

平成10年度東京大学大学院理学系研究科  
物理学専攻修士課程入学試験問題

物 理 学

平成9年8月27日（水）午前9時30分～午後1時30分

9問から4問を選んで解答しなさい。問題ごとに別の答案用紙を使用し、すべての答案用紙に氏名、受験番号、問題番号を記入しなさい。

## 問題 1

中心対称場の中の粒子の運動に対するシュレーディンガー方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + [E - U(r)]\Psi = 0$$

ここで  $m$  および  $E$  はそれぞれ粒子の質量とエネルギー、また  $U(r)$  は場のポテンシャルエネルギーである。ラプラス演算子  $\Delta$  は

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

で、 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  である。

中心対称場の中の運動では角運動量が保存されるので、波動関数  $\psi$  の動径関数  $R_\ell(r)$  は次の方程式を満たす。

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR_\ell}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} R_\ell + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(r)] R_\ell = 0$$

ここで  $\ell$  は粒子の角運動量である。以下では角運動量  $\ell = 0$  の動径関数  $R_0(r)$  について考えよう。

1 井戸型ポテンシャル、

$$U(r) = \begin{cases} -U_0, & r \leq r_0 \\ 0, & r > r_0 \end{cases}$$

において、以下の問いに答えよ。ただし、 $U_0$  は正の定数で  $-U_0 \leq E \leq 0$  とする。

- (1)  $r \leq r_0$  での  $R_0(r)$  の形を求めよ。
- (2)  $r > r_0$  での  $R_0(r)$  の形を求めよ。
- (3) 上記の (1) と (2) で求めた動径関数  $R_0(r)$  を  $r = r_0$  でなめらかにつなぎ、粒子のエネルギー  $E$  と  $r_0$  との関係式を求めよ。
- (4)  $U_0$  が充分に大きいとして、上の答えを用いて粒子の負のエネルギー準位と動径関数  $R_0(r)$  のゼロ点の数との関係を述べよ。

(次ページへつづく)

(問題 1 のつづき)

2 次に中心対称なポテンシャルが

$$U(r) = \begin{cases} \frac{-\alpha}{r_0^2}, & r \leq r_0 \\ \frac{-\alpha}{r^2}, & r \geq r_0 \end{cases}$$

で与えられている。ここで  $\alpha > 0$  とする。またここでは、 $r_0$  が小さい場合を考えて  $r = r_0$  の近くでの動径関数  $R_0(r)$  の振る舞いについて考察する。

(1)  $r \leq r_0$  の領域で動径関数  $R_0(r)$  を求めよ。ただし、 $r_0$  は充分小さく、粒子のエネルギー  $E$  はポテンシャルエネルギー  $(-\alpha/r_0^2)$  に比べて無視できるものとする。

(2) 動径関数  $R_0(r)$  は、 $r \geq r_0$  の領域でしかも  $r = r_0$  の近くでは近似的に次の方程式を満たす。

$$\frac{d^2 R_0}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR_0}{dr} + \frac{\beta}{r^2} R_0 = 0$$

ただし、 $\beta = (2m/\hbar^2)\alpha$  である。この方程式の  $r = r_0$  の近くの解を  $R_0(r) \sim r^a$  と形を仮定して求めよ。ただし、その解は  $\beta$  を用いて書くこと。

(3) 上記の (1) と (2) で求めた動径関数  $R_0(r)$  が  $r = r_0$  でなめらかにつながるものとして、 $r \geq r_0$  の領域の解を求めよ。

(4) 上で求めた解は  $\beta < 1/4$  の場合と  $\beta > 1/4$  の場合とでは振る舞いが大きく異なる。 $\beta > 1/4$  の場合に、 $r \geq r_0$  での動径関数  $R_0(r)$  のゼロ点の数に注目して、 $r_0 \rightarrow 0$  の極限で粒子の運動に何が起きるかを理由を上げて説明せよ。

## 問題 2

異なる媒質の境界面において、電磁波の満たす境界条件は一般に次のように与えられる。

$$E_t(\text{I}) - E_t(\text{II}) = 0 \quad (1)$$

$$D_n(\text{I}) - D_n(\text{II}) = Q \quad (2)$$

$$H_t(\text{I}) - H_t(\text{II}) = J \quad (3)$$

$$B_n(\text{I}) - B_n(\text{II}) = 0 \quad (4)$$

ここに、 $E$ は電場、 $D$ は電束密度、 $H$ は磁場、 $B$ は磁束密度である。添字  $t$ 、 $n$  は境界面に平行、垂直な成分をそれぞれ表わす。また、(I)、(II) は媒質を示し、 $Q$  は表面電荷密度、 $J$  は表面電流密度である。

