答えよ.

(a) 列方向の画素値の和 $w(i,j) = w(i,j-1) + p(i,j)$ を導入する. このとき，$q(i-1,j)$ と $w(i,j)$ を用いて $q(i,j)$ を表せ. ただし，$w(i,0) = 0\,(i = 1,\dots,m)$，$q(0,j) = 0\,(j = 1,\dots,n)$ とする.

(b) (a)の結果を用いて Q のすべての画素値を計算するアルゴリズムをフローチャートで記せ. ただし，フローチャートは，図 B に示す 1 から 10 までの整数の総和を求めるアルゴリズムの例を参考にしてあいまいさなく記すこと.

(c) (b)のアルゴリズムにおいて，Q のすべての画素値を求める場合の総加算回数 S を求めよ（ループ変数の加算は除く）.



図B

問 B-6 終わり