

平成 25 年度 10 月期入学 / 平成 26 年度 4 月期入学
京都大学 大学院情報学研究科
修士課程 知能情報学専攻 入学者選抜試験問題
(専門科目)

平成 25 年 8 月 5 日 13:00～16:00

【注意】

1. 問題冊子はこの表紙を含めて 33 枚ある。
2. 試験開始の合図があるまで中を見てはいけない。
3. 試験開始後、枚数を確認し、落丁または印刷の不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
4. 問題は下記 16 題であり、日本語と英語の両方で出題されている。このうちいずれか 4 題を選択し、解答しなさい。

生命情報学(問題番号:B-1～B-4)	1-8 ページ
心理学(問題番号:P-1～P-4)	9-16 ページ
計算機科学, 電気電子工学(問題番号:T-1～T-8)	17-32 ページ

5. 特に指定のない限り、日本語または英語で解答すること。
6. 解答用紙に記載されている注意事項についても留意すること。

*The Japanese version of this document is the prevailing and authoritative version;
the English translation below is provided for reference only*

**October 2013 Admissions / April 2014 Admissions
Entrance Examination for Master's Program
Department of Intelligence Science and Technology
Graduate School of Informatics, Kyoto University
(Specialized Subjects)**

**August 5, 2013
13:00 - 16:00**

NOTES

1. This is the Question Booklet in 33 pages including this front cover.
2. Do not open the booklet until you are instructed to start.
3. After the exam has started, check the number of pages and notify proctors (professors) immediately if you find missing pages or unclear printings.
4. There are 16 questions, written in Japanese and English. The questions are classified as listed below. **Choose and answer 4 questions.**

Bioinformatics (Question Number B-1 to B-4)	Page 1 to 8	
Psychology (Question Number P-1 to P-4)	Page 9 to 16	
Computer science, Electrical and electronic engineering (Question Number T-1 to T-8)		Page 17 to 32

5. Write your answer in Japanese or English, unless otherwise specified.
6. Read carefully the notes on the Answer Sheets as well.

訂正/Correction

Question Number: P-4

Page 16, line 6

(Original) from the cue was shown to eyes started to move

(Corrected) from when the cue was shown to when eyes started to move

ある動物の集団では茶毛 (B) と白毛 (W) があり、対立遺伝子 A、a で決定されている。表現型 B の遺伝子型は AA あるいは Aa、表現型 W の遺伝子型は aa であった。また A と a はある遺伝子上の一塩基多型であった。この集団において W の出現頻度は P_W であった。この集団では、ハーディ・ワインバーグ平衡に到達していた。遺伝子 A と a の遺伝子頻度はそれぞれ p と q であった。

設問 1 A と a のどちらが劣性遺伝子か、理由とともに述べよ。

設問 2 一塩基多型以外の遺伝子多型をひとつあげ、簡単に説明せよ。

設問 3 ハーディ・ワインバーグ平衡が成立するための条件を 1 つ述べよ。

設問 4 集団における遺伝子 a の遺伝子頻度 q を P_W を用いて求めよ。

設問 5 茶毛(B)同士の交配から白毛(W)が生まれる頻度を遺伝子頻度 p と q を用いて表せ。

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

A population of an animal shows brown coat color (B) or white coat color (W), which is determined by allele A and a. Genotype analysis revealed that AA or Aa is found in B and aa is found in W. The difference between A and a is a single nucleotide polymorphism (SNP). The phenotype frequency of W is P_W . In this population, generation reached Hardy-Weinberg Equilibrium. Allele frequencies for A and a are p and q , respectively.

Q.1 Which of A or a is the recessive phenotype? Motivate your answer.

Q.2 Name and explain a genetic polymorphism without SNP.

Q.3 Describe one of the assumptions underlying the Hardy-Weinberg Equilibrium.

Q.4 Describe the allele frequency q for a in the population using P_W .

Q.5 Describe the phenotype frequency for white coat color (W) born from brown coat color (B) crossing with brown coat color (B) using allele frequencies p and q .

次の文章を読み、以下の設問に答えよ。

Non-Disclosure

Science : Vol. 339 no. 6125 pp. 1284-1285 より抜粋・改変

- 設問 1 下線部(1)の項目を解析する手法を 1 つあげ、簡潔に説明せよ。
- 設問 2 下線部(2)の項目を解析する手法を 1 つあげ、簡潔に説明せよ。
- 設問 3 設問 1、設問 2 で挙げた手法の短所を比較せよ。
- 設問 4 下線部(3)を明らかにする手法には、何が要求されるか述べて。
- 設問 5 Brain Activity Map (BAM) project の目的は何か。簡潔に述べて。

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Read the following text and answer the following questions.

Non-Disclosure

Modified text from Science : Vol. 339 no. 6125 pp. 1284-1285

- Q.1 Explain a method to analyze the subject described in underline (1).
- Q.2 Explain a method to analyze the subject described in underline (2).
- Q.3 Compare the disadvantages of the methods answered in Q.1 and Q.2.
- Q.4 What is a methodological requirement to analyze the description in underline (3) ?
- Q.5 Describe the purpose of Brain Activity Map (BAM) project.

生命情報学に関する以下の語句の中から8つを選んで、それぞれ4行以上10行以内で説明せよ。必要に応じて図を用いてもよい。

1. エピジェネティクス
2. リンケージ解析
3. シャペロン
4. オペロン
5. SCOP データベース
6. COG データベース
7. FASTA
8. UPGMA
9. タンパク質二次構造予測
10. ミカエリス・メンテン式

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Choose and explain 8 terms from the following 10 terms related to bioinformatics, where 4~10 lines must be used for each explanation, and figure(s) can be used if necessary.

1. Epigenetics
2. Linkage analysis
3. Chaperone
4. Operon
5. SCOP database
6. COG database
7. FASTA
8. UPGMA
9. Protein secondary structure prediction
10. Michaelis-Menten equation

$s = s_1 s_2 \dots s_m, t = t_1 t_2 \dots t_n$ をそれぞれ DNA 配列とする。アラインメントとは、長さが同じになるように、それぞれの配列に 0 個以上のギャップ文字 (-) を挿入したものである（ただし、得られた文字列を並べた際に同じ位置にギャップ文字だけが並ぶことはないものとする）。ここで $f(x, y)$ を x と y が同じ文字の時 1 を返し、それ以外は -1 を返す関数とする。 $\langle s', t' \rangle = \langle s'_1 s'_2 \dots s'_l, t'_1 t'_2 \dots t'_l \rangle$ をアラインメントとすると、そのスコアは $\sum_{i=1}^l f(s'_i, t'_i)$ で与えられるものとする。スコアが最大となるアラインメントを最適アラインメントとよぶ。例えば、以下の 3 組は $s = \text{ACGT}$, $t = \text{AGTGT}$ に対するアラインメントであるが、そのスコアは左から -3, -2, 1 であり、かつ、右側のアラインメントが最適アラインメント（の一つ）である。

A C G T -	A - C G - T	A C - G T
A G T G T	A G - T G T	A G T G T

以下の設問に答えよ。

設問 1 $s = \text{ACCGCT}$, $t = \text{ACTAT}$ に対する最適アラインメントをすべて書け。

設問 2 以下は最適アラインメントのスコアを計算するアルゴリズムの中心部分である。(a) および (b) のそれぞれに入る項を示せ。

$$S(i, j) = \max \begin{cases} S(i-1, j) - 1 \\ \boxed{\text{(a)}} - 1 \\ S(i-1, j-1) + \boxed{\text{(b)}} \end{cases}$$

ただし、 $S(0, 0) = 0$, かつ、 $i < 0$ もしくは $j < 0$ の時は $S(i, j) = -\infty$ であるものとし、最適スコアは $S(m, n)$ により与えられるものとする。

設問 3 上のアルゴリズムと同様の方法で s, t に対するアラインメントの総数を計算する $O(mn)$ 時間アルゴリズムを示せ。

設問 4 s, t に対する最適アラインメントの総数を計算する $O(mn)$ 時間アルゴリズムを示せ。

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Let $s = s_1s_2 \dots s_m$ and $t = t_1t_2 \dots t_n$ be DNA sequences. An alignment is obtained by inserting (0 or more) gap symbols (—) to each sequence so that the resulting sequences have the same length, where it is not allowed that gap symbols appear at the same position in the resulting sequences. Let $f(x, y)$ be a function such that $f(x, y) = 1$ if x and y are the same symbol, and $f(x, y) = -1$ otherwise. The score of an alignment $\langle s', t' \rangle = \langle s'_1s'_2 \dots s'_l, t'_1t'_2 \dots t'_l \rangle$ is given by $\sum_{i=1}^l f(s'_i, t'_i)$. An alignment with the maximum score is called an optimal alignment. For example, the following are alignments for $s = \text{ACGT}$ and $t = \text{AGTGT}$:

A C G T —	A — C G — T	A C — G T
A G T G T	A G — T G T	A G T G T

where the left, middle and right ones have the score -3 , -2 , and 1 , respectively, and the right one is an optimal alignment. Answer the following questions.

