問題１５　電磁気学　設問すべてについて解答すること。

I　自由空間中に，x 方向に長さ a，y 方向に長さ b の長方形の形状をした2枚の完全導体の電極板が，xy 平面に平行に，z 方向に d だけ隔てて置かれている。両電極板にはスイッチ S と電圧 V_0 の直流電源 V が直列に接続されている。この電極板間に，電極板と同一底面の容器を挿入し，この容器に比誘電率 ε_r の液状誘電体を注ぐ。以下の設問（1）－（3）に答えよ。ただし，自由空間の誘電率を ε_0 とし，容器の厚さとその電気特性，および，電極板の端部効果の影響は無視する。

（1）図1に示すように，容器が空の状態でスイッチ S を導通させて，十分に時間がたった後に，スイッチ S を開放した。その後，図2に示すように，電極板間が埋まるまで液状誘電体をゆっくりと満たしていく。このとき，誘電体の液面の高さを z とする。電極板間における誘電体部分の電界 E_1 と，中空部分の電界 E_2 を求めよ。2電極板間の静電容量 C_1，電極板間に蓄えられる電界のエネルギー W_1 を z の関数 $C_1(z)$，$W_1(z)$ で表せ。さらに，電極板間が埋まるまでに電極板に加わる z 方向の力の大きさ F_1 を求めよ。

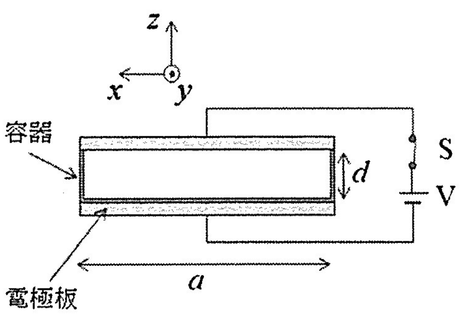

図1

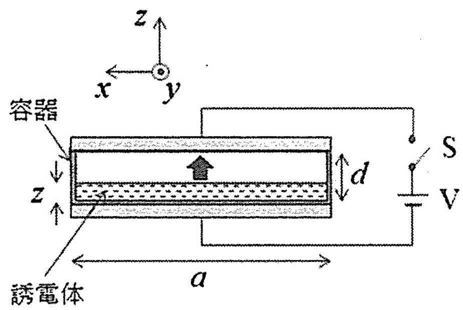

図2

（2）図3に示すように，容器が完全に誘電体で充填された後，スイッチ S をいったん導通させて，十分に時間がたった後に，再び開放して，x 方向へ容器を引き出すとき，電極板間の静電容量 C_2，電極板間に蓄えられる電界のエネルギー W_2 を，誘電体が電極板間に含まれる長さ x の関数 $C_2(x)$，$W_2(x)$ で表せ。また，引き出すときに，電極板から誘電体に作用する x 方向の力の大きさ F_2 を求めよ。

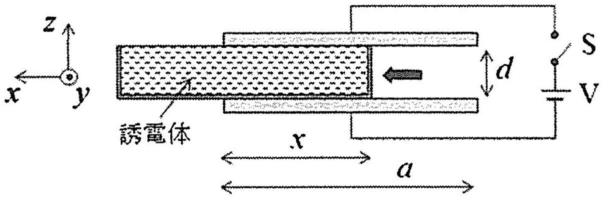

図3

（3）誘電体を注ぐ前 $(z=0)$ と，容器を引き出した後 $(x=0)$ は，共に電極板間に誘電体が入っていないが，電極板間に蓄えられる電界のエネルギーが異なる。この違いを，両者の比 $W_2(0)／W_1(0)$ で表せ。

II　静電磁場とその中の荷電粒子の運動に関する以下の設問 (1)～(6) に答えよ。

[A] 原点Oを中心とする半径 a の球に正の電荷 Q が帯電している。電荷の分布は球対称で，総電荷 Q のうち $\frac{1}{4}Q$ は表面に分布し，残りの $\frac{3}{4}Q$ は球の内部に体積分布している。また，球の内部における電場の強さは原点からの距離 r の 2 乗に比例する。この電荷分布に，球の中心を通る直線に沿って質量 m の正の点電荷 q が入射する。点電荷には電荷分布からのクーロン力のみがはたらくとし，電荷分布は点電荷からの影響を受けないものとする。電荷分布から十分離れた位置 $(r=\infty)$ での点電荷の速度の大きさは v_0，空間の誘電率は ε_0 である。

(1) 点電荷が球の表面 $(r=a)$ に到達するための v_0 の条件を記せ。

(2) 球の内部における電場の強さを，原点Oからの距離 r の関数で表せ。

(3) 点電荷が原点 O に到達するための v_0 の条件を求めよ。

[B] z 軸に沿った無限に長い導線を，z 軸の正の向きに一定の電流 I が流れている。この電流がつくる磁場中における，質量 m の正の点電荷 q の運動について考える。点電荷は直線電流がつくる磁場による力だけを受けて運動するものとする。以下で座標系 (x,y,z) は右手系に選ぶ。空間の透磁率は μ_0 である。

(4) 点電荷 q が (x,z) 面上で (x,z) 面内の初速度を与えられたとする。この後の点電荷の運動において，点電荷の速度の大きさが一定に保たれること，および点電荷が (x,z) 面内で運動し続けることの理由を，それぞれ記述せよ。

(5) 点電荷 q が点 $(x,0,z)$, $(x\neq 0)$ を速度 $\vec{v}=(v_x,0,v_z)$ で通過するときに磁場から受ける力 $\vec{F}$ を，ベクトルの成分表示で表せ。

(6) 点電荷 q が点 $(L,0,0)$ から速度 $\vec{v}_0=(-v_0,0,0)$ で運動を始めた。ただし $L>0, v_0>0$ である。この点電荷が直線電流に最も接近するときの直線電流からの距離を求めよ。