- 1 マックスウェルの方程式とストークスの定理を用いて、式(1) が成り立つことを示せ。
- 2 マックスウェルの方程式とガウスの定理を用いて、式(2) が成り立つことを示せ。
- 3 媒質(II) が完全導体である場合、その表面において電磁波の満たすべき境界条件を求めよ。
- 4 媒質(I) が真空、媒質(II) が完全導体とする。真空側 ( $x < 0$ ) から導体面 ( $yz$  平面) に入射する平面波の電磁波を考える。この入射平面波は単色で  $y$  方向に偏光しており、

$$E_y = E_0 \exp(-2\pi i \nu t + i k x) \quad (5)$$

で与えられる。ここに  $\nu$  は電磁波の振動数、 $k$  は波数である。これが金属表面 ( $x = 0$ ) で反射されるとき、導体面に流れる表面電流密度を求めよ。また、その方向を示せ。ただし、真空の誘電率と透磁率をそれぞれ  $\epsilon_0$ 、 $\mu_0$  とする。

- 5 次に、媒質(I)、(II) が異なる誘電体であるとする。これらが、 $yz$  平面を境に互いに接している。ここに、 $x < 0$  から(5)式で与えられる平面波の電磁波が入射した。境界条件の式(1)-(4)を適用し、 $x = 0$  の境界面における反射率(反射波と入射波の電場の比)、および、透過率(透過波と入射波の電場の比)をそれぞれ求めよ。ただし、媒質(I)の誘電率を  $\epsilon_1$ 、媒質(II)の誘電率を  $\epsilon_2$  とし、透磁率はいずれも  $\mu_0$  とする。

- 6 平行な境界面をもつ誘電体の板が真空中に置かれている。その境界面に垂直な方向から電場の振幅が  $E_0$  である平面波の電磁波が入射する。平面波の振動数を  $\nu$ 、板の厚さを  $L$  とするとき、この板を透過する電磁波の強度(ポインティングベクトルの大きさ)を求めよ。ただし、誘電体の誘電率を  $\epsilon_1$ 、真空の誘電率を  $\epsilon_0$  とし、透磁率はいずれも  $\mu_0$  とする。

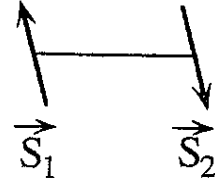
- 7 前問で、振動数  $\nu$  の電磁波に対して、透過する電磁波の強度が最大になるような  $L$  を求めよ。また、その時の透過強度の入射強度に対する比を求めよ。これらの結果についての物理的意味を考察し、簡潔に述べよ。以上の結果は、眼鏡の反射防止コーティングや干渉フィルターなどに広く応用されている。

### 問題 3

- 1 大きさ  $\frac{1}{2}$  のスピン 2 個が、次のハミルトニアンで相互作用している系を考える。

$$\mathcal{H} = J \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$$

以下  $J > 0$  とする。固有値と固有状態を求めよ。



- 2 このスピン系に  $z$  方向の磁場  $H$  がかけるとハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = J \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 - g \mu_B H (S_1^z + S_2^z)$$

と書くことができる。ここで  $\mu_B$  はボーア磁子、 $g$  は電子の  $g$ -因子で  $g=2$  である。この系が温度  $T$  の熱浴と接して熱平衡にあるとき、その分配関数を計算せよ。

- 3 温度  $T$  における磁気モーメントの平均値

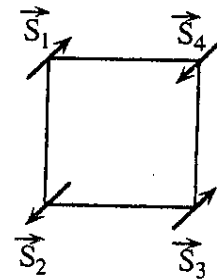
$$M = g \mu_B \langle S_1^z + S_2^z \rangle$$

を計算し、磁化率  $\chi = \lim_{H \rightarrow 0} M/H$  の温度依存性の様子を図示せよ。特に、 $k_B T \gg J$ 、 $k_B T \ll J$  での漸近形を求めよ。

