九州大学大学院システム情報科学府

情報理学専攻

平成２０年度入学試験問題

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

英語

（1 枚中の 1）

問題毎に解答用紙を別にすること．

---

1. 下記の英文は，Ben Shneiderman 著 “Web Science: A Provocative Invitation to Computer Science”（Communications of the ACM, Vol. 50, No. 6, pp. 25–27, June 2007）から抜粋したものである．全文を日本語に訳せ．

   英文和訳の問題ですが、著作権法上の問題がありますので問題は公開できません。

2. 下記の文は上記英文の「結論（Conclusion）」部分の和訳である．これを英訳せよ．

   ウェブ科学に関する上記の枠組みは挑戦的な研究課題であり，慎重なレビューを受けるに値するものである．しかし，ソーシャルコンピューティング，普遍的ユーザビリティ，学際的戦略といった重要な課題に対して適切に対処するために枠組みの拡張が既に必要にもなってきている．先見の明を有するものは「今こそ変化の時だ」と言う．しかしながら，伝統的な計算機科学コミュニティはこの誘いを受け入れるだろうか？私は受け入れるものと願っている．

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

数 学

出題問題 6 問のうちから 4 問を選び解答すること．
問題毎に解答用紙を別にすること．

---

1. A, B, S, T を集合 U の部分集合とする．次の各問に答えよ．

   (1) $A \cap X \subseteq B$ を満たす U の部分集合 X のなかで最大のものを求めよ．

   (2) $S \cap A \cap B = T \cap A \cap B$ ならば，U のある部分集合 R に対して $S \cap A = R \cap A$ かつ $R \cap B = T \cap B$ が成り立つことを示せ．

2. 自然数 n $(n \geq 2)$ と実数 a に対して，$n+1$ 次行列 A_n を次のように定める．

$$A_n = \left(\begin{array}{ccc|c} & & & 1 \\ & aE_n & & \vdots \\ & & & 1 \\ \hline 1 & \cdots & 1 & a \end{array}\right)$$

   ただし，E_n は n 次単位行列である．このとき，次の各問に答えよ．

   (1) A_2 と A_3 の行列式 $|A_2|$ と $|A_3|$ を求めよ．

   (2) $|A_n| = a|A_{n-1}| - a^{n-1}$ が成り立つことを示せ．

   (3) $a \neq 0, \pm\sqrt{n}$ は A_n が正則であるための必要十分条件であることを示せ．

   (4) A_n の固有値と固有ベクトルを求めよ．

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

数学

(3枚中の2)

出題問題6問のうちから4問を選び解答すること． 問題毎に解答用紙を別にすること．

---

3. $y(x)$ に関する微分方程式

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-4y=\log x \qquad \text{(A)}$$

について，次の各問に答えよ．

(1) (A) に変数変換 $x=e^t$ を行い，定数係数線形微分方程式を導け．

(2) (1) で得られた微分方程式を解くことにより，(A) の一般解を求めよ．

4. 次の各問に答えよ．

(1) 変換 $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ に対するヤコビアンを求めよ．ここで変換 $x = \varphi(u,v)$, $y=\psi(u,v)$ に対するヤコビアン J は以下の行列式で与えられる．

$$J=\begin{vmatrix} \frac{\partial\varphi}{\partial u} & \frac{\partial\psi}{\partial u} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial v} & \frac{\partial\psi}{\partial v} \end{vmatrix}$$

(2) $g(t)=e^{-\frac{t^2}{2}}, I=\int_0^\infty g(t)dt$ とおき，$I^2=\frac{\pi}{2}$ を示せ．必要ならば，

$$I^2=\int_0^\infty g(x)dx\int_0^\infty g(y)dy=\int_0^\infty\int_0^\infty e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}dxdy$$

を用いよ．

(3) 期待値 μ，分散 σ^2 の正規分布の確率密度関数 $f(x)$ は以下の式で与えられる．

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

このとき，$\int_{-\infty}^{\infty}f(x)dx=1$ となることを示せ．

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

数学

(3 枚中の 3)

出題問題6問のうちから4問を選び解答すること.
問題毎に解答用紙を別にすること.

