東京工業大学大学院理工学研究科　電気電子工学専攻・電子物理工学専攻
大学院修士課程入試問題　平成23年8月17日実施

専門科目　　電磁気学 (午後)　　24 大修

時間　13:30 〜 15:00

電気電子工学
電子物理工学

注 意 事 項

1. 解答は問題ごとに指定されている答案用紙に記入せよ。
2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。

1.　原点 O から距離 d の点 P に点電荷 q がある。直線 OP 上で原点 O から距離 f の点 P’ に点電荷 $-kq$ がある（図 1.1）。ただし，$f < d$, $0 < k < 1$ とする。また，空間の誘電率を ε_0 とする。以下の問に答えよ。

1）　点 P, P’ から，それぞれ距離 r_1, r_2（$r_1 > r_2$）の点 Q の電位 V を求める式を示せ。ただし，無限遠の電位を 0 とする。

2）　電位 V が 0 となる点 Q は球面上にあることを導け。（図 1.1 の x, y, z 座標を用いて説明せよ。）また，その球の半径と中心の位置を求めよ。

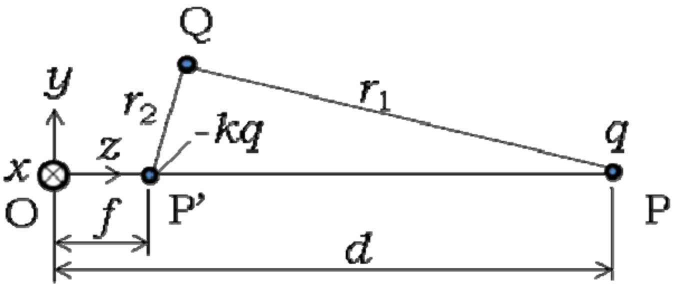

図 1.1

半径 a の接地した導体球の中心 O’ から d の距離 ($d > a$) の点 P に正の点電荷 q を置いたときの導体球の外側の電界分布を考えるため，直線 O’P 上に O’ から f の距離 ($f < a$) の点 P’ に置かれた映像電荷 $-kq$ を想像する（図 1.2）。また，導体以外の誘電率を ε_0 とする。
以下の問に答えよ。

3）　k と f の値を求めよ。

4）　導体球表面における面電荷密度の最大値と最小値とその位置を求めよ。

5）　導体球表面上の全電荷を求めよ。

6）　点 P と P’ を含む面内における，点電荷 q から導体球までの電気力線の概略を描け。

7）　点電荷 q が導体球から受ける力を求めよ。

8）　点電荷 q が，直線 PO’ 上を点 P から O’ に向かって一定速度 v で接近するとき，接地導線に流れる電流を求めよ。

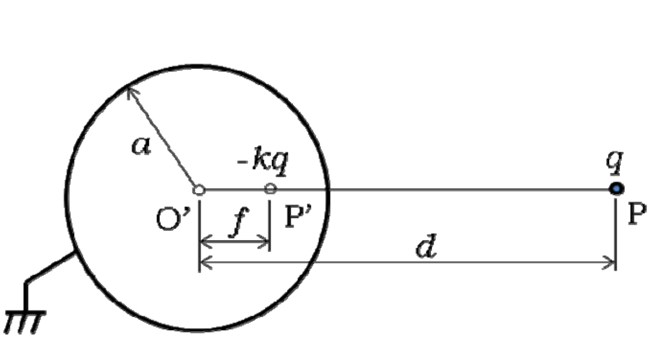

図 1.2

2. 素子や物質を流れる電流に関して，以下の問に答えよ。ただし，電子の電荷量として $-e$ を，また質量として m を用いよ。

1) 漏れ電流のない理想的なコンデンサに，図 2.1 のような三角波電圧を印加したときに流れる電流について考える。導体には伝導電流が流れるが, コンデンサでは何が起きているか説明せよ。この考察をもとに, 電流 $i(t)$の時間変化を解答欄に図示せよ。ただし，配線抵抗は無視する。

