平成１６年度大学院工学研究科（博士前期課程）専門試験問題

問題 11　静電磁界・定常電流

すべての設問に解答すること。

注意：ここでは、物理量はすべて SI 単位系で表わされているとする。また、真空中の誘電率と透磁率を、それぞれ ϵ_0、μ_0 とする。

問 1. 図 1 のように、半径 a の導体球を、内半径 b、外半径 c の導体球殻が同心状に囲んでいる。($a < b < c$ である。) 導体球と導体球殻の間に、誘電率 ϵ_1 の物質が半径 t まで詰まっており、その外側に誘電率 ϵ_2 の物質が詰まっている。($a < t < b$ である。) 導体球に電荷 Q を与え、導体球殻を接地する。

（１）導体及び誘電体中の電界の強さ E、電束密度の大きさ D 及び電位 V を、中心からの距離 r の関数として求め、それらの概略を図示せよ。

（２）導体球と導体球殻間の静電容量を求めよ。

（３）２つの誘電体内の電界について、それらの強さの最大値が一致するための条件を示せ。

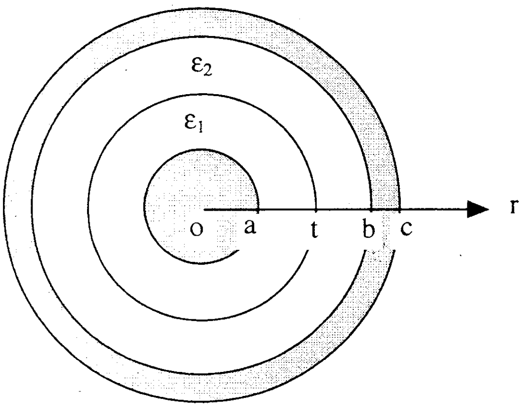


図 1：導体球と導体球殻及び導体間を埋めている誘電体

問 2. 長さ無限、半径 R の円柱状導体がある。導体の透磁率を μ とする。円柱導体の中心を通る軸（z 軸とする）方向に、均一な電流 J が流れている。xy 面内の磁束密度 $\vec{B}$ を求めよ。

問題 12　交流回路・アナログ電子回路

設問すべてについて解答すること。

問１　図１に示す電気回路について，以下の問に答えよ。　ただし，自己インダクタンス L，抵抗 r，角周波数 ω の交流電圧 $\boldsymbol{E}$ は一定であり，抵抗 R および容量 C は可変である。

（１）E に対する出力電圧 $\boldsymbol{E}_o$ の比 $G_E(=|E_o/E|)$ を求めよ。

（２）R および C を流れる電流 $\boldsymbol{I}_1$ の実効値 $|\boldsymbol{I}_1|$ を電圧の実効値 $|E|$，ω，r，R，L，C を用いて表せ。

（３）E と $\boldsymbol{I}_1$ が同相となる時の C の値を求めよ。

（４）R で消費される電力が最大となる時の R と C の値を求めよ。

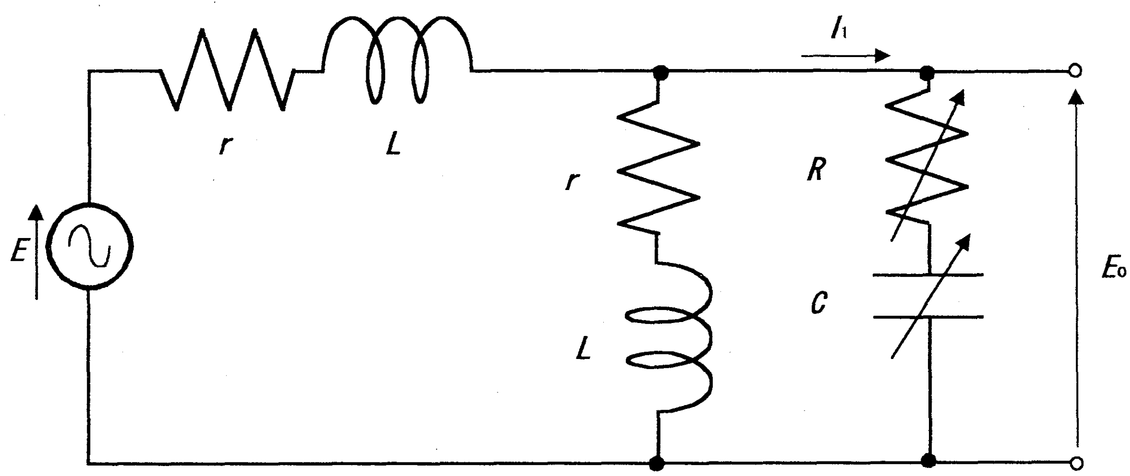


図1

問2

図2のトランジスタ増幅回路について以下の問に答えよ。

但し、トランジスタのI_B－V_{BE}特性、及びI_C－V_{CE}特性は次のように表される。

$I_B\ [\mu A] = 500 \times (V_{BE}\ [V] - 0.7) + 20$、

I_Cは$V_{CE} > 0.7V$ではV_{CE}に依存せず一定の値をとる。

又、$I_C = 100 \times I_B$が直流から交流まで成り立っているとする。

$v_1 = 0V$の時、ベース電位$V_B = 2.0V$、$I_C = 2mA$であった。尚交流信号v_1の角周波数（ω）に対しては、コンデンサC_1、C_E，C_2のインピーダンスは充分小さく無視できるものとする。　又、この問を通じて、$I_E = I_C$、$I_{R1} = I_{R2}$の近似を用いよ。

