

2009 年 3 月実施
問題 1 電気工学
(1 頁目 / 2 頁中)

Fig. 1 のようなフィードバック制御系がある。ここで、 $r(t)$ は目標値、 $y(t)$ は制御量、 $d(t)$ は外乱である。 K , a , b は正の定数である。このフィードバック制御系について、次の問に答えよ。なお、特に断りのない限り、 $d(t) = 0$ とする。

- (1) このフィードバック制御系の開ループ伝達関数 $G(s)$ を求めよ。
- (2) このフィードバック制御系の開ループ周波数伝達関数 $G(j\omega)$ のゲイン $|G(j\omega)|$ と位相 $\angle G(j\omega)$ を求めよ。
- (3) このフィードバック制御系のナイキスト線図の概形を描け。また、位相交差周波数 ω_π を求めよ。
- (4) Fig. 1 の制御系が安定となるような K の範囲を求めよ。
- (5) $a = 1$, $b = 6$ とする。ゲイン交差周波数（開ループゲインが 0 dB になる角周波数） ω_c が 2 rad/s のときの K の値を求めよ。
- (6) $r(t) = 0$ とする。外乱 $d(t)$ が単位ステップ関数で与えられたときの定常偏差 ε_d を求めよ。

Consider the feedback control system shown in Fig. 1, where $r(t)$, $y(t)$, and $d(t)$ denote the reference input, controlled variable, and disturbance, respectively. The constants K , a , and b are positive. Answer the following questions about the feedback control system. Unless otherwise stated, let $d(t) = 0$.

- (1) Find the open-loop transfer function $G(s)$ of the feedback control system.
- (2) Find the gain $|G(j\omega)|$ and phase $\angle G(j\omega)$ of the open-loop frequency transfer function $G(j\omega)$ of the feedback control system.
- (3) Sketch the Nyquist diagram of the feedback control system, and find the phase crossover frequency ω_π .
- (4) Find the range of values of K so that the feedback control system shown in Fig. 1 is stable.
- (5) Let $a = 1$ and $b = 6$, respectively. Find the value of K when the gain crossover frequency (i.e. the angular frequency at which the open-loop gain becomes 0 dB) ω_c is 2 rad/s.
- (6) Let $r(t) = 0$. Find the steady-state error ε_d for the disturbance $d(t)$ of the unit step function.

2009 年 3 月実施
問題 1 電気工学
(2 頁目 / 2 頁中)

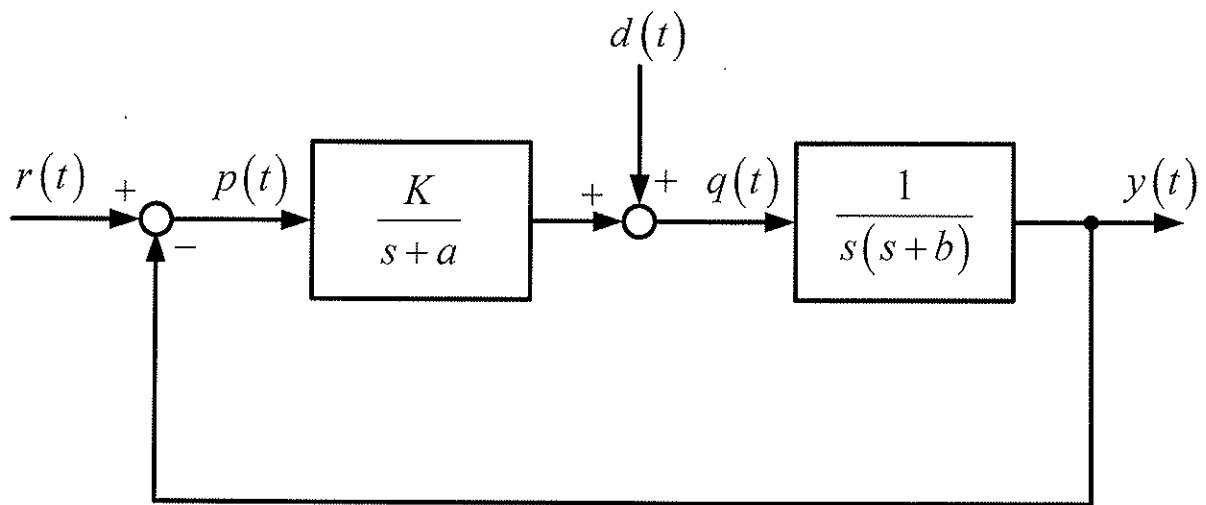


Fig. 1

2009年3月実施
問題2 通信工学
(1頁目/1頁中)

