

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻 修士課程入学者選抜試験問題
(平成 25 年度 10 月期入学・平成 26 年度 4 月期入学)

Admissions for October 2013 and for April 2014

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

平成25年8月5日 13:00－16:00

August 5, 2013 13:00 - 16:00

専門基礎B
Problem Set B

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「**専門基礎B**」の問題用紙で、表紙共に20枚 がある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は10問(B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8, B-9, B-10)ある。**4問を選択して解答すること。** 答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の回答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じのまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set B**” in 20 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 10 questions; B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8, B-9, and B-10.** State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎B

B-1, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, **B-8**, **B-9**, **B-10** の10問から4問を選択して解答せよ。

Problem Set B

Choose and answer 4 questions out of **B-1**, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, **B-8**, **B-9**, and **B-10**.

B-1

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) PCM 伝送技術に関する問に答えよ。

Answer the following questions related to PCM transmission techniques.

- (a) 最高周波数が 3,400 Hz の音声信号を PCM 符号化する場合に通常用いられる標本化周波数と量子化ビット数はいくらか。ただし、音声信号の必要 SNR (Signal to Noise Ratio) を 45 dB とする。

What are the sampling frequency and the number of quantization bit commonly adopted to transmit a speech signal with frequency up to 3,400 Hz. The required SNR (Signal to Noise Ratio) of the speech signal is 45 dB.

- (b) 問 (a) で PCM 符号化されたビット列を QPSK 変調によって伝送する場合の理想帯域通過フィルタの帯域幅はいくらか。

Find the required bandwidth of an ideal bandpass filter to transmit a PCM bit sequence of question (a) by QPSK modulation.

- (c) ビット誤り率が 10^{-4} 以下であれば音声品質に影響を与えないとする。問 (b) の帯域通過信号でこのビット誤り率を満たすために必要な SNR を示せ。理想同期検波を仮定する。ただし、 $\frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{6.9}) \sim 10^{-4}$ である。

Assume that the bit error rate below 10^{-4} does not affect the speech quality. Find the required SNR where the bit error rate of the passband signal in question (b) is 10^{-4} . Assume the ideal coherent detection. Note that $\frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{6.9}) \sim 10^{-4}$.

- (d) PCM 伝送における必要帯域幅を削減する方法を2つ挙げて説明せよ。

Pick up two schemes which can reduce the required bandwidth of PCM transmission, and describe them.

- (2) ランダムな呼の生起を表すポアソン分布 $P_k(t)$ は、時間 t に k 個の呼が発生する確率を表す。下記の問に答えよ。

Poisson distribution $P_k(t)$ describes randomly generated process. $P_k(t)$ gives probability that k calls originate in time interval t . Answer the following questions.

- (a) λ を単位時間の呼の発生率とする。時間 t を n 個の微小な時間 Δt に分割し、微小時間内に発生する呼の数が 2 以上になる確率を 0 と仮定して、 $P_k(t)$ を表す式を記せ。

Let λ be call generation rate in unit time interval. Partition the interval t into a sufficiently large number n of subsections and let $\Delta t = t/n$. Assuming the probability that two or more calls originate in Δt tends to zero, write the formula that gives $P_k(t)$.

- (b) n を無限大として $P_k(t)$ を導出せよ。なお、導出にあたって式 (1) を用いてよい。

Let $n \rightarrow \infty$, and derive $P_k(t)$. Equation (1) may be used for derivation.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n = e^{-x} \quad (1)$$

- (c) ポアソン分布を用いて、平均毎分 30 個の呼が発生するシステムにおいて、呼の平均発生間隔が 2 秒以下となる確率 P を求めよ。

Suppose a system that generates 30 calls a minute as an average. By using Poisson distribution, find the probability P that the inter generation time is no longer than 2 seconds in the system.

