

Question No. 1: Electrical engineering (1／3)

2020 年 3 月実施  
問題 1 電気工学  
(1 頁目／3 頁中)

- (1) Fig. 1(a)の電磁石について、コイルの巻数は  $N$ 、鉄心の比透磁率は  $\mu_s$ 、鉄心の磁路長は  $d$  [m]、ギャップの長さは  $x$  [m]、鉄心およびギャップの磁路断面積は  $S$  [ $m^2$ ]とし、漏れ磁束は無視できるほど小さいとする。また、真空の透磁率は  $\mu_0$  [H/m]とする。次の間に答えよ。
- 鉄心の磁気抵抗  $R_d$  [A/Wb]、およびギャップの磁気抵抗  $R_x$  [A/Wb]を示せ。
  - コイルの自己インダクタンス  $L$  [H]を求めよ。
  - コイルに直流電流  $I_m$  [A]を流したとき、電磁石内の磁束  $\Phi_m$  [Wb]を求めよ。
  - コイルの電流を  $i = 0$  から  $i = I_m$  [A]まで変化させたとき、それに伴い電磁石内の磁束は  $\phi = 0$  から  $\phi = \Phi_m$  [Wb]まで変化した。このとき、電磁石に流入した磁気エネルギー  $-W_m$  [J]を、磁束  $\Phi_m$  を用いて表せ。また、そのときの磁気随伴エネルギー  $W_m'$  [J]を、電流  $I_m$  を用いて表せ。
  - 可動鉄心 (Movable iron core) に働く電磁力  $f$  [N]について、磁気エネルギーから求めた電磁力と磁気隨伴エネルギーから求めた電磁力が等しくなることを示せ。
  - ①磁束  $\Phi_m$  を一定にした場合と②電流  $I_m$  を一定にした場合について、ギャップの長さ  $x$  [m]に対する電磁力  $f$  [N]の変化の概略を図示せよ。
- (2) Fig. 1(b)の制御系において、目標値  $R(s)$ から制御量  $Y(s)$ までの伝達関数を求めよ。
- (3) あるフィードバック制御系の開ループ伝達関数  $G(s)$ が次式で与えられるとき、次の間に答えよ。

$$G(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)(s+c)} \quad (K > 0, a > 0, b > 0, c > 0)$$

- この制御系のナイキスト線図の概形を示せ。
- この制御系が安定になるための  $K$  の範囲を求めよ。

Question No. 1: Electrical engineering (2/3)

2020 年 3 月実施  
問題 1 電気工学  
(2 頁目 / 3 頁中)

- (1) Consider the electromagnet shown in Fig. 1(a), where the number of coil turns is  $N$ , the relative permeability of the iron core is  $\mu_s$ , the magnetic path length of the iron core is  $d$  [m], the gap length is  $x$  [m], the cross sectional area of both the iron core and gap is  $S$  [ $\text{m}^2$ ], respectively. The leakage flux is negligibly small. The vacuum permeability is  $\mu_0$  [ $\text{H/m}$ ]. Answer the following questions.
- Show the magnetic reluctance of the iron core  $R_d$  [ $\text{A/Wb}$ ] and the gap  $R_x$  [ $\text{A/Wb}$ ], respectively.
  - Find the self-inductance of the coil  $L$  [ $\text{H}$ ].
  - Find the magnetic flux in the electromagnet  $\Phi_m$  [ $\text{Wb}$ ], when a dc current  $I_m$  [ $\text{A}$ ] flows in the coil.
  - The magnetic flux in the electromagnet changes from  $\phi = 0$  to  $\phi = \Phi_m$  [ $\text{Wb}$ ], when the current in the coil changes from  $i = 0$  to  $i = I_m$  [ $\text{A}$ ]. Express the magnetic energy  $W_m$  [ $\text{J}$ ] flowing into the electromagnet in terms of the magnetic flux  $\Phi_m$ . In addition, express the magnetic co-energy  $W_m'$  [ $\text{J}$ ] in terms of the current  $I_m$ .
  - Consider the electromagnetic force  $f$  [ $\text{N}$ ] acting on the movable iron core. Show that both electromagnetic forces obtained from the magnetic energy,  $W_m$ , and the magnetic co-energy,  $W_m'$ , become equal.
  - Sketch a graph of the relationship between the electromagnetic force  $f$  [ $\text{N}$ ] and the gap length  $x$  [ $\text{m}$ ], ①when the magnetic flux  $\Phi_m$  is constant, and ②when the current  $I_m$  is constant, respectively.
- (2) In the control system shown in Fig. 1(b), express the transfer function from the reference input  $R(s)$  to the controlled variable  $Y(s)$ .
- (3) Consider the feedback control system of which the open-loop transfer function  $G(s)$  is given by

