1

変圧器の設計および運転に関する次の各問に答えよ。

(1) 図１のように，変圧器の２次側を開放し，巻数 n_1 の一次巻線に下記の電圧を印加した。

$$v_1(t) = \sqrt{2}\,V_1 \sin\omega t$$

ただし，V_1 は印加電圧の実効値 [V]，ωは印加電圧の角周波数 [rad/s]，t は時間 [s]とする。このとき，鉄心中に生じる磁束$\phi(t)$ [Wb]を表す式を導出せよ。また，磁束の最大値Φ_m を答えよ。ただし，簡単のため，巻線抵抗，漏れリアクタンス，鉄心の飽和および鉄損は考慮しない。

(2) 周波数$f = 60$ [Hz]，一次側電圧 $V_1 = 600$ [V]，二次側電圧 $V_2 = 200$ [V]の変圧器を設計する。鉄心の断面積 $S = 0.03$ [m^2]のとき，問(1)で導出した式を用いて，鉄心中の磁束密度の最大値B_m を 0.8 [T]以下にするための一次側および二次側の巻数 n_1 および n_2 を求めよ。ただし，n_1 および n_2 は整数となることに注意せよ。

(3) この様に設計した変圧器には，実際には巻線抵抗（一次側 r_1，二次側 r_2），漏れリアクタンス（一次側 x_1，二次側 x_2）および励磁アドミタンス（$Y_0 = g_0 - jb_0$）が存在する。これらを考慮して，変圧器の二次側を一次側に換算した T 形等価回路を図示せよ。なお，一次側電流を I_1，二次側電流を I_2 および励磁電流を I_0 とし，上述の各素子および電圧を含めて，与えられた記号を等価回路中に記せ。その際，n_1 および n_2 を用いて巻数比 a を定義して用いよ。

(4) この変圧器の鉄損を W_i，銅損を W_c と表したとき，W_i および W_c を用いて，変圧器の効率ηを最大とするための条件を導出せよ。

(5) 問(2)で設計した変圧器において，二次側電圧 $V_2 = 200$ [V]，二次側電流 $I_2 = 180$ [A]で運転したとき，$W_i = 0.5$ [kW]および $W_c = 1$ [kW]となった。$V_2 = 200$ [V]においてこの変圧器を図２のように運転した場合について，次式で表される全日効率η_d を求めよ。ただし，負荷の力率は時間帯に関係なく常に 100 [%]とする。

$$\eta_d = \frac{\text{一日中の出力電力量[kWh]}}{\text{一日中の入力電力量[kWh]}} \times 100\,[\%]$$

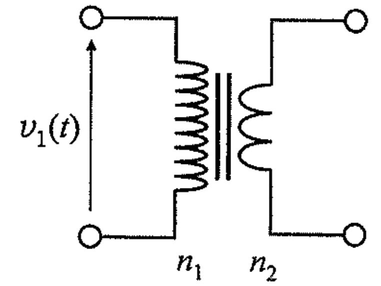


図１

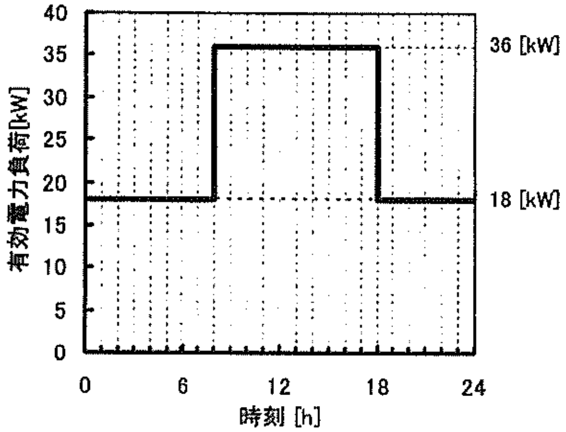


図２

2

以下の問に答えよ。

(1) 関数$u(t)$, $v(t)$, $w(t)$をラプラス変換せよ。

$$u(t)=\begin{cases}1 & (t\geq 0)\\ 0 & (t<0)\end{cases},\quad v(t)=\begin{cases}e^{-t} & (t\geq 0)\\ 0 & (t<0)\end{cases},\quad w(t)=\begin{cases}t^{n} & (t\geq 0)\\ 0 & (t<0)\end{cases}$$

ただし，tは時刻，nは正の整数とする。

(2) インダクタンスL，抵抗R，スイッチS_1，S_2，直流電源Eより構成されている図1の回路において，S_1，S_2が開いた状態で十分に時間が経過した後に，時刻$t=0$でS_1を閉じた。インダクタンスLに流れる電流$i_L(t)$の時間変化$\dfrac{di_L(t)}{dt}$を$i_L(t)$，L，R，Eを用いて表現せよ。

