

平成 26 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科 電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題 (量子電子デバイス工学コース)

(実施時間 14 : 00 ~ 16 : 00)

【注 意 事 項】

1. 問題用紙は、この表紙や白紙を除いて 18 ページある。解答開始の指示があるまで開いてはいけない。解答開始後、落丁や不鮮明な箇所等があった場合は、手を挙げて監督者にその旨を伝えること。
2. 試験問題は、「量子電子物性 1」、「量子電子物性 2」、「量子電子物性 3」、「量子電子物性 4」、「制御工学 1」、「制御工学 2」、及び、「信号処理」、の全部で 7 題あり、この順番に綴じられている。このうち、3 題を選択し解答すること。
3. 解答開始前に、別紙の「専門科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと。
4. 問題用紙は持ち帰ってもよい。

【量子電子物性1】 解答は、桃色(1番)の解答用紙に記入すること。

次の文章を読み、下記の問いに答えよ。

図 1-1 のような一次元階段型ポテンシャル $V(x)$ 中を運動する質量 m の粒子について考える。ここで、

$$\begin{cases} V(x)=0 & x < 0 \quad \cdots \text{領域 (I)} \\ V(x)=V_0 & x \geq 0 \quad \cdots \text{領域 (II)} \end{cases}$$

である。領域 (I) では、粒子の満たす一次元のシュレーディンガー方程式は、 $\hbar = h/(2\pi)$ (h はプランク定数)、波動関数 $\psi_I(x)$ 、粒子のエネルギー ε 、質量 m を用いて、次式で与えられる。

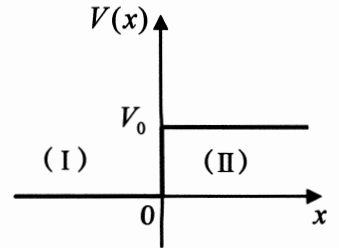


図 1-1

$$[\quad \text{①} \quad] \quad (1)$$

この方程式の一般解は、 $k = \frac{\sqrt{2m\varepsilon}}{\hbar}$ と複素振幅 A 、 B を用いて、次式で表される。

$$\psi_I(x) = A \exp(ikx) + B \exp(-ikx) \quad (2)$$

一方、領域 (II) における波動関数を $\psi_{II}(x)$ とおくと、粒子の満たすシュレーディンガー方程式は、次式で与えられる。

$$[\quad \text{②} \quad] \quad (3)$$

いま、 $\varepsilon < V_0$ の場合を考える。式(3)の解は、 $\beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - \varepsilon)}}{\hbar}$ と定数 C を用いて、次式で表される。

$$\psi_{II}(x) = C \exp(-\beta x) \quad (4)$$

$x=0$ では、波動関数とその導関数がともに連続であることから、 A に対する B および C の比は、 k と β を使って、それぞれ、以下のように求まる。

$$\frac{B}{A} = [\quad \text{③} \quad] \quad (5)$$

$$\frac{C}{A} = [\quad \text{④} \quad] \quad (6)$$

次に、確率密度の空間分布について考察する。まず、波動関数 $\psi_I(x)$ について考える。ここで、 A 、 B は複素数であるので、それらの位相を η_A 、 η_B とおくと、 $A = |A| \exp(i\eta_A)$ 、 $B = |B| \exp(i\eta_B)$ と書ける。位相差を $\eta_A - \eta_B = 2\delta$ と定義すると、確率密度の空間分布 $|\psi_I(x)|^2$ の一般解は、次式で与えられる。

$$|\psi_I(x)|^2 = \{ |A| - |B| \}^2 + 4 |A| |B| \cos^2(kx + \delta) \quad (7)$$

式(5) より、 $\left| \frac{B}{A} \right| = [\quad \text{⑤} \quad]$ であるので、領域 (I) における $|\psi_I(x)|^2$ は、

$$|\psi_I(x)|^2 = [\quad \text{⑥} \quad] \quad (8)$$

と求まる。さらに、式(5) の実数部と虚数部に着目して $\exp(-i2\delta) = \cos(2\delta) - i \sin(2\delta)$ の関係を用い

ると, $\cos(2\delta)$ は, ε と V_0 を使って, 次式のように求まる.

$$\cos(2\delta) = [\quad \text{⑦} \quad] \quad (9)$$

一方, 領域(Ⅱ)における確率密度の空間分布 $|\psi_{\text{II}}(x)|^2$ は, 式(6) を用いて, $|C|^2$ が A, ε, V_0 を使って表されるので, 次式のように求まる.

$$|\psi_{\text{II}}(x)|^2 = [\quad \text{⑧} \quad] \times \exp(-2\beta x) \quad (10)$$

問1 文章中の空欄[①]～[⑧]にあてはまる数式または数値を答えよ. なお, [①], [②] は等式で答えよ.

問2 領域(Ⅰ)から領域(Ⅱ)への粒子の透過率 T は, 入射波に対する透過波の確率の流れの密度の比によって定義される. 一般に, 波動関数 $\varphi(x)$ における確率の流れの密度 S は, 次式で与えられる.

$$S = \frac{\hbar}{2mi} \left(\varphi^*(x) \frac{d\varphi(x)}{dx} - \varphi(x) \frac{d\varphi^*(x)}{dx} \right) = \text{Re} \left[\varphi^*(x) \frac{\hat{p}_x}{m} \varphi(x) \right]$$

ここで, $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{d}{dx}$ は運動量演算子, $\text{Re}[z]$ は複素数 z の実数部である. 下記の問いに答えよ. 解答には, 導出過程も示せ.

