２００９年８月実施
問題１　電気工学
（１頁目／２頁中）

Fig. 1(a)および(b)のような制御系がある．ここで，$R(s)$は目標値，$Y(s)$は制御量である．K，T_1，T_2，T_3は正の定数である．次の問に答えよ．

(1) Fig. 1(a)の制御系において，目標値$R(s)$から制御量$Y(s)$までの伝達関数をG_1, G_2, G_3, G_4, H_1，H_2を用いて表せ．

(2) Fig. 1(b)の制御系の開ループ伝達関数を$G(s)$とする．このナイキスト線図の概形を描け．また，ナイキスト線図が負の実軸を横切るときのゲイン$|G(j\omega)|$を求めよ．

(3) Fig. 1(b)の制御系が安定となるようなKの範囲をT_1，T_2，T_3を用いて表せ．

(4) Fig. 1(b)の制御系において，$G(s)$のゲイン特性がFig. 1(c)に示すボード線図上の漸近線で表されるとき，K，T_1，T_2，T_3を求めよ．

Consider the control systems shown in Figs. 1(a) and (b), where $R(s)$ and $Y(s)$ denote the reference input and controlled variable, respectively. The constants K, T_1, T_2, and T_3 are positive. Answer the following questions.

(1) In the control system of Fig. 1(a), express the transfer function from the reference input $R(s)$ to the controlled variable $Y(s)$, in terms of G_1, G_2, G_3, G_4, H_1, and H_2.

(2) Let $G(s)$ be the open-loop transfer function of the control system of Fig. 1(b). Sketch the Nyquist diagram, and find the gain $|G(j\omega)|$ when the Nyquist diagram intersects the negative real axis.

(3) Express the range of K in terms of T_1, T_2, and T_3 so that the control system of Fig. 1(b) is stable.

(4) In the control system of Fig. 1(b), the gain characteristic of $G(s)$ is represented by the asymptotic Bode plot shown in Fig. 1(c). Find K, T_1, T_2, and T_3.

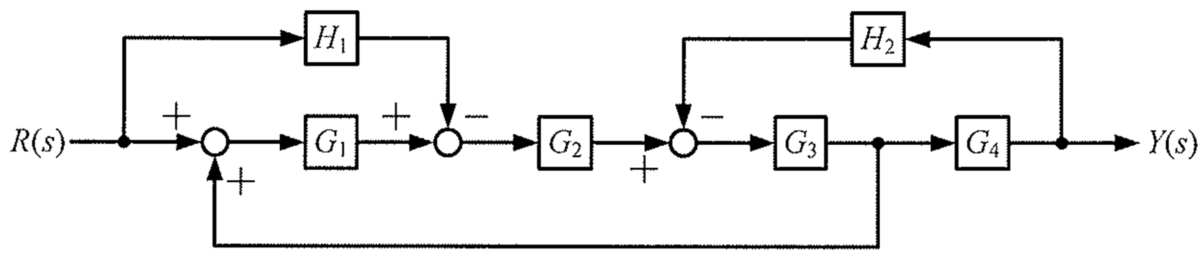

Fig. 1(a)

２００９年８月実施
問題１　電気工学
（２頁目／２頁中）

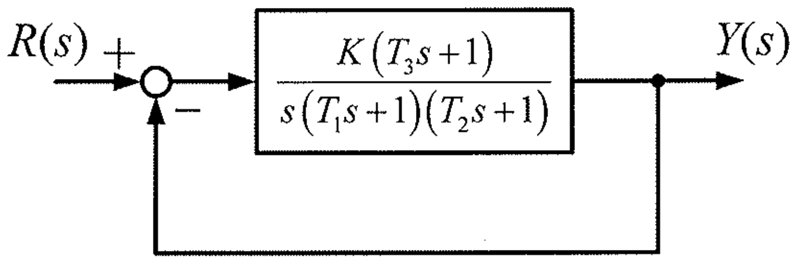

Fig. 1(b)

