

2021 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科 電気電子情報工学専攻

基礎科目試験問題

(実施時間 9 : 3 0 ~ 1 2 : 3 0)

【注 意 事 項】

1. 問題用紙は、この表紙や白紙を除いて13頁ある。解答開始の指示があるまで開いてはいけない。解答開始後、落丁や不鮮明な箇所等があった場合は、手を挙げて監督者にその旨を伝えること。
2. 試験問題は、「数学1」、「数学2」、「数学3」、「数学4」、「数学5」、「電磁理論1」、「電磁理論2」、「電気電子回路1」、及び、「電気電子回路2」の9題*あり、この順番に綴じられている。このうち、5題を選択し解答すること。但し、選択すべき試験問題は、受験コース毎に下表のように規定されている。

3.

受験コース名	選択すべき試験問題
電気工学コース	「数学1」、「数学2」、「数学3」、「数学4」、「数学5」の5題から3題、及び、「電磁理論1」、「電磁理論2」、「電気電子回路1」、「電気電子回路2」の4題から2題、合計5題を選択すること
電子工学コース	
情報通信工学コース	9題（上記*印）から5題選択すること

4. 解答開始前に、別紙の「基礎科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと。
5. 問題用紙は持ち帰ってもよい。

【数学1】 解答は, 白色 (1 番) の解答用紙に記入すること.

次の $(n \times n)$ 正方行列 (square matrix) \mathbf{A} , (3×3) 正方行列 \mathbf{B} について, 以下の設問 (a)~(c) に答えよ. ただし, n は 3 以上の整数 (integer) とする.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mu & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \mu & 0 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \mu & 0 \\ \vdots & & & & 0 & \mu \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \nu & 1 & 0 \\ 0 & \nu & 1 \\ 0 & 0 & \nu \end{bmatrix}$$

(a) \mathbf{A}^m を求めよ. ただし, $m = 1, 2, \dots$ である.

(b) \mathbf{A} の固有値 (eigenvalue) を全て求めよ.

(c) \mathbf{B}^m を求めよ. ただし, $m = 1, 2, \dots$ である.

【数学2】 解答は、赤色（2番）の解答用紙に記入すること.

n 階微分方程式 (n^{th} -order differential equation)

$$a_n x^n y^{(n)} + a_{n-1} x^{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_1 x y' + a_0 y = f(x) \quad (x > 0) \quad (1)$$

について、以下の設問 (a)～(c) に答えよ. ただし、 y' , y'' , $y^{(k)}$ はそれぞれ x に関する y の第1次, 第2次, 第 k 次 ($k = 1, 2, \dots$) の導関数 (derivative) を表し、 a_0, a_1, \dots, a_n は定数 (constant) を表す.

(a) $x = e^t$ として、 xy' と $x^2 y''$ を、 $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$, $\ddot{y} = \frac{d^2 y}{dt^2}$ を用いて示せ.

(b) 式(1)の n 階微分方程式が、定数係数 (constant coefficient) の線形微分方程式 (linear differential equation)

$$b_n \frac{d^n y}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + b_1 \frac{dy}{dt} + b_0 y = f(x) \quad (b_0, b_1, \dots, b_n \text{ は定数})$$

に変換できることを示せ.

(c) 2 階微分方程式

$$x^2 y'' - 3xy' + 4y = x^3$$

の一般解 (general solution) を求めよ.

【数学3】解答は、青色（3番）の解答用紙に記入すること。

以下の設問 (a)～(c) に答えよ。

- (a) 図1に示した積分路 (contour) C_R に関する複素関数 (complex function) $f(z)$ の経路積分 (contour integral) について、 $|z| \rightarrow \infty$ で $|f(z)| \rightarrow 0$ を満たすとき、

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} f(z) e^{i\omega z} dz = 0 \quad (\omega > 0)$$

