北海道大学大学院情報科学院
情報科学専攻
情報エレクトロニクスコース入学試験
令和 3 年 8 月 19 日 13:00～15:00

専門科目2

受験上の注意

- 机の上に置いてよいものは，受験票，筆記用具（鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り），眼鏡，時計，特に指示があったもののみである．
- 時計は計時機能のみのものを使用し，アラームの使用を禁ずる．
- 電卓，電子手帳，辞書の使用を禁ずる．
- 携帯電話等の情報通信機器類は，必ずアラームの設定を解除した上で電源を切ってかばん等にしまっておくこと．
- 問題冊子は，本表紙を含め7枚ある（2枚目は白紙）．問題は，[1]（ディジタル回路），[2]（量子力学），[3]（物性工学），[4]（情報通信工学），[5]（光エレクトロニクス），について各1ページである．問題冊子は回収しない．
- 答案用紙の枚数は2枚である．[1]～[5]の計5問の中から2問選択し，1枚に付き1問を解答すること．
- 答案用紙の裏面を使用してもよいが，その場合，「裏面記載あり」と答案用紙おもて面の右下に記載すること．
- 選択した問題の番号，受験番号の誤記，記入もれがないか，各答案用紙を十分に確かめること．これらを別紙の選択問題チェック票にも記入し，提出すること．
- 草案紙の枚数は2枚である．草案用紙は回収しない．

[1] ディジタル回路

1．　3 つのディジタル信号 A, B, C に対して$Y=(A\oplus B\oplus C)C+\overline{(A\oplus B\oplus C)}A$を出力する回路について以下の問いに答えよ．

(1)　この回路は A，B，C のうち 1 になる変数が奇数個の時どのような信号を Y として出力するか求めよ．

(2)　2 入力 XOR 回路を，インバータを使わずに，10 個以内のトランジスタによる CMOS 論理ゲートで実現するとどのようなトランジスタ構成になるか，pMOSFET および nMOSFET の記号を用いた回路図（トランジスタレベル回路図）を示せ．電源は V_{dd} と表記せよ．各入力信号の反転信号は用意されていないものとする．

(3)　$X=A\oplus B\oplus C$の論理動作を行う回路につき，2 入力 XOR ゲートのみを用いて構成する方法を，論理ゲート記号を用いた回路図（ゲートレベル回路図）で示せ．

(4)　(3)の回路とパスゲートを組み合わせることにより，$Y=(A\oplus B\oplus C)C+\overline{(A\oplus B\oplus C)}A$を出力する回路を，ゲートレベル回路図で示せ．

(5)　XOR 演算にも結合法則（$Y=A\oplus B\oplus C=(A\oplus B)\oplus C=A\oplus(B\oplus C)$）が成り立つことを踏まえて，$Y=(A\oplus B\oplus C)C+\overline{(A\oplus B\oplus C)}A$を簡単化し，この論理動作を行う CMOS 論理回路について，複合ゲートを使いトランジスタ数を削減することを考える．複合ゲートを用いた回路構成をトランジスタレベル回路図で示せ．インバータについては，論理ゲート記号を使ってもよい．電源は V_{dd} と表記せよ．根拠となる論理式の変形についても明記すること．

2．　図 1 に示すような，Moore 型有限状態遷移マシンの状態遷移図により動作が記述される順序回路につき，下記の問いに答えよ．ただし，この回路に対しては，クロック信号に同期して 1 ビット信号 A が連続的に入力されるとする．

(1)　状態 S0 からスタートし，A が 0→1→1→0→1→0→1→0→0 の順に入力されたときの状態遷移と出力遷移はどのようになるかを順を追って示し，この状態遷移マシンはどのような機能を持つ回路であるかを説明せよ．

(2)　この状態遷移マシンに対して，状態符号化法としてバイナリコード法を用い，状態遷移表と出力表を作成せよ．ただし，現状態を示す 2 ビットコードを C_1, C_0, 次状態を示す 2 ビットコードを C_1', C_0', 出力を Y とする．また，状態 S0, S1, S2 に対応する 2 ビットコードを，順に 00, 01, 10 に割り当てよ．