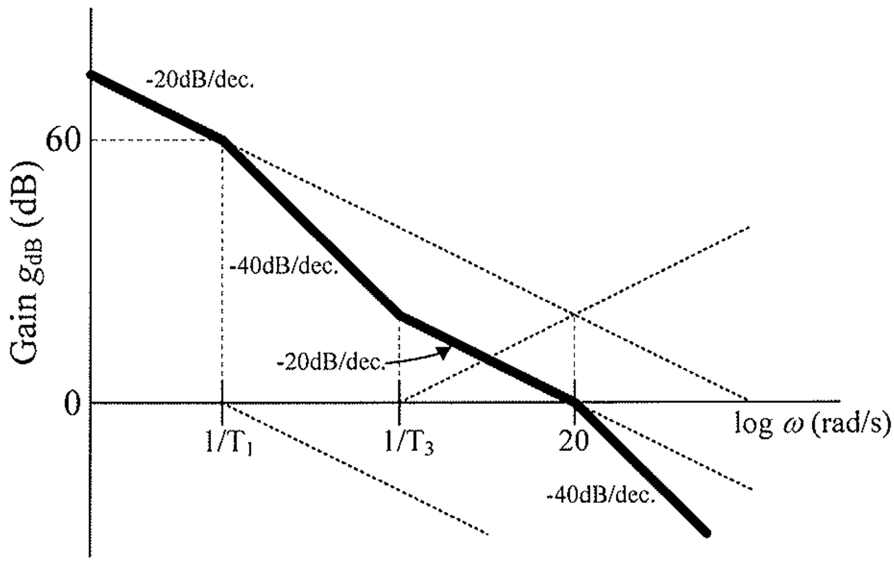

Fig. 1(c)

２００９年８月実施
問題２　通信工学
（１頁目／３頁中）

Fig. 2 に示すようなシンボル周期 T, パルス幅 $T/2$ のバイポーラ RZ 信号

$$g(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n u(t-nT), \quad u(t)=\begin{cases}1, & 0 \le t < \dfrac{T}{2} \\ 0, & \text{その他}\end{cases}, \quad a_n=\begin{cases}+1, & \text{データ"1"のとき} \\ -1, & \text{データ"0"のとき}\end{cases}$$

を考える．データ "1" と "0" の生起確率はそれぞれ 1/2 で，互いに独立に生起するものとする．次の問に答えよ．

(1)　$g(t)$の自己相関関数が

$$R_g(\tau)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{2|\tau|}{T}\right), & |\tau| \le \dfrac{T}{2} \\ 0, & \text{その他}\end{cases}$$

で与えられることを示せ．また，これを用いて $g(t)$の電力スペクトル密度 $S_g(f)$を求め，図示せよ．

(2)　$g(t)$をベースバンド信号とした ASK 信号

$$h(t)=g(t)A_c\cos(2\pi f_c t)$$

について，その自己相関関数を求めて，それから $h(t)$の電力スペクトル密度 $S_h(f)$を求め，図示せよ．ここで f_cは搬送波周波数で，$f_c \gg 1/T$ であるとする．

(3)　$g(t)$の BPSK 変調で与えられる以下の信号 $k(t)$は，問(2)の ASK 信号ならびにその搬送波を同時に伝送できることを示せ．

$$k(t)=A_c\cos[2\pi f_c t+\phi(t)], \quad \phi(t)=\frac{\pi}{2}[1-g(t)]$$

Consider a bipolar RZ signal with a symbol period T and pulse width $T/2$, as shown in Fig. 2, which is represented as

$$g(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n u(t-nT), \quad u(t)=\begin{cases}1, & 0\le t<\dfrac{T}{2} \\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}, \quad a_n=\begin{cases}+1, & \text{for data "1"} \\ -1, & \text{for data "0"}\end{cases}$$

Here, data "1" and "0" are assumed to occur with a probability of 1/2, respectively, and are independent. Answer the following questions.

