

問題 1 1 [静電界・定常電流], [電磁誘導・電磁波]

A または B のどちらかを選択して解答すること。なお、解答用紙には、選択した記号 (A または B) をはじめに記入すること。

A

問 1 図 1 に示すように、無限長の平行導線 A, B を真空中に置いた。導線 B は xy 平面上の $(\ell, 0)$ を通っており、導線 A の半径は R 、導線 B の太さは無視できるものとする。導線 A, B に電流 I を図 1 の向きに流した。以下の設問に答えよ。但し、真空の透磁率を μ_0 とする。

- (1) 電流 I は導線 A 中を一様に流れている。導線の中心からの距離 r の位置での導線 A が作る磁界の強さ $H_A(r)$ を $0 < r < R$, $R \leq r$ の場合についてそれぞれ求めよ。
- (2) 導線 B の単位長さあたりに働く力の x 成分および y 成分を求めよ。但し、 x 軸および y 軸の正の方向を力の正の向きとする。
- (3) xy 平面上の点 $P(x, y)$ において、導線 A, B がつくる磁界の強さの x 成分 H_x および y 成分 H_y を x, y, ℓ, I を用いて表せ。但し、点 P は導線の外側にあり、 x 軸および y 軸の正の方向を磁界の強さの正の向きとする。

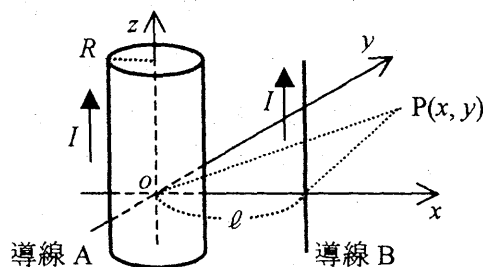


図 1

問 2 半径に比べて十分に長い同軸型円筒コンデンサが真空中にある。その長さは ℓ 、半径は r_1, r_2 ($r_1 > r_2$) である。また、外側の円筒を接地し、2 つの円筒間のすきまを誘電率 ϵ の誘電体で満たした (図 2 参照)。以下の設問に答えよ。但し、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

- (1) 内側の円筒内部に、密度 ρ で電荷が一様に分布している。 x 軸から半径 r の位置での電界の強さ $E(r)$ を $r \leq r_1$, $r_1 \leq r \leq r_2$ の場合についてそれぞれ求めよ。
- (2) 2 つの円筒間の電位差の絶対値 $|V|$ を求めよ。
- (3) この円筒コンデンサの静電容量 C を求めよ。
- (4) 2 つの円筒間を満たしている誘電体を x 軸方向にずらし、円筒から完全に引きだした。誘電体を完全に引き出すために必要な仕事を求めよ。但し、誘電体と円筒の間に働く摩擦は無視できるとする。

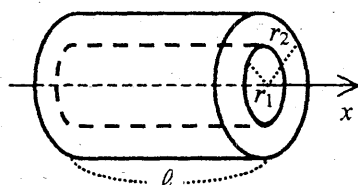


図 2

◆問題訂正

21ページ 問題11 問2

上から2行目

「 $r_1 > r_2$ 」を「 $r_1 < r_2$ 」

に訂正する

B

設問すべてに解答すること.

- 問1 電流素片 $Id\vec{s}$ がそこから距離 r 離れた位置につくる微小な磁束密度は, Biot-Savart 則によれば

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

で与えられる. ここで, μ_0 は真空の透磁率, \vec{r} は電流素片から観測場所へ引いた位置ベクトルである. いま図1に示すように, 有限の長さの直線導線BAにBからAの方向に電流 I が流れているとき, 導線からの距離が d で点Pにおける磁束密度の大きさを B として, 以下の問いに答えよ.

- (1) 電流素片の大きさ Idz が点Pにつくる微小な磁束密度は, Biot-Savart 則を用いればどのように表されるか. その大きさを図中の記号を用いて示せ.
- (2) 点Pの磁束密度の大きさを電流 I , 距離 d , 角度 α , β の関数で求めよ.
- (3) 直線導線BAが十分に長くなると, 点Pにおける磁束密度の大きさはどう表されるか. 導出過程も示せ.

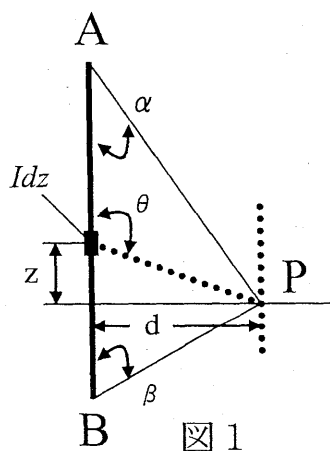


図1

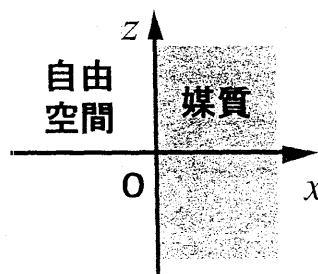


図2

- 問2 図2に示すように, 平面電磁波 $E_z = E_0 \exp(-jkx)$ (k : 波数) が自由空間から, 無限平面媒質へ垂直に入射するとして, 以下の問いに答えよ.

- (1) 媒質が完全導体ならば, その前面に立つ定在波の電界はどう表されるか.
- (2) 問(1)で電界振幅が0及び最大になる x と波長 λ との関係を求めよ.
- (3) 媒質が導電率 σ , 誘電率 ϵ , 透磁率 μ_0 の導体ならば, これらの電気定数と角周波数 ω との間にはどのような関係式が成り立つか. 導電電流が変位電流よりも優勢である条件から関係式を導出せよ.

