# 京都大学大学院情報学研究科 通信情報システム専攻 修士課程入学者選抜試験問題 (平成25年度10月期入学・平成26年度4月期入学)

Admissions for October 2013 and for April 2014
Entrance Examination for Master's Program
Department of Communications and Computer Engineering
Graduate School of Informatics, Kyoto University
平成25年8月6日 9:00 – 12:00
August 6, 2013 9:00 a.m. - 12:00 noon

### 専門基礎A

#### **Problem Set A**

#### 注意 (NOTES)

- 1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
- 2. これは<u>「専門基礎A」</u>の問題用紙で、表紙共に15 枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
- 3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。4問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
- 4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1間の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で 裏面を使用してもよい。
- 5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
- 6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
- 7. 解答は日本語または英語で行うこと。
- 1. Do not open the pages before a call for starting.
- This is the "Problem Set A" in 15 pages including this front cover.
   After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
- 3. Answer 4 of the following 9 questions; A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
- 4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating "Over" at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
- 5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
- 6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
- 7. Answer the questions either in Japanese or English.

## 専門基礎A

A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9 の9問から4問を選択して解答せよ。

#### Problem Set A

Choose and answer 4 questions out of A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9.

A-1

下記のすべての問に答えよ.

Answer all the following questions.

- (1)  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$  (ただしp, q は正の実数) とする. 次の問に答えよ. Let  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$  where p and q are real and positive. Answer the following questions.
  - (a) pの関数としての qの概形を図示し、pと qのとり得る範囲を求めよ. Sketch the graph of q as a function of p. And find the ranges of p and q.
  - (b) 次の関数 f(x) が  $f(x) \ge 0$  であることを示せ. Show the following function f(x) satisfies  $f(x) \ge 0$ .

$$f(x) = \frac{1}{p} x^p - x + \frac{1}{q} \quad (x > 0)$$

(c) a,b が正の実数のとき、次の不等式が成立することを示せ、 $(f(ab^{1-q})$  を考えてみよ。)

Let a and b be real and positive. Show the following inequality holds. (Examine  $f(ab^{1-q})$ .)

$$ab \le \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$$

(d) 区間 [c,d] (c,d) は実数) において連続な実関数 g(x), h(x) について、次の不等式が成立することを示せ、なお、 $\int_c^d |g(x)|^p \, \mathrm{d}x > 0$ 、 $\int_c^d |h(x)|^q \, \mathrm{d}x > 0$  である. Let c and d be real. Let g(x) and h(x) be continuous real functions in the interval [c,d], and satisfy  $\int_c^d |g(x)|^p \, \mathrm{d}x > 0$ ,  $\int_c^d |h(x)|^q \, \mathrm{d}x > 0$ . Show the following inequality holds.

$$\int_{c}^{d} |g(x)| |h(x)| \, \mathrm{d}x \le \left( \int_{c}^{d} |g(x)|^{p} \, \mathrm{d}x \right)^{1/p} \left( \int_{c}^{d} |h(x)|^{q} \, \mathrm{d}x \right)^{1/q}$$

(2) n次正方行列 A と n次元列ベクトルx を考える.  $x \neq 0$  に対して Ax = 0 (0 は零ベクトル) となるとき,A の行列式が 0 となることを次の 2 つの場合 (a), (b) について示せ. (a) n = 3 の場合, (b) n への条件がない場合.

Let A be a square  $n \times n$  matrix. Let x be an  $n \times 1$  row vector. Show that if Ax = 0 for  $x \neq 0$ , where 0 is the zero vector, then the determinant of A equals to zero in the next two cases; (a) in the case of n = 3, (b) no condition on n.

下記の問(1),(2),(3)から2つを選んで答えよ.

Answer two of the following questions (1), (2), and (3).

(1) フーリエ変換に関する下記の間に答えよ. ただし, 関数 f(t) のフーリエ変換  $F(\omega)$  は次式で定義される.

Answer the questions below related to a Fourier transform. Note the Fourier transform of a function f(t) is defined as

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \qquad (i = \sqrt{-1})$$

(a) 次の関数 f(t), g(t) のフーリエ変換を求めよ.

