専門科目（午前）　　　　　　　　　　　　　　　　１７　大修

時間　9 : 30 ～ 11 : 00

電気電子工学
電子物理工学

注　意　事　項

1. 次の 3 つの問題分野（I～III）の中から2 つの問題分野を選択して解答せよ。

　　Ⅰ.　電気数学

　　Ⅱ.　電気回路

　　Ⅲ.　電気磁気学

　ただし，3 つ以上の問題分野を選択した場合はすべて無効とする。

2. 解答は問題ごとに指定されている答案用紙に記入せよ。

3. その際，選択した問題分野の答案用紙には，「問題分野選択」欄に「○」印を記せ。

4. 選択の有無にかかわらず，すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。

5. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。

問　題　分　野
I. 電気数学

１． 次の 1 次元常微分方程式を，$x=0$ と $x=1$ において $\phi(0)=\phi(1)=0$ の境界条件のもとで解くことを考える。

$$\frac{d^2\phi}{dx^2}=-f(x) \quad (0\le x\le 1) \tag{I.1.1}$$

微分方程式(I.1.1)において，

$$f(x)=\delta(x-x') \tag{I.1.2}$$

とした場合の解を $G(x,x')$ とする。ここで，$\delta(x)$ はデルタ関数であり，x' は $0\le x'\le 1$ の変数である。式(I.1.2)を式(I.1.1)へ代入すると，次式が得られる。

$$\frac{d^2G(x,x')}{dx^2}=-\delta(x-x') \tag{I.1.3}$$

式(I.1.3)の解 $G(x,x')$ が求まったとき，式(I.1.1)の解 $\phi(x)$ は積分表現を用いて $\phi(x)=\int_0^1 G(x,x')f(x')dx'$ と表されることになる。

$G(x,x')$ は以下の 1)と 2)のような 2 通りの方法で求められる。次の各問に答えよ。

1) ステップ関数 $U(x,x')$ を次式で定義する。

$$U(x,x')=\begin{cases}0 & (x<x')\\ 1 & (x\ge x')\end{cases} \tag{I.1.4}$$

デルタ関数 $\delta(x-x')$ は式(I.1.4)の $U(x,x')$ を x で微分した形で表されるので，式(I.1.3)は以下のように表現できる。

$$\frac{dG(x,x')}{dx}=-U(x,x') \tag{I.1.5}$$

a) 微分方程式(I.1.5)の解，すなわち式(I.1.3)の非斉次解(特殊解)として $G_s(x,x')$ を求めよ。

b) 式(I.1.3)の斉次解(一般解) $G_g(x,x')$ の関数形を求めよ。

c) 式(I.1.3)の解 $G(x,x')$ を，a)で求めた $G_s(x,x')$ と b)で求めた $G_g(x,x')$ の線形和の形で求めよ。

2)　a)　$x=0$ と $x=1$ のそれぞれにおける境界条件を満足するように，式(I.1.3)の斉次解(一般解) $G_g(x,x')$ を求める。$x \le x'$ の場合と $x \ge x'$ の場合のそれぞれに関して 1 つの未知係数を含む関数形で表せ。

b)　Δx を正の微小量とし，式(I.1.3)の両辺を $x = x' - \Delta x$ から $x = x' + \Delta x$ まで積分する。そして，Δx を 0 に近づけることで，a)で求めた関数形の未知係数に関する方程式を 1 つ導出せよ。

c)　$x = x'$ における $G(x,x')$ の連続条件と b)で求めた条件から，a)で求めた関数形の 2 つの未定係数を求め，式(I.1.3)の解 $G(x,x')$ を求めよ。

２． 複素関数 $f(z)$ に関して以下の問に答えよ。ただし， $f(z) = u(x,y) + jv(x,y)$（$u(x,y), v(x,y)$ は実関数， x, y は実数の変数）， $z = x + jy$ とする。

1)　$f(z)$ が正則関数である場合は，コーシー・リーマンの関係式：$\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial v}{\partial y}$， $\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{\partial v}{\partial x}$ を満たす。この場合， $f(z)$ の実部 $u(x,y)$，虚部 $v(x,y)$ は２次元ラプラス方程式の解であることを示せ。なお， x, y での偏微分の順序を変更して良い。

2)　$f(z)$ が正則関数である場合，曲線群 $u(x,y) = a$， $v(x,y) = b$（a, b は定数）は，互いに直交することを示せ。

3)　$f(z) = \log_e z$ は正則であるか，ないかをコーシー・リーマンの関係式を用いて調べ，答えよ。 ただし， $z = x + jy = r\,e^{j\theta}$ （$r \ne 0,\ -\pi < \theta \le \pi$）とする。

