システム情報学専攻

修士課程入学試験問題

専門科目　システム情報学

平成２３年８月２３日（火）　　　１０：００～１３：００

出題される６問のうち，３問のみを選択して解答せよ

注　意　事　項

(1) 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと．

(2) 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること．ただし試験問題の内容に関する質問に対しては，原則として答えない．

(3) 答案用紙３枚が渡される．１問ごとに必ず１枚の答案用紙を使用すること．止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい．

(4) 各答案用紙の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること．氏名は書いてはならない．

(5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと．

(6) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする．

(7) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は，適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい．

(8) 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと．

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること．

選択した問題番号			

上欄に選択した３つの問題番号を記入すること．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 1 問

以下の問いでは，虚数単位を $j = \sqrt{-1}$ とし，一般に連続時間 $-\infty < t < \infty$ の信号 $a(t)$ の連続時間フーリエ変換を，角周波数 $-\infty < \omega < \infty$ に関して

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)\ e^{-j\omega t}\mathrm{d}t$$

と定義する．また，一般に整数の離散時間 $-\infty < n < \infty$ の信号 $\tilde{a}[n]$ の離散時間フーリエ変換を，角周波数 $-\pi < \omega < \pi$ に関して

$$\tilde{A}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{a}[n]\ e^{-jn\omega}$$

と定義する．

(1) 帯域が $(-\Omega, \Omega)$ 以内に制限された実信号 $x(t)$ の連続時間フーリエ変換を $X(\omega)$ とするとき，$x(t)\cos^2(\dfrac{\Omega t}{2})$ の連続時間フーリエ変換を $X(\omega)$ を用いて表せ．ただし，Ω は正の実数である．

(2) 実信号 $x(t)$ の帯域が $(-\Omega, \Omega)$ 以内に制限されている場合，これを等時間間隔 $\dfrac{\pi}{\Omega}$ でサンプリングして得られるサンプル値を $\tilde{x}[n] = x(\dfrac{n\pi}{\Omega}), -\infty < n < \infty$ とする．その奇数番目を 0 に置き換えて作った離散時間信号 $\{\tilde{u}[n]\} = \{\cdots, \tilde{x}[0], 0, \tilde{x}[2], 0, \tilde{x}[4], 0, \cdots\}$ の離散時間フーリエ変換 $\tilde{U}(\omega)$ を，$x(t)$ の連続時間フーリエ変換 $X(\omega)$ を用いて表せ．

(3) 実信号 $y(t)$ の帯域が $(\Omega, 4\Omega)$ および $(-4\Omega, -\Omega)$ 以内に制限されている場合，これを等時間間隔 $\dfrac{\pi}{\Omega}$ でサンプリングして得られるサンプル値を $\tilde{y}[n] = y(\dfrac{n\pi}{\Omega}), -\infty < n < \infty$ とする．これらのサンプル値を並べた系列 $\{\tilde{y}[n]\} = \{\cdots, \tilde{y}[0], \tilde{y}[1], \tilde{y}[2], \tilde{y}[3], \tilde{y}[4], \cdots\}$ の離散時間フーリエ変換 $\tilde{Y}(\omega)$ を，$y(t)$ の連続時間フーリエ変換 $Y(\omega)$ を用いて表せ．

(4) 問い (2) と問い (3) で定義した実信号 $x(t), y(t)$ を等時間間隔 $\dfrac{\pi}{\Omega}$ でサンプリングして得られるサンプル値を，それぞれ $\tilde{x}[n], \tilde{y}[n], -\infty < n < \infty$ とするとき，これらから交互にサンプル値をとり出して並べた系列を $\{\tilde{z}[n]\} = \{\cdots, \tilde{x}[0], \tilde{y}[1], \tilde{x}[2], \tilde{y}[3], \tilde{x}[4], \cdots\}$ とする．$\tilde{z}[n]$ が，帯域が $(-\dfrac{\Omega}{2}, \dfrac{\Omega}{2})$ に含まれる連続時間実信号 $z(t)$ から等時間間隔 $\dfrac{\pi}{\Omega}$ でサンプリングして得られるサンプル値列であるとみなせるための $X(\omega)$ と $Y(\omega)$ の条件を述べよ．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 2 問