Q.1 Show all optimal alignments for $s = \text{ACCGCT}$ and $t = \text{ACTAT}$.

Q.2 The following is the core part of an algorithm to compute the score of an optimal alignment:

$$S(i, j) = \max \begin{cases} S(i-1, j) - 1, \\ \boxed{\text{(a)}} - 1, \\ S(i-1, j-1) + \boxed{\text{(b)}} \end{cases}$$

where $S(0, 0) = 0$, $S(i, j) = -\infty$ for $i < 0$ or $j < 0$, and $S(m, n)$ gives the optimal score. Write the terms to be placed in (a) and (b).

Q.3 Describe an $O(mn)$ time algorithm to compute the number of alignments for s and t in a manner similar to the above algorithm.

Q.4 Describe an $O(mn)$ time algorithm to compute the number of optimal alignments for s and t .

以下の文章を読んで、設問に答えよ。

図 1 はステレオグラムの一例である。中の小さい正方形の両眼視差が適切な範囲内であれば、立体感が得られる。

設問 1 このステレオグラムを両眼で見ると、どのような知覚が得られるか。また、その理由を図 2 を用いて説明せよ。図 2 は両眼と固視点 F を上から見た図である。

設問 2 図 1 のような輪郭線で描かれたステレオグラムとは別に、ランダムドットステレオグラムがある。ランダムドットステレオグラムとは何か。またこれらのステレオグラムによって立体視が成立するための視覚情報処理の違いについて述べよ。

設問 3 図 1 のステレオグラムを視距離を変化させて観察したとき、その奥行き感が変化する。その理由を説明せよ。

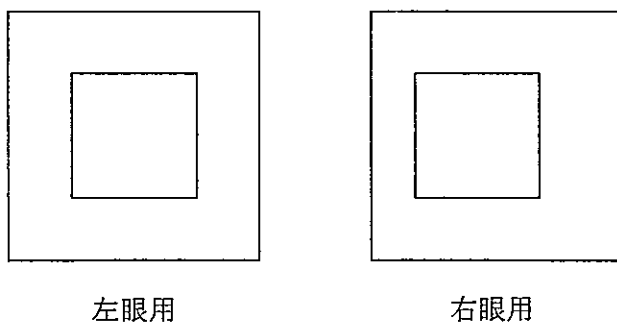


図 1

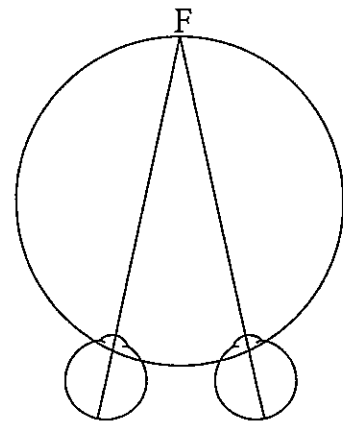


図 2

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Answer the following questions.

Figure 1 shows an example of a stereogram. We will perceive the depth when binocular disparity between two inner squares is within an appropriate range.

- Q.1 What is perceived when we see this stereogram binocularly? Explain the mechanism of this perception by using Figure 2 which shows the top-view of the two eyes and a fixation point F.
- Q.2 There are two types of stereogram: a contour stereogram and a random-dot stereogram. Figure 1 shows a contour stereogram. What is a random-dot stereogram? What is the difference of stereoscopic visual processing between a contour stereogram and a random-dot stereogram?
- Q.3 When we see the stereogram (shown in Figure 1) binocularly in various distances, the stereo-depth varies with the distance changing. Explain why we see such a perceptual change.

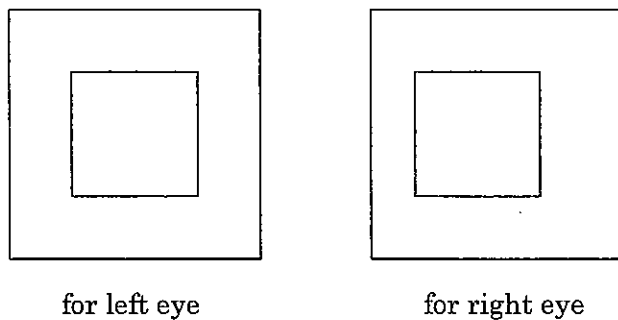


Figure 1

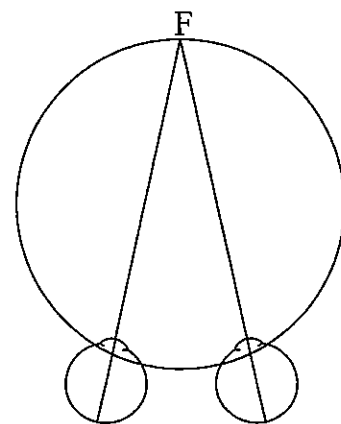


Figure 2

以下の設問に答えよ。

Non-Disclosure

(Wickelgren, W. A., and Norman, D. A. (1966) Strength models and serial position in short-term recognition memory. *Journal of Mathematical Psychology*, 3, 316-347. より一部改変)

設問 1 実験の 1 試行のスケジュールを具体的に書け。

設問 2 図の縦軸は記憶強度である。このグラフからわかることを 2 つ詳しく述べよ。

設問 3 “least-squares fits to the data”の手続きを述べよ。

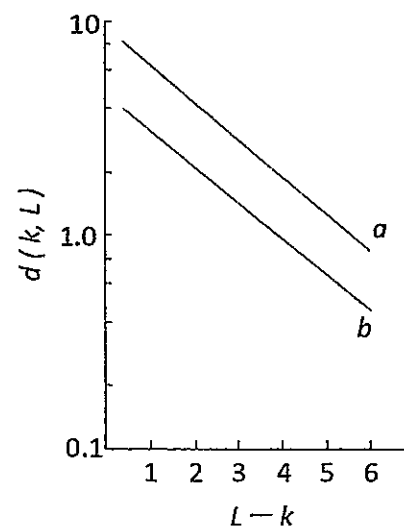


Figure 1

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Answer the following questions.

Non-Disclosure

(adapted from Wickelgren, W. A., and Norman, D. A. (1966) Strength models and serial position in short-term recognition memory. *Journal of Mathematical Psychology*, 3, 316-347.)

- Q.1 Describe the time course of each trial in this experiment.
- Q.2 The ordinate of Figure 1 shows memory strength. Describe in detail two characteristics of the results given by this figure.
- Q.3 Describe the procedure of "least-squares fits to the data".