が成り立つことを示せ。

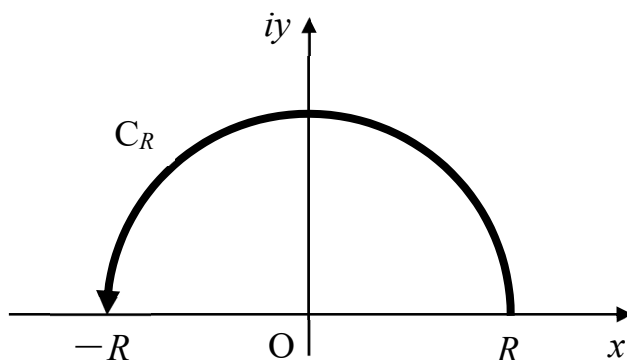


図1 半径 R の円弧 (arc) に沿った積分路 C_R

- (b) $z = x + iy$ を複素変数 (complex variable) とする複素関数 $f(z)$ が実軸 (real axis) 上に特異点 (singular point) をもたず、 $|z| \rightarrow \infty$ で $f(z) \rightarrow 0$ を満たすとき、

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{i\omega x} dx = 2\pi i \sum_{k=1}^m \text{Res}(a_k; f(z) e^{i\omega z}) \quad (\omega > 0)$$

が成り立つことを設問(a)の関係を用いて示せ。ただし、 a_k ($k = 1, 2, \dots, m$) は複素平面 (complex plane) の上半平面 (upper half-plane) に含まれる $f(z) e^{i\omega z}$ の特異点である。また、 $\text{Res}(a_k; f(z) e^{i\omega z})$ は $z = a_k$ における $f(z) e^{i\omega z}$ の留数 (residue) である。

- (c) 設問(a)の関係を用いて、次の実積分 (real integral) を求めよ。

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

【数学4】 解答は, 黄色(4番)の解答用紙に記入すること.

区間 $(-\infty, \infty)$ において, 区分的に滑らか (piecewise smooth) であり, 有界 (bounded) で, 絶対積分可能 (absolutely integrable) な関数 $f(x)$ に対して, フーリエ変換 (Fourier transform) $F(\omega)$ とフーリエ逆変換 (inverse Fourier transform) は次のように定義される.

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega x} d\omega$$

以下の設問 (a)~(d) に答えよ.

(a) 次の関数 $g(x)$ のフーリエ変換を導出せよ. ただし, a は正の定数 (positive constant) である.

$$g(x) = e^{-a|x|} H(x)$$

$$H(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

(b) 上で与えた関数 $f(x)$ の一階導関数 (first-order derivative) $\frac{d}{dx} f(x)$ が区分的に滑らかであり, 有界で絶対積分可能であるとき, 次の関係が成り立つことを示せ.

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dx} f(x) e^{-i\omega x} dx = i\omega F(\omega)$$

(c) 設問 (a) および 設問 (b) で与えた関数 $g(x)$ と $f(x)$ が次の常微分方程式 (ordinary differential equation) を満たすとき, $f(x)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を導出せよ.

$$\frac{d}{dx} f(x) - af(x) = g(x)$$

(d) 設問 (c) で得られた関数 $F(\omega)$ のフーリエ逆変換を導出せよ.

【数学 5】 解答は、水色（5 番）の解答用紙に記入すること。

あるウイルスの感染者は、自然治癒するまでに、他の感染者とは独立に、確率 (probability) p_n ($n = 0, 1, \dots$) で n 人にこのウイルスを感染させると仮定する。ただし $0 < p_0 < 1$ である。このウイルスの最初の感染者 A から直接、ウイルス感染した感染者を 1 次感染者と呼び、 k 次感染者 ($k = 1, 2, \dots$) から直接、ウイルス感染した感染者を $k + 1$ 次感染者と呼ぶ。 k 次感染者 ($k = 1, 2, \dots$) の総数を N_k とし、 i 番目 ($i = 1, 2, \dots, N_k$) の k 次感染者が生み出す $k + 1$ 次感染者の数を $N_{k+1}^{(i)}$ とする。定義より、 $n = 0, 1, \dots$ に対して $\Pr(N_1 = n) = p_n$, $\Pr(N_{k+1}^{(i)} = n) = p_n$ ($k = 1, 2, \dots$, $i = 1, 2, \dots, N_k$) であり、

$$N_{k+1} = \sum_{i=1}^{N_k} N_{k+1}^{(i)} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

