

2006 年 2 月 28 日

9:30—11:30

大学院工学研究科 電気・通信工学専攻
電子工学専攻

大学院情報科学研究科
情報・生命系群（物理・情報系）

大学院入学試験問題用紙

専門科目

注意： 7 設問中， 2 問題を選んで， 答案用紙（問題ごとに 1 枚）に解答せよ． 答案用紙が不足する場合は裏面を使って良いが， ”裏面へ続く”と書くこと． 問題は和文と英文を併記してある．

Attention: Choose 2 problems out of the following 7 problems and solve them on a separate sheet for each problem. If space of the sheet is shortened, use backside of the same sheet and note “continued to backside”. Problems are written both in Japanese and English.

2006 年 2 月実施
問題 1 電気工学
(1 頁目 / 2 頁中)

Fig. 1 の制御系について、次の各問に答えよ。ここで、 $r(t)$ は目標値、 $d(t)$ は外乱、 $c(t)$ は制御量である。また、 $K > 0$ かつ $T > 0$ とし、単位ステップ関数を $u(t)$ で表す。

- (1) この制御系が安定であるための K と T に関する条件を求めよ。
- (2) この制御系は問(1)の条件を満たすものとする。 $d(t) = 0$ であり、目標値が単位ランプ関数、すなわち $r(t) = t \cdot u(t)$ であるとき、 $r(t)$ に関する定常偏差 ε_r を求めよ。
- (3) この制御系は問(1)の条件を満たすものとする。 $r(t) = 0$ であり、外乱が単位ステップ関数、すなわち $d(t) = u(t)$ であるとき、 $d(t)$ に関する定常偏差 ε_d を求めよ。
- (4) $K \rightarrow \infty$ としても制御系が安定であるための T に関する条件を求めよ。
- (5) この制御系のナイキスト線図が虚軸と交差するための T に関する条件を求めよ。また、虚軸との交点の座標を求めよ。
- (6) この制御系は問(5)の条件を満たすものとする。この制御系のナイキスト線図を正の角周波数に対して描け。

Consider a control system shown in Fig. 1, where $r(t)$ is a reference input, $d(t)$ is a disturbance, and $c(t)$ is a controlled variable. Assume that $K > 0$ and $T > 0$. Let $u(t)$ denote the unit step function. Answer the following questions:

- (1) Find the condition with respect to K and T so that the control system is stable.
- (2) Assume that the control system satisfies the condition given by Question (1). When $d(t) = 0$ and the reference input is the unit ramp function, i.e., $r(t) = t \cdot u(t)$, find the steady state error ε_r with respect to $r(t)$.
- (3) Assume that the control system satisfies the condition given by Question (1). When $r(t) = 0$ and the disturbance is the unit step function, i.e., $d(t) = u(t)$, find the steady state error ε_d with respect to $d(t)$.
- (4) Find the condition with respect to T so that the system is stable even if $K \rightarrow \infty$.
- (5) Find the condition with respect to T so that the Nyquist diagram of the system can intersect with the imaginary axis. Moreover, calculate the coordinate of the intersection.
- (6) Assume that the control system satisfies the condition given by Question (5). Sketch the Nyquist diagram of the system for positive angular frequencies.

2006 年 2 月実施
問題 1 電気工学
(2 頁目 / 2 頁中)

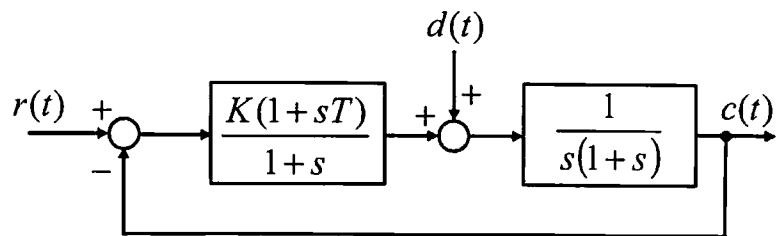


Fig. 1

2006 年 2 月実施
問題 2 通信工学
(1 頁目 / 2 頁中)

搬送波抑圧振幅変調 (DSB-SC) を用いた Fig. 2 に示す伝送系を考える. 送信機と受信機の低域通過フィルタ (LPF) は, とともに伝達関数 $H_{\text{LPF}}(f)$ が次式で与えられる理想低域通過フィルタとする.

$$H_{\text{LPF}}(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq f_0 \\ 0, & |f| > f_0 \end{cases}$$

送信機の搬送波(Carrier wave)を $\cos(2\pi f_c t)$, 受信機の局部搬送波(Local carrier wave)を $\cos(2\pi(f_c + \Delta f)t)$ とする. ただし, Δf は離調周波数であり, $\Delta f \ll f_0 \ll f_c$ とする. 次の問に答えよ.

