平 成 １６ 年 度

名古屋大学大学院情報科学研究科
メディア科学専攻
入 学 試 験 問 題

専　　　門

平成１５年８月１１日（月）
１２：３０～１５：３０

注 意 事 項

1．試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。

2．試験終了まで退出できない。

3．外国人留学生は、日本語から英語への辞書１冊に限り使用してよい。電子辞書の持ち込みは認めない。

4．問題冊子、解答用紙４枚、草稿用紙２枚が配布されていることを確認せよ。

5．問題は，解析・線形代数，確率・統計，プログラミング，情報理論，ディジタル信号処理，知覚，ヒューマンコミュニケーション，認知情報処理，認知行動の９科目がある。このうち４科目を選択して解答せよ。なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入せよ。

6．解答用紙は指定欄に受験番号を必ず記入せよ。解答用紙に受験者の氏名を記入してはならない。

7．解答用紙は試験終了後に４枚とも提出せよ。

8．解析・線形代数，確率・統計，情報理論，ディジタル信号処理に関しては，答えだけでなく，計算の過程も記述せよ。

9．問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ってよい。

解析・線形代数

[1]微分方程式について以下の問いに答えよ。ただし、$y'=\dfrac{dy}{dx}$, $y''=\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を表す。

(1) $y''-3y'+2y=0$ の一般解 y を求めよ。

(2) 初期条件として

$$y(0)=3$$
$$y'(0)=4$$

が与えられた場合、解 y を求めよ。

(3) $y''-3y'+2y=e^{3x}$ の一般解 y を求めよ。

注）微分方程式 : Differential equation　初期条件 : Initial Condition
　　一般解 : General solution

[2] p 行 q 列の行列 $\mathbf{U}$ を考える。q 次元実数ベクトル $\mathbf{x}$ $(\mathbf{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_q)^T)$ について、$\|\mathbf{x}\|^2=1$ の条件下で、$\|\mathbf{Ux}\|^2$ の最大値、最小値を求めたい。以下の問いに答えよ。なお、A^T は行列 A の転置を表す。

(1) $\|\mathbf{Ux}\|^2=\mathbf{x}^T\mathbf{U}^T\mathbf{Ux}$ と書けることを示せ。

(2) $\mathbf{U}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ であるとき、$\mathbf{B}=\mathbf{P}^{-1}\mathbf{U}^T\mathbf{UP}=\begin{pmatrix}\lambda_1 & 0 & 0\\ 0 & \lambda_2 & 0\\ 0 & 0 & \lambda_3\end{pmatrix}$ となる行列 $\mathbf{B}$ ならびに直交行列 $\mathbf{P}$ を求めよ。ただし、$\lambda_1\geq\lambda_2\geq\lambda_3$ とする。

(3) $\mathbf{x}=\mathbf{Py}$ と変換する場合、$\|\mathbf{Ux}\|^2=\mathbf{x}^T\mathbf{U}^T\mathbf{Ux}$ はどのように記述されるか。

(4) (2)の場合、$\|\mathbf{Ux}\|^2$ の最大値と最小値、およびその時の $\mathbf{x}$ を求めよ。

注）転置 : Transpose　直交行列: Orthogonal matrix

確率・統計

［１］ ある商品の１日の販売個数 X が次のポアソン分布に従うとする．

$$\Pr\{X=k\}=e^{-2}\frac{2^k}{k!} \qquad (k=0,1,2,\cdots)$$

(1) １日の販売個数が２個以上（$X\geq 2$）になる確率を計算せよ．

（但し，$e^{-1}=0.367$，$e^{-2}=0.135$ で近似し，近似誤差は無視せよ．）

(2) １日の平均販売個数 $E[X]$ を，平均の定義から計算せよ．

［２］ 確率変数 X,Y が独立で，それぞれが正規分布 $N(0,1)$ に従うとする．

(1) $W=(X-Y)/2$ としたとき，分散 $Var[W]$ と共分散 $Cov[W,Y]$ を求めよ．

(2) X と Y の同時確率密度関数 $f_{X,Y}(x,y)$ を求めよ．

(3) $U=X/Y$，$V=Y$ （$\Pr\{Y\neq 0\}=1$）としたとき，U,V の同時確率密度関数 $h_{U,V}(u,v)$ を求めよ．

(4) U の確率密度関数 $g_U(u)$ を求めよ．

【参考】１，２を解く際に，次の公式等を利用してもよい．

(a) 平均 μ，分散 σ^2 の正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$ の確率密度関数は，$b(z)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(z-\mu)^2/(2\sigma^2)}$

