平成 26 年度大学院博士前期課程入学試験

大阪大学大学院工学研究科
電気電子情報工学専攻

専門科目試験問題
（先進電磁エネルギー工学コース）

（実施時間　１４：００ ～ １６：００）

【注　意　事　項】

１．問題用紙は，この表紙や白紙を除いて２７ページある．解答開始の指示があるまで開いてはいけない．解答開始後，落丁や不鮮明な箇所等があった場合は，手を挙げて監督者にその旨を伝えること．

２．試験問題は，「熱・統計力学」，「電磁気工学１」，「電磁気工学２」，「量子電子物性１」，「量子電子物性２」，「量子電子物性３」，「量子電子物性４」，「制御工学1」，及び，「制御工学２」，の全部で９題あり，この順番に綴じられている．このうち，３題を選択し解答すること．

３．解答開始前に，別紙の「専門科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと．

４．問題用紙は持ち帰ってもよい．

【熱・統計力学】 解答は，青色（1番）の解答用紙に記入すること.

以下の文章中の空欄(ア)〜(ケ)に適切な文字式を記述せよ. 必要に応じて以下の積分公式を用いても良い.

$$\int_0^\infty e^{-ax^2}dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}},\quad \int_0^\infty xe^{-ax^2}dx = \frac{1}{2a},\quad \int_0^\infty x^2e^{-ax^2}dx = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{a^3}},\quad \int_0^\infty x^3e^{-ax^2}dx = \frac{1}{2a^2},$$

$$\int_0^\infty x^4e^{-ax^2}dx = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{a^5}} \quad (a\text{ は正の定数})$$

容器中の熱力学的平衡状態（温度 T）にある理想気体の分子の速度分布と圧力について考える. 分子の速度を $\boldsymbol{\upsilon}$ とし，直交座標系における x,y,z 成分を υ_x, υ_y, υ_z とする. この気体を構成する分子は次式で表されるマクスウェル・ボルツマン分布 $f(\upsilon_x,\upsilon_y,\upsilon_z)$ に従っており，

$$f(\upsilon_x,\upsilon_y,\upsilon_z) = \boxed{\quad (ア) \quad}\ e^{-\frac{m\left(\upsilon_x{}^2+\upsilon_y{}^2+\upsilon_z{}^2\right)}{2k_BT}} \tag{1}$$

ここで，m は分子1個の質量，k_B はボルツマン定数，（ア）は m, k_B, T で表される. ただし，

$$\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty f(\upsilon_x,\upsilon_y,\upsilon_z)d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_z = 1 \tag{2}$$

と規格化されている.

このｆ$f(\upsilon_x,\upsilon_y,\upsilon_z)$ を用いて，速度の x 成分の平均 $\langle\upsilon_x\rangle$ を求めると，

$$\langle\upsilon_x\rangle = \int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty \upsilon_x f(\upsilon_x,\upsilon_y,\upsilon_z)d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_z = \boxed{\quad (イ) \quad} \tag{3}$$

となり，同様に，$\langle\upsilon_y\rangle, \langle\upsilon_z\rangle$ を求めると，$\langle\upsilon_x\rangle = \langle\upsilon_y\rangle = \langle\upsilon_z\rangle =$（イ） が成立する. これは気体が全体として静止しているため当然である.

また，速度 $\boldsymbol{\upsilon}$ の大きさ（速さ）を υ とし，その平均 $\langle\upsilon\rangle$ は，

$$\langle\upsilon\rangle = \int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty\int_{-\infty}^\infty \upsilon\ f(\upsilon_x,\upsilon_y,\upsilon_z)d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_z \tag{4}$$

で表され，速度空間を極座標系 (υ,θ,ϕ) に変換することにより，式(4)は次式の様に表される.

$$\langle \upsilon \rangle = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\upsilon=0}^{\infty} \upsilon^3 f(\upsilon)\sin\theta \, d\upsilon \, d\theta \, d\phi \tag{5}$$