$$G(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)(s+c)} \quad (K > 0, a > 0, b > 0, c > 0).$$

Answer the following questions.

- Sketch the Nyquist diagram of the control system.
- Find the range of values of  $K$  so that the control system is stable.

Question No. 1: Electrical engineering (3/3)

2020 年 3 月実施  
問題 1 電気工学  
(3 頁目 / 3 頁中)

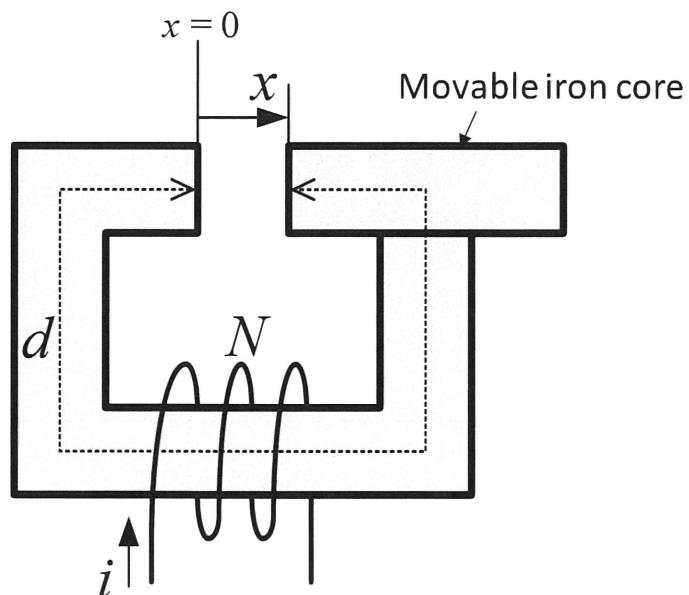


Fig. 1(a)

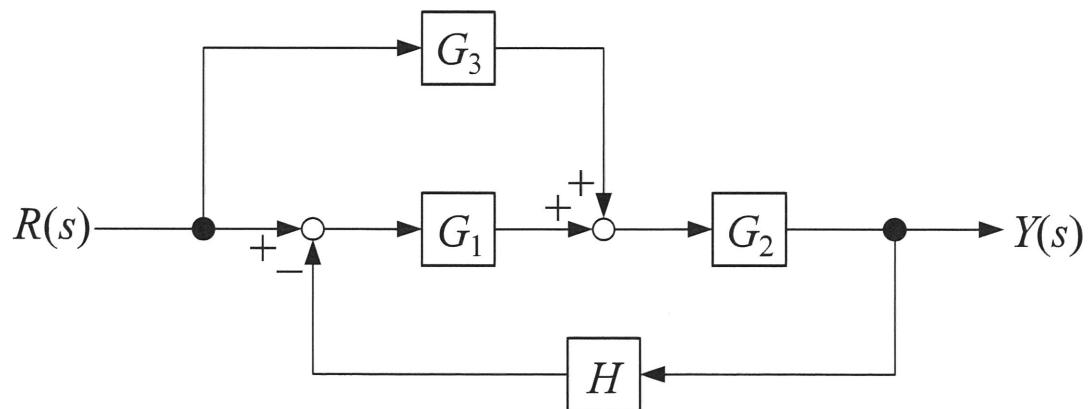


Fig. 1(b)

