

大学院情報理工学研究科
博士前期課程 一般選抜
入学試験（平成28年4月入学）

【情報・通信工学専攻】

（必須問題）

※注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 必須問題の冊子は、この注意事項を含めて3枚、解答用紙は2枚である。
3. 試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
4. 必須問題の試験時間は90分である。
5. 問題は2問である。すべての問題を解答すること。
6. 解答は、指定された解答用紙に記入すること。必要なら裏面を使ってもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
7. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
8. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。
9. 解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

必須問題

情報・通信工学専攻

「線形代数」

1

3 次正方行列 A および \mathbb{R}^3 の 部分空間 V を次の通りとする：

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -7 & 11 \\ 0 & -7 & 10 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad V = \left\{ x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \right\}.$$

以下の問いに答えよ。

- (1) V の 次元 $\dim V$ を求めよ。
- (2) $x \in V$ ならば $Ax \in V$ であることを示せ。
- (3) 前問 (2) に基づいて V の 線形変換 $f: V \rightarrow V$ を

$$f(x) = Ax \quad (x \in V)$$

で定めるとき、任意の $x \in V$ に対して $f(f(x)) = -x$ であることを示せ。

- (4) $x \neq 0$ ($x \in V$) のとき、 x と $f(x)$ が 1 次独立であることを示せ。

部分空間 = subspace, 次元 = dimension, 線形変換 = linear transformation,
1 次独立 = linearly independent

必須問題

情報・通信工学専攻

「微分積分」

2

次の各問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x, y) = x^4 - 4xy + 2y^2$ を考える.

(i) xyz -空間上の曲面 $z = f(x, y)$ 上の点 $(1, 2, 1)$ における 接平面 の方程式を求めよ.

(ii) 関数 $f(x, y)$ の 極値 を求めよ.

(2) 次の重積分と 3 重積分の値を求めよ.

(i) $\iint_D x^2 y^2 dx dy, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2x\}$

(ii) $\iiint_V z^2 dx dy dz,$
 $V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x^2 + y^2 \leq z^2, z \geq 0\}$

注意 接平面: tangent plane, 極値: extremum

大学院情報理工学研究科
博士前期課程 一般選抜
入学試験（平成28年4月入学）

【情報・通信工学専攻】

（選択問題）

※注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて11枚、解答用紙は3枚である。
3. 試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
4. 選択の試験時間は120分である。
5. 選択では8科目の中から3科目を選んで解答すること。
 - 3「情報通信基礎数学」は、(a)「ベクトル解析」と(b)「確率統計」のいずれか1問を選択すること。
 - 「高度IT人材育成のためのソフトウェア開発専修プログラム」コース志望者は、4「信号処理」を解答する必要がある。
6. 解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は記入された番号についてのみ行うので誤記入、記入もれに注意すること）
7. 解答は科目ごとに別々の解答用紙（各科目ごとに1枚）を使用すること。必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
8. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
9. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。
10. 解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

選択問題

情報・通信工学専攻

科目の番号

1

電気回路

抵抗 R 、インダクタ L 、キャパシタ C 、交流電圧源 $v(t) = V_m \sin \omega t$ からなる図 1-1 に示す回路について以下の問いに答えよ。ここで、 t は時刻、 ω は角周波数とする。

- (1) R - L - C 直列回路の合成インピーダンス Z の大きさ $|Z|$ および位相角 ϕ を求めよ。
- (2) 回路の共振周波数 f_0 を求めよ。
- (3) R - L - C 直列回路の電流 $i(t)$ の振幅 I_m を求め、横軸を周波数、縦軸を電流の振幅として周波数特性を図示せよ。ただし、電流の振幅が最大となる周波数およびそのときの電流の振幅と、周波数が 0 のときの電流の振幅を図中にも書き入れること。
- (4) 図 1-1 の回路において、交流電圧源の代わりに図 1-2 に示す直流電圧源 V_0 とスイッチ S からなる回路を接続した。このときキャパシタに蓄積されている初期電荷は 0 とする。スイッチを閉じた場合の回路に流れる電流を s 領域 $I(s)$ で表現せよ。ただし、表 1-1 に示すラプラス変換の関係式を使ってよい。
- (5) (4) で構成した回路で、時刻 $t = 0$ でスイッチを閉じてから t 秒後に回路に流れる電流 $i(t)$ を求めよ。ここで、各素子の値は $R=200\Omega$ 、 $C=0.0001\text{F}$ 、 $L=1\text{H}$ と定める。ただし、表 1-1 に示すラプラス変換の関係式を使ってよい。

