

北海道大学大学院情報科学学院
情報エレクトロニクスコース入学試験
平成 30 年 11 月 10 日 10:00～12:00

専門科目 1

受験上の注意

- ・机の上に置いてよいものは、筆記用具(鉛筆、消しゴム、鉛筆削りなど)、時計、特に指示があったもののみである。
- ・時計は計時機能のみのものを使用し、アラームの使用を禁ずる。
- ・電卓、電子手帳、辞書の使用を禁ずる。
- ・携帯電話等の情報通信機器類は、必ずアラームの設定を解除した上で電源を切っておくこと。
- ・問題冊子は本表紙を含め 7 枚ある(2 枚目は白紙)。問題は、[1](応用数学)、[2](半導体デバイス工学)、[3](電磁気学)、[4](電気回路)、[5](電子回路)、について各1ページである。問題冊子は回収しない。
- ・答案用紙の枚数は3枚である。[1]～[5]の計5問の中から3問選択し、1枚に付き1問を解答すること。
- ・答案用紙の裏面を使用してもよいが、その場合、「裏面記載あり」と答案用紙おもて面の右下に記載すること。
- ・選択した問題の番号、受験番号の誤記、記入もれがないか、各答案用紙を十分に確かめること。これらを別紙の選択問題チェック票にも記入し、提出すること。
- ・草案紙の枚数は3枚である。草案紙は回収しない。

[1] 応用数学

1. 以下の問いに答えよ. 計算過程を明示すること.

(1) 行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ の固有値と固有ベクトルをそれぞれ求めよ. また, A を対角化せよ.

(2) B をユニタリ行列とする. B の行列式の絶対値 $|\det B|$ は 1 であることを示せ.

(3) ベクトル $F = (x^2 - y^2 + y)\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j} + (y^2 - z^2)\mathbf{k}$ の発散 $\operatorname{div} F$ と回転 $\operatorname{curl} F$ をそれぞれ求めよ. ただし, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ はそれぞれ x, y, z 軸正方向の単位ベクトルとする.

(4) 円柱 $x^2 + y^2 = 1$ ($0 \leq z \leq 1$) の全表面を S とするとき, (3) のベクトル F の面積分 $\int_S F \cdot \mathbf{n} dS$ を求めよ. ただし, \mathbf{n} は S の単位法線ベクトルであり, 円柱表面の外を向くようにとる.

2. 微分方程式 $y'' - 4y' + 4y = 4x^2 + 4x + 2$ の一般解を求めよ. また, 境界条件

$y(0) = 0, y'(0) = 0$ を満たす特解を求めよ. ただし $y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ とする.

計算過程を明示すること.

3. 周期 2π の周期関数 $f(x) = x$ ($-\pi \leq x < \pi$) をフーリエ級数に展開せよ. また,

それを用いて $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots$ を示せ. 計算過程を明示すること.

