システム情報学専攻

修士課程入学試験問題

専門科目　システム情報学

平成２７年８月２５日（火）　　１０：００～１３：００

出題される６問のうち，３問のみを選択して解答せよ．

注　意　事　項

(1) 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと．

(2) 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること．ただし試験問題の内容に関する質問に対しては，原則として答えない．

(3) 答案用紙３枚が渡される．１問ごとに必ず１枚の答案用紙を使用すること．必要なときは答案用紙の裏面も使用してよい．

(4) 各答案用紙の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること．氏名は書いてはならない．

(5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと．

(6) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする．

(7) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は，適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい．

(8) 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと．

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること．

選択した問題番号			

上欄に選択した３つの問題番号を記入すること．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
(切り離さないこと)

第１問

因果的な IIR フィルタ F_1 が，差分方程式：

$$y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]+\frac{13}{16}y[n-2]$$
$$=x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]-\frac{3}{16}x[n-2]-\frac{1}{2}x[n-3]-\frac{13}{16}x[n-4]$$

によって記述されている．ここで，n は離散時刻，$y[n]$は出力信号，$x[n]$はある N に対しその値が区間 $n<0$ と区間 $n\geq N>0$ では 0 となる入力信号である．なお，以下のすべての問いにおける IIR フィルタは，恒等的に 0 である入力信号に対し，恒等的に 0 である出力信号を生じさせるものと仮定する．以下の問いに答えよ．

(1) F_1 の伝達関数 $H_1(z)$ およびその極と零点を求め，F_1 が BIBO 安定であるかどうか判定せよ．つぎに，F_1 のインパルス応答 $h_1[n]$ に対し，$\sum_{n=0}^{\infty} h_1[n]$ が収束する場合はその値を求めよ．ここで BIBO 安定とは，有界な入力信号に対して有界な出力信号が得られることを指す．

(2) $H_1(z)$ の極を×，零点を○として複素平面上に図示せよ．この極・零点配置から，F_1 をローパスフィルタ，ハイパスフィルタ，バンドパスフィルタ，バンドストップフィルタに敢えて分類するなら，いずれになるか論じよ．

(3) 因果的な IIR フィルタ F_2 が，差分方程式：

$$y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]+\frac{13}{16}y[n-2]$$
$$=\frac{13}{16}x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]+\frac{3}{16}x[n-2]-\frac{1}{2}x[n-3]-x[n-4]$$

によって記述されている．

(a) F_2 の伝達関数を $H_2(z)$ とする．$H_2(z)=H_1(z)H_3(z)$ であるとき，$H_3(z)$ の極を×，零点を○として複素平面上に図示せよ．

(b) $\omega\ (0\leq\omega\leq\pi)$ を規格化角周波数とする．$H_3(z)$ の振幅応答 $|H_3(\exp(\mathrm{j}\omega))|$ を求めよ．また，$H_3(z)$ の位相応答が $\arg H_3(\exp(\mathrm{j}\omega))\leq 0$ となることを示せ．

(c) $H_3(z)$ のような極・零点配置を持つシステムは，信号処理上どのような利用価値を持つか．

(4) インパルス応答が $h[n]$ なる因果的な IIR フィルタを F と表し，インパルス応答が $h^{\mathrm{R}}[n]=h[-n]$ なる非因果的な IIR フィルタを F^{R} と表すことにする．また，F を作用させた後，F^{R} を作用させる操作を $\mathrm{F}^{\mathrm{R}}\circ\mathrm{F}$ と表すことにする．

(a) $\mathrm{F}_1^{\mathrm{R}}$ の差分方程式，伝達関数 $H_1^{\mathrm{R}}(z)$，およびその極と零点を求め，$\mathrm{F}_1^{\mathrm{R}}$ が

BIBO 安定であるかどうか判定せよ．

(b) $\mathrm{F}_1^{\mathrm{R}}$ の振幅応答 $|H_1^{\mathrm{R}}(\exp(\mathrm{j}\omega))|$ と位相応答 $\arg H_1^{\mathrm{R}}(\exp(\mathrm{j}\omega))$ を，それぞれ F_1 の振幅応答 $|H_1(\exp(\mathrm{j}\omega))|$ と位相応答 $\arg H_1(\exp(\mathrm{j}\omega))$ で表せ．