4)　$f(z) = \log_e(z-1)$ の実部 $u =$ 一定とするとき， (u,v) 平面上の直線 $u =$ 一定は，(x,y) 平面上のどの様な図形に対応するかを説明し，またその理由を述べよ。

問　題　分　野
II. 電気回路

（次ページに続く）

１． 図 II.1.1 の端子 1-2 からみたノルトンの等価回路を作れ。

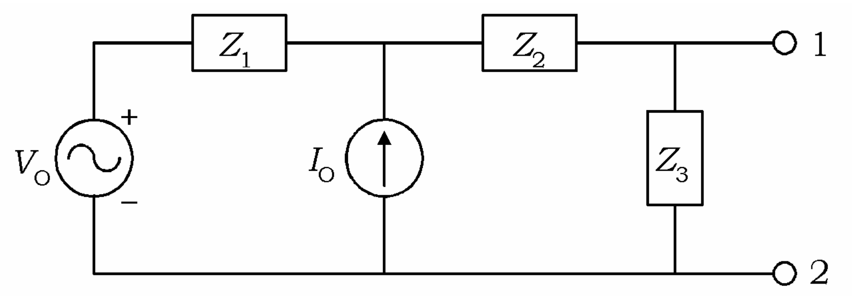

図 II.1.1

２． 理想変圧器と仮定し，M は正として以下の問に答えよ。ただし，電源角周波数を ω とする。

1) 図 II.2.1 の黒丸 ● の意味について説明せよ。
2) 黒丸 ● と電流の極性に注意して，図 II.2.1 の電圧電流方程式を求めよ。
3) 図 II.2.2 の閉路方程式を求めよ。

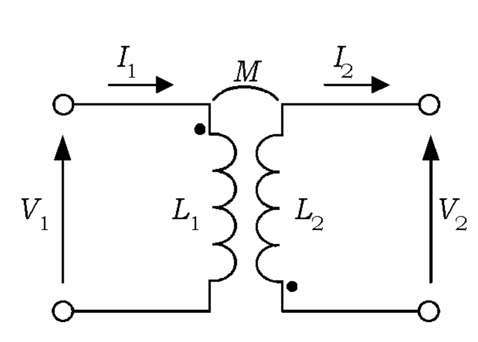

図 II.2.1

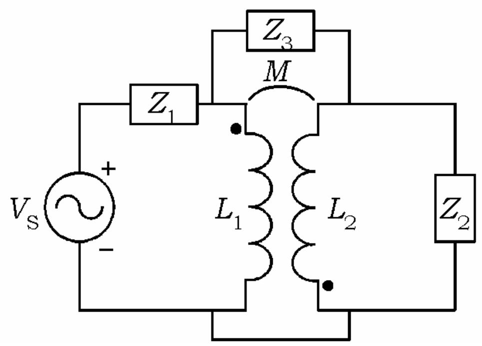

図 II.2.2

３． 図 II.3.1 に示した回路において，入力信号電圧を v_1，出力電圧信号を v_2 とし，$R_1=R_2=R_0$ であるとき，以下の問に答えよ。

1) 伝達関数 $H(s)=\dfrac{v_2(s)}{v_1(s)}$ を R_0, R_3, C を用いて示せ。

2) 極（ポール）とゼロを R_0, R_3, C を用いて表せ。

3) R_0=2kΩ，R_3=10Ω，C=10pF としたときに，

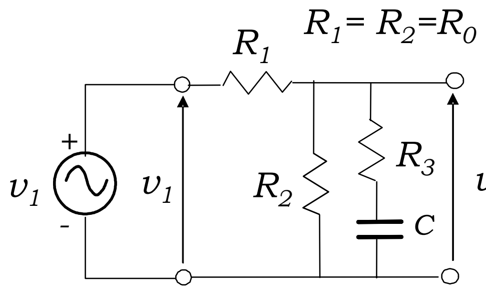

図 II.3.1

$20\log_{10}\left|\dfrac{v_2}{v_1}\right|$ (dB)の周波数特性を ω を用いた式で示し，更に特性の概略を折れ線近似を用いて示せ。折れ曲がり点を与える角周波数 ω_1，ω_2 と，このときの利得を表示すること。なお $\dfrac{R_0}{2}+R_3\approx\dfrac{R_0}{2}$ の近似を用い，$20\log_{10}2\approx 6$ とせよ。