（1）エミッタ電位V_E、及び抵抗値R_Eを求めよ。

（2）$I_{R1} = 10 \times I_B$と設計するためには、

R_1、R_2はそれぞれ幾らとしなければならないか。

（3）交流信号源v_1から見たこの回路の入力インピーダンスZ_{in}を求めよ。

（4）電圧増幅率A_v（$= |v_2 / v_1|$）は幾らか。

（5）$v_1 = v_0 \times \sin(\omega t)$とした時、

出力波形が歪まずに正常に増幅されるv_0の最大値は幾らか。

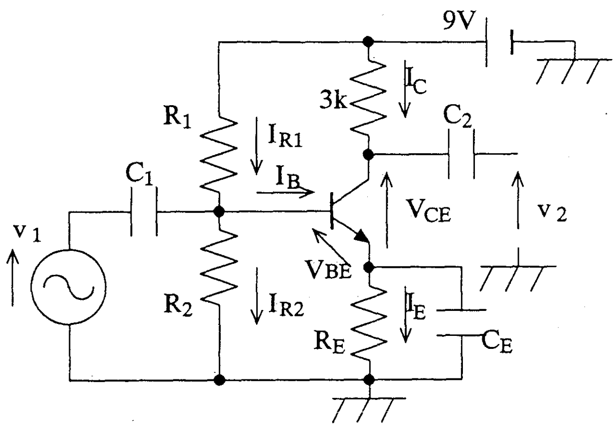


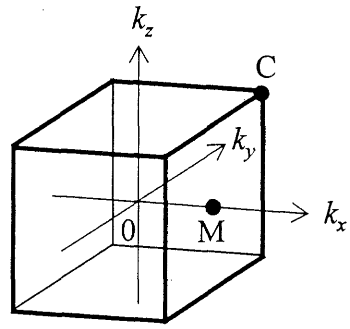
図2

●M1 (029—22)

問題１３　電子物性・半導体物性

設問すべてについて解答すること。

問１．単純立方格子における自由電子のエネルギーについて考える。下の図中立方体は，三次元の波数空間(k_x, k_y, k_z)に描かれた格子定数がaの単純立方格子の第１ブリュアン・ゾーンを示している。第１ブリュアン・ゾーンの角（位置 C）での運動エネルギーE_Cと，同じくゾーン側面の中点（位置 M）での運動エネルギーE_Mとの比率E_C/E_Mを求めよ。なお解答にあたっては，途中の要点も示し答えよ。



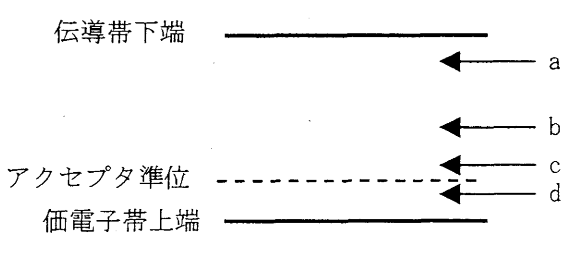
問２．半導体に関する次の問に答えよ。

１）シリコンに対しアクセプタとして用いられる代表的な不純物の例を一つあげよ。その不純物がアクセプタとして働く理由を答えよ。

２）室温において $1x10^{15}cm^{-3}$ のアクセプタ不純物を添加したところ，正孔密度が不純物密度とほぼ等しくなった。このとき，フェルミ準位はおおよそどこに位置しているか。下のバンド図中のａ～ｄの中から選べ。また，それを選んだ理由を述べよ。

３）室温において $1x10^{19}cm^{-3}$ のアクセプタ不純物を添加したところ，正孔密度は約 $2x10^{18}cm^{-3}$ になった。このとき，フェルミ準位はおおよそどこに位置しているか。下のバンド図中のａ～ｄの中から選べ。また，それを選んだ理由を述べよ。

４）上記 2)，3)の試料の温度を上昇させたところ，キャリア密度が増加し，両者の間にほとんど差がなくなった。このとき，フェルミ準位はおおよそどこに位置しているか。下のバンド図中のａ～ｄの中から選べ。また，それを選んだ理由を述べよ。