[2] 半導体デバイス工学

必要に応じて以下の記号ならびに数値を使え． \log は自然対数， \log_{10} は 10 を底とする対数， e は自然対数の底である．

q : 電荷素量, $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

h : プランク定数

$\log_{10} 2 = 0.30$

$\log_{10} 3 = 0.48$

k_B : ボルツマン定数, $1.4 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

c : 真空中の光速

$\log_{10} e = 0.43$

1. 半導体の pn 接合および pn 接合ダイオードに関し，以下の問に答えよ．

- (1) 理想 pn 接合ダイオードの電流-電圧特性の概略を，縦軸の異なる以下の 2 種類のグラフにより図示するとともに，それぞれに簡単な説明を加えよ．横軸はいずれもバイアス電圧 V とし，順バイアスおよび逆バイアスの両方を考慮すること.
 - (a) 縦軸を電流 I とするグラフ
 - (b) 縦軸を電流 I の絶対値の対数 ($\log|I|$) とするグラフ
- (2) 半導体の真性キャリア密度を n_i ，n 形領域のドナー不純物密度を N_D ，p 形領域のアクセプタ不純物密度を N_A ，絶対温度を T としたとき，pn 接合の内蔵電位 V_{bi} を与える式を示せ．ドナーおよびアクセプタは各々の半導体で均一にドーピングされており，またすべてイオン化しているものとする．
- (3) (2) で $n_i = 1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ， $N_D = 5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ， $N_A = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ，温度 27°C のとき， V_{bi} を求めよ．
- (4) pn 接合に光を照射すると，光の波長 λ に応じて光が吸収される．吸収により電子正孔対が発生する λ の条件を式で示せ．半導体のバンドギャップを E_G とする．
- (5) (4) で pn 接合ダイオードに負荷を接続しておくとき光電流が流れる．この光電流が流れる理由を簡単に述べるとともに，pn 接合の接合部および負荷に流れる光電流の方向について図示しつつ説明せよ．

2. N チャネル MOSFET に関する以下の問に答えよ．

- (1) N チャネル MOSFET の断面模式図を示せ．半導体の伝導形や，端子の名称との対応が明確となるように図示すること．
- (2) N チャネル MOSFET のしきい値電圧 V_{th} の定義について，「反転」という用語を用いつつ述べよ．
- (3) N チャネル MOSFET が飽和領域で動作するために必要となる端子電圧に関する条件を式で示せ．また，飽和領域におけるドレイン電流 I_D を与える式を示せ．ただし，チャンネル長変調効果は無視する．説明・式には以下の記号を用いよ．
 V_{DS} : ドレイン電圧， V_{GS} : ゲート電圧， V_{th} : しきい値電圧， C_{ox} : 単位面積あたりの酸化膜容量， W : チャンネル幅， L : チャンネル長， μ_n : 電子の移動度．
- (4) (3) の I_D の式にもとづいて，飽和領域における相互コンダクタンス g_m をゲート電圧 V_{GS} の関数として概略図を示せ．

[3] 電磁気学

電界、磁界に関する以下の問いに答えよ。ただし、解答にいたる理由が明確に分かるように記述すること。

1. 真空中（誘電率 ϵ_0 ）におかれた半径 a の導体球が正電荷 $+Q$ で帯電している。

(1) 導体球の中心から距離 r の位置における電界の大きさ E を求めよ。

この状態で、導体球の外部に外半径が $2a$ になるように球殻状の誘電体（比誘電率 4）を隙間なく貼り付けた（図 1）。

(2) 導体球の中心から距離 r （ただし $a < r < 2a$ ）の位置における誘電体の分極の大きさ P を求めよ。

(3) このとき、導体球の電位は誘電体を貼り付ける前と比べて変化する。電位は高くなるか、低くなるか。またその変化量はいくらか。

(4) また、静電エネルギーも変化する。静電エネルギーは増加するか、減少するか。またその変化量はいくらか。

2. 真空中（透磁率 μ_0 ）に 2 本の十分に長い直線導線がある。いずれの導線も z 軸に平行であり、距離 $2d$ だけ離して x 軸上に配置されている。これらの導線に、互いに逆向きに電流 I を流した（図 2）。

