平成３０年度１０月期入学 / 平成３１年度４月期入学

京都大学大学院情報学研究科修士課程

システム科学専攻　入学者選抜　試験問題

【専門科目】

試験日時：平成３０年８月６日（月）　午後１時００分より同４時００分

問題冊子頁数（表紙、中表紙、裏表紙を除いて）：　９頁

選択科目：下記の科目のうち、２科目を選択し解答すること。

【論理回路】（３）　　　　【工業数学】（３）

【基本ソフトウェア】（２）　　　　【確率統計】（３）

【制御工学】（３）

なお（ ）内数字は解答用紙の最大使用枚数を示す。

注意：

（１）上記科目から２科目を超えて選択してはいけない。３科目以上選択した場合は、本専門科目の答案を無効にすることがある。<u>別紙の選択表への記入を忘れないこと</u>。

（２）すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。

（３）解答は上記最大使用枚数に注意すること。対応する解答用紙に解答中の科目名を明記すること。なお各問題に注意書きがあればそれに従うこと。

（４）解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる上部を空白にしておくこと。（この上部は切り離すので、点線部分より下側を使用すること。）

（５）解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

【論理回路】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること．

問題 1

以下の設問に答えよ．

(1) 任意の $n \geq 1$ について $X_{n+1} = X_n + Y_n$，$Y_{n+1} = X_n + \overline{Y_n}$ が成り立つとき，X_3, Y_3, Y_8 をそれぞれ X_1, Y_1 の最簡積和形論理式で表わせ．

(2) 任意の $n \geq 1$ について $X_{n+1} = \mathrm{XOR}(X_n, Y_n)$，$Y_{n+1} = \overline{Y_n}$ が成り立つとき，n に関する場合分けを用いて X_n を X_1, Y_1 の最簡積和形論理式で表わせ．

問題 2

2 進数に対応する入力系列に対し，その 2 の補数に対応する出力系列を出力する同期式順序回路 S を考える．2 進数 $(X_t X_{t-1} \cdots X_1)_2$ はクロックに同期して X_1, $X_2, \ldots, X_t$ の順に回路に 1 ビットずつ入力され，対応する 2 の補数 $(Y_t Y_{t-1} \cdots Y_1)_2$ が $Y_1, Y_2, \ldots, Y_t$ の順に 1 ビットずつ出力されるものとする．例えば，$(01000)_2$ の 2 の補数は $(10111)_2$ に 1 を加えた $(11000)_2$ であるから，入力系列として 00010 が与えられた場合の出力系列は 00011 となる．以下の設問に答えよ．

(1) 3 ビットの入力系列 001, 101, 011, 111 が与えられた場合の出力系列をそれぞれ答えよ．

(2) 状態数が最小の状態遷移表と出力表を作成せよ．

(3) できるだけ少ない数の D フリップフロップ，2 入力 NAND 素子，NOT 素子を用いて順序回路 S を構成し，図示せよ．

（論理回路の問題は次ページに続く）

【論理回路】（続き）

問題 3

図 1 はクロックに同期して 2 個の JK フリップフロップの内部状態を遷移させ，内部状態の組 Q_0, Q_1 を出力する順序回路である．現状態を Q_1Q_0，次状態を $Q_1^+Q_0^+$ とするとき，次の設問に答えよ．ただし，図中にはクロック信号は表記していない．

(1) JK フリップフロップの次状態 Q_0^+ を 入力 J_0, K_0, 現状態 Q_0 の最簡積和形論理式によって示せ．

(2) 点線部の組み合わせ論理回路によって実現される論理演算の名称を答えよ．

(3) 回路の現状態 Q_1Q_0 と次状態 $Q_1^+Q_0^+$ の関係を示す状態遷移表を作成せよ．

(4) 回路の配線のみを変更することによって 3 進カウンタを設計し，回路を図示せよ．点線部は設問 (2) で解答した論理演算を実現する論理素子に置き換えて図示してよい．