４． 図 II.4.1 に示した回路において，電流源 i_d は容量 C に発生する電圧 v_c に比例する電流 $i_d = gv_c$ が流れるようになっている。ここでは g は定数である。また v_s は入力信号源電圧，R_s は信号源抵抗である，以下の問に答えよ。

1) この回路の入力インピーダンス $Z_{in}=\dfrac{v_1}{i_1}$ を角周波数 ω を用いて示せ。

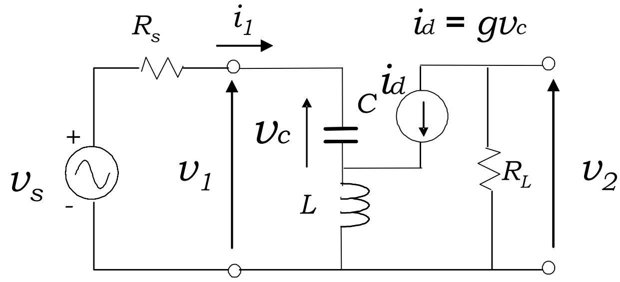

図 II.4.1

2) この回路において入力インピーダンス整合が取れる条件を求めよ。

3) インピーダンス整合が取れている条件において容量 C に発生する電圧 v_c を求めよ。

4) インピーダンス整合が取れている条件において次式で定義した電圧利得を求めよ。

$$G\equiv\left|\frac{v_2}{v_1}\right|$$

問　題　分　野
III. 電気磁気学

１． 一辺が a の 2 枚の正方形の導体電極板 A_1 と A_2 が間隔 d で配置された平行平板コンデンサがある。電極板 A_2 の一辺に平行に x 軸をとり電極板 A_2 の左端を原点とする。ここで一辺が a の正方形で厚さが $d/2$, 比誘電率 $\varepsilon_r=2$ の誘電体を図 III.1.1 のように一辺を揃えて極板 A_2 に接しながら挿入する。誘電体右端の位置を x とする。誘電体は x 軸に沿ってのみ自由に移動できるものとして以下の問に答えよ。なお，$d<<a$ であるのでコンデンサや誘電体の端の効果は無視できるものとする。誘電体以外の空間の誘電率は真空の誘電率 ε_0 とみなし，誘電体は電界では変形しないものとする。

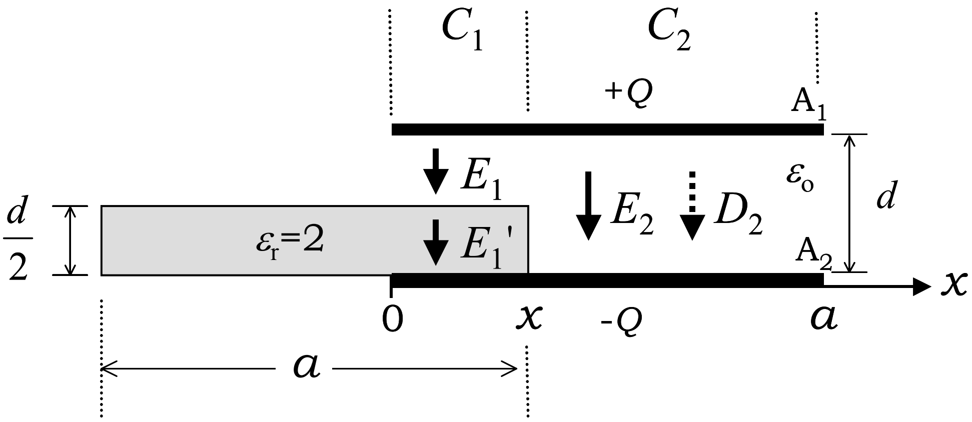

図 III.1.1

1)　誘電体の右端 x が $d<<x<a$ にあるとき，このコンデンサの静電容量 C を求めたい。つぎの文章中の［１］から［６］に入るべき語句や数式などを解答欄に記入せよ。（説明不要。また，数式中に文字 C_1，C_2 を使用しないこと）。

『コンデンサの容量 C を図 III.1.1 の点線で示すように，誘電体の挿入されている部分の静電容量 C_1 と挿入されていない部分の静電容量 C_2 に分けて考える。C_1 については $d/2$ の厚さを持つ比誘電率 $\varepsilon_r=2$ の誘電体で満たされた極板面積［１］のコンデンサと，同じ極板面積を持ち極板間隔が $d/2$ で比誘電率 $\varepsilon_r=1$ の平行平板コンデンサの［２］接続とみなせるため $C_1=$［３］となる。一方，$C_2=$［４］と計算できる。コンデンサ C は C_1 と C_2 の［５］接続とみなせるため，$C=$［６］となる。』