平成１６年度大学院工学研究科（博士前期課程）専門試験問題

問題１４　計測・制御・数理

Ａ，Ｂ，Ｃのうち二つを選択して解答すること。なお，解答用紙には，選択した問題の記号をはじめに記載すること。

A　図１に示す機械系について考える。図中，質量 M_2 [kg]の物体は，ばね定数 K_2 [N/m]のばねと粘性摩擦係数 B_2 [N·s/m]のダンパによって壁面に結合されている。また，質量 M_2 [kg]の物体と質量 M_1 [kg]の物体は，ばね定数 K_1 [N/m]のばねと，油圧の作用する断面積 A [m^2]，粘性摩擦係数 B_1 [N·s/m]の油圧シリンダに相互に結合されている。

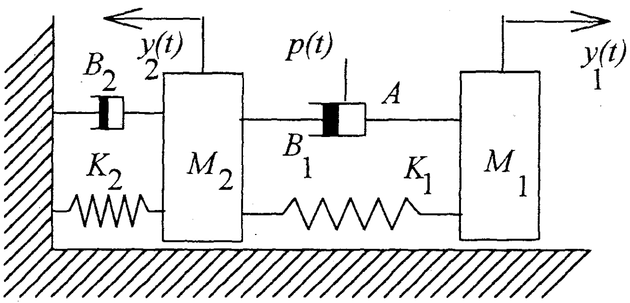


図　1

1. 機械系の運動方程式を質量 M_1 の物体と質量 M_2 の物体のそれぞれについて書け。ただし，物体の変位 y_1, y_2 [m]は図中の矢印の方向を正とする。　また，$p(t)$ は油圧シリンダに加えられる圧力[N/m^2]を表し，２つの物体と壁面との間に摩擦は無いものとする。

2. 上の 1.で求めた機械系の運動方程式をラプラス変換した方程式を書け。

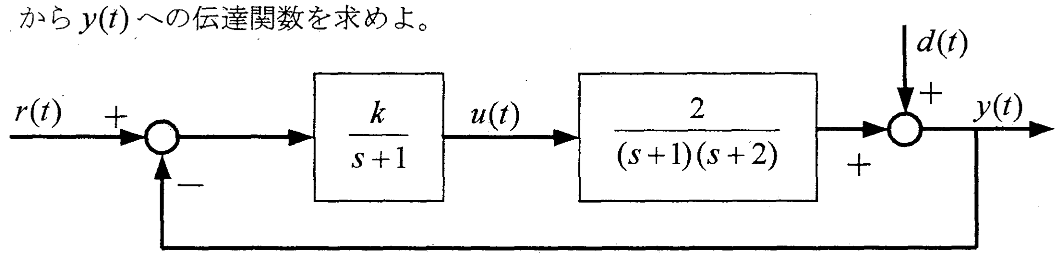
3. 油圧 $p(t)$ [N/m^2]を入力，変位 $y_1(t)$ [m]を出力とする伝達関数 $G_1(s)$ を求めよ。

B

1．次の時間関数 $x(t)$ に対するラプラス変換を求めよ。

$$x(t)=\begin{cases}0 & (t<0, t>2)\\ e^{t} & (1\le t\le 2)\end{cases}$$

2．以下，下図に示すシステムを考える。ただし，k は実数の定数である。このシステムの $d(t)$ から $y(t)$ への伝達関数を求めよ。



3．この閉ループシステムが安定となる k の範囲を求めよ。

4．このシステムに対して，$r(t)=0$（$t\ge 0$），$d(t)=1$（$t\ge 0$）としたとき，$y(t)$ の定常値が存在しその絶対値が 0.1 以下となるための k の範囲を求めよ。

C

確率変数 Y はパラメータ $\lambda=1$ の指数分布に従うとする。すなわち

$$P(Y\le y)=\begin{cases}1-e^{-y} & y\ge 0 \text{ のとき}\\ 0 & y<0 \text{ のとき}\end{cases}$$

である。確率変数 X_1, X_2 を

$$X_1=\begin{cases}0 & Y\le 1 \text{ のとき}\\ 1 & Y>1 \text{ のとき}\end{cases}\qquad X_2=\begin{cases}0 & Y\le 2 \text{ のとき}\\ 1 & Y>2 \text{ のとき}\end{cases}$$

と定義する。このとき，

1．$X_k, k=1,2$ のそれぞれの分布と X_1+X_2 の期待値 $E[X_1+X_2]$ を求めよ。

2．X_1 と X_2 の同時分布を求めよ。

3．$Z=\min\{X_1,\ X_2\}$ とする。ここで，$\min\{X_1,\ X_2\}$ は $X_1,\ X_2$ の大きくない方を表す。このとき，Z の分布を求めよ。

4．条件付き確率 $P(X_2=0\mid X_1=1)$ と $P(X_2=1\mid X_1=1)$ を求めよ。

平成１６年度大学院工学研究科（博士前期課程）専門試験問題

問題１５　力学・材料力学

【注意】下記 4 問の中,【A】(A1, A2)または【B】(B1, B2)のいずれか1組だけを選択して解答すること。なお，解答用紙には，選択した問題の番号をはじめに記載すること。