- (i) 領域(Ⅰ)における確率の流れの密度 S_I を, A, B, k, m, \hbar を使って求めよ. 導出においては, A, B が複素数であることに注意せよ. また, 必要ならば, 複素数 z の実数部 $\text{Re}[z]$ と虚数部 $\text{Im}[z]$ (いずれも実数) が $\text{Re}[z] = (z + z^*)/2$, $\text{Im}[z] = (z - z^*)/(2i)$ の関係にあることを用いよ.
- (ii) 領域(Ⅱ)における確率の流れの密度 S_{II} を算出することにより, 透過率 T を求めよ.

【量子電子物性2】 解答は、緑色(2 番)の解答用紙に記入すること。

下記の文章[I]および[II]は、半導体についての記述である。文章中の空欄 [①] ~ [⑫] にあてはまる語句を答えよ。また、空欄 [㉗] ~ [㉙] には、空欄に指示した語句、記号の中から適切なものを選択して答えよ。さらに、空欄 (a) ~ (k) には、各空欄に指示した記号を用い、適切な数式もしくは等式を答えよ。ただし、 e は素電荷、 k_B はボルツマン定数を示す。

[I] 元素の周期律表の [①] 族に属する Si や Ge の単結晶は、[②] 型結晶構造を有しており、各原子の価電子は、4 個の最近接原子と [③] 結合をしている。不純物が添加されていない [④] 半導体では、価電子帯から伝導帯に伝導電子が熱的に励起され、伝導電子と同数の正孔が価電子帯につくられており、それらが電気伝導に寄与する。

半導体の光学的性質は、価電子帯上端と伝導帯下端の間のエネルギー差に相当する [⑤] 帯の幅に依存することが多い。また、価電子帯と伝導帯の間の光学遷移過程には、直接遷移と間接遷移がある。これらの光学遷移のうち、光の吸収と同時にフォノンの吸収や放出をともなって伝導電子や正孔を励起する過程が [㉗ 直接, 間接] 遷移である。

このような半導体に不純物を添加することを [⑥] と呼ぶが、半導体の導電率は [⑥] される不純物の量に依存して著しく変化する。不純物から供給された負電荷の伝導電子が電気伝導をなう半導体を [⑦] 形半導体と呼び、その電子を供給する不純物を [⑧] と呼ぶ。

半導体中を移動するキャリアの輸送機構には、電界によってキャリアが運ばれる [⑨] 現象と、キャリアが [⑩] 運動しながらキャリア密度の高いところから低いところに流れる拡散現象の二つの機構がある。熱平衡状態において拡散電流が流れているとき、拡散係数 D と絶対温度 T 、キャリアの移動度 μ の間には密接な関係がある。この関係を示した式をアインシュタインの関係式と呼び、

$$D = \boxed{(a) \quad e, k_B, \mu, T} \quad (1)$$

として示される。

同種の半導体により形成される pn 接合 (ホモ接合) においては、ポテンシャル障壁の高さ (拡散電位) は、p 形と n 形のフェルミ準位の差によって説明される。一方、金属と半導体の接触においてポテンシャル障壁が存在する場合、その障壁の高さは金属と半導体の [⑪] 関数の差で説明される。pn 接合の基本的な電氣的性質には、電流-電圧測定時にみられる [⑫] 特性があり、その電気伝導で支配的なのは、[㉘ 多数, 少数] キャリアである。一方、金属-半導体接触では [㉙ 多数, 少数] キャリアが電気伝導において支配的である。

[II] 図 2-1 は半導体 1 (n 形半導体) および半導体 2 (p 形半導体) で構成されたヘテロ接合のエネルギーバンド図を示している。

半導体 1 の価電子帯上端のエネルギー、フェルミ準位のエネルギー、伝導帯下端のエネルギーをそれぞれ ε_{V1} , ε_{F1} , ε_{C1} とし、半導体 2 についても同様にそれぞれ ε_{V2} , ε_{F2} , ε_{C2} とする。 ε_{G1} , ε_{G2} は半導

体 1 と半導体 2 のエネルギーギャップを表し、 $\varepsilon_{G1} > \varepsilon_{G2}$ とする。これら 2 つの半導体の価電子帯上端のエネルギー差を $\Delta\varepsilon_V$ 、伝導帯下端のエネルギー差を $\Delta\varepsilon_C$ とする。 V_{D1} , V_{D2} は、接合界面近傍における半導体 1 中の拡散電位と半導体 2 中の拡散電位を表す。それぞれの半導体中の不純物は均一に分布し、すべてイオン化しているものとする。半導体 1 と半導体 2 中の不純物密度をそれぞれ N_1 , N_2 、半導体 1 と半導体 2 の誘電率をそれぞれ κ_1 , κ_2 とする。