変調指数 m の周波数変調 (FM) で、搬送波 $u(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$ を信号 $v(t) = \cos(2\pi f_s t)$ で変調し、得られた FM 波を $s(t)$ とする。以下の問に答えよ。ただし、 A_c は搬送波の振幅、 f_c は搬送波の周波数、 f_s は信号の周波数であり、 $f_s \ll f_c$ が満たされている。

(1) $s(t)$ を式で表示し、変調指数 m の物理的な意味を説明せよ。

(2) 以下の公式

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(x \sin t - nt)} dt = J_n(x)$$

を用いて、 $s(t)$ のスペクトル密度 $S(f)$ を導出し、 $S(f)$ の概略を図示せよ。ただし、 $J_n(x)$ は n 次のベッセル関数である。

(3) 変調指数 $m \ll 1$ のときに、 $s(t)$ の近似式を求め、 $s(t)$ の振幅が時間的にほぼ一定である理由を説明せよ。

The carrier wave $u(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$ is modulated by a signal $v(t) = \cos(2\pi f_s t)$ using frequency modulation (FM) with modulation index of m , and the FM wave $s(t)$ is obtained. Answer the following questions. Here, A_c is the amplitude of the carrier wave, f_c is the frequency of the carrier wave, f_s is the frequency of the signal, and $f_s \ll f_c$ is satisfied.

(1) Show an expression for $s(t)$, and explain the physical meaning of the modulation index m .

(2) By using the following formula

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(x \sin t - nt)} dt = J_n(x),$$

derive the spectral density $S(f)$ of $s(t)$ and sketch $S(f)$, where $J_n(x)$ is the Bessel function of order n .

(3) When the modulation index satisfies $m \ll 1$, derive an approximate expression for $s(t)$, and explain why the amplitude of $s(t)$ is almost constant with time.

2009 年 3 月実施
問題 3 電子工学
(1 頁目/2 頁中)

エンハンスメント型の n チャネル MOSFET について以下の問に答えよ.

- (1) Fig. 3(a)に示した, ゲート電圧 V_{GS} が 0V の場合のエネルギーバンド図を元に, しきい値電圧 V_T 以上の電圧を印加した場合のエネルギーバンド図を示し, そこに反転層を記入せよ.
- (2) ゲート電圧 V_{GS} 対ドレイン電流 I_D によって表される相互特性の概略を図示せよ.
- (3) 実際のデバイスではチャネル長変調効果が生じる. これによるドレイン電流 I_D の変化について詳しく述べよ.
- (4) この FET の微小信号モデルを Fig. 3(b)に示す. ここで, g_m および v_{GS} は, それぞれ相互コンダクタンスおよびゲート・ソース電極間の電圧を表す. このとき Fig. 3(c)に示した回路の出力信号電圧 v_{o1} を Tr_1 のゲート・ソース電極間の微小信号電圧 v_{GS1} を用いて表せ.
- (5) FET Tr_1 と Tr_2 は等しい特性とし, とともに Fig. 3(b) の微小信号モデルで表した場合, Fig. 3(c)に示した差動増幅回路の出力信号電圧 $v_{o1} - v_{o2}$ を, 微小信号入力電圧 $v_{i1} - v_{i2}$, 相互コンダクタンス g_m および抵抗 R_D を用いて表せ.

Answer the following questions about an n-channel enhancement-mode MOSFET.

- (1) The energy band diagram when the gate-voltage is 0V is shown in Fig. 3(a). Based on this diagram, draw the energy band diagram when a gate-voltage larger than the threshold voltage V_T is applied and insert the inversion layer in this diagram.
- (2) Sketch the mutual characteristics by showing the gate voltage V_{GS} versus drain current I_D .
- (3) A channel-length modulation effect appears in the actual devices. Explain in detail the change of drain current caused by this effect.
- (4) A small-signal model of the FET is shown in Fig. 3(b), where g_m and v_{GS} indicate the mutual conductance and the small signal voltage between the gate and the source electrodes, respectively. Obtain the output signal voltage v_{o1} of the circuit shown in Fig. 3(c) as a function of the small signal voltage v_{GS1} between the gate and the source electrodes of Tr_1 .

2009 年 3 月実施
問題 3 電子工学
(2 頁目/2 頁中)

- (5) Suppose the FETs Tr_1 and Tr_2 show the same characteristics and the small-signal model shown in Fig. 3(b) is used for both FETs. Derive the output signal voltage $v_{o1} - v_{o2}$ of the differential amplifier circuit shown in Fig. 3(c) in terms of the small signal input voltage $v_{i1} - v_{i2}$, the mutual conductance g_m and the resistor R_D .