【A】

A1.　一端を固定した長さ L の糸の他端に質量 M の質点を付けてこれを鉛直面内で運動させる。重力加速度を g とする。以下の設問に答えよ。

（１）鉛直下方からの振れの角度を θ として，この振り子の運動方程式を作れ。

（２）最大振れ角は小さく微小振動と近似できるとき運動方程式を解け。ただし，質点は最下点にて初速度 v_0 で水平方向に運動を開始したとする。

（３）糸に生じる張力が質点の重量の 2 倍になると糸が切れるとする。振れの角度は最大どこまで許されるか調べよ。

A2.　以下の設問に答えよ。

（１）一様な物質でできた半径 R の半球の断面を下に向けて水平な床におき，断面円の中心を原点として鉛直上方に z 軸をとる。このとき質量中心（重心）の z-座標 z_G を求めよ。

次に，半球断面を斜め上方に向けて，水平な床と鉛直な壁に球面部が接するように置いたところ少し滑ってから静止した。断面円の中心を通る面法線が鉛直上方となす角を α と記す。半球と床および壁との摩擦力の大きさは共に「抗力の法線成分に比例」し，比例係数を μ とする。

（２）このとき釣り合いの方程式を作れ。半球に作用している力には自分で定義した記号を用いよ。なお，質量中心と断面円の中心との距離は z_G としておいてもよい。

（３）釣り合いの角度 α と比例係数（摩擦係数）μ の関係を求めよ。

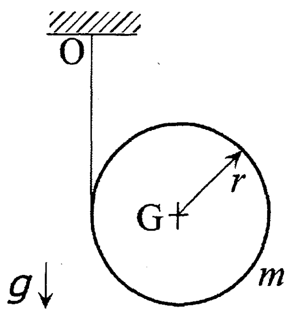
【B】

B1. 一端Oが天井に固定された細い糸を数回巻きつけた円板を図に示した状態から初速度0で静かに放す。円板の半径はr[m]，質量はm[kg]，重心Gを通る軸に関する慣性モーメントは$I_G = mr^2/2$[kgm^2]である。円板の厚さや質量分布は一様であり，糸は伸び縮みしないとする。また，重力加速度をg[m/s^2]とする。以下の問いに答えよ。

（1）円板が放された瞬間における重心の加速度a_Gおよび重心回りの角加速度α を求めよ。

（2）円板が放されてから$2r$[m]だけ落下するのに要する時間Tを求めよ。

（3）上記の時刻Tにおける重心Gの速度v_Gを求めよ。



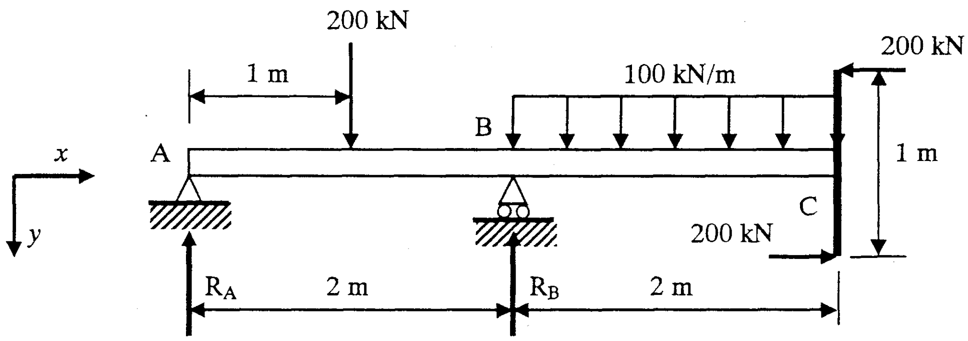
B2. 張り出しのある単純支持はりを図に示す。支持A（はりの左端）は回転支持，支持B（はりの中央）は移動支持である。点AとBの中央に集中荷重，BC間に分布荷重，点C（はりの右端）に偶力が作用する。荷重，寸法などは図の通りである。このはりについて，以下の問いに答えよ。

（1）支持点A, Bの反力R_A, R_Bを求めよ。

（2）はりの左端，中央，右端の点A, B, Cに働く曲げモーメントM_A, M_B, M_Cを求めよ。

（3）せん断力図（S.F.D.）を描け。

（4）曲げモーメント図（B.M.D.）を描け。



平成１６年度大学院工学研究科（博士前期課程）専門試験問題

問題 16　流体力学，連続体力学

ＡまたはＢのどちらかを選択して解答すること。なお解答用紙には，選択した問題の記号をはじめに記載すること。

Ａ　流体力学問題

1. 図１に示すように水槽に水が高さＨまで入っている。水槽の底には内径ｄのノズルが取り付けてある。水槽の断面積は，ノズルの断面積に比べ十分大きいとする。
   (a) このノズルを通過して流出する流量Q_1を求めよ。水の密度をρ重力加速度をgとする。
   (b) このノズルの先に内径ｄ，長さＬの円管を鉛直に取り付けた（図中破線）。各種流動損失がないと仮定したとき，円管から流出する流量Q_2を求めよ。
   (c) 円管の管摩擦損失があるとした場合の流量Q_3を求めよ。ただし，円管の管摩擦係数をλとする。