問題 1 2 [交流回路・アナログ回路], [電気回路・電子回路]

A または B のどちらかを選択して解答すること。なお、解答用紙には、選択した記号 (A または B) をはじめに記入すること。

A 交流回路・アナログ回路

1. 図 1 は、巻き線比が $1:n$ の理想変成器を含んだ、インダクタンス L 、容量 C 、抵抗 R の共振回路である。以下の問に答えよ。

- (1) a - a' 端子から回路側を見たときのインピーダンスを求めよ。
- (2) 共振周波数 f_0 を求めよ。
- (3) 共振器の Q (共振の鋭さ) を求めよ。

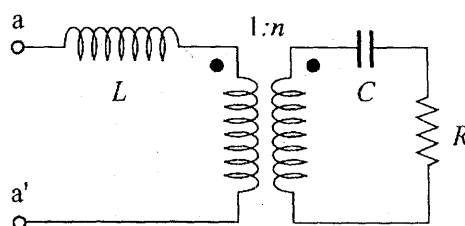
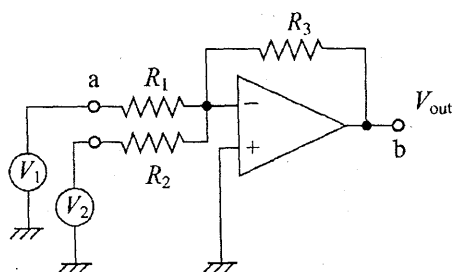


図 1

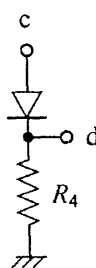
2. 図(a), 図(c)のオペアンプは理想オペアンプ (電圧利得は ∞ , 入力インピーダンスは ∞ , 出力インピーダンスは0) であり, 図(b)のダイオードの飽和電圧は0.7 [V] とする。

以下の設問に答えよ。

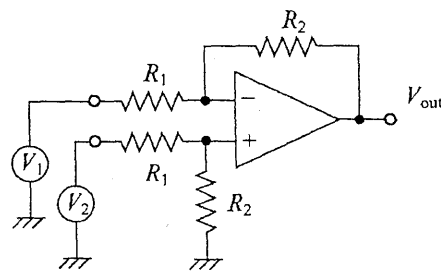
- (1) 図(a)は加算回路である。 V_{out} を求めよ。求め方も詳しく説明せよ。
- (2) 図(a)の b 点に図(b)の c 点を繋いだ回路を考える。ここで, $R_1 = R_2 = R_3$, $V_1 = 1.5 \sin(\omega t)$ [V], $V_2 = -0.7$ [V] とする。 a , c , d 点の各電圧波形を図示せよ。図は2周期分を描き, 最高点, 最低点も分かるようにすること。
- (3) 図(c)は減算回路である。 V_{out} を求めよ。



図(a)



図(b)



図(c)

B 電気回路・電子回路

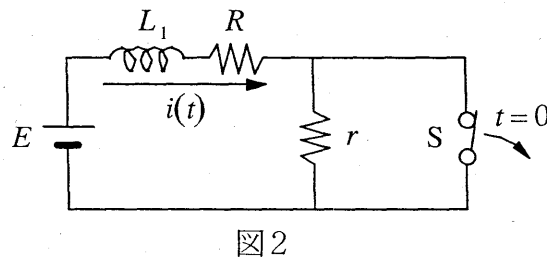
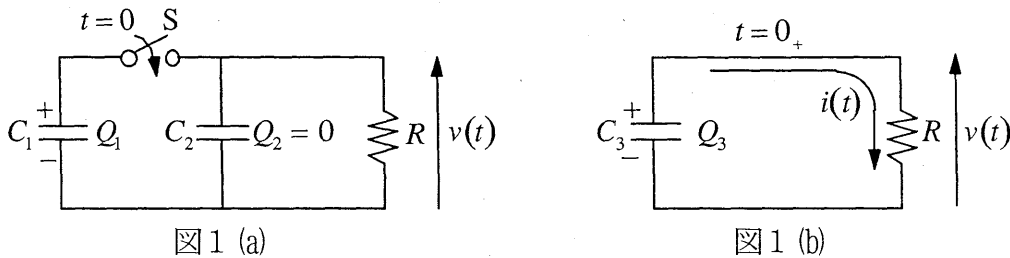
1. 電気回路の過渡現象に関する下記の設問 (1) ~ (4) に答えよ。

(1) 図1 (a) の回路において時刻 $t=0$ でスイッチ S を閉じる。但しキャパシタンス C_1 には初期電荷 Q_1 が蓄えられている。また C_2 の初期電荷は $Q_2=0$ である。スイッチ S を閉じた直後の時刻を $t=0_+$ とする。 $t=0_+$ における図1 (a) の等価回路は図1 (b) のように描ける。このとき $t=0_+$ における電圧 $v(t)$ の値 $v(0_+)$ を Q_1 , C_1 及び C_2 を用いて求めよ。

(2) 図1 (b) における電圧 $v(t)$, $t \geq 0_+$ の変化を式として求めよ。

(3) 図2の回路において時刻 $t < 0$ でスイッチ S が閉じられている。 $t=0$ でスイッチ S を開く。スイッチ S を開いた直後の電流 $i(t)$ の値 $i(0_+)$ を求めよ。

(4) 図2の電流 $i(t)$, $t \geq 0_+$ の変化を式として求めよ。



2. 図3のオペアンプ回路について以下の問いに答えよ。ただしオペアンプの利得を μ とし、入力インピーダンス ∞ , 出力インピーダンス0とする。

(1) オペアンプの利得 $\mu = \infty$ としたときの利得 V_2/V_1 を求めよ。

(2) オペアンプの利得 $\mu = f_{GB}/jf$ としたときの利得 V_2/V_1 を求めよ。

(3) 問(2)の条件において直流での利得 V_2/V_1 が20 [dB] となるよう R_b/R_a を求めよ。また $f_{GB} = 5$ [MHz] であるときの直流での利得 V_2/V_1 が3 [dB] 減衰する周波数 (遮断周波数) f_c を求めよ。

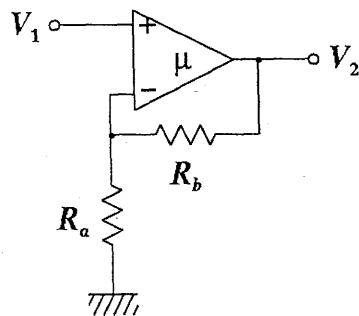


図3

問題 13 電子物性・半導体物性

設問全てについて解答すること。

I 電子物性

ある実験装置において、ビーム径約 1 mm の電子線（電子の流れ）が一定速度で走っていると
する。この電流は電流計で測ることができる。しかしながらこの電子線の電子運動エネルギーは
不明である。これについて以下の設問に答えよ。

1. 電子線が走る環境は通常真空であるが、真空の質により発生する現象を述べよ。
2. 電子線の電子運動エネルギーを求める方法は幾つか考えられるが、図を使って、少なくとも
3つの方式を示せ。またそれぞれの得失を述べよ。
3. エネルギーが高くなるとどのような項目が重要になってくるか。またそれを必用としない方
式はあるのか。