(b) $\displaystyle\lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{1}{k}\right)^k=e$ (c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a^n}{n!}=e^a$

【専門用語の英訳】

分布: distribution, 平均: mean, 独立: independence,

正規分布: normal distribution, 分散: variance, 共分散: covariance,

同時確率密度関数: joint probability density function, 確率変数: random variable

プログラミング

[1] 以下に示すプログラムは，素数（prime number）を小さい順に求めるC言語によるプログラムである．このプログラムに関する以下の問いに答えよ．なお，プログラムの左側の数字は，行の番号を示すもので，プログラムの一部ではない．また，プログラム中の % は，剰余演算（remainder operation）を行う演算子である．

```
 1:    #include <stdio.h>
 2:
 3:    #define M 5
 4:
 5:    int n;
 6:    int table[M];
 7:
 8:    int check(int k)
 9:    {
10:        int j;
11:
12:        j = 0;
13:        while (j < n) {
14:            if (k % table[j] == 0) {
15:                return 0;
16:            }
17:            j = j + 1;
18:        }
19:        return 1;
20:    }
21:
22:    main()
23:    {
24:        int i;
25:
26:        n = 0;
27:        i = 2;
28:        while (n < M) {
29:            if (check(i) != 0) {
30:                printf("%d\n", i);
31:                table[n] = i;
32:                n = n + 1;
33:            }
34:            i = i + 1;
35:        }
36:    }
```

(1) このプログラムで，変数 n と配列 table は何を保持するためのものであるか説明せよ．

(2) このプログラムを実行する場合を考える．

(ア) このプログラムが出力する文字列を答えよ．

(イ) 14行めの剰余演算が実行される回数は何回か．

(ウ) 14行めの if 文を最後に実行する時の j，k，n の値はそれぞれいくらか．

(3) ある数が素数であるかを調べるためには，その数の平方根（square root）以下の数で割り切れないことを確認すればよいが，このプログラムはこの性質を活用していない．

(ア) この性質を活用して実行効率を改善したプログラムを示せ．ただし，平方根を求める関数を用いてはならず，乗算（multiplication operation）の実行回数ができる限り少なくなるようにすること．プログラムの修正箇所が少ない場合には，元のプログラムとの差分のみを示してもよい．

(イ) 改良後のプログラムを実行した場合に，剰余演算と乗算が実行される回数はそれぞれ何回か．

情報理論

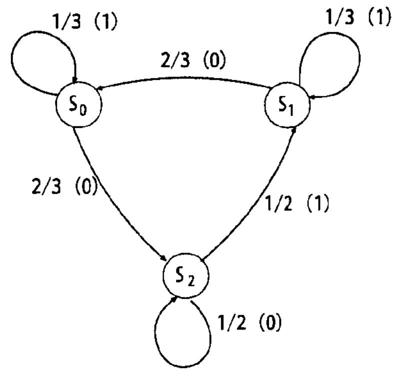
[1] (0, 1) の二元記号からなる符号語を $w_{n-1}, \cdots, w_1, w_0$ としたとき、この符号を $W(x) = w_{n-1}x^{n-1} + \cdots + w_1x + w_0$ の多項式であらわす。これらの多項式のうち、特定の多項式 $G(x)$ で割り切れるものだけを符号語とする符号を巡回符号という。$G(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ で、符号長が 7 の巡回符号を考える。

(1) 情報ビットが (101) のとき検査ビットを付加した後の符号語を求めよ。

(2) 受信語が (0010011) であったとする。この受信語は誤りを含むか否かを理由を添えて答えよ。

(注) 二元記号 : binary symbol, 符号語 : code word, 多項式 : polynominal, 符号長 : code length, 巡回符号 : cyclic code, 情報ビット : information bit, 検査ビット : check bit, 受信語 : received word

[2] 図のマルコフ情報源について考える。矢印の横の数字は、例えば 1/3(0) は 1/3 の確率で 0 を出力することを示す。$\log_2 3 = 1.58$ とする。