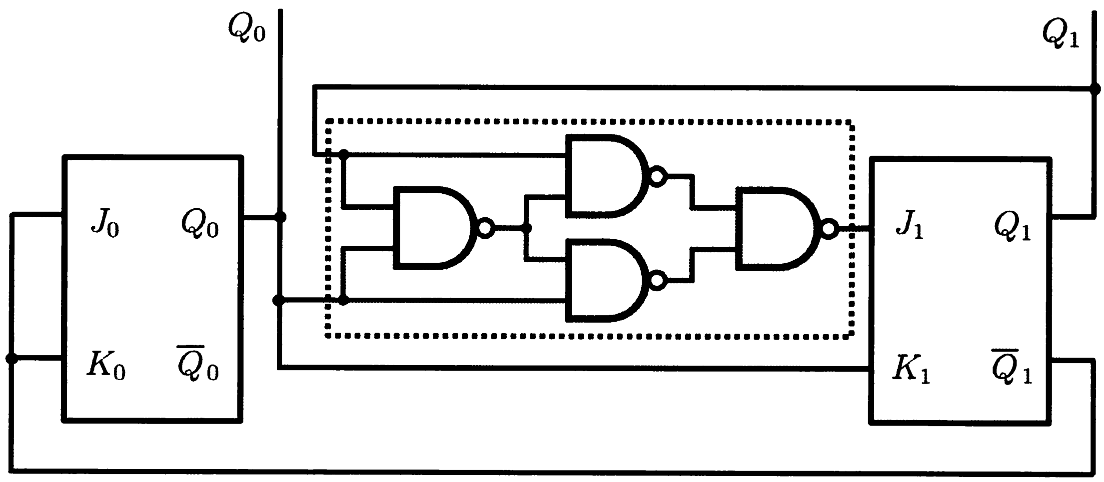

図 1: 回路図

（論理回路の問題はここまで）

【工業数学】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること．

以下の問題において i は虚数単位, e は自然対数の底を表す．

問題 1 以下の閉路積分を求めよ．

$$\int_C \frac{e^z}{z^3+3z^2+z-5}dz$$

ただし, 積分路 C は, 複素平面において $z=i$ を中心とする半径 $r>0$ の円周を正の向きに一周する経路である．積分路 C が被積分関数のどの特異点も通らない場合について解答せよ．

問題 2 複素変数 z のべき級数

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} z^{n!}$$

の収束半径を R とする．以下の設問に答えよ．

(1) R を求めよ．

(2) p,q を正の整数，t を $0<t<R$ を満たす実数とする．極限

$$\lim_{t\to R} f\left(te^{i2\pi p/q}\right)$$

を求めよ．

(3) $f(z)$ は収束円 $|z|<R$ を超えて解析接続できないことを示せ．

問題 3 複素変数 z の関数 $\tanh z$ を

$$\tanh z=\frac{e^z-e^{-z}}{e^z+e^{-z}}$$

により定義する．

(1) 実数 x,y により $z=x+iy$ とおいたとき，

$$\tanh z=\frac{e^{2x}-e^{-2x}+i2\sin 2y}{e^{2x}+e^{-2x}+2\cos 2y}$$

が成り立つことを示せ．

(2) $t>0$ とする．z が純虚数でないとき，極限 $\lim_{t\to\infty}\tanh tz$ を求めよ．

(3) 複素変数 u の関数 $f(u)$ を $f(u)=(u+u^{-1})/2$ によって定義する．また，純虚数でない複素数 z に対し，$u_0=1/\tanh z$, $u_{n+1}=f(u_n)$ $(n\in\{0,1,2,\ldots\})$ によって複素数列 $u_0,u_1,u_2,\ldots$ を定義する．極限 $\lim_{n\to\infty}u_n$ を求めよ．

【基本ソフトウェア】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること.

問題 1

以下に示す C 言語の関数 f() は，各要素が構造体 s であるような線形リスト，すなわち先頭要素へのポインタが関数の引数 a，i 番目の要素の next が $i+1$ 番目の要素へのポインタ，かつ最終要素の next が NULL であるようなリストをソートし，ソート後のリストの先頭要素へのポインタを返すものである．ただしソートは各要素の key の昇順で行われる．この関数 f() と，これから呼び出される関数 g() と h()，および f() で用いている安定なソートアルゴリズム（以下 A と呼ぶ）について，設問 (1)〜(5) に答えよ．

```
struct s { int key;  struct s *next;};
struct s *h(struct s *x, struct s *y, struct s *z) {
  struct s *a = x->next, *b = y->next, *c = b,  *d = z->next;
  while(1) {
    for (; a!=c && (a)____________; x=a,a=a->next);
    x->next = (b)______;  if (a==c)  break;
    for (; (c)__________________; x=b,b=b->next);
    x->next = (d)______;  if ((e)______)  break;
  }
  if (a!=c) {  y->next = d;  return(y);  }
  else  return(z);
}
struct s *g(struct s *x, int n) {
  int m1 = n >> 1, m2 = (f)______;
  struct s *y, *z;
  if (m1==0)  return(x->next);
  y = g(x, m1);  z = g(y, m2);  return(h(x, y, z));
}
struct s *f(struct s *a) {
  struct s x;  int n = 0;
  x.next = a;
  for (; a; a=a->next,n++);
  g(&x, n);  return(x.next);
}
```