2. 図２のようなおわん型容器の底面に垂直に，密度ρの流体の噴流（Jet）が流入し，流入方向から角度βだけ方向を曲げられた後流出している。噴流の速度はＵ，断面積はＡである。各種流動損失は無視できると仮定する。いま，この容器が噴流に向かって速度Ｃで動いている場合を考える。
   (a) この容器が流体から受ける力Ｆと容器を動かすのに必要な動力Ｗを求めよ。
   (b) 噴流が容器に流入する前と流出した直後を比較し，流体が単位質量あたり持っているエネルギーの差を求めよ。

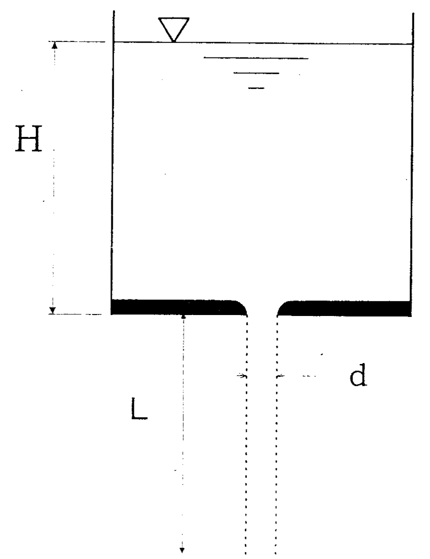


図　1

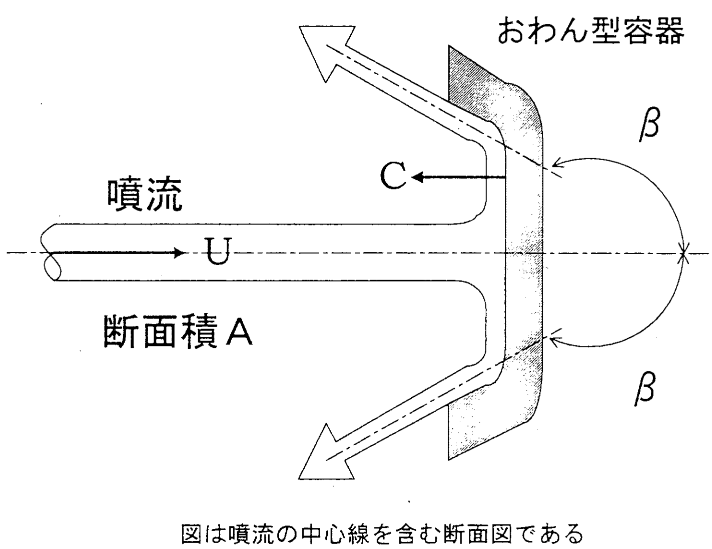


図　2

B　連続体力学問題

２次元の速度ベクトル $\boldsymbol{u}=(u, v)$ が次式で与えられている。ただし，a は正の定数である。以下の問いに答えよ。

$$u = -2y, \quad v = -2x-a, \quad a>0$$

(1) この流体は非圧縮性でかつ渦なしの流れであることを示せ。

(2) ひずみ速度テンソルを書き下せ。

(3) 速度ポテンシャル $\boldsymbol{\Phi}$ を求めよ。

(4) 流れ関数 $\boldsymbol{\Psi}$ を求めよ。

(5) よどみ点を求め，その近傍での速度場の様子をベクトル図で示せ。

平成１６年度大学院工学研究科（博士前期課程）専門試験問題

問題１７　熱　力　学

以下の設問すべてに解答すること。

１．定常流動している理想気体（圧力 p_1，温度 T_1）が周囲状態（圧力 $p_0 < p_1$，温度 $T_0 < T_1$）と平衡するまでに発生し得る仕事を最大仕事（有効エネルギーあるいはエクセルギーとも呼ばれる）という。理想流体の単位質量あたりの最大仕事を $w_{t,max}$ [kJ/kg]と表せば，状態①から温度が周囲温度 T_0 に等しくなる状態②まで等エントロピー膨張して発生する仕事：$w_{t,12}$ と，状態②から等温の条件で周囲状態（圧力 p_0）まで膨張して発生する仕事：$w_{t,20}$ の和：$w_{t,max} = w_{t,12} + w_{t,20}$ として定義される。これに関して，以下の設問に答えよ。

(1) 上記二種類の状態変化を $p-v$ 線図上に描き，それぞれの状態変化で発生する仕事：$w_{t,12}$，$w_{t,20}$ および最大仕事：$w_{t,max}$ に対応する面積を示せ。状態①と②および周囲状態⓪も明記せよ。

(2) $w_{t,12}$ および $w_{t,20}$ を比エンタルピー：h と比エントロピー：s を用いて表し，この理想気体の最大仕事：$w_{t,max}$ を与える式を導け。

