

北海道大学大学院情報科学学院
情報科学専攻
情報エレクトロニクスコース入学試験
令和3年8月19日 10:00～12:00

専門科目 1

受験上の注意

- ・机の上に置いてよいものは、受験票、筆記用具(鉛筆(黒)、シャープペンシル(黒)、消しゴム、鉛筆削り)、眼鏡、時計、特に指示があったもののみである。
- ・時計は計時機能のみのものを使用し、アラームの使用を禁ずる。
- ・電卓、電子手帳、辞書の使用を禁ずる。
- ・携帯電話等の情報通信機器類は、必ずアラームの設定を解除した上で電源を切ってかばん等にしまっておくこと。
- ・問題冊子は、本表紙を含め7枚ある(2枚目は白紙)。問題は、[1](応用数学)、[2](半導体デバイス工学)、[3](電磁気学)、[4](電気回路)、[5](電子回路)、について各1ページである。問題冊子は回収しない。
- ・答案用紙の枚数は3枚である。[1]～[5]の計5問の中から3問選択し、1枚に付き1問を解答すること。
- ・答案用紙の裏面を使用してもよいが、その場合、「裏面記載あり」と答案用紙おもて面の右下に記載すること。
- ・選択した問題の番号、受験番号の誤記、記入もれがないか、各答案用紙を十分に確かめること。これらを別紙の選択問題チェック票にも記入し、提出すること。
- ・草案紙の枚数は3枚である。草案用紙は回収しない。

[1] 応用数学

1. 微分方程式 $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + 6y = 0$ の一般解を $x = e^u$ なる変数変換を用いて求めよ。計算過程を明示すること。

2. 次の関数 $f(t)$ のラプラス変換を求めよ。計算過程を明示すること。

$$f(t) = \begin{cases} t & (0 \leq t < 1) \\ 1 & (1 \leq t \leq 2) \\ 0 & (2 < t) \end{cases}$$

以下の 3, 4 は、選択して解答する問題である。以下の 3, 4 のうち、どちらか 1 つを選択し、解答せよ。

3. 行列に関する以下の問いに答えよ。計算過程を明示すること。

(1) 行列 $A = \begin{bmatrix} 7 & 10 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ が対角化できるか調べ、対角化できれば対角化せよ。

(2) 行列 $B = \begin{bmatrix} a & 0 & c \\ a & 0 & -c \\ 0 & b & 0 \end{bmatrix}$ が直交行列となる a, b, c を求めよ。

4. ベクトル関数 $F(x, y, z), G(x, y, z)$ について、以下の問いに答えよ。計算過程を明示すること。

(1) $\operatorname{div}(F \times G) = G \cdot \operatorname{rot} F - F \cdot \operatorname{rot} G$ となることを示せ。ただし、 $\operatorname{div}, \operatorname{rot}$ はそれぞれ、発散、回転である。

(2) i, j, k をそれぞれ直交する x, y, z 軸正方向の単位ベクトルとする。
 $F = (2xy + z^2)i + (2yz + x^2)j + (2zx + y^2)k$, $G = yz i + zx j + xy k$ としたとき、
 $\operatorname{div}(F \times G)$ を求めよ。

[2] 半導体デバイス工学

必要に応じて以下の記号ならびに数値を使え.

q : 電荷素量, 1.60×10^{-19} C

k_B : ボルツマン定数, 1.38×10^{-23} J/K

h : プランク定数, 6.63×10^{-34} J s

c : 真空中の光速, 3.00×10^8 m/s

ϵ_0 : 真空の誘電率, 8.85×10^{-12} F/m

1. 以下の問いに答えよ. 絶対温度を T とする.