(3) 電流$i_L(t)$のラプラス変換を$I_L(s)$とする。問(2)で導出した微分方程式をラプラス変換せよ。また，ラプラス逆変換を用いて電流$i_L(t)$を求めよ。

(4) 問(2)において，インダクタンスLと並列に接続されている抵抗Rに流れる電流$i_R(t)$と電流$i_L(t)$の大きさが同じになる時刻t_1を求めよ。

(5) 時刻t_1においてスイッチS_1を開くとともにスイッチS_2を閉じた。$t\geq 0$における点a, b間の電圧$e(t)$の時間変化を問(1)の$u(t)$を用いて表し，それを用いて電流$i_L(t)$（ただし$t\geq 0$）を求めよ。

(6) $t\geq t_1$において，二つの抵抗で消費されるエネルギーの合計を求めよ。

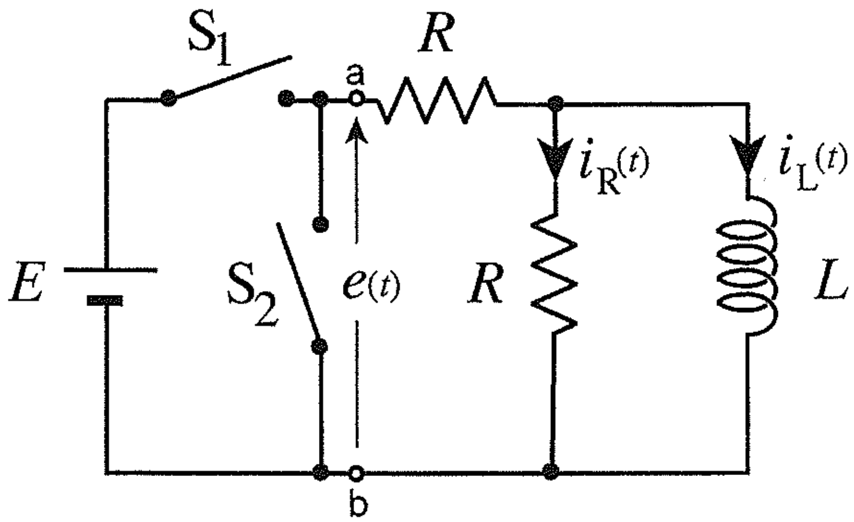


図 1

3

下図の npn トランジスタを用いたダーリントン接続回路について，以下の問に答えよ。図中の V_{CC}，V_{BB} は直流バイアス電圧で２つのトランジスタが線形動作領域（エミッタ接合が順バイアス、コレクタ接合が逆バイアス）にあるように設定されているものとする。R は負荷抵抗であり，信号源 v_i の内部抵抗は０として無視せよ。また，２つのトランジスタのエミッタ接地 h パラメータは等しく，h_{re}，h_{oe} は十分小さいとして無視できるものとする。

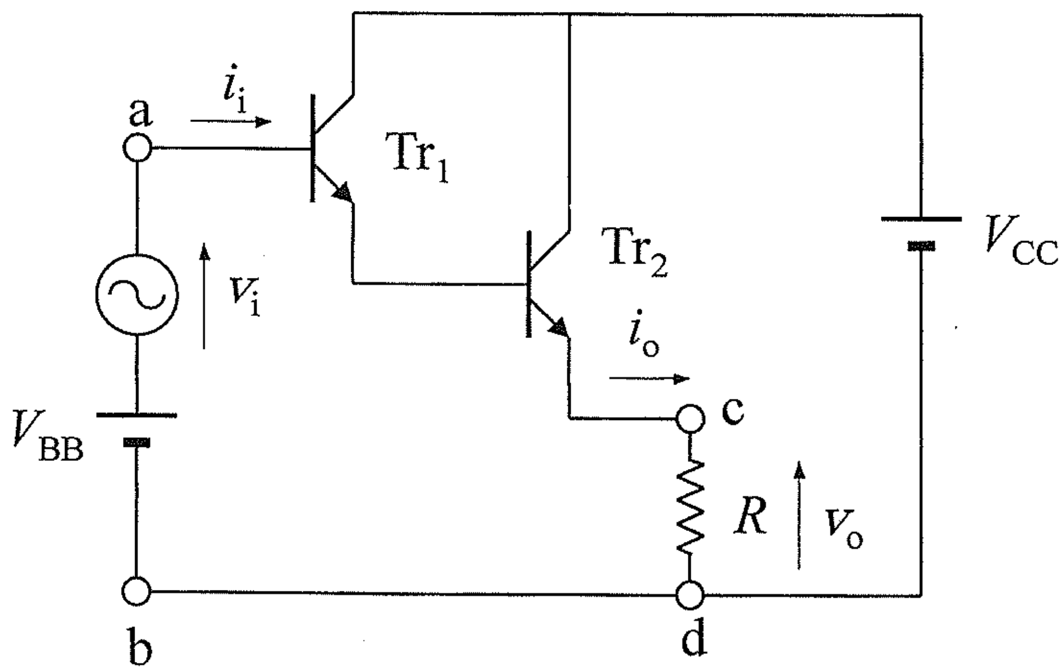
なお，エミッタ接地回路の入力電圧 v_1，入力電流 i_1，出力電圧 v_2，出力電流 i_2 は，エミッタ接地 h パラメータを用いて次のように表わされる。