これより，$\langle \upsilon \rangle$ を m, k_B, T で表すと

$$\langle \upsilon \rangle = \boxed{\quad (ウ) \quad} \tag{6}$$

となる．また，式(5)に注目して，

$$g(\upsilon)d\upsilon = 4\pi\upsilon^2 f(\upsilon)d\upsilon \tag{7}$$

と，$g(\upsilon)\mathrm{d}\upsilon$を定義するとき，$g(\upsilon)\mathrm{d}\upsilon$は分子の速さが$\upsilon$から$\upsilon+d\upsilon$の範囲にある確率を表している．この $g(\upsilon)$が極大値をとるときの υ を求めれば，最確の速さυ_{mp} が得られ，m, k_B, T で表すと，

$$\upsilon_{mp} = \boxed{\quad (エ) \quad} \tag{8}$$

となる．

さらに，分子の速さ υ の二乗平均平方根$\sqrt{\langle \upsilon^2 \rangle}$ を m, k_B, T で表すと，

$$\sqrt{\langle \upsilon^2 \rangle} = \boxed{\quad (オ) \quad} \tag{9}$$

となる．そして，$\langle \upsilon \rangle$，υ_{mp} ，$\sqrt{\langle \upsilon^2 \rangle}$ のなかで，最も大きいものは $\boxed{\quad (カ) \quad}$ で，最も小さいものは $\boxed{\quad (キ) \quad}$ である．

次にこの気体が壁に及ぼす圧力 p について考える．壁は x 方向に垂直に存在し，分子は壁表面で弾性衝突し，鏡面反射すると仮定する．x 方向の速度成分υ_x (>0)をもった分子 1 個が壁に 1 回衝突したとき，壁が受けた x 方向の力積 I_x を m, υ_x で表すと，

$$I_x = \boxed{\quad (ク) \quad} \tag{10}$$

である．気体の分子密度を n とするとき，単位面積あたり毎秒 $n\upsilon_x \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\upsilon_x,\upsilon_y,\upsilon_z)d\upsilon_y d\upsilon_z$ 回衝突が起きるため，圧力 p を n, k_B, T で表すと，

$$p = n\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} I_{\mathrm{x}}\upsilon_{\mathrm{x}} f(\upsilon_{\mathrm{x}},\upsilon_{\mathrm{y}},\upsilon_{\mathrm{z}})\ d\upsilon_{\mathrm{x}} d\upsilon_{\mathrm{y}} d\upsilon_{\mathrm{z}} = \boxed{\quad (ケ) \quad} \tag{11}$$

となる．これは理想気体の状態方程式そのものである．

専門用語の英訳

熱力学的平衡	thermodynamic equilibrium
理想気体	ideal gas
マクスウェル・ボルツマン分布	Maxwell-Boltzmann distribution
ボルツマン定数	Boltzmann constant
平均	average
最確の	most probable
二乗平均平方根	root-mean-square
弾性衝突	elastic collision
鏡面反射	specular reflection
力積	impulse
状態方程式	equation of state

【電磁気工学1】 解答は，黄色(2番)の解答用紙に記入すること.

問１～３に答えなさい.

問１　以下の文章を読んで，(ア)，(イ)，(カ)および(ケ)には適切な語句を，(ウ)～(オ)，(キ)および(ク)には適当な文字式を記入せよ.

通常の音波は，中性分子間の衝突によって伝わる圧力波である．一方，イオンには電荷があるので，磁場のないプラズマ中でも電場を媒介にして音波が伝わる．この波は質量の大きなイオンの運動が関係しているので，低周波の振動である．この波を $\boxed{\quad(ア)\quad}$（音）波と呼ぶ.

磁場がないときのイオン流体の方程式は

$$Mn_i\left[\frac{\partial \boldsymbol{v}_i}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_i \cdot \nabla)\boldsymbol{v}_i\right] = -en_i\nabla\phi_1 - \gamma_i k_B T_i \nabla n_i \qquad (1)$$

である．ここで，M，$\boldsymbol{v}_i$，n_i，T_i，γ_i はそれぞれイオンの質量，速度，数密度，温度，比熱比である．また，e はイオンの電荷，k_B はボルツマン定数である．ϕ_1は密度の擾乱によって現れるポテンシャルである.