(1) 下線部 (a)〜(f) を埋めて，関数 g() と h() を完成させよ．

(2) ソートアルゴリズム A の名称を答えよ．

(3) A の平均時間計算量および最悪時間計算量のオーダを，ソート対象のデータ数を N として答えよ．

(4) 設問 (3) で回答した最悪時間計算量について，その理由を述べよ．

(5) A と平均時間計算量のオーダが等しいソートアルゴリズムを一つ挙げ，最悪時間計算量とリストのソートに要する必要メモリ量の観点から，両者の優劣を論ぜよ．

（基本ソフトウェアの問題は次ページに続く）

【基本ソフトウェア】（続き）

問題 2　ページング方式によるオペレーティングシステムの仮想記憶管理に関する次の設問に答えよ．

(1) 以下の参照列に関して，次の(a)～(c)の置換えアルゴリズムを用いた場合の置換え対象のページ枠内容の推移を表でそれぞれ示し，ページフォルト回数を求めよ．ただし，主記憶のページ枠を 3，初期状態は空とする．
参照列：2, 3, 1, 1, 4, 3, 2, 1, 3, 4, 1, 2

(a) 最長不使用（least recently used: LRU）
(b) 最低使用（least frequently used: LFU）
ただし，使用回数が同じ場合は LRU に従う
(c) 先入れ先出し（first in first out: FIFO）

(2) 設問(1)の置換えアルゴリズムによるページ内容の推移結果を参考に，(a)～(c)の置換えアルゴリズムのページフォルト回数を増加させる要因をそれぞれ述べよ．

(3) 設問(1)の参照列を既知とし，最もページフォルト回数が少なくなるようにページングを行う場合のページ枠内容の推移を表で示し，ページフォルト回数を求めよ．ただし，設問(1)と同様に主記憶のページ枠を 3，初期状態は空とする．

（基本ソフトウェアの問題はここまで）

【確率統計】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること．

問題 1　確率変数 $Z_i = (X_i, Y_i)$, $i = 1, \ldots, n$ は独立に次のように定義される確率分布に従う．各 X_i, Y_i は 0 または 1 を値にとり，$P(X_i = 1) = \alpha$, $P(Y_i = 1 \mid X_i) = \beta X_i$ とする (一般に X_i と Y_i は独立ではない)．ただし n は正の整数，$0 < \alpha < 1$，$0 < \beta < 1$ は未知パラメータである．このとき以下の設問に答えなさい．

(1) 同時確率 $P(X_i = x, Y_i = y)$ を (x, y) の取りうるすべての値について求めなさい．ただし α, β を用いること．

(2) Z_i, $i = 1, \ldots, n$ をすべて用いて，α, β の最尤推定量 $\hat{\alpha}_n, \hat{\beta}_n$ を求めなさい．

(3) 制約条件 $\alpha + \beta = 1$ を仮定する．このとき，Z_i, $i = 1, \ldots, n$ をすべて用いて，α の最尤推定量 $\hat{\alpha}_n$ を求めなさい．

(4) 設問 (3) の $\hat{\alpha}_n$ は極限 $n \to \infty$ においてある値に確率収束する．その値を求めなさい．

（確率統計の問題は次ページに続く）

問題２　袋の中に N $(N = 1, 2, \ldots)$ 個のボールがあり，そのうち m $(m \in \{0, 1, \ldots, N\})$ 個は赤色，残りは白色である．袋から，ランダムかつ同時に n $(n \in \{1, \ldots, N\})$ 個取り出した際にその中で赤色であるボールの個数を確率変数 X $(X \in \{0, 1, \ldots, n\})$ で表すことにする．以下の設問 (1), (2) に答えなさい．

(1) $X = k$ $(k = 0, 1, \ldots, n)$ となる確率 $P(X = k)$ を求めなさい．

(2) 確率変数 X の期待値を求めなさい．

袋の中に白いボールが多数入っている．その個数が分からないので未知パラメータ N とおき，これを以下の手続きで見積もることにした．まず，袋の中からランダムかつ同時に m 個を取り出し赤く塗った．それらを袋に戻しよくかき混ぜた．その後，今度は袋の中からランダムかつ同時に n 個のボールを取り出したところ，そのうち k $(k \in \{0, 1, \ldots, n\})$ 個が赤く塗られていた．N, m, n は正の整数である．以下の設問 (3) ～ (5) に答えなさい．