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

- (1) 2つの媒質1および2が無限大平面境界において接しているとする。媒質1および2の誘電率はそれぞれ ε_1 および ε_2 とし、両媒質はともに透磁率 μ_0 および導電率0を持つとする。下図(a)に示すように、媒質1において、この境界面の法線と θ の角をなす方向から平面電磁波が境界面に入射したとする。ただしその電界 E は、法線と入射波の進行方向が作る平面内にあるものとする。このとき以下の問に答えよ。
- (a) この境界面において電磁界について成り立つ境界条件を述べよ。
- (b) 上の結果から、電界に関する反射率を導け。
- (c) 全反射が起こる条件を求めよ。
- (d) 反射率が0となる条件を求めよ。

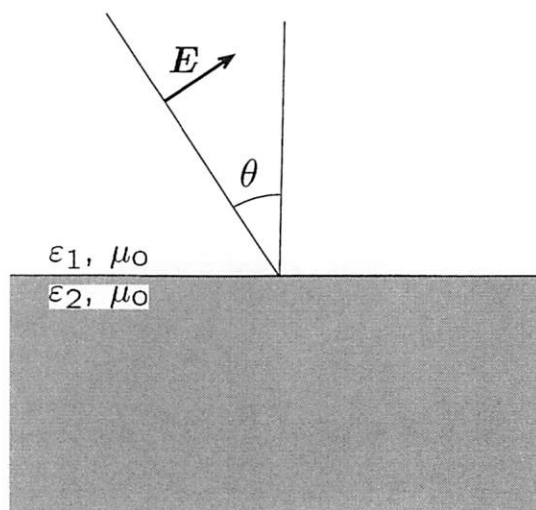


図 (a)

- (2) 微小ダイポールアンテナに関する以下の問に答えよ。
- (a) ダイポールの軸方向となす角を θ とすると、このアンテナの十分遠方における指向性は $\sin \theta$ で与えられる。このときの指向性利得を与える式を示し、その最大値を求めよ。
- (b) 同じアンテナ2本を軸方向に1波長離して設置し、これらを同位相、同振幅の電流で励振したとする。このときの十分遠方における指向性を与える式を示し、その概略を図示せよ。

Answer all the following questions.

- (1) Suppose that two media 1 and 2 are separated by an infinite planar boundary. The permittivity of medium 1 and 2 are ϵ_1 and ϵ_2 , respectively, and the both media have the same permeability of μ_0 and the conductivity of 0. As shown in Fig. (a) below, we consider a planar electromagnetic wave in medium 1 incident on the boundary at an angle θ measured from the normal line of the boundary. Here the electric field of the wave is contained in the plane determined by the normal line and the direction of propagation. Answer all the questions below.

- (a) Show the boundary conditions that the electromagnetic field should satisfy.
- (b) Derive the reflectivity of the electric field from the above conditions.
- (c) Give the condition for the total reflection.
- (d) Give the condition that the reflectivity becomes 0.

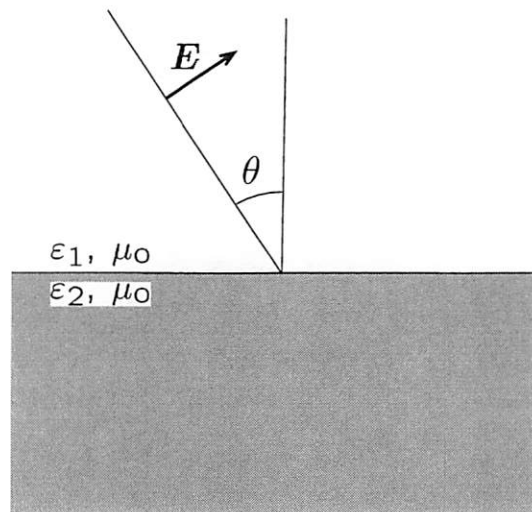


Fig. (a)

- (2) Answer questions below about infinitesimal dipole antenna.

- (a) The directivity of this antenna at a sufficiently distant point is given by $\sin \theta$, where θ is the angle measured from the axis of the dipole. Show the formula that gives the directional gain of this antenna, and compute its maximum value.
- (b) Suppose that two antennas are placed along the axis at a distance of a wavelength, and excited by currents of equal amplitude and phase. Show the formula that gives the directivity for this case at a sufficiently distant point, and roughly sketch its pattern.