II 半導体物性

1. 次の文章中の〔①〕から〔③〕までを適当な語句で示せ。〔④〕は文中で与えられた記号を用いて式で示せ。

図1は半導体レーザーなどに用いられる砒素化ガリウム (GaAs) のエネルギーバンド構造を示している。GaAs は価電子帯の頂上と伝導帯の谷に存在するキャリアが、等しい結晶運動量を持つ〔①〕型半導体である。図1において伝導帯と価電子帯の結晶運動量 0 における曲率を比較すると、伝導電子と伝導に寄与する正孔では、有効質量は〔②〕が他方に比べて大きいと考えられる。その為、真性状態の GaAs をホール係数測定の手法によって伝導型を調べると〔③〕と観測される。純粋で欠陥の無い GaAs にエネルギーバンドギャップ(E_g)を越えるエネルギーを持った光を照射すると、直ちに GaAs は特有の波長で発光を生じる。光速を C 、プランク定数を h とすると、発光波長 λ は〔④〕で表される。

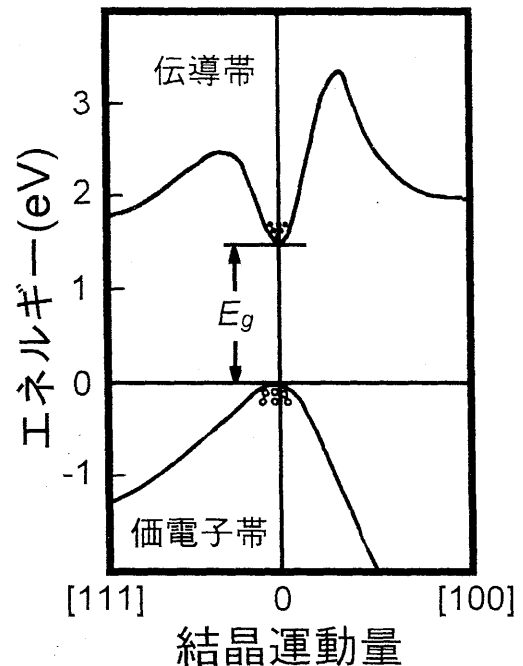


図1 GaAsのエネルギーバンド構造

2. 半導体の電気伝導度について考察する。次の問に答えよ。

(1) 半導体の電気伝導は電氣的に活性な不純物を添加することにより大きく変化する。図2は GaAs のキャリア移動度の、室温におけるキャリア濃度依存性を示している。温度一定の条件で、キャリア濃度を低濃度から高濃度に変化させることにより電気伝導度が変化する様子を図示し、その理由を式を用いて示せ。

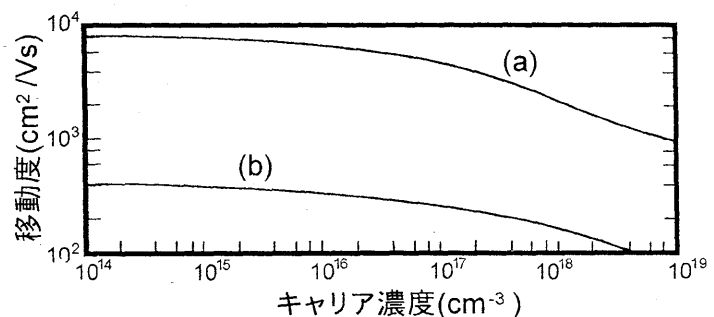


図2 移動度のキャリア濃度依存性 (GaAs)

(2) 図1と図2を比較し、図2で示す(a)、(b)のキャリアの種類を、理由を明確にして述べよ。

(3) 不純物濃度が一定の場合、半導体の電気伝導度は温度の変化に対して極めて敏感に変化する。電気伝導度の温度依存性を格子散乱効果も考慮して図示し、何故そのように変化するかを、エネルギーバンド図等も加えながら説明せよ。式を用いて説明しても良い。

問題 1 4 計測・制御・数理

A, B, Cのうち二つを選択して解答すること. なお, 解答用紙には, 選択した問題の記号 (A, B, Cのうち二つ) をはじめに記載すること.

- A 図 1 に示す機械系について考える. 図中, 質量 M_1 [kg], M_2 [kg] の 2 物体は, それぞればね定数 K_1 [N/m], K_2 [N/m] のばねによって台車に結合されており, 台車との間には粘性摩擦係数 B_2 [N・s/m] の粘性摩擦が発生する. また, 質量 M_1 [kg] の物体と質量 M_2 [kg] の物体は, 粘性摩擦係数 B_1 [N・s/m] のダンパによって相互に結合されている.

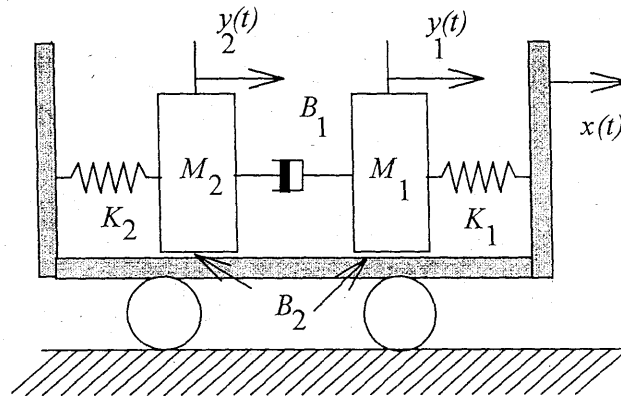


図 1

1. 機械系の運動方程式を質量 M_1 の物体と質量 M_2 の物体のそれぞれについて書け. ただし, 台車の質量は無視し, 物体の変位 y_1, y_2 [m] は図中の矢印の方向を正とする. また, x は図中の矢印の方向を正とする台車の変位 [m] を表し, 台車はローラ上を摩擦無く移動するものとする.
2. 上の設問 1 で求めた機械系の運動方程式をラプラス変換し, 変位 x が外部から与えられたとき, y_1, y_2 との相互関係を示すブロック線図を作成せよ. ただし, 機械系の運動に関する初期値を零とする.
3. 台車の変位 $x(t)$ [m] を入力, 質量変位 M_1 の物体の変位 $y_1(t)$ [m] を出力とする伝達関数 $G_1(s)$ を求めよ.

◆問題訂正

27ページ

問題14 計測・制御・数理

A 3.