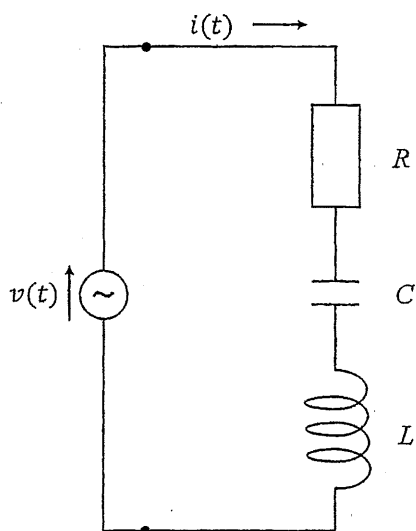


図 1-1

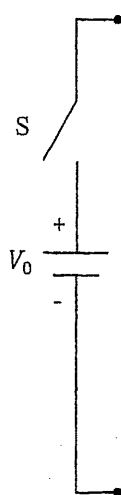


図 1-2

表 1-1

$f(t)$	$F(s)$
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$e^{-at} \sin bt$	$\frac{b}{(s+a)^2 + b^2}$

$u(t)$ はステップ関数

【次ページに続く】

【前ページからの続き】

抵抗 : resistor, インダクタ : inductor, キャパシタ : capacitor, 交流電圧源 : alternating voltage source, 回路 : circuit, 時刻 : time, 角周波数 : angular frequency, 直列回路 : series circuit, 合成インピーダンス : joint impedance, 位相角 : phase angle, 共振周波数 : resonance frequency, 電流 : current, 振幅 : amplitude, 横軸 : horizontal axis, 周波数 : frequency, 縦軸 : vertical axis, 周波数特性 : frequency characteristic, 最大 : maximum, 直流電圧源 : direct voltage source, スイッチ : switch, 初期電荷 : initial charge, s 領域 : s region, ラプラス変換 : Laplace transform, 素子 : element, ステップ関数 : step function

選択問題

情報・通信工学専攻

科目の番号

2

基礎電磁気学

1. 半径 a [m] の金属球に電荷 $+Q$ [C] を与える。そのまわりを中心を共通とする外径 c [m]、内径 b [m] の中空の金属球で取り囲む。このとき、すべての空間が真空であるとして以下の間に答えよ。なお、真空中の誘電率を ϵ_0 [F/m] とし、円周率を π とする。
 - (a) 金属球の部分を含む空間の電場の大きさを球の中心からの距離 r の関数 $E(r)$ [V/m] として表し、その距離 r に対する依存性を図示せよ。
 - (b) 金属球を含んだ空間の電位 $\phi(r)$ [V] は、1 C の電荷を、無限遠から球の中心からの距離 r [m] まで移動するのに要する仕事に等しい。このことを利用して、電位 $\phi(r)$ [V] を r の関数として表し、その距離 r に対する依存性を図示せよ。
 - (c) この球殻コンデンサの静電容量 C [F] を求めよ。
2. 半径 a [m] の円形ループに沿って大きさ I [A] の定常電流が流れている。真空中の透磁率を μ_0 [H/m] として、以下の間に答えよ。ただし円周率を π とする。
 - (a) ループを流れる円形電流の一部である長さ ds [m] の電流素片 $I ds$ [A · m] が、円形ループを含む面内にあるループの中心点 O に作る磁束密度の大きさ dB [T] を式で表せ。
 - (b) ループを流れる円形電流の全てが、中心点 O に作る磁束密度 B [T] の大きさを求めよ。
 - (c) ループを流れる円形電流の全てが、中心点 O を通る円形ループの中心軸上、高さ z [m] ($z > 0$) に作る磁束密度の大きさ B [T] を式で表せ。
3. 半径 a [m] の円形コイルが、磁束密度 B [T] である均一な磁場中にある。以下の間に答えよ。ただし円周率を π とする。
 - (a) $t=0$ [s] で円形コイルを磁場と平行な中心軸をもつようにおく。このとき、コイルと鎖交する磁束 Φ_0 [Wb] を求めよ。
 - (b) つぎにこのコイルを、コイルの中心を通り、かつループ面内にある軸のまわりに角速度 ω [rad/s] で回転させたとき、円形コイルに生じる誘導起電力の時間変化 $U(t)$ [V] を求めよ。ただし、コイルの自己インダクタンスは無視できるとする。