2)　電極板 A_1，A_2 にそれぞれ $+Q$，$-Q$ の電荷を与えた。以下の問に答えよ。

a) 誘電体の右端 x が $d<<x<a$ となる位置にある。このとき電極板 A_1 において，C_1 部分の面電荷密度 σ_1 と，C_2 部分の面電荷密度 σ_2 を求めよ。

b) 図中に示すような誘電体上部の電界 E_1 と誘電体内部の電界 E_1'，および誘電体の無い部分のコンデンサ内の電界 E_2 をそれぞれ求めよ。

c) 位置 x を時刻 t の関数として $x=(a/2)+b\sin\omega t$ となるように角振動数 ω, 微小振幅 b（$0<b<<a$）で振動させた。誘電体の無い部分での電束密度 D_2 の角振動数 ω の成分 D_ω を近似的に求めよ。

［ヒント：近似式 $(1+\alpha)^n\approx 1+n\alpha\quad(|\alpha|<<1)$ を用いてよい］

２． 電荷と磁界に関して以下の問に答えよ。

1)　つぎの文章中の［１］から［８］に入るべき語句や数式などを解答欄に記入せよ。

『図 III.2.1 に示したように水平面内に置かれた，半径 a の円形導線（太さを無視できる）に，電流 I が矢印の方向に流れている。円の中心から上向き鉛直方向に高さ h だけ離れた点 A に，円周上の点 B における線要素 ds を流れる電流から生ずる磁界 $\Delta\boldsymbol{H}$ の絶対値 ΔH は，［１］の法則から，ΔH ＝［２］で与えられる。$\Delta\boldsymbol{H}$ が直線 OA となす角度は［３］である。円形電流 I 全体から点 A に生ずる磁界 $\boldsymbol{H}$ の方向は［４］であり，その絶対値は $H=\int_0^{2\pi a}\Delta\boldsymbol{H}$ ［５］ds より，H ＝［６］と計算される。中心 O に生じる磁界の方向は［７］であり，その絶対値は H＝［８］で与えられる。』

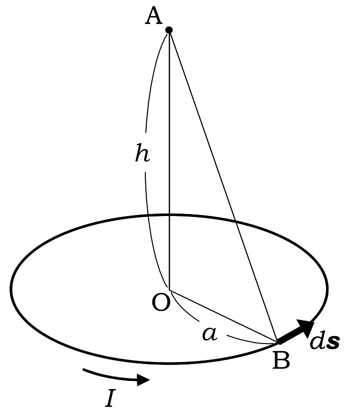

図 III.2.1

2)　図 III.2.2 に示すように，絶縁体でできた半径 a の円環（太さを無視できる）が水平面内に置かれ，その中心 O を通る鉛直線を中心として，矢印方向に毎秒 n 回の一定速度で回転している。

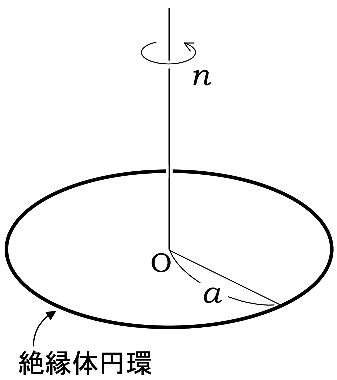

図 III.2.2

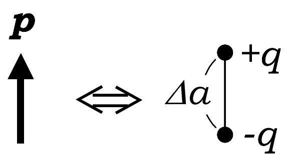

図 III.2.3

a)　この絶縁体の円環に，正の電荷が一様な線密度 λ で分布していた場合に，中心 O に生じる磁界の絶対値と方向を求めよ。

b)　この絶縁体の円環に，鉛直方向を向いた電気双極子モーメントが一様に分布していた場合には，中心 O に磁界が生じないことを示せ。［ヒント：電気双極子モーメント $\boldsymbol{p}$ は，図 III.2.3 に示すように，電荷 q と微小な長さ Δa を用い，$|\boldsymbol{p}| = q\,\Delta a$ で表される絶対値を持ったベクトルに対応させることができる。］

c)　この絶縁体の円環に，半径方向外側に向かう電気双極子モーメントが一様な線密度で分布していた場合に，中心 O に生じる磁界の方向を求めよ。