(1) Show that the autocorrelation function of $g(t)$ is given by

$$R_g(\tau)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{2|\tau|}{T}\right), & |\tau|\le\dfrac{T}{2} \\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

Then, using this result, derive the power spectral density $S_g(f)$ of the signal $g(t)$, and sketch $S_g(f)$.

(2) Let $h(t)$ be an ASK signal generated from a baseband signal $g(t)$, which is represented as

$$h(t)=g(t)A_c\cos(2\pi f_c t).$$

Derive the power spectral density $S_h(f)$ of the signal $h(t)$ after deriving the autocorrelation function of $h(t)$, and sketch $S_h(f)$. Here, f_c is the carrier frequency and assumed to be $f_c \gg 1/T$.

(3) Show that the following signal $k(t)$ given by a BPSK modulation of $g(t)$ can transmit the ASK signal given in question (2) and its carrier simultaneously.

$$k(t)=A_c\cos[2\pi f_c t+\phi(t)], \quad \phi(t)=\frac{\pi}{2}[1-g(t)]$$

２００９年８月実施
問題２　通信工学
（３頁目／３頁中）

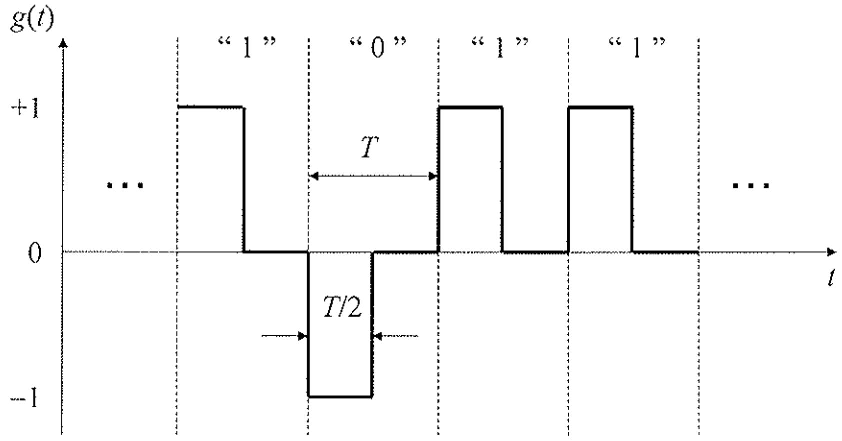

Fig. 2

２００９年８月実施
問題３　電子工学
（１頁目／２頁中）

Fig. 3(a)は，n チャネル MOSFET を用いた RC 結合ソース接地増幅回路を示している．以下の問に答えよ．

(1) Fig. 3(b)は，増幅回路に用いた MOSFET の I_D-V_{DS} 特性を示している．バイアス回路により動作点は図中の点"X"（V_{GS} = 2.5 [V]，V_{DS} = 3.0 [V]，I_D = 2.0 [mA]）に定められているものとする．以下の問に答えよ．

(a) 電源電圧 V_{DD} および負荷抵抗 R_L の値を求めよ．ただし，Fig. 3(a)に示されるように，ゲート端子に接続されている２つの抵抗は，同じ抵抗値 R であることに注意せよ．

(b) Fig. 3(c)は，MOSFET の断面構造を示している．動作点において A-A'および B-B'に沿ったエネルギーバンド図の概略をそれぞれ示せ．ただし，V_{GS} = 0 [V]の時の A-A'に沿ったエネルギーバンド図を Fig. 3(d)に例示するので参考にせよ．

(c) MOSFET の微小信号モデルは Fig. 3(e)に示される．動作点におけるドレイン抵抗 r_D の値を，Fig.3(b)の I_D-V_{DS} 特性を用いて求めるとともに，ドレイン抵抗の物理的な由来を説明せよ．

(2) Fig. 3(e)の微小信号モデルを用いて，Fig. 3(a)の増幅回路の微小信号等価回路を示せ．

(3) 結合容量 C_C のインピーダンスが十分小さく無視できる場合において，回路の微小信号電圧利得 $K_V \equiv v_{OUT} / v_{IN}$ を求めよ．

Fig. 3(a) shows a common-source RC-coupled amplifier circuit using an n-channel MOSFET. Answer the following questions.