イオン並びに電子の数密度の擾乱を n_{i1}，n_{e1} とすると，ポテンシャルϕ_1について，以下の $\boxed{\quad(イ)\quad}$ 方程式が成立する.

$$\varepsilon_0\Delta\phi_1 = e(n_{i1} - n_{e1}) \qquad (2)$$

ここで，ε_0 は真空中の誘電率であり，電子の電荷を$-e$ とする.

初期の電子の数密度 n_e とイオンの数密度 n_i は等しく，$n_e = n_i = n_0$ とする．擾乱は角周波数 ω，波数ベクトル $\boldsymbol{k}$ の平面波であり，物理量 A の擾乱が$A_1\exp[i(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x} - \omega t)]$と表されるとして、式(1)を線形化（１次の項までとる）すると

$$-i\omega M n_0 v_{i1} = -en_0 ik\phi_1 - \gamma_i k_B T_i ik n_{i1} \qquad (3)$$

が得られる．ここで，v_{i1} はイオン速度の１次の摂動であり，速度の波数ベクトル（$\boldsymbol{k}$）方向の成分であ

る． kは波数ベクトルの大きさ，iは複素記号である．電子は動きが十分に速く，電子温度T_eのボルツマン分布をするものとすると

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\phi_1}{k_B T_e}\right) = n_0\left(1 + \frac{e\phi_1}{k_B T_e} + \cdots\right) \tag{4}$$

と近似できるので

$$n_{e1} = \boxed{\quad（ウ）\quad} \tag{5}$$

となる．式(5)を式(2)に代入することで式(6)が得られる．

$$\varepsilon_0 \phi_1 \left(k^2 + \frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 k_B T_e}\right) = e n_{i1} \tag{6}$$

式(6)をデバイ長 $\lambda_D \equiv \boxed{\quad（エ）\quad}$ を用いて書き直すと

$$\varepsilon_0 \phi_1 (k^2 \lambda_D^2 + 1) = n_{i1} e \lambda_D^2 \tag{7}$$

が得られる．イオン密度の擾乱は，線形化された連続の方程式 $i\omega n_{i1} = n_0 i k v_{i1}$ より

$$n_{i1} = \boxed{\quad（オ）\quad} \tag{8}$$

となる．式(7)と式(8)を式(3)に代入することによって，分散関係（波数に対する角周波数の関係）

$$\omega^2 = \frac{k^2}{M}\left[\frac{n_0 e^2 \lambda_D^2}{\varepsilon_0 (k^2 \lambda_D^2 + 1)} + \gamma_i k_B T_i\right] \tag{9}$$

が得られる．これより $\boxed{\quad（カ）\quad}$ 速度 v_p は

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left(\frac{k_B T_e}{M}\frac{1}{k^2 \lambda_D^2 + 1} + \boxed{\quad（キ）\quad}\right)^{1/2} \tag{10}$$

と求められる．また，式(9)で$k^2\lambda_D^2 \gg 1$ととり， T_i を小さくした極限では角周波数は

$$\omega = \sqrt{\boxed{\quad（ク）\quad}} \tag{11}$$

となる．式(11)の右辺の角周波数は $\boxed{\quad（ケ）\quad}$ 周波数と呼ばれる．

問２　問１の波は，電子プラズマ波と相補的な分散関係の特徴を示すと言われる．どのような特徴か述べよ．

問３　空間的に変化する電磁波は，強度の勾配に比例し，周波数の２乗に反比例する平均的な力をプラズマに及ぼす．この力を何と呼ぶか答えよ．また，この力はプラズマ中を伝搬するレーザービームにどのような効果を及ぼすか説明せよ．

専門用語の英訳

音波	acoustic wave
比熱比	ratio of specific heats
ボルツマン定数	Boltzmann constant
擾乱	fluctuation
摂動	perturbation
ボルツマン分布	Boltzmann distribution
デバイ長	Debye length
電子プラズマ波	electron plasma wave
勾配	gradient
伝搬	propagation