下記のすべての設問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 以下に示す論理関数 f について、以下の問に答えよ。

Answer the following questions on the logic function f defined below.

$$f = (a + b + \bar{c}) \cdot (a + c + d) \cdot (a + c + \bar{d}) \cdot (\bar{a} + b + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{c} + d)$$

- (a) 論理関数 f の最小積和形表現を求めよ。

Give a minimal sum-of-products expression of f .

- (b) 論理関数 f の最小和積形表現を求めよ。

Give a minimal product-of-sums expression of f .

- (c) 論理関数 $g = a + b$, $r = b \cdot c \cdot d$ とする。 $f = g \cdot h + r$ を満足する全ての論理関数 h の中から、積項数が最小でリテラル数が最も少ない積和形論理式を持つ論理関数の最小積和形表現を求めよ。

Assume $g = a + b$ and $r = b \cdot c \cdot d$. Among all the logic functions of h that satisfies $f = g \cdot h + r$, derive a minimal sum-of-products expression of the logic function that has the minimum number of product terms with the minimum number of literals in its minimal sum-of-products form.

- (d) 入力として、 a , b , c , d およびそれらの否定 \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} が与えられるものとする。最小個数の NAND ゲート (2 入力もしくは 3 入力) を用いて、論理関数 f を出力とする論理回路を示せ。

Assume a , b , c , d and their complements \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} are available as inputs. Derive a logic circuit that realizes f with the minimum number of 2-input and/or 3-input NAND gates.

- (2) 符号無し 2 進数に 2 を加算する Mealy 型同期式順序回路を設計する。この回路の入力は 1 ビットの信号 X と V 、出力は 1 ビットの信号 Z である。2 を加えるべき数値は、LSB (Least Significant Bit) より順に X に入力され、加算結果は LSB より順に Z に出力される。 V は数値が入力されている期間のみ 1 となる。すなわち、 X に LSB が入力される際に 1 となり、MSB (Most Significant Bit) の入力後は 0 に戻る。 V が 0 の場合の Z は、 V が 0 に戻った後の 1 クロックは加算結果の MSB を出力し、それ以外の場合は 0 となる。なお、数値の入力が終了してから次の数値の入力までは、1 クロック以上の期間 V が 0 となっているものとする。この回路の動作例を表 (a) に示す。時刻 2 より 1011 が LSB より入力され、2 を加えた結果の 01101 が LSB より出力されている。以下の問に答えよ。

Suppose that we design a Mealy-type synchronous sequential circuit that adds 2 to an unsigned binary number. The inputs are one-bit signals of X and V , and the output is a one-bit signal of Z . An augend appears serially from the LSB (Least Significant Bit) on X and the sum is output from the LSB to Z . V becomes 1 when the LSB appears on X and returns to 0 after the MSB (Most Significant Bit) is

applied. When $V = 0$, the value of Z becomes the MSB of the sum during one clock cycle after V returns to 0, or 0 otherwise. There is at least one clock cycle after the entry of an augend till next augend is applied. An example of the circuit operation is listed in Table (a). From Time 2, 1011 appears from the LSB and the sum of 01101 is output from the LSB. Answer all the following questions.

- (a) この回路の状態遷移図を示せ。

Derive a state transition diagram of the circuit.

- (b) 状態数を最小化した状態遷移表と出力表を求めよ。状態数が最小であることをどのようにして確認したかを説明せよ。また、表 (a) の入力に対する状態遷移と出力の様子を説明せよ。

Show the state transition table and the output table with the minimum number of states. Explain how you verify that the number of states is minimal. Also, explain the state transition and the output sequence for the input sequence of Table (a).

- (c) この回路を最も少ない数の D フリップフロップを用いて実現する。各フリップフロップの入力を与える論理関数の最小積和形表現を求めよ。なお、D フリップフロップの初期値は 0 とする。D フリップフロップの出力と入力を表す論理変数をそれぞれ Q と D で表し、各フリップフロップは添字 1, 2, ... で区別する。添字は状態に割り当てた符号の左端ビットから 1, 2, ... と振るものとする。状態割り当てを明記すること。また、ドントケアがある場合には、それを簡単化に用いること。

We would like to design a circuit with the minimum number of D flip-flops. Derive the excitation function of each D flip-flop in a minimal sum-of-products form. Here, the initial value of a D flip-flop is assumed to be 0, and logic variables of the output and the input of a D flip-flop are Q and D , respectively. D flip-flop(s) should be distinguished by subscripts 1, 2, ... from the leftmost bit of the assigned states. The state assignment should be explained clearly. A don't-care set should be exploited for logic minimization, if any.

