東京工業大学大学院理工学研究科 電気電子工学専攻・電子物理工学専攻
大学院修士課程入試問題 平成22年8月17日実施

専門科目　　電気回路 (午前)　　23 大修

時間 9:30 〜 11:00

電気電子工学
電子物理工学

注 意 事 項

1. 解答は問題ごとに指定されている答案用紙に記入せよ。
2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。

---

1. 回路の整合と供給電力に関する以下の問に答えよ。

1) 図 1.1 の回路において，開放電圧 E，電源インピーダンス R (R は正の実数) の交流電源回路を固定し，負荷インピーダンス $Z_L = R_L + jX_L$ を $R_L > 0$，$-\infty < X_L < \infty$ の範囲で変えるものとする。負荷インピーダンス Z_L で消費される電力が最大になるのは，$R_L = R$，$X_L = 0$ の時であり，その最大値は $\frac{|E|^2}{4R}$，その時流れる電流は $I = \frac{E}{2R}$ となることを示せ。

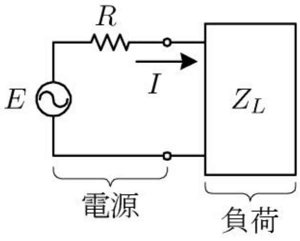

図 1.1

2) 図 1.2 (a) に示すようにリアクタンス対称 2 ポート回路 $[Z]$ を介して，固定した負荷抵抗 R に供給される電力を考える。図 1.2 (b) (c) の対称 2 ポート回路は各々図 1.2 (d) (e) の 1 ポート回路に帰着される。それらの入力インピーダンス $Z_e(= jX_e)$, $Z_o(= jX_o)$ を求めよ。

ただし，対称 2 ポート回路のインピーダンス行列を

$$[Z] = j\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{12} & X_{11} \end{bmatrix}$$

とする。

なお，(b) の励振を対称励振，(c) の励振を反対称励振と呼ぶ。

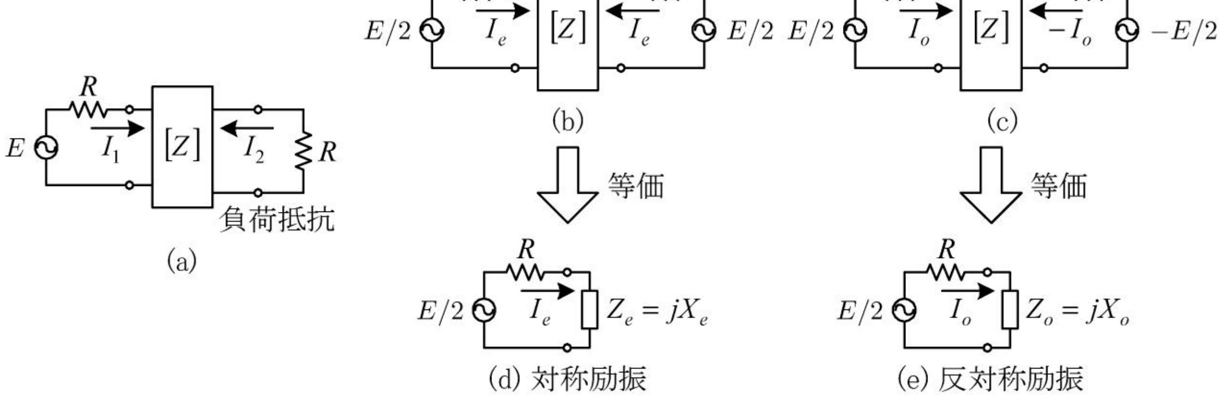

図 1.2

3) 図 1.3 に示すように R を固定し，X を変数とすると $\frac{1}{R+jX}$ は複素平面上の円周 (中心: $\frac{1}{2R}+j\cdot 0$, 半径 : $\frac{1}{2R}$) 上に存在する。

そこで X_{11}，X_{12} を変えた場合，図 1.2 (a) の負荷抵抗 R に供給される電力が最大，つまり $|I_2|$ が最大になる時には $I_1 = \frac{E}{2R}$ となることを示し，その時 $Z_e Z_o = -X_e X_o = R^2$ が成立することを示せ。