電荷(charge), 誘電率(permittivity), 円周率(circumference ratio), 電場(electric field), 電位(electric potential), 無限遠(infinite distance), 静電容量(electrostatic capacitance), 円形ループ(circular loop), 定常電流(stationary current), 電流素片(current element), 磁束密度(magnetic flux density), 中心軸(central axis), 角速度(angular velocity), 誘導起電力(electromotive force), 時間変化(temporal dependence)

選択問題

情報・通信工学専攻

科目の番号

3a

情報通信基礎数学 ((a) ベクトル解析)

図 3-1 に示すように、 z 軸 を 円筒軸 とする 半径 a 、高さ h の 円筒 と xy 平面、 yz 平面、 zx 平面 で囲まれてできる 領域 を V とする。また、 V の 表面 をつくる 閉曲面 を S とし、 S のうち円筒側面 (z 軸からの 距離が a の面) を S_1 、円筒 上面 を S_2 とする。

また、点 $r = (x, y, z)$ で定義される ベクトル場 $A(x, y, z)$ が $A(x, y, z) = (A_x, A_y, A_z) = (xy, xy, z^2)$ で与えられるものとする。

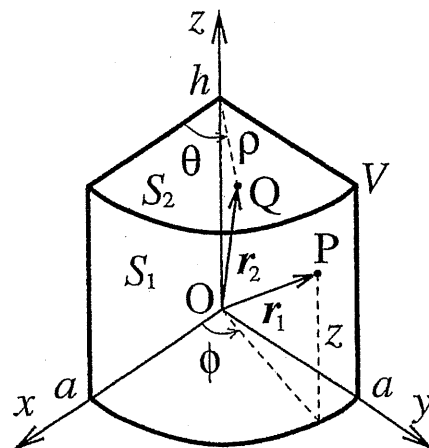


図 3-1

- (1) ベクトル場 A の 発散 $\nabla \cdot A$ 、および 回転 $\nabla \times A$ を計算せよ。
- (2) S_1, S_2 上の 1 点 P, Q を指すベクトルをそれぞれ $r_1 = (r_{1x}, r_{1y}, r_{1z}), r_2 = (r_{2x}, r_{2y}, r_{2z})$ とする。 P 点から xy 平面に 垂線 をおろした点と x 軸の間の 角 を ϕ 、垂線の長さ を z 、また z 軸と Q 点との 距離 を ρ 、 zx 平面となす角を θ とする。 r_1, r_2 を上のパラメタおよび a, h を用いて表せ。また、それぞれのパラメタのとり得る 範囲 も示すこと。
- (3) S_1 上の 面素ベクトル dS_1 は、 $dS_1 = \frac{\partial r_1}{\partial \phi} \times \frac{\partial r_1}{\partial z} d\phi dz$ で与えられる。また、 S_1 上のベクトル場 A は $A(x, y, z) = A(r_{1x}, r_{1y}, r_{1z})$ であり、前問のパラメタで表すことができる。このことを用いて 面積分 $\iint_{S_1} A \cdot dS_1$ を求めよ。
- (4) 閉曲面 S 全体にわたる面積分 $\oiint_S A \cdot dS$ を計算せよ。 dS は領域 V の 外側 を向いているものとする。