が成立する。ただし、ある k ($k = 1, 2, \dots$) に対して $N_k = 0$ ならば k 以上の全ての整数 (integer) ℓ に対して $N_\ell = 0$ であるとする。確率分布 (probability distribution) $\{p_n; n = 0, 1, \dots\}$ が有限の平均 (finite mean) m と有限の分散 (finite variance) σ^2 をもつと仮定して、以下の設問 (a)~(c) に答えよ。

(a) 最初の感染者 A を含めた総感染者数を N とする。

$$N = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} N_k$$

N の平均 $E[N]$ を求めよ。

(b) 一人の感染者が直接、感染させる感染者数を X とする。さらに X の確率母関数 (probability generating function) ならびに N_k ($k = 1, 2, \dots$) の確率母関数をそれぞれ $p(z)$ ($|z| \leq 1$), $q_k(z)$ ($|z| \leq 1$) とする。

$$p(z) = E[z^X] = \sum_{n=0}^{\infty} p_n z^n, \quad q_k(z) = E[z^{N_k}] = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N_k = n) z^n$$

定義より $q_1(z) = p(z)$ である。 N_1 がとる値で場合分けを行うことにより、 $q_k(z)$ ($k = 2, 3, \dots$) を $p(z)$ と $q_{k-1}(z)$ を用いて表せ。

(c) 感染拡大がいずれ終了する確率 $a = \lim_{k \rightarrow \infty} q_k(0)$ が 1 となるための条件を求めよ。なお、定義より、 $q_k(0) = \Pr(N_k = 0) = \Pr(k \text{ 以下のある } k' \text{ に対して } N_{k'} = 0)$ であるため、 $q_k(0)$ は k の非減少関数である。さらに $q_k(0)$ は有界 ($q_k(0) \leq 1$) なので、極限 $\lim_{k \rightarrow \infty} q_k(0)$ が存在する。

【電磁理論1】 解答は、桃色(6番)の解答用紙に記入すること.

解答用紙に①～⑫の番号を記し、対応する以下の文中の空欄に当てはまる数式や数値を解答用紙に記入せよ.

2 個の導体の間が真空または誘電体であるときの、電界、電位 (静電ポテンシャル)、静電容量等について下記の問いに答えよ. ただし、真空の誘電率を ϵ_0 とし、誘電体の境界面において自由面電荷はないものとする.

[1] 2 個の導体があって、その一方の導体 1 に電荷 Q ($Q > 0$), もう一方の導体 2 に電荷 $-Q$ が与えられている. この 2 個の導体はコンデンサを構成する. 導体 1 の電位を ϕ_1 , 導体 2 の電位を ϕ_2 とすると、コンデンサの静電容量は

$$C = \boxed{\text{①}}$$

と表される. また、コンデンサに蓄えられる静電エネルギーは

$$W = \boxed{\text{②}}$$

と表される.

[2] 図 1 に示すように、球座標系 (r, θ, ϕ) の原点 O を中心とする球状のコンデンサを考える. 半径 a の球状の導体 A があり、その外側に内径 c の球殻状の導体 B がある. この導体 A は電荷 Q , 導体 B は電荷 $-Q$ を持ち、導体 B の電位は 0 とする. 各方向の基本ベクトルを $\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_\theta, \mathbf{i}_\phi$ とする.