「質量変位 M_1 」を「質量 M_1 」に訂正する。

B 次の1から4の設問に答えよ。その際、導出過程または根拠も示すこと。

1. $G(s) = \frac{2}{2s+1}$ の伝達関数を持つシステムに $u(t) = e^{-t} (t \geq 0)$ の信号を入力したときの出力の応答 $y(t)$ を求めよ。ただし、 $y(0) = 0$ であった。

2. $G(s) = \frac{2}{2s+1}$ の伝達関数を持つシステムに単位ステップ入力を入れた。初期状態が0であるときの応答に対して、出力が最終値の99%に達する時間を T_1 、99.99%に達する時間を T_2 としたとき、 T_2/T_1 の値を求めよ。

3. 閉ループ系を構成したところ、その伝達関数が次のようになった。

$$G(s) = \frac{4}{(s^2 + as + 1)(s+1)^4(s+2)^2}$$

ただし a は実定数である。このシステムが安定となる a の範囲を求めよ。

4. 図2に示す比例制御系において、 $K_p = 2$ としたときに、閉ループ系は安定となった。制御対象は線形で、その伝達関数 $G(s)$ は不明であるが、直流ゲイン $G(0)$ は2であった。目標値 $r(t)$ を1で一定としたとき、このシステムの定常偏差を求めよ。

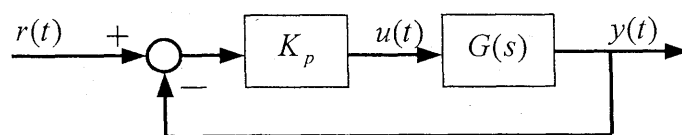


図 2

C X と Y は互いに独立な確率変数であり、それぞれの密度関数 $f_X(x)$, $f_Y(y)$ が次のように与えられている。

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \text{ のとき} \\ 0 & \text{その他のとき} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y \geq 0 \text{ のとき} \\ 0 & y < 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

このとき、下記の問題について解答せよ。なお、導出過程も記すこと。

1. 確率変数 $Z = 2X + Y$ の分布関数 $F_Z(z)$ と密度関数 $f_Z(z)$ を求めよ。

2. 確率 $P(Y \geq X)$ と確率 $P(Y < X)$ を求めよ。

3. 確率変数 $U = \max\{X, Y\}$ の分布関数 $F_U(u)$ と期待値 $E[U]$ を求めよ。

ただし、 $\max\{X, Y\}$ は X と Y の小さくない方を表す。

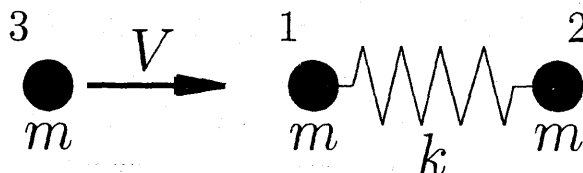
問題 15 力学・材料力学

A または B のいずれかを選択して解答すること。なお解答用紙には、選択した問題の記号(A または B)をはじめに記載すること。

A 以下の1および2の問題に答えよ。

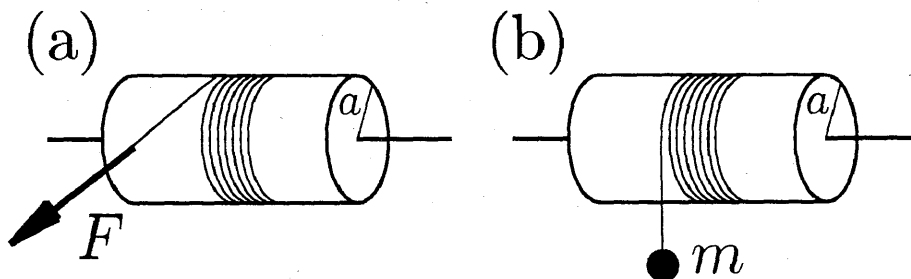
1. バネ定数 k の重さのないバネで連結された質量 m の質点 1 と質点 2 が、滑らかな水平の台の上に置かれている。はじめ、バネの伸びはゼロであり、二つの質点も静止していたとする。ここに、同じく質量 m の質点 3 が、下図のように、バネの方向に速さ V で質点 1 に衝突した。衝突後、質点 1 と質点 3 は一体となって運動し、三つの質点は同一直線上を運動した。

- (1) 衝突直後の質点 1 の速さを求めよ。
- (2) 衝突により失われたエネルギーを求めよ。
- (3) 衝突後の三つの質点からなる系の重心の並進速度を求めよ。
- (4) 衝突後のバネの伸びの最大値を求めよ。



2. 半径 a 、質量 M の均質な円柱が、水平な中心軸まわりに滑らかに回転するように設置されている。この円柱には、質量ゼロで伸び縮みしない糸が巻きつけられており、糸を引きだすと、それに伴い、糸が滑ることなく円柱が回転する。

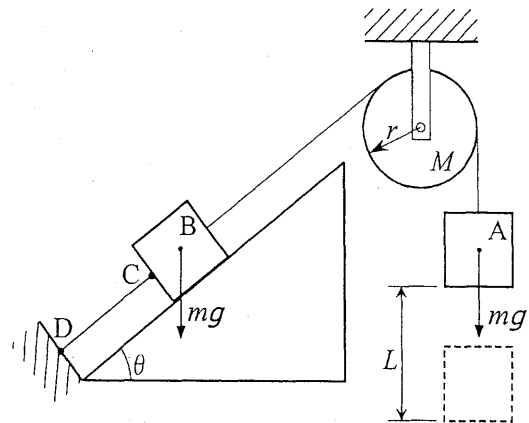
- (1) この円柱の中心軸まわりの慣性モーメント I を求めよ。
- (2) 下図(a)のように糸の端を一定の力 F で水平方向にひく。この場合に、糸の端の運動を決める方程式を求めよ。
- (3) 次に、下図(b)のように糸の端に質量 m の重りをつけ、この重りにかかる重力により糸を鉛直方向に引く。この場合について、同じく、糸の端の運動を決める方程式を求めよ。重力加速度の大きさは g とする。
- (4) 下図(a)の場合に糸を引く力の大きさを(b)の場合と同一にしても、(a)、(b)の二つの結果は同じにならない。この違いが生じる理由を論述せよ。