下記の演算増幅器は，すべて理想特性をもつとする．また，演算増幅器の電源電圧は，出力電圧に比べ十分に大きいとする．

(1) 図 1 の回路において，各入力電圧 $v_1(t), v_2(t), v_3(t)$ と出力電圧 $v_\mathrm{o}(t)$ の関係を示せ．

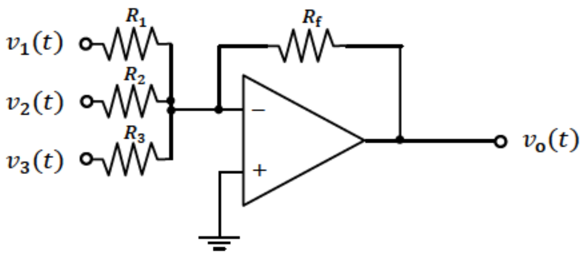


図 1

(2) 図 2 の回路に，図 3 の電圧波形 $v_\mathrm{i}(t)$ を入力したとき，出力電圧 $v_\mathrm{o}(t)$ の波形を示せ．ただし，コンデンサ C の両端電圧の初期値は 0 とする．

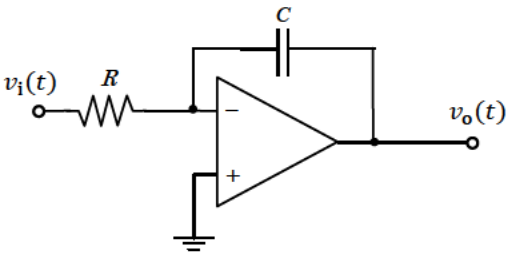


図 2

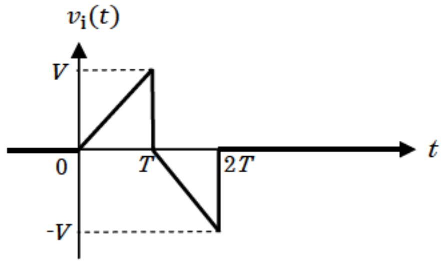


図 3

(3) 図 4 の回路において，入力電圧波形 $f(t)$ と出力電圧 $v_\mathrm{o}(t)$ の関係を表す微分方程式を導出せよ．ただし，$k > 0$ とし，初期時刻 $t = 0$ で，コンデンサ C の両端電圧は 0 とする．

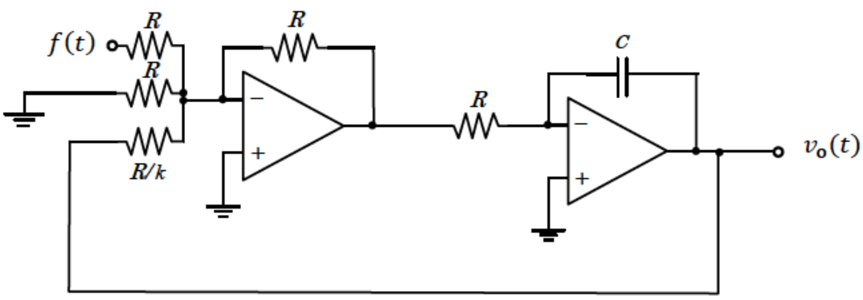


図 4

(4) 問い(3)の手法を適用して，$f(t)$ を入力電圧としたとき，出力電圧 $v_{\mathrm{o}}(t)$ が式(1)を満たす回路を構成せよ．ただし，$a > 0, b > 0, \alpha > 0, \beta > 0$，初期時刻 $t = 0$ で $v_{\mathrm{o}}(t) = 0$，$\dfrac{\mathrm{d}v_{\mathrm{o}}(t)}{\mathrm{d}t} = 0$ とする．コンデンサを用いる場合には，その初期両端電圧についても言及せよ．

$$a\frac{\mathrm{d}^2 v_{\mathrm{o}}(t)}{\mathrm{d}t^2} - b\frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{o}}(t)}{\mathrm{d}t} + v_{\mathrm{o}}(t) = \alpha\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} + \beta f(t) \qquad (1)$$