(3) N に関する尤度 $L(N)$ を求めなさい．

(4) 設問 (3) の $L(N)$ について，$L(N)/L(N-1)$ (ただし $N = 2, 3, \ldots$) を計算しなさい．

(5) N の最尤推定値を求めなさい．ただし $k \geq 1$ とする．

(確率統計の問題はここまで)

【制御工学】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること．

問題 1　図 1 のフィードバック制御系において，

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 4}, \quad K(s) = as + b, \quad F(s) = c$$

とする．a, b, c は定数パラメータである．以下の設問に答えよ．

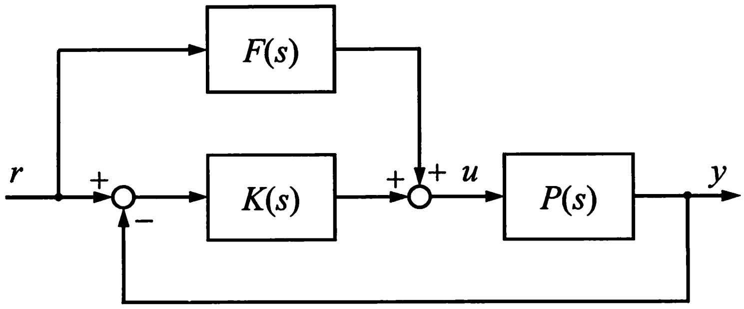

図 1

(1) $a = 0, b = 1, c = 1$ のとき，単位ステップ入力 $r(t) = 1$ に対する出力 $y(t)$ の応答を求めよ．

(2) フィードバック制御系が安定であり，かつ単位ステップ入力 $r(t) = 1$ に対して出力 $y(t)$ が定常偏差なく追従するために (a, b, c) が満たすべき条件を求めよ．

(3) $b = 1, c = 1$ のとき，フィードバック制御系が安定であり，かつステップ応答が逆ぶれ（一度負の方向にふれてから増加する挙動）を示す a が存在するか否かを理由とともに答えよ．

（制御工学の問題は次ページに続く）

【制御工学】（続き）

問題 2　図 2 のフィードバック制御系において

$$L(s) = \frac{k}{s(s+10)^2}$$

とする．$k > 0$ は定数パラメータである．以下の設問に答えよ．

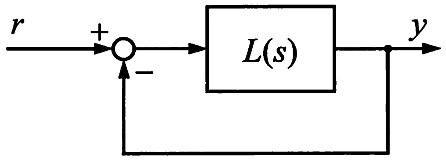

図 2

(1) $k = 10$ のとき，$L(s)$ のボード線図（ゲイン線図と位相線図）の概形を描け．位相に関しては表 1 の概略値を参考にせよ．

表 1: $G(j\omega) = 1/(j\omega + 1)$ の位相

ω (rad/s)	0.01	0.1	0.2	0.5	1	2	5	10	100
$\angle G(j\omega)$ (°)	-1	-6	-11	-27	-45	-63	-79	-84	-89

(2) $k = 1000$ のとき，$L(s)$ のベクトル軌跡（ω を 0 から ∞ まで変化させたときの $L(j\omega)$ の軌跡）の概形を描け．ただし，図中には，実軸および虚軸と軌跡が交わる点の座標およびその時の角周波数 ω の値を明示すること．

(3) フィードバック制御系が安定でゲイン余裕が 20 dB になる k を求めよ．

（制御工学の問題はここまで）

平成３０年度１０月期入学 / 平成３１年度４月期入学

京都大学大学院情報学研究科修士課程

システム科学専攻

入学者選抜　試験問題

【数学】

試験日時：平成３０年８月６日（月）　午前１０時００分より正午まで

問題冊子頁数（表紙、中表紙、裏表紙を除いて）：　２頁

注意：

（１）すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。

（２）問題番号【Ｉ】の問１、問２，問題番号【Ⅱ】の問１，問２のそれぞれについて別の解答用紙を使用して解答すること。その際、各解答用紙に試験科目名、問題番号【Ｉ】の問１、問２，問題番号【Ⅱ】の問１，問２を忘れずに記入すること。

（３）解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる上部を空白にしておくこと。（この上部は切り離すので、点線部分より下側を使用すること）

（４）解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

【数学】

【I】

注意：**問 1**，**問 2** はそれぞれ別の解答用紙に解答すること．

問 1　行列 A を次のようにおく．

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -26 & 24 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(i) 行列 A の固有値をすべて求めよ．