B 以下の1および2の設問に答えよ。

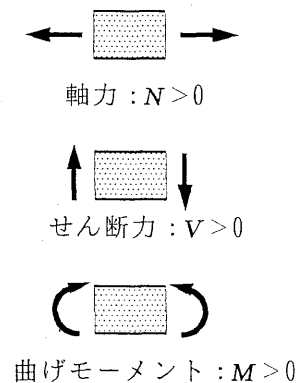
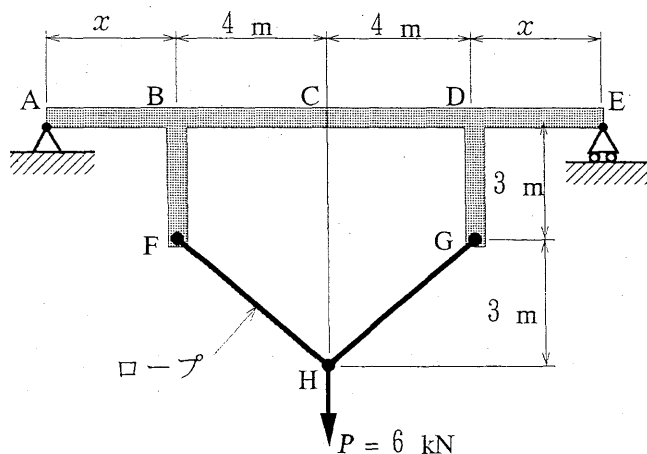
- 円板形の滑車（質量 M 、半径 r ）にケーブルをかけ、その両端に等しい質量 m の物体 A と物体 B がつり下げられている。物体 B は水平面と θ の角をなす斜面の上におかれ、図のように斜面に平行なケーブル CD により、物体 B と物体 A は同じ高さに保たれている。すべてのケーブルは伸び縮みせず、その質量は無視でき、ケーブルは滑車に対しすべらないものとする。また、物体 B と斜面の摩擦、滑車とその軸の摩擦は無視できるとする。重力加速度を g とする。以下の問いに答えよ。

- ケーブル CD に働く張力の大きさを求めよ。
- ケーブル CD と物体 B を、点 C で静かに切り離すと、物体 A、物体 B と滑車は動き始める。物体 A が L だけ移動したとき、静止状態から滑車が回転した角度の大きさを求めよ。
- 物体 A が L だけ移動したときの物体 A の速度の大きさを求めよ。ただし、滑車の中心軸に関する慣性モーメントは $Mr^2/2$ である。



- 図に示すように、腕 BF, DG をもつ単純支持はり ABCDE が、ロープ FHG によって負荷されている。ロープの H 点には、 $P = 6 \text{ kN}$ の垂直荷重が加わっている。AB 間、DE 間の距離を x (> 0) とする。はりの変形およびロープの伸びは、はりの長さに対して非常に小さいとする。

- ロープ FH に加わる荷重 W を求めよ。
- はりの中央 C 点における、軸力 N 、せん断力 V 、曲げモーメント M を求めよ。軸力、せん断力、曲げモーメントの正(+)の方向は、図のように定義する。
- $x = 1 \text{ m}$ の場合について、はり ABCDE のせん断力図と曲げモーメント図を描け。
- AB 間、DE 間の距離 x の値によって、B 点および C 点のたわみは変化する。B 点のたわみと C 点のたわみが同じになる場合の x の値を求めよ。



問題16 流体力学, 連続体力学

A または B のいずれかを選択して解答すること. なお解答用紙には, 選択した問題の記号 (A または B) をはじめに記載すること.

A 流体力学

- 図1に示すように, 距離 H [m] 離れた二枚の平行な平板壁 (上, 下壁) の間を満たす非圧縮性 (一様密度 ρ [kg/m³]) のニュートン流体 (粘度 μ [Pa·s]) の二次元・層流運動について, 静止した下壁に固定されたデカルト座標系 (x, y) [m, m] を用いて, 以下の設問 (1) ~ (8) に答えよ. ただし, 流れは, x 方向に一定速度 U [m/s] ($U > 0$ とする) で移動する上壁の運動ならびに x 方向の一定圧力勾配 α [Pa/m] ($\alpha > 0$ とは限らない) によって引き起こされ, ここでは完全に発達した定常流を考察対象とする. なお, x, y 方向の速度成分をそれぞれ u, v [m/s] とし, 圧力を p [Pa] とする.

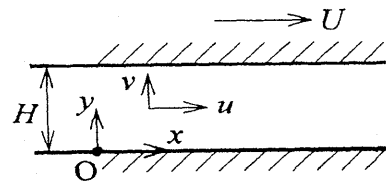


図1

- 速度成分と圧力を用いて, 二次元・定常・非圧縮性・粘性流体のナビエ・ストークスの式及び連続の式の一般形を, それぞれの式の単位が [N/m³], [s⁻¹] となる形で表せ. ただし, 外力項は無視せよ. ヒント: 粘性項の x, y 成分は, それぞれ $\mu (\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2)$, $\mu (\partial^2 v / \partial x^2 + \partial^2 v / \partial y^2)$ である.
- u, v に対する境界条件を記せ.
- まず, v を求めよ.
- $p = p(x)$ (p が x の関数) となることを示せ.
- まず, u を求めるための微分方程式を, α を含む形で表せ.
- u を求めよ.
- 流れ場に逆流領域 ($u < 0$) が発生するための α の条件を, $\alpha > \beta$ あるいは $\alpha < \beta$ (β は α を含まない) の形で表せ.
- 流れ場全体でせん断応力 $\tau_{yx} (= \tau_{xy})$ [Pa] が一定であるための α の条件ならびにその場合の u を求めよ.