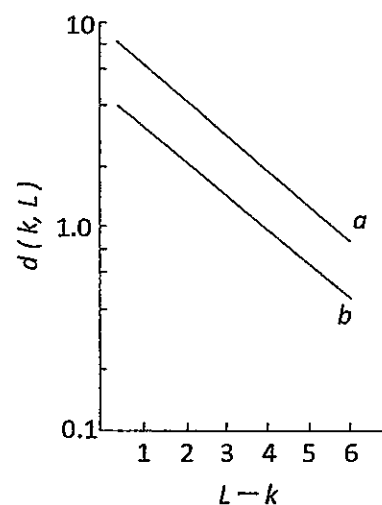


Figure 1

Figure 1 のような特徴探索(Feature search)条件と結合探索(Conjunction search)条件の刺激を用いて、視覚探索実験を行った。実験参加者の課題は、特徴探索条件では、標的である白色の長方形の有無の判断を、結合探索条件では、白色で垂直の長方形の有無を判断することであった。画面が提示されてから参加者が標的の有無を判断するまでの時間が反応時間として計測された。半数の試行では標的が提示され(Target present)、残り半数の試行では標的は提示されなかった(Target absent)。標的以外の長方形の数を変えることで、画面全体の長方形数(Number of items)を操作した。

Figure 2 は、標的の有無判断に要した平均反応時間を条件別に、標的あり試行と標的なし試行に分け、画面中の長方形の数に対して表示したものである。

この実験に関する以下の設問に答えよ。

設問 1 反応時間の分析では、代表値として算術平均ではなく、中央値や幾何平均が用いられることがしばしばある。それはなぜか、説明せよ。

設問 2 特徴探索条件の結果の意味するところを説明せよ。

設問 3 結合探索条件では、標的あり試行と標的なし試行で、それぞれに一次関数がよくあてはまり、かつ、標的なし試行の傾きが標的あり試行の傾きの約 2 倍になった。これらの結果は、どのように解釈できるか、注意の特徴統合理論の立場から説明せよ。

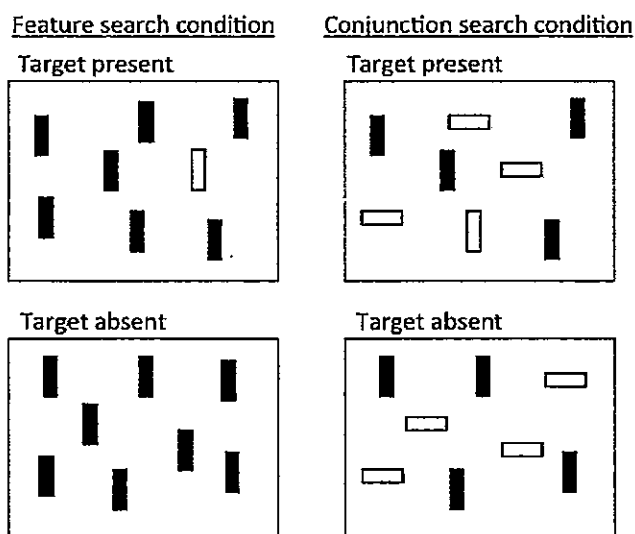


Figure 1

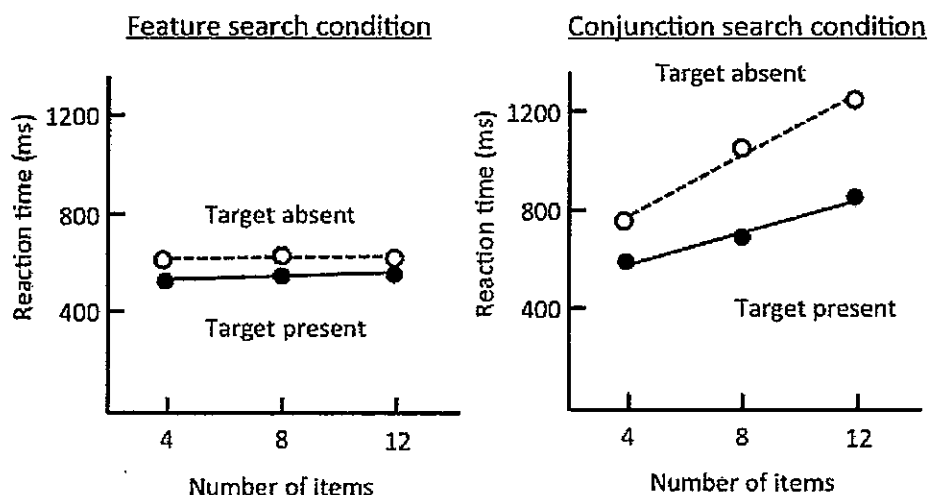


Figure 2

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Figure 1 shows a visual search experiment that is performed using the stimuli under both the feature search condition and conjunction search condition. Under the feature search condition, the participants' task was to verify if there was a target (white rectangle) among distractors. Under the conjunction search condition, the task was to verify if there was a white vertical rectangle. Participants' reaction times were measured in the experiment. The target was present in the half of the trials, but absent in the other half. The number of items on the display varied with the number of distractors changing. Figure 2 plots the mean reaction time against the number of items for both target-present trials and target-absent trials.

Answer the following questions.

Q.1 In the analysis of reaction time, median or geometric mean is often used instead of arithmetic mean. Explain the reason for this.

Q.2 Explain the result of the feature search condition.

Q.3 In the conjunction search condition, the relation of the reaction time and the number of items was a linear function. But the slope of the function in the target-absent trials was about twice that in the target-present trials. Explain this result based on the feature integration theory of attention.

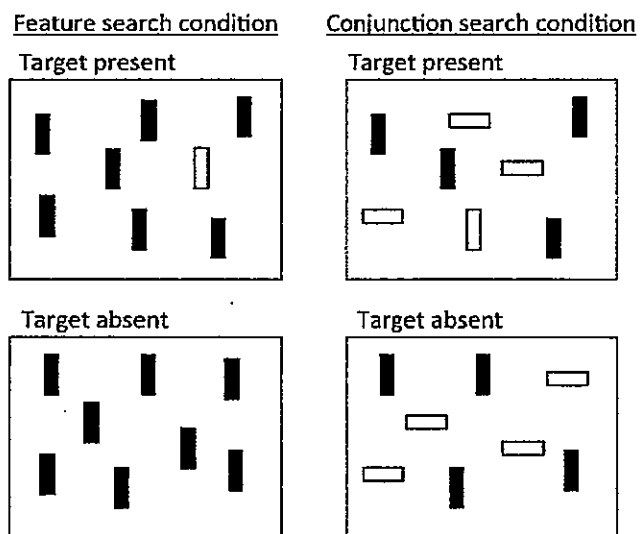


Figure 1

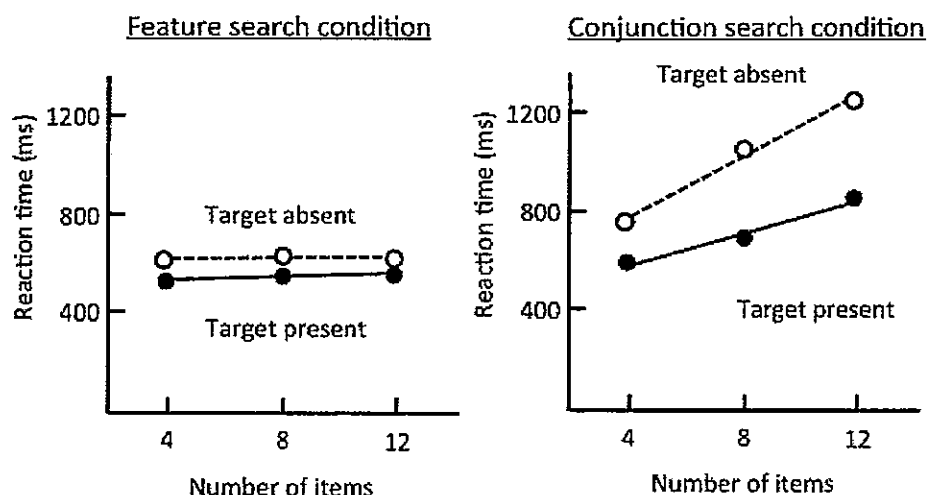


Figure 2

Figure 1 のようなアンチサッカード課題を用いた実験を行った。実験参加者の課題は、Prosaccade セッションでは、手がかり(Cue)が提示された側の四角枠に向かってできるだけ速く眼球運動を行い、そこに提示されたターゲット文字が T であるか L であるかを判断することであった。Antisaccade セッションでは、手がかりが提示されたのとは反対側の四角枠内にターゲットが必ず提示されるようになっていた。ゆえに、参加者は、手がかりとは反対側の四角枠に向けて眼球運動をすることが求められた。手がかりが左右のどちらの枠に提示されるかは、毎回、ランダムに決められた。手がかりが提示されてから、眼球運動が開始されるまでの時間（サッカード潜時）を、眼球運動計測装置によって計測した。