---

5. 複素関数 $f(z) = \dfrac{1}{z^2(z-1)}$, $g(z) = \dfrac{\cos \pi z}{z-1}$, $h(z) = f(z)g(z)$ について，次の各問に答えよ.

(1) 領域 $0 < |z-1| < 1$ で，$z = 1$ を中心として，$f(z)$ をローラン展開せよ.

(2) 積分 $\oint_C g(z)dz$ を計算せよ．ただし，C は複素平面上で原点を中心とする半径2の円を正の向き (反時計周り) に一周する閉路とする.

(3) 積分 $\oint_C h(z)dz$ を計算せよ．ただし，C は複素平面上で原点を中心とする半径2の円を正の向き (反時計周り) に一周する閉路とする.

6. 漸化式 $f_0 = 0$, $f_1 = 1$, $f_n = f_{n-2} + f_{n-1}$ $(n \geq 2)$ で定まる数列 $\{f_n\}$ をフィボナッチ数列とよぶ. N を任意の正整数とし，各 $n \geq 0$ について f_n を N で割った余りを r_n とおく．このとき，正整数 p が存在して数列 $\{r_n\}$ が周期 p をもつこと，すなわち，任意の $n \geq 0$ に対して $r_{n+p} = r_n$ となることを証明したい．次の各問に答えよ.

(1) 数列 $\{r_n\}$ は $N = 4$ のとき周期6をもつ．実際に $N = 4$ とおいて $r_0, \ldots, r_{11}$ の値を求め，$0 \leq n \leq 11$ の範囲においてこのことを確かめよ.

(2) $n \geq 2$ に対して

$$r_n \equiv r_{n-2} + r_{n-1} \pmod N$$

が成立することを示せ.

(3) $(r_i, r_{i+1}) = (r_j, r_{j+1})$ となる整数 i, j $(0 \leq i < j \leq N^2)$ が存在することを示せ．必要であれば，r_n のとりうる値が $0, \ldots, N-1$ の N とおりであることを用いよ.

(4) (3) の i, j として $i + j$ の値を最小にする i, j を選ぶと，$i = 0$ となる．このことを背理法を用いて証明し，$r_j = r_0$ であることを導け.

(5) (4) のように j を選ぶとき，任意の $n \geq 0$ に対して $r_{n+j} = r_n$ であることを数学的帰納法により証明せよ.

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

情報科学I

出題問題6問のうちから3問を選び解答すること. 問題毎に解答用紙を別にすること.

---

1. 図1のプログラムは2分探索木を扱う. 次の各問に答えよ.

(1) 第4, 5行目の a, b について, それぞれの役割を簡潔に述べよ.

(2) 第29, 45, 60行目から始まる f1, f2, f3 について, それぞれの役割を簡潔に述べよ.

(3) 図2（次ページ）はこのプログラムの実行結果である.（以下省略）の部分を描け.

(4) 第16行目の配列 d[] が, 整列された n 個の正数, 最後に EOD を格納している場合, 関数 f1 の時間計算量を O 記法で示せ.

```
1  #include <stdio.h>
2  #include <malloc.h>
3  struct tree {
4    int a;
5    struct tree *b, *c;
6  };
7
8  struct tree *f1(int x, struct tree *t);
9  struct tree *f2(struct tree *t);
10 void f3(struct tree *t, int h);
11
12 #define EOD -1
13
14 main()
15 {
16   int d[16] = {5,2,8,7,10,9,4,1,6,EOD};
17   struct tree *root;
18   int i=0;
19
20   root = NULL;
21   while(d[i] != EOD)
22     root = f1(d[i++], root);
23   f3(root,0);
24   printf("f2\n");
25   root = f2(root);
26   f3(root,0);
27 }
28
29 struct tree *
30 f1(int x, struct tree *t)
31 {
32   if (t==NULL) {
33     t=(struct tree *)malloc(sizeof(struct tree));
34     t->a = x;
35     t->b = t->c = NULL;
36   }
37   else  if (x < t->a)
38     t->b = f1(x, t->b);
39   else  if (x > t->a)
40     t->c = f1(x, t->c);
41
42   return t;
43 }
44
45 struct tree *
46 f2(struct tree *t)
47 {
48   struct tree *q;
49
50   if (t->c != NULL)
51     t->c=f2(t->c);
52   else {
53     q=t;
54     t=t->b;
55     free(q);
56   }
57   return t;
58 }
59
60 void
61 f3(struct tree *t, int h)
62 {
63   int i;
64
65   if (t!=NULL) {
66     f3(t->c,h+1);
67     for(i=0; i<h; i++)
68       printf("\t");
69     printf("<%d>\n",t->a);
70     f3(t->b,h+1);
71   }
72 }
```

