システム情報学専攻

修士課程入学試験問題

専門科目　システム情報学

平成１７年８月２３日（火）　　１０：００～１３：００

出題される８問のうち，４問のみを選択して解答せよ

注　意　事　項

(1) 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと．

(2) 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること．ただし試験問題の内容に関する質問に対しては，原則として答えない．

(3) 答案用紙４枚が渡される．１題ごとに必ず１枚の答案用紙を使用すること．止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい．

(4) 各答案用紙の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること．氏名は書いてはならない．

(5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと．

(6) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする．

(7) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は，適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい．

(8) 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと．

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること．

選択問題番号	

上欄に選択した問題番号を記入すること．

第 1 問

以下の問いに答えよ．ただし，変数t, T, ω, τは実数，eは自然対数の底，πは円周率とする．

(1) $g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t}$ とする．ただし，$\omega = 2\pi / T$ ，$j = \sqrt{-1}$ とする．このときのc_nを$g(t)$を用いて表せ．

(2) $g(t)$が図１に示すような周期的な三角波であるとする．問い (1) におけるc_nを求めよ．

(3)信号 $f(t)$ のフーリエ変換$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-j\omega t} dt$が存在し，$\phi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) f(t+\tau) dt$ とするとき，$|F(\omega)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$ が成り立つことを示せ．

(4)信号 $f(t)$ の問い(3)で定義される$\phi(\tau)$が下記の式で表されるとする．ただし，aは正の実数とする．

$$\phi(\tau) = \begin{cases} 1 - a|\tau| & (|\tau| \leq 1/a) \\ 0 & (|\tau| > 1/a). \end{cases}$$

$f(t)$のパワースペクトル$|F(\omega)|^2$を求め，そのようなパワースペクトルを持つ信号 $f(t)$ の例を一つ挙げよ．

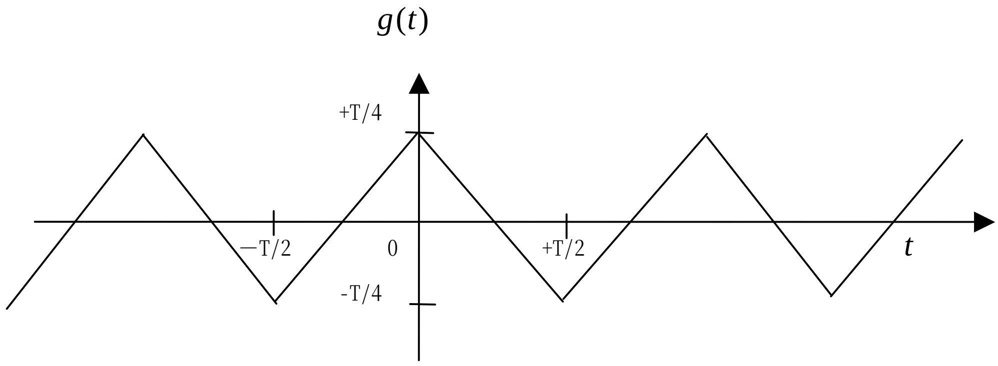

図１

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 2 問

電子回路に関する以下の問いに答えよ．なお，図中の OP は演算増幅器（オペアンプ），SW はアナログスイッチである．アナログスイッチは，入力される制御信号が 1 であるときに導通，0 であるときに絶縁するものとする．すべての回路要素の特性は理想的であるとする．

(1) 図 1 に示す回路において，アナログスイッチに入力される制御信号 b_0，b_1，b_2 が 0，b_3 が 1 であるとき，V_{OUT} を V_{REF}，R を用いて表せ．

(2) 図 1 に示す回路において，V_{OUT} を V_{REF}，R，b_0，b_1，b_2，b_3 を用いて表せ．ただし，b_0，b_1，b_2，b_3 は 0 または 1 の値を取るものとする．

(3) 図 2 に示す回路が，理想的な 8 ビット DA(Digital-to-Analog)変換器となるような, すなわち出力電圧 V_{OUT} が $b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1b_0$ を 2 進表現とする数値に比例するような R_1 を R を用いて表せ.

