Japanese version shall be the authorized version; the English translation for reference only.

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻　修士課程入学者選抜試験問題
（平成23年度10月期入学・平成24年度4月期入学）
Admissions for October 2011and for April 2012
Entrance Examination for Master's Program
Department of Communications and Computer Engineering
Graduate School of Informatics, Kyoto University
平成23年8月9日　9:00 – 12:00
August 9, 2011 9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎A
Problem Set A

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎A」の問題用紙で、表紙共に 14 枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。4問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the **"Problem Set A"** in 14 pages including this front cover.
   After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 9 questions;** A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating "Over" at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎A

A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6 , A-7, A-8, A-9 の9問から**4問**を選択して解答せよ。

Problem Set A

Choose and answer **4 questions** out of A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9.

A-1

以下の全ての設問に答えよ．

Answer all the questions below.

(1) 下に示す実関数 $F(x)$, $G(x)$, $H(x)$ の導関数 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ を求めよ．a, k は定数であり，実関数 $p(t)$ は積分区間において連続とする．

Let a and k be constants. Let $p(t)$ be a real continuous function in the integral interval. Find the derivatives $f(x)$, $g(x)$, and $h(x)$ of the following functions $F(x)$, $G(x)$, and $H(x)$.

(a) $F(x) = \int_a^{4x} p(kt)\,\mathrm{d}t$ (b) $G(x) = \int_{x^2}^{a} p(t)\,\mathrm{d}t$ (c) $H(x) = \int_{-x^2}^{4x} p(t)\,\mathrm{d}t$

(2) 次の4つの行列 I, A, B, C について以下の問に答えよ．$\mathrm{i} = \sqrt{-1}$ である．

Let $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$. Answer the following questions related to the four matrices I, A, B, and C.

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) B の固有値と固有ベクトルを求めよ．固有ベクトルは正規化すること．

Find the eigenvalues and the normalized eigenvectors of B.

(b) B を対角化せよ．

Diagonalize B.

(c) n を自然数として，B^n を求めよ．

Let n be a natural number. Find B^n.

(d) a, b, c, d が任意の数を表わすとして，任意の2行2列の行列は以下のように4つの行列の線形結合で表わすことができる．任意の2行2列の行列が，4つの行列 I, A, B, C の線形結合で表わせることを示せ．

Let a, b, c, and d be arbitrary numbers. Any 2×2 matrix can be expressed by the linear combination as follows. Prove that an arbitrary 2×2 matrix is expressed by the linear combination of the four matrices I, A, B, and C.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{A-2}}$

以下の設問 (1), (2), (3) から 2 つを選んで答えよ.
Answer two of the following questions (1), (2), and (3).

(1) フーリエ変換に関する下記の全ての問に答えよ. ただし, 関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は次式で定義される.

Answer all the questions below related to a Fourier transform. Note Fourier transform of function $f(t)$ is defined as

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\,\mathrm{d}t$$

ただし, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$ である.
where $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$.

(a) 次式に示す関数 $g(t)$ のフーリエ変換を求めよ.
Derive the Fourier transform of the equation defined in the following.

$$g(t) = \mathrm{e}^{-|t|}\cos t$$

(b) 次の定積分を, (a) の結果とパーセバル-プランシュレルの定理を用いて求めよ.
Calculate the following finite integral taking into account the answer of (a) and the Parseval-Plancherel theorem.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2+2)^2}{(x^4+4)^2}\mathrm{d}x$$

パーセバル-プランシュレルの定理は次式の通りである.
Note the Parseval-Plancherel theorem is written as follows.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega$$

(2) 下記の微分方程式の一般解を求めよ.

Derive the general solution of the following differential equation.

$$\frac{\mathrm{d}^3 y}{\mathrm{d}x^3} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \cos x$$

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(3) 下記の全ての問に答えよ．

Answer both the following questions.