- (d) 出力 Z の最小和積形表現を求めよ。ドントケアがある場合には、それを簡単化に用いること。

Derive the output Z in a minimal product-of-sums form. A don't-care set should be exploited for logic minimization, if any.

表 (a): 回路動作の一例

Table (a): An example of the circuit operation

Time	1	2	3	4	5	6
V	0	1	1	1	1	0
X	0	1	1	0	1	0
Z	0	1	0	1	1	0

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 32 ビット語長の計算機における 2 ウェイ・セット・アソシアティブ・キャッシュの一部が表 (a) のようになっているものとする。すなわち、タグが 16 ビット、セット番号 (インデックス) が 12 ビット、キャッシュの 1 ブロックは 4 語からなっている。次の問に答えよ。

A part of a two-way set-associative cache of a 32-bit/word processor is shown in Table (a). It has a 16-bit tag field and a 12-bit set number (index) field, and four words in a cache block. Answer all the questions below.

- (a) メモリアドレスのバイトオフセットは、何ビットであるか。

Answer the number of byte-offset bits.

- (b) このキャッシュメモリを実現するのに必要な容量はいくらか。データおよびタグの容量それぞれについて答えよ。

Answer the capacity of the memory that is needed to realize this cache memory. Calculate the capacities for data and tag fields separately.

- (c) アドレス 2b4f2b48 (16 進数) の読出しアクセスはヒットするか。ヒットする場合、キャッシュから読出される値を答えよ。表 (a) からヒットかミスかが判断できない場合は、理由とともにその旨答えよ。

Answer whether a read access to the address 2b4f2b48 (hexadecimal) hits or not. If it hits, answer the data to be received from the cache. If it is not clear whether the access hits or not from Table (a), describe the reason.

- (d) 表 (a) のキャッシュメモリと総データ容量が等しい、4 語 / ブロックのダイレクト・マップ・キャッシュを構成する。タグのビット幅が何ビットとなるか理由と合わせて示せ。

Consider a four-words/block direct mapped cache that has the equal cache-data capacity with that in Table (a). Answer the bit-width of the tag field with reason.

表 (a) キャッシュメモリ

Table(a) Cache memory

タグ Tag (2 進数 /binary)	セット番号 Set number (2 進数 /binary)	ブロック内の語の値 Contents of words in a block (16 進数 /hexadecimal)			
		11	10	01	00
0010 1011 0100 1111	0010 1011 0001	d82584b8	bfe1cd8e	0036f4ff	e09bb03e
0010 1011 0100 1000	0010 1011 0001	97c05a75	9c280ebc	98388b71	1c6ec901
0010 1011 0100 1111	0010 1011 0010	5c33aa73	6d0704c1	8d2c2ada	563059f2
0010 1011 0100 1000	0010 1011 0010	d978853d	a4fbaca2	39f53ffe	125e63d3
0010 1011 0100 1111	0010 1011 0011	238c49d4	439eef08	d0222931	e6a996ca
0010 1011 0100 1000	0010 1011 0011	0537e3b3	de81c424	89dc7a6f	7ff17e76
0010 1011 0100 1111	0010 1011 0100	40ee474c	fdea8041	21b9fa62	0acbd274
0010 1011 0100 1000	0010 1011 0100	f379d11a	c83b8242	52dba311	8392e7b2
0010 1011 0100 1111	0010 1011 0101	7d3c6c64	2bceae88	02f7c69f	93c55da5
0010 1011 0100 1000	0010 1011 0101	518ae45b	eb1ed594	1ffc6699	be4816f9

- (2) P は、命令フェッチ (IF)、命令デコード (ID)、演算実行 (EX)、メモリアクセス (MEM)、結果格納 (WB) の 5 ステージからなるパイプライン機構を有し、1 サイクルに 1 命令ずつフェッチする RISC プロセッサである。P は全ての命令を、IF → ID → EX → MEM → WB の順に実行する。P が図 (a) に示す命令列を Instruction 1 から順に実行するとき、次の間に答えよ。