軸: axis, 円筒軸: cylinder axis, 半径: radius, 高さ: height, 円筒: cylinder, 平面: plane, 領域: region, 表面: surface, 閉曲面: closed surface, 側面: area of the side, 距離: distance, 上面: area of the top, ベクトル場: vector field, 発散: divergence, 回転: rotation, 垂線: perpendicular line, 角: angle, 長さ: length, 範囲: parameter range, 面素ベクトル: surface element vector, 面積分: surface integral, 外側: outside

選択問題

情報・通信工学専攻

科目の番号

3b

情報通信基礎数学（(b) 確率統計）

雌鳥が卵を生むとき、卵には確率 p ($0 \leq p \leq 1$) でひびが入るとする。ただし、ある卵にひびが入る事象は他の卵にひびが入る事象とは独立である。雌鳥 A が生む n 個の卵のうちひびが入る卵の個数を X 、雌鳥 B が生む n 個の卵のうちひびが入る卵の個数を Y で表わす。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) X と Y の和を $Z = X + Y$ とおく。 $X = \ell$ となる条件のもとで $Z = k$ となる条件付き確率 $P(Z = k | X = \ell)$ を求めよ。ただし、 $0 \leq \ell \leq n, 0 \leq k \leq 2n$ とする。
- (2) X の積率母関数（またはモーメント母関数）は任意の実数 s に対して

$$M_X(s) = E[e^{sX}]$$

と定義される。ここで E は括弧内の確率変数の期待値、 e は自然対数の底を表わす。積率母関数を計算し、単項式で表わせ。

- (3) X の平均 $\mu = E[X]$ と分散 $V = E[(X - \mu)^2]$ を求めよ。
- (4) Z の積率母関数を

$$M_Z(s) = E[e^{sZ}]$$

と定義するとき、 $M_Z(s)$ を $M_X(s)$ を用いて表わせ。

- (5) Z^2 に対する期待値 $E[Z^2]$ を求めよ。

雌鳥が卵を生む: hen lays an egg, 確率: probability, ひびが入る: get crack, 事象: event, 独立: independent, ひびが入る卵の個数: the number of cracked eggs, X と Y の和: sum of X and Y , 条件付き確率: conditional probability, 積率母関数: moment-generating function, 括弧内の確率変数: random variable in the brackets, 期待値: expectation, 自然対数の底: base of the natural logarithm, 単項式: monomial, 平均: mean, 分散: variance

選択問題

情報・通信工学専攻

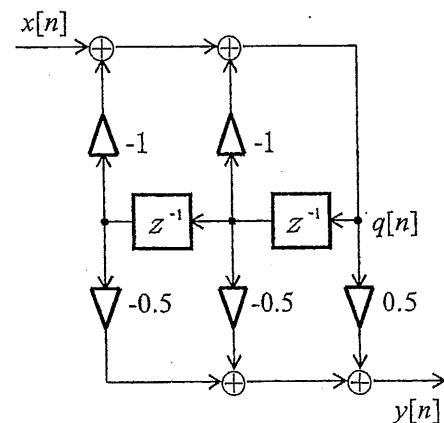
科目の番号

4

信号処理

問 1. 下図に示すデジタルシステムについて、以下の設問に答えよ。但し、 $n < 0$ において入力 $x[n]=0$ とすると、 $y[n]=0$, $q[n]=0$ となるものと仮定する。

- (1) 内部信号 $q[n]$, $q[n-1]$, $q[n-2]$ を用いて、入力 $x[n]$ と出力 $y[n]$ を各々表せ。
- (2) $y[n-1]$, $y[n-2]$, $x[n]$, $x[n-1]$, $x[n-2]$ を用いて、出力 $y[n]$ を表せ。
- (3) 入力が $x[0]=1$, $x[n]=0$ ($n \neq 0$) であるとき、出力 $y[n]$ ($n=0, 1, 2, 3$) を求めよ。
- (4) システムの伝達関数 $H(z)$ を求めよ。
- (5) $H(z)$ よりインパルス応答 $h[n]$ を求めた後、 $n=8$ までグラフに示せ。
- (6) $H(z)$ の全ての零点と極を求めて、 z 平面上に図示せよ。更に、このシステムの安定性について、理由を示して説明せよ。