Question No. 2: Communication engineering (1/2)

2020 年 3 月実施  
問題 2 通信工学  
(1 頁目 / 2 頁中)

変調信号を  $s(t)$  とし、搬送波  $A_c \cos(2\pi f_c t)$  により生成される位相変調波

$$g(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + k_p s(t))$$

を考える。ただし、 $|s(t)| \leq 1$  であるとする。また、 $k_p (> 0)$  は最大位相偏移である。

- (1)  $k_p \ll 1$  とみなせる場合について  $g(t)$  の近似式を求め、そのフーリエ変換  $G(f)$  を求めよ。  
ただし、 $s(t)$  のフーリエ変換を  $S(f)$  とする。また、 $s(t)$  は  $[-f_m, f_m]$  に帯域制限されているものとする ( $0 < f_m \ll f_c$ )。
- (2)  $s(t) = \sin(2\pi f_s t)$  とする ( $0 < f_s \ll f_c$ )。 $k_p \ll 1$  とみなせない場合について以下の間に答えよ。

- (a)  $g(t)$  が以下の式で表されることを示せ。

$$g(t) = \operatorname{Re} [A_c \exp(j2\pi f_c t) \exp(jk_p \sin(2\pi f_s t))]$$

- (b)  $\exp(jk_p \sin(2\pi f_s t))$  を  $n$  次のベッセル関数  $J_n(x)$  を用いて基本周波数  $f_s$  のフーリエ級数で表せ。ただし、

$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(x \sin \theta - n\theta)} d\theta$$

が成り立つことを用いてよい。

- (c)  $g(t)$  を次式の周波数応答を持つ理想帯域通過フィルタに入力したときの出力を  $g_B(t)$  とする。

$$H(f) = \begin{cases} 1 & f_c - 2f_s \leq |f| \leq f_c + 2f_s \text{ のとき} \\ 0 & \text{上記以外のとき} \end{cases}$$

$g_B(t)$  のフーリエ変換を求め、その振幅スペクトルを図示せよ。

Question No. 2: Communication engineering (2/2)

2020 年 3 月実施  
問題 2 通信工学  
(2 頁目 / 2 頁中)

Consider a phase-modulated wave

$$g(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + k_p s(t)),$$

generated by a modulation signal  $s(t)$  and a carrier wave  $A_c \cos(2\pi f_c t)$ , where  $|s(t)| \leq 1$ , and  $k_p (> 0)$  is the maximum phase deviation.

- (1) Assume that  $k_p \ll 1$  is satisfied. Find an approximate expression for  $g(t)$  and its Fourier transform  $G(f)$ . Here, the Fourier transform of  $s(t)$  is represented by  $S(f)$  and the frequency band of  $s(t)$  is limited to  $[-f_m, f_m]$ , where  $0 < f_m \ll f_c$ .
- (2) Let  $s(t) = \sin(2\pi f_s t)$ , where  $0 < f_s \ll f_c$ . Assume that  $k_p \ll 1$  is not satisfied. Answer the following questions.

- (a) Show that  $g(t)$  can be expressed as

$$g(t) = \operatorname{Re} [A_c \exp(j2\pi f_c t) \exp(jk_p \sin(2\pi f_s t))]$$

- (b) Expand  $\exp(jk_p \sin(2\pi f_s t))$  as a Fourier series with fundamental frequency  $f_s$  using the  $n$ th-order Bessel function  $J_n(x)$ . You may use the following expression.

$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(x \sin \theta - n\theta)} d\theta.$$

- (c) Let  $g_B(t)$  be the output when  $g(t)$  is input to an ideal band pass filter having the following frequency response.

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{if } f_c - 2f_s \leq |f| \leq f_c + 2f_s \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}.$$

Find the Fourier transform of  $g_B(t)$  and sketch its amplitude spectrum.

