

北海道大学大学院情報科学研究科
メディアネットワーク専攻入学試験
平成 23 年 8 月 18 日 13:00－15:00
専 門 試 験 1

受験上の注意

- 机の上に置いてよいものは、筆記用具(鉛筆、消しゴム、鉛筆削りなど)、時計、特に指示があったもののみである。
- 時計は計時機能のみのものを使用し、アラームの使用を禁ずる。
- 携帯電話、PHS、電卓、電子手帳、参考書の使用を禁ずる。
- 問題紙の枚数は3枚で、問題紙は回収しない。
- 3問中、2 問を選択し解答せよ。また、その選択した問題番号は、別紙の選択問題番号の用紙に○で記入し、試験終了後に提出すること。
- 解答用紙の枚数は3枚で、問題ごとの専用の解答用紙を使用すること。解答用紙に受験番号の誤記、記入もれがないか、十分に確かめること。解答用紙に **裏へ続く** と記載がある場合は、裏面も使用するので注意すること。
- 草案紙の枚数は 2 枚である。草案紙は回収しない。

1-1 以下に示す行列 A を考える。以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

- (1) 行列 A が異なる二つの固有値をもつための条件を示せ。
- (2) $a = 2/3, b = 1/3$ であるとき、行列 A を対角化せよ。
- (3) (2) のとき、 $\mathbf{x}_n = A\mathbf{x}_{n-1}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) なる漸化式を考える。 $\mathbf{x}_0^T = (2, -1)$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{x}_n$ を求めよ。ただし、 \mathbf{x}_0^T は \mathbf{x}_0 の転置ベクトルを表す。

1-2 n 次の直交行列に関する以下の問いに答えよ。直交行列とは、 $Q^{-1} = Q^T$ を満たす行列である。ただし、 Q^T は Q の転置行列を表す。

- (1) 行列 A および B がともに直交行列であるとき、それらの積 AB も直交行列であることを示せ。
- (2) 直交行列 A に対し、 $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$ および $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$ なる変換を考えたとき、 $\mathbf{x}' \cdot \mathbf{y}' = \mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ であることを示せ。ただし、 $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{y}, \mathbf{y}'$ は n 次元列ベクトル、“ \cdot ” はベクトル間の内積演算を表す。
- (3) 直交行列の行列式は 1 か -1 となることを示せ。

1-3 ベクトル関数 $\mathbf{F} = (-y/(x^2 + y^2 + z^2), x/(x^2 + y^2 + z^2), 1/(x^2 + y^2 + z^2))$ に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) $\nabla \cdot \mathbf{F}$ を計算せよ。ただし、 ∇ は $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ なる微分演算子である。
- (2) xy 平面上における原点を中心とする単位円を C とするとき、 \mathbf{F} の線積分

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

を求めよ。ただし、 \mathbf{r} は C 上の点を表す。

2-1 以下の文章は仮想記憶方式について解説したものである。空欄にもっとも適切な用語を用語リストから選んで記号で埋めて完成させなさい。

仮想記憶方式はハードディスクなどの（ア ）を利用してコンピュータに実装されている主記憶装置よりも大きな記憶領域を仮想的に実現する仕組みである。仮想記憶方式は単に記憶領域を拡大するだけでなく、マルチプロセス環境で複数プロセスがそれぞれ使用するアドレス空間を主記憶装置上に重複しないように配置する機能も実現する。仮想記憶方式では、各プロセスが命令実行中に参照する（イ ）アドレスは、主記憶装置の番地を電氣的に指定する（ウ ）アドレスに変換された後にアクセスされる。この変換を行う論理回路が（エ ）である。主記憶装置の容量には限りがあるので、命令が参照しようとするアドレスが主記憶上に配置されていないこともある。主記憶上に存在しないアドレスをアクセスしたときに発生する割り込みが（オ ）割り込みである。この割り込みの動作は一般の割り込み処理と異なり、その割り込みを発生させた命令の実行をキャンセルして、直前の命令の完了時点の状態に戻って割り込み処理を開始する。

用語リスト (A) 同期 (B) 非同期 (C) 物理 (D) 論理 (E) 一次記憶装置
(F) 補助記憶装置 (G) 記憶管理機構 (H) ソフトウェア (I) ページフォルト

