H20

問題2　I

球全体の電荷は $\dfrac{4\pi R^3\rho}{3}$ なので

1）$E=\dfrac{4\pi R^3\rho}{3}\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\dfrac{R^3\rho}{3\varepsilon_0 r^2}$

2）$V=-\int_\infty^r\dfrac{R^3\rho}{3\varepsilon_0 r^2}dr=\dfrac{R^3\rho}{3\varepsilon_0 r}$

半径 r＜R 内の電荷は $\dfrac{4\pi r^3\rho}{3}$ なので

3）$E=\dfrac{4\pi r^3\rho}{3}\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\dfrac{r\rho}{3\varepsilon_0}$

4）R から r までの電位差は $V_{R-r}=-\int_R^r\dfrac{r\rho}{3\varepsilon_0}dr=\dfrac{\rho}{6\varepsilon_0}(R^2-r^2)$

2）より，r=R での電位は $V_R=\dfrac{R^2\rho}{3\varepsilon_0}$

両者を加え，$V_r=\dfrac{\rho}{6\varepsilon_0}(3R^2-r^2)$

5）空洞は，その部分に電荷密度 $-\rho$ の球を置いたと考え，二つの球が作る電場を重ね合わせればよい。空洞の中心においては＋の球の電場 $\dfrac{\rho R}{6\varepsilon_0}$，－の球はゼロ，よって $\dfrac{\rho R}{6\varepsilon_0}$

一般に r では，$\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}-\dfrac{\rho(r-R/2)}{3\varepsilon_0}=\dfrac{\rho R}{6\varepsilon_0}$

さらに空洞内の一般の点(x,y)では

＋の球の電場 $\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}(x,y)$、－の球は $\dfrac{-\rho}{3\varepsilon_0}(x-\dfrac{R}{2},y)$ よって $\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}(\dfrac{R}{2},0)$ で一定

(H20)

H20 年度大学院前期入試　問題２　電磁気学

Ⅱ　解答

（１）　内部円柱内で，半径rの円に沿ってAmpereの周回積分の法則を適用すると，対称性により磁界Hはその円の接線の方向で，大きさが等しい．また，電流が一様な密度で流れているから，

$$H\cdot 2\pi r=\frac{\pi r^2}{\pi c^2}I$$

が得られ，それ故に

$$H=\frac{r}{2\pi c^2}I$$

（２）　同様に，外部円筒内で，半径rの円に沿ってAmpereの周回積分の法則を適用する．このとき，円内の電流は$I-\dfrac{\pi(r^2-b^2)}{\pi(a^2-b^2)}I$であるから，

$$H\cdot 2\pi r=I-\frac{\pi(r^2-b^2)}{\pi(a^2-b^2)}I$$

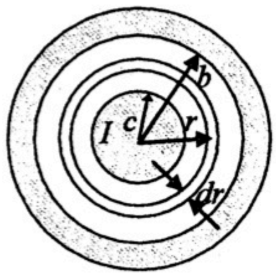
が得られ，それ故に

$$H=\frac{I}{2\pi(a^2-b^2)}\left(\frac{a^2}{r}-r\right)$$

（３）　両導体の間の空間に生ずる磁界は内導体に流れる電流Iによるもののみである．よって，半径rのところの磁界は

$$H=\frac{I}{2\pi r}$$

（４）　右図に示すように，半径rのところの磁束密度は



$$B=\mu_0 H=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

である．半径rのところの幅drの帯状部分を考え，長さが1 m幅drの矩形をつらぬく磁束を$d\Phi$とすれば，

$$d\Phi=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}dr$$

となるから，長さ1 m当りの全鎖交磁束Φは

$$\Phi=\int_c^b d\Phi=\int_c^b\frac{\mu_0 I}{2\pi r}dr=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_c^b\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\log\frac{b}{c}$$

となる．従って，1 m当りの自己インダクタンスLは

$$L=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0}{2\pi}\log\frac{b}{c}$$