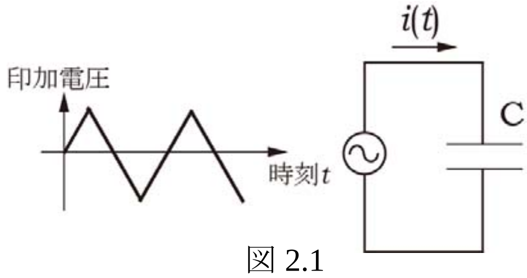

図 2.1

2) オームの法則を，電磁気学をもとに考える。次の文章の解答欄(a)～(e)を埋めよ。
　導体中で，電子は熱運動によりイオンとの衝突を常に繰り返しており，これに直流電界 $\boldsymbol{E}$ を印加すると, 電子は衝突を繰り返しながら集団として平均速度 $\boldsymbol{v}$ で移動して行く。この現象を，次のようにモデル化しよう。電子は，電界によって $\boldsymbol{f}=$ $\boxed{\text{(a)}}$ で表せる力を受ける一方，近似的に速度 $\boldsymbol{v}$ に比例した抵抗力（比例係数を k とする）も受ける。これらを合わせると，電子の運動方程式は $m\dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}=$ $\boxed{\text{(b)}}$ と書ける。定常状態においては，時間によらず速度 $\boldsymbol{v}$ は一定なので，電子の速度は $\boxed{\text{(c)}}$ と表される。単位体積あたりに N 個の電子があるとすると，電流密度は電子の速度を用いて $\boldsymbol{J}=$ $\boxed{\text{(d)}}$ と書けることから，オームの法則 $\boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E}$ が導かれることがわかる。ただし $\sigma=$ $\boxed{\text{(e)}}$ である。

3) 図 2.2 のように導体中を y 方向へ電流密度 J_y で電流が流れているとき，x 方向に磁束密度 B_x の磁場を印加する。このとき導体内部では，z 軸に平行な電界 E_z が生じる。この電界は，$E_z=aJ_yB_x$ のように電流密度と磁束密度に比例する。この比例係数 a を求めよ。ただし，単位体積あたり N 個のキャリアが存在し，キャリアは電子とする。

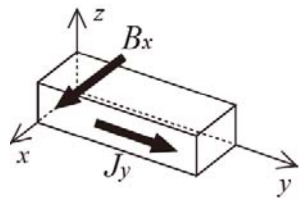

図 2.2

4) 設問 2)で電子が全く衝突を受けない場合，$\dfrac{d\boldsymbol{J}}{dt}=\dfrac{Ne^2}{m}\boldsymbol{E}$ が成り立つことを示せ。また，このとき $\dfrac{d}{dt}\left(\mathrm{rot}\boldsymbol{J}+\dfrac{Ne^2}{m}\boldsymbol{B}\right)$ を求めよ。ただし，$\boldsymbol{B}$ は磁束密度を表す。

5) アンペール・マクスウェルの式 $\mathrm{rot}\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\dfrac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$ をもとに，$\mathrm{rot}\boldsymbol{J}+\dfrac{Ne^2}{m}\boldsymbol{B}=\boldsymbol{0}$ の場合について考える。ここで，$\boldsymbol{H}$ と $\boldsymbol{D}$ は，磁界および電束密度である。このとき，$x\geq 0$ の領域に無限に広がる導体の内部では，磁束密度の大きさが $B(x)=B_0\exp\left(\dfrac{-x}{\lambda}\right)$ と求まり，導体表面からの距離 x に対して指数関数的に減衰することが分かる（導体の透磁率は μ_0 とする）。ここで λ は侵入長と呼ばれる。この λ を，$N, m, e,$ および μ_0 を用いて表せ。ただし，磁束密度の時間的変化は極めて小さいものとする。なお，必要に応じてベクトル公式 $\nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{H})=\mathrm{grad}(\nabla\cdot\boldsymbol{H})-\nabla^2\boldsymbol{H}$ を用いること。