(3) 定常流動している理想気体の圧力を $p_1 = 500$ kPa，温度を $T_1 = 700$ K とするとき，この理想流体の最大仕事：$w_{t,max}$ [kJ/kg]を計算せよ。ただし，理想気体の分子量を $M = 28.0$ kg/kmol，一般ガス定数を $\boldsymbol{R} = 8.31$ kJ/kmol·K，比熱比を $\kappa = 1.40$ とし，周囲環境の圧力と温度をそれぞれ $p_0 = 100$ kPa および $T_0 = 300$ K とする。なお必要ならば，$ln\,7 = 1.946$，$ln\,5 = 1.609$，$ln\,3 = 1.099$ の自然対数の数値を用いよ。

２．蒸気の状態変化について，以下の設問に答えよ。

(1) 蒸発熱 r は“単位質量の飽和水を圧力一定の条件下で飽和蒸気に状態変化させるのに必要な熱量”と定義される。この蒸発熱：r が内部蒸発熱：ρ と外部蒸発熱：ϕ から成ることを，それぞれの定義とともに示せ。ただし，飽和水と飽和蒸気の比体積，比内部エネルギーおよび比エンタルピーをそれぞれ（v', v''），（u', u''）および（h', h''）とし，圧力を p とする。

(2) 圧力 p = 1.00 MPa のときの蒸発熱 r (kJ/kg)，内部蒸発熱 ρ (kJ/kg)，および外部蒸発熱 ϕ (kJ/kg)を下記の飽和表を用いて計算せよ。

圧　力	比体積（m^3/kg）		比エンタルピー（kJ/kg）		比エントロピー（kJ/kg·K）	
p (MPa)	v'	v''	h'	h''	s'	s''
1.00	1.127×10^{-3}	0.1943	762.6	2776	2.138	6.583

(3) 蒸気の $h-s$ 線図（モーリエ線図）において，湿り域における等圧線は直線で与えられることを示せ。そして，圧力の上昇とともにその勾配が増加して臨界点で最大勾配になること，したがって $p-v$ 線図や $T-s$ 線図と異なり，$h-s$ 線図上の臨界点が“飽和曲線の最高点”とは異なることを簡単に説明せよ。

平成１６年度大学院工学研究科 (博士前期課程) 専門試験問題

問題 18　　数理科学

以下の設問 **[1]**, **[2]**, **[3]** すべてについて解答すること。

[1] 複素関数

$$f(z) = z^4 \sin\frac{1}{z}, \quad g(z) = \frac{e^z}{(z-1)(z+3)^2}$$

について次の問に答えよ。

(1) 関数 f の特異点を挙げ、その種類を述べよ。

(2) 曲線 $C: z = 2e^{i\theta}$ $(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$ に関して積分

a) $\displaystyle\int_C f(z)dz$　　b) $\displaystyle\int_C g(z)dz$

の値を求めよ。

[2] 関数

$$f(x) = x, \quad -\pi < x \leqq \pi$$

からできる周期 2π の関数を再び f と表す。この周期関数 f のフーリエ展開を求めよ。

[3] xy 平面内の曲線であるカテナリー

$$c(t) = (t, \cosh t), \quad 0 \leqq t \leqq 1$$

について次の問に答えよ。設問の順に答えなくても良い。

(1) この曲線の曲率関数を求めよ。

(2) この曲線の $0 \leqq t \leqq T$ $(\leqq 1)$ の部分の長さ $s(T)$ を求め、カテナリーの弧長径数 s による表示式 $c(s)$ を求めよ。
ただし $s = \sinh t$ の逆関数は $t = \sinh^{-1} s$ と表示して良い。

(3) 弧長径数 s により表示されたカテナリー $c(s)$ のフレネ標構（つまり動標構）を求めよ。

なお

$$\cosh t = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}), \ \sinh t = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$$

であり

$$\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1$$

という関係が成り立つ。

平成１６年度大学院工学研究科（博士前期課程）専門試験問題

問題１９　計算機構造，システムプログラム

ＡまたはＢのどちらかを選択して解答すること．なお，解答用紙には，選択した記号（Ａまたは Ｂ）をはじめに記入すること．

Ａ（計算機構造）

問Ａ－１．情報の表現に関する以下の問に答えよ．

(a) 16 進数の 8C3A.7F を 32（10 進数）で割った値を 8 進数で表せ．

(b) －54.625 という 10 進数の実数を IEEE の単精度の標準形式（32 ビットで表現され，最上位ビットで符号 S を表し，次の 8 ビットで指数部 e，残りの 23 ビットで仮数部 m を表す．但し，$(-1)^{S}\times 1.m\times 2^{e-127}$）で表せ（32 ビットを示せ）．

