問題１１　Ａ[静電界・定常電流]またはＢ[電磁誘導・電磁波]のどちらかを選択して解答すること。なお，解答用紙の選択記号欄に，選択したＡまたはＢの記号を記入すること。

Ａ[静電界・定常電流]

以下のⅠとⅡに答えなさい。以下の問題では，真空中に球殻や導体があるものとし，各物理量は国際単位系（ＳＩ）で表されている。また真空の誘電率をε_0，透磁率をμ_0とする。

Ⅰ　図１に断面を示すように，導体でできた半径aの内球殻および半径bの外球殻からなるコンデンサを作った。二つの球殻の中心は一致している。以下の問いに答えよ。

(1)　図１のように外球殻を接地し内球殻の電位がV_1になるように内殻球に電荷を与えた。与えた電荷量Qおよび中心からの距離r（ただし$a < r < b$）における電界の強さEと電位Vを求めよ。

(2)　図１のように外球殻を接地した場合のコンデンサの静電容量C_1を求めよ。

(3)　図２のように内球殻を接地した場合の外球殻の静電容量C_2を求めよ。

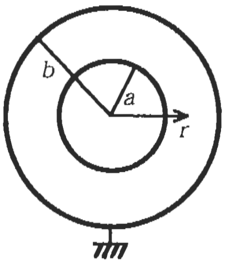


図１

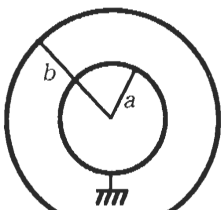


図２

Ⅱ　z軸方向に無限に長い半径aの円柱状の導体があり，z軸の正の向きに電流密度Jの電流が流れている。導体の中心軸をz軸とした３次元直交座標をおき，以下の問題に答えよ。

(1)　導体内の$x\,y$面内に生じる磁界の強さH_aを中心からの距離rに対して求めよ。また導体内の点(x, y)における磁界のx成分H_{ax}とy成分H_{ay}を示せ。

(2)　図３に示すように，この導体に半径bのz軸に沿った穴を貫通させた。穴の中心軸は，原点Oからx軸上を距離ℓだけずれ，点$(\ell, 0)$を通っている（ただし$(a-b) > \ell$）。導体部分には，電流密度Jの電流がz軸の正の向きに流れている。穴の内部には電流が流れないから，この状態は電流が$+z$向きの半径aの導体円柱と電流が$-z$向きの半径bの導体円柱が中心をℓだけずらして重なったものと考えることができる。この考えを使って穴の中の点(x, y)に生じる磁界のx成分H_xとy成分H_yを求めよ。また，空間的にどのような磁界となっているか説明を加えよ。

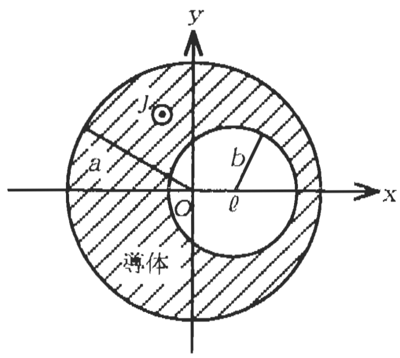


図３

B［電磁誘導・電磁波］

Ⅰ　電流素片 $Id\hat{s}$ がそこから距離 r 離れた位置につくる微小な磁束密度は，ビオ・サバールの法則によれば，以下の式で与えられる．

$$d\hat{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\hat{s} \times \hat{r}}{r^3}$$

ここで，μ_0 は真空の透磁率，$\hat{r}$ は電流要素から観測場所へ引いた位置ベクトルである．図 1 に示す真空中に置かれた半径 a の円形電流 I に関し，以下の問に答えよ．

(1)　電流要素 $Id\hat{s}$ が点 P につくる微小磁束密度の大きさ $|d\hat{B}|$ をビオ・サバールの法則を用いて表せ．

(2)　円形電流 I により，点 P において生じる磁束密度 $\hat{B}$ を求めよ．

(3)　円の中心軸（z 軸，$x = y = 0$）に沿って速度 v で $+z$ 方向に等速運動を行っている点電荷 q を考える．この点電荷 q が磁束密度 $\hat{B}$ から受ける力を求めよ．

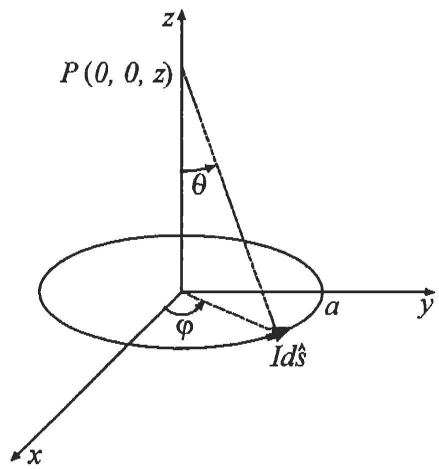


図 1

Ⅱ　電界が次式のように複素表現（最大値表現）される平面波（角周波数 ω）が誘電率 ε_0，透磁率 μ_0 の自由空間中，$+x$ 方向に伝搬している．直角座標系の単位ベクトルを $\hat{\boldsymbol{x}}$，$\hat{\boldsymbol{y}}$，$\hat{\boldsymbol{z}}$ として，次の問いに答えよ．

$$\boldsymbol{E} = (\hat{y}A + \hat{z}B)\exp(-jk_0x) \qquad (A,\ B：定数,\ k_0：波数)$$

(1) 波数 k_0 を ω，ε_0，μ_0 で表せ．

(2) マクスウェルの方程式から，磁界 $\boldsymbol{H}$ を求めよ．

(3) $A = a\exp(j\alpha)$，$B = b\exp(j\beta)$（a, b, α, β：実定数）のとき，電界と磁界の瞬時値表現 $\boldsymbol{e}(x,t)$，$\boldsymbol{h}(x,t)$ を求めよ．

(4) A，B が(3)のように与えられるとき，この平面波の複素ポインティングベクトル $\boldsymbol{S}$ を求めよ．

問題１２　Ａ［交流回路・アナログ電子回路］またはＢ［電気回路・電子回路］のどちらかを選択して解答すること。なお，解答用紙の選択記号欄に，選択したＡまたはＢの記号を記入すること。