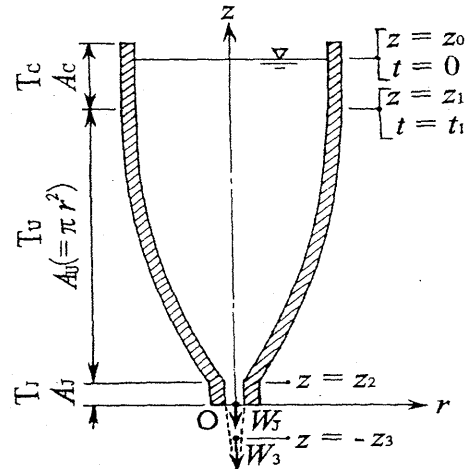


図2

- 図2に示すように, 水 (一様密度 ρ [kg/m³]) の入った軸対称形状の大きな水槽 (内面が円柱面 T_c , 曲面 T_u , 円柱面 T_l からなる) の底に微小な流出孔があり, その小孔から流出する水の運動について, 図のように設定された円柱座標系 (r, ϕ, z) [m, rad, m] を用いて, 以下の設問 (1) ~ (3) に答えよ. ただし, 周囲の大気圧は p_a [Pa], 重力加速度は g [m/s²] とし, さらに各種の流動損失は無視でき, 小孔 ($z = 0$) の流量係数は1とする. なお, T_c ($z_1 \leq z$), T_u ($z_2 \leq z \leq z_1$), T_l ($0 \leq z \leq z_2$) の各断面積 (r - ϕ 平面) をそれぞれ A_c , $A_u (= \pi r^2)$, A_l [m²] (z_1, z_2 での不連続的な断面積の変化率の影響は無視) とする. また, 水面位置の z 座標が z_0, z_1 のときの時間 t [s] をそれぞれ $0, t_1$ とする.
- 水面位置が z ($z_2 < z \leq z_0$, ただし $A_u \gg A_l$ とみなせない T_u 部分は除く) の場合, 小孔における流出速度 W_1 [m/s] (下向きを正とする) を求めよ. また, この場合の $z = -z_3$ ($z_3 > 0$) における噴流の速度 W_3 [m/s] (下向きを正) 及び断面積 A_3 [m²] を, z, z_3 の一方または両方を含む形で表せ.
- t_1 を, z_0, z_1 を含む形で表せ.
- 曲面 T_u では水面の降下速度 W_0 [m/s] (下向きを正) が一定であり, 水面の降下量から時間経過を知ることができた (いわゆる水時計として機能). このような T_u の曲面形状を, W_0, A_l を含む $z = z(r)$ の形で表せ.

B 連続体力学

1. 流速が U_∞ である一様流中に半径 a の円柱を設置した流れ場に、 $-\Gamma$ の循環 ($-\Gamma < 0$, 時計回り) を重ねた複素速度ポテンシャルは、次式で与えられる。以下の設問に答えよ。

ただし、 α の範囲は、 $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

$$W = U_\infty z e^{-i\alpha} + \frac{U_\infty a^2}{z} + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z \quad (\text{ここで, } i \text{ は } \sqrt{-1} \text{ である。})$$

- (1) 速度ポテンシャル ϕ , 流れ関数 ψ を極座標 $z = r e^{i\theta}$ を用いて示せ。
 (2) 動径方向の速度成分 v_r , 円周方向の速度成分 v_θ は次式で表されることを示せ。

$$v_r = U_\infty \cos(\theta - \alpha) - U_\infty \frac{a^2}{r^2} \cos \theta, \quad v_\theta = -U_\infty \sin(\theta - \alpha) - U_\infty \frac{a^2}{r^2} \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

- (3) $\alpha = 0$ の場合において、よどみ点が $(r, \theta) = (a, \frac{3}{2}\pi)$ に位置するためには、 Γ の値をどのように設定しなければならないか。その値を U_∞, a を含めた式で示せ。
 (4) $\alpha = 0$ の場合において、無限遠における静圧 p_∞ と流速 U_∞ を用いて、ベルヌーイの定理から円柱表面での圧力 $p(\theta)$ と v_θ の関係を示せ。但し、流体の密度は ρ (一定) とする。
 (5) $\alpha = 0$ の場合において、 $p(\theta)$ を含めて円柱の単位長さあたりに働く揚力 L を求める式を立て、計算せよ。ただし、

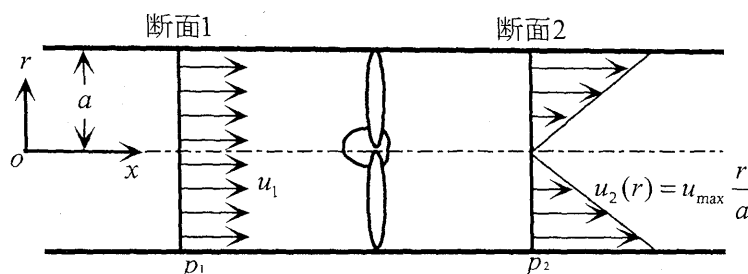
$$\int \sin^3 \theta d\theta = \frac{1}{12} (-9 \cos \theta + \cos 3\theta), \quad \int \sin^2 \theta d\theta = \frac{1}{4} (2\theta - \sin 2\theta)$$

を公式として用いてもよい。

2. 図のように半径 a の円管の中にプロペラを設置し、流体に下流方向へ推力を加える。座標系は、管の対称軸上に x 軸を取り、半径方向に r とする。プロペラの上流側の断面1では、流速 u_1 の一様流速分布をなし、圧力はその面内において p_1 で一定であった。下流側の断面2では、流速分布は $u_2(r) = u_{\max} \frac{r}{a}$ となり、圧力はその面内において p_2 で一定であった。以下の設問に答えよ。ただし、密度 ρ は流れ場全体で一定とし、壁面と流体の間に働くせん断力は無視できるものとする。

- (1) u_{\max} と u_1 の関係を式で示し、その比を計算せよ。

- (2) 流体がプロペラから受ける力を F として方程式を立て、 p_1, p_2, ρ, u_1, a を用いてその値を示せ。



問題 17 熱力学

以下の設問すべてについて解答すること。

図 1 に示すように、密度 ρ_1 [kg/m³]、圧力 p_1 [Pa] の理想気体が、質量流量 m [kg/s] でタービンの入口 1 からタービンに入り、膨張した後タービンの出口 2 より出て行く。気体の気体定数は R [J/(kg·K)]、比熱比は κ 、定圧比熱は $c_p = \kappa R / (\kappa - 1)$ [J/(kg·K)] としそれぞれ一定とする。このとき、以下の 1 と 2 の設問に答えよ。

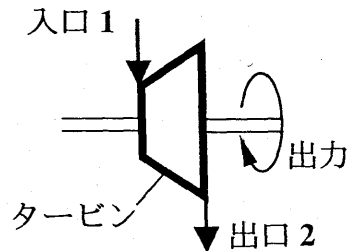


図 1

1. 図 1 で、気体はタービン内で可逆断熱変化し出口 2 での気体の圧力は p_2 [Pa] となった。

- (1) 入口 1 での気体の温度 T_1 [K] を ρ_1, p_1, R を用いて表せ。
- (2) 出口 2 での気体の温度 T_2 [K] を $\rho_1, p_1, R, \kappa, p_2$ を用いて表せ。
- (3) 入口 1 と出口 2 の気体の比エンタルピーの差 $h_2 - h_1$ [J/kg] を ρ_1, p_1, κ, p_2 を用いて答えよ。
- (4) タービンの発生動力 P [W] を $\rho_1, p_1, m, \kappa, p_2$ を用いて答えよ。
- (5) タービンに入ってから出までの間の気体の状態変化を $T-s$ 線図上に描け。