(c) $\mathrm{F}_1^{\mathrm{R}} \circ \mathrm{F}_1$ の伝達関数を $H_1^{\mathrm{RL}}(z)$ とする． $\arg H_1^{\mathrm{RL}}(\exp(\mathrm{j}\omega))$ を求めよ．また，$\mathrm{F}_1^{\mathrm{R}} \circ \mathrm{F}_1$ は，信号処理上どのような利用価値を持つか．

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

第2問

図 1 から図 4 に示す演算増幅器（オペアンプ）を用いた電子回路に関する以下の問いに答えよ．なお，演算増幅器の特性は全て理想的であると仮定してよい．

(1) 図1に示す回路のスイッチφ_1とφ_2は交互にオン／オフ動作が繰り返され，φ_1がオンの場合にはφ_2がオフ，φ_1がオフの場合にはφ_2がオンとなるようにクロックが供給されている．φ_1がオンの期間とφ_2がオンの期間のそれぞれについて，この回路の出力電圧 V_{out} と入力電圧 V_{in1}, V_{in2} の関係を示せ．また，クロックのデューティ比が 50%のとき，すなわち，スイッチのオンとオフの期間の割合が等しいときの平均出力電圧を求めよ．

(2) 図 1 の回路において，スイッチφ_1, φ_2のスイッチング周波数をfとする．出力信号にはこのスイッチングのオン／オフに起因する周波数成分が含まれるため，図 2 に示すローパスフィルタを用いてこのスイッチング周波数成分を取り除くことを考える．ただし，入力信号の周波数は f よりも十分に低いと仮定する．周波数 f における電圧利得がローパスフィルタのカットオフ周波数における電圧利得よりも 20 dB 低くなるように，fと回路パラメータ R_1, R_2, R_3, C_4 との関係を定めよ．

(3) 図 3 と図 4 に示す回路のそれぞれについて，入力電圧 V_{in} (> 0) と出力電圧 V_{out} の関係を求めよ．なお，$-I_{\mathrm{S}}$ をダイオードの逆方向飽和電流，U_{T}を熱電圧と呼ばれるパラメータとすると，図中のダイオードの順方向に流れる電流I_{A}と電圧V_{A}の関係は$I_{\mathrm{A}} = I_{\mathrm{S}} \exp(V_{\mathrm{A}}/U_{\mathrm{T}})$と近似できることを用いてよい．

(4) 図 1 から図 4 までの回路を用い，回路中の各コンデンサの容量や抵抗の比を適切に設定することで，入力電圧 V_1 (> 0) と V_2 (> 0) の積 $V_1 V_2$ に比例する電圧 V_{o}を出力する回路を実現することが可能である．それを実現する回路の回路図を示せ．また，その回路の入力電圧と出力電圧の関係を示せ．なお，スイッチのクロック周波数に起因する信号成分は，図 2 のローパスフィルタを用いることで無視できるとしてよい．