(a) 次の複素関数 $g(z)$ の極と留数を求めよ．ただし，$z \in \mathbb{C}$，$t \in \mathbb{R}$，$\mathrm{i} = \sqrt{-1}$，$a > 0$ である．$\mathbb{R}$ は実数体，$\mathbb{C}$ は複素数体をそれぞれ表す．

Derive the pole and residue of the complex function $g(z)$, where $z \in \mathbb{C}$, $t \in \mathbb{R}$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$, and $a > 0$. Note $\mathbb{R}$ denotes the set of real numbers and $\mathbb{C}$ denotes the set of complex numbers.

$$g(z) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}zt}}{(a + \mathrm{i}z)^3}$$

(b) (a) の結果を用いて次のフーリエ逆変換 $f(t)$ を求めよ．ただし，$\omega \in \mathbb{R}$ である．$t > 0$ と $t < 0$ で場合分けし，それぞれについて複素積分の積分路を図示せよ．

Derive the inverse Fourier transform $f(t)$ taking into account the answer of (a), where $\omega \in \mathbb{R}$. Draw the integral paths for complex line integral both for $t > 0$ and $t < 0$.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}}{(a + \mathrm{i}\omega)^3} \, \mathrm{d}\omega$$

A-3

以下の全ての設問に答えよ.

Answer all the questions below.

(1) 図(a)のように，真空中に，1 辺 a の正三角形の各頂点 A, B, C に負の点電荷 $-q$ が，中心 O に正の点電荷 $+Q$ が置かれていて，点電荷の間にはたらく力は互いにつり合っている.

As shown in Figure (a), in the vacuum, negative point charges $-q$ are put on each vertex A, B, and C of an equilateral triangle of edge length a, and a positive point charge $+Q$ on the center of the triangle O, and each force among the point charges is balanced.

(a) q と Q の間に成り立つ関係を求めよ.

Derive the relation between q and Q.

(b) 点 B と点 C の中点 D における電界を求めよ.

Derive the electric field at the middle point D of points B and C.

(c) それぞれの点電荷間の静電エネルギーを求め，全体の静電エネルギーが 0 になることを示せ.

Derive the electrostatic energy between each point charges, and show that the entire electrostatic energy is zero.

(2) 電磁気学に関する次の語を簡潔に説明せよ.

Explain the meanings of the words related to the electromagnetism described below.

(a) ガウスの定理

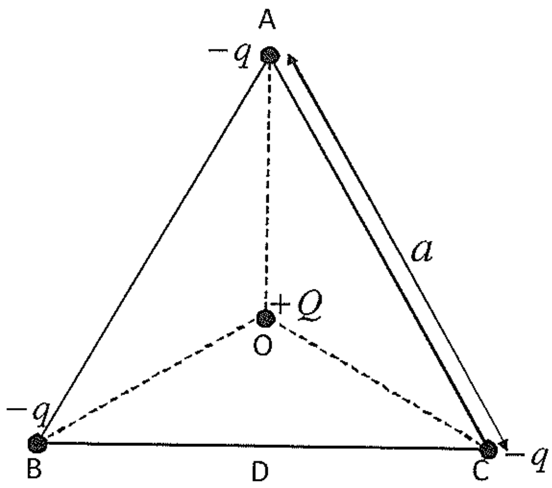
Gauss' theorem

(b) 静電遮蔽

Electrostatic shielding

(c) ヒステリシス損

Hysterisis loss



図(a)

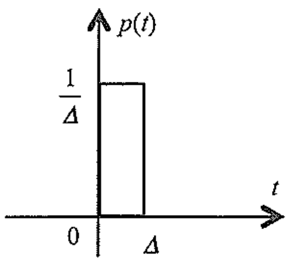
Figure (a)

A-4

以下の全ての設問に答えよ．
Answer all the following questions.

(1) 単位インパルス関数に関する以下の問に答えよ．
Answer the following questions related to the unit impulse function.

(a) 図 (a) に示すパルス信号 $p(t)$ のフーリエ変換 $P(\omega)$ を求めよ．次に $\Delta \to 0$ とした場合に，$P(\omega)$ の周波数特性について述べよ．
Derive the Fourier transform $P(\omega)$ of the pulse signal $p(t)$ given by Figure (a). Explain the frequency characteristic of $P(\omega)$ in the limit as $\Delta \to 0$.



図(a)
Figure (a)

(b) 次式で与えられる単位インパルス列 $\delta_s(t)$ を複素フーリエ級数展開せよ．
Derive the complex Fourier series expansion of the unit impulse series $\delta_s(t)$ which is given by the following equation,

$$\delta_s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - iT_s\right)$$

ただし，$\delta(t)$ は単位インパルス関数である．
where $\delta(t)$ is the unit impulse function.

(c) 単位インパルス列 $\delta_s(t)$ のフーリエ変換 $\Delta_s(\omega)$ を導出せよ． 次に $\Delta_s(\omega)$ の周波数特性について述べよ．
Derive the Fourier transform $\Delta_s(\omega)$ of the unit impulse series $\delta_s(t)$ and explain the frequency characteristic of $\Delta_s(\omega)$.

continued on next page
次　頁　へ　続　く

(2) 変調に関する以下の問に答えよ．
Answer the following questions related to modulation techniques.