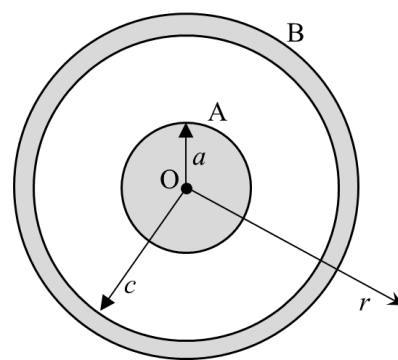


図 1

[2-1] これらの導体の間の領域が真空であるとき、この領域の電界ベクトル \mathbf{E}_1 , 電束密度ベクトル \mathbf{D}_1 および電位 ϕ は、それぞれ

$$\mathbf{E}_1(r) = \boxed{\text{③}} \quad (a < r < c)$$

$$\mathbf{D}_1(r) = \boxed{\text{④}} \quad (a < r < c)$$

$$\phi(r) = \boxed{\text{⑤}} \quad (a < r < c)$$

と表される. また、この導体間の静電容量は Q を用いずに

$$C_1 = \boxed{\text{⑥}}$$

と書ける.

この導体間に誘電率 ϵ の誘電体を充填すると、電界、電束密度、静電容量の大きさは、真空のときの値と比べて、それぞれ $\boxed{\text{⑦}}$ 倍、 $\boxed{\text{⑧}}$ 倍、 $\boxed{\text{⑨}}$ 倍となる.

[2-2] 図2に示すように、図1の導体AB間に、誘電率 ϵ_1, ϵ_2 の同心球殻状の誘電体をそれぞれ $a < r < b$, $b < r < c$ の領域に充填し、その境界面の半径を b とする。このとき各誘電体における電界ベクトルは、

$$E_2(r) = \boxed{\text{⑩}} \quad (a < r < b)$$

$$E_2(r) = \boxed{\text{⑪}} \quad (b < r < c)$$

と表される。この2つの誘電体の境界面における電界の接線成分は $\boxed{\text{⑫}}$ であり連続である。また、各誘電体における電束密度ベクトルは、

$$D_2(r) = \boxed{\text{⑬}} \quad (a < r < b)$$

$$D_2(r) = \boxed{\text{⑭}} \quad (b < r < c)$$

と表される。導体AB間の電位差は

$$\phi_{AB} = \boxed{\text{⑮}}$$

と表され、その静電容量は Q を用いずに

$$C_2 = \boxed{\text{⑯}}$$

と書ける。

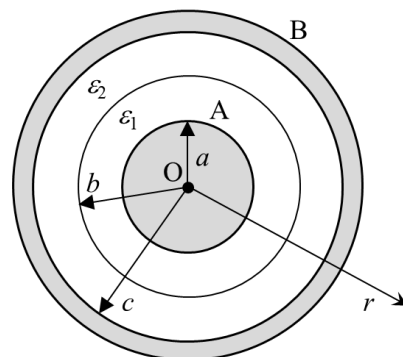


図2

[2-3] 図3に示すように、図1の導体ABの間を上下に分けて、それぞれを ϵ_1, ϵ_2 の誘電率の誘電体を充填した。ここで、半径 r ($a < r < c$)における電界は $E(r) = \mathbf{i}_r k/r^2$ (k は定数)と表されるものとする。また、半径 b' の同心球面(図3、破線)を考え、この球面に Gauss の法則を適用し、電荷を k を用いて表すと、