ここで、Instruction 1 は、レジスタ R1 および R2 の値の和を求めてレジスタ R3 に格納する命令であり、Instruction 2 および Instruction 4 も同様である。Instruction 3 は、レジスタ R3 の値に 100 を加えたアドレスのメモリから読み出したデータをレジスタ R6 に格納する命令である。

P is a pipelined RISC processor which has a 5-stage datapath: instruction fetch (IF), instruction decode (ID), execution (EX), memory access (MEM), and write back (WB). P fetches one instruction per cycle. P executes instructions in the order of IF → ID → EX → MEM → WB. Assume that P executes the sequence of instructions shown in Figure (a) in the order from Instruction 1 to Instruction 4. Answer the following questions.

Notes: Instruction 1 calculates sum of contents of registers R1 and R2 and write it to register R3, and Instructions 2 and 4 work similarly. Instruction 3 reads data from memory at the address given by adding 100 to contents of R3 and writes it to register R6.

- (a) パイプラインプロセッサにおけるデータ依存関係の意味を説明せよ。

Explain the meaning of data dependency in the pipelined processor.

- (b) パイプラインプロセッサにおけるデータ・ハザードの意味を説明せよ。

Explain the meaning of data hazard in the pipelined processor.

- (c) パイプラインプロセッサにおけるフォワーディングの意味を説明せよ。

Explain the meaning of forwarding in the pipelined processor.

- (d) 図 (a) に示した命令列中のデータ依存関係を全て列挙せよ。

List all of the data dependencies in the sequence of instructions shown in Figure (a).

- (e) フォワーディングによって解決されるデータ・ハザードを理由と合わせて示せ。

Answer all of the data hazards that will be resolved via forwarding with reason.

```
Instruction 1  ADD  R3,  R1,  R2
Instruction 2  ADD  R5,  R3,  R4
Instruction 3  LD   R6,  100(R3)
Instruction 4  ADD  R7,  R3,  R6
```

図 (a): 命令列

Figure (a): Sequence of Instructions

3彩色問題とは、与えられたグラフに対して、枝で結ばれたどの2つの頂点も同じ色にならない様に、頂点を3色で塗り分けられるかどうかを問う問題である。以下の設問に答えよ。

(1) 3彩色不可能なグラフの例を挙げよ。ただし、そのグラフは4頂点の完全グラフを部分グラフとして含んではいけない。(4頂点の完全グラフとは、4頂点のグラフで全ての2頂点間に枝のあるグラフのことである。グラフ G から適当に頂点と枝を除いてグラフ G' が作れる時、 G は G' を部分グラフとして含むという。) 3彩色不可能な理由も与えよ。

(2) 2彩色不可能であるが、3彩色可能なグラフの例を挙げよ。ただしそのグラフは3頂点の完全グラフを部分グラフとして含んではいけない。理由も与えよ。

(3) 4彩色問題がNP完全であることを証明せよ。ただし、3彩色問題がNP完全であることは証明なしで使って良い。(ヒント：3頂点の完全グラフはもちろん3彩色可能である。しかし、1頂点と枝を加えて4頂点の完全グラフにするとやはり不可能である。)

(4) 2彩色問題は3彩色問題より本質的に易しいことを示せ。

なお、質問は一切受け付けない。問題に不審のある場合はそのことを明記し、妥当な仮定を設定して解答すること。解答は細部にこだわりすぎるよりは、アイデアを分かりやすく説明することが重要である。ただ、説明が大雑把過ぎて基本的事項を誤解していると採点者が判断することが無いように注意すること。

The 3-colorability problem asks, for a given graph, whether we can color each vertex with three colors such that any two vertices connected by an edge receive different colors. Answer the following questions.

(1) Give an example of a graph that is not 3-colorable. However, the graph must not include a complete graph of four vertices as a subgraph. (A complete graph of four vertices is a graph with four vertices having an edge between any pair of the vertices. If a graph G' is obtained from a graph G by removing some vertices and some edges, then we say that G includes G' as a subgraph.) Justify your answer.