Ａ［交流回路・アナログ電子回路］

Ⅰ　図１に示す電気回路について，以下の問に答えよ。ただし，容量 C，角周波数 ω の交流電圧 E は一定であり，抵抗 R は可変である。

(1)　R および C を流れる電流 I_1 と二つの C を流れる電流 I_2 の電流比 $G_I(=|I_2/I_1|)$ を求めよ。

(2)　出力電圧 E_o を b 点の電位 E_b と a 点の電位 E_a との差 $(E_o=E_b-E_a)$ とする。この時，電圧比 $G_E(=|E_o/E|)$ は，R に関係なく一定になる。電圧比 G_E を求めよ。

(3)　出力電圧 E_o の位相が E より 90° 遅れる時の R を求めよ。

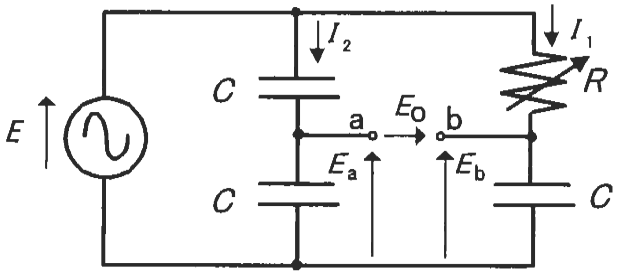


図1

Ⅱ　　図２は理想オペアンプ（電圧利得＝∞，入力インピーダンス＝∞，出力インピーダンス＝０）を用いた回路である。以下の問に理由と共に答えよ。

(1) (a)　Ｓ１を開，Ｓ２を閉とすると，この回路は反転増幅回路となる。$V_2(t)$ を求めよ。

(b)　Ｓ１を閉，Ｓ２を開とすると，この回路は微分回路である。$V_2(t)$ を求めよ。

(2)　Ｓ１及びＳ２は共に開，Ｒｓ＝１０［ｋΩ］，Ｒｆ＝１００［ｋΩ］，Ｃｓ＝１．０［μＦ］，$V_1(t)=V\sin(2\pi f t)$［Ｖ］とする。

(a)　$A_v=\left|V_2(t)/V_1(t)\right|$ を求めよ。

(b)　$A_v=10/\sqrt{2}$ となる f を有効数字２桁まで求めよ。

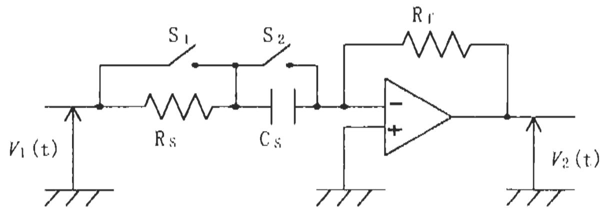


図２

B ［電気回路・電子回路］

設問全てに解答すること。

I　図 1 の交流電圧源$\dot{E}$，抵抗R_1, R_2，リアクタンスjX_1，$-jX_2$およびスイッチSからなる回路がある。抵抗R_1とリアクタンスjX_1は固定値で，抵抗R_2とリアクタンス$-jX_2$は可変である。定常状態において以下の問いに答えよ。

(1) スイッチSを開いた回路で，回路に流れる電流$|\dot{I}|$および抵抗R_2の消費電力P_2の式をそれぞれ，$E\ (=|\dot{E}|)$，R_1，R_2，X_1を用いて表せ。

(2) スイッチSを開いた回路で，抵抗R_2の消費電力P_2が最大となる抵抗R_2の条件を求めよ。

(3) スイッチSを閉じた回路で，抵抗R_2の消費電力P_2が最大となるための，抵抗R_2およびリアクタンス$-jX_2$はそれぞれどれだけか。ただし，$R_1 = 20\ \Omega$，$X_1 = 10\ \Omega$とする。

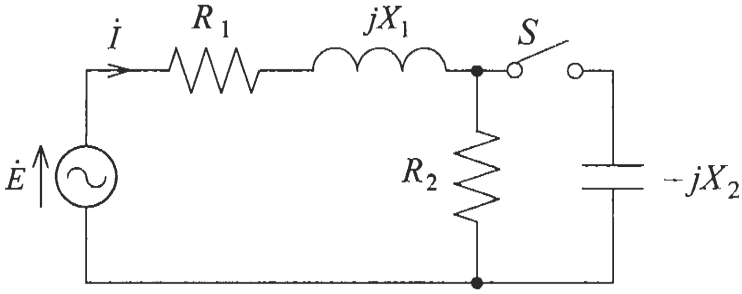


図 1

II　図 2 のオペアンプ回路の入力端子に入力電圧V_Iを加えたときの出力電圧をV_Oとして，以下の問いに答えよ。ただしオペアンプは理想オペアンプとし，電圧利得は無限大で入力インピーダンスは∞Ω，出力インピーダンスは 0 Ωとする．

(1) この回路は，a点とb点の電位が等しくなるように動作する．この現象は何と呼ばれるか．

(2) 抵抗R_1を流れる電流I_1を入力電圧V_Iを用いて表せ．

(3) a点から抵抗R_2へ流れる電流I_2を入力電圧V_Iを用いて表せ．

(4) この回路の電圧増幅度V_O/V_Iを求めよ．

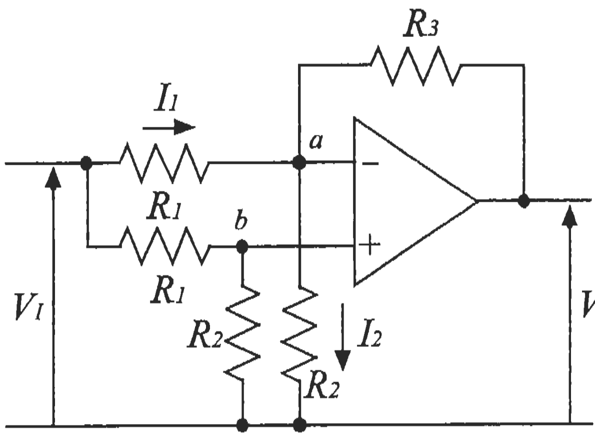


図 2

問題１３　電子物性・半導体物性

ホール効果に関する下記設問全てについて解答すること。

n 型半導体試料を外部磁場 $\boldsymbol{B}$（磁束密度）と試料内部を流れる電流密度 $\boldsymbol{J}$ が直交するように配置する。電場 $\boldsymbol{E}$ と磁場が存在する半導体中では，質量 m，電荷 $-e$ の自由電子の運動方程式は，

$$m\left(\frac{d}{dt}+\frac{1}{\tau}\right)\boldsymbol{v}=-e(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$$