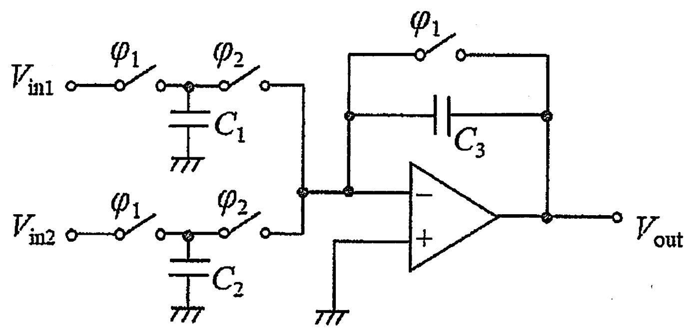
φ1
φ2
φ1
Vin1
C1
C3
φ1
φ2
Vin2
C2
Vout

図 1

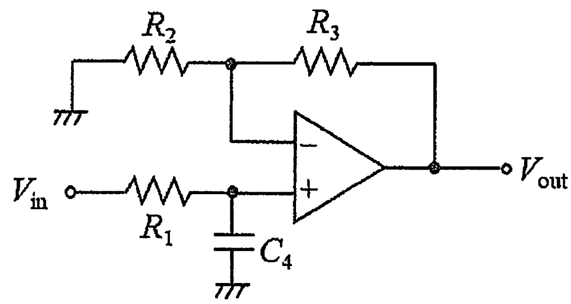
R2
R3
Vin
R1
C4
Vout

図 2

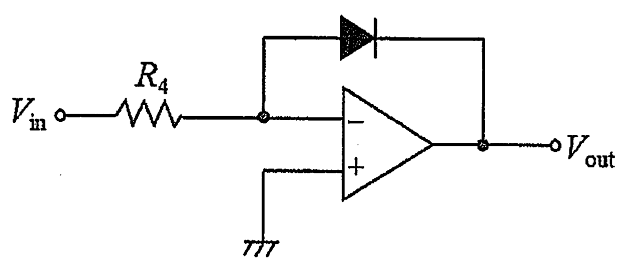
R4
Vin
Vout

図 3

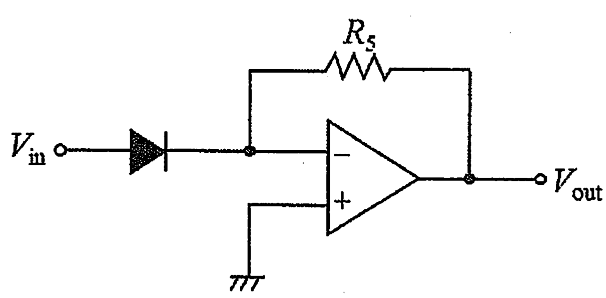
R5
Vin
Vout

図 4

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第3問

図1のように制御対象

$$P(s) = \frac{1+T_3 s}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

と制御器 $C(s) = K$ (K は定数ゲイン) からなる閉ループ系を考える．ただし $T_1 > |T_3| > T_2 > 0$ とする．また，r から e までの伝達関数を $S(s)$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) (a) $P(s)$ のボードゲイン線図を，図2の例にならって折れ線近似で描け．特に折点角周波数，折れ線の傾き，折点角周波数での折れ線近似のゲインの値を明記すること．

(b) $P(s)$ の単位ステップ応答を，$T_3 > 0$ と $T_3 < 0$ の場合について，図3の例にならってそれぞれ描け．特に時刻 $t = 0$ における傾き，時刻 $t = \infty$ における定常値を明記すること．

(2) 閉ループ系が安定となるための K に関する条件を導け．

(3) $T_3 > 0$ とする．

(a) $|S(\mathrm{j}\omega)|^2$ の式を求めよ．またそれを用いて，$K \geq 0$ かつ閉ループ系が安定となる K の範囲における $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}K}|S(\mathrm{j}\omega)|$ (ただし $|\omega| < \infty$) の符号を答えよ．

(b) 次の不等式が成り立つことを示せ．

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arg P(\mathrm{j}\omega) \leq 0,\ \forall \omega \geq 0$$

(c) 問い (3)–(a) の符号に関する結果を，問い (3)–(b) における $P(s)$ の特性を用いて説明せよ．

(d) 問い (3)–(a) の符号に関する結果の制御工学的意味について考察せよ．

(4) $T_1 = 1,\ T_2 = \dfrac{1}{20},\ T_3 = -\dfrac{1}{7},\ \omega_1 = 1,\ \omega_2 = 20$ とする．

(a) $K \geq 0$ かつ閉ループ系が安定となる K の範囲において，$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}K}|S(\mathrm{j}\omega_1)|$, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}K}|S(\mathrm{j}\omega_2)|$ の符号をそれぞれ答えよ．