【電磁気工学２】解答は，水色（３番）の解答用紙に記入すること．

以下の文章を読んで，(ア)～(カ)，(サ)に適切な文字式を記入し，(キ)～(コ)については選択肢の中から正しい語句を選択せよ．また，設問１に答えよ．

1 価のイオン[質量 M (>0),電荷 e (>0)]と中性粒子との間で生じる衝突を考える．イオンは衝突時に全エネルギーを中性粒子に与えて $\upsilon_i=0$ になるとする．一様電場 E_{const} でイオンが平均的に毎秒 ν (ニュー)回中性粒子と衝突すると，衝突直後から次の衝突までの速度 υ_i は

$$\upsilon_i = \boxed{\text{（ア）}} \tag{1}$$

である．次に，電場 $E(t)$ が

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t} \tag{2}$$

となる時間的に変化する電場を考え，速度 $\upsilon(t)$ を

$$\upsilon(t) = \upsilon_0 e^{i\omega t} \tag{3}$$

とする．ここで， i は複素記号，ω は角周波数，t は時間，E_0，υ_0 は複素振幅である．毎秒 ν 回中性粒子と衝突するごとにイオンは運動量 $M\upsilon(t)$ を失うとすると，イオンの運動方程式は

$$M\frac{d\upsilon(t)}{dt} = eE(t) - \boxed{\text{（イ）}} \tag{4}$$

である．このとき，υ_0 を 式(2)～(4)から求めると

$$\upsilon_0 = \boxed{\text{（ウ）}} \times (\nu - i\omega) \tag{5}$$

となる．複素平面で $(\nu - i\omega)$ を大きさ R と位相 ϕ に分離すると

$$\mathrm{R} = \boxed{\text{（エ）}} \tag{6}$$

$$\phi = \boxed{\text{（オ）}} \tag{7}$$

である．すなわち速度 $\upsilon(t)$ は

$$\upsilon(t) = \text{（ウ）} \times \mathrm{R} \times e^{i(\omega t + \phi)} \tag{8}$$

となり，衝突により速度 $\upsilon(t)$ は $E(t)$ よりも位相が ϕ だけ変位する．また，イオンの位置 $L(t)$ は，$t=0$ で $L(0)=0$ とすると

$$L(t) = \int_0^t \mathrm{Re}\left[\upsilon(t)\right] dt = \boxed{\text{（カ）}} \times \sin(\omega t + \phi) \tag{9}$$

である．ここで，Re[ ]は複素数の実部であり，$L(t)$ は振幅（カ）でイオンが振動することを示している．平行平板の距離を d とすると（カ)$<<d$ となる角周波数 ω であれば，平行平板の中央付近にあるイオンの多くは平行平板内に閉じ込められ，電極間に （キ）正，負 の空間電荷が増加して電界が （ク）強まり，弱まり ，火花放電開始電圧は （ケ）上昇する，低下する ．しかし，さらに角周波数 ω が高くなるとイオンの振幅が小さくなっていくため，火花放電開始電圧は （コ）上昇，低下 を始める．

イオン１個が毎秒 ν 回の衝突回数で電場 $E(t)$ から吸収する１周期 T あたりの平均吸収パワー P は

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T \boxed{\text{(サ)}}\,dt = \frac{1}{2}\frac{e^2}{M}\frac{\nu}{(\omega^2+\nu^2)}E_0^2 \tag{10}$$

である．

設問１　ν に対する平均吸収パワー P の依存性について説明しなさい．

専門用語の英訳

衝突	collision
速度	velocity
中性粒子	neutral particle
運動量	momentum
一様電場	uniform electric field
複素振幅	complex amplitude
複素平面	complex plane
角周波数	angular frequency
位相	phase
位置	position
実部	real part
平行平板	parallel plates
電極	electrode
空間電荷	space charge
火花放電	spark discharge
平均吸収パワー	average absorbed power