となる。ここで，τ，$\boldsymbol{v}$ は，それぞれ電子の平均衝突時間，速度である。

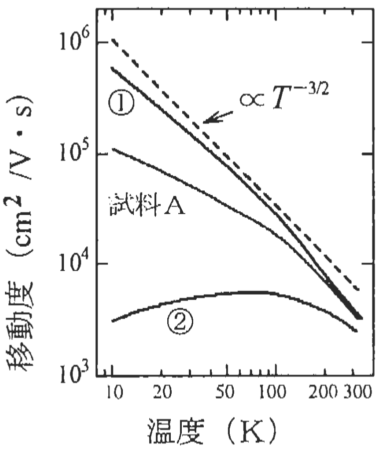
(1)キャリア密度を n としたとき，$\boldsymbol{B}=0$ の定常状態で試料を流れる電流密度 $\boldsymbol{J}$ と電場 $\boldsymbol{E}$ の間での関係式から，試料の導電率 σ を導け。

(2) $\boldsymbol{B}\neq 0$ の定常状態における試料のホール定数（係数）R_H を導け。

(3)導電率 σ，ホール定数（係数）R_H を用いて，キャリアの移動度 μ を導け。

(4)図に n 型 Ge である試料A（ドナー密度；$1.7\times10^{15}\ \mathrm{cm}^{-3}$）の移動度 μ の温度 T に対する変化が実線で示されている。図中破線は，$\mu\propto T^{-3/2}$ の線を表している。

同様に試料B（ドナー密度；$1.2\times10^{13}\ \mathrm{cm}^{-3}$），試料C（ドナー密度；$7.0\times10^{16}\ \mathrm{cm}^{-3}$）の移動度 μ を測定したとき，それぞれの結果は，図中曲線①および②のどちらになるか、その理由とともに答えよ。



図

問題１４　計測・制御・数理

I, II, III のうち二つを選択して解答すること．なお，解答用紙には，選択した問題の記号（I, II, III のうち二つ）をはじめに記載すること．

I　図 1 に示す機械系について考える．図中，質量 M [kg] の矩形物体と，慣性モーメント J [kg·m^2] の円盤は接触しており，接触面に粘性摩擦係数 B_1 [N·s/m] の粘性摩擦が発生する．また，図中の円盤は固定軸 A のまわりに回転するものとし，$\theta(t)$ [rad] は円盤の角変位を，$\tau(t)$ [Nm] は円盤に働くトルクをあらわす．一方，矩形物体は摩擦のない床面上を移動し，その変位を $x(t)$ [m] とする．さらに矩形物体はばね定数 K [N/m] のばねと粘性摩擦係数 B_2 [N·s/m] のダンパによって壁面に結合されている．

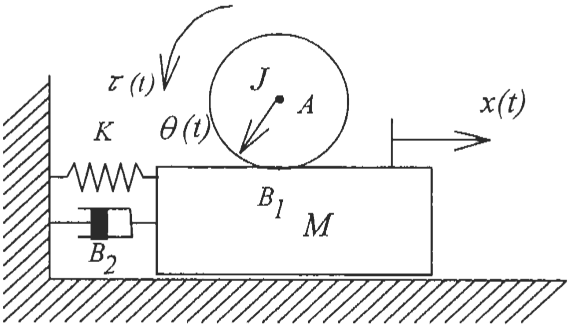


図　1

(1) 機械系の運動方程式を慣性モーメント J の円盤と質量 M の矩形物体のそれぞれについて書け．ただし，円盤の角変位 θ，円盤に加わるトルク τ，矩形物体の変位 x は図中の矢印の方向を正とする．

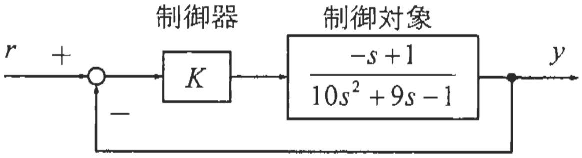
(2) 上の設問 (1) で求めた機械系の運動方程式をラプラス変換した式を書け．さらに，運動に関する初期値を零として，外部から与えられたトルク τ と角変位 θ，変位 x との相互関係を示すブロック線図を作成せよ．

(3) 円盤に加わるトルク $\tau(t)$　[Nm] を入力，質量 M の矩形物体の変位 $x(t)$ [m] を出力とする伝達関数 $G(s)$ を求めよ．

II　次の(1)～(3)の問いについて答えよ．

(1)　$\dot{x}_1 = 4x_1 - 5x_2 + 4u$，　$\dot{x}_2 = 7x_1 - 8x_2 + 6u$，　$y = -3x_1 + 2x_2$ のとき，u から y への伝達関数を求めよ．

(2)　下図に示されている比例制御系に対して，目標値 r に単位ステップ関数を入れる．このとき，定常偏差が存在する比例ゲイン K の範囲を求めよ．また，そのときの定常偏差を求めよ．ただし偏差は $r-y$ とする．



(3)　$G(s) = \dfrac{1}{s^2+5s+4}$ の伝達関数を持つシステムに対して，信号 $u(t) = 2\sin(2t)$ を入力した．

時間が十分経過した後の出力の振幅を求めよ．

III　二つの確率的に独立な確率変数 X と Y があり，それぞれの密度関数 $f(x)$ と $g(y)$ が次のように与えられている．$\lambda > 0$，$\mu > 0$ である．

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \qquad g(y) = \begin{cases} \mu e^{-\mu y}, & y \geq 0, \\ 0, & y < 0. \end{cases}$$

さらに確率変数 Z を $Z = X + Y$ と定義する．以下の問いに答えよ．導出の過程を明確にすること．

(1)　X，Y それぞれの期待値 $\mathbf{E}[X]$，$\mathbf{E}[Y]$ を求めよ．

(2)　X^2，Y^2 それぞれの期待値 $\mathbf{E}[X^2]$，$\mathbf{E}[Y^2]$ を求めよ．

(3)　確率変数 X と $X+Y$ の共分散 $\mathbf{Cov}[X, X+Y]$ を求めよ．
（ヒント：$\mathbf{Cov}[X, X+Y] = \mathbf{E}[(X - \mathbf{E}[X])(X + Y - \mathbf{E}[X+Y])]$ である．）

(4)　以上の計算結果から X と $X+Y$ の相関係数 $\rho(X, X+Y)$ を λ と μ を用いて表し，さらに $\lim\limits_{\mu \to \infty} \rho(X, X+Y)$ の極限値を求めよ．

