平成２６年度

神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程 入学試験問題

注意事項

(1) 問題番号と同じ番号の解答用紙を使って解答してください．例えば問題 1 は，左上端に 1 と印刷されている解答用紙に答えを書いてください．解答用紙の番号と異なる問題を解答した場合，採点の対象となりません．

(2) 解答欄が不足した場合は，裏面に書いてよろしい．ただし，表と上下を逆にしてください．

(3) 受験番号と科目名の裏の部分には，何も書いてはいけません．

1. つぎの各問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x,y)=x^2-xy+2y^2+2x-y+1$ の極値を求めよ.

(2) 行列 $A=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&2&3\\2&0&2\end{pmatrix}$ の行列式 $|A|$ と逆行列 A^{-1} を求めよ.

2. つぎの各問いに答えよ.

(1) 収束半径 $r>0$ のベキ級数 $f(z)=\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}a_nz^n$ が, $|z|<r$ において関係式 $\dfrac{df}{dz}(z)=f(z)$ と $f(0)=1$ を満たすとき, ベキ級数 $f(z)$ とその収束半径 $r>0$ を求めよ.

(2) (1) で求めた $f(z)$ に対して, 複素積分

$$\int_C\left(z+\frac{1}{z}\right)^2 f\left(\frac{1}{z}\right)\,dz$$

の値を求めよ. ここで, C は原点を中心として反時計方向に向き付けられた単位円とする.

3. 関数 $f(x)=\begin{cases}2+x, & -2\le x\le 0,\\ 2-x, & 0<x\le 2,\\ 0, & |x|>2\end{cases}$ について, つぎの各問いに答えよ.

(1) $f(x)$ のフーリエ変換 $\hat{f}(t)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-itx}\,dx,\ -\infty<t<\infty$ を求めよ.

(2) (1) で求めた $\hat{f}(t)$ のフーリエ逆変換 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\hat{f}(t)e^{ixt}\,dt$ を利用して, 定積分 $\displaystyle\int_0^{\infty}\left(\frac{\sin t}{t}\right)^2dt$ の値を求めよ.

(3) (2) で求めた積分値と $f(2)=0$ となることを利用して, 定積分 $\displaystyle\int_0^{\infty}\left(\frac{\sin^2 t}{t}\right)^2dt$ の値を求めよ.

4. つぎの各問いに答えよ.

(1) $y=y(x),\ -\infty<x<\infty$ に関するつぎの線形微分方程式の 1 組の基本解を, 実数値関数として求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}+y=0$$

(2) $y=y(x),\ x>0$ に関するつぎの線形微分方程式を考える.

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}+y=0 \qquad (*)$$

変数変換 $x=e^t,\ y(x)=u(t)$ によって, $(*)$ を $u=u(t),\ -\infty<t<\infty$ に関する微分方程式として表し, その一般解 $u(t)$ を求めよ.

(3) 条件 $y(e)=2e,\ \displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\log x}\frac{dy}{dx}(x)=1$ を満たす $(*)$ の解 $y(x)$ を求めよ.