2. 図2に示すようにタービンの出口2から出た気体を熱交換器により加熱した。その結果、熱交換器の出口3での気体の密度は ρ_3 [kg/m³]、圧力は出口2と同じ p_2 [Pa]であった。気体はタービン内では可逆断熱変化、熱交換器内では可逆等圧変化をしたものとする。

- (1) 出口3での気体の温度 T_3 [K]を R , p_2 , ρ_3 を用いて表せ。
- (2) 熱交換器により気体の比内部エネルギー [J/kg]はいくら増加したかを ρ_1 , p_1 , κ , p_2 , ρ_3 を用いて答えよ。
- (3) 熱交換器を通して気体に単位時間あたり加えられた熱量 [J/s]を ρ_1 , p_1 , m , κ , p_2 , ρ_3 を用いて答えよ。
- (4) 熱交換器により気体の比エントロピー [J/(kg·K)]はいくら増加したかを ρ_1 , p_1 , R , κ , p_2 , ρ_3 を用いて答えよ。
- (5) 熱交換器に入ってから出までの間の気体の状態変化を T - s 線図上に描け。ただし、解答は設問1の(5)の答えに付け加えよ。

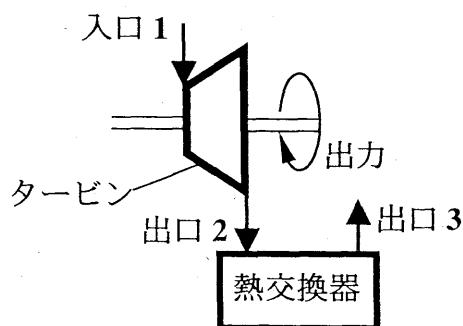


図2

問題 18 数理科学

設問すべてについて解答すること。

[I] 次の定積分を考える。

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{5 + 3 \sin \theta} d\theta$$

- i) $z = e^{i\theta}$ と変換した時、 $I = \int_C f(z) dz$ となる複素平面上の曲線 C と複素数値関数 $f(z)$ を求めよ。
 ii) i) で求めた I の表示式から I の値を求めよ。

[II] 空間の中の曲面 S を次のように定める。

$$\begin{aligned} S_1 &= \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z > 0\}, \\ D_1 &= \{(x, y, z) : x^2 + y^2 < a^2/2\} \end{aligned}$$

とおき $S = S_1 \cap D_1$ とする。

- i) S を球座標 (r, θ, φ) を用いて表せ。
 ii) S の曲面積を求めよ。

[III] 次の問いに答えよ。

- i) 与えられた関数 $f(x, y)$ に対して関数 $u(x, y)$ の満たす偏微分方程式

$$a \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) + b \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = cu(x, y) + f(x, y)$$

を考える。ただし a, b, c は実の定数とする。 s をパラメーターとして $V(t; s) = e^{-ct} u(at + s, bt)$ と置く時 V の t に関する常微分方程式を求め、 $t = 0$ で $V(0; s) = u_0(s)$ となる解 $V(t; s)$ を求めよ。

- ii) 次の方程式を、i) による方法より $u(at + s, bt)$ を求めて解け。

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) - \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = u(x, y) + e^x, \\ u(x, 0) = x \end{cases}$$

問題 1 9 計算機構造, システムプログラム

A または B のどちらかを選択して解答すること。

なお, 解答用紙には, 選択した記号 (A または B) をはじめに記入すること。

A (計算機構造)

問A-1. 数値表現に関して以下の問に答えよ。

- (a) 16 進数の小数 0.48 を 10 進数で表せ。
 (b) 10 進数 -5.625 を, 8 ビット固定小数点形式による 2 進数で表せ。ここで, 小数点位置は, 4 ビット目と 5 ビット目の間とし, 負数は 2 の補数表現を用いる。

問A-2. ある整数 X が与えられた時に, X が素数かどうかを判定する回路を考えよう。 X は 4 ビットの非負の整数のみの 2 進数 ($x_3x_2x_1x_0$; x_0 が最下位ビット) で表されるものとする。この回路は, 入力 X に対して, X が素数であれば 1 を, そうでなければ 0 を出力するものとする。この時, 以下の設問に答えよ。

- (a) この回路に対応する論理式を主加法標準形 (積和標準形) で表せ。
 (b) この回路に対応する論理式をカルノー図により簡単化せよ。

問A-3. 次のように単純化した仮想的な計算機を考える。この計算機は, 三つのインデックスレジスタ (1, 2, 3) と一つのベースレジスタを持っており, その命令形式は図 1 のものであるとする。図 1 において, 間接アドレス, インデックスレジスタ, ベースレジスタが使用されない場合は, 間接アドレス指定部, インデックスレジスタ指定部, ベースレジスタ指定部には, それぞれ, “0” が入るものとする。また, レベル数指定部によって, アドレス指定のレベル数 (実データを得るまでにメモリを参照する回数) が指定される。ある時点でのメインメモリの一部, ベースレジスタ, インデックスレジスタの内容が図 2 のようになっているものとする。以下の命令語に対して, 実効アドレスを求めよ。

- (a)

オペコード	1	3	0	0	4000 (H)
-------	---	---	---	---	----------

 (b)

オペコード	0	1	2	0	4000 (H)
-------	---	---	---	---	----------

 (c)

オペコード	0	1	0	1	4000 (H)
-------	---	---	---	---	----------

 (d)

オペコード	1	2	1	0	4002 (H)
-------	---	---	---	---	----------

但し, 間接アドレス指定が先に行われるものとする。

- (e)

オペコード	1	2	1	0	4002 (H)
-------	---	---	---	---	----------

但し, インデックス修飾が先に行われるものとする。

() はビット数を表す

オペコード (10)	I (1)	L (2)	X (2)	B (1)	アドレス部 (16)
---------------	----------	----------	----------	----------	---------------