$$Q = \boxed{\text{⑰}}$$

となる。この関係より、

$$k = \boxed{\text{⑱}}$$

のように、 k が求まる。

導体AB間の電位差は、 k を用いて

$$\phi_{AB} = \boxed{\text{⑲}}$$

と表され、その静電容量は k, Q を用いずに

$$C_3 = \boxed{\text{⑳}}$$

と書ける。

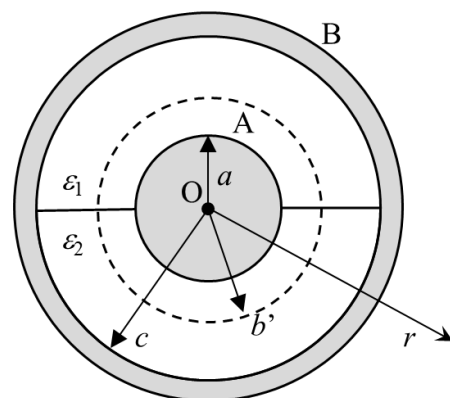


図3

【電磁理論2】 解答は、緑色(7番)の解答用紙に記入すること。

解答用紙に①～⑤の番号を記し、対応する以下の文中の空欄にあてはまる語句または数式を解答用紙に記入せよ。ただし、②に関しては語句を選び、その記号を記述せよ。

[1] 真空中の電界 \mathbf{E} 、磁界 \mathbf{H} に対するマクスウェルの方程式は、電流密度を \mathbf{J} 、電荷密度を ρ 、誘電率を ϵ_0 、透磁率を μ_0 とすると、ハミルトンの演算子 ∇ を用いて次の4式のように記述される。

$$\text{ファラデー・マクスウェルの法則： } \nabla \times \mathbf{E} = \boxed{\text{①}} \quad (1)$$

$$\text{アンペア・マクスウェルの法則： } \nabla \times \mathbf{H} = \boxed{\text{②}} \quad (2)$$

$$\text{電束に関するガウスの法則： } \boxed{\text{③}} \quad (3)$$

$$\text{磁束に関するガウスの法則： } \boxed{\text{④}} \quad (4)$$

さらに、

$$\text{電荷保存の法則： } \nabla \cdot \mathbf{J} = \boxed{\text{⑤}} \quad (5)$$

が成立する。

[2] 本問では時間的に変化する電磁界を考える。電荷および電流の存在しない真空中において、式(2)と式(3)はそれぞれ、

$$\boxed{\text{⑥}} \quad (2)'$$

$$\boxed{\text{⑦}} \quad (3)'$$

となる。式(1)の両辺の回転をとり、ベクトル公式 $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ (\mathbf{A} は任意のベクトル界)を適用し、式(2)'ならびに式(3)'を用い、磁界 \mathbf{H} を消去することにより電界 \mathbf{E} に対するベクトル波動方程式

$$\boxed{\text{⑧}} \quad (6)$$

を導くことが出来る。同様に式(2)'の両辺の回転をとり、同じベクトル公式と式(1)ならびに式(4)を用い、電界 \mathbf{E} を消去すると磁界 \mathbf{H} に対するベクトル波動方程式が次のように導かれる。

$$\boxed{\text{⑨}} \quad (7)$$

以下では直角座標系 (x, y, z) を考え、基本ベクトルを $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ 、 \mathbf{E} と \mathbf{H} のそれぞれの成分を $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ とする。今、電界 \mathbf{E} は空間においては xy 平面内で一様で z のみに依存するとする。さらに \mathbf{E} は E_x のみからなるような場合を考えると、式(6)のベクトル波動方程式は次のようなスカラー波動方程式となる。

$$\boxed{\text{⑩}} \quad (8)$$

このとき、磁界 \mathbf{H} に対するベクトル波動方程式(7)は、スカラー波動方程式

$$\boxed{\text{⑪}} \quad (9)$$

となる。

[3] 以下では、導電性が高い媒質中において、時間的にゆっくりと変化する電磁界を考える。このとき導電電流が変位電流に比べて十分大きいとする。媒質の誘電率、透磁率、電気伝導率は一定で、それぞれを ϵ, μ, σ とし、さらに電荷密度を $\rho = 0$ とすると、式(1)-(5)は次のように表すことができる。

$$\text{ファラデー・マクスウェルの法則：} \quad \nabla \times \mathbf{E} = \boxed{\text{⑫}} \quad (10)$$

$$\text{アンペア・マクスウェルの法則：} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \boxed{\text{⑬}} \quad (11)$$