(1) 時刻 t において状態 S_0, S_1, S_2 をとる確率を $\boldsymbol{z}_t = (z_0^t, z_1^t, z_2^t)$ (ただし、$z_0^t + z_1^t + z_2^t = 1$) とする。$\boldsymbol{z}_{t+1} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{z}_t$ の関係をみたす遷移確率行列 $\boldsymbol{P}$ を示せ。

(2) この情報源では、はじめにどの状態から出発しようと、時間が十分にたてば、各状態の確率分布は定常状態となる。このときの確率 (定常分布) を求めよ。

(3) 定常状態のときの情報源のエントロピーを求めよ。

(4) 定常状態のときに情報源の出力が 0 である確率を求めよ。

(注) マルコフ情報源 : Markov source, 遷移確率行列 : transition probability matrix, 定常状態 : stationary state, 定常分布 : stationary distribution

ディジタル信号処理

[1] 式(1) のインパルス応答 (impulse response)$h(n)$ をもつシステムについて下記の問いに答えよ。

$$h(n) = \begin{cases} 0 & (n < 0, 5 \leq n) \\ 1 & (n = 0) \\ 2 & (n = 1) \\ 4 & (n = 2) \\ 2 & (n = 3) \\ 1 & (n = 4) \end{cases} \tag{1}$$

(1) $h(n)$ の z 変換(z-transform)$H(z)$ を求めよ。

(2) システムの周波数特性(frequency characteristics) (振幅(amplitude)、位相(phase)) を求めよ。

[2] 入力を $x(n)$、出力を $y(n)$ とした時、式 (2) の差分方程式(difference equation) で表される因果的なシステム (causal system) について下記の問いに答えよ。但し、入力信号 $x(n)$ は因果的信号 $(x(n) = 0, n < 0)$ である。

$$y(n) = x(n) - 0.7x(n-1) + 0.8y(n-1) - 0.2y(n-2) \tag{2}$$

(1) システム伝達関数(transfer function)$H(z)$ を求めよ。

(2) システムが安定(stable) か否かを、その理由とともに答えよ。

(3) システムのインパルス応答を、時点3 まで求めよ。

(4) $H(z)$ を実現する、遅延器(素子)(delay element) の数が最小となるディジタル回路を、図示せよ。

[3] 離散フーリエ変換 (discrete Fourier transform) について下記の問いに答えよ。

(1) サンプルデータ数が 4 点である時の離散フーリエ変換の式を行列(matrix) で示せ。但し、$W_N^m = \{exp(-j\frac{2\pi}{N})\}^m$ を意味する表現 W_N^m を用いよ。

(2) (1) からサンプルデータ数が 4 点である時の高速フーリエ変換 (fast Fourier transform) の式を導き、行列で示せ。但し、$W_N^m = \{exp(-j\frac{2\pi}{N})\}^m$ を意味する表現 W_N^m を用いよ。

知覚

水平方向と垂直方向に対するヒトの音源定位（sound localization）がどのような手がかりを用いて行われるかを、音波の到来方向と頭部の関係を図示して、説明しなさい。

ヒューマンコミュニケーション

意志や感情などを伝達する人間のコミュニケーションには、情報を相互にやりとりする際に独自の過程（process）が存在する。その過程において、他者の心の状態を理解することが、人間のコミュニケーションにどのような役割を持っているかについて、以下の２つのことを中心に説明しなさい。

(1)　人間のコミュニケーションの特徴

(2)　他者の心の状態を理解することが、コミュニケーションに果たす役割

認知情報処理

人間の代表的な推論(reasoning)である「演繹」(deduction)「帰納」(induction)「類推」(analogy)の概略を述べ，科学的発見(scientific discovery)の過程で 3 種の推論がどのように使用されるのかを，これらの領域で扱われてきた重要な話題に言及しつつ説明しなさい。

認知行動

人の情報処理特性は，ボトムアップ型処理(bottom-up processing)（あるいはデータ駆動型処理, data-driven processing）と，トップダウン型処理(top-down processing)（あるいは概念駆動型処理, concept-driven processing）によって対比的に説明される．（１）両処理特性について具体的な例をまじえて説明し，（２）さらに人の情報処理にこれらの２種類の処理が必要とされる理由について論じなさい．