(1) アンペアの法則を用いることにより、2 本の導線の間地点である座標原点 O における磁界の大きさ H を求めよ。

(2) 図 2 の右側の導線にはたらく単位長さあたりの力を求めよ。大きさと向きが分かるように答えること。

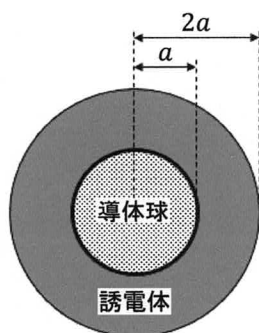


図 1

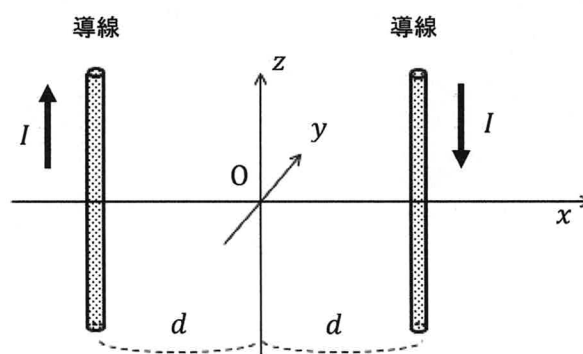


図 2

[4] 電気回路

角周波数 ω ，初期位相 ϕ ，振幅 v_m の交流電源

$$v(t) = v_m \sin(\omega t + \phi) \quad v_m > 0$$

を接続した下記の回路について，以下の各問に答えよ．答えの導出過程も記せ．なお，解答には上記の数式と下図中に現れる記号（抵抗 R ，キャパシタンス C ，インダクタンス L ）ならびに各問で定義される記号を用いること．

- 図 1 について抵抗 R で消費される電力の交流 1 周期の平均値（平均電力）を求めよ．
- 電源電圧の瞬時値 $v(t)$ とその複素表示である複素電圧 V との間には

$$v(t) = \sqrt{2} \operatorname{Im} \{ V \exp(j\omega t) \}$$

の関係がある． Im は複素数の虚部をとる記号である ($b = \operatorname{Im} \{ a + jb \}$)．ここに j は虚数単位である．この時，回路に流れる複素電流を I とすると，

$$P = VI^*$$

が設問 1 で求めた平均電力に等しいことを示せ．* は複素共役を示す．

- 図 2 の回路の複素電力 $P = VI^*$ を R, L, V, ω で表せ．
- 図 2 の回路において，抵抗 R で消費される電力の複素表示を求めよ．これを設問 3 の複素電力 P と比較し， P の実部の意味を説明せよ．また，この結果を利用し，有効電力，皮相電力，無効電力，力率について説明せよ．
- 設問 4 より，回路で消費される有効電力は角周波数が高くなるにつれ小さくなるのが分かる．なぜこの様なことになるか，「電源電圧」，「回路電流」，「位相」，「インダクタ」の用語を使用し，説明せよ．
- 図 2 の回路に図 3 のようにキャパシタを取り付けた．このとき，電源から見た回路のアドミッタンス Y を求め，電源電圧の位相と電源から回路に流れる電流の位相が同じになるようなキャパシタンス C の値を R, L, ω で表せ．

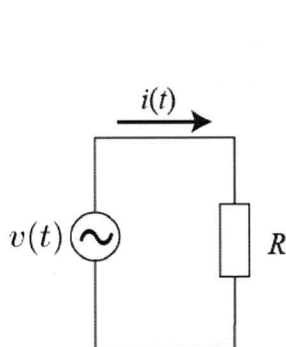


図 1

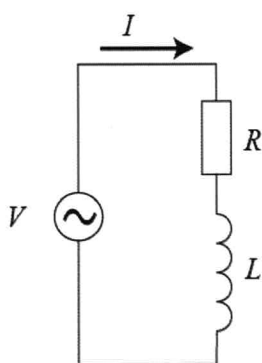


図 2

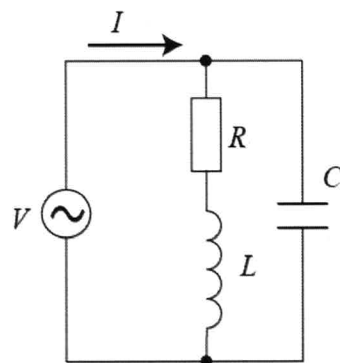


図 3

[5] 電子回路

1. 相互コンダクタンスが共に g_m の MOS トランジスタ T_1, T_2 を用いた差動増幅回路の小信号等価回路 (図 1) について、以下の問いに答えよ。

(1) g_m , 電圧 V_O , 入力電圧 V_{IN1}, V_{IN2} を用いて, T_1, T_2 のドレイン電流 I_1, I_2 がそれぞれ, $I_1 = g_m(V_{IN1} - V_O), I_2 = g_m(V_{IN2} - V_O)$ で与えられる時, g_m, V_{IN1}, V_{IN2} , 抵抗 R_O を用いて, V_O を表せ。