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 3 問

制御対象 $P(s)$ の状態方程式が

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t) &= a\,x(t) + u(t) \;\; ; \;\; x(0) = x_0 \\ y(t) &= x(t) \end{aligned}$$

で与えられる制御系に対して，以下の問いに答えよ．ここで，$x(t)$, $u(t)$, $y(t)$ はそれぞれ，制御対象の状態，制御入力，制御対象の出力を表している．

(1) 図 1 で表される直結フィードバック制御系を考える．ただし，$r(t)$ は目標入力，$w(t)$ は外乱入力，$e(t)$ は偏差信号を表している．ここで，制御器 $K(s)$ の伝達関数が

$$K(s) = \frac{c}{s+b}$$

で与えられているとし，その初期状態は零と仮定する．このとき，$r(t)$ から $y(t)$ までの伝達関数 $G(s)$ を求め，それが安定であるための条件を示せ．

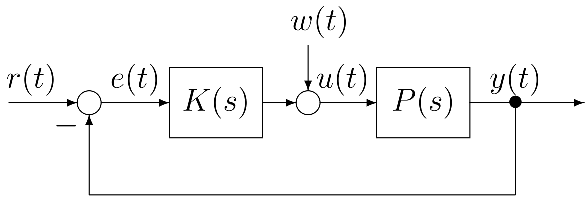


図 1

(2) 問い (1) と同じ状況を考える．問い (1) の安定性の条件のもとで，以下が観測された．

「$r(t) \equiv 0$ で，$w(t)$ が単位ステップ関数のとき，$y(t)$ が零に収束した．すなわち，$\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$ が成立した.」

この観測に適合する (a, b, c) の条件を求めよ．また，求めた条件を用いて制御対象の安定性について考察せよ．

(3) 定数フィードバックゲイン f を用いた出力フィードバック

$$u(t) = -f\,y(t)$$

を考える．このときの $y(t)$ を求めよ．また，評価関数

$$J_\rho(x_0) \triangleq \int_0^\infty \{\, y^2(t) + \rho\, u^2(t) \,\}\, \mathrm{d}t \;\; ; \;\; \rho > 0$$

を最小にする最適フィードバックゲイン $f_a(\rho)$ を求めよ．

(4) $a < 0$ を仮定し，時間遅れのある出力フィードバック

$$u(t) = -g\,y(t-\tau)\ \ ;\ \ \tau > 0$$

を考える．この系の一巡伝達関数 $L(s)$ のベクトル軌跡に基づいて，このフィードバック制御系の安定性を判別する方法を説明せよ．また，この安定判別法に基づいて，以下の主張が正しいかどうかを理由を付けて判定せよ．

「任意の $\tau > 0$ に対して，このフィードバック制御系が安定となる $g \in \mathcal{F}_{\mathrm{opt}}(a) \triangleq \{\, f_a(\rho) \mid \rho > 0 \,\}$ が存在する．」

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 4 問

図 1 に示す命令長 8 ビットの 5 命令を有し，バイトアドレッシングを採用するプロセッサを設計したい．PC はプログラムカウンタ，A と B はレジスタでありいずれも 8 ビットである．また MEM はメモリを表し MEM[B]はレジスタ B でアドレス指定されるメモリ部の内容を表す．以下の問いに答えよ．

(1) 図 1 に示す条件分岐命令の `imm` 部は 2 の補数で表現される符号あり 6 ビットのデータである．
　(a) $+12_{(10)}$ および $-12_{(10)}$ を 6 ビットの 2 の補数で表現せよ．ただし，添え字の (10) は 10 進表現であることを示す．
　(b) 8 ビットの 2 の補数で表せる整数の範囲を 10 進数で示せ．
　(c) *s-ext*(`imm`) は `imm` を 2 の補数表現の符号あり 8 ビットデータに拡張する．この，符号あり拡張の方法を示し，その方法が正しいことを説明せよ．