$$\text{電束に関するガウスの法則：} \quad \boxed{\text{⑭}} \quad (12)$$

$$\text{磁束に関するガウスの法則：} \quad \boxed{\text{⑮}} \quad (13)$$

$$\text{電荷保存の法則：} \quad \nabla \cdot \mathbf{J} = \boxed{\text{⑯}} \quad (14)$$

ただし式(11)では、上述したように変位電流に比べて導電電流が十分大きいので、導電電流の項のみを残すこと。加えて、次の式で表されるオームの法則が成立するとする。

$$\mathbf{J} = \boxed{\text{⑰}} \quad (15)$$

式(10)の両辺の回転を取り、[2]で用いたベクトル公式ならびに式(11)、(12)、(15)を用い、電界 \mathbf{E} に対する微分方程式

$$\boxed{\text{⑱}} \quad (16)$$

を得る。また式(11)の両辺の回転を取り、同様にベクトル公式ならびに式(10)、(13)、(15)を用いると、磁界 \mathbf{H} に対する微分方程式は

$$\boxed{\text{㉑}} \quad (17)$$

となる。また、式(16)の両辺に σ を乗じ、式(15)を用いると、電流密度 \mathbf{J} に対する微分方程式は

$$\boxed{\text{㉒}} \quad (18)$$

となる。式(16)-(18)の形は、 $\boxed{\text{㉓ (ア) 波動, (イ) 拡散, (ウ) ラプラス}}$ 方程式と呼ばれる。

[4] 以下では[3]と同様に、導電性が高い媒質中において、時間的にゆっくりと変化する電磁界を考える。誘電率 ϵ 、透磁率 μ 、及び電気伝導率 σ が一定な上述の半無限媒質が、図1のように真空と接しており、境界面を $z=0$ とする。このとき、電界が真空中より境界面に垂直に侵入するとする。ただし、電界は空間においては xy 平面内で一様で z のみに依存し、電界の振動方向が x 方向であるとする。また、時刻 t に対して角周波数 ω で正弦波振動するとする。真空中での電界の大きさを $E_0(>0)$ 、時刻 $t=0$ のときの $z=0$ での位相を0とする。また虚数単位を j とする。

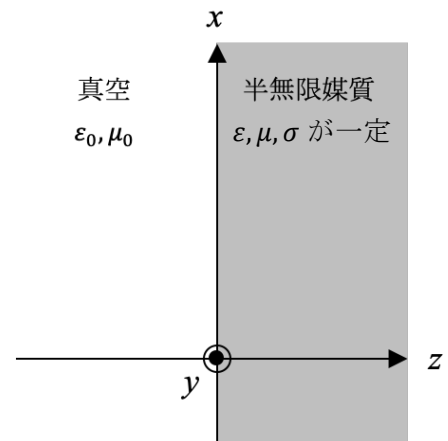


図1

このときの媒質内部での電界 $\mathbf{E}(\mathbf{z}, t)$ は、その x 成分 $E_x(\mathbf{z}, t)$ のフェーザ $\dot{E}_x(\mathbf{z})$ を用い、

$$\mathbf{E}(\mathbf{z}, t) = \mathbf{i}_x \dot{E}_x(\mathbf{z}) \boxed{\text{㉔}} \quad (19)$$

と表すことができる。これを式(16)に代入することで、 $\boxed{\text{㉕}}$ が常に0にならないことから、 $\dot{E}_x(\mathbf{z})$ は

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x(\mathbf{z})}{\partial z^2} - \boxed{\text{㉖}} \dot{E}_x(\mathbf{z}) = 0 \quad (20)$$

を満たす必要があることがわかる。 $z \rightarrow \infty$ で発散しないという条件で式(20)を解き、 $\dot{E}_x(\mathbf{z})$ の絶対値をとると

$$|\dot{E}_x(\mathbf{z})| = E_0 \exp\left(-\frac{z}{\boxed{\text{㉗}}}\right) \quad (21)$$

となる．ただし，必要であれば関係式 $\sqrt{jk} = \sqrt{k/2} + j\sqrt{k/2}$ ($k > 0$) を用いてもよい．なお，
②④ は ②⑤ と呼ばれ，導電性の高い媒質中を伝搬する電磁界の大きさが
 $1/e$ になる距離（深さ）を与える．