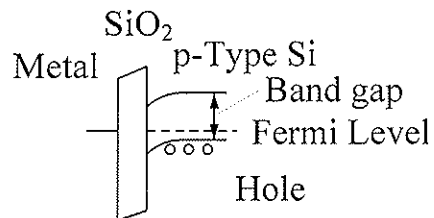


Fig. 3(a) Energy band diagram of an n-channel enhancement-mode MOSFET.

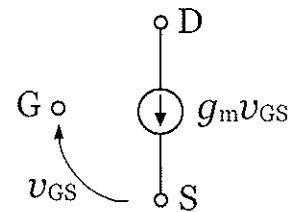


Fig. 3(b) Small-signal model of the MOSFET.

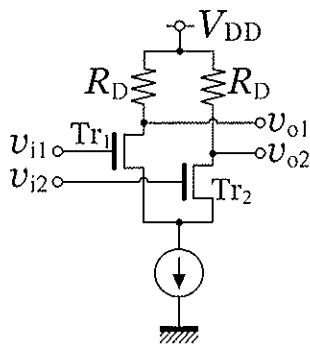


Fig. 3(c) Amplifier circuit.

2009 年 3 月実施

問題 4 計算機 1

(1 頁目 / 1 頁中)

4 ビット 2 進数 $B = (b_3, b_2, b_1, b_0)$ ($b_i \in \{0,1\}$) の 4 ビットグレイコード $G = (g_3, g_2, g_1, g_0)$ ($g_i \in \{0,1\}$) は以下の関係を満たす.

$$b_3 = g_3, \quad b_2 = g_3 \oplus g_2, \quad b_1 = g_3 \oplus g_2 \oplus g_1, \quad b_0 = g_3 \oplus g_2 \oplus g_1 \oplus g_0.$$

以下の問に答えよ.

- (1) 4 ビット 2 進数 $B = (0,1,1,0)$ を 4 ビットグレイコード $G = (g_3, g_2, g_1, g_0)$ に変換せよ.
- (2) 任意の 4 ビット 2 進数 $B = (b_3, b_2, b_1, b_0)$ を 4 ビットグレイコード $G = (g_3, g_2, g_1, g_0)$ に変換する組み合わせ論理回路を適当な論理ゲートを用いて構成せよ.
- (3) 任意の 4 ビット 2 進数 $B = (b_3, b_2, b_1, b_0)$ を 4 ビットグレイコード $G = (g_3, g_2, g_1, g_0)$ に変換する順序回路を, 1 つの D フリップフロップと適当な論理ゲートを用いて構成せよ. この回路には, クロックサイクルごとに, 入力 b_i が $i = 3, 2, 1, 0$ の順で与えられる. D フリップフロップの初期状態も示すこと.

The 4-bit Gray-coded number $G = (g_3, g_2, g_1, g_0)$ ($g_i \in \{0,1\}$) of a 4-bit binary number $B = (b_3, b_2, b_1, b_0)$ ($b_i \in \{0,1\}$) satisfies the following relations,

$$b_3 = g_3, \quad b_2 = g_3 \oplus g_2, \quad b_1 = g_3 \oplus g_2 \oplus g_1, \quad b_0 = g_3 \oplus g_2 \oplus g_1 \oplus g_0.$$

Answer the following questions.

- (1) Convert the 4-bit binary number $B = (0,1,1,0)$ to the corresponding 4-bit Gray-coded number $G = (g_3, g_2, g_1, g_0)$.
- (2) Design a combinational logic circuit to convert a 4-bit binary number $B = (b_3, b_2, b_1, b_0)$ to the corresponding 4-bit Gray-coded number $G = (g_3, g_2, g_1, g_0)$ using adequate logic gates.
- (3) Design a sequential circuit to convert a 4-bit binary number $B = (b_3, b_2, b_1, b_0)$ to the corresponding 4-bit Gray-coded number $G = (g_3, g_2, g_1, g_0)$ using a D flip-flop and adequate logic gates. In each clock cycle, the circuit receives inputs b_i in the order $i = 3, 2, 1, 0$. Specify the initial state of the D flip-flop.