（ヒント：$\rho(X, X+Y) = \dfrac{\mathbf{Cov}[X, X+Y]}{\sqrt{\mathbf{Var}[X]}\sqrt{\mathbf{Var}[X+Y]}}$ である．ここで $\mathbf{Var}[X]$ は X の分散である．）

問題１５　力学･材料力学

以下の３問のなかから２問を選択し解答せよ。選択した問番号(I、II、III)を解答用紙に明記して解答すること。なお，解答順は問わない。

I　ある高さから質量mの物体を初速ゼロで落下させる。物体には重力(重力加速度 g)のほかに速度の２乗に比例する空気抵抗がはたらいており比例定数はkとする。鉛直下方をy軸正方向とし、落下開始点を原点とする座標を使って以下の設問に答えよ。必要なら次の恒等式を参考にしなさい：　$\dfrac{2}{1-x^2}=\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{1}{1-x}$

(1) 物体の運動方程式を求めよ。

(2) 落下の速さvを時間tの関数として求めよ。

(3) この運動の力学的エネルギーの時間変化率$\dfrac{dE}{dt}$を求め，力学的エネルギーは保存するか，増加するか，減少するか，判定せよ。

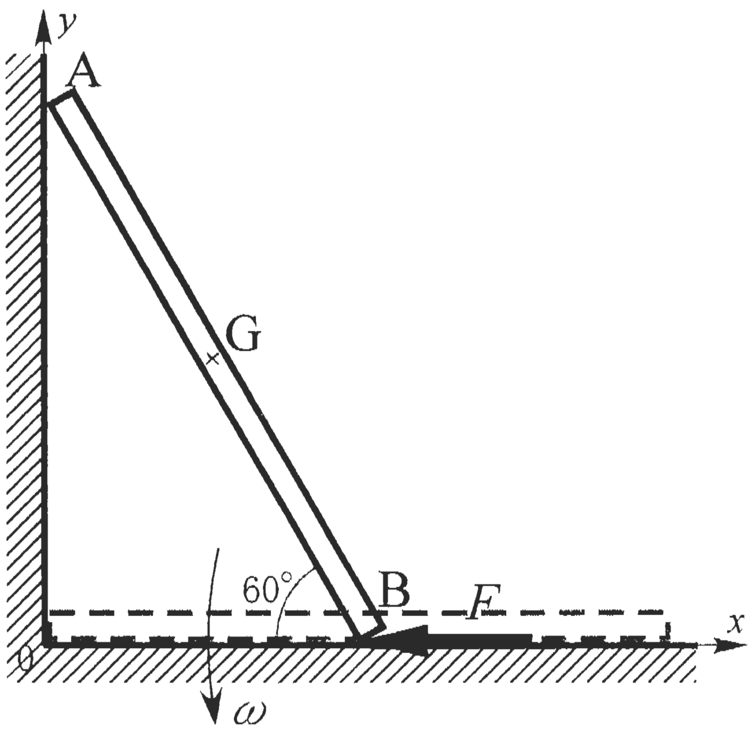
(4)　もし落下運動がいつまでも続くとついには一定速さになる。これはなぜか，またこの速さを求めよ。

II　断面の大きさを無視できる長さL，質量Mの一様な細長い剛体棒をなめらかな垂直壁と水平床に立てかけておくため，水平力Fが剛体棒の下端に加えられている。剛体棒の重心まわりの慣性モーメントは$I_G=ML^2/12$，重力加速度をgとする。このとき，以下の設問に答えよ。

(1) 剛体棒は水平床に対して角度60°で支えられている。立てかけられて静止している状態での力のつり合い式，および力のモーメントのつり合い式を示し，立てかけておくのに必要な水平力の大きさFを求めよ。また，剛体が垂直壁と接触している点Aで受ける反力の大きさR_Aと水平床と接触している点Bで受ける反力の大きさR_Bをそれぞれ求めよ。

(2) 剛体棒の一端Bに関する慣性モーメントI_Bを求めよ。

(3) 次に，剛体を支えている水平力Fを突然取り去った。この後，剛体は回転を始め，垂直壁との接触点Aは壁に沿って下降していく。剛体棒が水平床に衝突する直前(図の点線の状態)について，剛体棒の点Bに関する回転角速度ωをエネルギー保存則から求め，さらに剛体棒の重心速度の大きさV_Gを求めよ。



III　図１に示す長さ l の片持ちはり（A端は自由、B 端は壁面に垂直に固定支持）のA端に Wの下向き荷重をかけた。はりは縦弾性係数 E の材料で製作され，高さ h，幅 bの一様な長方形断面を有する。以下の設問に答えよ。ただしいずれも変形は微小であり，自重は無視するものとする。

(1) せん断力線図および曲げモーメント線図を描け。

(2) はりの断面二次モーメント Iを h，bを用いて示せ。さらにたわみ曲線を決定してA端のたわみを求めよ。

(3) はりに生じる曲げ応力の最大値を求めよ。またその応力が生じる場所は断面内のどこか。

(4) 新たに図２に示すように，図１のはりのA端の中立軸位置に壁面から４５°の角度にロープをかけ，たるみなくまっすぐに張った。ロープの端は回転を拘束しないように結合されており，ロープの断面積を S，縦弾性係数をはりと同じく Eとする。図２のはりのA端に下向き荷重 Wをかけた際にロープにかかる力とA端に生じるたわみを求めよ。ただし，荷重をかけていない状態ではロープに力はかからず，荷重によってロープには伸び変形のみ，はりには曲げ変形のみが生じるとして計算せよ。