(4) 図 2 に示す回路において，問い(3)で定めた理想的な 8 ビット DA 変換器の出力に対する V_{OUT} の誤差を$\pm(V_{\mathrm{REF}}/2^9)$の範囲内にしたい．そのためには R_1 の精度は誤差何パーセント以内でなければならないか，小数点第 1 位まで求めよ．なお，R_1 以外の抵抗値は正確な値を取るものとする．

【次のページへ続く】

【第 2 問の続き】

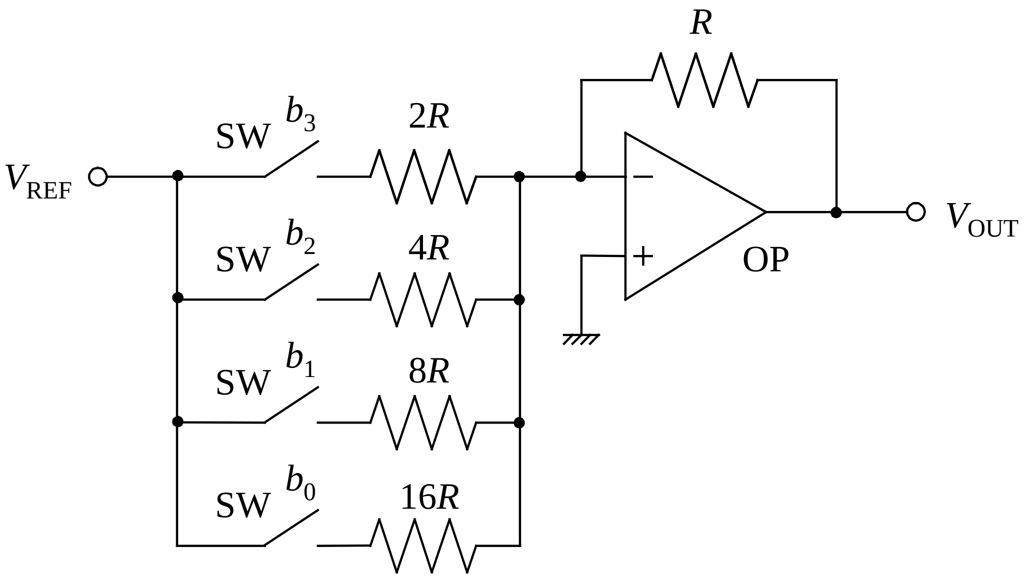
R
SW b_3
2R
V_{REF}
SW b_2
4R
SW b_1
8R
SW b_0
16R
OP
V_{OUT}

図 1

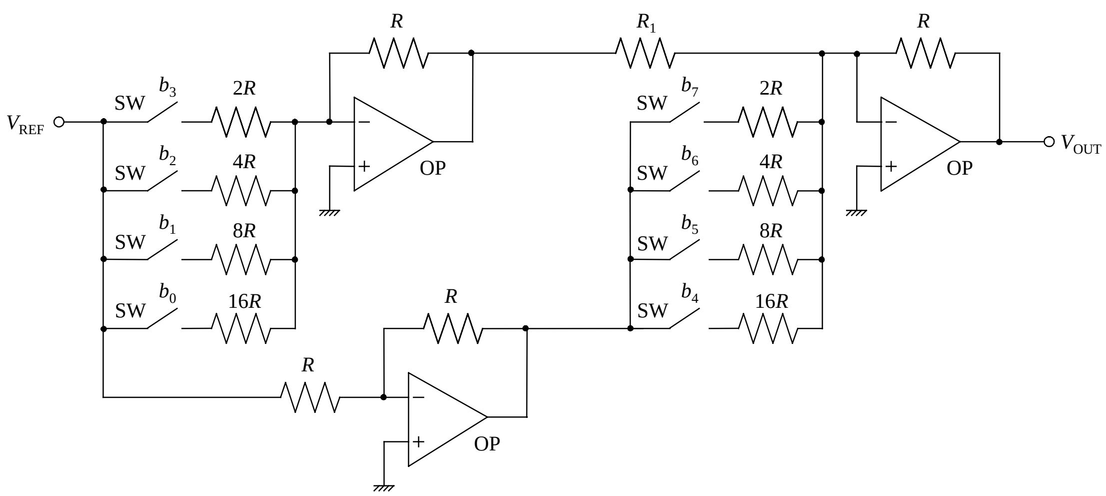
R
R_1
R
V_{REF}
SW b_3
2R
SW b_2
4R
SW b_1
8R
SW b_0
16R
OP
SW b_7
2R
SW b_6
4R
SW b_5
8R
SW b_4
16R
OP
V_{OUT}
R
R
OP