【量子電子物性1】 解答は，桃色（4 番）の解答用紙に記入すること．

次の文章を読み，下記の問いに答えよ．

図 1-1 のような一次元階段型ポテンシャル$V(x)$中を運動する質量mの粒子について考える．ここで，

$$\begin{cases} V(x)=0 & x<0 \quad \cdots \text{領域(I)} \\ V(x)=V_0 & x\geq 0 \quad \cdots \text{領域(II)} \end{cases}$$

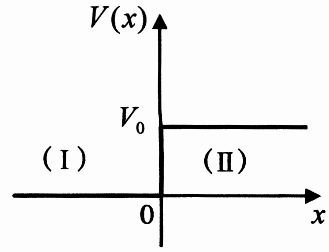

図 1-1

である．領域(I)では，粒子の満たす一次元のシュレーディンガー方程式は，$\hbar = h/(2\pi)$（hはプランク定数），波動関数$\psi_{\mathrm{I}}(x)$，粒子のエネルギーε，質量mを用いて，次式で与えられる．

［　①　］　(1)

この方程式の一般解は，$k=\dfrac{\sqrt{2m\varepsilon}}{\hbar}$と複素振幅$A$，$B$を用いて，次式で表される．

$$\psi_{\mathrm{I}}(x)= A\exp(ikx)+B\exp(-ikx) \tag{2}$$

一方，領域(II)における波動関数を$\psi_{\mathrm{II}}(x)$とおくと，粒子の満たすシュレーディンガー方程式は，次式で与えられる．

［　②　］　(3)

いま，$\varepsilon<V_0$の場合を考える．式(3)の解は，$\beta=\dfrac{\sqrt{2m(V_0-\varepsilon)}}{\hbar}$と定数$C$を用いて，次式で表される．

$$\psi_{\mathrm{II}}(x)= C\exp(-\beta x) \tag{4}$$

$x=0$では，波動関数とその導関数がともに連続であることから，Aに対するBおよびCの比は，kとβを使って，それぞれ，以下のように求まる．

$\dfrac{B}{A}=$［　③　］　(5)

$\dfrac{C}{A}=$［　④　］　(6)

次に，確率密度の空間分布について考察する．まず，波動関数$\psi_{\mathrm{I}}(x)$について考える．ここで，A, Bは複素数であるので，それらの位相を η_{A}, η_{B}とおくと，$A=|A|\exp(i\eta_{\mathrm{A}})$，$B=|B|\exp(i\eta_{\mathrm{B}})$と書ける．位相差を $\eta_{\mathrm{A}}-\eta_{\mathrm{B}}=2\delta$と定義すると，確率密度の空間分布 $|\psi_{\mathrm{I}}(x)|^2$ の一般解は，次式で与えられる．

$$|\psi_{\mathrm{I}}(x)|^2=\{\,|A|-|B|\,\}^2+4\,|A|\,|B|\cos^2(kx+\delta) \tag{7}$$

式(5) より，$\left|\dfrac{B}{A}\right|=$［　⑤　］であるので，領域(I)における $|\psi_{\mathrm{I}}(x)|^2$は，

$|\psi_{\mathrm{I}}(x)|^2=$［　⑥　］　(8)

と求まる．さらに，式(5) の実数部と虚数部に着目して $\exp(-i2\delta)=\cos(2\delta)-i\sin(2\delta)$ の関係を用い

ると，$\cos(2\delta)$ は，ε と V_0 を使って，次式のように求まる．

$$\cos(2\delta) = [\quad ⑦ \quad] \tag{9}$$

一方，領域(Ⅱ)における確率密度の空間分布 $|\psi_{\mathrm{II}}(x)|^2$ は，式(6) を用いて，$|C|^2$ が $A,\ \varepsilon,\ V_0$ を使って表されるので，次式のように求まる．