- 4 正方形の頂点に 4 個の大きさ  $\frac{1}{2}$  のスピンがあって、隣り合ったスピンと相互作用している。このときのハミルトニアンが

$$\mathcal{H} = J(\vec{S}_1 + \vec{S}_3) \cdot (\vec{S}_2 + \vec{S}_4)$$

と書けることに注目して、すべての固有状態のスピン量子数とエネルギー固有値を求めよ。



- 5 上の 4 個のスピン系の低温での磁化率の漸近形、高温での磁化率の漸近形はどうか。理由をつけて答えよ。

## 問題 4

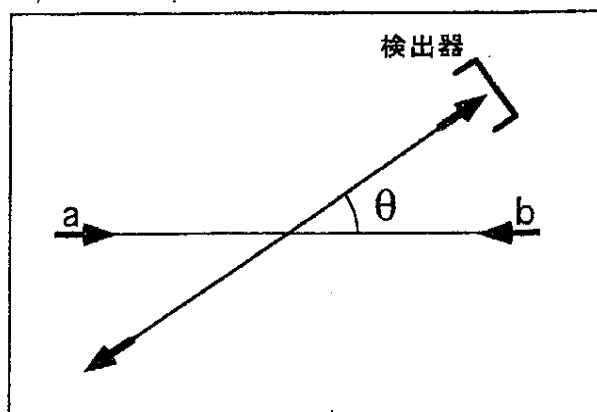
下図は粒子 a と b が重心系で角度  $\theta$  へ散乱する様子を描いたものである。以下の問いに答えよ。

運動は非相対論的取り扱いでよい。また、質量数  $A$  の原子核の半径は、 $r = 1.2 \cdot A^{\frac{1}{3}} \times 10^{-15} \text{ m}$  で与えられ、質量数  $A$  の原子核の質量は、 $M_A c^2 = A \times 1000 \text{ MeV}$  と近似してよい。

必要に応じて、次の数値を参照せよ。

$$\hbar c = 200 \times 10^{-15} \text{ MeV} \cdot \text{m}, \quad \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$$

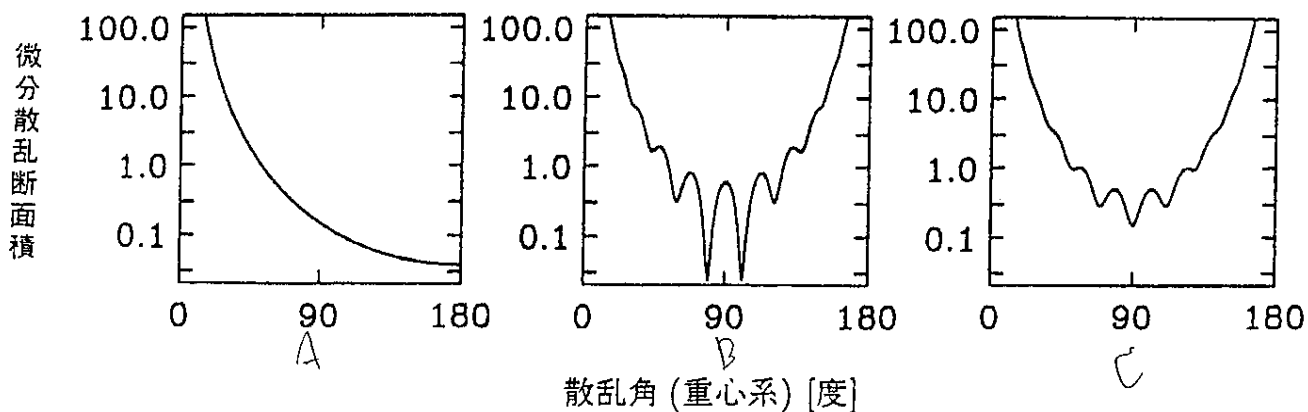
$$12^{\frac{1}{3}} = 2.3, \quad 13^{\frac{1}{3}} = 2.4$$



- 1 a と b が異種粒子の時の散乱振幅を  $f(\theta)$  として、a と b が以下の場合について、それぞれの微分散乱断面積  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  を書き下せ。

- (1) a と b が異種粒子、
- (2) a と b が同種粒子でスピン 0 のボゾン、
- (3) a と b が同種粒子でスピン  $\frac{1}{2}$  のフェルミオン。