図 2

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 3 問

以下の問いに答えよ.

(1) 図 1 に示す制御系が漸近安定となる実数 k_1 の範囲を求めよ.

(2) 図 1 の制御系が漸近安定となる k_1 の範囲内で，$r(t)$ を単位ステップ入力としたときの定常偏差($e(\infty)$)の下限を求めよ.

(3) 図 1 の制御系で配置される極の一つが原点となるような k_1 を用いて図 2 の制御系を構成する．このとき，図 2 の制御系が漸近安定なら，$r(t)$ を単位ステップ入力としたときの定常偏差($e_2(\infty)$)が零となることを示せ.

(4) 問い(3)の k_1 を用いた図 2 の制御系において，制御系が漸近安定で，かつその極の実数部の大きい方を最小とする実数 k_2 およびその時の制御系の極を求めよ.

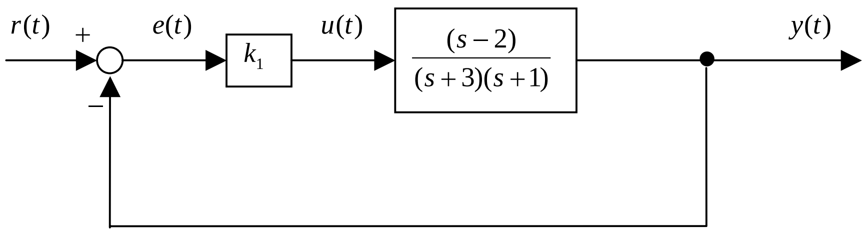

図 1

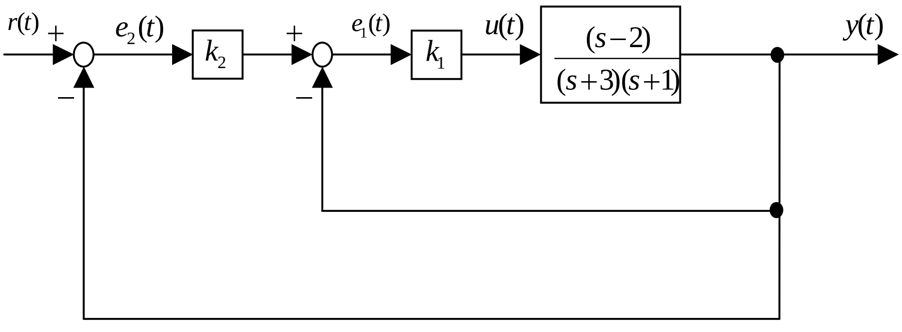

図 2

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 4 問

図 1 に示す 2 リンクの垂直平面マニピュレータについて, 以下の問いに答えよ. ただし, 第 1 リンクは, 地面に垂直に固定されていて, その長さは ℓ で質量は無視できるものとし, 第 2 リンクの長さは r で可変, 質量は先端に集中して m, 第 1 リンクと第 2 リンクは, 摩擦が無く質量の無視できる回転ジョイントで結合されており, 水平面を基準にした第 2 リンクの関節角を θ, 重力加速度を g とする.