問 2. 定常エルゴード性不規則信号 $x(t)$ は、次式の自己相関関数を有するものとする。

$\phi_{xx}(\tau) = \exp(-a|\tau|)$, 但し $a=10$ とする。このとき、以下の設問に答えよ。

- (1) 不規則信号の自己相関関数の一般的性質を次の場合について簡単に説明せよ。

1) $\tau=0$ とそれ以外のとき 2) τ と $-\tau$ のとき 3) 大きな τ のとき

次に、上記の自己相関関数 $\phi_{xx}(\tau)$ をグラフで表した後、各性質を満足しているか調べよ。

- (2) $y(t) = x(t) + x(t+3)$ としたとき、 $y(t)$ の自己相関関数 $\phi_{yy}(\tau)$ を求め、グラフで表せ。

- (3) $x(t)$ のパワースペクトル密度 $\Phi_{xx}(\omega)$ を求めよ。更に、 $\Phi_{xx}(0)$ の値を求めよ。

デジタルシステム : digital system, 伝達関数 : transfer function, インパルス応答 : impulse response, 零点 : zero, 極 : pole, z 平面 : z plane, 安定性 : stability, 定常エルゴード性不規則信号 : stationary ergodic random signal, 自己相関関数 : autocorrelation function, パワースペクトル密度 : power spectral density

選択問題

情報・通信工学専攻

科目の番号

5

オートマトンと離散数学・アルゴリズム基礎

問題 1. 写像 $f: A \rightarrow B$ と集合 $X \subseteq A, Y \subseteq B$ に対して, f による X の像を $f(X)$ で, Y の逆像を $f^{-1}(Y)$ で表し,

$$f(X) = \{b \in B \mid \text{ある } a \in X \text{ が存在して, } b = f(a)\},$$

$$f^{-1}(Y) = \{a \in A \mid \text{ある } b \in Y \text{ が存在して, } b = f(a)\}$$

と定義する.

- (1) 整数全体の集合を \mathbb{Z} とし, 写像 $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ を, 任意の整数 n に対して $f(n) = n^2$ として定義する. このとき, 集合 $f(\{-1, 0, 1\})$ と $f^{-1}(\{-1, 0, 1\})$ が何であるか, 答えよ.
- (2) 次に挙げる命題が正しいか正しくないかを答えよ. そして, その理由を説明せよ.

任意の集合 A, B , 任意の写像 $f: A \rightarrow B$, 任意の集合 $X \subseteq A$ に対して,
 $X = f^{-1}(f(X))$ が成り立つ.

問題 2. 次の [A] と [B] の一方のみに答えよ. どちらに解答をするか, 明確に記載すること. 両方に解答をしている場合は採点されない.

[A] アルファベット $\Sigma = \{a, b\}$ 上の言語 $L = \{ab^m(ab)^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$ を考える. ただし, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ は自然数全体の集合であり, 0 も \mathbb{N} の要素であることに注意する.

- (1) L に所属する語の中で, 長さが 7 であるものをすべて挙げよ.
- (2) L を受理する決定性有限オートマトンの状態遷移図を描け. 理由説明は不要である.

[B] この問における無向グラフは, 自己ループや多重辺を含まないものとする.

- (1) 頂点の数が 7 である無向グラフの次数がどれも 3 であることは不可能である. その理由を説明せよ.
- (2) 頂点の数が 7 であり, 2 彩色可能である無向グラフの中で, 辺の数が最大となるものを描け. 理由説明は不要である.