(2) 図 2 は，6 命令で構成されるプログラムをバイナリで表記したものであり，メモリの $100_{(10)}$~$105_{(10)}$ 番地に予め記憶されている．$100_{(10)}$ 番地の命令から実行を開始して $105_{(10)}$ 番地の命令を実行して終了する．
　(a) $102_{(10)}$ 番地の命令が，終了までに何回実行されるか答えよ．
　(b) このプログラムの機能を説明せよ．

次に，このプロセッサのデータパスを図 3 のように設計し，図 4 の状態遷移で示す制御論理に従って，各状態での実行に 1 サイクル要しながら各命令をこのデータパス上で実行する．

(3) 図 3 の ALU が実現すべき機能を全て示せ．また，この設計において図 2 のプログラムの実行に要するサイクル数を求めよ．

(4) 図 3 のデータパスと図 4 の制御論理のいずれか、または両方を改良することで処理を高速化し，図 2 のプログラムの実行サイクル数を，問い(3)より 20%以上短縮したい．ただし，制御論理においては，各状態内での条件付き実行は図 4 と同様に禁止されているとする．改良後のデータパスと制御論理を図 3 および図 4 にならって示せ．また，改良後の実行サイクル数と，サイクル数の削減率を示せ．

【第 4 問の続き】

（図は次ページ以降に掲載しています）

【次のページへ続く】

【第 4 問の続き】

7 6	5 4 3 2 1 0	
0 0	imm	A ← *ext*(imm), PC ← PC + 1

7 6	5 4 3 2 1 0	
0 1	imm	B ← *ext*(imm), PC ← PC + 1

7 6 5 4 3 2 1 0	
1 0 0 0 0 0 0 0	MEM[B] ← A, PC ← PC + 1

7 6 5 4 3 2 1 0	
1 0 1 0 0 0 0 0	A ← A + MEM[B], PC ← PC + 1

条件分岐命令

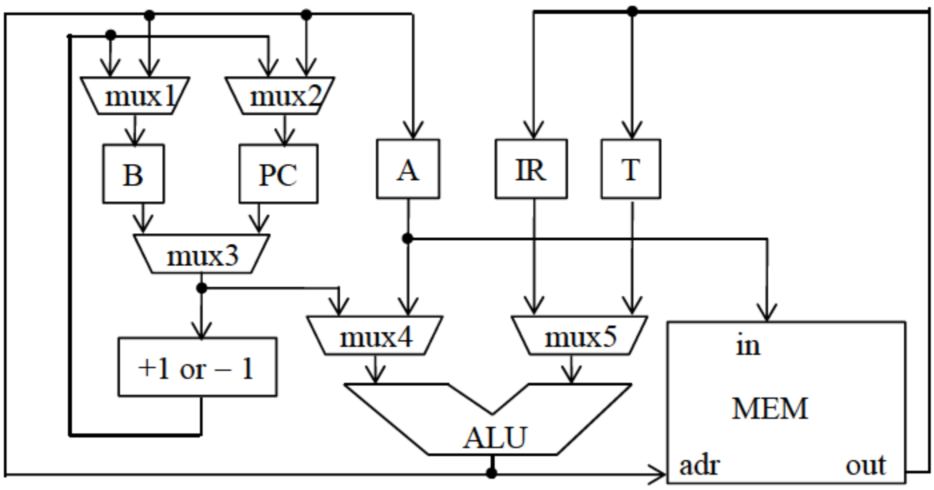
7 6	5 4 3 2 1 0	
1 1	imm	if (B≠0) then B ← B − 1, PC ← PC + 1 + *s-ext*(imm) else PC ← PC + 1

注：*ext*は符号なし拡張，*s-ext*は符号あり拡張を表す

図 1

$\text{Address}_{(10)}$	Instruction
100	0 0 0 0 0 0 0 0
101	0 1 0 1 1 1 1 1
102	1 0 1 0 0 0 0 0
103	1 1 1 1 1 1 1 0
104	0 1 1 0 0 0 0 0
105	1 0 0 0 0 0 0 0