(1) このマニピュレータの運動エネルギ K と, ポテンシャルエネルギ P とを求めよ.

(2) $q = \begin{bmatrix} \theta \\ r \end{bmatrix}$, 回転ジョイントにおける回転軸のトルク n, 第 2 リンクの伸展軸方向の力 f からなる一般化力ベクトルを $T = \begin{bmatrix} n \\ f \end{bmatrix}$ として, このマニピュレータの運動方程式を, $T = M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q)$ と表すとき, 慣性項 M, 遠心力とコリオリ力をまとめた項 V, 重力項 G を, $\theta, \dot{\theta}, r, \dot{r}$ などを使った具体的な式で表せ.

(3) 問い (2) の関節座標系で表された運動方程式 $T = M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q)$ を, 変数変換によりデカルト座標系で表した運動方程式 $F = M_X(q)\ddot{X} + V_X(q, \dot{q}) + G_X(q)$ に変換するとき, M_X と M との関係を求めよ. ただし, 座標変換のヤコビアンを J とし, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ と $F = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}$ を, それぞれ第 2 リンク先端の位置ベクトル, 力ベクトルとする.

(4) $F = M_X(q)\ddot{X} + V_X(q, \dot{q}) + G_X(q)$ のマニピュレータの第 2 リンクの先端に外力 F_{ext} が加わった時, このマニピュレータが, $F_{\mathrm{ext}} = M_{\mathrm{d}}\ddot{X} + B_{\mathrm{d}}\dot{X} + K_{\mathrm{d}}(X - X_0)$ というダイナミクスで運動するように制御したい. ただし, $M_{\mathrm{d}}, B_{\mathrm{d}}, K_{\mathrm{d}}$ は適当な 2×2 行列, X_0 は適当な基準点の位置ベクトルとする. $q, \dot{q}, F_{\mathrm{ext}}$ が計測できるものとして, 上記の制御をするためにはどのような T を, マニピュレータに加えればよいか.

【次のページへ続く】

【第 4 問の続き】

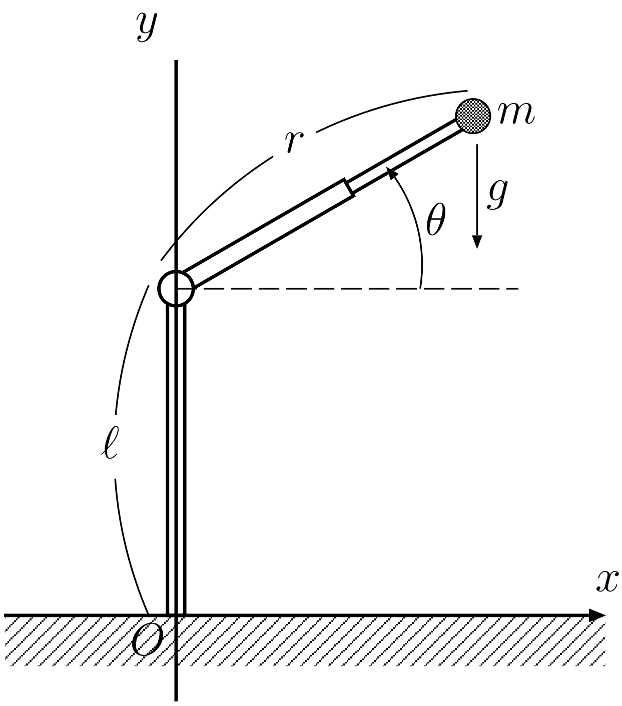

図 1

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 5 問

3 本の 6 ビットレジスタ **A**, **B**, **P** があり，加算操作 **P** ← **P** + **B**，減算操作 **P** ← **P** - **B**，及び 12 ビット・レジスタ(**P**, **A**)に対する右シフト操作が行なえるハードウェア構成（図 1）で，符号付き「2 の補数」表示の 2 進数に対する Booth の乗算アルゴリズムを行なう．ただし，初期状態として，**A** には乗数が，**B** には被乗数が，**P** には 0 が，それぞれ格納されるとする．以下の問いに答えよ．