(b) 問い (4)–(a) の結果の制御工学的意味について，問い (3)–(d) の考察との比較を通して考察せよ．

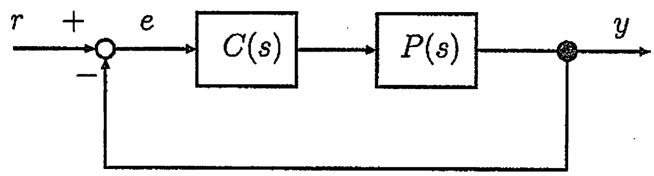

図 1　閉ループ系

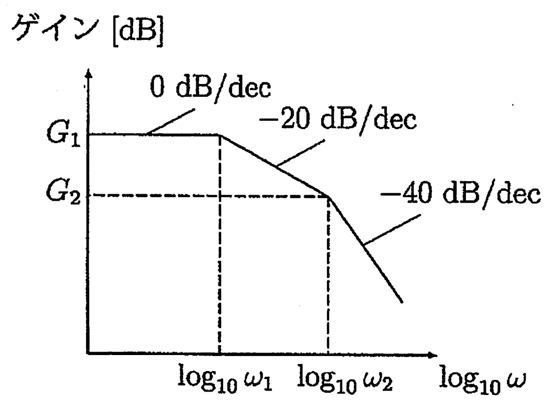

図 2　ボードゲイン線図の一例

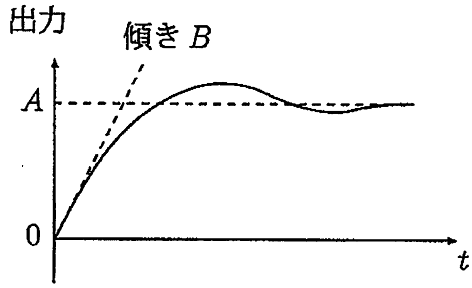

図 3　単位ステップ応答の一例

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
（切り離さないこと）

第4問

図3に示す命令セットアーキテクチャを持つ8 bitのCPUについて，以下の問いに答えよ．ただし，0xで始まる数値は16進数を表わす．

(1) 図1に示すアセンブラの命令列を機械語の命令列に変換して，16進数のバイナリ列で示せ．

```
SET    0x08
COPY   r1, r0
STORE  [r1], r0
```

図1

(2) バイナリ列 "0x08 0xE8 0x04 0xC8" を機械語の命令とみなして実行したとき，レジスタ r1 に入る値は何か答えよ．

(3) 図2に示す命令列の実行にかかる時間を求めたい．ただし，このCPUはキャッシュミスがなければ1命令1サイクルで実行可能で，命令とデータのキャッシュを分離して持つものとする．キャッシュミスのペナルティは命令・データ共に20サイクル，動作周波数は20 Hzとする．図2の命令列を実行した時のキャッシュヒット率は，命令が95%，データが75%であった．以下の問いに答えよ．

```
SET    12
COPY   r1, r0
SET    0
STORE  [r1], r0
DEC    r1
JNZ    -3
SET    1
```

図2

(a) 実行される命令の総数を答えよ．
(b) データメモリアクセス回数の総数を答えよ．
(c) 命令キャッシュミスのペナルティの総サイクル数を答えよ．
(d) この命令列の実行時間は何秒か答えよ．

(4) メモリ上の0x10番地から始まる10バイトのメモリ領域に格納された符号なし 8 bitのデータ10個を加算した結果を求めたい．ただし，加算した結果は0x08番地に格納するものとする．桁あふれについては考えなくて良いものとする．以下の問いに答えよ．

(a) 0x08番地に初期値として0を格納するアセンブラの命令列を書け．
(b) レジスタ r2 にはメモリの番地の値である0x10を格納し，レジスタ r3 には加算するデータの数である10を格納するアセンブラの命令列を書け．
(c) 0x08番地の値をレジスタ r0 に読み込んで，レジスタ r2 が指す番地の内容を加算してから，0x08番地に書き戻すアセンブラの命令列を書け．