- (1) 半導体における電子密度 n とフェルミ準位 E_F との関係, および正孔密度 p と E_F との関係を, 次に示す記号を用いて示せ: 伝導帯下端のエネルギー E_C , 価電子帯上端のエネルギー E_V , 伝導帯の有効状態密度 N_C , 価電子帯の有効状態密度 N_V , ボルツマン定数 k_B . ただし, キャリアのエネルギー分布はボルツマン分布で近似できるとする.
- (2) ドナーを密度 N_D で一様にドーピングした n 形半導体と, アクセプタを密度 N_A で一様にドーピングした p 形半導体を用いて, pn 接合を形成した. この場合の熱平衡状態のエネルギーバンドの模式図を示せ. 図には E_C , E_V のエネルギー位置の他, 半導体の伝導形の区別, フェルミ準位 E_F , 真性フェルミ準位 E_{Fi} , 内蔵電位 V_{bi} , 空乏層幅 W_D を明示すること.
- (3) (2)の pn 接合における V_{bi} を, 真性キャリア密度 n_i などを用い数式で示せ. ドナーとアクセプタはすべてイオン化しているとする.
- (4) (2)の pn 接合に対し, n 形側を接地し順バイアス V を与えたときのエネルギーバンドを模式的に示せ. ゼロバイアスのときのバンド図を点線で示しつつ, V によりどのようにバンドが変化するか明示すること. また, このときの接合付近でのキャリアの運動について説明するとともに, バンド図にキャリア(電子および正孔)の運動方向を矢印により図中に示せ.
- (5) pn 接合ダイオードに入射した光が空乏層で吸収されると光電流が流れる. 半導体の禁制帯幅を 1.50 eV としたとき, バンド間遷移により半導体に光が吸収されるための光の波長 λ の条件を示せ. そして pn 接合ダイオードに光電流が流れる理由を説明せよ. ダイオードのバイアスは 0 で短絡状態にあるとする.

2. n チャネル MOSFET に関する以下の問いに答えよ. ソースおよび基板は接地されており, ドレイン電圧を V_{DS} , ゲート電圧を V_{GS} , ゲート長 L , ゲート幅 W , 電子移動度 μ_n , しきい値電圧を V_{th} とする.

- (1) $V_{DS}=0$ かつ $V_{GS}=0$ のときフラットバンド状態であるとする. $V_{DS}=0$ のとき, (a) フラットバンド状態, および(b)反転状態のそれぞれに対し, MOS 構造断面のエネルギーバンドを図示せよ. 図には伝導帯下端のエネルギー E_C , 価電子帯上端のエネルギー E_V , フェルミ準位 E_F , 真性フェルミ準位 E_{Fi} を明示すること. 特に(b)ではゲート電圧 V_{GS} とバンド図の対応がわかるように示すこと.
- (2) 単位面積あたりのゲート酸化膜容量を C_{ox} とする. $V_{DS}=0$ のとき, 反転層に誘起される電荷密度の大きさ Q_i と V_{GS} との関係を表す式を示せ.
- (3) MOSFET が飽和領域で動作するための V_{GS} および V_{DS} に関する条件を式で示せ. そして, 飽和領域におけるドレイン電流 I_{DS} の式を示せ.
- (4) MOSFET の相互コンダクタンスの定義について説明するとともに, MOSFET の微細化が相互コンダクタンス向上に有効である理由を簡潔に説明せよ.

[3] 電磁気学

電界, 磁界に関する以下の問いについて, 答えにいたる理由が分かるように答えよ.
特に断らない限り真空中の問題であり, その誘電率, 透磁率を ϵ_0 , μ_0 とする.

1. 位置 (x, y, z) における電位 V が以下の式で表されるものとする.

$$V(x, y, z) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (A: \text{定数})$$

(1) 電界 \vec{E} を求めよ.

(2) 電界の回転 $\nabla \times \vec{E} = \text{rot } \vec{E}$ を求めよ.

2. 図1に示すように, 内導体球 (半径 a), 外導体球 (半径 b) の間に誘電体を挟み, 電圧 V_0 の電池をつないだ. ここで誘電体の誘電率が, 球中心からの距離 r の関数 $\epsilon(r)$ であるとする. 導体間の任意箇所の電位 $V(r)$ が r に対して線形に変化するためには, $\epsilon(r)$ がどのような関数であればよいか答えよ.

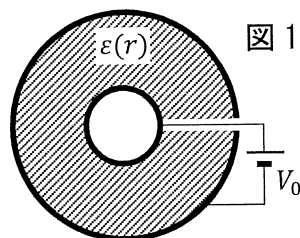
3. 図2のように半径 a の円形導線を xy 平面内に置き, 直流電流 I を流した. なお必要ならば, 次に示すビオ・サバルの法則を用いてよい (図3参照).

$$d\vec{H} = \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \quad \left[\begin{array}{l} I: \text{電流, } d\vec{s}: \text{電流経路の微小部分 (電流方向を正)} \\ \vec{r}: d\vec{s} \text{ から観測点 (図3の点Q) までの位置ベクトル} \\ d\vec{H}: Id\vec{s} \text{ が点Qに作る磁界} \end{array} \right]$$

(1) この電流による磁力線の分布を, その特徴がわかるように作図せよ. この設問については答えのみでよい.