(1) 符号付き「2 の補数」表現を用いた 6 ビットのデータで表すことのできる 10 進数の範囲を示せ．また，「2 の補数」表現を用いた下記の 2 進数を 10 進表現で表せ．
(a) $000111_{(2)}$　　　(b) $111100_{(2)}$

(2) Boothの乗算アルゴリズムでは，はじめにレジスタ**A**に格納された 2 進表現の乗数$a_5a_4a_3a_2a_1a_0$の最下位から上位へ向かって（レジスタ(**P**, **A**)を右シフトさせて）順に連続する 2 ビット$[a_i\, a_{i-1}]$に着目し，第 i 番目の乗算ステップ ($i \geq 0$) では，$[a_i\ a_{i-1}]$の値に応じて，表 1 の操作を行う．但し，最初のステップ ($i = 0$) では a_{i-1}は 0 とする．このステップを 6 回繰り返すと，レジスタ(**P**, **A**)に積が得られる．乗算「(9)×(-13)= (-117)」が実行される様子をレジスタ(**P**, **A**)の内容の推移で示せ．このアルゴリズムを実行中，加減算の結果でオーバーフローが起きない理由を簡潔に述べよ．

表 1

a_i	a_{i-1}	操作
0	0	加減算せず, (**P**, **A**)を 1 ビット右シフトする
0	1	**B** を加算して, (**P**, **A**)を 1 ビット右シフトする
1	0	**B** を減算して, (**P**, **A**)を 1 ビット右シフトする
1	1	加減算せず, (**P**, **A**)を 1 ビット右シフトする

(3) Booth の乗算アルゴリズムは，符号付き「2 の補数」表示で表現した整数に対して正負を特に区別することなく適用できることを一般的に説明せよ．

【次のページへ続く】

【第５問の続き】

(4) 被乗数**B**に加えて，被乗数の２倍の値2**B**が用意されているとすると，乗数**A**の連続する３ビット[a_{i+1} a_i a_{i-1}]に着目して，１ステップで２ビットずつ処理することによって加減算の回数を減らし乗算を高速化できる．表２はそのための改良版アルゴリズムで用いられる操作を示している．空欄(1)－(6)を埋めて表２を完成させよ．また，乗算「(9)×(-13)= (-117)」が高速化される様子をレジスタ(**P, A**)の内容の推移で示せ．

表２

a_{i+1}	a_i	a_{i-1}	操作
0	0	0	加減算せず, (**P**, **A**)を２ビット右シフトする
0	0	1	**B** を加算し, (**P**, **A**)を２ビット右シフトする
0	1	0	空欄(1)
0	1	1	空欄(2)
1	0	0	空欄(3)
1	0	1	空欄(4)
1	1	0	空欄(5)
1	1	1	空欄(6)