写像 (map), 集合 (set), 像 (image), 逆像 (inverse image), 整数 (integer),
 アルファベット (alphabet), 言語 (language), 自然数 (natural number), 語 (word),
 長さ (length), 受理する (accept), 決定性有限オートマトン (deterministic finite automaton),
 状態遷移図 (state diagram), 無向グラフ (undirected graph), 自己ループ (self-loop),
 多重辺 (multiple edges), 頂点 (vertex), 次数 (degree), 2 彩色可能 (2-colorable), 辺 (edge),
 最大 (maximum)

選択問題

情報・通信工学専攻

科目の番号

6

計算機の基本原理

1. 4 入力 Y_i ($i = 0, 1, 2, 3$) の 0 および 1 の個数を調べる 多数決回路 について以下の問いに答えよ。ただし論理式において、変数 A の 否定 は \bar{A} 、変数 A と B の 論理積、論理和 をそれぞれ $A \cdot B$ 、 $A + B$ で表すものとする。
 - (a) 4 入力のうち 3 つ以上が 1 のときに 1、それ以外で 0 となる出力 $M1$ を、なるべく簡単な 加法標準形（積和標準形）の論理式で示せ。
 - (b) $M1$ の論理を実現する回路を NAND ゲート を用いて構成せよ。ただし、NAND ゲートの入力数は任意とする。
 - (c) 入力 4 つのうち 3 つ以上が 1 のときに 1 を、3 つ以上が 0 のときに 0 を、1 と 0 が同数のときには 1 と 0 のどちらを出力しても構わないような多数決出力 $M2$ の論理式を、小問 (a) より簡単な加法標準形の論理式で示せ。
 - (d) $M2$ の論理を実現する回路を NOR ゲート を用いて構成せよ。ただし、NOR ゲートの入力数は任意とする。
2. 5 人用多数決回路について以下の問いに答えよ。ただし入力を Y_i, N_i ($i = 0, 1, 2, 3, 4$)、出力を M とする。 i 番目の人は、自分が賛成ならば Y_i に 1、 N_i に 0 を、反対ならば Y_i に 0、 N_i に 1 を入力するものとする。
 - (a) Y_i ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) に入力された 1 の個数を 2 進数に変換する回路を、全加算器 と インバータ のみで構成せよ。
 - (b) 小問 (a) の回路を利用して、賛成が反対より多いときに多数決出力 M に 1 を、それ以外で 0 を出力する回路を、全加算器とインバータのみで構成せよ。

多数決回路: majority gate, 否定: NOT, 論理積: AND, 論理和: OR, 加法標準形: disjunctive normal form, 積和標準形: disjunctive normal form, NAND ゲート: NAND gate, NOR ゲート: NOR gate, 全加算器: full adder, インバータ: inverter

選択問題

情報・通信工学専攻

科目の番号

7

数値解析と最適化

時刻 t の関数 $x(t)$ が次の 常微分方程式 を満たすとする。

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x). \quad (1)$$

いま、時刻 $t = \tau$ における関数の値 $x(\tau)$ が与えられているとして、 $x(\tau+h)$ の 近似値 $\tilde{x}(\tau+h)$ を数値計算により求めることを考える。ただし、 $h > 0$ とする。このとき、次の間に答えよ。

1. 式 (1) の両辺を $t = \tau$ から $t = \tau + h$ まで積分すると、

$$x(\tau+h) - x(\tau) = \int_{\tau}^{\tau+h} f(t, x(t)) dt \quad (2)$$

となる。そこで、式 (2) の右辺の積分を適当に近似することで、 $x(\tau+h)$ の近似値を計算できる。

- (a) 被積分関数 $f(t, x(t))$ を積分区間の下端の値 $f(\tau, x(\tau))$ で近似することにより、近似値 $\tilde{x}_E(\tau+h)$ を計算する公式を求めよ。これを オイラー法 と呼ぶ。
 - (b) 積分を 台形公式 により近似することで、近似値 $\tilde{x}_T(\tau+h)$ を計算する式を求めよ。ただし、式中に未知の値 $f(\tau+h, x(\tau+h))$ が含まれてもよい。
 - (c) 小問 (b) の公式において、未知の値 $f(\tau+h, x(\tau+h))$ をオイラー法による近似値で置き換えて近似値 $\tilde{x}_H(\tau+h)$ を計算する公式を求めよ。これを ホイン法 と呼ぶ。
2. $f(t, x) = -x$ の場合を考える。
- (a) オイラー法による近似値 $\tilde{x}_E(\tau+h)$ を $x(\tau)$ と h を用いて表せ。
 - (b) ホイン法による近似値 $\tilde{x}_H(\tau+h)$ を $x(\tau)$ と h を用いて表せ。
3. $f(t, x) = -x$ の場合、 $x(\tau) > 0$ ならば、厳密解 $x(\tau+h) = x(\tau)e^{-h}$ は