(1) Fig. 3(b) shows I_D-V_{DS} characteristics of the MOSFET used in the amplifier. The operating point of the MOSFET is assumed to be set at "X" in the figure (V_{GS} = 2.5 [V], V_{DS} = 3.0 [V], I_D = 2.0 [mA]) by the bias circuit. Answer the following questions.

(a) Calculate the values of the power supply voltage V_{DD} and the load resistance R_L. Note that the two resistors connected to the gate electrode have the same resistance R as shown in Fig. 3(a).

(b) Fig. 3(c) shows a cross-sectional view of the MOSFET. Sketch the energy band diagrams along A-A' and B-B' respectively when the MOSFET is biased at the operating point. Refer to Fig. 3(d), which shows the band diagram along A-A' when V_{GS} = 0 [V] as an example.

(c) A small-signal model of the MOSFET is shown in Fig. 3(e). Calculate the value of the drain resistance r_D at the operating point using the I_D-V_{DS} characteristics shown in Fig. 3(b) and explain the physical origin of the drain resistance.

(2) Show a small-signal equivalent circuit of the amplifier shown in Fig. 3(a) using the small-signal model shown in Fig. 3(e).

(3) Derive the small signal voltage gain $K_V \equiv v_{OUT} / v_{IN}$ of the amplifier circuit when the impedance of the coupling capacitor C_C is small enough to be ignored.

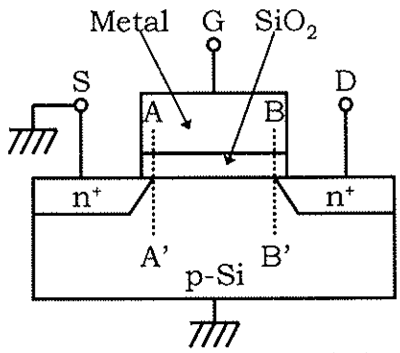

Fig. 3(c) Cross-sectional view of the n-channel MOSFET.

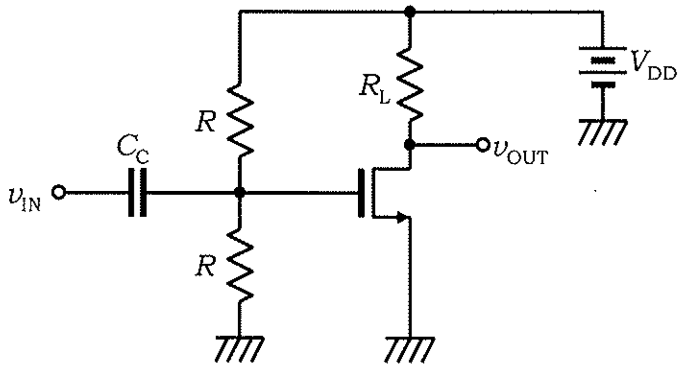

Fig. 3(a) Common-source RC-coupled amplifier.

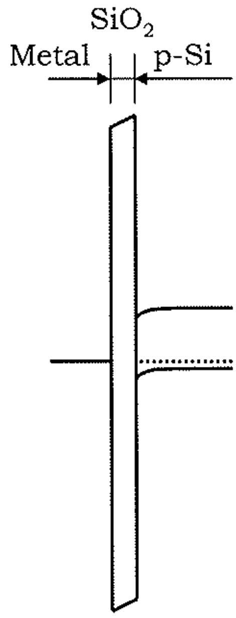

Fig. 3(d) Band diagram along A-A' when V_{GS} = 0 [V].