Find the Fourier transforms of f(t) and g(t) defined in the following.

$$f(t) = \begin{cases} 1 & (|t| < a) \\ 0 & (|t| > a) \end{cases} \quad (0 < a)$$

$$g(t) = \operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & (t > 0) \\ -1 & (t < 0) \end{cases}$$

(ヒント) g(t) のフーリエ変換は次のように考えるとよい.

(Hint) The Fourier transform of g(t) may be found taking the following equation into account.

$$\operatorname{sgn}(t) = \lim_{\alpha \to +0} (e^{-\alpha t} u(t) - e^{\alpha t} u(-t))$$
  $u(t) = \begin{cases} 1 & (t > 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$ 

(b) 次の関数 h(t) のフーリエ変換を求めよ.

Find the Fourier transform of h(t) defined in the following.

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u)g(t-u)du$$

(c) 問(a), (b) の結果を利用して, 次の定積分を求めよ.

Evaluate the following finite integral taking into account the results of questions (a) and (b).

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin a\omega \sin b\omega}{\omega^2} d\omega \quad (0 < a < b)$$

(2) 下記の微分方程式の一般解を求めよ. ただし、N は1以上の整数である.

Find the general solution of the following differential equation, where N is an integer greater than or equal to 1.

$$\frac{\mathrm{d}^{N+2}y}{\mathrm{d}x^{N+2}} - \frac{\mathrm{d}^{N}y}{\mathrm{d}x^{N}} = 1$$

(3) 下記の問に答えよ.

Answer the following questions.

(a) 次の積分について,  $z=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$  ( $\mathrm{i}=\sqrt{-1}$ ) と置いて, 複素積分に変換せよ. By using  $z=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$  ( $\mathrm{i}=\sqrt{-1}$ ), transform the following equation into complex integra-

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{1 - 2a \cos \theta + a^2} d\theta \quad (0 < a < 1)$$

(b) 問(a)の結果を用いて、積分 I を求めよ.

Evaluate the integral I taking the result of question (a) into account.

下記のすべての問に答えよ.

Answer all the questions below.

(1) コンデンサの静電容量に関する以下の問に答えよ。

Answer the following questions about capacitance of a capacitor.

(a) 間隔が d で面積が同じ平行平板電極の間に 2 層の誘電体がつめられており、それぞれの誘電率 が $\varepsilon_1$  と $\varepsilon_2$  で、厚みが $d_1$  と $d_2$  であるとする。なお、 $d=d_1+d_2$  である。このコンデンサの単位面積当たりの静電容量を求めよ。但し、端効果は無視できるとする。

Consider a pair of metallic plates with equal area separated by a distance d. Suppose two layers of dielectric with respective dielectric constant of  $\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_2$ , and thickness of  $d_1$  and  $d_2$  are inserted between the plates. Note  $d = d_1 + d_2$ . Find capacitance per unit area for this capacitor. The edge effect can be neglected.

(b) 問(a)と同形状のコンデンサについて、誘電率が一方の電極で  $\varepsilon_1$  であり、他方の電極までの距離 x とともに  $e^{-x/d}$  に比例して変化する厚み d の誘電体を挿入した場合に、このコンデンサの単位面積当たりの静電容量を求めよ。

Consider a capacitor with the same shape as in question (a). Suppose this is filled with dielectric with a thickness of d, where the dielectric constant is  $\varepsilon_1$  at one plate, and the value varies in proportion to  $e^{-x/d}$  as a function of the distance x toward the other plate. Find capacitance per unit area for this capacitor.

(2) 電磁気学に関する次の用語を説明せよ。

Explain the meanings of the terms related to the electromagnetism shown below.

(a) ビオ・サバールの法則

Biot-Savart law

(b) (電気)影像法

(Electric) image method

(c) 誘電分極

Dielectric polarization

下記のすべての問に答えよ. (English translation is given on the next page.)

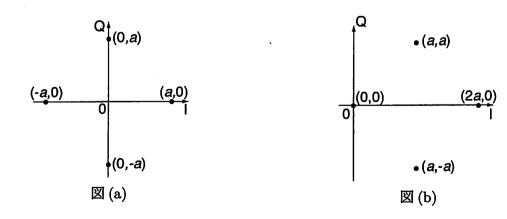
(1) アナログ変調方式に関する以下の問に答えよ. 搬送波信号 c(t) とベースバンド信号 s(t) は次式で与えられる.

$$c(t) = A\cos\omega_0 t \tag{1}$$

$$s(t) = m\cos\omega_{\rm m}t\tag{2}$$

ただし, A, m は定数,  $\omega_0$  は搬送波の角周波数,  $\omega_m$  はベースバンド信号の角周波数であり,  $\omega_m \ll \omega_0$  とする.

