問題２　電磁気学　解答例

I

(1)　$E(r)=\begin{cases}\frac{\rho_0 a^3}{3\varepsilon_0 r^2} & (r>a)\\ \frac{\rho_0 r}{3\varepsilon_0} & (r<a)\end{cases}$

(2)　$\varphi(r)=\begin{cases}\frac{\rho_0 a^3}{3\varepsilon_0 r} & (r>a)\\ \frac{\rho_0}{6\varepsilon_0}(3a^2-r^2) & (r<a)\end{cases}$

(3)　$f_1(r)=\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0},\qquad f_2(r)=\frac{\rho_0 a^3}{3\varepsilon_0 r^3}$

(4)　$\boldsymbol{E}=-\frac{1}{3\varepsilon_0}\boldsymbol{P}$

II

(1)　電流素片 $I\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ が相対位置 $\boldsymbol{r}$ につくる磁界の強さは，ビオ=サバールの法則により，

$$\mathrm{d}H=\frac{|I\mathrm{d}\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{r}|}{4\pi|\boldsymbol{r}|^3}=\frac{I\mathrm{d}s\sin\theta}{4\pi r^2}$$

で与えられる。ここで θ は $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ と $\boldsymbol{r}$ のなす角である。点 P から直線 AB に下ろした垂線の足を原点とし，直線 AB に沿ってz軸をとると，

$$r=\frac{d}{\sin\theta},\quad z=-\frac{d}{\tan\theta},\quad \mathrm{d}s=\mathrm{d}z=\frac{d}{\sin^2\theta}\mathrm{d}\theta,\qquad \therefore\ \mathrm{d}H=\frac{I\sin\theta}{4\pi d}\,\mathrm{d}\theta$$

よって，線分 AB 上の電流素片の寄与を足し合わせることにより，求める磁界の強さは

$$H=\int_{\theta_1}^{\pi-\theta_2}\frac{I\sin\theta}{4\pi d}\mathrm{d}\theta=\frac{I}{4\pi d}(\cos\theta_1+\cos\theta_2)$$

(2) (1) で得られた式において，θ_1 および θ_2 を 0 とすればよい。

$$H=\frac{I}{2\pi d}$$

(3)　$\frac{I}{6\pi a}$

(4)　$H=\frac{nI}{2\pi a}\tan\frac{\pi}{n}$

(5)　0