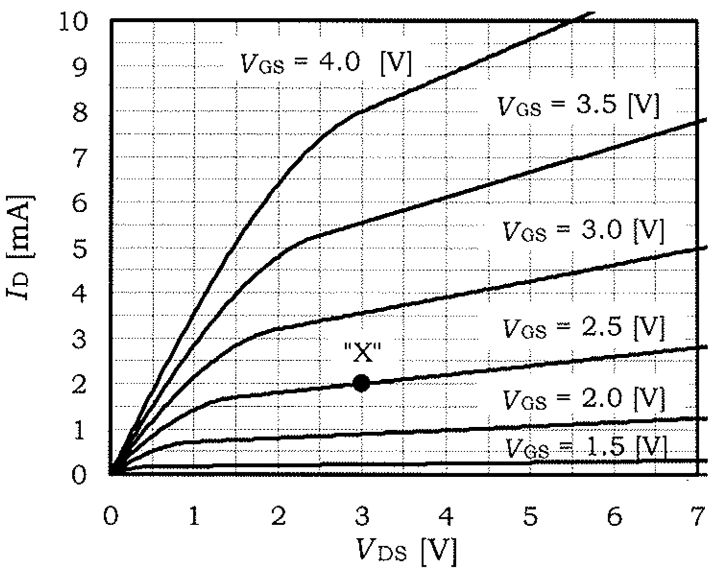

Fig. 3(b) I_D-V_{DS} characteristics of the n-channel MOSFET.

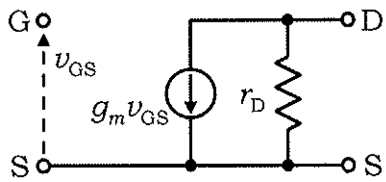

Fig. 3(e) Small-signal model of the MOSFET.

2009 年 8 月実施

問題 4　計算機 1

(1 頁目／1 頁中)

クロックに同期して, 2 つの 1 ビット信号 A と B ($A, B \in \{0,1\}$) を受取り, 1 ビット信号 C ($C \in \{0,1\}$) を出力する同期式順序回路を考える. この回路の内部状態 S は S_0, S_1 のどちらかを取り, 排他的論理和 (XOR) $A \oplus B$ が 1 の時に S_0 から S_1 へ, もしくは S_1 から S_0 へ変化する. また $A \oplus B$ が 0 の時には内部状態 S は変化しない. さらに, この回路は $S = S_0$ かつ $A \oplus B = 1$ の時, $C = 1$ を出力し, それ以外では $C = 0$ を出力する. 以下の問に答えよ.

(1) この順序回路の状態遷移図を示せ.

(2) 排他的論理和 (XOR) $A \oplus B$ を出力する組み合わせ論理回路を, NOT ゲートと 2 入力 NAND ゲートを用いて構成せよ.

(3) $S_0 = 0, S_1 = 1$ として, この順序回路の状態遷移を与える論理式を示せ. また, 1 つの D フリップフロップ, 1 つ以上の XOR ゲート及び適当な論理ゲートを用いてこの回路を構成せよ.

Consider a synchronous sequential circuit which receives two 1-bit signals A and B ($A, B \in \{0,1\}$) in synchronization with a clock, and outputs a 1-bit signal C ($C \in \{0,1\}$). The internal state S of this circuit takes either S_0 or S_1, and changes from S_0 to S_1 or from S_1 to S_0 when the exclusive OR (XOR) $A \oplus B$ is 1. Also, the internal state S does not change when $A \oplus B$ is 0. Furthermore, the circuit outputs $C = 1$ if $S = S_0$ and $A \oplus B = 1$, and outputs $C = 0$ otherwise. Answer the following questions.

(1) Give a state transition diagram of the sequential circuit.

(2) Design a combinational logic circuit to output the exclusive OR (XOR) $A \oplus B$ using NOT gates and 2-input NAND gates.

(3) Supposing $S_0 = 0$ and $S_1 = 1$, show a logical expression which gives state transitions of the sequential circuit. And, design the circuit using a D flip-flop, one or more XOR gates, and suitable logic gates.