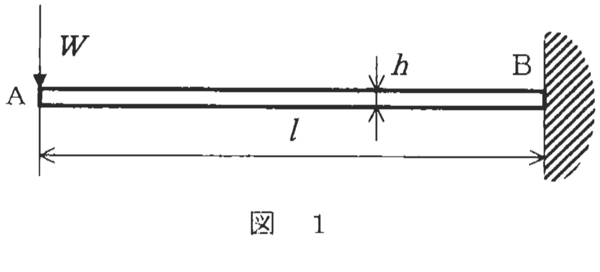


図　1

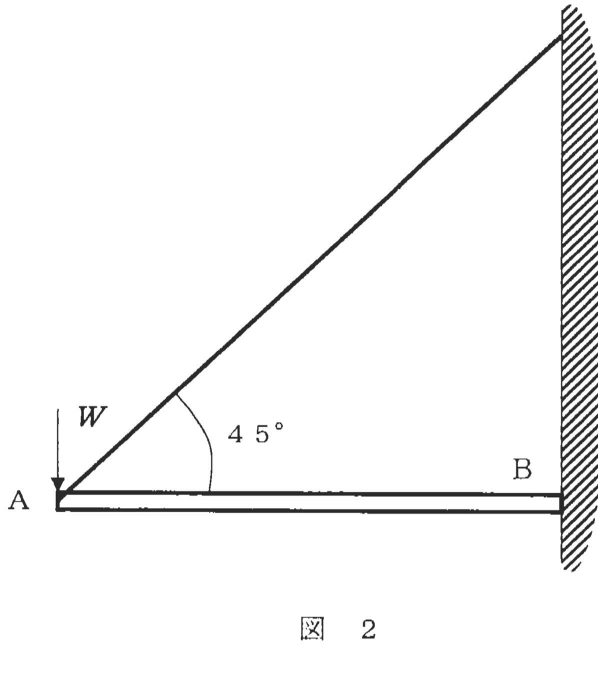


図　2

問題１６　Ａ[流体力学]またはＢ[連続体力学]のどちらかを選択して解答すること。なお，解答用紙の選択記号欄に，選択したＡまたはＢの記号を記入すること。

Ａ[流体力学]

Ⅰ　以下の(1)～(10)に入る用語，数字あるいは数式を解答せよ。ただし(1)～(4)には数字（有効数字２桁），(7)，(8)には数式が入る（x, y, z 方向の速度成分をu, v, w，圧力をp，粘性係数をμとせよ)。

・流れの解析において物性値は重要なパラメータである。常温常圧で水の密度は(1)＿＿＿＿[kg/m^3]，空気の密度は (2)＿＿＿＿[kg/m^3] である。また，常温常圧で水の動粘度は (3)＿＿＿＿[m^2/s]，空気の動粘度は (4)＿＿＿＿[m^2/s] である。

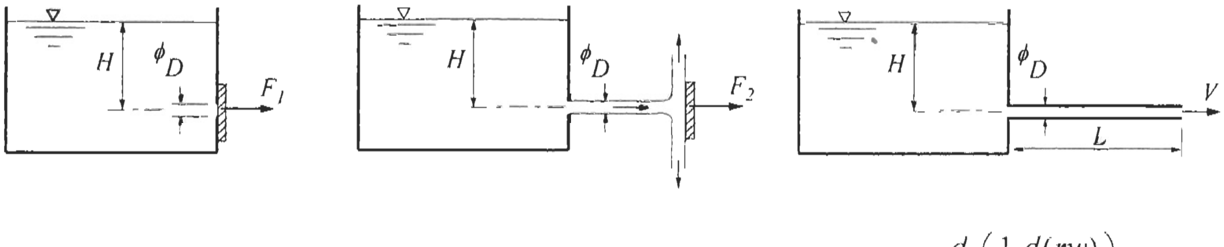
・粘性流体の運動は，運動量保存則である (5)＿＿＿＿と質量保存則である (6)＿＿＿＿で記述される。(5)＿＿＿＿において粘性応力にはニュートン流体が仮定されており，せん断応力成分 τ_{xy} は (7)＿＿＿＿，垂直応力成分 $\tau_{xx}(=\sigma_{xx})$ は (8)＿＿＿＿のように記述される。(5)＿＿＿＿に非粘性の条件を課すと (9)＿＿＿＿と呼ばれる式になるが，さらに (9)＿＿＿＿を１つの流線上で積分して非圧縮性流れを仮定すると (10)＿＿＿＿が得られる。

Ⅱ　水の満たされたタンク側壁の深さH[m]の位置に直径D[m]の小穴が開いている。これに関し次の(1)～(3)の問いに答えよ。ただし，水の密度ρ[kg/m^3]，重力加速度g [m/s^2]，円周率πとせよ。

(1) 左図のように小穴を板でふさいだ場合，板が受ける全圧力F_1[N]を与える式を書け。

(2) 中図のように板を小穴から離して静止させて置いた場合，板が噴流から受ける力F_2[N]を与える式を書け。ただし噴流は縮流せず摩擦の影響は無視できるとし，さらに噴流が流出後の重力の影響は無視できるとする。

(3) 右図のように小穴と同じ内径の長さL[m]の円管を小穴に設置したところ円管からの流出速度がV[m/s]となった。この場合に円管の管摩擦係数λを与える式を書け。ただし，円管の入り口および出口損失は無視できるものとする。



Ⅲ　同軸回転する二重円筒のすき間の粘性流の周方向速度成分$w(r)$ [m/s] は$\dfrac{d}{dr}\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{d(rw)}{dr}\right)=0$という方程式に支配される。ここで$r$[m]は半径座標（円筒座標系）である。これに関し次の問いに答えよ。

(1) この方程式を積分して$w(r)$の一般解を示せ。ただし積分定数をC_1，C_2とせよ。

(2) 内円筒（$r=r_1$）の角速度がΩ_1 [rad/s]，外円筒（$r=r_2$）の角速度がΩ_2 [rad/s]である場合について積分定数C_1とC_2を定めよ。

B [連続体力学]

Ⅰ　複素速度ポテンシャルが $W(z)=-i\Gamma\log z$ で与えられている。ただし $\Gamma>0$, $z=x+iy$, i は虚数単位である。以下の問いに答えよ。

(1) 流れ関数 Ψ と速度ポテンシャル Φ を求めよ。

(2) 流線を描け。

(3) この流れは原点以外で渦なしであることを示せ。

(4) 点 P$=(X,Y)$での速度ベクトル $\boldsymbol{u}$ の成分を求めよ。

(5) 点 $P_1=(a,0)$,　$P_2=(-a,0)$ にそれぞれ強さが Γ_1, Γ_2 の渦糸が置かれている。このときの複素速度ポテンシャルを求めよ。

(6) $\Gamma_1=\Gamma_2=\Gamma$ の時、２つの渦糸は並進する。このときの並進速度を求めよ。

(7) 半径 R の円周上に90°ずつ離れて４つの渦糸が置かれている。このとき４つの渦糸の全体の回転角速度を求めよ。

Ⅱ　３次元の非圧縮の完全流体の運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}=-\nabla p$$