(2) Give an example of a graph which is 3-colorable but not 2-colorable. However the graph must not include a complete graph of three vertices as a subgraph. Justify your answer.

(3) Prove that the 4-colorability problem is NP-complete. You can use the fact that the 3-colorability problem is NP-complete without proof. (Hint: The complete graph of three vertices is of course 3-colorable. But it is not any longer if we make it a complete graph of four vertices by adding one vertex and edges.)

(4) Show that the 2-colorability problem is significantly easier than the 3-colorability

problem.

Your questions about the problem will NOT be answered. If you think there is a flaw in the problem, first make it clear. Then make some reasonable assumption or correction and give your answer. Your answer should be easy to read, namely it is more important to make the basic idea clear rather than to go to too much detail. At the same time, if your answer is too sloppy, it would cause a doubt that you are making some fundamental misunderstanding or confusion.

以下の全ての問に答えよ。

(1) 生成規則の集合

$$P = \{E \rightarrow E * T \mid T, \quad T \rightarrow T \# F \mid F, \quad F \rightarrow (E) \mid a \mid b \mid c\}$$

を持つ文法 $G = \langle P, E \rangle$ に関して以下の問に答えよ。

ただし、 E, T, F は非終端記号、 $*, \#, (,), a, b, c$ は終端記号である。

- (a) 文 “ $a * b \# (c * b)$ ” の構文木を示せ。
 - (b) G が LL(1) 文法でないことを説明せよ。
 - (c) G と等価な LL(1) 文法 G' を示せ。
 - (d) G' の各非終端記号に対する First 集合および Follow 集合を求めよ。
- (2) コンパイラで用いられる以下の最適化技術について説明せよ。
- (a) 演算子強度低減
 - (b) 共通部分式の削除
 - (c) ループ内不変コードの移動

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions on grammar $G = \langle P, E \rangle$ with the production rules

$$P = \{E \rightarrow E * T \mid T, \quad T \rightarrow T \# F \mid F, \quad F \rightarrow (E) \mid a \mid b \mid c\}.$$

Here, E, T , and F are nonterminal symbols and $*, \#, (,), a, b$, and c are terminal symbols.

- (a) Show a parse tree for the sentence “ $a * b \# (c * b)$ ”.
 - (b) Explain that G is not an LL(1) grammar.
 - (c) Show an LL(1) grammar G' which is equivalent to G .
 - (d) Calculate the First-set and the Follow-set for each nonterminal symbol of G' .
- (2) Explain the following optimization methods used in compilers.
- (a) operator strength reduction
 - (b) common sub-expression elimination
 - (c) loop invariant code motion

B-9

(1) 関係データベースのスキーマ設計法における分解法と合成法を例を用いて説明せよ。ただし、説明文中には以下の用語を用いること。

Provide an explanation on a decomposition method and a synthesis method in relational database schema design. Use the following terms in the explanation.

情報無損失分解 (information lossless decomposition)

データ従属性の保存 (preservation of data dependencies)

(2) 関係代数の除算演算について以下の設問に答えよ。

Answer the following questions on the division operator in relational algebra.

(a) 除算の定義を述べよ。

Provide a definition of the division operator.

(b) 具体的な入出力関係インスタンスの例を与えよ。

Provide an example of the division operator using concrete input and output relational instances.

(c) 除算を他の関係代数演算子の組合せで表現せよ。

Express the division operator by a combination of other relational algebra operators.

(d) (b)で与えた除算を SQL を用いて表現せよ。

Express the division operation of (b) in SQL.

B-10

(English translation is given on the next page.)