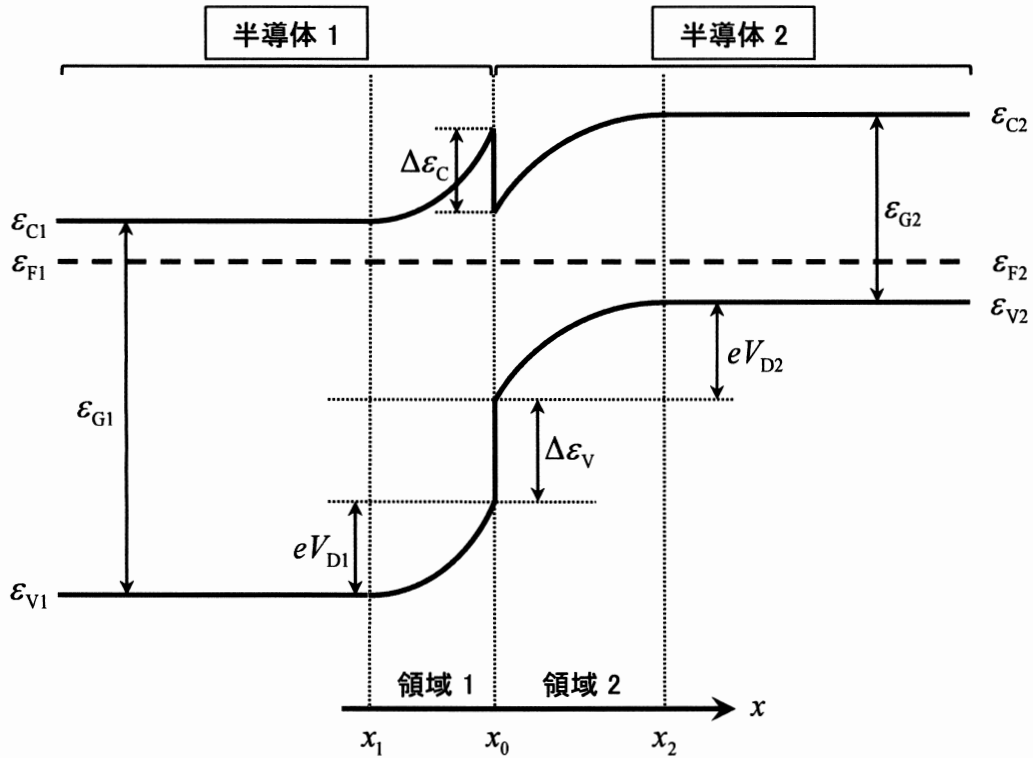


図 2-1

図中の領域 1 ($x_1 \leq x \leq x_0$) および領域 2 ($x_0 \leq x \leq x_2$) は遷移領域であり、空乏層を示している。それぞれの領域において空間電荷密度は x 方向にステップ状に分布しているものとする。領域 1 における電位を $V_1(x)$ 、領域 2 における電位を $V_2(x)$ とすると、それぞれの領域におけるポアソン方程式は、

$$\frac{d^2 V_1(x)}{dx^2} = - \boxed{\text{(b)} \quad e, \kappa_1, N_1} \quad (x_1 \leq x \leq x_0) \quad (2)$$

$$\frac{d^2 V_2(x)}{dx^2} = \boxed{\text{(c)} \quad e, \kappa_2, N_2} \quad (x_0 \leq x \leq x_2) \quad (3)$$

となる。電気的中性条件により、

$$\boxed{\text{(d)} \quad N_1, N_2, x_0, x_1, x_2} \quad (4)$$

の等式が成り立つ。 $x = x_1$, $x = x_2$ における境界条件は、

$$x = x_1 \text{ のとき, } V_1(x_1) = V_{D1} + V_{D2}, \left. \frac{dV_1(x)}{dx} \right|_{x=x_1} = 0 \quad (5)$$

$$x = x_2 \text{ のとき, } V_2(x_2) = 0, \left. \frac{dV_2(x)}{dx} \right|_{x=x_2} = 0 \quad (6)$$

である。式(2)～(6)より,

$$(e) \quad \kappa_1, \kappa_2, \left. \frac{dV_1(x)}{dx} \right|_{x=x_0}, \left. \frac{dV_2(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \quad (7)$$

の等式が成り立つ。

V_{D1} と V_{D2} の和を V_D とおくと、遷移領域の厚さ d は,

$$d = (f) \quad e, \kappa_1, \kappa_2, N_1, N_2, V_D \quad (8)$$

と表される。また, V_{D1} , V_{D2} は,

$$V_{D1} = (g) \quad \kappa_1, \kappa_2, N_1, N_2, V_D \quad (9)$$

$$V_{D2} = (h) \quad \kappa_1, \kappa_2, N_1, N_2, V_D \quad (10)$$

と表される。

ここで, $-x$ 方向を順方向としてバイアス電圧 V を外部から印加し, V がすべて遷移領域にかかるとする。 V_D を $V_D - V$ と置き換えて考えると, 遷移領域内に存在する空間電荷の単位面積当たりの総量 Q は,

$$Q = (i) \quad e, \kappa_1, \kappa_2, N_1, N_2, V_D, V \quad (11)$$

となる。よって, 単位面積当たりの静電容量 C は,

$$C = (j) \quad e, \kappa_1, \kappa_2, N_1, N_2, V_D, V \quad (12)$$

と表される。

$\kappa_1 < \kappa_2$ である場合, バイアス電圧 V を印加した時の遷移領域内の電界の絶対値のうち最大値 E_{\max} は,

$$E_{\max} = (k) \quad e, \kappa_1, \kappa_2, N_1, N_2, V_D, V \quad (13)$$

と表される。

$N_1 \ll N_2$ である場合は, 式(13)より, E_{\max} は $[\oplus N_1, N_2]$ が支配的となる。

【量子電子物性3】 解答は、灰色(3 番)の解答用紙に記入すること。

次の文章を読み、下記の問いに答えよ。ただし、絶対温度を T 、フェルミ準位のエネルギーを ε_F 、伝導帯下端のエネルギーを ε_C 、価電子帯上端のエネルギーを ε_V 、素電荷を e 、ボルツマン定数を k_B で表す。