専門用語の英訳（電磁理論）

真空	vacuum
誘電体	dielectrics
導体	conductor
電界	electric field
電位	electric potential
静電ポテンシャル	electrostatic potential
静電容量	capacitance
誘電率	dielectric constant; permittivity
境界	boundary
自由面電荷	free surface charge
電荷	charge
コンデンサ	condenser, capacitor
蓄えられる	charged
静電エネルギー	electrostatic energy
球座標	spherical coordinates
球殻	spherical shell
基本ベクトル	base vector
同心	concentric
充填する	fill
電流密度	electric current density
電荷密度	charge density
透磁率	magnetic permeability
ハミルトンの演算子	Hamiltonian operator
回転	rotation
波動方程式	wave equation
直角座標系	cartesian coordinates
電気伝導率	conductivity
拡散	diffusion
ラプラス	Laplace
半無限媒質	semi-infinite medium
角周波数	angular frequency
正弦波	sinusoidal wave
虚数単位	imaginary unit
フェーザ	phasor

【電気電子回路1】 解答は, 灰色(8番)の解答用紙に記入すること.

図1の回路において, $t < 0$ (t は時刻を表す) でスイッチ SW1 は閉じており, スイッチ SW2 は開いている. このとき, 回路は定常状態^{*1}にあるとする. つぎに, $t = 0$ で SW1 を開き, SW2 を閉じる. 以下の問いに答えよ. ただし, 図のように, 電圧 $v_1(t)$, $v_2(t)$, 電流 $i(t)$ を定義し, $v_2(0^-) = 0$ とする. また, R_1 , R_2 , C_1 , C_2 , E はすべて正の実定数とする.

- (1) $t = 0$ の直前($t = 0^-$)での, 電流 $i(t)$ と電圧 $v_1(t)$ を求めよ.
- (2) $t = 0$ の直後($t = 0^+$)での, 電流 $i(t)$ と電圧 $v_1(t)$ を求めよ.
- (3) $t > 0$ における電流 $i(t)$ のラプラス変換^{*2} $I(s)$ を求めよ.
- (4) $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $C_1 = C_2 = 1 \text{ F}$, $E = 15 \text{ V}$ として, 電流 $i(t)$ ($t > 0$) を求めよ.
- (5) 問い(4)のパラメータを用いて, $t > 0$ における, R_1 の抵抗値を持つ抵抗器で消費される全エネルギーを求めよ.