(d) 問い(4)-(a)，-(b)，-(c)の答えを参考にして，当初の目的を達成するアセンブラの命令列を書け．

(e) 問い(4)-(d)の命令列を最適化（命令数を削減）するとしたら，どのような方法があるか答えよ．

命令セットアーキテクチャ

○レジスタセット（8 bit）

レジスタ r0	レジスタ r1	レジスタ r2	レジスタ r3
pc レジスタ	flag レジスタ		

○ 命令フォーマット

i 形式

3 bit	5 bit
opcode	operand

r 形式

3 bit	2 bit	2 bit	
opcode	dst	src	0

○ アセンブラ命令一覧

```
SET imm (i 形式)                  例: SET   0x10
      形式: opcode = 0, operand = imm (即値)
      動作: r0 ← imm (符号なし 8 bit 拡張) ; pc ← pc + 1
JNZ imm (i 形式)                  例: JNZ   -4
      形式: opcode = 1, operand = imm (オフセット)
      動作: if flag == 0 then pc ← pc + 1 + imm (符号あり 8bit 拡張)
                           else pc ← pc + 1
LOAD dst, [src] (r 形式)          例: LOAD  r0, [r1]
      形式: opcode = 2, dst = 読込先レジスタ, src = メモリ番地レジスタ
      動作: dst ← MEM[src]; pc ← pc + 1
STORE [dst], src (r 形式)         例: STORE [r0], r1
      形式: opcode = 3, dst = メモリ番地レジスタ, src = 書込元レジスタ
      動作: MEM[dst] ← src; pc ← pc + 1
INC dst (r 形式)                  例: INC   r1
      形式: opcode = 4, dst = 加算先レジスタ, src = 未使用
      動作: dst ← dst + 1; pc ← pc + 1
DEC dst (r 形式)                  例: DEC   r1
      形式: opcode = 5, dst = 減算先レジスタ, src = 未使用
      動作: dst ← dst - 1; if dst == 0 then flag ← 0 else flag ← 1;
            pc ← pc + 1
ADD dst, src (r 形式)             例: ADD   r0, r1
      形式: opcode = 6, dst = 加算先レジスタ, src = 加算元レジスタ
      動作: dst ← dst + src  (符号なし演算) ; pc ← pc + 1
COPY dst, src (r 形式)            例: COPY  r0, r1
      形式: opcode = 7, dst = コピー先レジスタ, src = コピー元レジスタ
      動作: dst ← src; pc ← pc + 1
```

ただし，←は代入，MEM[reg]は reg の内容をアドレスとしたメモリアクセスである．即値やオフセットの表記は，0x で始まる場合は 16 進数，その他の場合は 10 進数である．dst 及び src の値は，r0 = 0，r1 = 1，r2 = 2，r3 = 3 である．

図 3

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第5問

図 1 に示すような，コンパス型の 2 脚歩行ロボットを考える．ロボットは腰と足先にのみ質量を持つものとする．ここで，足先に質量m_1を持つ脚を脚 1 と呼び，足先に質量m_2を持つ脚を脚 2 と呼ぶ．また，腰の質量をMとする．これらは質点とみなせるとする．さらに，傾斜した床面と接地している脚を支持脚，床面と離れている脚を遊脚と呼ぶ．また，脚の長さは両脚で同じでbとし，床面の角度をγ ($\gamma > 0$)，重力加速度をgとする．さらに，支持脚の足先は滑ったり跳ねたりすることはなく，遊脚の回転運動に摩擦はないものと仮定する．脚の角度は図 1 のように設定し，同図の矢印の向きを正とする．なお，本問では，運動を図 1 の 2 次元面内に限るが，脚 1 と脚 2 が接触することなく交差するとき遊脚は床面と接触せず，運動を続けるものとする．以下の問いに答えよ．

(1) 図 1 のように支持脚の足先に原点0を定め，床面下方向をx軸，同軸と直交する方向をy軸とする．この座標系の下，腰の位置，両脚の足先の位置を求めよ．また，原点を基準としてこの系の位置エネルギーを求めよ．

(2) この系の運動エネルギーを，角速度ベクトル$\boldsymbol{\omega} = \left[\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right]^{\mathrm{T}}$を用いて，$\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}V\boldsymbol{\omega}$の形で求めよ．なお，$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}$は$\boldsymbol{x}$の転置を表すものとする．

図 2 のように脚 1 が床面に着地したと同時に脚 2 が床面から離れることで，遊脚と支持脚が入れ替わり，次の歩行が開始される．このとき，脚 1 は滑ったり跳ねたりすることなく着地し，床面との衝突は完全非弾性衝突とする．また．着地時の両脚のなす角をτ $(0 < \tau < \frac{\pi}{2})$とする．なお，問い(3)と(4)では，$m_1 = m_2 = m$としてよい．