図1：プログラム

情報科学Ⅰ

出題問題6問のうちから3問を選び解答すること．
問題毎に解答用紙を別にすること．

```
                <10>
                        <9>
        <8>
                <7>
                        <6>
<5>
                <4>
        <2>
                <1>
f2
 (以下省略)
```

図2：実行結果(木構造の印字は，時計方向に90度回転させて見る)

情報科学 I

出題問題６問のうちから３問を選び解答すること.
問題毎に解答用紙を別にすること.

---

2. アルファベットを Σ とする. 言語 $L \subseteq \Sigma^*$ がチューリング機械で受理されるとき, L はチューリング認識可能であるという. 言語 $L \subseteq \Sigma^*$ がすべての入力に対して停止するチューリング機械で受理されるとき, L はチューリング判定可能であるという. 次の各問に答えよ.

(1) 任意のチューリング認識可能な言語 $L \subseteq \Sigma^*$ に対して, その補集合 $\overline{L} = \Sigma^* - L$ はチューリング判定可能であるか, チューリング認識可能でないかのどちらかであることを示せ.

(2) 任意のチューリング認識可能な言語 $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ に対して, 言語 $L = L_1L_2 = \{xy \mid x \in L_1, y \in L_2\}$ はチューリング認識可能であることを示せ.

3. 任意の整数 $k \geq 0$ に対して, アルファベット $\Sigma = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}$ 上の文字列 f_k を次のように定義する.

$$f_k = \begin{cases} \mathsf{b}, & k = 0, \\ \mathsf{a}, & k = 1, \\ f_{k-1} \cdot f_{k-2}, & k \geq 2. \end{cases}$$

例えば, $f_3 = f_2 \cdot f_1 = f_1 \cdot f_0 \cdot f_1 = \mathsf{aba}$ である. このとき, 次のように定義される Σ 上の言語 L_1, L_2, L_3 はそれぞれ有限オートマトンで受理できるか. 受理できるならば, 受理する有限オートマトンを作り, 受理できなければ, そのことを証明せよ.

(1) $L_1 = \{f_k \mid 0 \leq k \leq 5\}$.

(2) $L_2 = \{f_k \mid k \geq 0\}$.

(3) $L_3 = \{f_k \mid k \geq 1\}^*$.

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

情報科学 I

(6枚中の4)

出題問題6問のうちから3問を選び解答すること. 問題毎に解答用紙を別にすること.

---

4. 表1に示す命令パイプラインを有するプロセッサについて考える．各ステージで同時実行可能な命令数は1とする．また,「データ依存に伴うパイプラインの乱れ」を除き，各ステージの実行は常に1クロック・サイクルで完了できると仮定する．さらに，WBステージでレジスタに書き込まれた値は，同一クロック・サイクルにてIDステージで読み出し可能とする．その他，必要であれば理由を説明して適切な前提を立ててよい．次の各問に答えよ．