図 2



・PC, A, B, IR, T は8ビットレジスタ
・MEMはメモリで ‘adr’ に入力された番地の値を ‘out’ から出力，
　または ‘in’ からの入力値を ‘adr’ に入力された番地へ書込む
・+1 or –1 は、値を +1 または –1 する
・mux1, mux2, mux3, mux4, mux5はマルチプレクサ

図 3

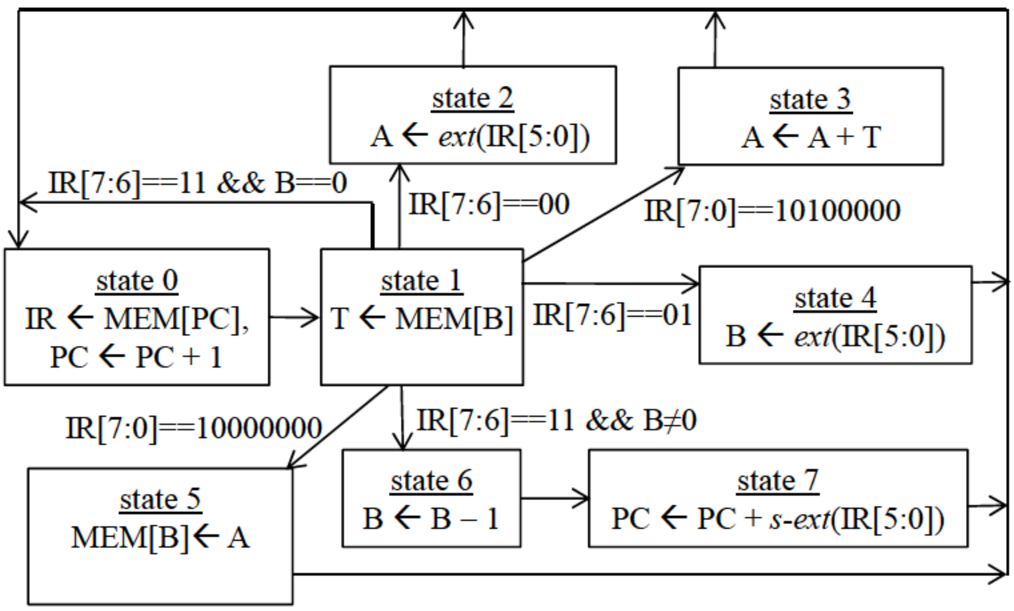


図 4

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 5 問

水平面上を一定方向に動くことができる台車がある．また，中心が O で，半径が R，質量 M の質量分布が一様な円盤があり，円盤上には，中心 O を通る直線 x と，x 上の O 以外の任意の点 H を通り，x と直交する直線 y が引かれている．この円盤を，O において，図 1 のように，直線 x が台車の進行方向と平行となるように台車の水平面にとりつける．なお，円盤は台車上で O を中心軸として摩擦なく自由に回転できるものとする．直線 y 上の H 以外の点 P_0 に質量 m のヒト A が立ち，直線 y に沿って動くことを考える．ただし，A は点とみなすことができ，円盤の表面と A との間にはすべりは生じず，A の速度変化は A と円盤の表面との間の摩擦のみによって発生するものとし，台車の質量は M および m に対して十分に大きいものとする．また，p_0 と h を図 1 のように定める．このとき，以下の問いに答えよ．なお，質量 M，半径 R の質量分布の一様な円盤の中心軸に関する慣性モーメントは $MR^2/2$ である．

(1) 台車を水平面上で動かないように固定し，円盤も回転しないように固定しておく．A が円盤上を初期状態の P_0 の位置から直線 y に沿って歩く場合，時刻 t_1 における A の位置が P で加速度が α とすると，時刻 t_1 に A が円盤に与える（円盤の中心軸 O に関する）力のモーメントを求めよ．ただし，このとき，点 P_0 に対する p_0 と同様に，P に対して p を図 1 のように定める．