(3) このとき，脚 1 の着地前後において，接地点(脚 1 の足先)まわりのロボット全体の角運動量が保存される．また，腰まわりの脚 2 の角運動量も保存される．これらの条件を用いて，着地直前の角速度ベクトル$\boldsymbol{\omega}^-$と，着地直後の角速度ベクトル$\boldsymbol{\omega}^+$の関係は，$\boldsymbol{\omega}^+ = K\boldsymbol{\omega}^-$と書ける．この行列$K$を求めよ．

(4) この系が，着地時に両脚のなす角がτとなるように，同じ歩幅で安定した歩行を続ける場合を考える．

(a) $n-1$歩目の遊脚の着地直後におけるこの系の位置エネルギーと，n歩目の遊脚の着地直前におけるこの系の位置エネルギーの差ΔUを求めよ．

(b) 安定した歩行を続けるための条件を，着地直前の角速度ベクトル$\boldsymbol{\omega}^-$，その着地直前の状態を表す行列V^-，問い(3)の行列K，問い(4)-(a)で求めた位置エネルギーの差ΔUを用いて表せ． ただし，着地直前の運動エネルギーを$\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{-\mathrm{T}}V^-\boldsymbol{\omega}^-$とする．

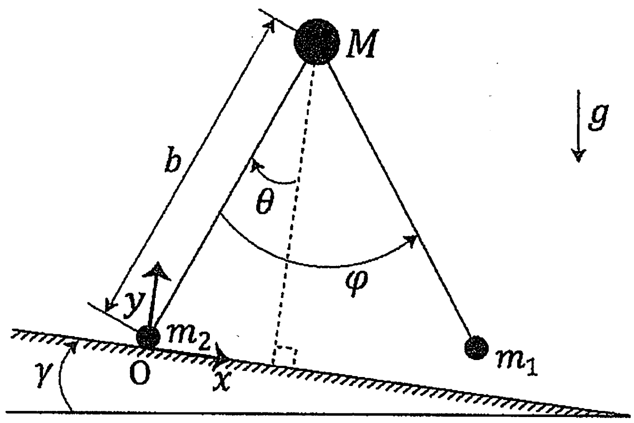

図 1

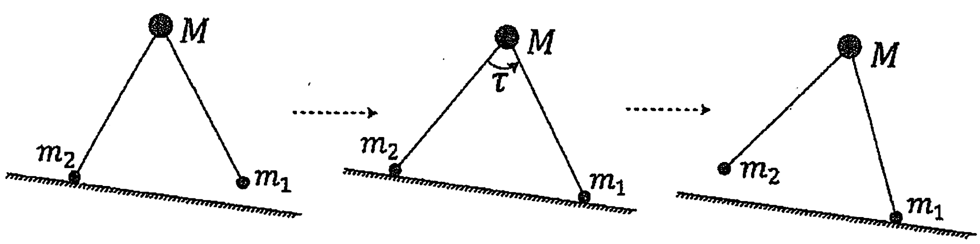

図 2

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第6問

図1のように，2枚の導体板P_1, P_2と，2つの誘電体L_1, L_2からなる平行平板コンデンサC_1を考える．P_1, P_2にはそれぞれ電荷$Q, -Q$が与えられている．P_1, P_2, L_1, L_2のyz平面に平行な断面は一辺bの正方形であり，L_1, L_2の厚みは$x_0 (\ll b)$である．また，L_1, L_2の誘電率はϵ_1, ϵ_2とする．本問では，導体板の端の影響は無視でき，電荷$Q, -Q$による電場はP_1, P_2間で一様であるとする．誘電率ϵの誘電体中では，電束密度$\boldsymbol{D}$と電場$\boldsymbol{E}$の間に$\boldsymbol{D} = \epsilon \boldsymbol{E}$の関係が成り立つものとして，以下の問いに答えよ．