2-2 表2-1、表2-2の真理値表に対応する論理回路を「2入力 NAND」と「NOT」のみを用いて合成しなさい。

入力		出力	
X	Y	S	C
0	0	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

表2-1の真理値表

入力			出力
X	Y	Z	Q
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	0
1	1	0	1
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	1
1	1	1	1

表2-2の真理値表

裏に続く

2-3 コンピュータ上で実数は浮動小数点形式で表現されている。多くの CPU は IEEE754 規格の浮動小数点形式を採用しており、32bit 単精度の内部表現形式は以下のように定義されている。

ビット位置	b ₃₁	b ₃₀	b ₂₃	b ₂₂	b ₀
意味	S(符号)	E(指数部)	0 < E < 255	M(仮数部)	1.0 ≤ M < 2.0

ここで、仮数部 M の小数点は b₂₃ と b₂₂ の間にあり、M の最上位ビットは隠しビットとして省略されている。また、E=0 および E=255 の場合は個別に意味が定義されている。

IEEE754 規格の単精度浮動小数点表示では数値 N の値は $N = (-1)^S \times M \times 2^{(E-127)}$ となる。

N=0.0 は例外として b₃₁ - b₀ の全ビットが 0 のパターンとして定義されている。

この定義によれば、+0.75、-1280 は以下のビットパターンとなる。

ビット位置	b ₃₁	b ₃₀	b ₂₃	b ₂₂	b ₀				
+ 0 . 7 5	0	0111 1110		100	0000	0000	0000	0000	0000
− 1 2 8 0	1	1000 1001		010	0000	0000	0000	0000	0000

これらを踏まえて、以下の問いに答えなさい。

(2-3-1) 以下のビットパターンで表現される浮動小数点数の値を求めなさい。

ビット位置	b ₃₁	b ₃₀	b ₂₃	b ₂₂	b ₀				
(ア)	0	0111 1111		111	0000	0000	0000	0000	0000
(イ)	1	0111 1100		010	0000	0000	0000	0000	0000

(2-3-2) 以下の数値を 32bit IEEE 浮動小数点にした場合のビットパターンを求めなさい。

(ア) -32.5

(イ) +0.875

2-4 一般的な CPU の命令セットが提供するアドレッシングモードのうち、以下の(ア)～(エ)について、オペランドとなる値がどこに存在するかを簡潔に説明しなさい。

(ア) 即値アドレッシング (Immediate Addressing)

(イ) レジスタ間接アドレッシング(Register Indirect Addressing)

(ウ) 絶対アドレッシング (Absolute Addressing)

(エ) プログラムカウンタ相対アドレッシング (Program Counter Relative Addressing)

3-1 関数 $v(t)$ が以下のように定義されているとする.

$$v(t) = \begin{cases} e^{-at}, & t \geq 0 \\ -e^{at}, & t < 0 \end{cases}$$

ただし, a は正の実定数である. このとき, 以下の問題に答えなさい.

- (1) $v(t)$ のフーリエ変換 $V(\omega)$ を求めなさい.
- (2) 関数 $\text{sgn}(t)$ を次式で定義する.

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$

このとき,

$$\text{sgn}(t) = \lim_{a \rightarrow 0} v(t)$$

であることを用いて, $\text{sgn}(t)$ のフーリエ変換を求めなさい.

3-2 2つの離散時間システムの伝達関数が、それぞれ次のように与えられている。

(a)

$$H_1(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + 2z^{-2} + z^{-3}}{1 + z^{-1}}$$

(b)

$$H_2(z) = \frac{24 - 12z^{-1} + z^{-2}}{6 - 5z^{-1} + z^{-2}}$$

このとき、以下の問題に答えなさい。

- (1) (a) および (b) のシステムについて、そのインパルス応答をそれぞれ求めなさい。
- (2) (a) および (b) のシステムが、有限インパルス応答システム、または無限インパルス応答システムのどちらであるかをそれぞれ答えなさい。
- (3) (a) および (b) のシステムが安定か不安定かそれぞれ答えなさい。また、その理由も述べなさい。