若齢者（20歳代）と高齢者（70歳代）それぞれ20名の正反応試行（正しい方向にサッカードを行った試行）の平均サッカード潜時を計算した（Figure 2）。

この実験に関連する以下の設問に答えよ。

設問1 サッカードとはどのような性質を有する眼球運動か説明せよ。

設問2 Figure 2 のような結果に対して分散分析を行うとすると、どのような要因計画が適切かを述べよ。

設問3 Figure 2 の結果が意味するところを、高齢者の実行機能の特性の観点から述べよ。

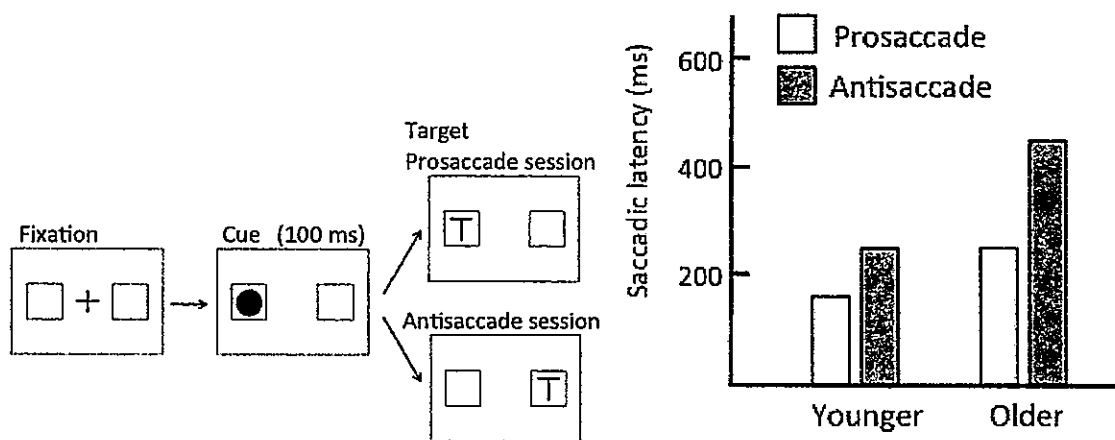


Figure 1

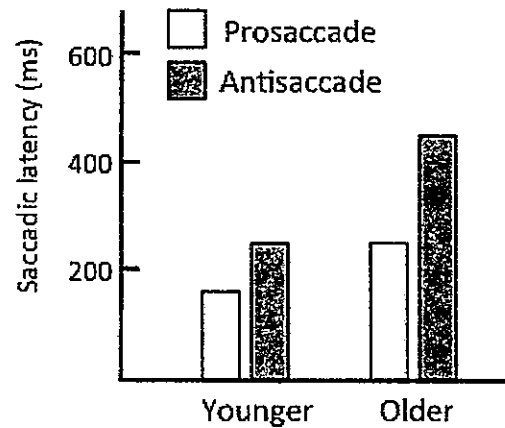


Figure 2

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Figure 1 illustrates anti-saccade and pro-saccade experiments. In the pro-saccade session, participants were required to make a saccade to the box with a cue as quick as possible, and judged if a letter (T or L) was in the box. In the anti-saccade session, a letter was always shown in the box opposite to the one with a cue. Then, participants were required to make a saccade to the box without a cue. In each trial, the cued position was randomly chosen. The reaction time from the cue was shown to eyes started to move was measured as saccadic latency.

20 younger adults (20s) and 20 older adults (70s) participated in the experiment. Figure 2 shows the mean saccadic latencies for younger and older participants in pro- and anti-saccade sessions respectively.

Answer the following questions.

- Q.1 Explain the properties of saccadic eye movement.
- Q.2 According to the data in Figure 2, describe a factorial-design appropriate for the analysis of variance (ANOVA).
- Q.3 Describe what Figure 2 implicates in terms of the executive function of older adults.

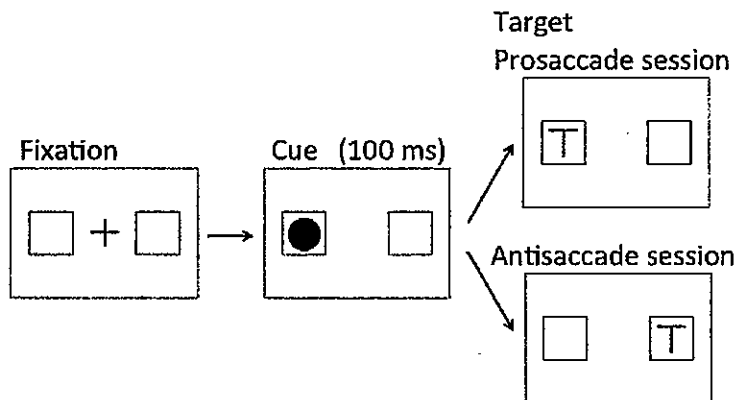


Figure 1

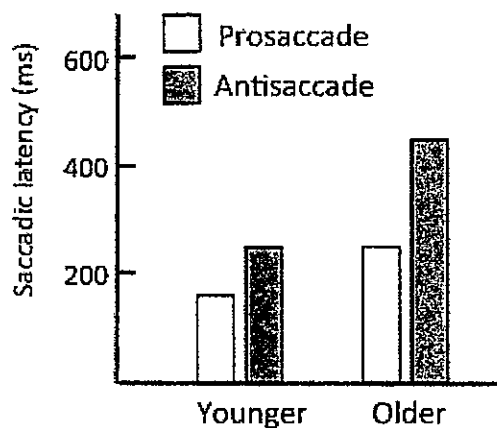


Figure 2

通信路行列 $T = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$ で規定される定常無記憶通信路がある。この通信路への入力, 出力を表す確率変数を X, Y , 入力アルファベットを $\{0,1\}$ とする。入力記号 0 の発生確率を p とすると, X に対する Y の条件付きエントロピー $H(Y|X)$ と, X と Y の相互情報量 $I(X;Y)$ は, それぞれ p の関数 $f(p), g(p)$ として表現できる。

設問 1 $f(p)$ と $g(p)$ を p の関数として陽関数表示せよ。

設問 2 $g(p)$ の値が p に依存せず同じ値をとるのは, $c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}$ がどのような値をとるときか示せ。

設問 3 エントロピー関数 $\mathcal{H}(x) = -(x \log_2 x + (1-x) \log_2 (1-x))$, $0 < u < v < 1$ を満たす任意の u, v , $0 < \alpha < 1$ を満たす任意の α に対して,

$$\mathcal{H}(\alpha u + (1-\alpha)v) \text{ と } \alpha \mathcal{H}(u) + (1-\alpha) \mathcal{H}(v)$$

の大小関係について議論せよ。

設問 4 $0 < u < v < 1$ を満たす任意の u, v , $0 < \alpha < 1$ を満たす任意の α に対して, 次のように規定される 4 つの量 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 :

$$Q_1 \equiv f(\alpha u + (1-\alpha)v)$$

$$Q_2 \equiv \alpha f(u) + (1-\alpha)f(v)$$

$$Q_3 \equiv g(\alpha u + (1-\alpha)v)$$

$$Q_4 \equiv \alpha g(u) + (1-\alpha)g(v)$$

の大小関係について議論せよ。

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Consider a stationary memoryless channel specified by the channel matrix $T = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$.