［ヒント］ 重ね合わせの原理より $I_1 = I_e + I_o$，$I_2 = I_e - I_o$

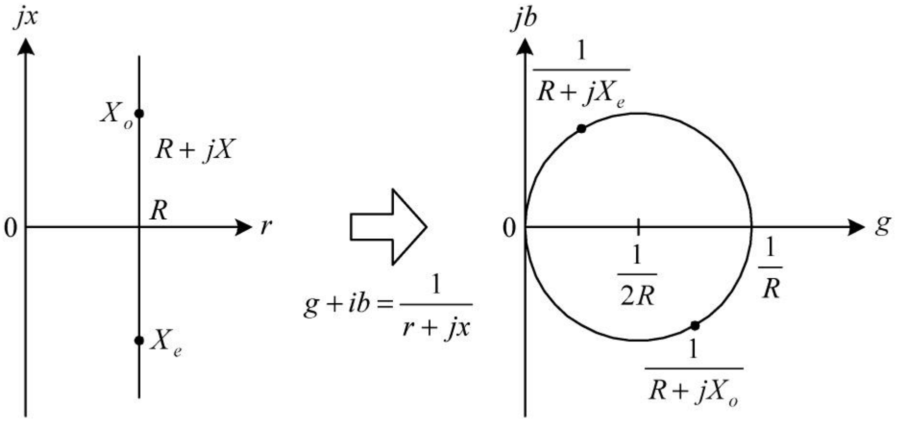

図 1.3

4) 図 1.4 の静電容量 C と磁気結合コイルからなる対称 2 ポート回路の対称励振と反対称励振に対するインピーダンス Z_e，Z_o を求めよ。

ただし，電源角周波数を ω とし，$L_1 = L_2 \quad M = \sqrt{L_1 L_2}$ とする。

5) 図 1.4 において，静電容量 C を変えた場合，負荷抵抗 R への供給電力が最大になるのは

$$C = \frac{1}{\omega^2 M}$$

の時であることを示せ。ただし，$R = \omega M$ とする。

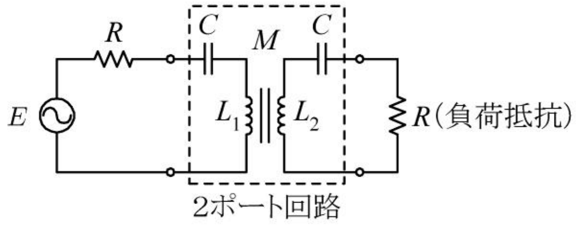

図 1.4

2. 単位長さ当たりのインダクタンス L [H/m], 線間の静電容量 C [F/m]の無損失平行線路について，以下の問に答えよ。図 2.1～図 2.3 内の太線部を無損失平行線路として，交流正弦波電源の角周波数を ω [rad/s], 振幅を V_0 [V]とする。また，j を虚数単位とし，Δx は波長に対して十分短いものとする。さらに時間依存は $e^{j\omega t}$ に従うものとする。

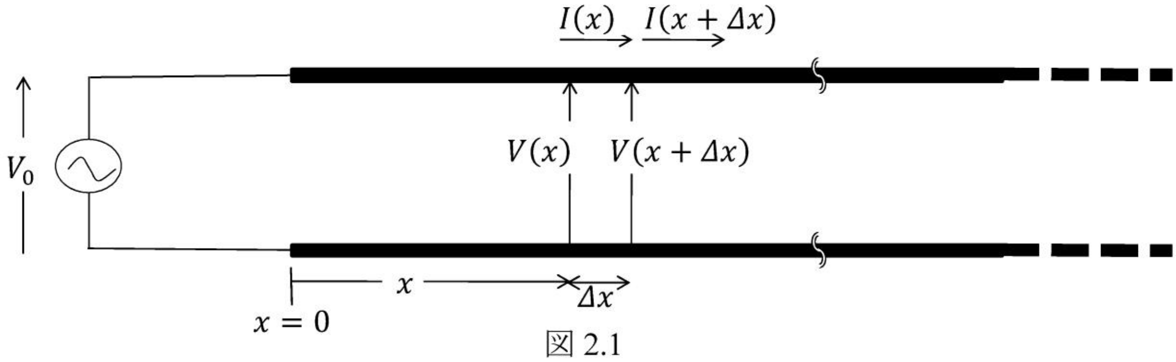

図 2.1

1) 図 2.1 のように半無限長の平行線路を考える。
   a) $\Delta V = V(x+\Delta x) - V(x)$ を与えられたパラメータ及び変数を用いて表せ。
   b) $\Delta I = I(x+\Delta x) - I(x)$ を与えられたパラメータ及び変数を用いて表せ。
   c) 問 a)，問 b)より，$\Delta x \to 0$ として $V(x)$ に関する微分方程式を導け。解答欄には計算過程も記入すること。
   d) 問 c) の微分方程式の一般解を示せ。
   e) 信号がこの平行線路上を伝わる時の波長を示せ。

2) 図 2.2 のように平行線路の線路長を ℓ [m]とし，負荷 Z_L [Ω]で終端した。$x=0$ から平行線路側をみたインピーダンス $Z|_{x=0}$を導出し，以下の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{オ}$ を与えられたパラメータで表せ。解答欄には計算過程も記入すること。

$$Z|_{x=0} = \frac{\boxed{ア} + j\tan\boxed{イ}}{\boxed{ウ} + j\boxed{エ}\tan\boxed{オ}}$$