(1) 誘電体L_1, L_2内部における電場および電束密度を求めよ．また，C_1の静電容量を求めよ．

(2) 問い(1)においてC_1に蓄えられている静電エネルギーをU_1とする．また，図2のように，L_1, L_2の厚みをそれぞれ$x_0 + dx$, $x_0 - dx$としたコンデンサをC_2とし，C_2に蓄えられる静電エネルギーをU_2とする．ただし，C_2は，誘電体の厚み以外はすべてC_1と等しい．C_2のP_1, P_2には電荷$Q, -Q$がそれぞれ与えられている．このとき$U_2 - U_1$を求めよ．また，C_1の誘電体L_1, L_2の境界に作用している力を求めよ．

つぎに，図3に示すように，導体板P_1, P_2と，1つの誘電体Lからなる平行平板コンデンサC_3を考える．P_1, P_2は図1と同じであり，電荷$Q, -Q$をそれぞれ与える．Lのyz平面に平行な断面は一辺bの正方形であり，厚みは$2x_0$である．Lには，z軸を中心とし半径aの円柱孔があけられている．ただし，$a \ll 2x_0 \ll b$であり，Lの$x = \pm x_0$および$y = \pm \frac{b}{2}$における境界上で，電場は一様でx軸と平行であるとしてよい．また，Lおよび円柱孔内部の電場はz軸方向には一様であるとしてよい．Lの誘電率はϵ, 円柱孔内部の誘電率はϵ_0として，以下の問いに答えよ．

(3) 円柱孔表面$x = a\cos\theta, y = a\sin\theta$に生じる分極電荷を求めよ．

(4) 円柱孔内部の電位を$V_0(x, y)$, L内部の電位を$V_1(x, y)$とする．

(a) $k = 0, 1$に対し，$V_k(x, y)$は2次元ラプラス方程式$(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2})V_k(x, y) = 0$を満たすことを示せ．

(b) $V_0(x, y), V_1(x, y)$が円柱孔表面で満たすべき境界条件を示せ．

(c) 2次元ラプラス方程式を満たしx軸対称である一般解は，極座標で

$$V(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n r^n + \frac{b_n}{r^n} \right) \cos n\theta + c \log r + d$$

と書ける．ただし log は自然対数であり，a_n, b_n, c, d は定数である．このことを用いて V_0, V_1 を求めよ．

(d) A は $a < A \ll \frac{b}{2}$ を満たす定数とする．線分 $\{(x, A, 0) \mid -x_0 \leq x \leq x_0\}$ 上で V_1 を測定したとして，円柱孔の半径 a を推定する方法について議論せよ．

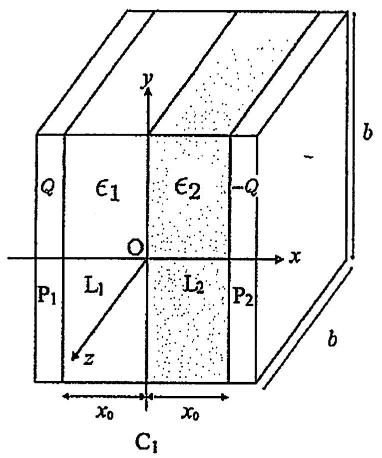

図 1

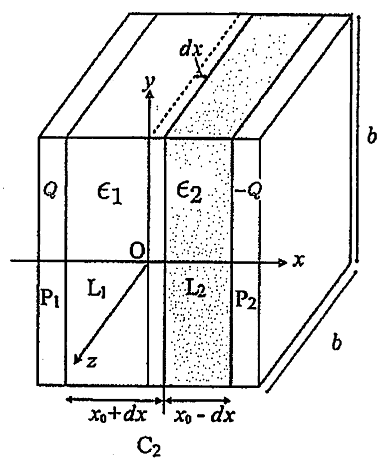

図 2

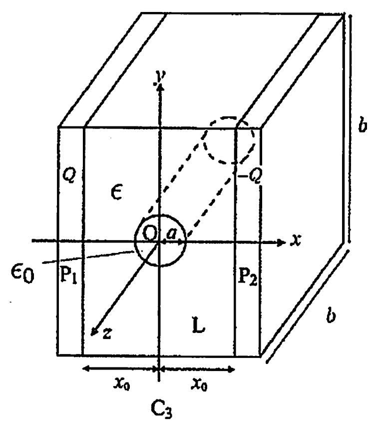

図 3

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙
(切り離さないこと)