$$|\psi_{\mathrm{II}}(x)|^2 = [\quad ⑧ \quad] \times \exp(-2\beta x) \tag{10}$$

問 1　文章中の空欄[①]～[⑧]にあてはまる数式または数値を答えよ．なお，[①]，[②]は等式で答えよ．

問 2　領域(Ⅰ)から領域(Ⅱ)への粒子の透過率 T は，入射波に対する透過波の確率の流れの密度の比によって定義される．一般に，波動関数 $\varphi(x)$ における確率の流れの密度 S は，次式で与えられる．

$$S = \frac{\hbar}{2mi}\left(\varphi^*(x)\frac{d\varphi(x)}{dx} - \varphi(x)\frac{d\varphi^*(x)}{dx}\right) = \mathrm{Re}\left[\varphi^*(x)\frac{\hat{p}_x}{m}\varphi(x)\right]$$

ここで，$\hat{p}_x = -i\hbar\dfrac{d}{dx}$ は運動量演算子，$\mathrm{Re}[z]$ は複素数 z の実数部である．下記の問いに答えよ．解答には，導出過程も示せ．

(i)　領域(Ⅰ)における確率の流れの密度 S_{I} を，$A,\ B,\ k,\ m,\ \hbar$ を使って求めよ．導出においては，$A,\ B$ が複素数であることに注意せよ．また，必要ならば，複素数 z の実数部 $\mathrm{Re}[z]$ と虚数部 $\mathrm{Im}[z]$（いずれも実数）が $\mathrm{Re}[z] = (z + z^*)/2$，$\mathrm{Im}[z] = (z - z^*)/(2i)$ の関係にあることを用いよ．

(ii)　領域(Ⅱ)における確率の流れの密度 S_{II} を算出することにより，透過率 T を求めよ．

【量子電子物性2】 解答は，緑色（5番）の解答用紙に記入すること．

下記の文章[Ⅰ]および[Ⅱ]は，半導体についての記述である．文章中の空欄［ ① ］～［ ⑫ ］にあてはまる語句を答えよ．また，空欄［ ㋐ ］～［ ㋓ ］には，空欄に指示した語句，記号の中から適切なものを選択して答えよ．さらに，空欄 $\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(k)}}$ には，各空欄に指示した記号を用い，適切な数式もしくは等式を答えよ．ただし，e は素電荷，k_B はボルツマン定数を示す．

［Ⅰ］元素の周期律表の［ ① ］族に属する Si や Ge の単結晶は，［ ② ］型結晶構造を有しており，各原子の価電子は，4個の最近接原子と［ ③ ］結合をしている．不純物が添加されていない［ ④ ］半導体では，価電子帯から伝導帯に伝導電子が熱的に励起され，伝導電子と同数の正孔が価電子帯につくられており，それらが電気伝導に寄与する．

半導体の光学的性質は，価電子帯上端と伝導帯下端の間のエネルギー差に相当する［ ⑤ ］帯の幅に依存することが多い．また，価電子帯と伝導帯の間の光学遷移過程には，直接遷移と間接遷移がある．これらの光学遷移のうち，光の吸収と同時にフォノンの吸収や放出をともなって伝導電子や正孔を励起する過程が［ ㋐ 直接，間接 ］遷移である．

このような半導体に不純物を添加することを［ ⑥ ］と呼ぶが，半導体の導電率は［ ⑥ ］される不純物の量に依存して著しく変化する．不純物から供給された負電荷の伝導電子が電気伝導をになう半導体を［ ⑦ ］形半導体と呼び，その電子を供給する不純物を［ ⑧ ］と呼ぶ．

半導体中を移動するキャリアの輸送機構には，電界によってキャリアが運ばれる［ ⑨ ］現象と，キャリアが［ ⑩ ］運動しながらキャリア密度の高いところから低いところに流れる拡散現象の二つの機構がある．熱平衡状態において拡散電流が流れているとき，拡散係数 D と絶対温度 T，キャリアの移動度 μ の間には密接な関係がある．この関係を示した式をアインシュタインの関係式と呼び，