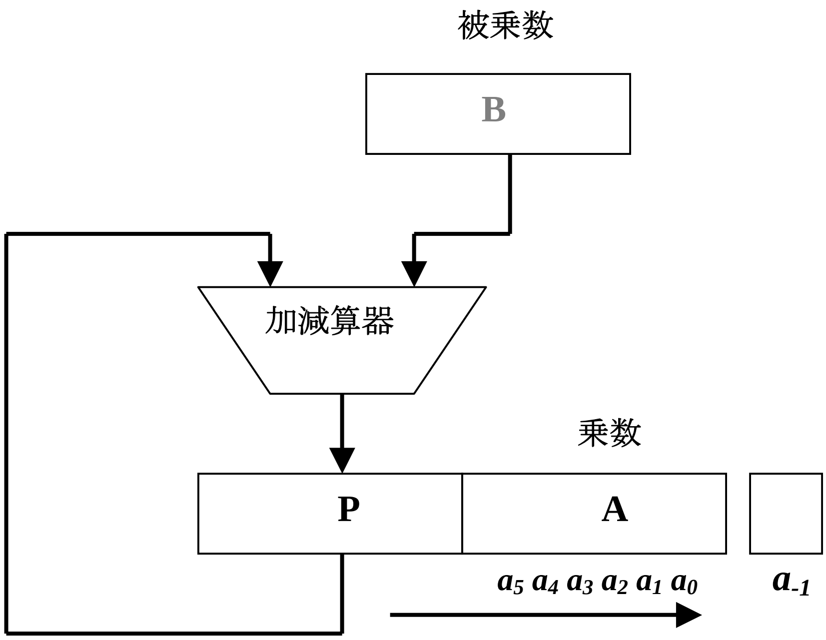

図１

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 6 問

バスケットボールの競技において得点は 3 種類ある．フリースローでのシュートは 1 点, スリーポイントラインの内側からのシュートは 2 点, スリーポイントラインの外側からのシュートは 3 点が成功時に加算される．いま, 得点獲得の経過を考える．

(1) 6 点獲得するまでの得点経過は何通りあるか答えよ．また, n 点獲得するまでの得点経過は $f(n)$ 通りあるとする．$f(n)$ を漸化式を用いて表せ．ただし, n は非負整数とし, $f(0) = 0$ とする．

(2) $f(n)$ を求めるプログラムとして以下の C 言語によるコードを書いた．(A), (B) の部分のコードを埋めよ．ただし, (A), (B) は 1 行あるいは複数行のコードである．

```
unsigned int f(unsigned int n)
{
  unsigned int ret;
  switch (n) {
    case 0:
      ret = 0;
      break;
    [   (A)   ]
    default:
      [   (B)   ]
      break;
    }
  return (ret);
}
```

(3) 問い (2) のコードの計算複雑度を評価せよ．また, この計算複雑度を改善する複数の手法について論ぜよ．

(4) **unsigned int** 型が 8bit である処理系を仮定する．この処理系では, 問い (2) のコードで $f(n)$ を求めると n がある値 N 以上では間違った値が演算される．N を求めよ．また, この処理系において 2 つの **unsigned int** 型の変数 h, l を用いて 16bit の **unsigned int** とし演算可能な n の範囲を広げたコードを書け．

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 7 問

図 1 のように，質量 m の物体 P, Q が天井からそれぞれ糸でつり下げられており，互いにバネ定数 k のバネで接続されている．天井から P, Q までの長さは l であり，P, Q をつり下げている糸の間隔とバネの自然長は等しいものとする．いま，時刻 t における物体 P, Q の水平方向の変位を，それぞれのつりあいの位置を原点として $x_{\mathrm{P}}(t)$, $x_{\mathrm{Q}}(t)$ と表わす．$|x_{\mathrm{P}}(t)|$，$|x_{\mathrm{Q}}(t)|$ は l に比べ十分小さく，糸はたわむことがないものとして，物体 P, Q の運動について以下の問いに答えよ．ただし重力加速度は g で表すこと．

(1) 物体 P, Q の運動方程式を求めよ．

(2) P, Q の運動として，

$$
\begin{aligned}
x_{\mathrm{P}}(t) &= A_{\mathrm{P}} \cos \omega t + B_{\mathrm{P}} \sin \omega t \\
x_{\mathrm{Q}}(t) &= A_{\mathrm{Q}} \cos \omega t + B_{\mathrm{Q}} \sin \omega t
\end{aligned}
$$