(a) QAM(Quadrature Amplitude Modulation) 変調信号 $u(t)$ を考える．
Consider a QAM(Quadrature Amplitude Modulation) signal $u(t)$ shown below

$$u(t) = x_{\mathrm{i}}(t)\cos\omega_0 t - x_{\mathrm{q}}(t)\sin\omega_0 t,$$

ここで ω_0 は搬送波の角周波数である．ベースバンド信号 $x_{\mathrm{i}}(t), x_{\mathrm{q}}(t)$ の最大角周波数を ω_{m} とし，$\omega_{\mathrm{m}} \ll \omega_0$ であるとする．このとき，同期検波により $x_{\mathrm{i}}(t), x_{\mathrm{q}}(t)$ を相互の干渉なく取り出せることを示せ．
where ω_0 is the angular frequency of the carrier, and ω_{m} (with $\omega_{\mathrm{m}} \ll \omega_0$) is the maximum angular frequency of the baseband signals $x_{\mathrm{i}}(t)$ and $x_{\mathrm{q}}(t)$. Show that the two signals $x_{\mathrm{i}}(t)$ and $x_{\mathrm{q}}(t)$ can be separated by a coherent detector.

(b) 問 (a) の $u(t)$ が片側の側波帯しか持たないとき，$x_{\mathrm{i}}(t)$ と $x_{\mathrm{q}}(t)$ 間にどのような関係が成立しているか説明せよ．
Explain the relation between $x_{\mathrm{i}}(t)$ and $x_{\mathrm{q}}(t)$ when the signal $u(t)$ in Question(a) has only one sideband.

(c) PAM(Pulse Amplitude Modulation) を説明し，アパーチャイコライザの役割を数式を用いて示せ．
Explain PAM(Pulse Amplitude Modulation), and mathematically show the role of an aperture equalizer.

A-5

以下の全ての設問に答えよ.

Answer all the following questions.

(1) 図(a)に示す交流回路について, 以下の問に答えよ.

For the AC circuit shown in Figure (a), answer all the questions.

(a) 電流I_2を求めよ.

Find current I_2.

(b) I_2が周波数に関係なく一定になる条件を求めよ.

Find the condition at which I_2 becomes constant regardless of frequency.

(2) 図(b)に示す理想的な演算増幅器を用いた回路について, 以下の問に答えよ.

For the circuit with an ideal operational amplifier shown in Figure (b), answer all the questions.

(a) テブナンの定理の意味を説明せよ.

Explain the meanings of Thevenin's theorem.

(b) 電圧V_+に関する等価回路は図(c)の通りである。V_+をV_1, V_2で表現せよ.

Equivalent circuit for the voltage V_+ is as shown in Figure (c). Describe V_+ by means of V_1, V_2.

(c) V_2/V_1を求め, その周波数特性を説明せよ.

Find V_2/V_1, and explain its frequency response.

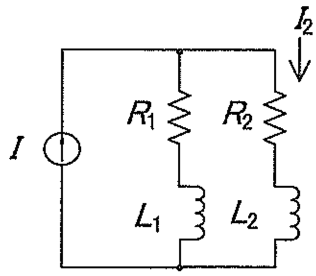


図 (a)
Figure (a)

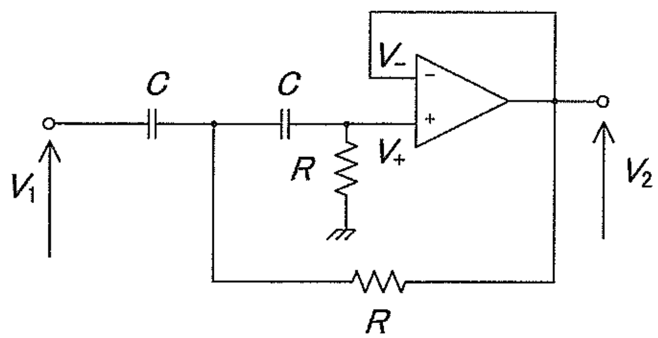


図 (b)
Figure (b)

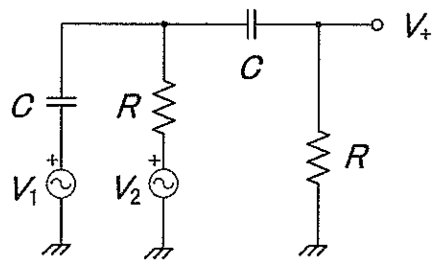


図 (c)
Figure (c)

A-6

以下の全ての設問に答えよ．

Answer all the following questions.