(ii) 行列 $B = (A - I)((A - 2I)(A - 3I)(A - 4I) + I)$ とする．ここで，I は 3 次の単位行列である．B の固有値をすべて求めよ．

(iii) 設問 (ii) の行列 B について，$B^3 - 6B^2 + 11B$ を求めよ．

問 2　最初の 2 項が $x_0 = 2,\ x_1 = 1$ であり，それ以降，直前の 2 項の和として各項が定まる数列はリュカ数列と呼ばれる．この数列の各項 x_n がリュカ数である．10 項目までを計算してみると，2，1，3，4，7，11，18，29，47，76 となる．以下の設問に答えよ．

(i) リュカ数列の隣接する 3 項 x_n, x_{n+1}, x_{n+2} について，次式が成り立つ正方行列 A を求めよ．

$$A \begin{bmatrix} x_n \\ x_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ x_{n+2} \end{bmatrix}$$

(ii) 正方行列 A の固有値 λ_1, λ_2 を求めよ．

(iii) 正方行列 A の固有値 λ_1, λ_2 に対応する固有ベクトルを v_1, v_2 とする．v_1, v_2 を λ_1, λ_2 を用いて表せ．

(iv) 固有ベクトル v_1, v_2 が直交することを示せ．

(v) 正方行列 A の固有値 λ_1, λ_2 を用いて，リュカ数 x_n が次式で与えられることを示せ．

$$x_n = \lambda_1^n + \lambda_2^n$$

（数学の問題は次ページに続く）

【数学】(続き)

【II】

問 1　以下の設問に答えよ.

(i) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ の値を求めよ.

(ii) 関数 $f(x)$ は任意の $x \geq 1$ において微分可能であり, 次式を満たすとする.

$$f(1) = 1$$
$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{f(x)+1}}\left(\frac{1}{x^2+\{f(x)\}^2}\right)^2, \qquad x \geq 1$$

このとき, $\lim_{x\to\infty} f(x)$ が有限の値に収束することを示せ.

(iii) 設問 (ii) で考えた関数 $f(x)$ に対して, $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x) < \frac{5}{4}$ が成り立つことを示せ.

問 2　微分可能なスカラー関数 $g(x,y,z)$ に対して, $g(x,y,z) = 0$ によって定義される 3 次元空間上の曲面を S と記す. S 上の点 (a,b,c) に対して, 以下の直線を点 (a,b,c) における S の法線という.

$$\frac{x-a}{g_x(a,b,c)} = \frac{y-b}{g_y(a,b,c)} = \frac{z-c}{g_z(a,b,c)}$$

ただし, $g(x,y,z)$ の x,y,z に関する偏導関数を g_x, g_y, g_z と表し, $g_x(a,b,c), g_y(a,b,c)$, $g_z(a,b,c)$ は全て 0 ではないとする. 一方, 点 (x,y,z) と点 (p,q,r) の距離の 2 乗を

$$f(x,y,z) = (x-p)^2 + (y-q)^2 + (z-r)^2$$

とおく. 次の設問に答えよ.

(i) 点 (a,b,c) が, S 上で点 (p,q,r) に最も距離が近い点であったとする. このとき, 点 (p,q,r) は点 (a,b,c) における S の法線上にあることを示せ. ただし, $g(x,y,z) = 0$ を満たす (x,y,z) のうち, $f(x,y,z)$ を最小にする点 (x_*, y_*, z_*) は, 適当な定数 λ に対して次式を満たすことを利用せよ.

$$f_x(x_*,y_*,z_*) + \lambda g_x(x_*,y_*,z_*) = 0,\ \ f_y(x_*,y_*,z_*) + \lambda g_y(x_*,y_*,z_*) = 0,$$
$$f_z(x_*,y_*,z_*) + \lambda g_z(x_*,y_*,z_*) = 0,\ \ g(x_*,y_*,z_*) = 0$$

ここで, $f(x,y,z)$ の x,y,z に関する偏導関数を f_x, f_y, f_z と表す.

(ii) 次式によって定義される曲面を S_1 とおく. このとき, S_1 上の点 (a,b,c), $ab \neq 0$ における S_1 の法線を求めよ.

$$z = x^2 + y^2$$

(iii) 設問 (ii) の S_1 上に, 点 $(1, 2\sqrt{2}, 0)$ から最も距離が近い点が唯一ある. それを求めよ.

(数学の問題はここまで)