- (1) 周波数が $f_m < f_0$ なる単一余弦波信号 $s(t) = \cos(2\pi f_m t)$ を送信機に入力した場合の DSB-SC 信号 $s_{\text{DSB-SC}}(t)$ とその周波数スペクトル $S_{\text{DSB-SC}}(f)$ を求めよ. 次に, 求めた $S_{\text{DSB-SC}}(f)$ の概略を図示せよ.
- (2) 送信機に単位インパルス信号 $s(t) = \delta(t)$ を入力した場合の DSB-SC 信号 $s_{\text{DSB-SC}}(t)$ を求めよ. 次に, 求めた $s_{\text{DSB-SC}}(t)$ の概略を図示せよ.
- (3) 周波数 f が $|f| \leq f_0$ なる信号 $s(t)$ を送信機に入力した場合の受信信号 $g(t)$ を求めよ.
- (4) $\Delta f = 0$ なる理想条件における受信機の復調動作を説明せよ. 次に, 離調周波数 Δf が $g(t)$ に及ぼす影響について述べよ.

Consider a transmission system using double side-band modulation with suppressed carrier (DSB-SC) as shown in Fig. 2. The low pass filters (LPFs) used in the transmitter and receiver are assumed to be ideal low pass filters having the identical transfer function given by the following equation:

$$H_{\text{LPF}}(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq f_0 \\ 0, & |f| > f_0 \end{cases}$$

2006 年 2 月実施
問題 2 通信工学
(2 頁目 / 2 頁中)

The carrier wave at the transmitter is $\cos(2\pi f_c t)$ and the local carrier wave at the receiver is $\cos(2\pi(f_c + \Delta f)t)$, where Δf is the detuning frequency, and $\Delta f \ll f_0 \ll f_c$. Answer the following questions:

- (1) Derive the DSB-SC signal $s_{\text{DSB-SC}}(t)$ and its frequency spectrum $S_{\text{DSB-SC}}(f)$ when a cosine-wave signal $s(t) = \cos(2\pi f_m t)$ with its frequency f_m of $f_m < f_0$ is input to the transmitter. Then, provide a sketch of $S_{\text{DSB-SC}}(f)$ derived.
- (2) Derive the DSB-SC signal $s_{\text{DSB-SC}}(t)$ when a unit impulse signal $s(t) = \delta(t)$ is input to the transmitter. Then, provide a sketch of $s_{\text{DSB-SC}}(t)$ derived.
- (3) Derive the receiver output signal $g(t)$ when a signal $s(t)$ with its frequency f of $|f| \leq f_0$ is input to the transmitter.
- (4) Explain the demodulation process in an ideal case of $\Delta f = 0$. Then, discuss how the detuning frequency Δf affects $g(t)$.

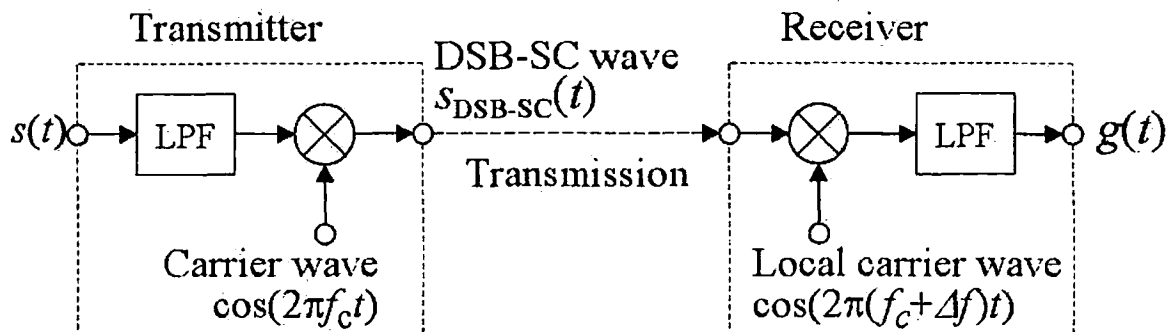


Fig. 2

2006 年 2 月実施 問題 3 電子工学 (1 頁目 / 3 頁中)

nMOS トランジスタの動作について以下の問に答えよ。

- (1) Fig. 3(a)は理想的 MOS 構造に外部からバイアス電圧を加えない場合のエネルギーバンド図である。 E_C , E_V はそれぞれ伝導帯底および価電子帯頂上の電子のエネルギー, E_F はフェルミ準位である。 MOS 構造の金属側に正のバイアス電圧を加えると, MOS 構造は空乏または反転の状態となる。 空乏および反転状態のエネルギーバンド図をそれぞれ示せ。 図中に多数キャリアを描くこと。