で表されるような角周波数 ω の単一周波数振動を仮定し，$A_{\mathrm{P}} = A_{\mathrm{Q}} = B_{\mathrm{P}} = B_{\mathrm{Q}} = 0$ 以外の解をもつような ω をすべて求めよ．ただし $\omega \geq 0$ とする．

(3) 問い (2) で求めた各 ω に対し，A_{P}，A_{Q}，B_{P}，B_{Q} が満たすべき関係を求めよ．

(4) 初期条件 $x_{\mathrm{P}}(0) = x_0$，$\dot{x}_{\mathrm{P}}(0) = 0$，$x_{\mathrm{Q}}(0) = 0$，$\dot{x}_{\mathrm{Q}}(0) = 0$ の下で運動方程式を解き，$t \geq 0$ における $x_{\mathrm{P}}(t)$，$x_{\mathrm{Q}}(t)$ を求めよ．また，$k \ll mg/2l$ である場合について，$x_{\mathrm{P}}(t)$，$x_{\mathrm{Q}}(t)$ をグラフに表せ．

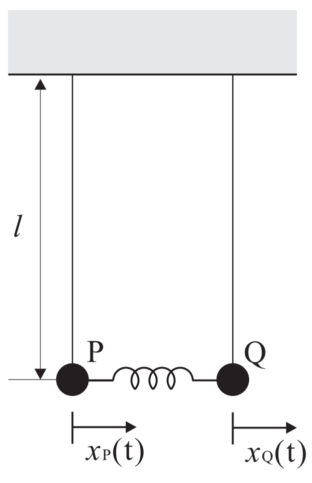

図 1

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 8 問

図１のように，導電性の固定壁Wの近くに，質量mの導体球Sが，ある外力によって支持されている．球Sと壁Wには，抵抗Rと直流電源Eが導線により接続されている．球Sは，x軸に沿って$x = 0$ 付近を微小変位するものとし，球Sと壁Wとの間の静電容量は，微小変位xに対し $C(x) = ax^2 + bx + c$ で与えられるものとして以下の問いに答えよ．ただし抵抗Rでの電圧降下は電源電圧Eよりも十分に小さく，かつ $|ax^2| << |bx| << c$とする．また導線が球Sに与える力，および導線の$C(x)$に対する寄与は無視できるものとする．

(1) 位置 x にある球 S に電荷 Q が帯電しているとき，球 S と壁 W の周囲の空間に蓄えられる静電エネルギを求めよ．またこのとき球 S に働く x 方向の静電気力を求めよ．

(2) 球 S の運動によって生ずる電流を $i(t)$ とするとき，$i(t)$，$x(t)$ およびそれらの時間微分がみたす微分方程式を求めよ．（ヒント: $i(t)$ の時間積分を含む回路の方程式から出発するとよい．）次に，問題文にしたがって適切な近似を行い，$i(t)$ と $x(t)$ についての線形微分方程式を導け．

(3) 問い(2)の線形微分方程式を用い，球 S の変位が $Xe^{j\omega t}$ のときの電流 $i(t)$ を求めよ．ただし X は複素数の定数であり，$Xe^{j\omega t}$ の実部が変位 $x(t)$ を表す．e は自然対数の底，ω は角周波数，$j = \sqrt{-1}$ である．解答は複素数表示のままでよい．

(4) 問い(3)の運動を維持するのに必要な外力を求めよ．この結果を用い，外力による仕事率の時間平均値と，抵抗で消費される電力の時間平均値との関係を論じよ．

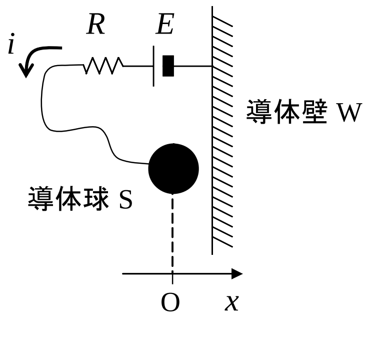

図１

草稿用紙
（切り離さないこと）