Question No. 3: Electronic engineering (1／2)

2020 年 3 月実施  
問題 3 電子工学  
(1 頁目／2 頁中)

Fig. 3 は平衡状態にある半導体 pn 接合のエネルギーーバンド図を示している。 $x$  軸は接合界面に垂直であり、伝導帯底および価電子帯頂上における電子のエネルギーはそれぞれ  $E_C(x)$ ,  $E_V(x)$  で表される。半導体の禁制帯幅  $E_G$ , 伝導帯の有効状態密度  $N_C$  および価電子帯の有効状態密度  $N_V$  は位置によらず一定である。温度は  $T$ , フェルミ準位は  $E_F$ , ボルツマン定数は  $k_B$ , 素電荷は  $q$  である。以下の間に答えよ。

- (1) 位置  $x$  における電子密度  $n(x)$  および正孔密度  $p(x)$  を表す式を示せ。
- (2) 真性キャリア密度  $n_i$  を求めよ。

半導体中における電子の拡散係数を  $D_e$ , ドリフト移動度を  $\mu_e$  とする。

- (3) 位置  $x$  において電子の拡散に伴う電流密度を求めよ。
- (4) 位置  $x$  において電子のドリフトによる電流密度を求めよ。
- (5)  $D_e$  と  $\mu_e$  の間に成り立つ関係式を求めよ。

Question No. 3: Electronic engineering (2 / 2)

2020 年 3 月実施  
問題 3 電子工学  
(2 頁目 / 2 頁中)

Fig. 3 depicts the energy band diagram of a semiconductor pn junction under equilibrium. The  $x$ -axis is perpendicular to the junction interface. The energy of an electron at the bottom of the conduction band and that at the top of the valence band are denoted as  $E_C(x)$  and  $E_V(x)$ , respectively. The bandgap of the semiconductor  $E_G$ , the effective density of states in the conduction band  $N_C$ , and the effective density of states in the valence band  $N_V$  are constant everywhere. The temperature is  $T$ , the Fermi level is  $E_F$ , the Boltzmann constant is  $k_B$ , and the elementary charge is  $q$ . Answer the following questions.

- (1) Show expressions for the electron density  $n(x)$  and the hole density  $p(x)$  at position  $x$ .
- (2) Derive the intrinsic carrier density  $n_i$ .

Let  $D_e$  and  $\mu_e$  be the diffusion coefficient and the drift mobility of electrons in the semiconductor.

- (3) Derive the current density due to diffusion of electrons at position  $x$ .
- (4) Derive the current density due to drift of electrons at position  $x$ .
- (5) Derive the equation that relates  $D_e$  and  $\mu_e$ .

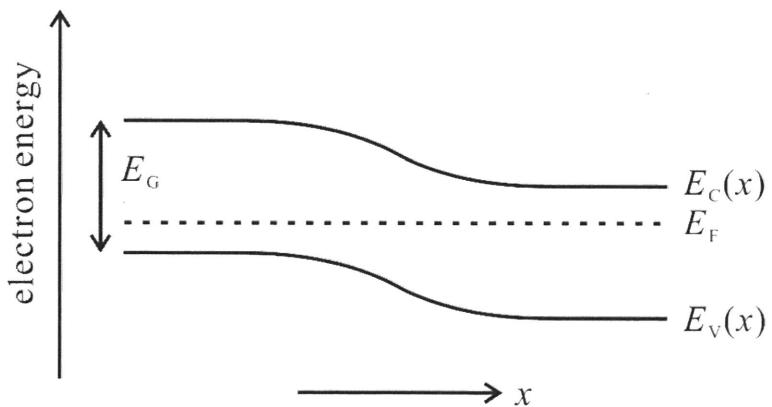


Fig. 3

Question No. 4: Computer science 1 (1/1)

2020 年 3 月実施  
問題 4 計算機 1  
(1 頁目 / 1 頁中)