- (2) Fig. 3(b)に示す, チャネル幅 W , チャネル長 L の nMOS トランジスタを考える。 チャネルに沿って x 軸を定義し, ソース端を $x=0$, ドレイン端を $x=L$ とする。 ゲート・ソース間にしきい値電圧 V_T より大きな電圧 V_{GS} を加えると, チャネル内に電子が現れる。 位置 x における電子の電荷はチャネル方向の単位長さあたり

$$-C_{ox}W[V_{GS}-V_T-V(x)]$$

で与えられる。 ここで, C_{ox} はゲート酸化膜の単位面積あたりの容量, $V(x)$ はソースに対する電位である。 ドレイン・ソース間に加える電圧を V_{DS} とすると, 定義から $V(0) = 0$, $V(L) = V_{DS}$ である。

- (a) ドレイン電流 I_D はこれらの電子が電界 $-dV(x)/dx$ によってドリフトすると考えて計算することが出来る。 電子のドリフト移動度を μ として I_D の式を示せ。
- (b) V_{DS} が $V_{GS}-V_T$ より小さい場合, チャネルはドレインに達する。 上で求めた I_D の式を $x=0$ から $x=L$ まで積分することによって, I_D の V_{DS} 依存性を表す式を導け。
- (c) V_{DS} が $V_{GS}-V_T$ より大きい場合, I_D は V_{DS} には依存せず, $V_{DS} = V_{GS}-V_T$ のときの値で一定となる。 このときの I_D を表す式を示せ。
- (d) パラメータ V_{GS} のいくつかの異なる値に対して I_D-V_{DS} 曲線を描け。 曲線 $V_{DS} = V_{GS}-V_T$ を点線で記入すること。 さらに, 電圧 V_{DD} が抵抗 R を介してドレインに加えられている Fig. 3(c)の回路の負荷直線を太線で記入せよ。 負荷直線の傾きおよび電圧軸との交点の値を示せ。

2006 年 2 月実施
問題 3 電子工学
(2 頁目 / 3 頁中)

Answer the following questions on the operation of an nMOS transistor.

- (1) Fig. 3(a) shows the energy band diagram of an ideal MOS system without an externally applied bias voltage. E_C and E_V represent the energies of electrons at the bottom of the conduction band and at the top of the valence band, respectively, and E_F is the Fermi energy. When a positive bias voltage is applied to the metal, the MOS system will be under depletion or inversion. Show the energy band diagrams of the MOS system under depletion and inversion, respectively. Draw majority carriers in the diagrams.

- (2) Consider the nMOS transistor with a channel length L and a channel width W shown in Fig. 3(b). Define the x -axis along the channel with $x = 0$ at the source end and $x = L$ at the drain end of the channel. When a bias voltage V_{GS} larger than the threshold voltage V_T is applied between the gate and the source, electrons appear in the channel. The charge of electrons per unit length along the channel is given by

$$-C_{ox}W[V_{GS} - V_T - V(x)]$$

at position x . Here, C_{ox} is the capacitance of the gate oxide per unit area, $V(x)$ is the potential with respect to the source. By definition, $V(0) = 0$ and $V(L) = V_{DS}$, where V_{DS} is the bias voltage applied between the drain and the source.

- (a) The drain current I_D can be calculated by considering the drift of electrons under the field $-dV(x)/dx$. Let μ be the drift mobility of electrons and show the expression for I_D .
- (b) When V_{DS} is smaller than $V_{GS} - V_T$, the channel reaches the drain. Derive the dependence of I_D on V_{DS} by integrating the above expression of I_D from $x = 0$ to $x = L$.
- (c) When V_{DS} is larger than $V_{GS} - V_T$, the drain current I_D is no more dependent on V_{DS} and remains constant at the value for $V_{DS} = V_{GS} - V_T$. Show the expression for I_D in this case.
- (d) Draw $I_D - V_{DS}$ curves for several different values of the parameter V_{GS} . Show the curve $V_{DS} = V_{GS} - V_T$ as a dotted line. In addition, draw the load line as a thick line for the circuit in Fig. 3(c), in which a voltage V_{DD} is applied to the drain via a resistor R . Show the values of the slope of the load line and the intercept on the voltage axis.