(2) 点 P (円の中心から上方 h の位置) における磁界 \vec{H} を求めよ.

(3) ここで y 軸正方向に磁束密度 \vec{B} の一様な磁界を印加すると (図4), この円形導線には x 軸回りに回転させるような偶力がはたらく. その偶力のモーメントの大きさを求めよ.



内導体球半径: a , 外導体球半径: b

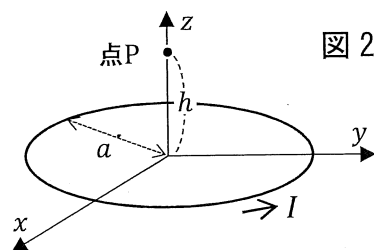


図2

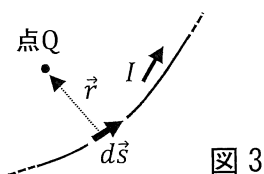


図3

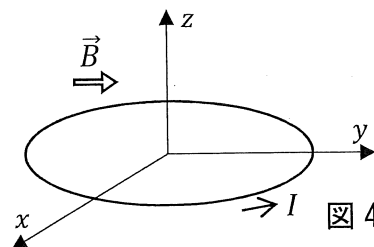


図4

[4] 電気回路

図1, 図2, 図3は, 交流電圧源 (起電力 E , 角周波数 ω), 複素インピーダンス Z_1, Z_2, Z からなる回路である. これらの回路について以下の設問に答えよ. ただし, V_1, V_2, V_3, V_4 は端子間の電圧, I_1, I_2, I_3, I_4 は枝を流れる電流である.

- 図1の回路で $|Z| = \infty$ としたときの V_1/V_2 の値を A とする.
 Z_1, Z_2 のうち必要なものを用いて A を表せ.
- 図1の回路で $Z=0$ としたときの V_1/I_2 の値を B とする.
 Z_1, Z_2 のうち必要なものを用いて B を表せ.
- 図1の回路で $|Z| = \infty$ としたときの I_1/V_2 の値を C とする.
 Z_1, Z_2 のうち必要なものを用いて C を表せ.
- 図1の回路で $Z=0$ としたときの I_1/I_2 の値を D とする.
 Z_1, Z_2 のうち必要なものを用いて D を表せ.
- 図2の回路で, $|Z| = \infty$ としたときの V_1/V_3 の値を, Z_1, Z_2 を用いて表せ.
- 図2の回路で, $Z=0$ としたときの I_1/I_3 の値を, Z_1, Z_2 を用いて表せ.
- 図3の回路で, $Z=0$ としたときの I_1/I_4 の値を, Z_1, Z_2 を用いて表せ.

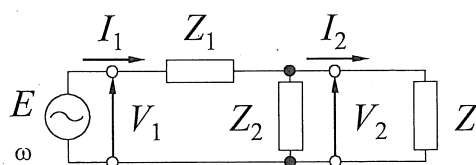


図1

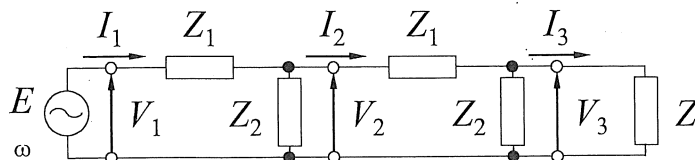


図2

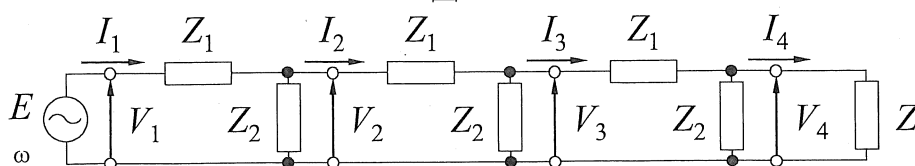


図3

[5] 電子回路

1. 電流増幅率が各々 h_{fe1} , h_{fe2} , h_{fe3} のバイポーラトランジスタ T_1 , T_2 , T_3 を用いたダーリントン接続回路について、以下の問いに答えよ。ただし、トランジスタのコレクタ電流は、ベース電流に電流増幅率を乗じて与えられるものとし、 I_{E1} , I_{E3} をそれぞれ T_1 , T_3 のエミッタ電流、 I_{C1} , I_{C2} , I_{C3} をそれぞれ T_1 , T_2 , T_3 のコレクタ電流とする。