(1) 渦度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ が従う方程式を求めよ。

(2) ２次元非圧縮流体の場合，渦度 ω の方程式を流れ関数 Ψ を用いてあらわせ。

(3) ２次元の完全流体が有限の領域Ｖに閉じ込められている。この領域内での渦度 ω の2乗（エンストロフィーという）の空間積分

$$\int_V (\omega(x,y,t))^2 dxdy$$

は時間的に保存することを示せ。ただし、境界上で速度の法線成分は０とする。

問題１７　熱力学

設問すべてについて解答すること。

Ⅰ　図１に示すように，温度 T_1＝500 K，質量流量 $\dot{m}_1$＝0.025 kg/s の空気と温度 T_2＝290 K，質量流量 $\dot{m}_2$ [kg/s] の空気が断熱された容器内に定常的に流入し，混合されて容器から流出する。容器内にはヒータがあり，空気を加熱するようになっている。また，空気流の運動エネルギーおよび位置エネルギーの変化は無視できるものとする。空気の定圧比熱 c_p を 1.0 kJ/(kg·K) として，次の問いに答えよ。

(1) ヒータを作動させない状態で，流出口の空気温度を測定したところ T_3＝360 K であった。このとき，質量流量 $\dot{m}_2$ [kg/s] はいくらか。

(2) ヒータを作動させて，$\dot{Q}$＝7.5 kW の熱を加えたとき，容器から流出する空気の温度 T_3 [K] はいくらになるか。

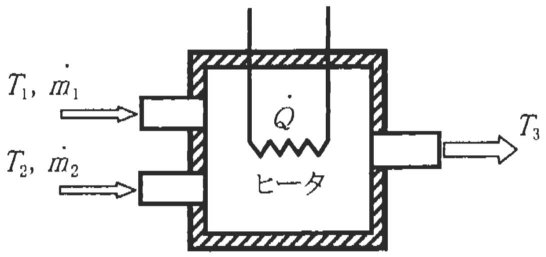


図１

Ⅱ　図２に示すように，可逆機関Ａと不可逆機関Ｂが直列に接続され，高温熱源と低温熱源の間で運転される。可逆機関Ａの熱効率が不可逆機関Ｂの熱効率の 1.5 倍であるとき，次の問いに答えよ。

(1) 可逆機関Ａが高温熱源から Q_1＝1200 J の熱を受け，不可逆機関Ｂが Q_3＝400 J の熱を低温熱源に捨てるとすると，可逆機関Ａから捨てられ，不可逆機関Ｂが受ける熱 Q_2[J]はいくらになるか。

(2) 具体的に可逆機関Ａと不可逆機関Ｂの熱効率 η_A および η_B はいくらか。また，高温熱源から受熱するときの温度が T_1＝1000 K であるとき，可逆機関Ａから熱が捨てられるときの温度 T_2 [K] はいくらになるか。

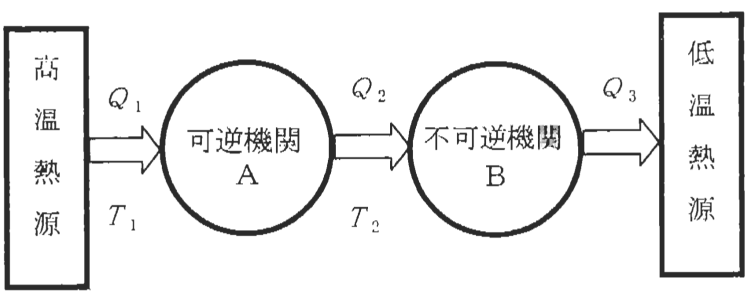


図２

Ⅲ　図３のような等温変化と等圧変化からなるサイクル（エリクソンサイクル）を考える。作動物質は，定圧比熱 c_p [J/(kg·K)]，気体定数 R [J/(kg·K)] の理想気体とする。１と３の状態の比体積 v [m³/kg] が等しいとするとき，質量 1 kg の作動物質について次の問に答えよ。ただし，答えはすべて，温度 T_1 [K]，圧力 p_1，p_2 [Pa]，定圧比熱 c_p [J/(kg·K)] および気体定数 R [J/(kg·K)] を用いて記せ。

(1) 温度 T_2 [K] を求めよ。

(2) 1→2，2→3 の過程における比エントロピー変化 Δs_{12} および Δs_{23} [J/(kg·K)] を表せ。

(3) 1→2，2→3，3→4，4→1 の過程において出入りする熱 q_{12}，q_{23}，q_{34} および q_{41} [J/kg] を求めよ。そして，それぞれが受熱であるのか放熱であるのかを明記せよ。

(4) 熱効率 η_{th} を表せ。

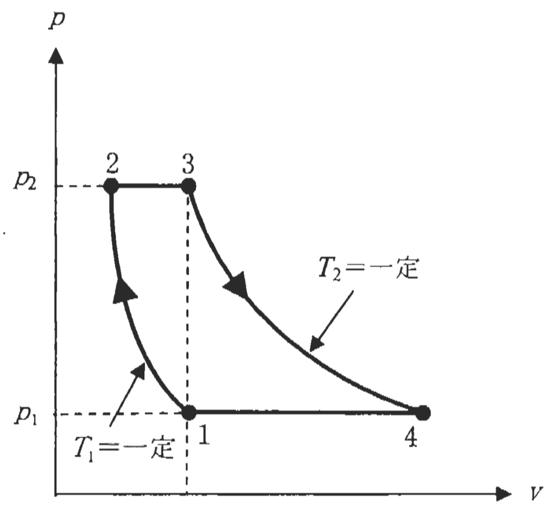


図３

問題１８　数理科学

設問すべてについて解答すること。

I 次の問いに答えよ。

(1) $f(z)=e^{z^2}$ は複素数全体で正則関数である事を示せ。

(2) 積分値 I を次のように置くと、I^2 は以下のようになる。

$$I=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}dx,\quad I^2=\iint_{R^2}e^{-(x^2+y^2)}dxdy$$

I^2 を極座標変換して求め、I の値を示せ。

(3) a と R を正の実数とし, 2つの線分 γ_+,γ_- を $\gamma_\pm=\{z=\pm R+iy; y\in[0,a]\}$ とする。2つの積分値 $I_\pm(R)$ は R を無限大に近づけた時0に収束する事を仮定し、また(1), (2)を用いて積分値 J を求めよ。ただし $I_\pm(R)$ と J は次のような値とする。

$$I_\pm(R)=\int_{\gamma_\pm}e^{-z^2}dz,\quad J=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-(x+ia)^2}dx$$

II スカラー場 f の勾配を $grad\ f=\nabla f$, ベクトル場 $\mathbf{v}$ の発散、回転をそれぞれ $div\mathbf{v}=\nabla\cdot\mathbf{v}$, $rot\mathbf{v}=\nabla\times\mathbf{v}$ とし、微分作用素 Δ を $\partial^2/\partial x_1^2+\partial^2/\partial x_2^2+\partial^2/\partial x_3^2$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $div(grad\ f)=\Delta f,\quad rot(grad\ f)=\mathbf{0}$ を示せ。