同種の半導体で構成する npn 構造のバイポーラトランジスタについて考える。図 3-1 にその構造の簡略図と回路記号を示す。エミッタ領域は 10^{20} cm^{-3} 、ベース領域は 10^{18} cm^{-3} 、コレクタ領域は高絶縁性を維持するため、低濃度 (10^{15} cm^{-3}) のキャリア密度を有しているとする。 下線 A この時、平衡時のエネルギーバンド図は、図 3-2 のようになる。 次に、このトランジスタの動作について考える。ベース接地した時の電圧と電流を図 3-3 に定義する。

下線 B この時のエネルギーバンド図は、図 3-4 のようになる。

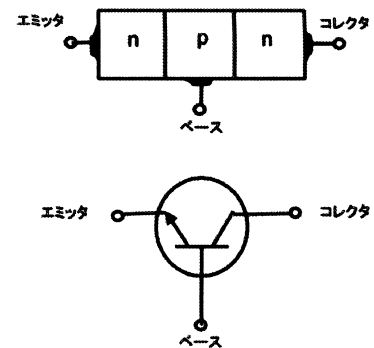


図 3-1

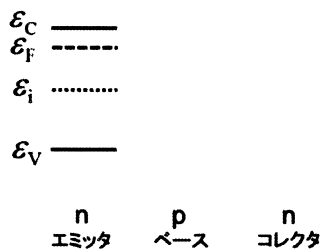


図 3-2

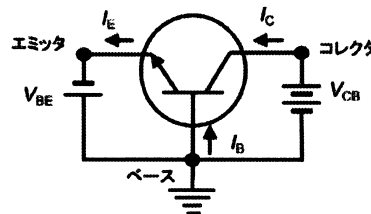


図 3-3



図 3-4

エミッタからベース領域に注入された電子は、拡散の後にコレクタに到達し、電界で引き抜かれる。ベース接地の電流増幅率 α_B は、コレクタ電流 I_C とエミッタ電流 I_E の変化分をそれぞれ、 ΔI_C および ΔI_E として

$$\alpha_B = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E} \quad (1)$$

で定義される。 α_B は 1 を超えないが、限りなく 1 に近づけることが望ましい。まずベースに注入される電流の効率について考える。エミッタ電流 I_E は pn 接合の順方向電流であるので、エミッタ・ベース間電圧 V_{BE} を用いて

$$I_E = eA(n_{p0} \frac{D_e}{L_e} + p_{n0} \frac{D_h}{L_h}) \left(\exp\left(\frac{eV_{BE}}{k_B T}\right) - 1 \right) \quad (2)$$

と記述できる。ここで、 A は接合断面積、 n_{p0} および p_{n0} はそれぞれ、平衡状態における p 領域の電子密度および n 領域の正孔密度、 D_e および D_h は電子および正孔の拡散係数、 L_e および L_h は p 領域における電子の拡散長と n 領域における正孔の拡散長である。エミッタ電流のうち増幅に寄与するのは電子電流成分のみで、電子の拡散長はベース層の厚さ W で置き換えることができるので、その割合は、

$$\gamma = \frac{n_{p0} \frac{D_e}{W}}{(n_{p0} \frac{D_e}{W} + p_{n0} \frac{D_h}{L_h})} \quad (3)$$

と記述できる。下線 C 式 (3) より、 γ を 1 に近づけるには $n_{n0} \gg p_{p0}$ とすればよいことがわかる。ただし、 n_{n0} および p_{p0} はそれぞれ、平衡状態における n 領域の電子密度および p 領域の正孔密度である。その結果、先に示したように、エミッタは 10^{20} cm^{-3} 、ベースは 10^{18} cm^{-3} となるキャリア密度が用いられている。

また、下線 D 電子が拡散の後にコレクタに達する到達率を上げるためには、再結合割合を小さくすることが条件となる。 コレクタ領域での電子の収集割合を上げるためには、空間電荷領域を走行する時間を短くすることが必要である。以上の条件を満たすように設計すると、 α_B が 1 に近いトランジスタができる。

ベース接地回路では電流増幅はできないが、通常はエミッタ接地で使用することで、増幅を実現している。エミッタ接地電流増幅率は $\alpha_E = \Delta I_C / \Delta I_B$ で定義される。ただし、 ΔI_B はベース電流の変化分とする。図 3-5 にエミッタ接地で使用した時の $I_C - V_{CE}$ 特性を示す。下線 E その特性は、 V_{CE} に関係なくコレクタ電流 I_C がほとんど流れない遮断領域、 V_{CE} の増加に伴って I_C が増加する飽和領域、 V_{CE} に関係なく I_C が一定値を示す活性領域に分けることができる。 実際には、下線 F 図 3-6 に示すように負荷抵抗 R_L および直流電源 V_{CC} をつなぎ、トランジスタを増幅器として利用する。