- (a) 式(1), (2) を用いて、AM (amplitude modulation) 変調信号  $u_{AM}(t)$ , DSB-SC (double side band with suppressed carrier) 変調信号  $u_{DSB}(t)$ , SSB (single side band) 変調信号  $u_{SSB}(t)$  について式を示せ.
- (b) AM 変調信号  $u_{\rm AM}(t)$  のフーリエ変換  $\Phi_{\rm AM}(\omega)$  を導出し、周波数スペクトルを図示せよ。
- (c) AM変調信号を同期検波方式により復調する受信機の構成を図と数式を用いて説明せよ.
- (2) ディジタル変調方式に関する以下の問に答えよ.
  - (a) 図(a), 図(b) に示す2つの信号点配置について平均電力を比較せよ。ただし、各シンボルは等確率で利用するとする。
  - (b) 図 (a) に示した信号点配置についてパスバンド信号の式を示せ、なお、送信フィルタのインパルス応答を p(t), I チャネルと Q チャネルの情報系列をそれぞれ  $I_k \in \{-1,1\}$ ,  $Q_k \in \{-1,1\}$ , シンボル間隔を T, 搬送波の角周波数を  $\omega$  とする.
  - (c) 図(a), 図(b)の2つの信号点配置のビット誤り率を定量的に比較せよ。
  - (d) 図 (b) の信号点配置を用いた場合の周波数スペクトルを示せ、ただし、送信フィルタの インパルス応答 p(t) は  $\frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}$  とする.



#### Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions related to analog modulation schemes.

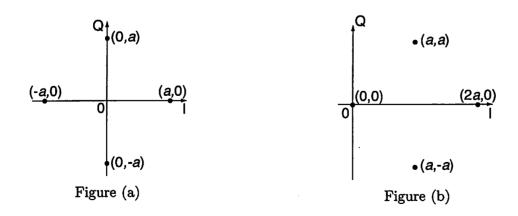
The carrier signal c(t) and the baseband signal s(t) are given by the following equations:

$$c(t) = A\cos\omega_0 t \tag{1}$$

$$s(t) = m\cos\omega_{\rm m}t\tag{2}$$

where A, m are constant values,  $\omega_0$  is the angular frequency of the carrier signal,  $\omega_m$  is the angular frequency of the baseband signal, and  $\omega_m \ll \omega_0$ .

- (a) Show the amplitude modulation (AM) signal  $u_{AM}(t)$ , the double side band with suppressed carrier (DSB-SC) signal  $u_{DSB}(t)$ , and the single side band signal  $u_{SSB}(t)$  by using Eqs. (1) and (2).
- (b) Find  $\Phi_{\rm AM}(\omega)$  which is the Fourier transform of the AM signal  $u_{\rm AM}(t)$ . Draw the frequency spectrum of  $\Phi_{\rm AM}(\omega)$ .
- (c) Explain the AM receiver which adopts a coherent detection scheme by using a block diagram and equations.
- (2) Answer the following questions related to digital modulation schemes.
  - (a) Compare the average powers of two constellations shown in Figures (a) and (b). Assume that the symbols displayed in Figures (a) and (b) are equally likely.
  - (b) Find the formula that gives the modulated pass-band signal using the constellation shown in Figure (b). Assume that the symbol duration is T, the carrier angular frequency is  $\omega$ , the impulse response of the transmit filter is p(t), and the information sequences of I-channel and Q-channel are  $I_k \in \{-1, 1\}$  and  $Q_k \in \{-1, 1\}$ , respectively.
  - (c) Quantitatively compare the bit error ratio of the signals using the constellations shown in Figures (a) and (b).
  - (d) Draw the frequency spectrum of the signal using the constellation shown in Figure (b), where the impulse response of the transmit filter is  $p(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}$ .