$$v_1 = h_{ie}\, i_1 + h_{re}\, v_2$$
$$i_2 = h_{fe}\, i_1 + h_{oe}\, v_2$$

(1) この回路の小信号等価回路を，エミッタ接地 h パラメータを用いて示せ。

(2) (1)で求めた等価回路を用いて，この回路の電圧増幅率 v_o / v_i および電流増幅率 i_o / i_i を求めよ。

(3) (1)で求めた等価回路を用いて，この回路の入力抵抗 r_i を求めよ。



ダーリントン接続回路

$\boxed{4}$

x 軸上で一次元ポテンシャルの影響を受けて運動する粒子を考える。この粒子には $-kx$ の力（k は正の定数）が働き，原点付近で運動しているものとする。粒子の質量は m とする。この粒子の定常状態のふるまいについて以下の問に答えよ。

(1) この粒子の波動関数を $\varphi(x)$，エネルギーを E とし，この粒子に対する，時間を含まないシュレーディンガー方程式を示せ。ただし，粒子の角振動数を ω とすると，k と ω の間には $k=m\omega^2$ の関係がある。

(2) (1)のシュレーディンガー方程式を解いて得られた n 番目の励起状態に対応する波動関数を $\varphi_n(x)$ とする。この粒子の基底状態 $\varphi_0(x)$ および第一励起状態 $\varphi_1(x)$ は次のように表される。

$$\varphi_0(x)=A_0\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}x^2\right),\qquad \varphi_1(x)=A_1 x\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}x^2\right)$$

ただし，$\alpha=\sqrt{\dfrac{m\omega}{\hbar}}$ であり，A_0 および A_1 は定数。

このとき，波動関数 $\varphi_0(x)$，$\varphi_1(x)$ およびそれぞれの確率密度 $\rho_0(x)$，$\rho_1(x)$ の概略を図示せよ。

(3) 運動量を $p=-i\hbar\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$ とし，演算子 b^+ および b を次のように定義する。

$$b^+=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x-\frac{i}{m\omega}p\right),\qquad b=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x+\frac{i}{m\omega}p\right)$$

このとき，この演算子とこの粒子の波動関数との間に

$$b^+\varphi_n(x)=\sqrt{n+1}\,\varphi_{n+1}(x),\qquad b\varphi_n(x)=\sqrt{n}\,\varphi_{n-1}(x)$$

の関係がある。これを用いてこの粒子の位置の期待値 $\langle x\rangle$ を求めよ。なお，波動関数は次の性質を持っているとする。

$$\langle\varphi_m(x)|\varphi_n(x)\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_m(x)^*\varphi_n(x)\,\mathrm{d}x=\delta_{mn}$$

(4) ハミルトニアンを b^+b を用いて表し，これを利用して $\varphi_n(x)$ のエネルギー固有値 E_n を求め，この粒子が基底状態においてもゼロでないエネルギーを持つことを示せ。また，その物理的意味を述べよ。

$\boxed{5}$

加算する２つのnビット入力をそれぞれ$a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_0$，$b_{n-1}b_{n-2}\ldots b_0$ とし，各桁の桁上げ入力をそれぞれ$C_{n-1},C_{n-2},\cdots,C_0$とする$n$ビット加算器(図 1)について考える。次の問に答えよ。なお，論理式は主加法標準形で記述せよ。

(1) 図１に示す加算器の出力S_0，C_1の論理式を示せ。

(2) nビット加算器のjけた目において加算する 2 つの 1 ビット入力a_j，b_jの論理積$g_j \equiv a_j b_j$，論理和$p_j \equiv a_j + b_j$ ($j = 0,\ 1,\cdots,\ i$)と，最下位桁上げ入力C_0を用いて，桁上げ入力C_{i+1}を示せ。