2006 年 2 月実施
問題 3 電子工学
(3 頁目 / 3 頁中)

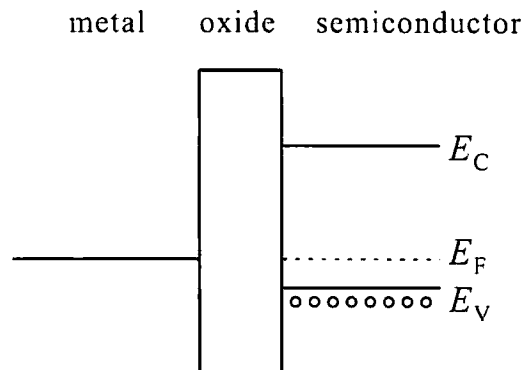


Fig. 3(a)

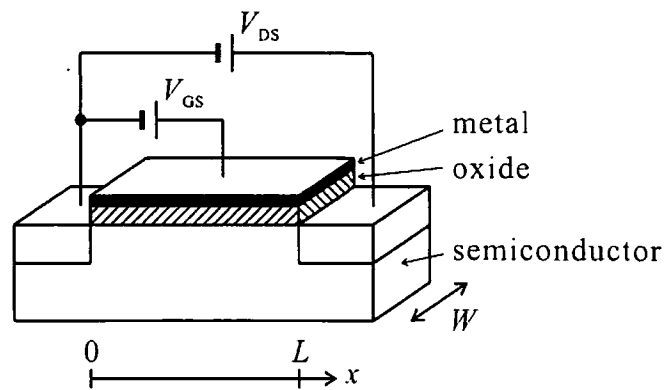


Fig. 3(b)

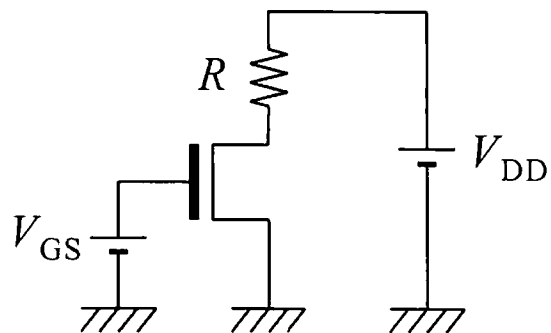


Fig. 3(c)

2006年2月実施
問題4 計算機1
(1頁目／1頁中)

i ビット非負の2進整数 $A_i=(a_i a_{i-1} \cdots a_1)$, $B_i=(b_i b_{i-1} \cdots b_1)$ の大小比較 $A_i \geq B_i$ (A_i が B_i 以上である) を判定する i ビット比較回路について考える. 比較回路の出力 F_i を次式で定義する.

$$F_i=1 \text{ (} A_i \geq B_i \text{ のとき), } F_i=0 \text{ (} A_i < B_i \text{ のとき) (} i=1, 2, 3, \cdots).$$

ただし, 簡単のため $F_0=1$ とせよ. この比較回路に関する以下の問に答えよ.

- (1) $F_i=f(a_i, b_i, F_{i-1})$ ($i \geq 1$) となる論理関数 f の真理値表を示せ.
- (2) 論理関数 f を, できるだけ簡単な論理式で表せ. 論理式は, AND, OR, NOT を用いた和積形(論理積形)で表せ. また, この論理式に対応する回路を, 多入力 NOR ゲートのみを用いて構成せよ.
- (3) 論理関数 f を実現する機能ブロックのみを用いて, 5 ビット比較回路の構成をブロック図で与えよ.

Consider the i -bit comparator that performs the magnitude comparison $A_i \geq B_i$ (A_i is greater than or equal to B_i) between i -bit nonnegative binary integers $A_i=(a_i a_{i-1} \cdots a_1)$ and $B_i=(b_i b_{i-1} \cdots b_1)$. The output F_i of the comparator is defined as

$$F_i=1 \text{ (if } A_i \geq B_i \text{) and } F_i=0 \text{ (if } A_i < B_i \text{) (} i=1, 2, 3, \cdots).$$

Suppose that $F_0=1$ for simplicity. Answer the following questions on the comparator.