(2) 問い(1)と同様に，円盤は回転しないように固定されているものとし，A は P の位置にいて円盤上に立ち，静止しているものとする．この状態から台車が進行方向に動き，A は動かず円盤上の同じ点上に静止したままで立っている場合を考える．時刻 t_2 における台車の加速度が図 1 の左向きに β（$\beta > 0$）であるとすると，この時刻において，この台車の運動が，A と円盤から成る系に与える（円盤の中心軸 O に関する）力のモーメントを求めよ．

(3) 台車と円盤は静止しており，A は P の位置で静止しているものとする．また，円盤は O を回転軸として自由に回転できる状態にあるものとする．この状態から，台車が図 1 の左向きに加速度 β（$\beta > 0$）の等加速度運動を始めた場合，円盤のとる運動の周期を求めよ．ただし，このとき，$h > 0$ で，かつ，$|p| \ll h$ とみなしうるとする．

(4) 円盤は O を回転軸として自由に回転できる状態にあるとする．また，$t = 0$ における初期状態は，a) 台車は停止している，b) 円盤は直線 x が台車の進行方向と平行な状態で静止している，c) A は点 P_0 にいて静止している，の全てを満たすものとする．台車が $t = 0$ に動き始め，図 1 の左向きに加速度 β

（$\beta > 0$）で等加速度運動を続けるとき，A が円盤上に引かれた直線 y 上を動くことによって，円盤に回転が生じないようにすることは可能か．また，可能ならば，A はどのように動けば良いか．$h > 0$ の場合と $h < 0$ の場合に分けて定量的に答えよ．

台車と円盤を上方から見た俯瞰図．
（この図では $h > 0, p_0 > 0$ なる点 P_0 をとっている．）

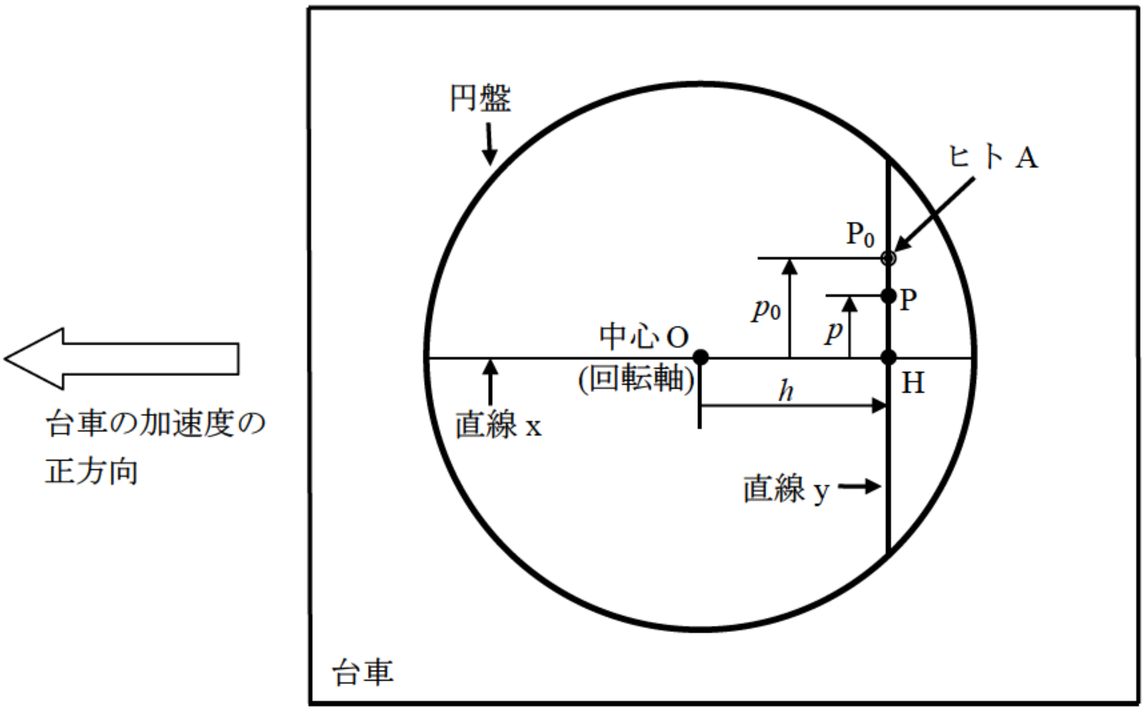


図 1

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 6 問

図 1 のように一辺 a の正方形金属板 U, G, A が平行に配置されている．U および G は固定されており，A は自然長 h, バネ定数 k の絶縁体バネで支持されている．また U, G, A は，図 1 の電気回路のように電圧 E の 2 つの定電圧源および抵抗値 R の抵抗に接続されている．A の質量を m，空間の誘電率を ε として以下の問いに答えよ．