Let the random variables X and Y be the input and output of T , respectively. Let the input alphabet of T be $\{0,1\}$ and $\Pr[X=0]=p$. Let us denote the conditional entropy $H(Y|X)$ and the mutual information $I(X;Y)$ as $f(p)$ and $g(p)$, respectively, reflecting the fact that both quantities depend on p .

Q.1 Write $f(p)$ and $g(p)$ as explicit expressions of p .

Q.2 Show the condition for which the value of $g(p)$ remains unchanged for all possible values of p .

Q.3 For any u, v and α such that $0 < u < v < 1$ and $0 < \alpha < 1$, discuss which one of the following is larger:

$$\mathcal{H}(\alpha u + (1-\alpha)v) \text{ vs. } \alpha \mathcal{H}(u) + (1-\alpha)\mathcal{H}(v),$$

where $\mathcal{H}(x) \equiv -(x \log_2 x + (1-x) \log_2 (1-x))$ is the entropy function.

Q.4 Compare the following four quantities Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 :

$$Q_1 \equiv f(\alpha u + (1-\alpha)v),$$

$$Q_2 \equiv \alpha f(u) + (1-\alpha)f(v),$$

$$Q_3 \equiv g(\alpha u + (1-\alpha)v),$$

$$Q_4 \equiv \alpha g(u) + (1-\alpha)g(v),$$

where u, v and α are any real numbers that satisfy $0 < u < v < 1$ and $0 < \alpha < 1$.

「宣教師とエイリアン」の問題（以下、M&A 問題）は次のように定義される。

- [1] 川の左岸に宣教師とエイリアンが 3 人ずつおり、2 名乗りボート一隻が左岸にある。このボートを使って、全員が右岸に渡りたい。ただし、ボートを動かすには最低 1 名乗船することが必要である。
- [2] いずれの岸、および、ボート内においても、エイリアンの数が宣教師の数を上回るとき、宣教師には危害が加えられる。
- [3] 宣教師が危害を加えられずに、全員が無事右岸に渡る手順を求めよ。

M&A 問題を解くために、状態とオペレータを定義する。状態は、ボートが使用される毎のスナップショットであり、左岸での宣教師の数、エイリアンの数、ボートの数の三つ組み **[#M, #A, #B]** で表現する。オペレータは、ボートに乗っている宣教師の数、エイリアンの数、移動の方向の三つ組み **cross(#M, #A, D)** で表現する。ただし、**D** は **L**（左岸行）か **R**（右岸行）である。

- 設問 1 初期状態と目標状態をそれぞれ示しなさい。
- 設問 2 初期状態から[1]だけを使って、2 回ボートが川を渡った時までの可能な全状態空間（状態とオペレータ）を図示しなさい。
- 設問 3 設問 2 で、宣教師が危害を受ける状態に、×印をつけなさい。
- 設問 4 設問 3 で×印をつけたときに使用した制約条件を記述しなさい。
- 設問 5 ボート内では宣教師は常に安全であることを示しなさい。
- 設問 6 M&A 問題を探索で解く場合、状態の重複チェックが有効かどうか論じなさい。
- 設問 7 M&A 問題を探索を使って解きなさい。その時に用いた探索法について簡単に述べなさい。
- 設問 8 設問 7 で得られた手順がボートの使用回数が最小の最適解であるかどうか述べなさい。最適解でない可能性がある場合には、最適解を求めるための手法についても論じなさい。（具体的な最適解を求める必要はない。）

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Missionaries and Aliens Problem (hereafter, the M&A Problem) is specified as follows:

- [1] Three missionaries and three aliens are on the left bank of a river. A two seat boat is on the left bank. They want to cross the river by this boat. Note that at least one missionary or alien should be on the boat to cross the river.
- [2] When aliens outnumber missionaries, they harm missionaries either on the left or right bank or in the boat.
- [3] Make a plan for all missionaries and aliens to cross the river without any missionary being harmed.

In order to solve the M&A Problem, states and an operator are defined. A state is a snapshot of the Problem, and defined as a triplet, (**#M, #A, #B**), of the number of missionaries (**#M**), that of aliens (**#A**), and the number of boat (**#B**), on the left bank. The operator is represented as **cross(#M, #A, D)** that specifies the number of missionaries (**#M**) and that of aliens (**#A**) carried on the boat toward the direction (**D**). **D** is specified either **L** (toward the left bank) or **R** (toward the right bank).

- Q.1 Give the initial and goal states.
- Q.2 Illustrate all possible state space (states and operators) after the first and second movements of the boat under [1].
- Q.3 Mark the states that violate the condition of no missionary being harmed given in Q.2.
- Q.4 Specify the constraints that are used for marking in Q.3.
- Q.5 Prove that missionaries are never harmed in the boat.
- Q.6 Discuss whether the duplicate check of states is effective or not in solving the M&A Problem by a search method.
- Q.7 Solve the M&A Problem by some search method. Describe what kind of search is used when obtaining the plan.
- Q.8 Describe whether the plan you gave in Q.7 is optimal (minimum boat trips) or not. If not, discuss a method to get an optimal plan. (Note that you need not give an optimal plan.)

夏場のエアコンは、温度が高くなるほど、また湿度が高くなるほど必要になる。それほど暑くなくても、湿度が高いと必要となる。ただし、暑さや湿気の感じ方、すなわちエアコンの必要性には個人差がある。そこで、ユーザのエアコン操作の履歴から自動的にスイッチを入れる学習機能を実現することを考える。

設問1. 温度を x_1 (摂氏温度)、湿度を x_2 (%) とするときに、エアコンを起動させるか否かの判定を以下の線形識別関数 $f(x_1, x_2)$ で行うことを考える。この重み (a, b, c) を誤り訂正学習法 (パーセプトロン学習法) で求める計算手順の概要を示し、この手順によって必ず解を見つけれられるための条件を述べよ。

$$f(x_1, x_2) = a * \frac{x_1}{100} + b * \frac{x_2}{100} - c$$

ただし、 $f(x_1, x_2) \geq 0$ のときに起動 (オン)

設問2. ある4日間における温度・湿度とユーザのエアコン操作の履歴は以下の通りであった。これから誤り訂正学習法を用いて、線形識別関数を推定せよ。ただし、初期値として各重みの値を1としてから学習を開始し、学習率は1とすること。学習の過程を示し、得られた識別関数を (x_1, x_2) の二次元平面上に図示せよ。

日付	温度 $x_1/100$	湿度 $x_2/100$	オン/オフ
第1日	.30	.50	オン
第2日	.25	.50	オフ
第3日	.25	.70	オン
第4日	.30	.30	オフ

設問3. 上記で学習された関数に基づいてエアコンを動作させるが、その上でユーザが温度設定を行うことも可能とする。例えば28度に設定した場合、実際に28度になったときは一定の湿度以上の場合のみ除湿機能を動作させればよい。この場合のしきい値となる湿度を求めよ。ただし、小数点以下は無視してよい。

設問4. 多くのユーザのデータを集めると、設問1で述べた条件を満たさなくなることが予想される。その場合に、学習法をどのようにすればよいか述べよ。

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Air-conditioning is needed in summer when the temperature gets higher and/or the humidity gets higher. It is needed when the humidity is high even if the temperature is not so high. However, the feeling of heat and humidity depends on persons, so does the necessity of air-conditioning. Thus, we design an intelligent machine that learns when to be activated from a history of user operation.