図 1 命令形式

I : 間接アドレス指定部
 L : レベル数指定部
 X : インデックスレジスタ指定部
 B : ベースレジスタ指定部

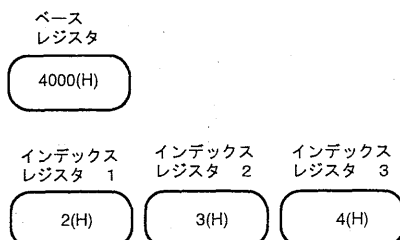


図 2 ベースレジスタ, インデックスレジスタ及びメインメモリの一部の内容

アドレス

4000 (H)	4008 (H)
4001 (H)	6 (H)
4002 (H)	4006 (H)
4003 (H)	8 (H)
4004 (H)	4007 (H)
4005 (H)	2 (H)
4006 (H)	4001 (H)
4007 (H)	4 (H)
4008 (H)	4004 (H)

アドレス

8000 (H)	8008 (H)
8001 (H)	6 (H)
8002 (H)	8006 (H)
8003 (H)	8 (H)
8004 (H)	8007 (H)
8005 (H)	2 (H)
8006 (H)	8001 (H)
8007 (H)	4 (H)
8008 (H)	8004 (H)

B (システムプログラム)

問B-1. コンパイラのコード生成時に用いられることの多い逆ポーランド記法について、以下の問いに答えなさい。

- (a) $(1+2) \times (3+4)$ を逆ポーランド記法に変換しなさい。さらに変換後の式を入力とするスタックを用いた計算過程を、スタックの状態の変化とともに図示しなさい。
- (b) スタックを用いて、通常の式を逆ポーランドに変換するアルゴリズムを示しなさい。説明文には次の2つの語句，“要素”，“優先順位”を含めること。なおそれぞれの意味は，“式を構成する最小単位（数値、演算子）”，“要素の演算における順位”である。

問B-2. ページング方式による仮想記憶を有するオペレーティングシステムにおけるメモリ管理について以下の問いに答えなさい。

- (a) 仮想アドレス 32bit 中、上位 16 ビットがページ番号を示し、下位 16 ビットがオフセットを示すものとしたとき、ページテーブルのエントリ数を示しなさい。
- (b) ページテーブルには、ページフレームを示すポインタ以外に、仮想記憶を効率よく実現するためのエントリとして、あるページを参照したときにセットされる参照ビットと、あるページに書き込みがあるとセットされる修正ビットがある。それぞれのビットの仮想記憶のページ置き換え時の利用方法を、それぞれ100文字程度で説明しなさい。
- (c) ページングシステムのメモリアクセス性能を向上させる方式として、TLB（連想レジスタ）がある。TLBの仕組みと、なぜ性能が向上するかについて説明しなさい。
- (d) 仮想記憶に関する以下の言葉について、50文字程度で説明しなさい。
 - (d-1) LRU
 - (d-2) スラッシング

問題20 離散数学, 推論機構

AまたはBのどちらかを選択して解答すること. なお, 解答用紙には, 選択した記号(AまたはB)をはじめに記入すること.

A (離散数学)

問A-1. ある集合Aに対して, $A \rightarrow A$ なる全域写像の全体の集合をFとする. また, F上の二項演算として関数の合成 \circ を考える. 即ち, $f, g \in F$ に対して $f \circ g : A \rightarrow A$, $f \circ g(x) = f(g(x))$ である.

このとき次の各問に答えよ.

- (a) Fと演算 \circ の組 (F, \circ) がモノイド (=単位半群. 単位元をもち, 結合法則を満たす代数) であることを示せ.
- (b) $F' = \{f \in F \mid f \text{ は全射}\}$ と上と同じ演算 \circ に対し (F', \circ) を考える. A が有限集合であるとき, (F', \circ) は群となることを示せ.

問A-2. 二進数5桁の全パターンからなる集合 $B = \{d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 \mid d_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, 5\}$ とその上の二項関係 \sqsubseteq を考える. ここで, \sqsubseteq は以下のとおりとする.

$$d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 \sqsubseteq d'_1 d'_2 d'_3 d'_4 d'_5 \Leftrightarrow \text{すべての } i = 1, \dots, 5 \text{ について, } d_i \leq d'_i$$

このとき次の問に答えよ.

- (a) 関係 \sqsubseteq がB上の半順序関係であることを示せ.
- (b) 半順序集合 (X, \leq) とXの部分集合Yにおいて, Yの任意の元に対してそれと等しいか大きな(小さな)Xの元をYの上界(下界)という. Yの上界の最小元を上限 (=最小上界), Yの下界の最大元を下限 (=最大下界) という.
Bの任意の部分集合B' に対する上限及び下限を与えよ.
- (c) 任意の元 $s_1, s_2 \in B$ に対し $\{s_1, s_2\}$ の上限を $s_1 \uparrow s_2$, 下限を $s_1 \downarrow s_2$ と書くとき, 次式が成立つことを示せ.

$$s_1 \uparrow (s_2 \downarrow s_3) = (s_1 \uparrow s_2) \downarrow (s_1 \uparrow s_3)$$

- (d) 二つの半順序集合 $(X, \leq_1), (Y, \leq_2)$ で, 写像 $f: X \rightarrow Y$ が

$$\text{任意の } x_1, x_2 \in X \text{ において, } x_1 \leq_1 x_2 \text{ ならば } f(x_1) \leq_2 f(x_2)$$

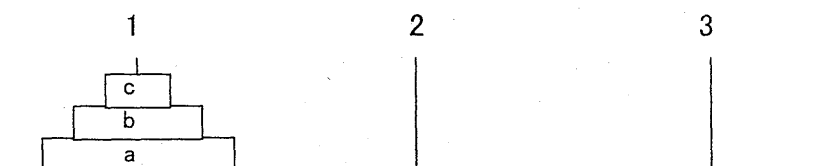
となるとき, f を (X, \leq_1) から (Y, \leq_2) への準同型写像という.

B上の全順序関係 \leq で, B上の恒等写像が (B, \sqsubseteq) から (B, \leq) への準同型写像となるような全順序関係 \leq を一つ与えよ.

B (推論機構)

問B-1. n 枚の皿を持つハノイの塔のアルゴリズムと、移動する皿の回数を示せ。

例 3枚の皿を持つハノイの塔（下図参照）がある。皿 a , b , c の中央には穴があいていて、棒 1, 2, 3 にさすことができる。皿の移動過程では常に上の皿が下の皿より小さい制限があり、すべての皿をどれか同一の棒に移動させて完成する。



問B-2. 式 (*1, *2) を2つの異なる方法で証明せよ。

(*1) $A, A \rightarrow C \vdash C$

(*2) $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$