- 2  $^{12}_6\text{C}$  (スピン 0) と  $^{13}_6\text{C}$  (スピン  $\frac{1}{2}$ ) をそれぞれ加速イオンビームまたは標的として、 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ ,  $^{12}\text{C} + ^{13}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C} + ^{13}\text{C}$  の 3 つの組合せについて散乱実験を行った。加速器で 10 MeV にまでイオンビームを加速したときの実験結果を下図に示した。重心系の角度で表示してある。

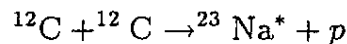


(次ページへつづく)

(問題 4 のつづき)

- (1) a と b がともに  $^{12}\text{C}$  と  $^{12}\text{C}$  の時のドブロイ波長と重心系での運動エネルギー  $T$  を求めよ。
- (2)  $^{12}\text{C}$  原子核の半径を  $R$  として、二つの原子核  $^{12}\text{C}$  と  $^{12}\text{C}$  がちょうど接触している状態の距離  $2R$  の位置でのクーロンポテンシャルによるエネルギー  $V_C$  を求め、 $V_C > T$  を確かめよ。このことから、散乱過程がこの入射エネルギー (10 MeV) では主としてクーロン力によるものであることがわかる。
- (3) 実験結果 A,B,C は、それぞれ a と b が  $^{12}\text{C}$  と  $^{13}\text{C}$  のどの様な組合せであるかを推論し、その理由を簡潔に述べよ。

3 10 MeV のビームエネルギーにおいても非常に小さな確率ではあるが、原子核反応



も起こる。ここで  $^{23}\text{Na}^*$  は 440 keV の励起準位を表し、平均寿命  $1.1 \times 10^{-12}$  秒で  $\gamma$  線を放出して基底準位へおちる。

- (1)  $\gamma$  線の波長を求めよ。
- (2) 励起準位の自然幅を求めよ。
- (3) なぜ非常に小さな確率でしか核反応は起きないのか。
- (4)  $^{23}\text{Na}^*$  の最大速度  $v$  を求めよ。但し、簡単のために反応の  $Q$  値を 0 とする。

$$[ \quad Q = 2M_{^{12}\text{C}} - (M_{^{23}\text{Na}^*} + M_p) = 0 \quad ]$$

- (5) 放出される  $\gamma$  線を、入射ビームの進行方向に置かれた  $\gamma$  線検出器で観測した。測定される  $\gamma$  線の最大ならびに最小エネルギーはいくらか。但し、生成された  $^{23}\text{Na}^*$  イオンは、 $10^{-12}$  秒程度の時間で減速され標的の中に止まるものとする。放出された  $\gamma$  線と標的物質との相互作用も無視する。
- (6)  $\gamma$  線と物質との相互作用にはどのようなものがあるか。
- (7)  $\gamma$  線の検出に NaI 検出器を使い、440 keV の  $\gamma$  線を測定した。期待されるスペクトルの形を定性的に示し、どの様な相互作用が主に寄与しているかをスペクトルの各部に記入せよ。

## 問題 5

物質の結晶構造や格子定数を求めたり、単結晶の方位を調べる簡便な方法として用いられるX線回折写真法の代表的なものに、ラウエ法とデバイ・シェラー法がある。これらは、その目的、用いるX線の種類、試料などに顕著な違いがある。

1 上記2方法のそれぞれについて、その目的、用いるX線、試料の別を述べよ。

結晶の単位胞（単位格子）の3稜を表す基本ベクトル  $a_1, a_2, a_3$  と

$$a_i \cdot b_j = \delta_{ij}$$

の関係にあるベクトル  $b_1, b_2, b_3$  を基本ベクトルとする格子を逆格子という。また、 $g_1, g_2, g_3$  を整数とすると、ベクトル

$$g = g_1 b_1 + g_2 b_2 + g_3 b_3$$

を逆格子ベクトルという。結晶の格子面（原子面）を表すのにはミラー指数が用いられる。ミラー指数  $(g_1, g_2, g_3)$  で表される格子面は、逆格子ベクトル  $g$  に垂直であり、互いに素なミラー指数  $(g_1, g_2, g_3)$  で表される格子面の面間隔は