Q.1 Let the temperature x_1 (Celsius) and the humidity x_2 (%), and we design a linear discriminant function $f(x_1, x_2)$ shown below to control the activation of the air-conditioner. Present an overview of the perceptron learning method to estimate the parameters (a, b, c) of the function, and describe the condition where the method is guaranteed to find a solution.

$$f(x_1, x_2) = a * \frac{x_1}{100} + b * \frac{x_2}{100} - c$$

activate if $f(x_1, x_2) \geq 0$

Q.2 Below is a history of the temperature and the humidity as well as a user's operation of the air-conditioner over four days. Estimate the linear discriminant function using the perceptron learning method. Initialize all weights with 1 and set the learning rate to 1. Present the learning process and plot the learned function in the (x_1, x_2) two-dimensional space.

date	temperature $x_1/100$	humidity $x_2/100$	ON/OFF
Day 1	.30	.50	ON
Day 2	.25	.50	OFF
Day 3	.25	.70	ON
Day 4	.30	.30	OFF

Q.3 While the air-conditioner is operated with the above function, the user can also set the temperature, for example to 28 degree. In this case, the air-conditioner should operate to lower the humidity when the temperature reaches 28 degree but the humidity is higher than a certain value. What is the threshold of the humidity that triggers this operation? Digits after the decimal point can be discarded.

Q.4 When we collect operation data of many users, the condition discussed in Q.1 may not be satisfied. Discuss how the learning method can be enhanced to work in that case.

n 文字のテキスト文字列 (*text*) の先頭から順に, m 文字の照合文字列 (*pattern*) を探す問題を考える. なお, 以下では文字列の先頭を位置 0 とする.

たとえば, 図 (a) のように, *text* の位置 i から始まる文字列と *pattern* “ABAC” を比較し, 3 文字目が不一致であったとする. この時, あらかじめ *pattern* の性質を調べておけば, *pattern* を 1 つまたは 2 つ右にずらしても照合することはなく, *pattern* を 3 つ右にずらして, *text* の位置 $i+3$ から比較すればよいことがわかる. 一方, 図 (b) のように, 4 文字目で不一致であった場合には, *pattern* を 2 つ右にずらして, *text* の位置 $i+3$ と *pattern* の位置 1 の比較から再開すればよい. 常に, *text* を逆戻りする必要はない.

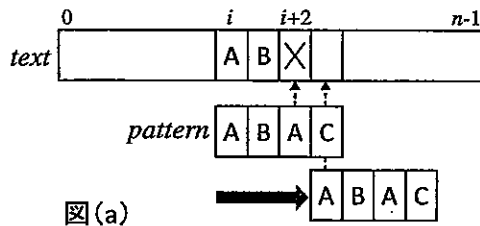


図 (a)

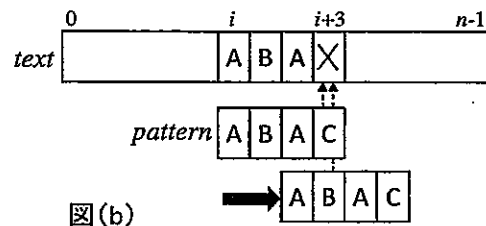


図 (b)

設問 1 *pattern* の位置 j で照合が失敗した時, *pattern* を最大何文字 右にずらせるかを $shift[j]$ で表すこととする. 図 (a) では $shift[2] = 3$, 図 (b) では $shift[3] = 2$ である. 次の *pattern* について, $shift[j]$ ($0 \leq j \leq m-1$) の値を求めよ.

- (i) ABCA (ii) AABA

設問 2 *pattern* が与えられたとき, $shift[j]$ ($0 \leq j \leq m-1$) を計算する手続きを示せ.

設問 3 上記の考え方により *text* と *pattern* の照合を行う C プログラムの例を下記に示す.

1, 2, 3 を埋めよ.

```
int string_matching(char text[], char pattern[], char shift[])
{
    int i, j;
    j = 0;
    for (i = 0; text[i]; i++) {
        if (text[i] == pattern[j]) {
            j = 1;
            if (pattern[j] == '\0') return i - j + 1; /* 見つかった */
        } else {
            if (j < shift[j]) {
                j = 0;
            } else {
                j = 2; i = 3;
            }
        }
    }
    return -1;
}
```

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Consider a string matching problem of finding a *pattern* string with length m from the head of a *text* string with length n . Note that the index of the head position of a string is set to 0.

For example, in case of Figure (a), we compare a string from the position i of *text* with *pattern* "ABAC", and find that the third character does not match. If the characteristic of *pattern* is examined beforehand, we notice that shifting *pattern* to the right only by one or two characters would not make sense; it is reasonable to shift *pattern* by three characters and to restart the matching at the position $i+3$ of *text*. On the other hand, in case of Figure (b), when the fourth character does not match, we can shift *pattern* by two characters, and restart the matching between the position $i+3$ of *text* and the position 1 of *pattern*. It is not necessary to go back on *text*.

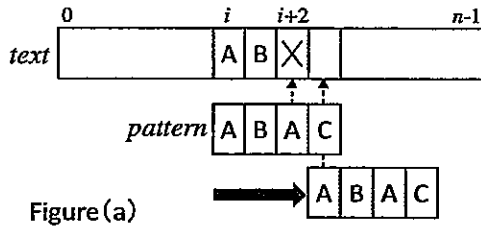


Figure (a)

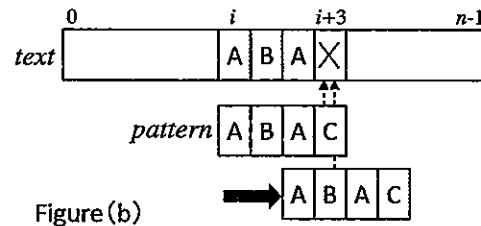


Figure (b)

Q.1 We use $shift[j]$ to denote the maximum number of characters by which *pattern* can be moved to the right when a mis-matching occurs at the position j of *pattern*. In case of Figure (a), $shift[2] = 3$; in case of Figure (b), $shift[3] = 2$. Calculate the values of $shift[j]$ ($0 \leq j \leq m-1$) for the following *patterns*:

- (i) ABCA (ii) AABA

Q.2 Given a *pattern*, show a procedure of calculating $shift[j]$ ($0 \leq j \leq m-1$).

Q.3 A C-program of matching *text* and *pattern* using the idea above is shown below. Fill in the blanks , , and .

```
int string_matching(char text[], char pattern[], char shift[])
{
    int i, j;
    j = 0;
    for (i = 0; text[i]; i++) {
        if (text[i] == pattern[j]) {
            j = ;
            if (pattern[j] == '\0') return i - j + 1; /* found */
        } else {
            if (j < shift[j]) {
                j = 0;
            } else {
                j = ; i = ;
            }
        }
    }
    return -1;
}
```

図1は行列A,Bに対して行列積

$$C=AB$$

の計算を行うC言語プログラムである。以下の設問に答えよ。設問3～6の解答においては、プログラムを実行させた処理系のCPUが容量256KBのキャッシュを持ち、キャッシュのブロック(キャッシュライン)のサイズが64バイトであることを用いてよい。

設問1 このプログラムを実行することで行われる浮動小数点演算の回数をNの式で表せ。

設問2 このプログラムをある処理系で実行したときの変数i, k, jの3重のforループの実行に要する時間が8.0秒であったという。その際のFLOPS値(1秒あたりの浮動小数点演算回数)を求めよ。

```
#define N 2000
double a[N][N], b[N][N], c[N][N];
int main(){
    int i, j, k;
    配列a, bの値をファイルから読み込み
    for (i=0; i<N; i++)
        for (k=0; k<N; k++)
            for (j=0; j<N; j++)
                c[i][j] += a[i][k] * b[k][j];
    配列cの値をファイルへ出力
    return 0;
}
```

図1 行列積プログラム

設問3 図1のプログラムは、変数i, k, jの3重のforループの順序を入れ替えても演算結果は変わらない。図1のように変数が外側のforループからi, k, jの順に現れるものをIKJ型と呼ぶことにする。i, j, kの変数の順列をすべて考え、それぞれ実行時間を測定したところ表1のようになった。IKJ型とIJK型、KJI型とでこのような性能差が生じる理由を説明せよ。

表1: 行列積forループの実行時間(N=2000)
(秒)

IJK型	81.9
IKJ型	8.0
JKI型	(X)
KJI型	(Y)
KIJ型	(Z)
KJI型	182.9

設問4 表1中の(X), (Y), (Z)には、それぞれ以下の数値のいずれかが入る。(X), (Y), (Z)の値を示せ。

8.9 75.2 252.3

設問5 図1のプログラムのforループを書き換えて図2のようにしたところ、実行に要する時間が6.2秒に短縮された。このような書き換えにより実行時間が短縮される理由を述べよ。

設問6 図1あるいは図2のプログラムをさらに高速化するにはforループのどのような書き換えが考えられるか。書き換えたプログラムを、それにより高速化され则认为られることの説明とともに示せ。

```
for (i=0; i<N; i++)
    for (k=0; k<N; k+=2)
        for (j=0; j<N; j++)
            c[i][j] += a[i][k] * b[k][j]
            + a[i][k+1] * b[k+1][j];
```

図2 行列積計算のforループ

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Figure 1 shows a program in C language which computes the product $C=AB$ for matrices A and B. Answer the following questions. For Q.3 through Q.6, it may be assumed that the CPU of the system, on which the program is executed, has a cache memory of 256K Bytes and the size of a block (cache line) is 64 Bytes.