クロックに同期して、各時刻  $t = 0, 1, 2, 3, 4$  に 2 進非負整数

$X = (x_4 \ x_3 \ x_2 \ x_1 \ x_0)_2, \quad Y = (y_4 \ y_3 \ y_2 \ y_1 \ y_0)_2, \quad Z = (z_5 \ z_4 \ z_3 \ z_2 \ z_1 \ z_0)_2$   
を出力する順序回路を考える。ここで、

$$X(t) = 2^t, \quad Y(t) = \sum_{i=0}^t 2^i$$

であり、 $Z(t) = Y(t) + 5$  とする。 $(X)_{10}, (Y)_{10}, (Z)_{10}$  は、それぞれ  $X, Y, Z$  の 10 進数表記である。  
以下の間に答えよ。

- (1) (a)  $t = 0, 1, 2, 3, 4$  における  $(X)_{10}, (Y)_{10}, (Z)_{10}$  の値を表で示せ。  
 (b)  $t \geq 1$  において、 $X(t)$  と  $X(t-1)$  の間に成り立つ関係式を示せ。  
 (c)  $t \geq 1$  において、 $X(t), Y(t), Y(t-1)$  の間に成り立つ関係式を示せ。
- (2) (a)  $t = 0, 1, 2, 3, 4$  における  $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0, y_4, y_3, y_2, y_1, y_0$  の値を表で示せ。  
 (b)  $t \geq 1, 1 \leq j \leq 4$  において、 $x_j(t)$  と  $x_{j-1}(t-1)$  の間に成り立つ関係式を示せ。  
 (3) この順序回路を全加算器と D フリップフロップを用いて構成するものとする。
  - (a) この順序回路の回路図を描け。D フリップフロップの記号として、初期状態が 0 の場合は  $\boxed{D_0}$ ,  
1 の場合は  $\boxed{D_1}$  をそれぞれ用いるものとする。
  - (b) すべての全加算器において、和と桁上げを出力するのに要する遅延時間は同じであると仮定する。各クロックサイクルにおいて出力に最も長い時間が掛かる信号はどれかを示すとともに、その理由も示せ。

Consider a sequential circuit which outputs non-negative binary integers

$X = (x_4 \ x_3 \ x_2 \ x_1 \ x_0)_2, \quad Y = (y_4 \ y_3 \ y_2 \ y_1 \ y_0)_2, \quad Z = (z_5 \ z_4 \ z_3 \ z_2 \ z_1 \ z_0)_2$   
at each time  $t = 0, 1, 2, 3, 4$  in synchronization with a clock. Here, suppose

$$X(t) = 2^t, \quad Y(t) = \sum_{i=0}^t 2^i$$

and  $Z(t) = Y(t) + 5$ .  $(X)_{10}, (Y)_{10}, (Z)_{10}$  are decimal notation of  $X, Y, Z$ , respectively.

Answer the following questions.

- (1) (a) Show a table of values for  $(X)_{10}, (Y)_{10}, (Z)_{10}$  at  $t = 0, 1, 2, 3, 4$ .  
 (b) Show the relationship between  $X(t)$  and  $X(t-1)$  at  $t \geq 1$ .  
 (c) Show the relationship between  $X(t), Y(t)$  and  $Y(t-1)$  at  $t \geq 1$ .
- (2) (a) Show a table of values for  $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0, y_4, y_3, y_2, y_1, y_0$  at  $t = 0, 1, 2, 3, 4$ .  
 (b) Show the relationship between  $x_j(t)$  and  $x_{j-1}(t-1)$  at  $t \geq 1$  and  $1 \leq j \leq 4$ .
- (3) Suppose that the sequential circuit is composed of full adders and D flip-flops.
  - (a) Draw a circuit diagram of the sequential circuit. Use  $\boxed{D_0}$  and  $\boxed{D_1}$  as a notation for the D flip-flops in initial states of 0 and 1, respectively.
  - (b) Suppose that the delay time required for the output of sum and carry are equal in all the full adders. Show which signal takes the longest time to output in every clock cycle and give the reason.