同定木とパーセプトロンに関する以下の4つの問いに答えよ。

(1) x_1, \dots, x_4 がブール変数であり (真のとき $x_i=1$, 偽のとき $x_i=0$)、 \oplus が排他的論理和を表すとして、以下のブール関数を考える。

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \wedge x_2) \oplus (x_3 \vee x_4)$$

この関数 f を、同定木を用いて示せ。なお、同定木はできるだけ簡潔なものとせよ。

(2) この関数 f をパーセプトロン木で表現することを考える。パーセプトロン木とは、図(a)に示すように、同定木に類似したものであり、葉節点が単純パーセプトロン (線形しきい値素子) である点が異なる。パーセプトロン節点に達するまでは同定木のように動作する。パーセプトロン節点に達したときは、高位の意思決定節点で使われなかった属性がパーセプトロンの入力として用いられる。

パーセプトロン節点は n 次元の入力 x_1, \dots, x_n を持つとき、以下のように真偽を判別する。

$$1 \text{ if } w_0 + \sum_{i=1}^n w_i x_i > 0$$

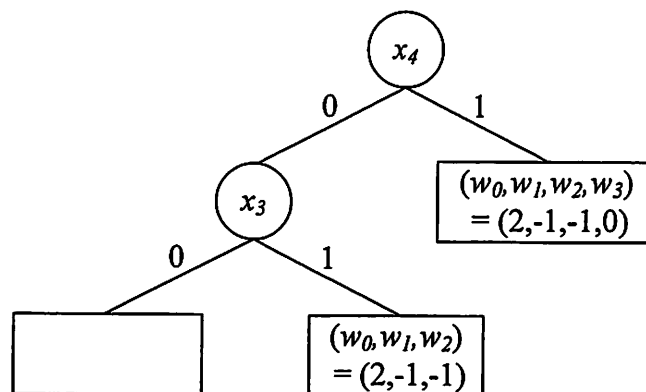
0 otherwise

ここで、 w_0, \dots, w_n は重みを表す。

$x_1=0, x_3=0$ の場合のパーセプトロン節点の重みの値を示せ。

(3) 判別性能に関して、単純パーセプトロンのみを用いた表現と比較して、パーセプトロン木が優れる点を説明せよ。

(4) 判別性能に関して、同定木のみを用いた表現と比較して、どのような場合にパーセプトロン木が優れるかを説明せよ。



図(a) 関数 f のパーセプトロン木

Figure (a) A perceptron tree of function f

Answer the following four questions about decision trees and perceptrons.

(1) Consider the following Boolean function,

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \wedge x_2) \oplus (x_3 \vee x_4)$$

where, x_1, \dots, x_4 are Boolean variables ($x_i=1$ if it is true, $x_i=0$ if it is false), and \oplus is an exclusive-OR. Show a simplest decision tree that represents function f .

(2) Consider to represent function f by using a perceptron tree. As shown in Figure (a), a perceptron tree is similar to a decision tree except that leaf nodes are simple perceptrons (linear threshold units). It works like a decision tree before reaching a perceptron node. If it reaches a perceptron node, the rest of the attributes that are not used in the higher level decision nodes are used as an input to the perceptron.

For the n -dimensional input of x_1, \dots, x_n , a perceptron node determines true or false based on the followings.

$$1 \text{ if } w_0 + \sum_{i=1}^n w_i x_i > 0$$

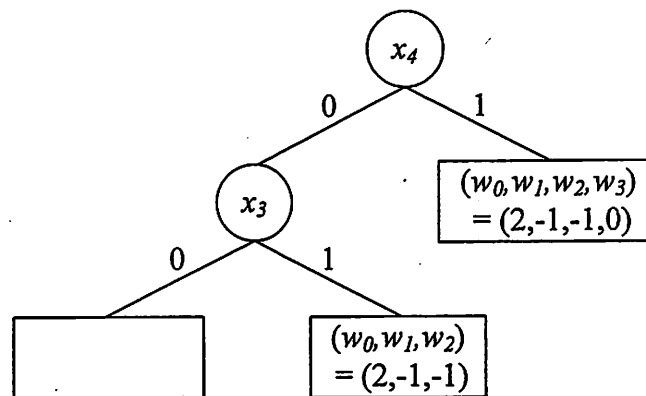
0 otherwise

where, w_0, \dots, w_n represent weights.

Show the weight values in the perceptron node if $x_1=0$ and $x_3=0$.

(3) Explain why the perceptron tree is better for classification than a simple perceptron by itself.

(4) Explain in what cases the perceptron tree is better for classification than a decision tree by itself.



図(a) 関数 f のパーセプトロン木
Figure (a) A perceptron tree of function f