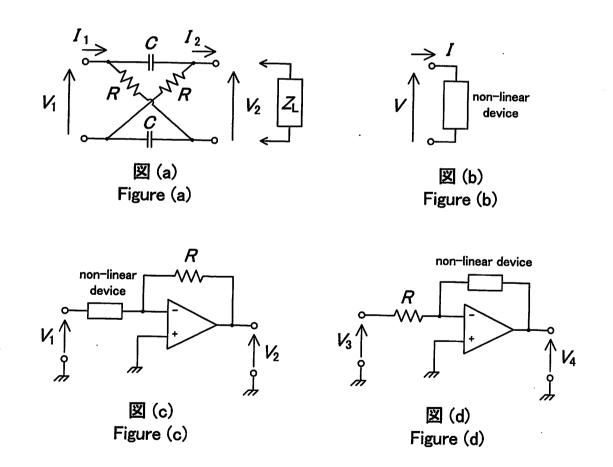
下記のすべての問に答えよ.

(English translation is given on the next page.)

- (1) 図(a)に示す2端子対回路(4端子回路)について,以下の問に答えよ.
  - (a) 回路に負荷  $Z_L$  が接続されている時, $Z_L$  の消費電力が最大になる条件を求めよ.
  - (b) 回路の縦続行列を求めよ. ただし縦続行列の定義は以下の通りである.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

- (2) 電流(I)ー電圧(V)特性がV=f(I)である非線形デバイス $(\boxtimes(b))$ がある. 理想的な演算増幅器を用いた回路について、下記の間に答えよ.
  - (a) 図(c)の回路のV2/V1を求めよ.
  - (b) 図(d)の回路の $V_4/V_3$ を求めよ.
  - (c) 図(c)の回路が対数増幅器として動作するために必要な、f(I)の関数形を求めよ.

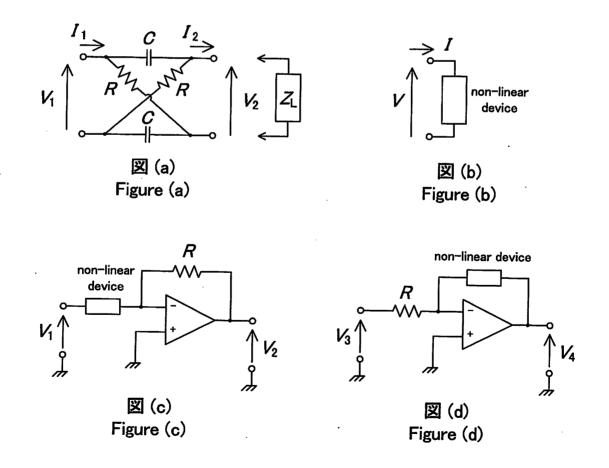


Answer all the following questions.

- (1) Answer all questions on the two-port network (four-terminal network) in Figure (a).
  - (a) When a load  $Z_{\rm L}$  is connected to the network, find the condition that maximizes the power consumption at  $Z_{\rm L}$ .
  - (b) Find the cascade parameters of the network, while definition of the cascade parameters is as follows.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

- (2) There is a non-linear device (Figure (b)) that has the current (I) voltage (V) function V = f(I). Answer all questions according to the circuits with ideal operational amplifiers.
  - (a) Find  $V_2/V_1$  of the circuit in Figure (c).
  - (b) Find  $V_4/V_3$  of the circuit in Figure (d).
  - (c) Find the function f(I) of the non-linear device when the circuit in Figure (c) works as a logarithmic amplifier.



下記のすべての問に答えよ.

Answer all the following questions.

(1) 記憶のない情報源について以下の問に答えよ.

Answer the following questions regarding memoryless information sources.

- (a) 表 (a) で示される情報源 A のエントロピーを求めよ. Find the entropy of the information source A defined in Table (a).
- (b) 表 (a) で示される情報源 A に対する 2 元瞬時符号を考える。 平均符号長が間 (a) で求めたエントロピーと等しくなる符号の例を示せ。

Consider a binary instantaneous code for the information source A defined in Table (a). Show an example of a code with which the expected code length becomes equal to the entropy found in question (a).