Q.1 Answer the number of floating-point operations performed in one execution of the program, in terms of N.

Q.2 It takes 8.0 seconds in one execution of the triply nested for loop of indices i, k, j. Calculate the FLOPS (Floating-point Operations Per Second) number of this execution.

Q.3 The result of execution of the program in Figure 1 is unchanged even if the order of the loop indices of the for loop is rearranged. Here we call the for loop in "IKJ order" if loop indices occur in the order of i, k, j from the outermost for loop. Table 1 shows measured execution time of the for loop for all variants of the order of indices. Describe the reason why the performance of IKJ order differs from those of IJK order and KJI order.

Q.4 The three numbers below fit in either of the blanks (X), (Y), and (Z) in Table 1. Assign a value for (X), (Y), and (Z).

8.9 75.2 252.3

Q.5 Execution time of the for loop of the program in Figure 1 is shortened into 6.2 seconds when the for loop is modified as shown in Figure 2. Explain why the execution time gets shortened.

Q.6 What modification on the for loop is effective for further speed up of programs in Figure 1 or Figure 2? Provide a modified program and explain why it is faster.

```
#define N 2000
double a[N][N], b[N][N], c[N][N];
int main(){
    int i, j, k;
    read values of array a and array
    b from an external file
    for (i=0; i<N; i++)
        for (k=0; k<N; k++)
            for (j=0; j<N; j++)
                c[i][j] += a[i][k] * b[k][j];
    write values of array c to an
    external file
    return 0;
}
```

Figure 1: A program for matrix multiplication

Table 1: Execution time of the for loop for matrix multiplication (N=2000) (second)

IJK order	81.9
IKJ order	8.0
JIK order	(X)
JKI order	(Y)
KIJ order	(Z)
KJI order	182.9

```
for (i=0; i<N; i++)
    for (k=0; k<N; k+=2)
        for (j=0; j<N; j++)
            c[i][j] += a[i][k] * b[k][j]
            + a[i][k+1] * b[k+1][j];
```

Figure 2: Nested for loops for matrix multiplication

設問 1 以下の漸化式で定義される数列がある. ただし $n \geq 1$ であり, $r > 0$ は実定数である.

$$\begin{aligned}x_1 &= 1 \\y_1 &= 0 \\x_{n+1} &= \frac{r}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})x_n - \frac{r}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})y_n \\y_{n+1} &= \frac{r}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})x_n + \frac{r}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})y_n\end{aligned}$$

- (1) x_{12} と y_{12} を求めなさい.
- (2) $n \rightarrow \infty$ のときの x_n の振る舞いについて述べなさい.

設問 2 実数 x を変数とする関数 $f(x)$, $g(x)$ のフーリエ変換をそれぞれ $F(\omega)$, $G(\omega)$ とし, 以下のように定義する.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x}dx \quad G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)e^{-i\omega x}dx$$

ここで, i は $i^2 = -1$ となる虚数単位を表す.

- (1) $h(x) = f(x)g(x)$ のフーリエ変換 $H(\omega)$ を $F(\omega)$ と $G(\omega)$ を用いて表しなさい.
- (2) (1) の結果を利用して,

$$e^{-ax^2} \cos(\omega_0 x + \alpha)$$

のフーリエ変換を計算しなさい. ただし, a, ω_0, α は正の実定数とし,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

である.

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Q.1 Consider the recurrence formulae defined as follows:

$$\begin{aligned}x_1 &= 1, \\y_1 &= 0, \\x_{n+1} &= \frac{r}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})x_n - \frac{r}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})y_n, \\y_{n+1} &= \frac{r}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})x_n + \frac{r}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})y_n,\end{aligned}$$

where $n \geq 1$, and $r > 0$ is a real constant.

(1) Calculate x_{12} and y_{12} .

(2) Describe how x_n behaves when $n \rightarrow \infty$.

Q.2 Let $F(\omega)$ and $G(\omega)$ denote Fourier transforms of functions $f(x)$ and $g(x)$ with real variable x , respectively:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx \quad \text{and} \quad G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)e^{-i\omega x} dx,$$

where i denotes the imaginary number satisfying $i^2 = -1$.

(1) Describe the Fourier transform $H(\omega)$ of $h(x) = f(x)g(x)$ in terms of $F(\omega)$ and $G(\omega)$.

(2) Using the result of (1), compute the Fourier transform of

$$e^{-ax^2} \cos(\omega_0 x + \alpha),$$

where a , ω_0 , and α denote positive real constants, and

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}.$$

設問1. アルファベットを $\Sigma = \{a, b\}$ とする. 以下では, アルファベット Σ 上の文字列だけを扱う. 非終端記号を S と T , $N = \{S, T\}$, 開始記号を S として, 以下に示す生成規則の集合 P_1, P_2 それぞれに対して文脈自由文法 $\Gamma_i = (N, \Sigma, P_i, S)$ ($i=1, 2$)を考える.

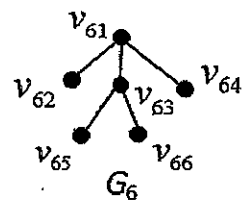
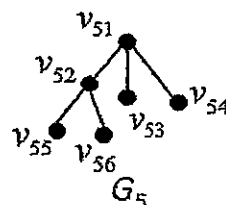
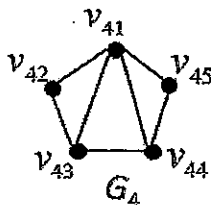
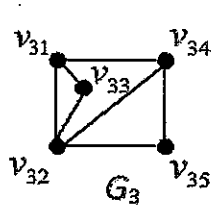
$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aT \\ S \rightarrow Sb \\ T \rightarrow aS \\ T \rightarrow Tb \\ S \rightarrow a \end{array} \right\} \quad P_2 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aT \\ T \rightarrow Sb \\ S \rightarrow ab \end{array} \right\}$$

このとき Γ_1, Γ_2 に対して次の(1), (2)に解答せよ.

- (1) 文字列 $aaabbb$ に対する構文解析木を, 各 Γ_i ($i=1, 2$) に対して一つずつ与えよ.
- (2) 文法 Γ によって生成される文字列全体の集合を $L(\Gamma)$ と表すことにする. 各 Γ_i ($i=1, 2$) に対して, $L(\Gamma_i)$ を受理する決定性有限オートマトンが存在する場合は, そのオートマトンを1つ図示し, 存在しない場合は存在しない理由を述べよ.

設問 2. 本設問では, 単純無向グラフのみを取り扱う. 2 つのグラフ $G_1 = (V_1, E_1)$ と $G_2 = (V_2, E_2)$ に対して, 以下の条件を満たす V_1 から V_2 への全単射 f が存在するとき, G_1 と G_2 は同型であるという. 「条件: 任意の2 頂点ペア $u \in V_1, v \in V_1$ に対し, $(u, v) \in E_1$ のとき, およびそのときに限り $(f(u), f(v)) \in E_2$ である.」 また, このような f を同型写像という.