(c) 2 進数の減算（0.1011111011－0.0101011101）を 2 の補数表現を用いて計算せよ．途中の計算式も示すこと．

(d) 二つの 2 進化 10 進符号（BCD: binary coded decimal）表現された 1 桁の数を X，Y，下位からの桁上りを C，上位への桁上りを C'，加算結果を Z とするとき，加算のアルゴリズムを示せ．但し，2 進化 10 進符号は，1 桁の 10 進数 N を 4 桁の 2 進数 $b_3b_2b_1b_0$ で表し，$N=8\cdot b_3+4\cdot b_2+2\cdot b_1+b_0$ となるように表現される．

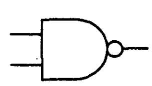
(e) 丸め誤差と桁あふれについて簡潔に説明せよ．

問Ａ－２．論理回路に関する以下の問に答えよ．

(a) 以下の論理関数を簡単化せよ．途中結果も示せ．

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$$

(b) NAND ゲートのみを用いて，半加算器を構成せよ．そのため，半加算器を式で表し，NAND ゲートで表現できるように式を変形せよ．但し，NAND ゲートとして以下の記号を用いよ．また，2 個の 1 桁の 2 進数 X，Y の加算結果を S で表し，上位への桁上り信号を C で表せ．



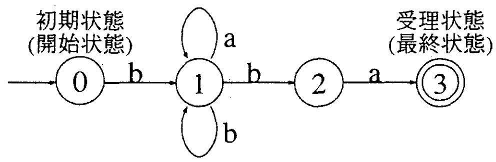
B(システムプログラム)

問B－1．コンパイラは，原始プログラム（文字）を目的プログラム(機械語コード)に変換する．この変換過程を次のように分けたとき，それぞれ(i)～(vi)に最適なものを以下の選択肢から選びその記号を答えよ．なお，括弧[ ]で括られているのは，過程間を流れるデータの種類を表す．

原始プログラム=[文字列]→ $\boxed{\text{(i)}}$ →[トークン列]→ $\boxed{\text{(ii)}}$ →[解析木]→ $\boxed{\text{(iii)}}$ →[属性付き解析木]→ $\boxed{\text{(iv)}}$ →[中間コード列]→ $\boxed{\text{(v)}}$ →[中間コード列]→ $\boxed{\text{(vi)}}$ →[機械語コード列]= 目的プログラム

選択肢: (あ)意味解析，(い)割り込み処理，(う)字句解析，(え)コード生成，(お)優先順位解析，(か)中間コード生成，(き)属性変換，(く)記号表生成，(け)構文解析，(こ)最適化

問B－2．以下の図で表される非決定性有限オートマトンが受理する言語を正規表現で表せ．



問B－3．問B－2の非決定性有限オートマトンと等価の決定性有限オートマトン(DFA)を作成せよ．なお，状態は0から3までの4状態とし，初期状態（開始状態）を0，受理状態（最終状態）を3とする．ここでDFAとは，

- 各状態で同じ入力記号に対する遷移が高々一通り
- 入力記号を読まずに状態遷移することはない

の二つの条件を満たす有限オートマトンとする．

問B－4．以下の文を読み，(i)～(iv)に最もよく当てはまる語句を答えよ．

オペレーティングシステムにおいて，プロセスが「実行可能状態」「実行状態」「待ち状態」の3状態を持ち，プロセスはこれら3状態間を移行しているとする．プロセスの状態間移行において，プロセス自身の操作によって移行できるのは $\boxed{\text{(i)}}$ 状態から $\boxed{\text{(ii)}}$ 状態である．また，CPUスケジューラ(ディスパッチャ)によって相互に直接移行することが可能なプロセスの状態は，$\boxed{\text{(iii)}}$ 状態と $\boxed{\text{(iv)}}$ 状態である．

問B－5．オペレーティングシステムにおける仮想記憶機能の実現方式であるページングとセグメンテーションの違いを簡潔に説明せよ．ただし，文中に「アドレス変換」,「ブロック化」の両方の語を必ず含め，その部分に下線を引くこと．

問B－6．オペレーティングシステムが持つ相互排除(排他制御)機能が満たすべき条件として，以下の2条件以外に満たすべきものを箇条書きで二つあげよ．

1. 際どい領域(critical section, 危険な領域)を実行しているプロセスが存在しない場合，実行を要求したプロセスは直ちに実行可能である．
2. 際どい領域を同時に実行するプロセスは高々一つである．

平成１６年度大学院工学研究科（博士前期課程）専門試験問題

問題２０ 離散数学，推論機構

AまたはBのどちらかを選択して解答すること．なお，解答用紙には，選択した記号（AまたはB）をはじめに記入すること．

A （離散数学）

問A－１． 有向グラフと二項関係について，以下の問に答えよ．

(a) 有向グラフ $G = (V, E)$ を図で表現せよ．ただし，V, E は次の通り．

$$
\begin{aligned}
V &= \{a, b, c, d, e, f\} \\
E &= \{(a,b), (b,c), (c,a), (b,d), (c,d), (c,e), (d,f), (f,d)\}
\end{aligned}
$$