表1：命令パイプラインの動作

各パイプラインステージ	加算命令[add $x, $y, $z] レジスタ$yとレジスタ$zの値を加算し，レジスタ$xに格納.	ロードワード命令[lw $x, offset($y)] レジスタ$yと命令に埋め込まれたオフセット（offset）を加算してメモリアドレスを生成し，これに対応するメモリデータを読み出してレジスタ$xに格納.
IF	命令メモリより実行すべき命令を取得．次PC（現PC＋４）を計算.	
ID	命令の解読．レジスタ$yならびにレジスタ$zの値の読み出し（レジスタ・ファイルより）.	命令の解読．レジスタ$yの値の読み出し（レジスタ・ファイルより）.
EX	加算の実行.	メモリアドレス生成（レジスタ$yとオフセット値の加算）.
MEM	特になし（加算結果を次ステージへ転送）.	EXステージで生成したメモリアドレスを用いてデータメモリへアクセス．対応するワード・データの読み出し.
WB	加算結果をレジスタ$xに格納.	メモリから読み出したデータをレジスタ$xに格納.

(1) 図1のプログラム実行に要する総クロック・サイクル数を求めよ．ただし，すべてのデータハザードはパイプライン・ストールにより解消するものとする．

(2) この命令パイプラインにフォワーディング機構を追加する場合を想定し，その機能と実現方式を説明せよ．また，そのときの図1のプログラム実行における命令当たりの平均クロック・サイクル数 CPI を求めよ．

(3) プログラム実行時間は，$IC \times CPI \times CCT$ で表すことができる．ただし，IC は実行命令数，CCT はクロック・サイクル時間である．フォワーディング機構の追加により CCT が1.2倍になったとする．この追加の前後でどちらの方が性能が高いか定量的に説明せよ．

実行順序　　($t1～$t7はレジスタ，#以降はコメント)

```
add $t2, $t1, $t2 #命令1 $t1+$t2を$t2へ格納
lw  $t3, 10($t2)  #命令2 ロードデータを$t3へ格納
add $t5, $t3, $t2 #命令3 $t3+$t2を$t5へ格納
add $t4, $t1, $t3 #命令4 $t1+$t3を$t4へ格納
lw  $t7, 80($t4)  #命令5 ロードデータを$t7へ格納
add $t6, $t4, $t7 #命令6 $t4+$t7を$t6へ格納
```

図1：プログラム

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

情報科学 I

(6 枚中の 5)

出題問題 6 問のうちから 3 問を選び解答すること． 問題毎に解答用紙を別にすること．

---

5. 否定，含意，論理和，論理積を表す論理記号をそれぞれ $\neg$, $\rightarrow$, $\vee$, $\wedge$ とし，全称記号を $\forall$, 存在記号を $\exists$ とする．次の各問に答えよ．

(1) P を 1 変数の述語記号，R を 2 変数の述語記号とする．次の 4 つの論理式について普遍妥当かどうか述べよ．普遍妥当の場合にはそれを示し，そうでない場合には解釈が偽となる例を示せ．

(a) $((\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x,y))) \rightarrow ((\forall x)(\exists y)(P(x) \rightarrow R(x,y)))$

(b) $((\forall x)(\exists y)(P(x) \rightarrow R(x,y))) \rightarrow ((\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x,y)))$

(c) $((\forall x)(\exists y)(P(x) \rightarrow R(x,y))) \rightarrow ((\exists y)(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x,y)))$

(d) $((\exists y)(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x,y))) \rightarrow ((\forall x)(\exists y)(P(x) \rightarrow R(x,y)))$

(2) R を 2 変数の述語記号，f, g を 2 変数の関数記号，F_1, F_2, G を次のような論理式とする．このとき，G が $F_1 \wedge F_2$ の論理的帰結となることを示せ．

F_1　$(\forall x)R(x,x)$

F_2　$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(R(z, f(x,y)) \rightarrow R(g(x,y), z))$

G　$(\forall x)(\forall y)R(g(x,y), f(x,y))$

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

情報科学I

出題問題6問のうちから3問を選び解答すること．
問題毎に解答用紙を別にすること．

---

6. 表1に示す状態遷移を実現する順序回路について考える．次の各問に答えよ．

表1：状態遷移と出力

現状態	次状態		出力 z	
	入力 $x=0$	入力 $x=1$	入力 $x=0$	入力 $x=1$
$S0$	$S1$	$S0$	0	0
$S1$	$S1$	$S2$	0	0
$S2$	$S1$	$S3$	0	0
$S3$	$S1$	$S0$	1	0