(3)　上記(2)で求めた状態遷移表と出力表から，次状態 C_1', C_0'の論理式を現状態 C_1, C_0 と入力 A の論理式で表し，出力 Y の論理式を現状態 C_1, C_0 の論理式で表せ．

(4)　上記(3)で求めた論理式をもとに，図 1 の動作を行う回路を，リセット端子付き D-FF，および論理ゲートを用いて構成した回路図を示せ．ただし，クロック信号を CLK，リセット信号を $\overline{\mathrm{CLR}}$ とせよ．

順序回路の状態遷移図

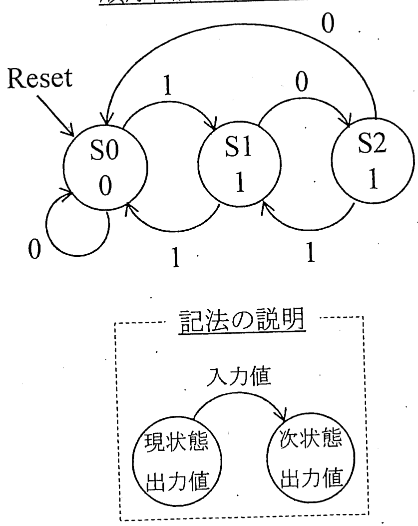

図 1

[2] 量子力学

1. 以下の問いに答えよ．

(1)　1 次元の座標表示での運動量演算子$\hat{p}$を具体的に示し，位置演算子$\hat{x}$との間に交換関係

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\,\hbar$$

が成り立つことを示せ．ただし，$\hbar$は換算プランク定数（ディラック定数）である．

(2)　1 次元の座標表示での運動量演算子の固有関数$u_p(x)$が満たす固有値方程式（微分方程式）を解いて$u_p(x)$を求めよ．ただし，固有値を p とする．

(3)　上で求めた固有関数が周期 a の周期関数であるとき，p が満たす条件を求めよ．

(4)　粒子の波動関数が運動量演算子の固有関数$u_p(x)$であるとき，粒子の位置の測定値の確率密度が一様であることを示せ．このことを不確定関係から説明せよ．

2.　放物線ポテンシャル $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$に閉じ込められている質量 m の粒子について，以下の問いに答えよ． ここで，ωはこのポテンシャル中を運動する粒子の古典的な固有振動数である．

(1)　粒子の波動関数を

$$\psi(x) = A\exp\left[-\frac{kx^2}{2}\right]$$

としたときシュレディンガー方程式がxの 2 次の恒等式に帰着されることを用いて定数 k とエネルギー固有値 E を求めよ．また，Aは規格化定数である．

(2)　上で求めた波動関数を規格化せよ．

(3)　粒子の状態が(2)で求めた波動関数で表されるとき，x^2の期待値を求めよ．

ここで，ガウス積分の公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-cx^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{c}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-cx^2} dx = \frac{1}{2c}\sqrt{\frac{\pi}{c}}$$

を使ってよい．

[3] 物性工学

1. x, y, z方向の単位ベクトル$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$を用いて，格子定数$a$の単純立方格子の基本並進ベクトルを$\vec{a}_1 = a\vec{e}_x, \vec{a}_2 = a\vec{e}_y, \vec{a}_3 = a\vec{e}_z$と書く．この単純立方格子において，質量$m$の電子のエネルギーを，時間に依存しないシュレディンガー方程式で考える．ここで，電子に働くポテンシャルを 0 として，電子の波動関数を$\varphi(x, y, z) = A\exp\{i(k_x x + k_y y + k_z z)\}$とする．$A$は定数で，$k_x, k_y, k_z$は$x, y, z$方向の電子波の波数である．結晶格子の逆格子ベクトルで表される電子波の回折により，電子に対する結晶格子の周期性の影響を取り入れることができる．以下の問いに答えよ．