２００９年８月実施
問題５ 計算機２
（１頁目／２頁中）

Fig.5(a) に示すプログラムについて以下の問に答えよ．ただし各式の意味は Fig.5(b) のとおりとする．

(1) $\mathtt{F}(1,2)$ の値を求めよ．

(2) 任意の非負整数 n について $\mathtt{F}(1,n)$ の値は $n+2$ であることを示せ．

(3) スタックを用いた再帰関数の実現方法を説明せよ．

(4) 問 (3) の方式に基づいて $\mathtt{F}(2,n)$ を計算するときに必要なスタック領域の大きさはどれくらいか？ n に関するオーダー記法を用いて答えよ．ただし末尾再帰最適化は行わないものとし，整数は固定長で表現するものとする．

Answer the following questions about the program in Fig.5(a). The meaning of the expressions is summarized in Fig.5(b).

(1) Give the value of $\mathtt{F}(1,2)$.

(2) Show that, for every non-negative integer n, the value of $\mathtt{F}(1,n)$ is $n+2$.

(3) Explain a method for implementing recursive functions using a stack.

(4) How large is the stack space required for evaluating $\mathtt{F}(2,n)$ based on the implementation method of question (3)? Answer in terms of n by using O-notation. Assume that tail-call optimization is not applied, and that integers are represented in fixed length.

２００９年８月実施
問題５ 計算機２
（２頁目／２頁中）

```
function F(m, n) {
  if m=0 then n+1
  else
    if n=0 then F(m-1,1)
    else F(m-1, F(m, n-1))
}
```

Fig.5(a)

function $F(x_1, \ldots, x_n)$ $\{E\}$	Upon receiving the values of $x_1, \ldots, x_n$, return the value of E. $x_1, \ldots, x_n$ の値を受け取ったら E の値を返す.
$F(E_1, \ldots, E_n)$	Calculate the values of $E_1, \ldots, E_n$, and call the function F with these values as the arguments. $E_1, \ldots, E_n$ の値を計算し，それらの値を引数として関数 F を呼び出す.
if $E_1 = E_2$ then E_3 else E_4	If the values of E_1 and E_2 are equal, then return the value of E_3. Otherwise, return the value of E_4. E_1 の値と E_2 の値が等しければ E_3 の値を返し，そうでなければ E_4 の値を返す.

Fig.5(b)

2009年８月実施
問題６　物理専門１
（１頁目／２頁中）

電子はx, y, z成分が2×2のエルミート行列

$$S_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\quad S_y=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix},\quad S_z=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix} \qquad \text{(6A)}$$

で与えられるスピン角運動量Sをもち，スピン角運動量の状態ベクトルは$\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}$で表現される．ここで，$\hbar$はプランク定数を$2\pi$で割った数，$i$は虚数単位，$a$と$b$は複素数である．状態ベクトルの規格化条件は$aa^*+bb^*=1$で与えられる．ここで，$a^*$と$b^*$はそれぞれ$a$と$b$の複素共役である．$\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}$に対する量子力学的量$Q$の期待値$\langle Q\rangle$は$(a^*\ b^*)Q\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}$で与えられる．以下の問に答えよ．

(1)　S_xとS_yは以下の交換関係に従うことを示せ．

$$S_xS_y-S_yS_x=i\hbar S_z \qquad \text{(6B)}$$

(2)　状態ベクトル$\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$に対して$\Delta S_x\equiv\sqrt{\left\langle\left(S_x-\langle S_x\rangle\right)^2\right\rangle}$, $\Delta S_y\equiv\sqrt{\left\langle\left(S_y-\langle S_y\rangle\right)^2\right\rangle}$, $\langle S_z\rangle$の値を計算せよ．

(3)　式(6B)から以下の不確定性関係が導かれる．

$$\Delta S_x\Delta S_y\geq\frac{\hbar}{2}\left|\langle S_z\rangle\right| \qquad \text{(6C)}$$