(2) ベクトル場 $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)=(u_1,u_2,u_3)(x_1,x_2,x_3,t)$ が $\Delta\mathbf{u}=(\Delta u_1,\Delta u_2,\Delta u_3)$ として、次を満たすとする。ただし λ,μ は定数とする。

$$\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2}-(\lambda+\mu)grad(div\mathbf{u})-\mu\Delta\mathbf{u}=\mathbf{0}$$

今 $g=div\mathbf{u},\mathbf{w}=rot\mathbf{u}$ と置く時 g,$\mathbf{w}$ はそれぞれ次を満たす事を示せ。

$$\frac{\partial^2 g}{\partial t^2}-(\lambda+2\mu)\Delta g=0,\quad \frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2}-\mu\Delta\mathbf{w}=\mathbf{0}$$

問題１９　Ａ[計算機構造]またはＢ[システムプログラム]のどちらかを選択して解答すること．なお，解答用紙の選択記号欄に，選択したＡまたはＢの記号を記入すること．

Ａ[計算機構造]

I　三つの10進数 $X=(11.125)_{10}$，$Y=(5.9375)_{10}$，$Z=(6.625)_{10}$について，整数部5ビット，小数部5ビットの2進数固定小数点表現を考える．負数は2の補数を用いて表現されるものとして，以下の(1)，(2)の問いに答えよ．

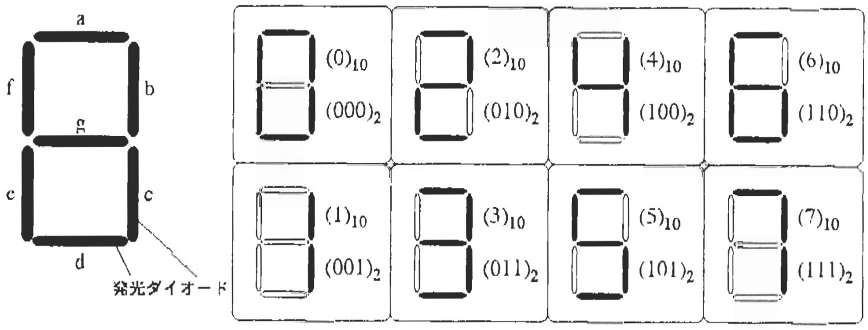
(1) X，Y，Zを2進数で表せ．

(2)以下の計算を(1)で得られた2進数で行い，その結果が正しい答えを与えるかどうかを理由とともに示せ．①　$X+Y$　　　②　$-Y-Z$

II　3ビットの正数のみの2進数（$x_2x_1x_0$；x_0が最下位ビット）を，下図のような7セグメント発光ダイオード(LED)を用いて，10進数の記号で表示したい．10進数の0〜7は，図中右のように表されるものとする．各LEDには，a〜gの記号を割り当てる．このとき，各LEDの点灯／消灯は，表現したい2進数を入力とした論理演算の出力結果で決まるようにしたい．すなわち，各LEDに対応する演算結果が“1”となるときそのLEDが点灯し，“0”となるとき消灯するものとしよう．このとき，以下の(1)，(2)の問いに答えよ．

(1) eのLEDの出力を表す論理式 F_e 及びfのLEDの出力を表す論理式 F_f を，主加法標準形(積和標準形)で表せ．

(2)カルノー図を用いて，(1)で求めた F_e 及び F_f を簡単化せよ．



III　計算機で実行すべき三つのタスクA, B, Cがある．これら三つのタスクの優先度と，各タスクを単体で実行した場合の中央処理装置（CPU）及び入出力装置（I/O）の占有時間は，下表に示す通りである．CPUは，優先度の高いタスクから割り当てられる．優先度の高いタスクは，入出力が終了すると，優先度の低いタスクがCPUを使用している場合には，直ちにCPUを再使用できるものとする．三つのタスクが同時に作動可能(ready)状態になってから，全てのタスクが終了するまでの時間を考える．各タスクの入出力は並行して処理が可能であり，オペレーティングシステムのオーバヘッドは無視できるものとして，以下の(1)，(2)の問いに答えよ．

(1)全てのタスクが終了するまでの時間を求めよ．

(2)タスクCが終了するまでの間に，タスクCが作動可能状態にある時間は延べ何ミリ秒か．

タスク	優先度	単独実行の占有時間（単位：ミリ秒） CPU−I/O−CPU−I/O−CPU
A	高	3−4−3−5−3
B	中	3−6−4−3−3
C	低	3−5−4−3−3

B[システムプログラム]

I　以下の設問に答えなさい.

（1）　以下の中置記法の式をそれぞれ後置記法に変換しなさい.

①　a + b ＊ c　　②　(a + b) ＊ c + d

（2）　次の①から⑧からなる生成規則をもつ文法について，入力文字列 a+b*c に対する解析木を作成しなさい. ただし，a, b, c, *, + は終端記号，S, E, T, F は非終端記号であり，Sは開始記号である.

①S→E　②E→E＋T　③E→T　④T→T＊F　⑤T→F　⑥F→a　⑦F→b　⑧F→c

II　仮想アドレスが３２ビット，１ページの大きさが 1024 バイト，主記憶容量２５６M バイトのページングによる仮想記憶システムについて以下の設問に答えなさい.

（1）　１レベルページング機構で必要なページテーブルの大きさ（記憶容量）を求めなさい. ただし，ページテーブルのエントリは３２ビットとする.

（2）　１ページの大きさを 1024 バイトから 512 バイトに変更した場合に生じる利点と問題点について述べなさい.

（3）　１レベルページング機構を２レベル（多段）ページング機構にした場合に生じる利点と問題点について述べなさい.

（4）　ページ置換えアルゴリズムが FIFO および LRU の場合について，ページフォルトの発生回数を求めなさい. ただし，ページ参照列は 0, 2, 3, 1, 0, 2, 4, 0, 2, 3, 0, 1, ページフレーム数は４とし，初期状態では主記憶は空であったとする.

III　図１は，４つのプロセスA，B，C，Dが，セマフォを使って排他制御を行いながら共有変数ｘを更新するプログラムである. ここで，ｓはセマフォ変数で初期値１であり，共有変数ｘの初期値は１００とする. このとき，以下の設問に答えなさい.