(c) 表 (b) に示す情報源 S の算術符号化を考える。半開区間 [0,1) においてメッセージ " $s_1,s_2,s_1$ " に対応する区間 [x,y) を 10 進数で表せ、

Consider an arithmetic code for the information source S defined in Table (b). Show the interval [x, y) that represents a message " $s_1, s_2, s_1$ " in the half open interval [0,1). Use decimal numbers for x and y.

表 (a): Table (a)

Alphabet	Probability
$a_1$	0.5
$a_2$	0.25
$a_3$	0.125
$a_4$	0.125

表(b): Table(b)

Alphabet	Probability
$s_1$	0.75
$s_2$	0.25

#### (2) 通信路に関する以下の問に答えよ.

Answer the following questions related to channels.

- (a) ビット誤り率 p の 2 元対称通信路 (BSC) の通信路行列を示せ. Show the channel matrix of the binary symmetric channel (BSC) with bit error probability p.
- (b) ビット誤り率pの BSC の通信路容量が次式で与えられることを示せ、また、これをp の関数として図示せよ。

Show that the channel capacity of the BSC with bit error probability p is given by the following expression. In addition, graph it as a function of p.

$$1 + p \log_2 p + (1 - p) \log_2 (1 - p)$$

- (c) ビット誤り率pとqの2つのBSCを縦続接続した通信路の通信路容量を求めよ. Find the capacity of a cascade of two BSCs with bit error probabilities p and q.
- (d) 問 (c) で求めた通信路容量が最大となる条件を求めよ. Find the conditions that maximize the capacity found in question (c).

以下の疑似コードで書かれたソーティングアルゴリズムについて設問に答えよ. なお, 疑似コードの読み方や各変数の意味等も問題の一部であるから, 妥当な判断をすること..

#### ISORT(A)

```
for i=2 to n
    do j <- i
    while A[j]<A[j-1] and j-1>0
        do SWAP(A,j)
        j <- j-1</pre>
```

- (1) 例題(長さが10程度の数の列)を使って、このアルゴリズムがどのように動作するか説明せよ.
  - (2) SWAP とはどのようなサブルーチンであるかを説明せよ.
- (3) このソーティングアルゴリズムはどのような入力に対して高速に動作するかを議論せよ.逆に低速になる入力に関しても議論せよ.
- (4) このソーティングアルゴリズムの動作時間を上手く表現する入力のパラメータを考えよ. そのパラメータに応じた動作時間を解析せよ.

なお、質問は一切受け付けない. 問題に不審のある場合はそのことを明記し、妥当な仮定を設定して解答すること. 解答は細部にこだわりすぎるよりは、アイデアを分かりやすく説明することが重要である. ただ、説明が大雑把過ぎて基本的事項を誤解していると採点者が判断することが無いように注意すること.

Answer the questions on the following algorithm written in pseudo code. How to read the code and what kind of variables used in it are also a part of the problem, so do appropriate interpretations for them.

#### ISORT(A)

```
for i=2 to n
    do j <- i
    while A[j] < A[j-1] and j-1>0
        do SWAP(A,j)
        j <- j-1</pre>
```

- (1) Explain how this algorithm works using an example of the input (a sequence of numbers of length, e.g., 10).
- (2) Explain what kind of subroutine SWAP is.

- (3) Observe for what kind of inputs this algorithm works well. Conversely observe for what kind of inputs this algorithm works poorly.
- (4) Give a parameter on the input that well describes the computation time of this algorithm. Analyse the computation time of the algorithm using that parameter.

Your questions about the problem will NOT be answered. If you think there is a flaw in the problem, first make it clear. Then make some reasonable assumption or correction and give your answer. Your answer should be easy to read, namely it is more important to make the basic idea clear rather than to go to too much detail. At the same time, if your answer is too sloppy, it would cause a doubt that you are making some fundamental misunderstanding or confusion.

以下の全ての設問に答えよ.

Answer all the questions below.

(1) 2進表現について,以下の問に答えよ.

Answer the following questions on the binary number system.

(a) +49 および -49 を8ビットの2の補数表現で表せ.

Express +49 and -49 in the 8-bit two's complement representation.

(b) 8ビットの2の補数表現の2進数 01100110 および 11100110 を8ビット符号・絶対値表現に変換せよ.

Convert 8-bit two's complement binary numbers 01100110 and 11100110 into the 8-bit sign-and-magnitude representation.