問(2)で求めた値を代入することにより，式(6C)が成立していることを確認せよ．

(4)　以下の固有方程式

$$S_x\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}=\lambda\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix} \qquad \text{(6D)}$$

を解き，固有値λと対応する状態ベクトル$\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}$を決めよ．

(5)　問(4)の各状態ベクトルに対して$\langle S_x\rangle$, $\langle S_y\rangle$, $\langle S_z\rangle$を求めよ．また，この状況の物理的意味を記せ．

2009年８月実施

問題６　物理専門１

An electron has the spin angular momentum S whose $x, y,$ and z components are given by the following 2×2 Hermitian matrices

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad S_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\ S_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{6A}$$

respectively, and the state vector of the spin angular momentum is expressed as $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Here, $\hbar$ is the Planck constant divided by 2π, i the imaginary unit, and a and b are complex numbers. The normalization condition for the state vectors is given by $aa^*+bb^*=1$, where a^* are b^* are the complex conjugates of a and b, respectively. The expectation value $\langle Q\rangle$ of a quantum mechnical quantity Q is given by $\begin{pmatrix} a^* & b^* \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ for a state vector $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

Answer the following questions.

(1) Show that S_x and S_y obey the following commutation relation:

$$S_x S_y - S_y S_x = i\hbar S_z . \tag{6B}$$

(2) Calculate $\Delta S_x \equiv \sqrt{\left\langle \left(S_x - \langle S_x\rangle\right)^2\right\rangle}$, $\Delta S_y \equiv \sqrt{\left\langle \left(S_y - \langle S_y\rangle\right)^2\right\rangle}$, and $\langle S_z\rangle$ for a state vector $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(3) Equation (6B) leads to the following uncertainty relation:

$$\Delta S_x \Delta S_y \geq \frac{\hbar}{2}\left|\langle S_z\rangle\right| . \tag{6C}$$

Confirm that eq. (6C) holds by substituting the values obtained in question (2).

(4) Solve the following eigenequation

$$S_x \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \tag{6D}$$

and determine the eigenvalue λ and its corresponding state vector $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

(5) Find $\langle S_x\rangle$, $\langle S_y\rangle$, and $\langle S_z\rangle$ for each state vector obtained in question (4). Describe the physical meaning of the situation.

２００９年８月実施
問題７　物理専門２
（１頁目／２頁中）

複素変数 z の関数

$$F(z) = \frac{1}{z^2 - 2iz - 2}$$

および実変数 x の関数

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (|x| < 1) \\ (|x| - 1)e^{-|x|+1} & (|x| \geq 1) \end{cases}$$

を考え，以下の問に答えよ．ただし，i は虚数単位である．

(1)　関数 $F(z)$ のすべての孤立特異点とそれに対応する留数を求めよ．

(2)　関数 $g(x)$ のフーリエ変換

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{-iwx} dx$$

を求めよ．

(3)　実変数 x のある関数 $h(x)$ のフーリエ変換 $H(w)$ が

$$H(w) = F(w)G(w)$$

と与えられたとする．区間 $-1 < x < 1$ における任意の実数 x に対してフーリエ逆変換

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} H(w) e^{iwx} dw$$

を求めよ．

２００９年８月実施
問題７　物理専門２
（２頁目／２頁中）

Consider a function

$$F(z) = \frac{1}{z^2 - 2iz - 2}$$

of a complex variable z and a function

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (|x| < 1) \\ (|x| - 1)e^{-|x|+1} & (|x| \geq 1) \end{cases}$$

of a real variable x. Answer the following questions. Let i denote the imaginary unit.

(1) Find all the isolated singular points and their corresponding residues of the function $F(z)$.

(2) Find the Fourier transform

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{-iwx} dx$$

of the function $g(x)$.

(3) Suppose that the Fourier transform $H(w)$ of a function $h(x)$ of a real variable x is given by

$$H(w) = F(w)G(w).$$

Find the inverse Fourier transform

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} H(w) e^{iwx} dw$$

for any real number x in the interval $-1 < x < 1$.