（1）　排他制御を実現するために必要な，P操作とV操作の機能を説明しなさい.

（2）　図 2 のように，プロセスDに対してP操作を落としてしまったプログラムを考える. このとき，プログラム終了時に共有変数ｘがとる可能性のある値すべてを昇順に記しなさい.

（3）　（2）で共有変数ｘが最大値となる場合について，なぜｘがこの値になるのか分かるように，４つのプロセスの動作を説明しなさい.

初期化　s=1; x=100;

プロセスA	プロセスB	プロセスC	プロセスD
P(s);	P(s);	P(s);	P(s);
x=x+10;	x=x+1;	x=x-10;	x=x-1;
V(s);	V(s);	V(s);	V(s);

図１

初期化　s=1; x=100;

プロセスA	プロセスB	プロセスC	プロセスD
P(s);	P(s);	P(s);	
x=x+10;	x=x+1;	x=x-10;	x=x-1;
V(s);	V(s);	V(s);	V(s);

図２

問題２０　Ａ［離散数学］またはＢ［推論機構］のどちらかを選択して解答すること。なお，解答用紙の選択記号欄に，選択したＡまたはＢの記号を記入すること。

Ａ［離散数学］

Ⅰ　集合Ａの上の２項関係Ｒについて以下の条件について考える。

① 任意の$x\in \mathrm{A}$に対して，$x\,\mathrm{R}\,x$。
② 任意の$x,y,z\in \mathrm{A}$に対して，（$x\,\mathrm{R}\,y$かつ$y\,\mathrm{R}\,z$）ならば$x\,\mathrm{R}\,z$。
③ 任意の$x,y,z\in \mathrm{A}$に対して，（$x\,\mathrm{R}\,z$かつ$y\,\mathrm{R}\,z$）ならば$x=y$。
④ 任意の$x,y,z\in \mathrm{A}$に対して，（$x\,\mathrm{R}\,y$かつ$x\,\mathrm{R}\,z$）ならば$y=z$。
⑤ 任意の$x,y\in \mathrm{A}$に対して，$x\,\mathrm{R}\,y$ならば$y\,\mathrm{R}\,x$。
⑥ 任意の$x\in \mathrm{A}$に対して，$x\,\mathrm{R}\,y$となる$y\in \mathrm{A}$が存在する。

これに関して次の各問に答えよ。

⑴ 集合Ａをすべての自然数の集合 $\{0, 1, 2, 3, \cdots\}$ とし，関係Ｒを次の関係としたとき，条件①～⑥の各々を満足するかどうかについて，簡単な理由とともに述べよ。

$$\text{自然数}\,x,y\,\text{に対し，}\quad x\,\mathrm{R}\,y \quad\Leftrightarrow\quad |x-y|<3\text{。}$$

⑵ Ｒが半順序関係であるための必要条件を①～⑥からすべて挙げよ。それらの論理積が必要十分条件でないならば，必要十分条件になるために追加するべき条件を与えよ。

⑶ 条件④と⑥を満たすＲに対して，$\mathrm{Q}=\mathrm{R}\circ\mathrm{R}^{-1}$が同値関係となることを示せ。

ここでR^{-1}はＲの逆関係，即ち$\mathrm{R}^{-1}=\{(y,x)\in \mathrm{A}^2 \mid (x,y)\in \mathrm{R}\}$，$\mathrm{R}\circ\mathrm{R}'$はＲと$\mathrm{R}'$の合成，即ち$\mathrm{R}\circ\mathrm{R}'=\{(x,z)\in \mathrm{A}^2 \mid (x,y)\in \mathrm{R}\text{かつ}(y,z)\in \mathrm{R}'\}$である。

Ⅱ　表の出る確率がp，裏の出る確率が$1-p$の偏ったコインについて，以下の問に答えよ。

⑴ このコインをn回投げたとき表が出る回数を表わす確率変数をＸとする。このとき確率$\mathrm{P}(\mathrm{X}=k)$を求めよ。ここで$\mathrm{P}(\mathrm{A})$は事象Ａの確率，kは$0\leqq k\leqq n$の整数である。

⑵ Ｘの期待値および分散を計算せよ。

B［推論機構］

Ⅰ　４枚のコインがあり，これらのコインの片面には数字が，もう片面にはアルファベットが書いてあるとする。「偶数の数字が書かれたコインの裏は，必ず小文字のアルファベットである」という命題の真偽を確かめるためには，以下に示したコインの場合，少なくともどのコインを裏返す必要があるか理由を含めて答えよ。

⑨　⑥　ⓔ　Ⓖ

Ⅱ　命題論理の推論規則であるモーダスポーネンスと演繹定理を用いて，以下を証明せよ。

$$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R),\ Q \vdash P \Rightarrow R$$

Ⅲ　つぎの問(1)と(2)に答えよ。

(1) 以下に示す文(a)と(b)を一階述語論理式で記述した場合，(A)，(B)のように表現される。これらを節形式にせよ。さらに，文(c)-(e)が与えられたとき，それぞれを一階述語論理式で記述し節形式に直せ。

(a)どちらかの親が海亀の子供は海亀である

$$\forall x.((turtle(x) \land \exists y.(parent(y,x) \land marine(y))) \Rightarrow marine(x)) \cdots (A)$$

(b)両親が陸亀である子供は陸亀である

$$\forall x.((turtle(x) \land \forall y.(parent(y,x) \Rightarrow tortoise(y))) \Rightarrow tortoise(x)) \cdots (B)$$

(c)亀は陸亀と海亀のどちらかである

(d)海亀は泳ぐことができるが，陸亀は泳ぐことができない

(e)亀は子供たちがみんな泳ぐことができると満足である

ただし，(c)-(e)の文は述語論理式１つだけで記述されるとは限らない。なお，述語論理式の表現については以下を用いること

turtle(x)：　x は亀である

marine(x)：　x は海亀である

tortoise(x)：　x は陸亀である

parent(x, y)：　x は y の親である

swim(x)：　x は泳ぐことができる

satisfied(x)：　x は満足である

(2) 問(1)の(a)-(e)を仮定し，さらに結論「子供のいない亀は満足である」が以下の論理式

$$\forall x.((turtle(x) \land \sim\exists y.parent(x,y)) \Rightarrow satisfied(x))$$

で与えられるとき，これを導出原理を用いて示せ。

Ⅳ　ファジィ推論を，古典論理との関係を踏まえて簡潔に説明せよ。ただし，「あいまいさ」，「２値」という用語を必ず含めて説明すること。