(1) 表 (a) に示す記憶のない 2 元情報源 S を考える．

Consider a memoryless binary information source S shown in Table (a).

(a) 2 次の拡大情報源 S^2 に対する 2 元ハフマン符号を示せ．

Construct a binary Huffman code for 2nd order extended information source S^2.

(b) 問 (a) のハフマン符号の平均符号長を計算せよ．

Find the average codelength for Huffman code in Question (a).

(c) 情報源 S の算術符号化を考える．メッセージ "s_2, s_1" が対応する区間を半開区間 [0,1) 上に示せ．

Consider an arithmetic code for the information source S. Show an interval corresponding to a message "s_2, s_1" in half open interval [0,1).

(d) 問 (c) において，このメッセージに対する符号語を示せ．

Find a codeword for the message in Question (c).

表 (a)

Table (a)

Source alphabet	Probability
s_1	0.2
s_2	0.8

(2) 以下のすべての問に答えよ．

Answer all the questions below.

(a) 2元ハミング符号におけるパリティ検査ビット数 m と符号長 n の関係を求めよ．

Derive a relation between the number of parity-check bit m and a code word length n of a binary Hamming code.

(b) $m = 3$ の場合の 2 元ハミング符号のパリティ検査行列の一例を挙げよ．

Show an example of a parity-check matrix of a binary Hamming code assuming $m = 3$.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

(c) 問 (b) で作成したパリティ検査行列によって生成される２元ハミング符号の符号語をすべて漏れなく列挙せよ．

Show all the code words of a binary Hamming code generated by a parity-check matrix obtained in Question (b).

(d) この符号の最小ハミング距離はいくらか．理由とともに述べよ．

What is the minimum Hamming distance of this Hamming code? Justify your answer.

(e) シンボル誤り率 p の２元対称通信路を通して問 (b) のパリティ検査行列によって生成されるハミング符号を伝送するとする．この場合の符号語の平均誤り率を求めよ．

Assume that Hamming code generated by the parity check matrix obtained in Question (b) is transmitted over a binary symmetric channel with a symbol error probability of p. Find the average code word error probability.

A-7

下記の全ての問に答えよ。整数であるべき値が計算式で与えられている場合、端数の議論は省略してよい。計算時間の問では、導出過程を明記し解答を $O(\,)$ 記法で示すこと。

Answer all the following questions. When a quantity supposed to be an integer is given in a formula, discussions of the fraction can be omitted. For the questions about running times, describe the reasoning process explicitly and give the answers in $O(\,)$ notation.

(1) 各々 l 個の要素からなり昇順にソートされた、2 つの配列 L_1 および L_2 が与えられている。これらを併合し、$2l$ 個の要素からなる昇順にソートされた配列を求める $O(l)$ 時間のアルゴリズムを示せ。

We are given two arrays L_1 and L_2, each with l elements sorted in ascending order. Show an algorithm in $O(l)$ time to obtain an array with $2l$ elements sorted in ascending order, by merging these arrays.

(2) 各々 l 個の要素からなり昇順にソートされた、m 個の配列 $L_1, L_2, \ldots, L_m$ が与えられている。(1) のアルゴリズムを用いて、これらを併合して lm 個の要素からなる昇順にソートされた配列を求める効率のよいアルゴリズムと、その計算時間を示せ。

We are given m arrays $L_1, L_2, \ldots, L_m$, each with l elements sorted in ascending order. Show an efficient algorithm to obtain an array with lm elements sorted in ascending order, by merging these arrays, using the algorithm in (1), and show the running time.

(3) n 個の要素からなる未ソートの配列 N が与えられており、以下の手順でソートする。

Step 1 N を各々 l 個の要素からなる n/l 個の部分配列に分割する。

Step 2 挿入ソートアルゴリズムにより各々の部分配列を昇順にソートする。

Step 3 (2) のアルゴリズムで部分配列を併合し、n 個の要素からなる昇順にソートされた配列を得る。

We are given an unsorted array N with n elements. Consider a sorting procedure as follows.

Step 1 Partition N into n/l subarrays with l elements each.

Step 2 Sort each subarrays in ascending order using the insertion sort algorithm.