ヒント：$\frac{V(\ell)}{I(\ell)} = Z_L$の関係を使うこと。

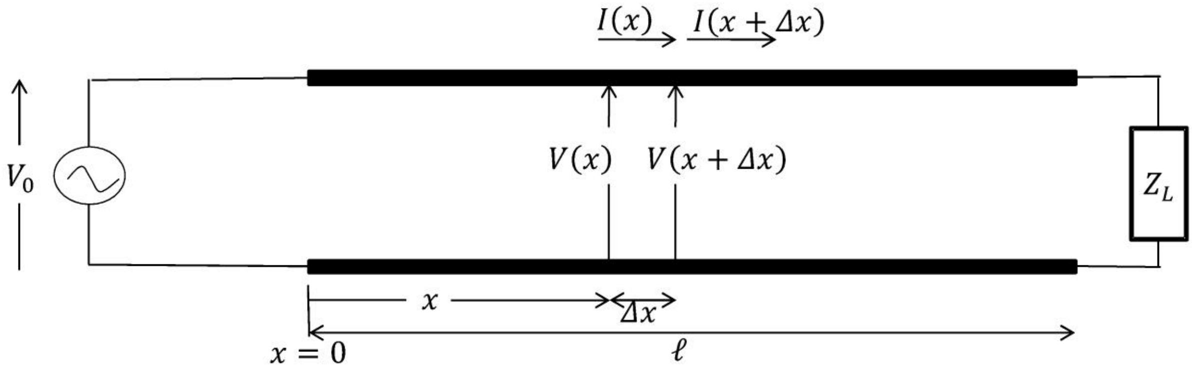

図 2.2

3) 図 2.2 の平行線路において，負荷を短絡して $Z_L = 0$ とした。

a) その時に $x = 0$ から平行線路側をみたインピーダンスを求めよ。解答欄には計算過程を記入すること。

b) 平行線路の長さ ℓ を波長よりも十分に短い長さとした。$x = 0$ から平行線路側をみた場合，インダクタ，コンデンサ，抵抗のいずれの素子とみなすことができるか。また，与えられたパラメータで素子値を表せ。ただし，$\theta \ll \pi/2$ のとき $\tan\theta \cong \theta$ としてよい。

c) 平行線路の長さ ℓ を波長の $1/4$ とした。このとき，$x = 0$ から平行線路側をみたインピーダンスはどうなるか。

4) 図 2.2 の平行線路において，負荷を開放して $Z_L = \infty$ とした。

a) 平行線路の長さ ℓ を波長よりも十分に短い長さとした。$x = 0$ から平行線路側をみた場合，インダクタ，コンデンサ，抵抗のいずれの素子とみなすことができるか。また，与えられたパラメータで素子値を表せ。ただし，$\theta \ll \pi/2$ のとき $\tan\theta \cong \theta$ としてよい。解答欄には計算過程を記入すること。

b) 平行線路の長さ ℓ を波長の $1/4$ とした。このとき，$x = 0$ から平行線路側をみたインピーダンスはどうなるか。

5) 波長に対して十分長い平行線路の途中で，問 4) b)の平行線路を図 2.3 のように分岐させた。平行線路の長さ ℓ_1 は特定の角周波数 ω_1 の時の波長の $1/4$ である。Z_L と Z_S は平行線路の特性インピーダンスに等しいものとする。角周波数 ω を変えて，Z_L 両端の電圧を観測する場合を考えた時, 分岐させた平行線路はどのような働きを持つかを述べよ。

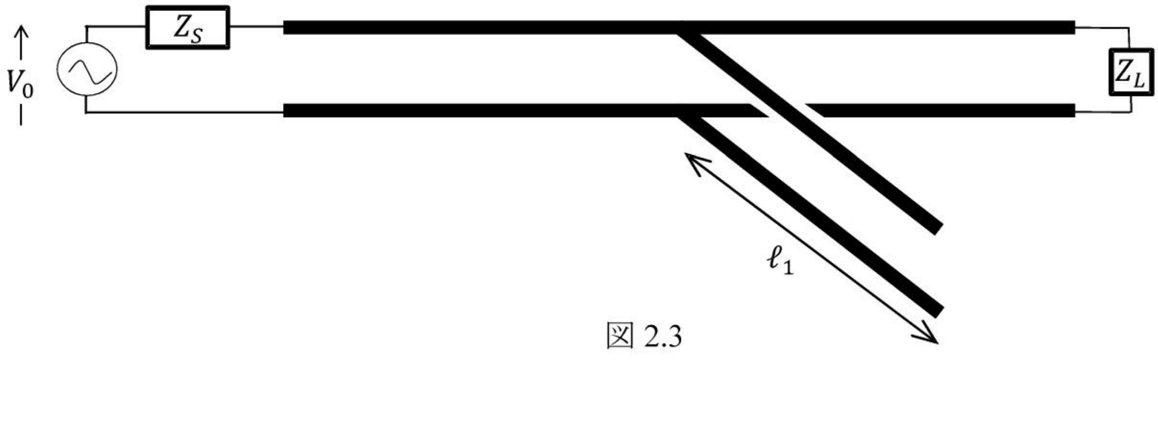

図 2.3