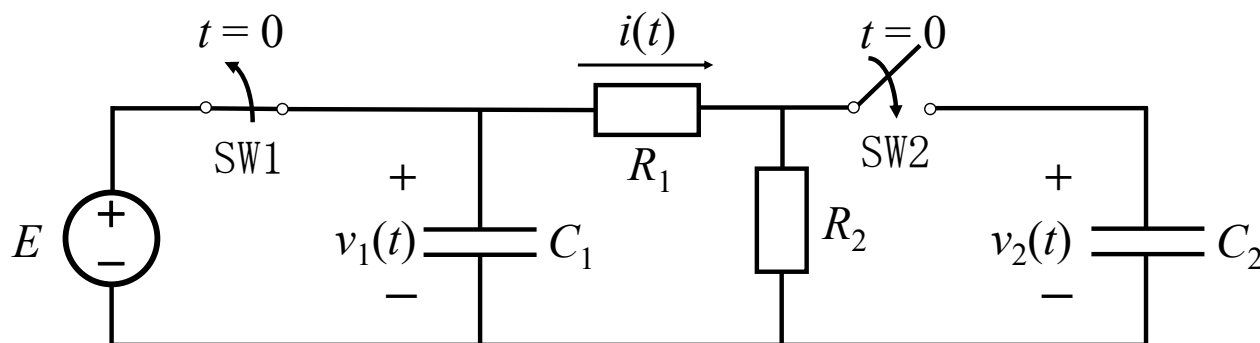


図 1

^{*1} 定常状態 : steady state

^{*2} ラプラス変換 : Laplace transform

【電気電子回路2】 解答は、だいたい色(9番)の解答用紙に記入すること。

図1, 2に示す理想演算増幅器^{*1}を用いた回路について、以下の各問いに答えよ。ただし、演算増幅器単体の電圧利得^{*2}を A 、入力インピーダンスを無限大、そして出力インピーダンスを零とする。回路は角周波数^{*3} $\omega (=2\pi f)$ の正弦波定常状態^{*4}にあり、 f を周波数とする。入力電圧のフェーザ^{*5}を \dot{V}_{IN1} , \dot{V}_{IN2} , 出力電圧のフェーザを \dot{V}_{OUT1} , \dot{V}_{OUT2} , そして R_1 , R_2 , R_3 , C をそれぞれ正の実定数とする。

- (1) 図1の回路において、 A が有限のとき、 \dot{V}_{OUT1} を A と反転入力端子の電圧フェーザ \dot{V}_- を用いて表せ。
- (2) 図1の回路において、 \dot{V}_- を \dot{V}_{IN1} , \dot{V}_{OUT1} , R_1 , R_2 を用いて表せ。
- (3) 問い(1), (2)の結果を踏まえ、 $\dot{V}_{OUT1}/\dot{V}_{IN1}$ を A , R_1 , R_2 を用いて表せ。
- (4) 問い(3)において、 A が無限大のとき、 $\dot{V}_{OUT1}/\dot{V}_{IN1}$ を求めよ。
- (5) 図1の回路の名称を答えよ。
- (6) 図2の回路において、 A が無限大のとき、 $\dot{V}_{OUT2}/\dot{V}_{IN2}$ を R_1 , R_2 , R_3 , C , ω , j (j : 虚数単位^{*6})を用いて表せ。ただし、複素数の分数は、分母を実数で表現せよ。
- (7) 問い(6)において、 \dot{V}_{IN2} の時間領域の関数が $v_2(t) = E\sin(2\pi ft)$ (E は実数, t は時間)で与えられるときを考える。 $E = 1.0 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 1.0 \text{ k}\Omega$, $C = 1.0 \text{ nF}$, そして $f = 1.0 \text{ kHz}$ のとき、 \dot{V}_{OUT2} は \dot{V}_{IN2} より 90° 位相が進んだ。このとき、 R_3 の値と \dot{V}_{OUT2} の絶対値を求めよ。答えは有効数字2桁の近似値でよい。単位をつけること。

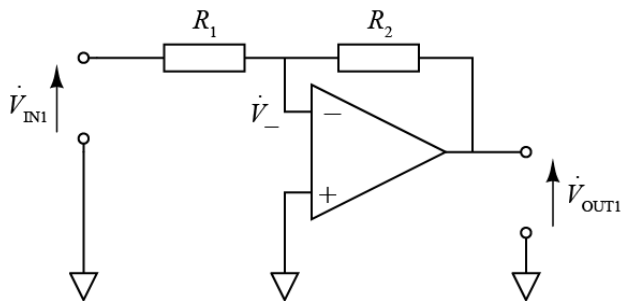


図1

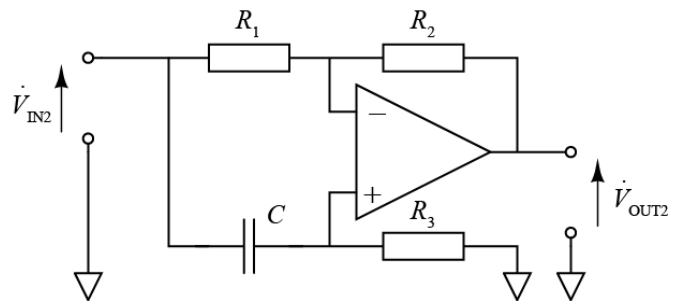


図2

注 図中、右の記号は基準電位^{*7}を表す。↓

*1 理想演算増幅器：ideal operational amplifier

*2 電圧利得：voltage gain

*3 角周波数：angular frequency

*4 正弦波定常状態：sinusoidal steady state

*5 フェーザ：phasor

*6 虚数単位：imaginary unit

*7 基準電位：reference potential