(1) 状態遷移図を示せ．

(2) $S0$=(0,0)，$S1$=(0,1)，$S2$=(1,0)，$S3$=(1,1) と状態割当てを行った場合を考える．現状態を $(y1, y2)$，次状態を $(Y1, Y2)$ とし，状態変数関数と出力変数関数の論理式を最簡積和表現で示せ．

(3) (1) と (2) の結果に基づき回路図を作成せよ．使用可能な基本論理ゲートは論理積 (AND)，論理和 (OR)，否定 (NOT) とし，記憶素子は表2に示すJKフリップ・フロップ2個までとする．ここで，Q は次状態，q は現状態を表す．また，JKフリップ・フロップの特性方程式は $Q = J\bar{q} + \bar{K}q$ で与えられる．表記は図1に従うこと．なお，クロック信号とリセット信号は省略してよい．

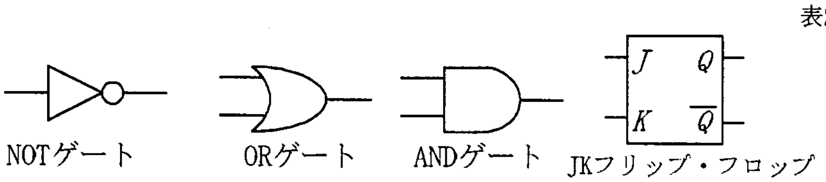


図1： 基本論理ゲートとJKフリップ・フロップの表記

表2：JKフリップ・フロップの動作表

J	K	Q
0	0	q
0	1	0
1	0	1
1	1	$\overline{q}$

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

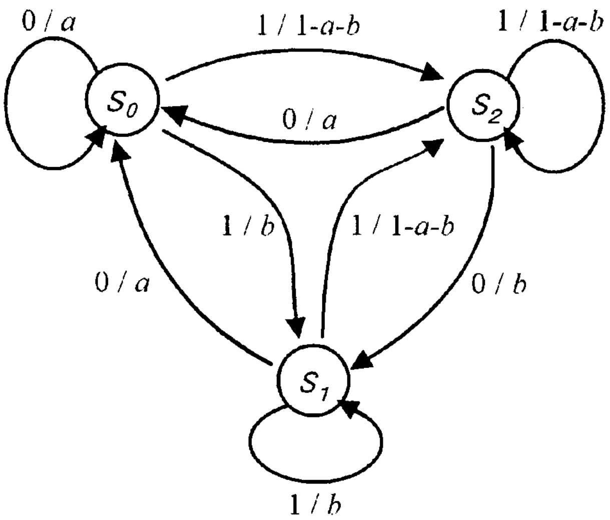
情報科学II

(5枚中の1)

出題問題6問のうちから3問を選び解答すること.
問題毎に解答用紙を別にすること.

---

1. アルファベット $\{0,1\}$ を出力する下図のマルコフ情報源 S について，次の各問に答えよ．ただし，a, b は正の数で，$0 < a + b < 1$ とする．また，計算には $\log_2 3 = 1.58$, $\log_2 5 = 2.32$, $\log_2 7 = 2.81$ を用いよ．



(1) S の状態の定常分布を求めよ．

(2) S の状態が定常分布のとき，情報源記号 0 を出力する確率 $P(0)$ を求めよ．

(3) S の1次エントロピー $H_1(S)$ を求めよ．

(4) S のエントロピー $H(S)$ を求めよ．

(5) $a = 0.8, b = 0.1$ のとき，S の2次エントロピー $H_2(S)$ を計算せよ．

情報科学II

出題問題6問のうちから3問を選び解答すること．
問題毎に解答用紙を別にすること．

---

2. 確率変数 X の密度関数が

$$f(x) = \begin{cases} ae^{-ax}, & x \geq 0 \text{ のとき}, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられている．ただし，a は正の定数とする．次の各問に答えよ．