Step 3 Merge the subarrays using the algorithm in (2) and obtain an array with n elements sorted in ascending order.

(a) 挿入ソートのアルゴリズムと計算時間を示せ。

Describe the insertion sort algorithm, and show the running time.

(b) $l = c$ (定数), $\log n$ および $\sqrt{n}$ のそれぞれの場合、この処理全体の計算時間を示せ。

Show the total running time of this procedure, for each case of $l = c$ (constant), $\log n$, and $\sqrt{n}$.

A-8

以下の設問に答えよ.

Answer all the questions below.

(1) 2進表現について，以下の問に答えよ.

Answer the following questions related to the binary number system.

(a) ＋105 および －105 を8ビットの符号・絶対値表現で表せ.

Express +105 and －105 in the 8-bit sign-and-magnitude representation.

(b) ＋105 および －105 を8ビットの2の補数表現で表せ.

Express +105 and －105 in the 8-bit two's complement representation.

(c) 次の8ビットの2の補数表現の2進数の加算および減算の結果を示せ.

Show the results of the following additions and subtractions in the 8-bit two's complement number system.

(i) 10101000+00101100　(ii) 10101000－00101100　(iii) 00101100－01011000

(d) 8ビットの2の補数表現の2進数 10101000 を 12 ビットに拡張せよ.

Extend the 8-bit two's complement number 10101000 to 12-bit.

(2) 桁上げ先見加算器について，順次桁上げ加算器と比較して説明せよ.

Explain a carry look-ahead adder by comparing it with a ripple carry adder.

(3) コンピュータ（命令セットアーキテクチャ）における以下のアドレッシングモードについて説明せよ.

Explain the following addressing modes in a computer (instruction set architecture.)

(a) 即値アドレッシング　immediate addressing

(b) 直接アドレッシング　direct addressing

(c) レジスタ間接アドレッシング register indirect addressing

(d) PC 相対アドレッシング PC-relative addressing

A-9

以下では，１次元の行列をベクトルと呼び，２次元の行列を単に行列と呼ぶことにする．
In the following, we call one-dimensional matrices as vectors and two-dimensional matrices simply as matrices.

ベクトルを数値のリストとして表し，行列を行（を表すリスト）のリストとして表すことにする．例えば，次のベクトルと行列は，それぞれ `(1 2 3)` および `((1 2 3) (4 5 6) (7 8 9))` と表される．
Let us represent vectors as lists of numbers, and matrices as lists of (lists that represent) rows. For example, the following vector and matrix are represented as `(1 2 3)` and `((1 2 3) (4 5 6) (7 8 9))`, respectively.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

これらの表現を用いて，行列とベクトルに関する次の基本演算を Scheme で定義したい．
With these representations, we would like to define the following basic matrix and vector operations in Scheme.

`(dot-prod` v w`)`
  ベクトル v と w の内積演算
  dot product of vectors v and w

`(mat*vec` m v`)`
  行列 m とベクトル v とのかけ算
  multiplication of matrix m and vector v

`(mat*mat` m n`)`
  行列 m と n とのかけ算
  multiplication of matrices m and n

`(trans` m`)`
  行列 m の転置
  transpose of matrix m

例えば，
For example,

```
(dot-prod '(1 2) '(3 4)) ⇒ 11
(mat*vec '((1 2) (3 4)) '(5 6)) ⇒ (17 39)
(mat*mat '((1 2) (3 4)) '((5 6) (7 8))) ⇒ ((19 22) (43 50))
(trans '((1 2) (3 4))) ⇒ ((1 3) (2 4))
```

次の四角（[]）部分を埋めて，各 Scheme 関数の定義を完成せよ．
Complete the following definitions in Scheme, by filling the boxes denoted as [].

continued on next page
次　頁　へ　続　く

```
(define (dot-prod v w)
  (acc [] [] (map * v w)))
(define (mat*vec m v)
  (map [] m))
(define (trans mat)
  (acc2 [] [] mat))
(define (mat*mat m n)
  (let ((cols (trans n)))
    (map [] m)))
```

ここで，acc と acc2 は，次のように定義されているものとする．
Here, acc and acc2 are defined as follows.

```
(define (acc op init seq)
  (if (null? seq)
      init
      (op (car seq) (acc op init (cdr seq)))))
(define (acc2 op init seqs)
  (if (null? (car seqs))
      '()
      (cons (acc op init (map car seqs))
            (acc2 op init (map cdr seqs)))))
```