- (1) Show the truth table of the logic function f where $F_i=f(a_i, b_i, F_{i-1})$ ($i \geq 1$).
- (2) Write the simplest logical expression of the function f . The logical expression must be represented in the product-of-sums form (conjunctive form) composed of AND, OR and NOT. Also, draw the logic circuit corresponding to the logical expression by using only multi-input NOR gates.
- (3) Draw a block diagram of the 5-bit comparator by using only the functional block corresponding to the logic function f .

2006年2月実施
問題5 計算機2
(1頁目/2頁中)

Fig. 5(a) に示すプログラムについて以下の問に答えよ。ただし各文の意味は Fig. 5(b) のとおりとする。また、整数のオーバーフローはないものとする。

- (1) 初期状態 $S = 0, X = 1, Y = 5$ のもとで実行したときの終了時の S の値を答えよ。
- (2) 初期状態 $S = 0, X = 2, Y = 4$ のもとで実行したときの終了時の S の値を答えよ。
- (3) $X > 0, Y > 0$ を満たす初期状態のもとでプログラムは必ず停止する。その理由を説明せよ。
- (4) 初期状態 $S = 0, X = m(> 0), Y = n(> 0)$ のもとで実行したときの終了時の S の値を $S_{m,n}$ とする。 $S_{m,n}$ を用いて $S_{m+1,n}(m > 0)$ を表せ。(初期状態 $S = 0, X = m + 1, Y = n$ のもとで実行するとき、最初に $X = 1$ になる時点での S の値は $S_{m,n}$ であることに着目せよ。)

Answer the following questions about the program in Fig. 5(a). The meaning of the statements is summarized in Fig. 5(b). Assume that there is no integer overflow.

- (1) Let $S = 0, X = 1, Y = 5$ be the initial state. What is the final value of S when the program terminates?
- (2) Let $S = 0, X = 2, Y = 4$ be the initial state. What is the final value of S when the program terminates?
- (3) The program terminates if the initial state satisfies $X > 0$ and $Y > 0$. Explain the reason.
- (4) Let $S_{m,n}$ be the final value of S for the initial state $S = 0, X = m(> 0), Y = n(> 0)$. Express $S_{m+1,n}(m > 0)$ in terms of $S_{m,n}$. (Notice that if the initial state is $S = 0, X = m + 1, Y = n$, then the value of S is $S_{m,n}$ when the value of X becomes 1 for the first time.)

2006年2月実施
問題5 計算機2
(2頁目/2頁中)

```

while X>0 do
  begin
    S := S+Y;
    if Y≤0 then begin Y:=S; X:=X-1 end;
    Y := Y-1
  end

```

Fig. 5(a)

X := e	Assign the value of <i>e</i> to variable X. 変数Xに <i>e</i> の値を代入する.
if b then c	Execute <i>c</i> if the value of <i>b</i> is true, and skip otherwise. <i>b</i> の値が真ならば <i>c</i> を実行, 偽であれば何もしない.
while b do c	Skip if the value of <i>b</i> is false. If the value of <i>b</i> is true, then execute <i>c</i> , and execute while b do c again. <i>b</i> の値が偽であれば何もしない. 真ならば <i>c</i> を実行し, 再び while b do c を実行する.
begin c₁; ...; c_n end	Execute <i>c</i> ₁ , ..., <i>c</i> _n in this order sequentially. <i>c</i> ₁ , ..., <i>c</i> _n を順に実行する.

Fig. 5(b)

2006 年 2 月実施
問題 6 物理専門 1
(1 頁目 / 2 頁中)

x 軸上のポテンシャル $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$ (k は定数) の中を運動する質量 m の粒子の量子力学的状態を考える。以下の問に答えよ。ただし、 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $q = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$, および $p = \frac{1}{i}\frac{d}{dq}$ とし、 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (h はプランク定数), i は虚数単位である。