ただし A は変形することなく上下方向にのみ並進運動する. 時刻 t における A の変位を $z(t)$ とし，A が U および G から等距離 h にあるとき $z = 0$ とする．また，真上から見ると U, G, A は同じ位置に重なって見えるものとし，バネの存在による電界の乱れ, 配線および金属板の抵抗とインダクタンス, 配線や重力が A に及ぼす力は無視してよい. a は h より十分に大きいために平行平板コンデンサの端部効果は考えなくてよく，バネは理想バネとみなしてよい.

(1) A に外力を加え，時間的に変動する変位 $z(t)$ を与えた．このときの G に対する A の電位を $E + p(t)$ とおき, A の上側表面電荷 $Q_1(t)$ および下側表面電荷 $Q_2(t)$ を z と p を用いて表せ．ただし $|z(t)| < h$ である．

(2) A を $z(t) = \mathrm{Re}[Z e^{j\omega t}]$ のように微小振幅で強制振動させた．このときの A の電位を，以下の手順で Z について 1 次までの近似で表せ．ただし ω は角周波数，$j \equiv \sqrt{-1}$ であり，Z は複素数の定数である．$\mathrm{Re}[X]$ は複素数 X の実部を表すものとする．

(a) 問い (1) で定義した $p(t)$ を $p(t) = \mathrm{Re}[P e^{j\omega t}]$ とおき，A の総電荷 $Q = Q_1 + Q_2$ の時間微分 $\dot{Q}$ を Z および P について 1 次までの近似で表せ. なお $|\alpha|, |\beta| << 1$ のとき $(1+\alpha)/(1+\beta)$ の 1 次までの近似は

$$\frac{1+\alpha}{1+\beta} \approx 1+\alpha-\beta$$

のように与えられる．

(b) P を Z について 1 次までの近似で表せ.

(3) 微小振動 $z(t) = \mathrm{Re}[Z e^{j\omega t}]$ を維持するために必要な外力を，Z について 1 次までの近似で求めよ．

(4) $R = 0$ とし, E を増大させていくことを考える．このとき E がある臨界値 E_0 を超えると系が不安定になり，A は外力なしで $z = 0$ の状態に安定に存在することができなくなる．臨界値 E_0 を求めよ．

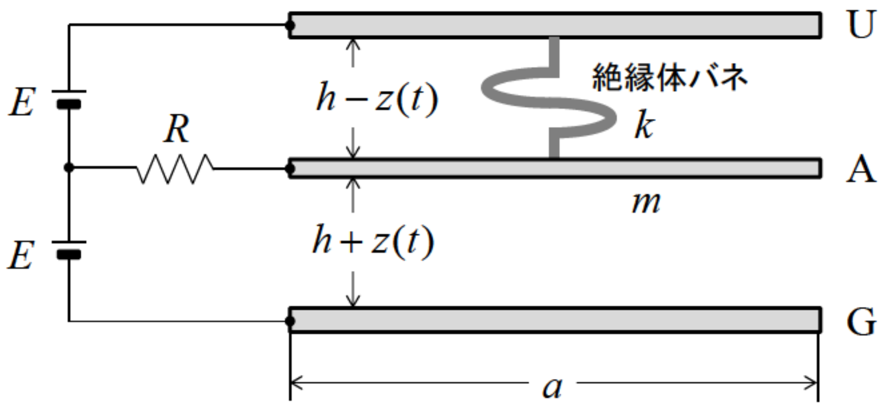


図 1

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）