Question No. 5: Computer science 2 (1/2)

2020 年 3 月実施  
問題5 計算機2  
(1 頁目／2 頁中)

Fig. 5(a) に示すプログラムについて以下の間に答えよ。ただし各式の意味は Fig. 5(b) のとおりとする。

- (1)  $F(5, 5)$  の値を求めよ。計算の過程も示すこと。
- (2) 任意の正の奇数  $n$  について  $F(n, 2n - 1)$  の値を  $n$  を用いて表せ。
- (3) 任意の再帰関数についてスタックを用いた実現方法を説明せよ。
- (4) 問 (3) の方式に基づいて  $F(n, 2n - 1)$  を実行するときに必要なスタック領域の大きさを  $n$  に関するビッグ・オー記法で表せ。ただし整数は固定長で表現するものとする。

Answer the following questions about the program in Fig. 5(a). The meaning of the expressions is summarized in Fig. 5(b).

- (1) Give the value of  $F(5, 5)$ . Also, show your working.
- (2) For every positive odd number  $n$ , express the value of  $F(n, 2n - 1)$  in terms of  $n$ .
- (3) Explain a method for implementing a recursive function using a stack.
- (4) Based on the implementation method of question (3), express the stack space required for executing  $F(n, 2n - 1)$  in terms of  $n$  by using O-notation. Assume that integers are represented in fixed length.

Question No. 5: Computer science 2 (2/2)

2020 年 3 月実施  
問題5 計算機2  
(2頁目／2頁中)

```
function F(m,n) {
    if n=0 then m
    else
        if mod(n,2)=0 then m*F(m-1,n-1)
        else m*F(m,n-1)
}
```

Fig. 5 (a)

<b>function F(<math>x_1, \dots, x_n</math>) {<math>E</math>}</b>	Upon receiving the values of $x_1, \dots, x_n$ , return the value of $E$ . $x_1, \dots, x_n$ の値を受け取ったら $E$ の値を返す.
$F(E_1, \dots, E_n)$	Calculate the values of $E_1, \dots, E_n$ and call the function $F$ with these values as the arguments. $E_1, \dots, E_n$ の値を計算し, それらの値を引数として関数 $F$ を呼び出す.
<b>if <math>E_1 = E_2</math> then <math>E_3</math> else <math>E_4</math></b>	If the values of $E_1$ and $E_2$ are equal, then return the value of $E_3$ . Otherwise, return the value of $E_4$ . $E_1$ の値と $E_2$ の値が等しければ $E_3$ の値を返す. そうでなければ $E_4$ の値を返す.
<b>mod(<math>x, y</math>)</b>	Return the integer remainder of $x$ divided by $y$ . $x$ を $y$ で割った余りを整数で返す.
<b>*</b>	Integer multiplication. 整数の乗算.

Fig. 5 (b)

Question No. 6: Advanced Physics (1 / 3)

2020 年 3 月実施  
問題 6 物理専門  
(1 頁目 / 3 頁中)

Fig. 6 に示すように、式(6A)で与えられる  $x$  軸上の井戸型ポテンシャルに束縛された質量  $m$ 、エネルギー  $\varepsilon$  の粒子について考える。

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & (x \leq 0) \\ 0 & (0 < x < \delta) \\ V_0 & (x \geq \delta) \end{cases} \quad (6A)$$

$V_0$  は正の定数であり、 $0 < \varepsilon < V_0$  である。

領域  $0 < x < \delta$ ,  $x \geq \delta$  における粒子の定常状態の波動関数  $\psi(x)$  をそれぞれ

$$\psi(x) = \begin{cases} A \sin kx + B \cos kx & (0 < x < \delta) \\ C e^{\alpha x} + D e^{-\alpha x} & (x \geq \delta) \end{cases} \quad (6B)$$

とおく。ただし、 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  ( $h$  はプランク定数),  $k = \sqrt{2m\varepsilon/\hbar^2}$ ,  $\alpha = \sqrt{2m(V_0 - \varepsilon)/\hbar^2}$  とする。