(2) V_O, V_{IN1}, g_m および負荷抵抗 R_L を用いて, 出力電圧 V_{OUT1} を表せ。同様に, V_O, V_{IN2}, g_m および R_L を用いて, 出力電圧 V_{OUT2} を表せ。

(3) 次式で定義される差動電圧利得 A_D を g_m, R_L で表せ。

$$A_D = (V_{OUT1} - V_{OUT2}) / (V_{IN1} - V_{IN2})$$

(4) 次式で定義される同相電圧利得 A_C を g_m, R_L, R_O で表せ。

$$A_C = (V_{OUT1} + V_{OUT2}) / (V_{IN1} + V_{IN2})$$

(5) 前問までの結果から, 同相成分除去比 $CMRR = A_D / A_C$ を R_O および g_m で表せ。これより, $CMRR$ を大きくするためにはどうすればよいか, 簡単に答えよ。

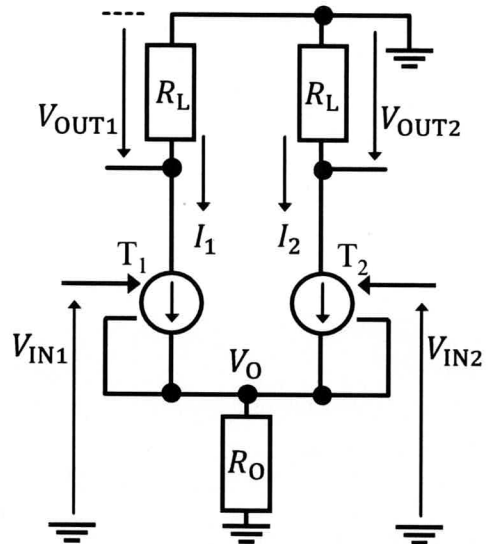


図 1 小信号等価回路

2. 理想演算増幅器を用いた図 2 の回路について、以下の問いに答えよ。

(1) 図 2 の回路で用いられている演算増幅器の差動電圧利得 A が有限である場合, A および反転入力端子の電圧 V_- を用いて, 出力電圧 V_{OUT} を表せ。

(2) 図 2 の回路について, V_{OUT} , 抵抗 R_1, R_2 および入力電圧 V_{IN} を用いて電圧 V_- を表せ。

(3) 前問までの結果から, $A \rightarrow \infty$ の時, 図 2 の回路の電圧利得 V_{OUT} / V_{IN} を求めよ。また, この回路を何と呼ぶか答えよ。

(4) 図 2 の回路の反転入力に接続された抵抗 R_1 を, 容量 C のコンデンサに変えた回路について, $A \rightarrow \infty$ の時, R_2, C および V_{IN} を用いて V_{OUT} を表せ。また, この回路を何と呼ぶか答えよ。ただし, 入力電圧 V_{IN} , 出力電圧 V_{OUT} をそれぞれ, 時間 t の関数 $V_{IN}(t), V_{OUT}(t)$ とせよ。

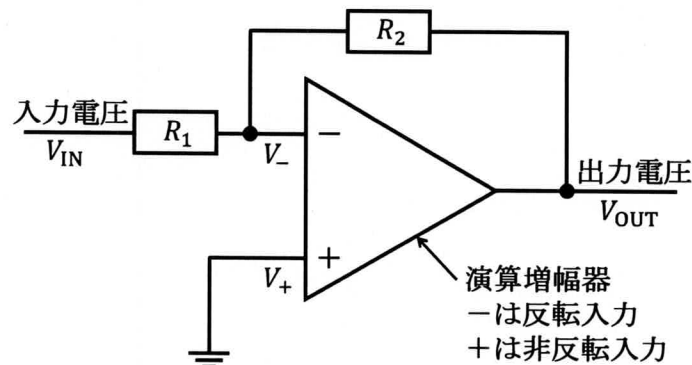


図 2 理想演算増幅器による回路