- (1) 粒子のハミルトニアン H を \hbar, ω, q および p を用いて表せ。
- (2) 演算子 a を $a = \frac{1}{\sqrt{2}}(q + ip)$ と定義する。 a とそのエルミート共役 a^\dagger の交換関係 $[a, a^\dagger] = 1$ を示せ。
- (3) 問 (2) の結果を利用して、ハミルトニアンを \hbar, ω および $a^\dagger a$ を用いて表せ。
- (4) $a^\dagger a$ の固有値を n , その規格化された固有状態を ψ_n とする。 n は 0 または正の整数であることがわかっている。
 - (a) $n > 0$ のとき、 $a\psi_n$ が $a^\dagger a$ の固有状態となることを示し、その固有値を求めよ。
 - (b) $a^\dagger\psi_n$ が $a^\dagger a$ の固有状態となることを示し、その固有値を求めよ。
 - (c) $a\psi_0 = 0$ となることを利用して、 ψ_0 の q に関する微分方程式を導け。
 - (d) 問 (4)(c) の微分方程式の解は $\psi_0(q) = Ce^{-q^2/2}$ の形になる。正の規格化定数 C を定めよ。ただし $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ を用いて良い。
 - (e) $\psi_1(q)$ を求めよ。

2006 年 2 月実施
問題 6 物理専門 1
(2 頁目 / 2 頁中)

Consider the quantum-mechanical state of a particle of mass m in a potential $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$ (k : constant) along the x -axis. Let $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $q = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$, $p = \frac{1}{i}\frac{d}{dq}$, and $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (h : Planck constant). The imaginary unit is denoted by i . Answer the following questions.

- (1) Give the Hamiltonian H in terms of \hbar , ω , q and p .
- (2) Define an operator a as $a = \frac{1}{\sqrt{2}}(q + ip)$. Show that the commutation relation between a and its Hermitian conjugate a^\dagger is $[a, a^\dagger] = 1$.
- (3) Using the result of (2), give the Hamiltonian in terms of \hbar , ω and $a^\dagger a$.
- (4) Let n and ψ_n denote the eigenvalue of $a^\dagger a$ and its normalized eigenstate, respectively. You can use the fact that n is 0 or a positive integer.
 - (a) When $n > 0$, show that $a\psi_n$ is an eigenstate of $a^\dagger a$, and find its eigenvalue.
 - (b) Show that $a^\dagger\psi_n$ is an eigenstate of $a^\dagger a$, and find its eigenvalue.
 - (c) Using $a\psi_0=0$, derive the differential equation of ψ_0 in terms of q .
 - (d) The solution of the differential equation in (4)(c) has the form $\psi_0(q) = Ce^{-q^2/2}$. Find the positive normalization constant C . You can use $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.
 - (e) Obtain $\psi_1(q)$.

2006年2月実施
問題7 物理専門2

(1 頁目 / 2 頁中)

任意の非負の整数 n に対して漸化式 $2a_{n+1} - a_n = 2^{-n}$ を満たし, $a_0 = 1$ とする数列 $\{a_n\}$ を考え, 次の問に答えよ. ただし, C は複素平面上で $z = e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) により表される曲線上を正の向きにまわる積分路であり, i は虚数単位である.

(1) 任意の整数 n に対して複素積分 $\int_C z^{-n-1} dz$ を求めよ.

(2) 任意の非負の整数 n に対して複素積分 $\int_C z^{n-1} \left(\sum_{m=0}^{+\infty} 2^{-m} z^{-m} \right) dz$ を求めよ.

(3) $|z| > \frac{1}{2}$ に対して級数 $\sum_{m=0}^{+\infty} 2^{-m} z^{-m}$ の和を z の有理関数として求めよ.

(4) $|z| > \frac{1}{2}$ で $f(z) = \sum_{m=0}^{+\infty} a_m z^{-m}$ により定義される関数 $f(z)$ を求めよ.

(5) 数列 $\{a_n\}$ を求めよ.

2006年2月実施

問題7 物理専門2

(2頁目/2頁中)

Consider a sequence $\{a_n\}$ satisfying the recursion formula $2a_{n+1} - a_n = 2^{-n}$ for any nonnegative integer n and $a_0 = 1$. C is the contour consisting of the positively oriented circle in the complex plane, $z = e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta < 2\pi$). The imaginary unit is denoted by i . Answer the following questions.

- (1) Find the value of the contour integral $\int_C z^{-n-1} dz$ for any integer n .
- (2) Find the value of the contour integral $\int_C z^{n-1} \left(\sum_{m=0}^{+\infty} 2^{-m} z^{-m} \right) dz$ for any nonnegative integer n .
- (3) Find the sum $\sum_{m=0}^{+\infty} 2^{-m} z^{-m}$ as a rational function of z in the region $|z| > \frac{1}{2}$.
- (4) Find the function $f(z)$ defined by $f(z) = \sum_{m=0}^{+\infty} a_m z^{-m}$ in the region $|z| > \frac{1}{2}$.
- (5) Find the sequence $\{a_n\}$.