(1) この単純立方格子の逆格子の基本並進ベクトル$\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$を用いて，逆格子ベクトルを$\vec{G} = n_1\vec{b}_1 + n_2\vec{b}_2 + n_3\vec{b}_3$と書く．ここで，$n_1, n_2, n_3$は整数である．$\vec{G}$を，$n_1, n_2, n_3, a, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$を用いて書け．

(2) 電子波の状態は，波数空間における(k_x, k_y, k_z)座標で与えられる．電子の波数空間における第 1 ブリュアン領域を模式的に図示せよ．模式図では，波数空間の座標軸をk_x, k_y, k_zとして，k_x, k_y, k_z軸における第 1 ブリュアン領域境界の切片を，それぞれaを用いて明記せよ．

なお，逆格子空間における原点とその原点に最も近接する逆格子の各点を結ぶ直線を考えると，それらの直線の垂直二等分面で囲まれる最小の体積を持つ立体が，逆格子空間における第 1 ブリュアン領域である．

(3) 電子の波数空間における第 1 ブリュアン領域（領域の境界を含む）の中で，電子が取り得るエネルギーの最大値をmとaを用いて書き表せ．

2. 三次元の自由電子気体モデルを考える．電子のエネルギーをEとして，単位体積および単位エネルギー当たりの電子の状態密度関数$D(E)$が，定数Aを用いて$D(E) = A\sqrt{E}$であるとする．電子の数密度をN，フェルミエネルギーをE_{F}として，温度$T = 0$の場合を考える．以下の問いに答えよ．

(1) Nを，AとE_{F}を用いて示せ．

(2) この電子系の内部エネルギー（個々の電子が持つエネルギーの総和）Uを，NとE_{F}を用いて示せ（Aは用いないこと）．

(3) 古典物理学では，N個の粒子からなる温度Tの理想気体の内部エネルギーは，ボルツマン定数k_{B}を用いて$U = \frac{3}{2}Nk_{\mathrm{B}}T$と書き表される．一方，この三次元の自由電子気体では，(2)で得られるように$T = 0$でも有限の内部エネルギーを持つ．この電子系が，$T = 0$で内部エネルギーを持つ理由を 150 字程度で説明せよ．

[4] 情報通信工学

1. インターネット 4 階層モデルについて，以下の問いに答えよ．
   (1) 4 階層全ての階層名を答えよ．また，その階層のうち，第 1 層と第 4 層に該当する OSI7 階層モデルの階層名を全て答えよ．
   (2) 一般的に端末よりネットワークが扱うデータ転送単位の方が小さい．そして，データ転送単位の分解・組立は端末側で行われる．それらの理由について 120 文字以上 150 文字以内で記述せよ．

2. 複数のセンサと 1 台の制御機器が 1M バイト／秒の通信路で接続されている．センサ単体で 6k バイト／分のセンサデータを出力する．このデータを 12 バイトごとに区切り，各々にヘッダ部 6 バイト，誤り補正用冗長部 2 バイトを付加してパケットとし，センサと制御機器の間でパケット通信を行う．センサ 1,500 個からデータを収集するために，必要な通信路の伝送効率を求めて%で答えよ．ただし，1.0×10^6 バイトを 1M バイト，1.0×10^3 バイトを 1k バイトとする．

3. 図 1 に示す線形システムで記述された伝送路について，以下の問いに答えよ．入力$x(t)$，出力$y(t)$のラプラス変換をそれぞれ$X(s)$，$Y(s)$とする．
   (1) 伝送路の伝達関数$F(s)$を求めよ．
   (2) 伝送路が安定となる条件をa, b を用いて表せ．
   (3) $a = 7, b = 11$ のとき，伝送路のインパルス応答$f(t)$を求めよ．