(3) nビットの二進数Nの２の補数を求める場合，全てのビットを反転させて１を加えればよい．このことを証明せよ。

(4) 問 (3) の結果を用いて，２の補数表現によるnビットの二進数$M,N(0 \le N \le M \le 2^{n-1}-1)$の減算$M-N$が加算を用いて行えることを示せ。

(5) 問(3)，問(4)の結果にもとづき，図１に示す加算器を利用して，加減算が可能な回路を構成する方法について述べよ。

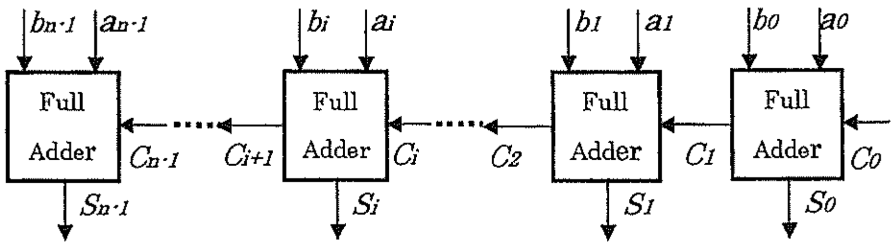


図１

6

離散時間線形時不変回路の入力 $x[n]$ と出力 $y[n]$ の関係が次式で与えられるとき，以下の問に答えよ。

$$y[n] = x[n] - \frac{1}{2}y[n-1] + \frac{1}{2}y[n-2]$$

(1) この回路の伝達関数 $F(z)$ を求めよ。

(2) $F(z)$ の回路図を描け。

(3) $F(z)$ に次式の伝達関数 $G(z)$ を持つ回路を縦列接続し，その縦列接続回路の伝達関数を $H(z)$ とする。

$$G(z) = \sum_{k=0}^{K} z^{-k} \tag{1}$$

ここで，K は有限であり，$K \neq 0$ である。

縦列接続回路の遅延素子数が最小になる K を求め，そのインパルス応答 $h[n]$ を求めよ。

(4) 問3で求めた K を持つ縦列接続回路の単位ステップ応答 $s[n]$ を求めよ。

(5) 式(1)で $K \to \infty$ のとき，$F(z)$ と $G(z)$ の縦列接続回路を最小の遅延素子数で構成することを考える。伝達関数 $H(z)$ を求め，回路図を描け。

$\boxed{7}$

ある街にはＡ社，Ｂ社という２つのインターネット・プロバイダがあり，その街の住民は毎年いずれか１つのプロバイダを選んで一年ごとに契約している。ある年，その契約について調べたところ，前年にＡ社と契約していた住民が引き続きＡ社と契約する確率は60%で，前年にＢ社と契約していた住民が引き続きＢ社と契約する確率は70%であった。以下の問に答えよ。ただし，住民の総数は不変であり，プロバイダとの契約は毎年一斉かつ同時に行われるものとする。

(1) 調べた年にＡ社とＢ社それぞれと契約している住民の数を a_0 と b_0 とで表す。その一年後にＡ社とＢ社それぞれと契約している数 a_1, b_1 を表す式を

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$$

とおくとき，遷移確率行列 M を具体的に示せ。

(2) Ａ社とＢ社のシェアは最終的にそれぞれある値に収束する。これらの値を求めよ。

(3) 遷移確率行列 M の固有値と固有ベクトルを求めよ。

(4) n 年後にＡ社とＢ社それぞれと契約している住民の数

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$$

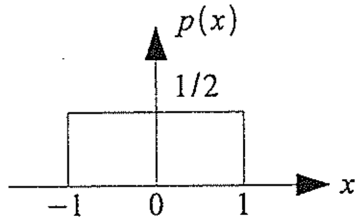
を表す一般式を求めよ。

8

連続情報源を標本化して得た標本値 X の確率密度関数が $p(x)$ で与えられるとき，そのエントロピーを

$$H(X) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log_2 p(x)\,dx$$

と定義することにする。このとき，以下の問に答えよ。



(1) 互いに独立でいずれも右図のような確率密度関数 $p(x)$ を持つ N 個の確率変数 $X_1, X_2, \cdots, X_N$ を考える。これらの和 $Y_N = k_N(X_1 + X_2 + \cdots + X_N)$ の分散は1であるとする。このとき k_N の値を求めよ。

(2) エントロピー $H(Y_1)$ を求めよ。

(3) Y_2 の確率密度関数 $p_2(y)$ の概形を描き， Y_2 のエントロピー $H(Y_2)$ を求めよ。

(4) Y_N の確率密度関数 $p_N(y)$ は， N を限りなく大きくしたとき，どのような形に近づくか。そのときの確率密度関数 $p_\infty(y)$ を示せ（導出過程は不要）。また，このときのエントロピー $H(Y_\infty)$ を求めよ。