$$D = \boxed{\text{(a)} \quad e,\ k_B,\ \mu,\ T} \qquad (1)$$

として示される．

同種の半導体により形成される pn 接合（ホモ接合）においては，ポテンシャル障壁の高さ（拡散電位）は，p 形と n 形のフェルミ準位の差によって説明される．一方，金属と半導体の接触においてポテンシャル障壁が存在する場合，その障壁の高さは金属と半導体の［ ⑪ ］関数の差で説明される．pn 接合の基本的な電気的性質には，電流－電圧測定時にみられる［ ⑫ ］特性があり，その電気伝導で支配的なのは，［ ㋑ 多数，少数 ］キャリアである．一方，金属－半導体接触では［ ㋒ 多数，少数 ］キャリアが電気伝導において支配的である．

［Ⅱ］図 2-1 は半導体 1（n 形半導体）および半導体 2（p 形半導体）で構成されたヘテロ接合のエネルギーバンド図を示している．

半導体 1 の価電子帯上端のエネルギー，フェルミ準位のエネルギー，伝導帯下端のエネルギーをそれぞれ ε_{V1}，ε_{F1}，ε_{C1} とし，半導体 2 についても同様にそれぞれ ε_{V2}，ε_{F2}，ε_{C2} とする．ε_{G1}，ε_{G2} は半導

体 1 と半導体 2 のエネルギーギャップを表し，$\varepsilon_{G1} > \varepsilon_{G2}$ とする．これら 2 つの半導体の価電子帯上端のエネルギー差を $\Delta\varepsilon_V$，伝導帯下端のエネルギー差を $\Delta\varepsilon_C$ とする．V_{D1}，V_{D2} は，接合界面近傍における半導体 1 中の拡散電位と半導体 2 中の拡散電位を表す．それぞれの半導体中の不純物は均一に分布し，すべてイオン化しているものとする．半導体 1 と半導体 2 中の不純物密度をそれぞれ N_1，N_2，半導体 1 と半導体 2 の誘電率をそれぞれ κ_1，κ_2 とする．