- (1) 以下のグラフ G_3 と G_4 は同型か? 同型ならば同型写像を示せ. 同型でないならば, その理由を説明せよ.



- (2) 上記の G_5 と G_6 は同型である. 同型写像の個数を答えよ. 答のみで良い.
- (3) グラフの各頂点の次数を非昇順に並べたものをそのグラフの次数列という. 例えば (1)の G_4 の次数列は(4, 3, 3, 2, 2)である. 以下の に当てはまるものを(a) ~ (d)の中から選び, 記号で答えよ. また, その理由も示せ.

「 G_1 と G_2 の次数列が一致することは, G_1 と G_2 が同型であるための .

- (a) 必要十分条件である
- (b) 必要条件であるが十分条件ではない
- (c) 十分条件であるが必要条件ではない
- (d) 必要条件でも十分条件でもない

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Q.1 Let $\Sigma = \{a, b\}$ be the alphabet. In the following we consider strings only over Σ . Let S and T be non-terminal symbols (variables), $N = \{S, T\}$, and S be the start symbol. We define context free grammars $\Gamma_i = (N, \Sigma, P_i, S)$ ($i=1, 2$) with the following sets of production rules:

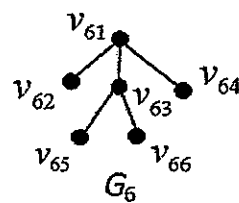
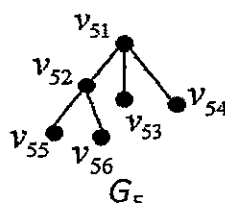
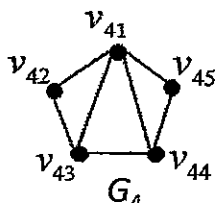
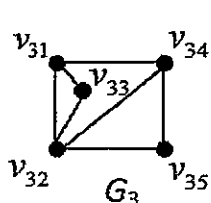
$$P_1 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aT \\ S \rightarrow Sb \\ T \rightarrow aS \\ T \rightarrow Tb \\ S \rightarrow a \end{array} \right\} \quad P_2 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aT \\ T \rightarrow Sb \\ S \rightarrow ab \end{array} \right\}$$

Answer both of (1) and (2) listed below according to Γ_1 and Γ_2 .

- (1) For a string $aaabbb$, draw a derivation tree (parsing tree) for each of Γ_i ($i=1, 2$).
- (2) Let $L(\Gamma)$ denote the set of all strings generated by a grammar Γ . For each Γ_i ($i=1, 2$), illustrate a deterministic finite-state automaton which accepts $L(\Gamma_i)$, if such an automaton exists for Γ_i . Otherwise, explain why there exists no such an automaton.

Q.2 In this question, we only consider simple undirected graphs. For two graphs $G_1 = (V_1, E_1)$ and $G_2 = (V_2, E_2)$, we say that they are isomorphic if there is a bijection f from V_1 to V_2 satisfying the following condition. "Condition: For any pair of two vertices $u \in V_1$ and $v \in V_1$, $(f(u), f(v)) \in E_2$ if and only if $(u, v) \in E_1$." A function f satisfying this condition is called an isomorphism.

- (1) Answer whether or not the following two graphs G_3 and G_4 are isomorphic. If so, provide an isomorphism. If not, explain the reason.



- (2) The two graphs G_5 and G_6 are isomorphic. Provide the number of existing isomorphisms.
- (3) The non-increasing ordered sequence of the degrees of the vertices in a graph is called the degree-sequence of the graph. For example, the degree-sequence of G_4 in (1) is $(4, 3, 3, 2, 2)$. Choose the correct answer from (a) through (d) which can fill in the following blank , and explain the reason.
"The fact that degree sequences of G_1 and G_2 coincide is for G_1 and G_2 to be isomorphic."

- (a) necessary and sufficient condition
- (b) necessary condition but not sufficient condition
- (c) sufficient condition but not necessary condition
- (d) neither necessary nor sufficient condition

設問1 n 人が参加するプレゼント交換ゲームを考える. それぞれの人がプレゼントを持参し, 一旦, プレゼントをまとめたうえで, ランダムに一つのプレゼントをとる. この時, 自分が持ってきたプレゼントをとる人が一人でもいる確率 P_n を考える.

- (1) 参加者 i ($i = 1, 2, \dots, n$) が自分のプレゼントをとる確率 Q_i を求めよ.
- (2) 参加者 i か j ($i \neq j$) の少なくとも一方が自分のプレゼントをとる確率 Q_{ij} を求めよ.
- (3) 確率 P_n を求めよ.
- (4) n が大きくなると P_n はある値に近づく. その値を求めよ.

設問2 母平均 μ , 母分散 σ^2 の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ から抽出した無作為標本を X_1, \dots, X_n とする. σ の値 (ただし $\sigma > 0$) が既知であるとき, これら n 個の無作為標本から μ を区間推定することを考える. ここで, 標本平均 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ は $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ に従う.

- (1) 標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うような確率変数 Y を, \bar{X} , μ , σ , n を用いて表せ.
- (2) $P(m_1 \leq \mu \leq m_2) = P(y_1 \leq Y \leq y_2)$ を満たす区間 $[m_1, m_2]$ を, \bar{X} , σ , n , y_1 , y_2 を用いて表せ. ここで $P(E)$ は事象 E の確率を表す.
- (3) 値 $c \in [0, 1]$ が与えられたときに, $P(m_1 \leq \mu \leq m_2) = c$ を満たす区間 $[m_1, m_2]$ のうち区間幅が最短のものを求めよ. 導出過程も示すこと. なお $N(0, 1)$ の上側 $100\alpha\%$ 点を $y(\alpha)$ とする.
- (4) μ に関する信頼率 (信頼係数) c の信頼区間として, (3) で求めた区間を用いるものとする. 信頼率 95% の信頼区間の幅を σ 以内にするには, 標本数 n は少なくともいくらか必要か示せ. ただし $y(0.025) = 1.96$ とする.

Question is translated in English in the section below; this translation is given for reference only.

Q.1 Consider the present exchange game involving n participants in which each participant brings a present, all the presents are collected and each participant takes one of them randomly. The probability for at least one participant to take his/her own present is defined as P_n .

- (1) Calculate the probability Q_i ($i = 1, 2, \dots, n$) for participant i to take his/her own present.
- (2) Calculate the probability Q_{ij} ($i \neq j$) for at least one of the participants i and j to take his/her own present.
- (3) Calculate P_n .
- (4) As n grows, P_n approaches a certain value. Calculate the value.

Q.2 Let X_1, \dots, X_n be random samples drawn from the normal distribution $N(\mu, \sigma^2)$ with population mean μ and population variance σ^2 . Consider the problem of interval estimation of μ from these n samples when the value of σ ($\sigma > 0$) is known. Here the sample mean $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ obeys the distribution $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

- (1) Define a random variable Y that obeys the standard normal distribution $N(0, 1)$ using \bar{X} , μ , σ , and n .
- (2) Define explicitly the interval $[m_1, m_2]$ such that $P(m_1 \leq \mu \leq m_2) = P(y_1 \leq Y \leq y_2)$ using \bar{X} , σ , n , y_1 , and y_2 . Here $P(E)$ denotes the probability of event E .
- (3) Given a value $c \in [0, 1]$, provide a formula for the interval $[m_1, m_2]$ that satisfies $P(m_1 \leq \mu \leq m_2) = c$ with the smallest possible interval length. Provide the derivation as well. Here we let $y(\alpha)$ be the upper 100α percentile of $N(0, 1)$.
- (4) Let the solution of (3) be the confidence interval for μ with confidence level (confidence coefficient) c . Give the minimum size of samples n required to realize the confidence interval with the confidence level 95% such that the interval length is smaller than or equal to σ . Here we let $y(0.025) = 1.96$.