問題2　電磁気学　設問すべてについて解答すること。

I　図1のように，xy 面上に，半径 a の円形コイルCがおかれていて，円形コイルCの中心が原点Oに位置している。この円形コイルC上に電荷 Q が一様に分布している。媒質は真空であるとし，誘電率を ε_0 とする。

（1）電荷の線密度 λ を求めよ。

（2）z 軸上の点 $\mathrm{P}(0,0,z)$ $(z \geqq 0)$ における電界（電場）は z 成分 E_z のみをもつ。E_z を求めよ。また，点Pにおける電位 V を求めよ。

（3）E_z が最大となる点Pの位置 (z) を求めよ。

次に，この電荷 Q をもつ円形コイルCを図2のように z 軸を回転軸として角周波数 ω の一定速度で回転させた。このとき，円形コイルCの回転により，電流 I がCに沿ってループ状に流れることになる。真空の透磁率は μ_0 とする。

（4）円形コイルCの回転時における電流 I を求めよ。

（5）この電流により磁界（磁場）が生じる。z 軸上の点 $\mathrm{P}(0,0,z)$ $(z \geqq 0)$ における磁束密度は z 成分 B_z のみをもつ。B_z を求めよ。

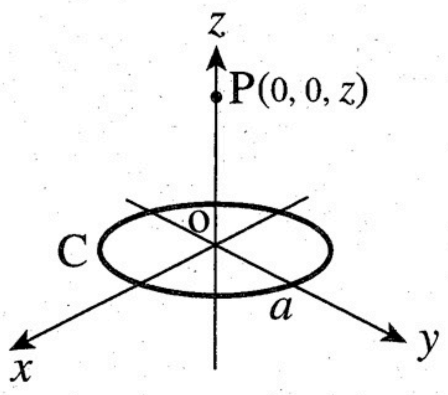

図1

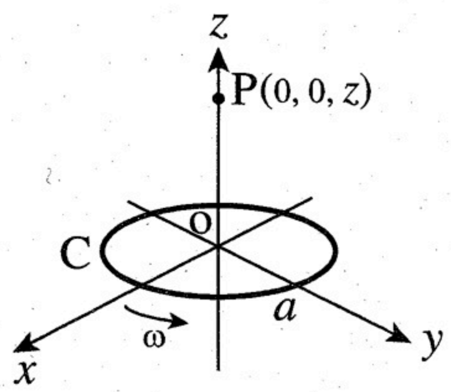

図2

Ⅱ　次の（1）～（5）の問いについて答えよ。

直線状の導線がある。この導線の垂直断面積は S、自由電子密度は n である。すべての自由電子が速さ v で導線方向に同じ向きに移動している。

（1）自由電子の移動による電流は $I=eSnv$ で与えられることを示せ。ここで e は電気素量である。

（2）この導線を一様な磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の磁場の中に置く。導線方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}$ とする。ただし $\boldsymbol{i}$ の向きは自由電子の移動する向きとは逆向きにとる。各自由電子に作用する力を足し合わせることにより、直線導線の長さ L の部分に磁場から作用する力を求め、これが $\boldsymbol{F}=IL\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{B}$ となることを示せ。

図１のように、２辺の長さが a, b の長方形のコイルに電流 I を流す。このコイルを一様な磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の磁場の中に置く。長さ a の辺は $\boldsymbol{B}$ に垂直であり、コイルの作る面の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ は $\boldsymbol{B}$ と角 θ をなす。ただし、$\boldsymbol{n}$ は単位ベクトルであり、$\boldsymbol{n}$ の向きは、電流の向き（$\boldsymbol{i}$ の向き）に右ネジを回した時にこれが進む向きにとる。

（3）このときに、コイルは磁場から偶力を受ける。この偶力によるモーメントを求めよ。

図２のように、平面上にある任意の形状の閉曲線（ただし曲線は交差しないものとする）のコイルに電流 I を流す。このコイルを一様な磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の磁場の中に置く。（3）と同様に、コイルの作る面の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ の向きを、電流の向き（$\boldsymbol{i}$ の向き）に右ネジを回した時にこれが進む向きにとる。$\boldsymbol{n}$ は $\boldsymbol{B}$ と角 θ をなす。このコイルが磁場から受けるモーメントを考える。

（4）閉曲線で囲まれた部分を網目状に分割し、十分に小さな長方形でこの部分を埋め尽くしたとする。ひとつひとつの長方形をコイルとして考え、これに閉曲線と同じ向き（$\boldsymbol{n}$ が同じになる向き）に電流 I を流した場合と、閉曲線に電流を流した場合は等価であることを説明せよ。

（5）このコイルの受けるモーメントは、閉曲線で囲まれた部分の面積にのみ依存し、その形状に依存しないことを説明せよ。

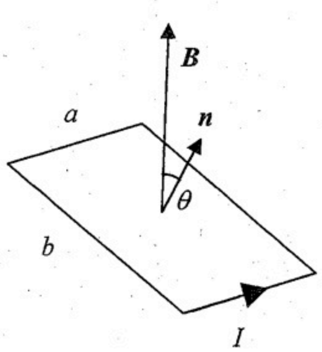

図１

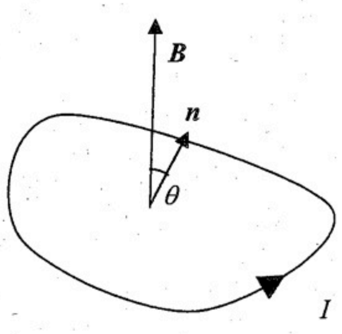

図２