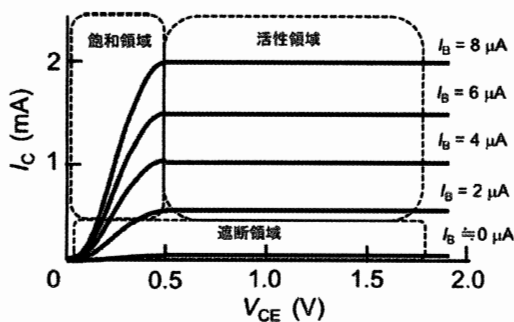


図 3-5

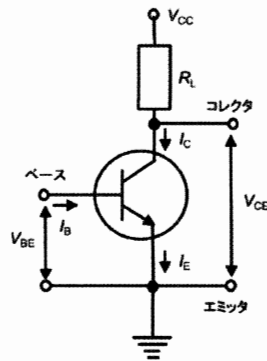


図 3-6

問1 空欄 [(ア)] にあてはまる数式を答えよ。

問2 下線 A について、図 3-2 のエネルギーバンド図を完成せよ。図にはエミッタの一部のエネルギーバンド図を示している。それを解答用紙に書き写して完成せよ。エネルギー $\varepsilon_i = (\varepsilon_C + \varepsilon_V)/2$ も記入し、ベース・コレクタ接合部の拡散電位 V_D によるポテンシャル障壁も記入せよ。

問3 下線 B について、図 3-4 のエネルギーバンド図を完成せよ。図にはエミッタの一部のエネルギーバンド図を示している。それを解答用紙に書き写して完成せよ。エネルギー ε_i も記入せよ。また、ベース領域の ε_C とコレクタ領域の ε_C とのポテンシャル差を求めよ。

- 問4 下線 C について、 γ を 1 に近づけるには、式(3)より、 $n_{p0} \gg p_{n0}$ とすればよいことがわかる。このことから、 $n_{n0} \gg p_{p0}$ とすればよいことを示せ。
- 問5 下線 D について、到達率を上げるために電子の拡散長 L_e に対してベース層厚さ W はどのように設計されるか説明せよ。
- 問6 下線 E について、 V_{CE} が増加するとトランジスタ特性が飽和領域から活性領域に変化する理由を、 V_{BE} の値との関係を使って説明せよ。
- 問7 下線 F について、 $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ 、 $V_{CC} = 2 \text{ V}$ の場合の負荷曲線を図 3-5 に書き込み、 $I_B = 4 \mu\text{A}$ の時の動作点を示せ。図 3-5 を解答用紙に書き写して記入すること。遮断領域、飽和領域、活性領域および各領域を示す破線などは写さなくてよい。
- 問8 α_E を α_B で表せ。また、図 3-5 の特性を示すトランジスタの α_B を求めよ。ただし、活性領域において、 $I_B = 4 \mu\text{A}$ および $I_B = 8 \mu\text{A}$ のとき、それぞれ、 $I_C = 1 \text{ mA}$ および $I_C = 2 \text{ mA}$ とし、それらの値を用いても、微小信号時の α_B とみなしてよいとする。小数点以下 3 桁まで求めよ。
- 問9 図 3-5 について、 V_{CE} をさらに増加させると再び I_C の急激な増大が始まるが、キャリア電子がどのような振る舞いをするかで増大するのか説明せよ。

【量子電子物性4】 解答は、だいたい色(4番)の解答用紙に記入すること。

物質の磁性に関する次の文章を読み、下記の問いに答えよ。必要であれば、真空の透磁率 μ_0 を用いてよい。

物質の示す磁性の主な担い手は電子であり、その軌道運動とスピンによる磁気モーメントがその源である。前者の軌道運動による磁気モーメント μ_l は、半径 r の円軌道上を質量 m の1つの電子が周回運動して等価的に電流が流れているモデルから求められる。この円電流の大きさは、電子の速度の大きさを v 、素電荷を e として、[①]と書き表される。また、磁気モーメント μ_l は、電流の回転が右回りのとき右ねじが進む方向の単位ベクトルを \mathbf{n} とすると、[②]と書ける。一方、この電子の軌道運動による角運動量 \mathbf{l} は、単位ベクトル \mathbf{n} を用いて[③]と表される。これらのことから、方向も考慮して μ_l を \mathbf{l} で表すと、 $\mu_l = [④]$ となる。原子内の電子の運動は量子力学で扱う必要があり、電子の角運動量は $\hbar \mathbf{l}$ となり、その大きさは方位量子数 l を用いて $\hbar \sqrt{l(l+1)}$ となる。ここで、 $\hbar = h/(2\pi)$ であり、 h はプランク定数である。角運動量の z 方向(量子化軸)成分は、磁気量子数 m_z を用いて $m_z \hbar$ と書き表され、 m_z の範囲は[⑤]から[⑥]までで[⑦]個の整数を取る。外部磁界を印加した方向が z 方向となるので、磁気モーメントの磁界方向成分 μ_{lz} は磁気量子数 m_z を用いて $\mu_{lz} = [⑧] \times m_z$ と書き表される。