2009年3月実施

問題5 計算機2

(1 頁目 / 2 頁中)

ページテーブルとページファイルによって実現される仮想記憶システムに関して以下の問に答えよ。

- (1) 1 ワードが 32 ビット, 1 ページが 1024 ワードの計算機上の仮想アドレス空間を考える。ここで, 仮想メモリアドレスおよび物理メモリアドレスはともにワード単位の 32 ビットデータとする。

(a) この仮想アドレス空間の大きさはいくらか。

(b) ページテーブルは以下の情報を含む 1 ワードデータの配列である。

V : 有効ビット. $V = 1$ の時, 仮想ページは物理メモリー上にある。

M : 変更ビット. $M = 1$ の時, 物理メモリー上のページが変更されている。

P : ページの物理メモリアドレス情報。

(i) この仮想アドレス空間では, P は何ビット必要か。

(ii) この仮想アドレス空間のページテーブルの大きさはいくらか。

(iii) 仮想ページが物理メモリー上にある仮想アドレスに対するアドレス変換処理手順を記述せよ。

- (2) ページテーブルの V ビットが 0 のページにアクセスすると, アドレス変換ハードウェアはページフォールト例外を発生させる。仮想記憶システムが行うページフォールト例外処理の概要を記述せよ。必要なら, 適当なハードウェア機構やデータ構造を仮定してよい。

2009年3月実施

問題5 計算機2

(2頁目／2頁中)

Answer the following questions concerning a virtual memory system realized by a page table and a page file.

- (1) We consider a virtual address space on a computer with 32 bit words and 1024 word pages. Here, virtual memory addresses and physical memory addresses are both 32 bit data in word units.
 - (a) What is the size of this virtual address space?
 - (b) A page table is an array of one word data containing the following information.

V : Valid bit. When $V = 1$, the page is in physical memory.
 M : Modify bit. When $M = 1$, the page in physical memory has been modified.
 P : Physical memory address information of the page.

 - (i) How many bits are needed for P in this virtual address space?
 - (ii) What is the size of the page table of this virtual address space?
 - (iii) Describe the address translation procedure for a virtual address whose virtual page is in physical memory.
- (2) A page fault exception is raised when the address translation hardware detects that V bit in the page table entry is 0. Outline the page fault exception handling performed by a virtual memory system. You can assume appropriate hardware mechanisms and data structures, if you need.

2009年 3 月実施
問題 6 物理専門 1
(1 頁目 / 4 頁中)

質量 m の自由粒子の 1 次元での運動に関する以下の設問に答えよ.

- (1) 時刻 $t=0$ において波動関数 $\psi(x, t=0)$ を持つ粒子の時間発展は

$$\psi(x, t) = \exp\left(-i \frac{\hat{H}}{\hbar} t\right) \psi(x, t=0) \quad (6A)$$

で与えられることを示せ. ここで, 演算子 \hat{H} は $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ であり, $\exp(\hat{A})$ は

指数関数のマクローリン級数

$$\exp(\hat{A}) \equiv 1 + \frac{1}{1!} \hat{A} + \frac{1}{2!} \hat{A}^2 + \frac{1}{3!} \hat{A}^3 + \dots$$

で定義される. \hbar はプランク定数を 2π で割った数である.

- (2) $t=0$ における波動関数が $\phi_{p_0}(x, t=0) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(i \frac{p_0}{\hbar} x\right)$ で与えられる場合を

考える.

- (a) $t > 0$ に対する波動関数 $\phi_{p_0}(x, t)$ を計算せよ.

- (b) この粒子は $t \geq 0$ において確定した運動量 p_0 を有することを示せ.

2009年3月実施
問題6 物理専門1
(2頁目／4頁中)

- (3) 次に, $t=0$ における波動関数が $\Phi(x, t=0) \equiv \frac{1}{(\pi\delta^2)^{\frac{1}{4}}} \exp\left(i\frac{p_o}{\hbar}x - \frac{x^2}{2\delta^2}\right)$ で与えら

れる場合, すなわち波束の場合, を考察する. ここで δ は定数である. この時, $t>0$ での波動関数 $\Phi(x, t)$ は式(6A)から得られ,

$$\Phi(x, t) = \frac{1}{(\pi\delta^2)^{\frac{1}{4}} \left(1 + i\frac{\hbar t}{m\delta^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \times \exp\left[-\frac{\left(x - \frac{p_o}{m}t\right)^2}{2\delta^2 \left(1 + \frac{\hbar^2 t^2}{m^2 \delta^4}\right)} - \left(1 - i\frac{\hbar t}{m\delta^2}\right) \left(i\frac{p_o^2}{2m\hbar}t - i\frac{p_o}{\hbar}x\right)\right]$$

となる.