$$d = 1 / |g|$$

で与えられる。

入射X線および、反射X線の波数ベクトルをそれぞれ、 $k_0$  および  $k$  とすると、結晶による強い回折が起きる条件はラウエの条件

$$k - k_0 = g$$

で与えられる。ここで、 $g$  は任意の逆格子ベクトルである。

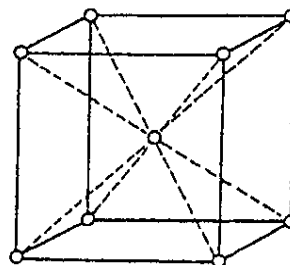
2 ラウエの条件からブラッグの条件が導かれることを示せ。

単位胞の中に  $n$  個の原子を含む結晶からの回折線の振幅は、原子  $i$  の原子散乱因子を  $f_i(g)$  として、構造因子

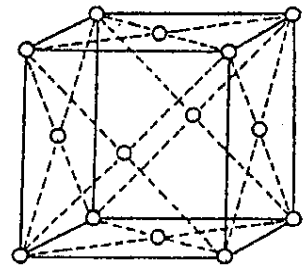
$$F(g) = \sum_{i=1}^n f_i(g) \exp(2\pi i g \cdot r_i)$$

に比例する。ここで、 $r_i$  は、原子  $i$  の位置ベクトルである。

3 右図のように単位胞をとるとき、面心立方 (f c c) 構造および体心立方 (b c c) 構造のそれぞれについて、波長  $\lambda$  のX線のブラッグ反射のミラー指数をブラッグ角の小さい方から3つつ挙げよ。ただし、結晶学的に同等な反射はひとつと数える。



b c c



f c c

(次ページへつづく)



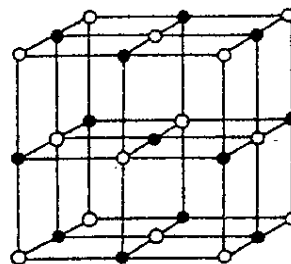
(問題 5 のつづき)

右の表は、銅 (f c c 構造) および鉄 (b c c 構造) を試料として、回折されたモリブデンの  $K_{\alpha}$  線 (波長  $0.71 \text{ \AA}$ ) について、 $\sin \theta_B$  ( $\theta_B$  はブラッグ角) の値を小さい方から 4 つ並べたものである。

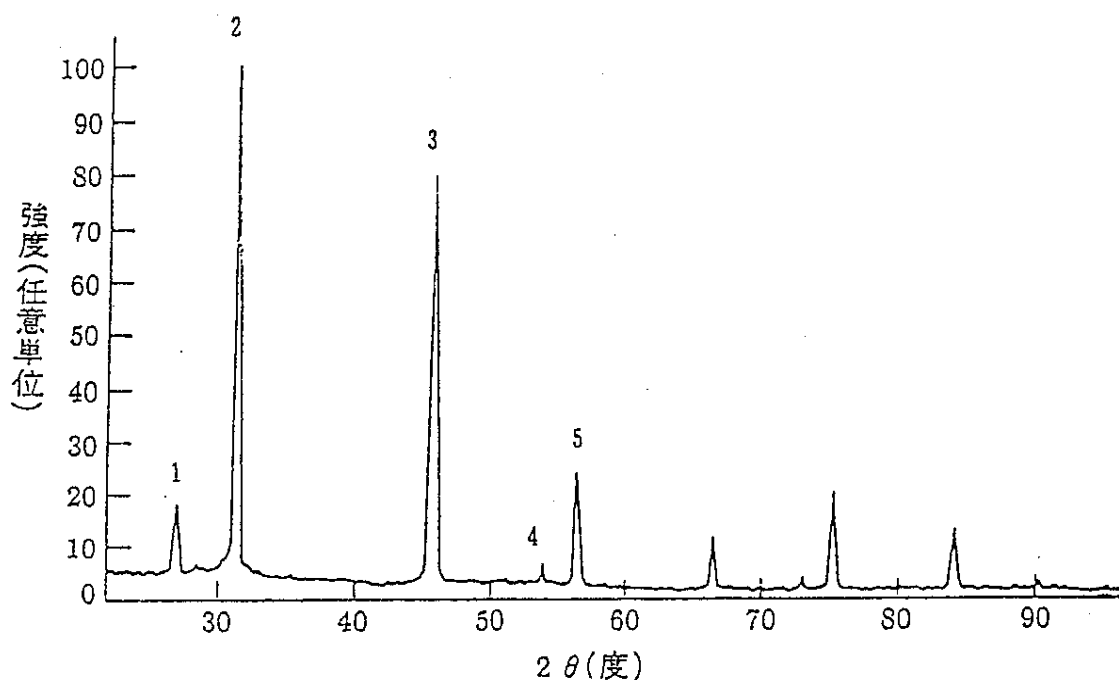
順位	試料 A	試料 B
1	0.175	0.170
2	0.248	0.196
3	0.303	0.278
4	0.350	0.326