電子はスピン角運動量 $\hbar \mathbf{s}$ を持っている。スピンによる磁気モーメント μ_s は $\mu_s = [⑧] \times 2\mathbf{s}$ と書き表される。原子を外から眺めた場合、両者の磁気モーメントは区別できない。そこで、2種類の角運動量をベクトル的に合成して、全角運動量 $\hbar \mathbf{j} = \hbar(\mathbf{l} + \mathbf{s})$ を構成する。全磁気モーメント μ_j も μ_l と μ_s をベクトル的に合成して得られる。 \mathbf{l} と \mathbf{s} を用いると、 $\mu_j = [⑧] \times ([⑨])$ と書き表され、 \mathbf{j} と μ_j とは平行で[(ア) ある, ない] ことが分かる。

不完全殻を持つ原子の場合、通常、不完全殻内の電子に対して軌道角運動量同士ならびにスピン角運動量同士をそれぞれベクトル合成して軌道角運動量 $\hbar \mathbf{L}$ とスピン角運動量 $\hbar \mathbf{S}$ を作る。さらに、この \mathbf{L} と \mathbf{S} をベクトル的に合成して全角運動量 $\hbar \mathbf{J} = \hbar(\mathbf{L} + \mathbf{S})$ を作る。磁気モーメントも同様に合成されるので、この原子の磁気モーメント μ_j は、 \mathbf{L} と \mathbf{S} を用いて $\mu_j = [⑧] \times ([⑩])$ と書き表される。 \mathbf{L} と \mathbf{S} の組み合わせは多数あるが、基底状態の電子配置は下線A フント則を適用して見出される。

閉殻(完全殻)構造の原子は磁気モーメントを持たない。しかしながら、外部磁界が印加されると磁化を生じる。この原因は、次のように説明できる。閉殻構造を表現するために、2つの電子が対をなして同じ円軌道(半径 r)を同じ角周波数 ω_0 で逆向きに周回運動している古典的モデルを考える。この2つの電子は互いに逆向きのスピンを持っておりスピン角運動量子数 $S = 0$ である。この電子対の周回軌道面に垂直で一様な磁束密度 \mathbf{B} を加える。この磁界により電子はローレンツ力 \mathbf{F}_d を受ける。その大きさは $F_d = [⑪]$ で、1つの電子に対しては内向きの、他方は外向きの力を受ける。量子論では軌道半径は保たれているので、2つの電子は角周波数 ω_0 をそれぞれ $\omega_0 + \Delta\omega$ 、 $\omega_0 - \Delta\omega$ へと変化させて中心力を増減し、ローレンツ力を打ち消していると考えられる。それぞれの電子についてこの両者が釣り合う条件から $\Delta\omega$ が求められる。今、 B は小さいとすると $\Delta\omega$ も小さいので、 $(\Delta\omega)^2$ と $\Delta\omega \cdot B$ の項を無視でき、 $\Delta\omega = [⑫]$ を得る。この時、1つの電子に対する円電流も[⑬]だけ変化する。この変化した円電流により生じる軌道磁気モーメント μ_d の大きさは、軌道半径 r を用いて、[⑭]

と与えられる. 2つの電子からの寄与をその回転方向が逆であることを考慮して足し合わせ, さらに **B** の向きを考慮に入れた上で **B** を用いて, $\mu_d = [\quad \text{⑮} \quad]$ が得られる. このような磁性を [(イ)] と呼ぶ.

問1 上の文章中の空欄 [①] ~ [⑮] にあてはまる数式を, [(イ)] には適切な語句を答えよ.

問2 上の文章中の [(ア)] にあてはまる語句を括弧内から 1 つ選択せよ.

問3 不完全殻を持つ原子を構成元素として含むイオン結晶の示す磁性は, その原子の磁気モーメントの配列によって大別される. その中で, 自発磁化を持つ磁性体と持たない磁性体の分類名称をそれぞれ 1 つずつ書き, 自発磁化を持つ磁性体については自発磁化 M_s の温度 T 依存性を, 自発磁化を持たない磁性体については磁化率 χ の温度 T 依存性をグラフで答えよ. グラフの縦軸と横軸が示している物理量も明記すること.

問4 下線 A のフント則を使って, 遷移金属イオン $\text{Ti}^{2+}(3d^2)$ の基底状態の電子配置での, スピン角運動量量子数 S , 軌道角運動量量子数 L および全角運動量量子数 J を求めよ. さらに, この時の **L**, **S**, **J** および $\mu_J / [\quad \text{⑧} \quad]$ の関係を, ベクトルを用いた概略図で示せ.

量子電子物性 単語の英訳

量子電子物性 1

シュレーディンガー方程式：	Schrodinger equation
プランク定数：	Planck constant
波動関数：	wave function
複素振幅：	complex amplitude
導関数：	derivative
確率密度：	probability density
空間分布：	space distribution
複素数：	complex number
実数部：	real part
虚数部：	imaginary part
透過率：	transmittance
確率の流れの密度：	probability current density
運動量演算子：	momentum operator

量子電子物性 2

素電荷：	elementary charge
ボルツマン定数：	Boltzmann distribution
周期律表：	periodic table
価電子帯：	valence band
伝導帯：	conduction band
光学遷移過程：	optical transition process
直接遷移：	direct transition
間接遷移：	indirect transition
フォノン：	phonon
拡散現象：	diffusion phenomenon
熱平衡状態：	thermal equilibrium condition
拡散係数：	diffusion coefficient
拡散電位：	diffusion potential
エネルギーギャップ：	energy gap
遷移領域：	transition region
空乏層：	depletion layer
空間電荷密度：	space charge density
ポアソン方程式：	Poisson's equation
境界条件：	boundary condition