$A, B, C, D$  は複素数の定数である。以下の問い合わせに答えよ。

(1)  $V_0$  が無限大の場合について考える。

- (a) 時間に依存しないシュレディンガー方程式を書け。
- (b) 満たすべき境界条件を用いて問(1)(a)のシュレディンガー方程式を解け。また波動関数の規格化条件から  $A$  と  $\delta$  の関係を示せ。
- (c) 問(1)(b)について、エネルギー固有値  $\varepsilon$  と  $\delta$  の関係を示せ。

(2)  $V_0$  が有限の場合について考える。

- (a)  $x = \delta$  における境界条件を示せ。
- (b)  $\alpha, \delta, k$  の関係を示せ。
- (c) 井戸型ポテンシャルに粒子が束縛されるための条件を求め、 $m, V_0, \delta, \hbar$  を使って示せ。

Question No. 6: Advanced Physics (2 / 3)

2020 年 3 月実施  
問題 6 物理専門  
(2 頁目 / 3 頁中)

Consider a particle of mass  $m$ , and energy  $\varepsilon$  bound in a square-well potential along the  $x$ -axis given by (6A), as shown in Fig. 6.

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & (x \leq 0) \\ 0 & (0 < x < \delta) \\ V_0 & (x \geq \delta) \end{cases} \quad (6A)$$

$V_0$  is a positive constant, and let  $0 < \varepsilon < V_0$ .

Let the wave functions  $\psi(x)$  in a stationary state in the region  $0 < x < \delta$  and  $x \geq \delta$  be

$$\psi(x) = \begin{cases} A \sin kx + B \cos kx & (0 < x < \delta) \\ C e^{\alpha x} + D e^{-\alpha x} & (x \geq \delta) \end{cases} \quad (6B)$$

respectively, where  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  ( $h$ : Plank's constant),  $k = \sqrt{2m\varepsilon/\hbar^2}$ , and  $\alpha = \sqrt{2m(V_0 - \varepsilon)/\hbar^2}$ .

$A, B, C$ , and  $D$  are complex constants. Answer the following questions.

- (1) Consider the case that  $V_0$  is infinite.
  - (a) Write down the time-independent Schrödinger equation.
  - (b) Solve the Schrödinger equation for question (1)(a) using the boundary conditions to be satisfied. Show the relationship between  $A$  and  $\delta$  from the normalization condition of the wave functions.
  - (c) Show the relationship between the energy eigenvalues  $\varepsilon$  and  $\delta$  for question (1)(b).
- (2) Consider the case that  $V_0$  is finite.
  - (a) Write the boundary condition at  $x = \delta$ .
  - (b) Derive the relationship between  $\alpha, \delta$ , and  $k$ .
  - (c) Show the condition for a bound state particle in the square-well potential in terms of  $m, V_0, \delta$ , and  $\hbar$ .

Question No. 6: Advanced Physics (3 / 3)

2020 年 3 月実施  
問題 6 物理専門  
(3 頁目 / 3 頁中)

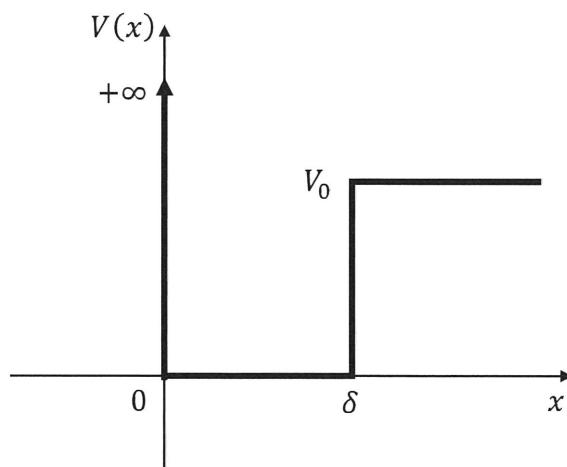


Fig. 6