(b) 有向グラフの辺集合は頂点集合の上の二項関係である．辺集合が二項関係として反射的であるのは，グラフとしてどのような場合であるか述べよ．

(c) 任意の二項関係 R に対して，次の通り $L(R)$ を定義する．

$$L(R) = R^* \cap (R^{-1})^*$$

ただし，二項関係 X に対して，X^* は X の推移・反射閉包（X を包含し，推移律および反射律を満たす最小の関係）を，X^{-1} は X の逆関係を表す．
このとき，(a) の有向グラフの辺集合 E に対する $L(E)$ を書き下せ．

(d) 任意の二項関係 R に対し，(c) の L を適用した $L(R)$ が同値関係となることを示せ．

(e) (a) の有向グラフ $G = (V, E)$ と，(c) で求めた二項関係 $Q = L(E)$ に対し，次の通り定義される有向グラフ $G_Q = (V_Q, E_Q)$ を図示せよ．

$$
\begin{aligned}
V_Q &= V/Q \qquad (V \text{ の } Q \text{ に関する商集合}) \\
E_Q &= \{\ ([v]_Q, [v']_Q) \in V_Q \times V_Q \ \mid\ (v, v') \in E\}
\end{aligned}
$$

ただし，$[v]_Q$ は v が属す Q に関する同値類を表す．

問A－２．全域写像 $f : A \to B$，$g : B \to C$ について次の命題が正しいか否かを答えよ．また，正しいならば証明せよ．誤っているならば反例を示せ．ただし，$g \circ f$ は f と g の合成，即ち，$g \circ f(x) = g(f(x))$ を表す．

(a) f と g が全射（上への写像）であれば，$g \circ f$ は全射である．

(b) $g \circ f$ が単射（一対一写像）であり，f が単射であれば，g は単射である．

(c) $g \circ f$ が単射であり，f が全射であれば，g は単射である．

B (推論機構)

問Ｂ－１．次の命題P, Qを考える．P：蛙が鳴く, Q：雨が降る．いま, 蛙が鳴いたのに雨が降らないとき, 次の各言明を命題論理式で表現して真偽値を決定せよ．

(1) 蛙が鳴かなければ, 雨は降らない．

(2) 蛙が鳴けば雨が降るということはない．

問Ｂ－２．次の論理式を連言標準形 (conjunctive normal form) に変換せよ．なお, 述語論理式の場合は冠頭 (prenex) 連言標準形に変換せよ．

(1) $(p \to q) \to ((r \to s) \wedge t)$

(2) $\sim \forall x(\exists y(P(x,y) \vee Q(x,y)) \to \exists z R(x,z))$

(3) $\forall x(\exists y P(x,y) \leftrightarrow \exists z R(x,z))$

問Ｂ－３．述語論理に関する以下の問に答えよ．

(1) 次の各文を一階述語論理式で表現せよ．

文１：どの占い師も自らを占わないすべての人を占う．
文２：どの占い師も自らを占う人は決して占わない．
文３：占い師は存在しない．

ただし，以下の述語を使用せよ．
$F(x)$: x は占い師である，$T(x,y)$: x は y を占う．

(2) 反駁導出 (resolution refutation) を用いて，文１と文２から文３を帰結せよ．

◆問　題　訂　正

28ページ
問題14　B
1.　2行目

$$x(t) = \begin{cases} 0 & (t < \underline{1},\ t > 2) \\ e^{t} & (1 \leq t \leq 2) \end{cases}$$

$$x(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0,\ t > 2) \\ e^{t} & (0 \leq t \leq 2) \end{cases}$$

でもよい

問題 16　A　流体力学

問題 1 の図 1，および問題 2 の図 2 を下図のように修正する．

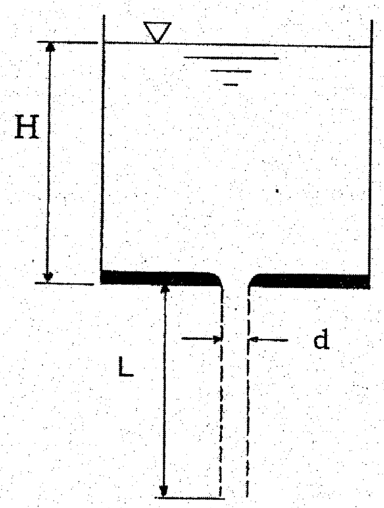
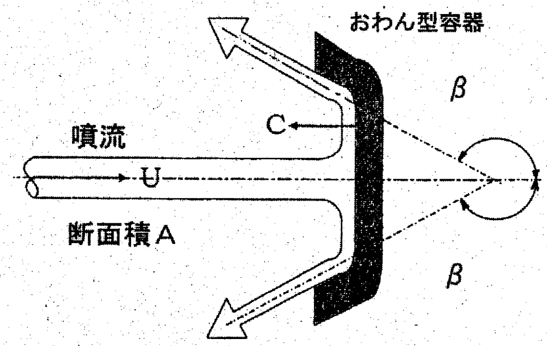


図　1



図は噴流の中心線を含む断面図である

図　2