量子電子物性 3

フェルミ準位：	Fermi level
バイポーラトランジスタ：	bipolar transistor
エミッタ：	emitter
ベース：	base
コレクタ：	collector
キャリア密度：	carrier density
エネルギーバンド：	energy band
接地：	ground connection
電流増幅率：	current amplification factor
順方向電流：	forward current
断面積：	cross section
平衡状態：	equilibrium state
拡散長：	diffusion length
再結合：	recombination
遮断領域：	cutoff region
飽和領域：	saturation region
活性領域：	active region
負荷抵抗：	load resistance
拡散電位：	diffusion potential

量子電子物性 4

磁性：	magnetism
磁気モーメント：	magnetic moment
軌道角運動量：	orbital angular momentum
スピン：	spin
全角運動量：	total angular momentum
不完全殻：	partly filled shell
閉殻：	filled shell (full shell, closed shell)
フント則：	Hund rules
自発磁化：	spontaneous magnetization
磁性体：	magnetic substance
磁化率：	magnetic susceptibility
遷移金属イオン：	transition metal ion
基底状態：	ground state
ローレンツ力：	Lorentz force
電子配置：	electron configuration

【制御工学 1】 解答は、白色（5 番）の解答用紙に記入すること。

1. 図 1 のフィードバックシステムについて、以下の問いに答えよ。ただし、 K は定数であり、 $R(s)$ と $C(s)$ はそれぞれ時間関数 $r(t)$, $c(t)$ のラプラス変換を表すとする。

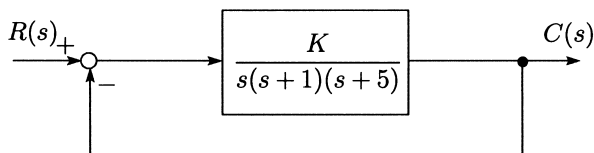


図 1

- (i) K の値を $0 \rightarrow \infty$ と変化させたときの根軌跡において、2 本の軌跡は実軸から分岐する。分岐する実軸上の点の座標を求めよ。
 - (ii) 問 (i) の根軌跡において、実軸から分岐した軌跡はある直線に漸近する。その漸近線と実軸の交点の座標を求めよ。
 - (iii) $r(t) = t$ ($t \geq 0$) なる単位ランプ入力に対する定常偏差 $\lim_{t \rightarrow \infty} (r(t) - c(t))$ を求めよ。
 - (iv) $K = 1$ としたときの、フィードバックシステムのゲイン余裕のデシベル値を求めよ。
2. 図 2 のブロック線図において、 $R(s)$ から $C(s)$ までの伝達関数を $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ を用いて表せ。

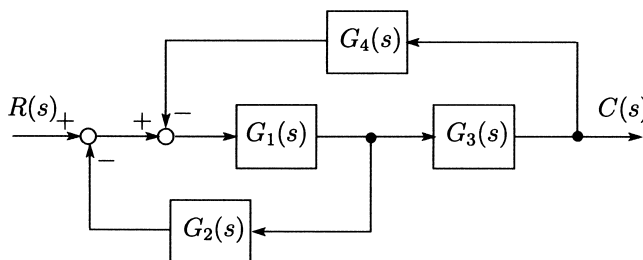


図 2

3. 次の伝達関数で表されるシステムについて、以下の問いに答えよ。

$$G(s) = \frac{s+4}{(s+2)^2(s+3)(s+5)}$$

- (i) インパルス応答を時間 t の関数として求めよ。
- (ii) $G(s)$ のボード線図におけるゲイン曲線の概形を折れ線近似により示せ。ただし、横軸には折点角周波数の値を明記し、折れ線の各部分にはその傾きを明記すること。

専門用語の英訳

制御工学 1

フィードバックシステム	feedback system
ラプラス変換	Laplace transform
根軌跡	root locus
実軸	real axis
分岐する	break away
座標	coordinate
漸近線	asymptote
交点	point of intersection
単位ランプ入力	unit ramp input
定常偏差	steady-state error
ゲイン余裕	gain margin
デシベル値	decibel value
ブロック線図	block diagram
伝達関数	transfer function
インパルス応答	impulse response
ボード線図	Bode diagram
ゲイン曲線	log-magnitude curve
折れ線近似	piecewise linear approximation
折点角周波数	corner angular frequency

【制御工学2】 解答は、赤色（6番）の解答用紙に記入すること。

実数値関数 $f(t)$ に関する3階常微分方程式

$$\frac{d^3 f(t)}{dt^3} + a \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + b \frac{df(t)}{dt} + cf(t) = u(t)$$