4 試料 A は銅、鉄のどちらか。

NaCl は岩塩型 (右図) の結晶構造をなし、正イオンあるいは負イオンのみがつくる副格子はともに面心立方格子である。下図は、NaCl によって回折された銅の  $K_{\alpha}$  線の強度分布である。



5 下図において、ピーク 1, 4 の強度は 2, 3, 5 に比べて極端に小さい。このような強度分布が現れる理由を説明せよ。



## 問題 6

図1は、レーザー干渉計を用いて、重力加速度を測定するための概念図である。反射鏡  $M_d$ 、 $M_f$  はコーナリフレクターと呼ばれるもので、図2に示すように平面鏡を3枚互いに直交させたものである。 $M_f$  は実験室に固定し、 $M_d$  をある位置から自由に落下させる。これに関する以下の設問に答えよ。

1 コーナリフレクターに図2のように入射する光ビームは、入射方向と平行に戻る。これを示せ。

2 自由落下中は、光検出器からは、図3のように変化する信号が得られる。変化する信号が中央線を切る時間を図3のように  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$  とするとき、光の波長を  $\lambda$  として、時刻  $t_2$  における平均の重力加速度を求めよ。

3 重力加速度の相対測定精度を  $10^{-9}$  としたい。 $M_d$  に向かうレーザービームが理想的な平面波と仮定できる場合、ビーム光と鉛直線とのずれ角は、いくら以内でなければならないか。

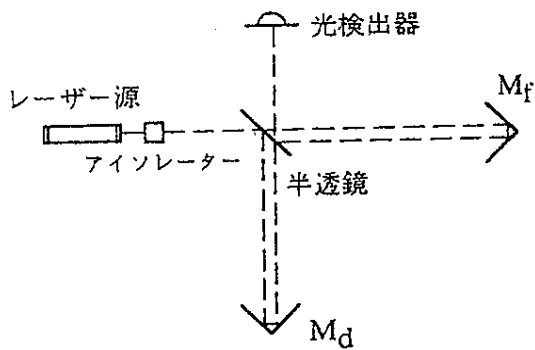


図1

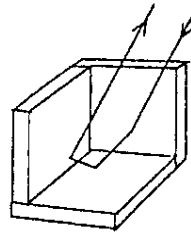


図2

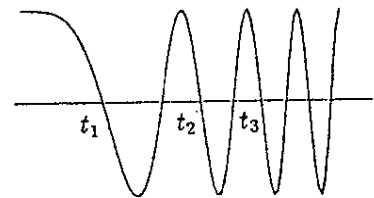


図3

4 空気抵抗は大きい誤差になるので、 $M_d$  (質量  $100\text{ g}$ 、断面積  $10\text{ cm}^2$ ) は真空中を落下させなければならない。落下速度が  $3\text{ m/s}$  の時、残留ガスによる加速度が重力加速度より9桁小さくなるために必要な真空度を求めよ (必要な真空度は  $1\text{ mPa}$  以下であり、アボガドロ数は  $6 \times 10^{23}$ 、1気圧は  $10^5\text{ Pa}$ 、1モルの気体は室温・1気圧で  $20\text{ l}$  の体積を占め、残留ガスの分子量を  $30$  とする)。

5  $M_d$  は、アースされた金属の管の中を落下する。 $M_d$  が電荷を帯びていると、 $M_d$  の落下加速度にはどのような影響が生じるか。

## 問題 7

- 1 次の方程式 (1) を満足する有界な 1 次元の関数  $\phi(x)$  を、フーリエ変換の方法によって求めたい。

$$\left(-\frac{d^2}{dx^2} + \lambda^2\right)\phi(x) = \delta(x-a) \quad (1)$$

ただし  $\delta(x)$  はデルタ関数であり、 $\lambda$  は正の実数である。

- (1)  $\phi(x)$  のフーリエ変換を  $\hat{\phi}(k)$  とするとき、 $\hat{\phi}(k)$  の満たす方程式をもとめ、 $\hat{\phi}(k)$  を決定せよ。  
 (2)  $\phi(x)$  をもとめよ。