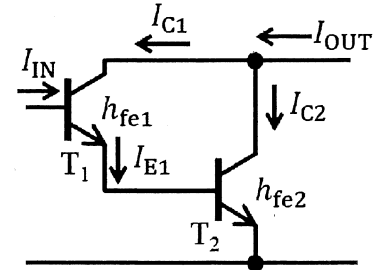


図1 ダーリントン接続回路 1

- (1) 図1の回路について、 h_{fe1} , h_{fe2} と電流 I_{IN} を用いて電流 I_{OUT} を表せ。ただし、 T_1 , T_2 は共に npn 型とする。

- (2) 前問(1)の結果から、 $h_{fe1} = 100$, $h_{fe2} = 200$ として、図1の回路の電流増幅率 I_{OUT}/I_{IN} の値を計算せよ。

- (3) 図1の回路の T_1 を T_3 に置き換えた図2の回路について、 h_{fe2} , h_{fe3} , I_{IN} を用いて I_{OUT} を表せ。ただし、 T_2 は npn 型、 T_3 は pnp 型とする。

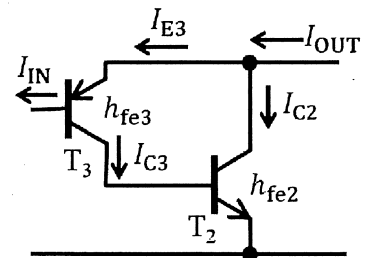


図2 ダーリントン接続回路 2

- (4) 前問(3)の結果から、 $h_{fe2} = 200$, $h_{fe3} = 100$ として、図2の回路の電流増幅率 I_{OUT}/I_{IN} の値を計算せよ。

2. 演算増幅器を用いた図3の回路について、以下の問いに答えよ。

- (1) 図3の演算増幅器を理想演算増幅器とする。この時、出力電圧 V_{OUT} および抵抗 R_1 , R_2 を用いて反転入力端子の電圧 V_- を表せ。

- (2) 理想演算増幅器では仮想短絡が成立するが、この時、非反転入力端子の電圧 V_+ と反転入力端子の電圧 V_- の間に成り立つ関係を答えよ。

- (3) 前問(1), (2)の結果から、 V_{OUT} を入力電圧 V_{IN} , 抵抗 R_1 , R_2 で表せ。

- (4) 前問(3)の結果を用いて、 $R_1 = \infty$, $R_2 = 0$ とした場合の電圧利得 V_{OUT}/V_{IN} を求めよ。また、この場合の回路の名称を答えるとともに、図3を参考にして、回路図を示せ。

- (5) 前問(4)の回路の入力インピーダンスおよび、出力インピーダンスを答えよ。また、このインピーダンス特性と前問(4)の回路特性から考えられる、この回路の最適な用途を答えよ。

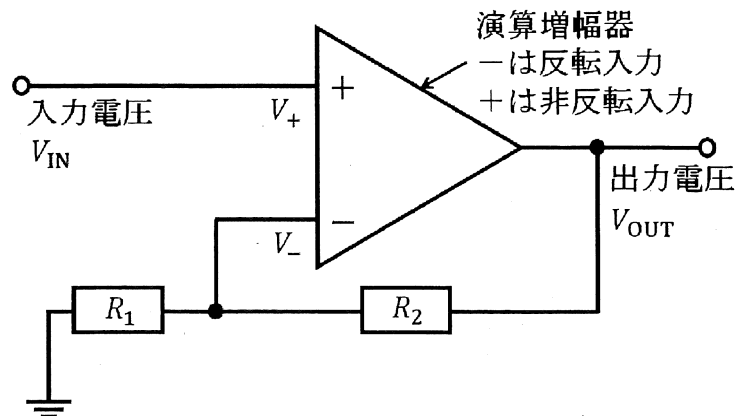


図3 演算増幅器による回路