について以下の問いに答えよ。ただし、 a, b, c は実定数で $u(t)$ は実数値関数である。

- (i) $x_1(t) = f(t)$, $x_2(t) = \frac{df(t)}{dt}$, $x_3(t) = \frac{d^2 f(t)}{dt^2}$ を状態変数, $u(t)$ を入力変数, $y(t) = \frac{df(t)}{dt}$ を出力変数として, 上の常微分方程式を表す線形時不変システムの状態方程式と出力方程式を求めよ。
- (ii) $U(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数を求めよ。ただし, $U(s)$ は入力 $u(t)$ のラプラス変換, $Y(s)$ は出力 $y(t)$ のラプラス変換を表すとする。
- (iii) 初期状態を $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 0$ としたときのステップ入力 $u(t) = c$ ($t \geq 0$) に対する出力 $y(t)$ ($t \geq 0$) を求めよ。
- (iv) このシステムが漸近安定となるための a, b, c に関する必要十分条件を求めよ。
- (v) このシステムの可制御性と可観測性を判定せよ。
- (vi) このシステムに入力を $u(t) = -15y(t)$ とする出力フィードバック制御を施したところ, 閉ループシステムの極が $-2, -1 \pm j4$ となった。定数 a, b, c の値を求めよ。
- (vii) 問 (vi) で得られた a, b, c の値を持つシステムに入力 $u(t) = -15y(t) + 1$ ($t \geq 0$) を加えたときの定常状態 $x_1(\infty)$, $x_2(\infty)$, $x_3(\infty)$ を求めよ。

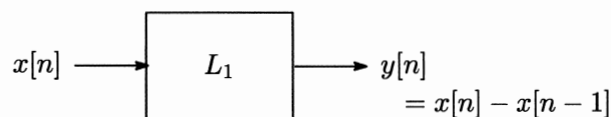
専門用語の英訳

制御工学 2

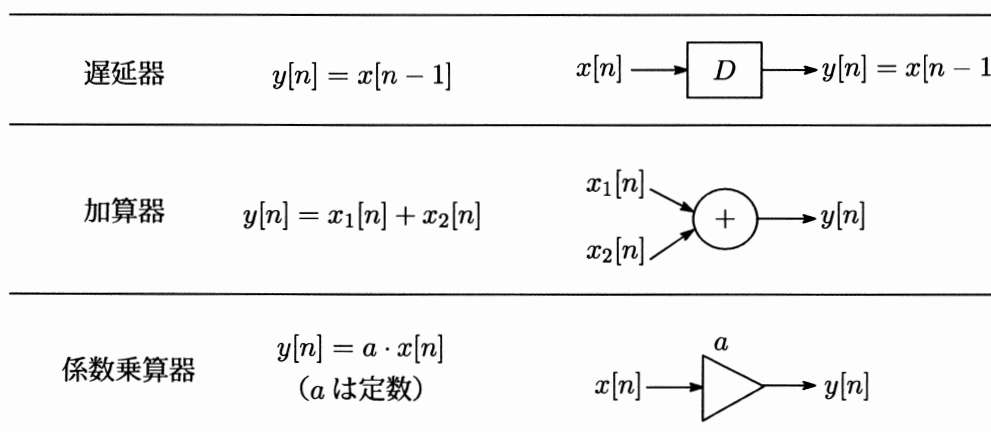
常微分方程式	ordinary differential equation
状態変数	state variable
入力変数	input variable
出力変数	output variable
線形時不変システム	linear time-invariant system
状態方程式	state equation
出力方程式	output equation
伝達関数	transfer function
ラプラス変換	Laplace transform
漸近安定	asymptotically stable
可制御	controllable
可観測	observable
フィードバック制御	feedback control
閉ループシステム	closed loop system
極	pole
定常状態	steady state

【信号処理】解答は、黄色(7番)の解答用紙に記入すること。

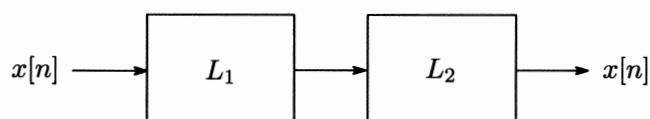
離散時間信号処理システム L_1 の入力信号, 出力信号を各々 $x[n]$, $y[n]$, (n は時刻を表す整数) とし, 下図のように入出力信号について $y[n] = x[n] - x[n-1]$ の関係式を持つものとする。以下の問いに答えよ。



- (i) システム L_1 が線形性, 時不変性を有することを数式を用いて示せ。また, L_1 が因果性を有することも説明せよ。
- (ii) 線形時不変性および因果性を有する信号処理システムは下に示す遅延器, 加算器, 係数乗算器で実現できる。これらを用いて L_1 のブロック図を構成せよ。



- (iii) L_1 の伝達関数を求め, 伝達関数をもとに L_1 の安定性を調べよ。
- (iv) L_1 の周波数応答を求め, その振幅特性と位相特性を図示せよ。ただし, この場合の周波数は角周波数を指すものとする。
- (v) システム L_1 に対し, 下図のように縦続接続すると元の入力を出力するシステム L_2 を L_1 の逆システムと呼ぶ。線形時不変性および因果性を有する逆システム L_2 の時間領域での入出力信号の関係式を求めよ。



- (vi) 問い (ii) の遅延器, 加算器, 係数乗算器で L_2 のブロック図を構成せよ。

専門用語の英訳

離散時間信号処理システム: discrete-time signal processing system

入力信号: input signal

出力信号: output signal

線形性: linearity

時不変性: time-invariance

因果性: causality

遅延器: delay

加算器: adder

係数乗算器: scalar-multiplier

ブロック図: block diagram

伝達関数: transfer function

安定性: stability

周波数応答: frequency response

振幅特性: magnitude response

位相特性: phase response

角周波数: angular frequency

縦続接続: cascade connection

逆システム: inverse system

時間領域: time domain