$$0 < x(\tau+h) < x(\tau) \quad (3)$$

を満たす。

- (a) オイラー法による数値解が式 (3) の性質を保つための h に関する条件を求めよ。
- (b) ホイン法による数値解が式 (3) の性質を保つための h に関する条件を求めよ。

常微分方程式：ordinary differential equation, 近似値：approximate value,
 被積分関数：integrand, オイラー法：Euler method, 台形公式：trapezoidal rule,
 ホイン法：Heun method, 厳密解：exact solution

選択問題

情報・通信工学専攻

科目の番号

8

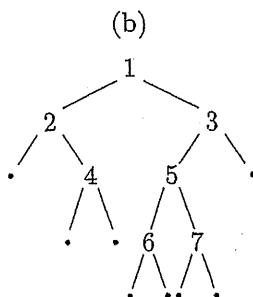
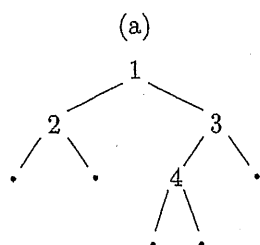
アルゴリズムとプログラミング

C 言語において、各節点（ノード）に整数値を保持する 二分木 構造は、節点を表す構造体

```
struct node { int value; struct node *left; struct node *right; };
```

を用いて定義することができる。この構造体では、メンバ value によって整数値が、メンバ left, right によって左右の子節点へのポインタがそれぞれ保持されている。この構造体 node を用いた二分木を考えるとき、以下の問いに答えよ。なお、NULL を用いて 葉（空の木）を表し、int 型の値が取りうる最大値、最小値はそれぞれ INT_MAX, INT_MIN で与えられているものとする。

- (1) 下の 2 つの図 (a), (b) は二分木の例を表している（図中の・は葉を表す）。プログラム (c) で定義される関数 print_tree が、これらの二分木（の 根 の節点へのポインタ）を引数として呼び出されると、出力される文字列をそれぞれ答えよ。



(c)

```

void print_tree(struct node *t) {
    if (t != NULL) {
        print_tree(t->left);
        print_tree(t->right);
        printf("%d", t->value);
    }
    return;
}
  
```

- (2) 二分木のうち、「各節点の値が、左の子孫の節点のどの値よりも大きいか等しく、右の子孫の節点のどの値よりも小さいか等しい」という性質を満たすものを 二分探索木 とよぶ。与えられた二分木が二分探索木なら 1、そうでなければ 0 を返す関数 is_bst を 再帰 を用いて以下のように定義した。

```

int is_bst(struct node *t, int min, int max) {
    if (t == NULL) return 1;
    else if ( (a) || (b) ) return 0;
    else return is_bst(t->left, (c), (d) ) &&
               is_bst(t->right, (e), (f) );
}
  
```

この関数を用いることで、二分木 t が二分探索木であるかが is_bst(t, INT_MIN, INT_MAX) により判定できる。このとき、(a) から (f) の空欄を埋めよ。

- (3) 二分探索木は挿入、探索、削除などが効率的に行えるように設計されたデータ構造であるが、入力によっては効率的にならない場合もある。この理由を具体例と オーダー記法 を用いて説明せよ。
- (4) 構造体 node にメンバ parent を追加して、親である節点のアドレスが参照できるように変更するとき、このデータ構造を用いてプログラムを記述する際に考えられる利点や欠点を述べよ。

二分（探索）木: binary (search) tree; 葉: leaf; 根: root; 再帰: recursion; オーダー記法: Landau notation