(1) X の期待値 $\mu = E[X]$ および分散 $\sigma^2 = E[(X-\mu)^2]$ を求めよ．

(2) $t < a$ として，$m(t) = E[e^{tX}]$ とおく．$m'(0)$ および $m''(0)$ を求めよ．

3. 非負整数 n が与えられたときに，これを2進表記に変換し，各桁を配列の要素に格納するプログラムを書け．プログラミング言語はCあるいはPascalを用いよ．ただし，2進表記の最大桁数は16とする．

情報科学II

出題問題 6 問のうちから 3 問を選び解答すること．
問題毎に解答用紙を別にすること．

---

4. 次の各問に答えよ．

(1) 参照ストリング "0, 1, 7, 2, 3, 2, 7, 1, 0, 3" に対し，FIFO, LRU のページ置換えアルゴリズムを適用する場合，各アルゴリズムのページフォールト数を求めよ．ただし，ページ枠の数は 4 とする．(FIFO: First-In First-Out, LRU: Least Recently Used)

(2) 図 1 に生産者消費者問題の疑似コードを示す．ただし，バッファ b には同時に高々1 プロセスしかアクセスできない．

(a) 生産者プロセスと消費者プロセスが，それぞれ一つずつ並行に動作する場合，セマフォ操作命令 P, V を用いて相互排除を実現する疑似コードを示せ．

(b) (a) で作成した疑似コードは，生産者および消費者が両方とも複数である場合にも対応可能であるか．理由を添えて述べよ．

生産者

```
process producer;
begin
  repeat
    produce(x);
    b[in] := x;
    in := in + 1;
  forever;
end.
```

消費者

```
process consumer;
begin
  repeat
    while in <= out do (nothing);
    x   := b[out];
    out := out + 1;
    consume(x);
  forever;
end.
```

図 1：疑似コード

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

情報科学 II

出題問題６問のうちから３問を選び解答すること．
問題毎に解答用紙を別にすること．

---

5. 次の各問に答えよ．

(1) 以下の隣接行列で定まる重み付き単純有向グラフを図示せよ．

		終点						
	→	A	B	C	D	E	F	G
始点	A	0	30	50	0	0	0	0
	B	0	0	19	6	40	0	0
	C	0	0	0	12	0	11	0
	D	0	0	0	0	35	25	0
	E	0	0	0	0	0	0	7
	F	0	0	0	0	12	0	20
	G	0	0	0	0	0	0	0

(2) (1) のグラフにおいて，頂点 A から G への最短路と最長路を示せ．

(3) 重み付き単純有向グラフにおいて，与えられた頂点から各頂点への最短路を見つけるアルゴリズムを記述せよ．ただし，辺の重みは正数とする．

平成２０年度　九州大学大学院システム情報科学府情報理学専攻
修士課程　入学試験問題

情報科学II

出題問題 6 問のうちから 3 問を選び解答すること.
問題毎に解答用紙を別にすること.

---

6. 連立一次方程式 $Ax = b$ の線形反復法について，行列 A の対角要素のみからなる行列を D, 上三角行列を U，下三角行列を L と記す．また，k ステップの近似解 $x^{(k)}$ から $k+1$ ステップの近似解 $x^{(k+1)}$ を導く関係式を

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + c \qquad (B \text{ は正方行列，} c \text{ はベクトル})$$

とおく．次の各問に答えよ.

(1) ヤコビ (Jacobi) の線形反復法について B, c を行列 D, U, L とベクトル b で表せ.

(2) ガウスザイデル (Gauss–Seidel) の線形反復法について B, c を行列 D, U, L とベクトル b で表せ.

(3) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, x^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ のとき，ヤコビおよびガウスザイデルの線形反復法それぞれについて $x^{(3)}$ までの近似解を数値的に求めよ.

(4) (3) で求めたそれぞれの解法を比較し，厳密解への収束過程を収束半径 (スペクトル半径ともよばれる) と関連付けて簡潔に説明せよ.