H18

問題11 A

I (1) 電荷 $Q = \dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}} V_1$

電界の強さ $E = \dfrac{V_1}{r^2\left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right)}$

電位 $V = \dfrac{\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{b}}{\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}} V_1$

(2) 静電容量 $C_1 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0}{\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}}$

(3) 静電容量 $C_2 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 b^2}{b-a}$

II (1) 磁界の強さ $H_a = \dfrac{r}{2} J$

磁界の x 成分 $H_{ax} = -\dfrac{y}{2} J$

磁界の y 成分 $H_{ay} = \dfrac{x}{2} J$

11A

(つづき)

(2) 穴の中の磁界のx成分 $H_x = 0$

穴の中の磁界のy成分 $H_y = \frac{l}{2}J$

「穴の中ではy向きに$\frac{l}{2}J$の

一様な磁界が生じている」

問題11

B［電磁誘導・電磁波］

I

(1). ビオ・サバールの法則より，

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,|d\vec{s}\times\vec{r}\,|}{r^3} = \frac{\mu_o I ds}{4\pi r^2}, r = \sqrt{z^2 + a^2}$$

(2). 磁束密度の径方向成分は対称性から打ち消しあうので，z成分のみを足し合わせればよい．

$$dB_z = |d\vec{B}|\sin\theta = \frac{\mu_0 I \sin\theta}{4\pi r^2}ds$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I \sin\theta}{4\pi r^2}\oint_c ds = \frac{\mu_0 I \sin\theta}{4\pi r^2}\int_0^{2\pi} a d\varphi$$

$$= \frac{\mu_0 I a^2}{2r^3}\left(= \frac{\mu_0 I a}{2r^2}\sin\theta = \frac{\mu_0 I}{2r}\sin^2\theta \right)$$

(3). (2)より，磁束密度はz成分のみしか持たない．また，速度もz成分のみである．従って，磁束密度から電荷が受ける力は，

$$\boldsymbol{F} = qv\times\boldsymbol{B} = qvB_z(\boldsymbol{i}_z\times\boldsymbol{i}_z) = 0$$

II

(1) $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$

(2) マクスウェル方程式$\nabla\times\boldsymbol{E} = -j\omega\mu_0\boldsymbol{H}$ に与えられたEを代入する．

$$\boldsymbol{H} = -\frac{1}{j\omega\mu_0}\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{1}{j\omega\mu_0}\begin{vmatrix} \hat{\boldsymbol{x}} & \hat{\boldsymbol{y}} & \hat{\boldsymbol{z}} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 0 & A\exp(-jk_0x) & B\exp(-jk_0x) \end{vmatrix}$$

$$= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}(\hat{z}A - \hat{y}B)\exp(-jk_0x)$$

(3)与えられたA, Bを代入すると，

$$\boldsymbol{E} = [\hat{y}a\exp(j\alpha) + \hat{z}b\exp(j\beta)]\exp(-jk_0x)$$

$$\boldsymbol{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}[\hat{z}a\exp(j\alpha) - \hat{y}b\exp(j\beta)]\exp(-jk_0x)$$

$$\boldsymbol{e}(x,t) = \mathrm{Re}[\boldsymbol{E}\exp(j\omega t)] = \hat{y}a\cos(\omega t - k_0x + \alpha) + \hat{z}b\cos(\omega t - k_0x + \beta)$$

$$\boldsymbol{h}(x,t) = \mathrm{Re}[\boldsymbol{H}\exp(j\omega t)] = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}[\hat{z}a\cos(\omega t - k_0x + \alpha) - \hat{y}b\cos(\omega t - k_0x + \beta)]$$

問題11

[電磁誘導、電磁波]

(4)

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^{*}=\frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\begin{vmatrix}\hat{\boldsymbol{x}} & \hat{\boldsymbol{y}} & \hat{\boldsymbol{z}}\\ 0 & a\exp(j\alpha) & b\exp(j\beta)\\ 0 & -b\exp(-j\beta) & a\exp(-j\alpha)\end{vmatrix}$$

$$=\hat{\boldsymbol{x}}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}(a^2+b^2)$$