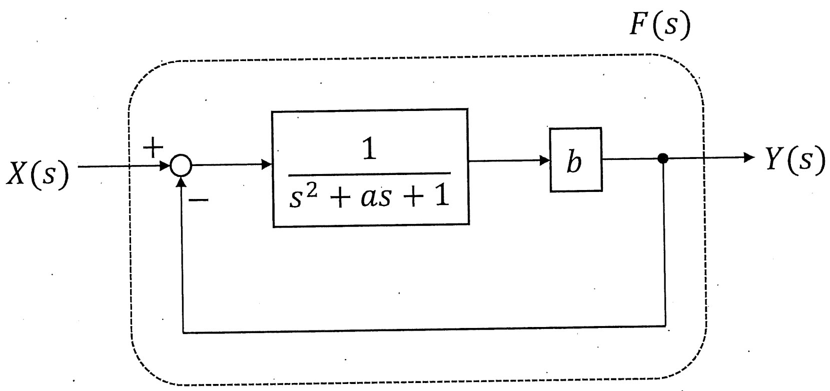

図 1

[5] 光エレクトロニクス

1. 図１に示すような光干渉計を考える．点Ａにおける電場振幅が E の単色平面波 Ee^{ikx}（波数 $k = 2\pi/\lambda$，波長 λ，点Ａから平面波進行方向への距離 x，$i = \sqrt{-1}$）が部分透過鏡（ビームスプリッター）に 45度入射して光路１と光路２に分離し，それぞれ距離 L_1，L_2 に置かれた反射率１の鏡M１，M２で反射して同じ経路を戻り，部分透過鏡に再び 45度入射して，それぞれ反射，透過した平面波が点Ｂで干渉する．ただし，部分透過鏡はどちらの面から入射した場合も，振幅反射率 r，振幅透過率 t（$|r|^2 + |t|^2 = 1$）とし，厚みは無視できるとする．また，部分透過鏡から点Ａ，点Ｂまでの距離を，それぞれ L_0, L_3 とし，媒質は空気（屈折率 1.0）とする．以下の問いに答えよ．

(1) 光路１を往復し，部分透過鏡で反射して点Ｂに達した光だけを考えたとき（光路２を遮断したとき），点Ａから点Ｂまでの光路長（光学距離）L，および点Ｂにおける光電場 E_{B1} を求めよ．

(2) 光路２を往復し，部分透過鏡を透過して点Ｂに達した平面波 E_{B2} と，(1)で求めた光路１を往復して点Ｂに達した平面波 E_{B1} が干渉したとき，点Ｂにおける光電場 E_B を求めよ．また，点Ｂの光強度と点Ａの入射光強度の比 $|E_B|^2/|E|^2$ を計算せよ．

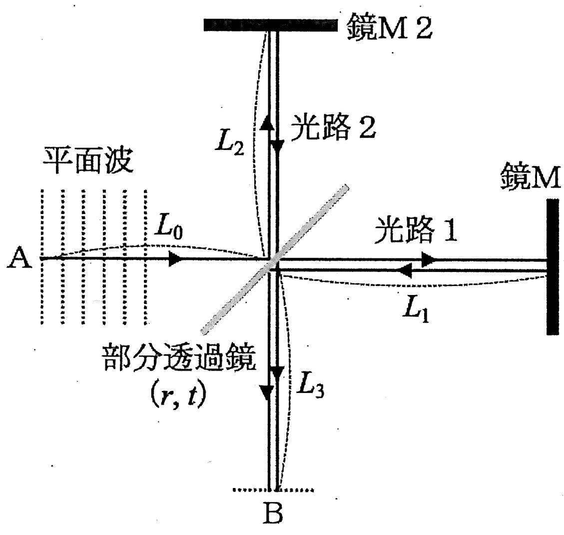

図１

(3) (2)で求めた点Ｂの光強度と入射光強度の比 $|E_B|^2/|E|^2$ が最小になるときの距離 L_1 と L_2 の関係式を，波長 λ を用いて表せ．また，そのときの点Ｂの光強度を求めよ．

(4) (2)で求めた点Ｂの光強度と入射光強度の比 $|E_B|^2/|E|^2$ が最大になるときの距離 L_1 と L_2 の関係式を，波長 λ を用いて表せ．また，そのときの強度比 $|E_B|^2/|E|^2$ を求めよ．さらに，得られた強度比を最大にする部分透過鏡の振幅反射率 r の条件を求めよ．

2. 次の事項について，それぞれ100～200字で説明せよ．適宜，図を用いてもよい．

(1) エバネッセント場

(2) ブリュースター角