- (a) この波束の伝搬速度を求めよ.
- (b) この粒子の運動量の確率振幅 $a(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_p^*(x, t) \Phi(x, t) dx$ が時間に依存しないことを示せ.
- (c) $a(p)$ を計算し, この波束の位置と運動量の不確定性関係について記述せよ. 必要であれば, 積分公式 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2) dx = \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2}$ ($\alpha > 0$) を用いよ.

2009年 3 月実施
問題 6 物理専門 1
(3 頁目 / 4 頁中)

Answer the following questions about the motion of a free particle with mass m in one dimension.

- (1) Show that the time evolution for the particle with a wave function $\psi(x, t=0)$ at time $t=0$ is given by

$$\psi(x, t) = \exp\left(-i \frac{\hat{H}}{\hbar} t\right) \psi(x, t=0). \quad (6A)$$

Here the operator \hat{H} is $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$, and $\exp(\hat{A})$ is defined by the Maclaurin series of

the exponential function

$$\exp(\hat{A}) \equiv 1 + \frac{1}{1!} \hat{A} + \frac{1}{2!} \hat{A}^2 + \frac{1}{3!} \hat{A}^3 + \dots.$$

\hbar is the Planck constant divided by 2π .

- (2) Let us consider the case where the wave function at $t=0$ is given by

$$\phi_{p_o}(x, t=0) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(i \frac{p_o}{\hbar} x\right).$$

- (a) Calculate the wave function $\phi_{p_o}(x, t)$ for $t > 0$.
- (b) Show that the particle has the definite value of momentum of p_o at $t \geq 0$.

2009年 3 月実施
問題 6 物理専門 1
(4 頁目 / 4 頁中)

- (3) Next, let us consider the case where the wave function at $t=0$ is given by

$$\Phi(x, t=0) \equiv \frac{1}{(\pi\delta^2)^{\frac{1}{4}}} \exp\left(i \frac{p_o}{\hbar} x - \frac{x^2}{2\delta^2}\right), \text{ i.e., the case of a wave packet. Here } \delta \text{ is a}$$

constant. Then the wave function $\Phi(x, t)$ for $t > 0$, which is obtained from eq. (6A), becomes

$$\Phi(x, t) = \frac{1}{(\pi\delta^2)^{\frac{1}{4}} \left(1 + i \frac{\hbar t}{m\delta^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \times \exp\left[-\frac{\left(x - \frac{p_o}{m}t\right)^2}{2\delta^2 \left(1 + \frac{\hbar^2 t^2}{m^2 \delta^4}\right)} \left(1 - i \frac{\hbar t}{m\delta^2}\right) - \left(i \frac{p_o^2}{2m\hbar} t - i \frac{p_o}{\hbar} x\right) \right].$$

- (a) Obtain the propagation velocity of this wave packet.
- (b) Show that the probability amplitude $a(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_p^*(x, t) \Phi(x, t) dx$ of the momentum does not depend on time.
- (c) Calculate $a(p)$ and discuss the uncertainty relation between the position and the momentum of the wave packet. Use the integral formula $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2) dx = \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2}$ ($\alpha > 0$) if necessary.

2009年3月実施
問題7 物理専門2

(1 頁目 / 2 頁中)

複素変数 z の関数

$$f(z) = \frac{1}{(z^2 - 2z + 5)(z^2 + 2z + 5)}$$

を考え、次の問に答えよ。ただし、 i は虚数単位である。

(1) 関数 $f(z)$ のすべての孤立特異点とその留数を求めよ。

(2) 任意の実数 w に対して複素積分 $\int_A f(z)e^{i w z} dz$ を計算せよ。ここで、 A

は $z = 2i + 2e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) により表される円周上を正の向きに 1 周す

る積分路である。

(3) 任意の実数 w に対して実定積分 $\int_0^\infty f(x)\cos(wx)dx$ を計算せよ。

2009年3月実施
問題7 物理専門2
(2頁目／2頁中)

Consider a function

$$f(z) = \frac{1}{(z^2 - 2z + 5)(z^2 + 2z + 5)}$$

of a complex variable z . Answer the following questions. Let i denote the imaginary unit.

- (1) Find all the isolated singular points and their corresponding residues of the function $f(z)$.
- (2) Calculate the complex integral $\int_A f(z)e^{i\omega z} dz$ for any real number ω . Here A is the positively oriented contour $z = 2i + 2e^{i\theta}$ ($0 \leq \theta < 2\pi$).
- (3) Calculate the real definite integral $\int_0^\infty f(x)\cos(\omega x)dx$ for any real number ω .