- 2 振幅  $\psi(x,t)$  の満たす運動方程式が

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (2)$$

で表わされる 1 次元の無限に長い弦の振動を、初期条件

$$(A) \dots\dots \psi(x, t=0) = \left| x - 2n\pi \right| - \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$(2n-1)\pi < x < (2n+1)\pi \quad (4)$$

$$(n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (5)$$

$$(B) \dots\dots \frac{\partial \psi(x, t=0)}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

を満たすように決定せよ。また  $0 \leq t \leq \pi/2v$  の時間範囲で、 $\psi(x,t)$  がどのように変化するかを、述べよ。

- 3 2 次元空間における関数  $\psi$  は半径  $a$  の円の外部で有界で、2 次元のラプラス方程式

$$\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (7)$$

を満たし、円周上の極座標  $(a, \theta)$  で表わされる点では

$$\psi(a, \theta) = \cos^2 \theta \quad (8)$$

という値をとる。 $\psi$  を決定せよ。

## 問題 8

1 Linus Pauling は2つのアミノ酸 ( $\text{H}_2\text{N}-\text{C}_\alpha\text{R}_j\text{H}-\text{COOH}$ ,  $\text{C}_\alpha$  は中心的位置にある炭素原子であり、 $\alpha$ -炭素と呼ばれ、 $\text{R}_j$  はアミノ酸によって異なる側鎖を表す) がペプチド結合 ( $-\text{CO}-\text{NH}-$ ) を通して共有結合して出来たジペプチドの立体的原子構造を解析した。その結果、CONH の4原子が一平面上にあるという興味ある意外な事実を掴んだ。彼はタンパク質分子の中でも、この4原子は常に同一平面上にあると考え、 $\alpha$ -ヘリックスや $\beta$ -シートのモデルを提唱した。

(1) どのような実験法を用いて、ジペプチドの立体的原子構造を明らかにしたかを3行以内で述べよ。(事実を知らない場合は、推察でよいが、推察の筋道を述べよ)

(2) Pauling は、CONH の4原子が一平面上にあるという事柄を裏付ける別の事実にも気付いていた。それは何か。その事実と4原子が一平面上にあるという事柄の関係を述べよ。(事実を知らない場合は、推察でよいが、推察の筋道を述べよ)

2  $\alpha$ -ヘリックスの構造を考えよう。 $\alpha$ -ヘリックスの中ではアミノ酸残基 ( $-\text{HN}-\text{C}_\alpha\text{R}_j\text{H}-\text{CO}-$ ) がラセン対称性を持って規則的に並んでいる。各 $\alpha$ -炭素を貫く右巻きラセンのピッチは0.54 nmであり、ラセン軸方向を $z$ 軸にとると、 $j$ 番目の $\alpha$ -炭素の $z$ 座標は0.15  $j$  (nm)である。この様な構造は $z$ 軸方向に並んだ周期 $c$ の一次元結晶と見なせる。

(1) 上記の数値を用いて、周期 $c$  (True pitchと呼ばれる) を求めよ。

(2)  $\alpha$ -ヘリックスの立体構造を安定化すると考えられる非共有結合について、考えられるだけの種類を挙げ、3行以内で述べよ。(事実を知らない場合は、推察でよいが、推察の筋道を述べよ。)

3  $\alpha$ -ヘリックスからなるタンパク質のうち一群のファミリーがあり、それらのタンパク質ではヘプタッド・モチーフ (Heptad motif) がある。これは、アミノ酸配列が7個を周期に繰り返し、.....abcdefgabcdefgabcdefg...となっており、ここで $a$ と $d$ は疎水的アミノ酸である。

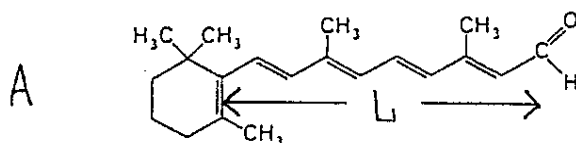
(1) このモチーフをもつ $\alpha$ -ヘリックスのなかでの疎水的アミノ酸残基の三次元的配置を図示し、その特徴を述べよ。