- (c) 次の8ビットの2の補数表現の2進数体系での加算および減算の結果を示せ. Show the results of the following additions and subtractions in the 8-bit two's complement binary number system.
- (i) 11100110+11110010 (ii) 10101010+10010101 (iii) 11100110-00001110
- (d) 6ビットの2の補数表現の2進数 101010 を8ビットに拡張せよ. Extend the 6-bit two's complement number 101010 to 8-bit.
- (2) 桁上げ保存加算を用いて四つの2進数すべてを足し合わせる方法について説明せよ. ただし, 最終段の加算には桁上げ先見加算器を使用するものとする. Explain the method of adding four binary numbers together using carry save addition. Note a carry lookahead adder is used for the final sum.
- (3) 次の三つの実現方式のプロセッサにおいて, 実行命令数が 100,000 で, 命令ミックスが, クラス A:50%, クラスB:30%, クラスC:10%, クラスD:10%であるプログラムを実行した場合の計算時間を求めよ.

Show the execution time of a program of 100,000 executed instructions with instruction mix of class A: 50%, B: 30%, C: 10%, and D: 10%, in the following three processor implementations.

- (a) クロック・サイクル時間が 2ns の単一サイクル方式のプロセッサ. Single-cycle implementation with clock cycle time of 2 ns.
- (b) クロック・サイクル時間が 500ps で、命令のクラス毎のCPI(clock cycles per instruction)が、クラスA:4、クラスB:5、クラスC:4、クラスD:3であるマルチサイクル方式のプロセッサ・Multiple-cycle implementation with clock cycle time of 500 ps, where CPI (clock cycles per instruction) of instructions in class A, B, C, and D are 4, 5, 4, and 3, respectively.
- (c) クロック・サイクル時間が 500ps の5段パイプライン方式のプロセッサ. ただし, クラスDの命令で必ず1サイクルだけストールし, 他のパイプライン・ハザードは発生しない. 5-stage pipelined implementation with clock cycle time of 500 ps. It stalls one cycle for

instructions in class D. There is no other pipeline hazard.

(1) 以下の Scheme プログラムの実行後に変数 y1, y2 が指す構造を、ペアを表す箱とポインタを表す矢印を使って示せ、

Describe the structures to which variables y1 and y2 point after executing the following Scheme program, by using boxes representing pairs and arrows representing pointers.

```
(define x (cons 1 (cons 2 '())))
(define y1 (cons x (cons 4 x)))
(define y2 (cons 1 (cons 2 (cons 3 '()))))
(set-cdr! (cddr y2) (cdr y2))
(set-cdr! y2 (cddr y2))
```

(2) Scheme のメタサーキュラインタプリタに新しい構文 (while  $e_0$   $e_1$  ... $e_n$ ) (ただし  $n \ge 1$ ) を 追加することを考える. この構文は式  $e_0$  を評価し、偽であれば、() を返し、真であれば式  $e_1$ ,...,  $e_n$  を順に評価した後、再び while 式全体を評価する、というものである.

Consider an extension of a metacircular interpreter written in Scheme with a new syntactic form (while  $e_0$   $e_1$  ...  $e_n$ ) (where  $n \ge 1$ ). This expression first evaluates expression  $e_0$ . If the value of  $e_0$  is false, then it returns '(). Otherwise,  $e_1$ , ...,  $e_n$  are evaluated in this order and then the whole while expression is evaluated again.

(a) 以下のプログラムの実行後の変数 x の値を答えよ.

Answer the value of variable x after executing the following program.

```
(define x 0)
(define i 10)
(while (< 0 i) (set! x (+ x i)) (set! i (- i 1)))</pre>
```

(b) (while  $e_0$   $e_1$  ... $e_n$ ) を派生表現 (derived expression) として実装する場合,下に示す変換後の式の ? 部分には何が入るか答えよ.ただし,f は入力プログラムのどこでも使われていない識別子であることを仮定してよい.

# (begin (define (f) ? (f))

(c) (b) の変換を行う Scheme 手続き (while->combination exp) の定義を与えよ. (入力となる 式を表す引数 exp は while 構文の形であることを仮定してよい.)

Give the definition of a Scheme function (while->combination exp) which performs the translation above. (It can be assumed that the argument expressenting the input expression is a while expression.)