(2) このモチーフをもつ $\alpha$ -ヘリックスが二分子あると、水溶液中では互いに結合して、特徴ある四次構造を形成する。その特徴を述べよ。(事実を知らない場合は、推察でよいが、推察の筋道を述べよ)

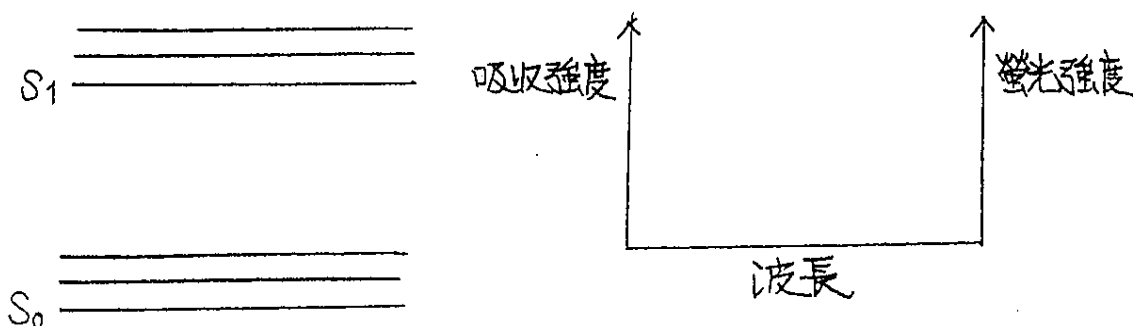
## 問題 9

生体物質は光吸収や蛍光発光を用いて、解析することが多い。電子の質量を $m$ 、光速を $c$ 、プランク定数を $h$ として、以下の問いに答よ。

- 図のような動物の目のレチナール様視物質Aの光吸収を論じる
  - 電子の励起状態を求めよ。但し視物質のポリエン鎖（長さ $L$ ）を一次元的に自由に動く炭素原子の $\pi$ 電子が光を吸収するとして考える。電子はこの $L$ の部分の外には出られない。長さ $L$ のポリエン鎖内の各々の炭素原子は1個の $\pi$ 電子を供給する。
  - 炭素原子の何軌道が $\pi$ 電子軌道を形成するのか。
  - $L=1\text{nm}$ とすると、光吸収の波長を求めよ、但し $mc/h=412\text{ nm}^{-1}$ を用いよ。
  - 我々が夕闇の中でも目が見えるようにするには、視物質Aの構造をどう変化させればよいかを論じよ。



- 蛍光性アミノ酸の光学的性質は環状化合物ベンゼンをモデルとして理解できる。ベンゼンの光吸収も前問と同様に、 $\text{C}-\text{C}$ 結合上を自由に動ける $\pi$ 電子の吸収として考えて、光吸収の波長を求めよ。但しこの場合電子は円周がベンゼンの周囲の長さに等しいとした半径 $r$ の円周軌道上を動くと考えてよい。  
 $\text{C}-\text{C}$ 結合の長さは $0.14\text{ nm}$ とせよ。
- 環状炭素水素化合物Fは、図のように基底電子準位 $S_0$ と第一励起準位 $S_1$ を持ち、更にこれら $S_0$ と $S_1$ の上に振動準位を持つ。
  - Fが孤立して真空中にあるとき、吸収と蛍光発光の強度スペクトルを書き込め。但し最初は電子は全て $S_0$ 準位に居るとする。
  - Fを有機溶媒に溶かすと、スペクトルはどう変化するか書き込め。
  - $S_1$ 励起準位に近い励起準位を持つ重金属を溶液に混在させると、Fの蛍光はどう変化するか？理由も書け。



(次ページへつづく)

(問題 9 のつづき)

- 4 蛍光性アミノ酸であるトリプトファンの蛍光を用いて水溶性球状タンパク質 P の存在状態を測定する。P の水溶液に塩酸グアニジンを加えていったとき、トリプトファンの蛍光が図のように低下した。
- (1) 濃度  $C_0$  の前後で P の構造にどのような変化が起こっているか。
- (2) 濃度  $C_0$  の前後でトリプトファンの蛍光スペクトルはどの様に変化するか。