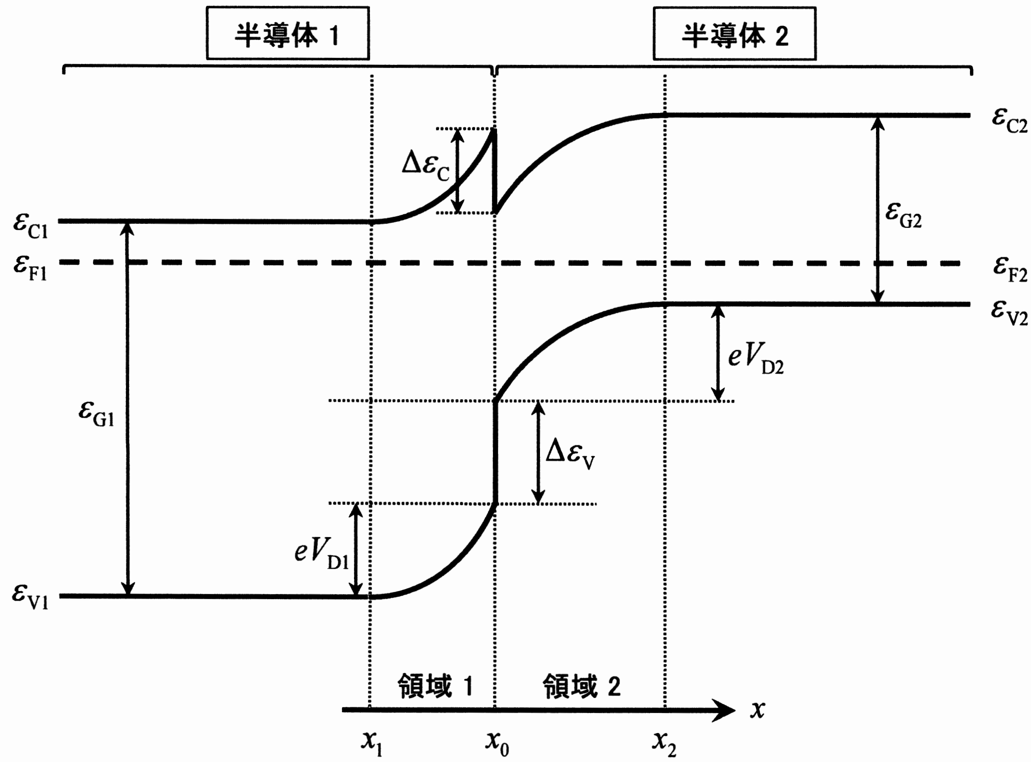

図 2-1

図中の領域 1（$x_1 \leq x \leq x_0$）および領域 2（$x_0 \leq x \leq x_2$）は遷移領域であり，空乏層を示している．それぞれの領域において空間電荷密度は x 方向にステップ状に分布しているものとする．領域 1 における電位を $V_1(x)$，領域 2 における電位を $V_2(x)$ とすると，それぞれの領域におけるポアソン方程式は，

$$\frac{d^2V_1(x)}{dx^2} = -\boxed{\text{(b)} \quad e, \ \kappa_1, \ N_1} \qquad (x_1 \leq x \leq x_0) \qquad (2)$$

$$\frac{d^2V_2(x)}{dx^2} = \boxed{\text{(c)} \quad e, \ \kappa_2, \ N_2} \qquad (x_0 \leq x \leq x_2) \qquad (3)$$

となる．電気的中性条件により，

$$\boxed{\text{(d)} \quad N_1, \ N_2, \ x_0, \ x_1, \ x_2} \qquad (4)$$

の等式が成り立つ．$x = x_1$，$x = x_2$ における境界条件は，

$$x = x_1 \text{のとき，} \ V_1(x_1) = V_{D1} + V_{D2}\text{，} \ \left.\frac{dV_1(x)}{dx}\right|_{x=x_1} = 0 \tag{5}$$

$$x = x_2 \text{のとき，} \ V_2(x_2) = 0\text{，} \ \left.\frac{dV_2(x)}{dx}\right|_{x=x_2} = 0 \tag{6}$$

である．式(2)〜(6)より，

$$\boxed{\text{(e)} \quad \kappa_1\text{，} \ \kappa_2\text{，} \ \left.\frac{dV_1(x)}{dx}\right|_{x=x_0}\text{，} \ \left.\frac{dV_2(x)}{dx}\right|_{x=x_0}} \tag{7}$$

の等式が成り立つ．

V_{D1}とV_{D2}の和をV_Dとおくと，遷移領域の厚さdは，

$$d = \boxed{\text{(f)} \quad e\text{，} \ \kappa_1\text{，} \ \kappa_2\text{，} \ N_1\text{，} \ N_2\text{，} \ V_D} \tag{8}$$

と表される． また，V_{D1}，V_{D2}は，

$$V_{D1} = \boxed{\text{(g)} \quad \kappa_1\text{，} \ \kappa_2\text{，} \ N_1\text{，} \ N_2\text{，} \ V_D} \tag{9}$$

$$V_{D2} = \boxed{\text{(h)} \quad \kappa_1\text{，} \ \kappa_2\text{，} \ N_1\text{，} \ N_2\text{，} \ V_D} \tag{10}$$

と表される．

ここで，$-x$方向を順方向としてバイアス電圧Vを外部から印加し，Vがすべて遷移領域にかかるとする．V_Dを$V_D - V$と置き換えて考えると，遷移領域内に存在する空間電荷の単位面積当たりの総量Qは，

$$Q = \boxed{\text{(i)} \quad e\text{，} \ \kappa_1\text{，} \ \kappa_2\text{，} \ N_1\text{，} \ N_2\text{，} \ V_D\text{，} \ V} \tag{11}$$

となる．よって，単位面積当たりの静電容量Cは，

$$C = \boxed{\text{(j)} \quad e\text{，} \ \kappa_1\text{，} \ \kappa_2\text{，} \ N_1\text{，} \ N_2\text{，} \ V_D\text{，} \ V} \tag{12}$$

と表される．

$\kappa_1 < \kappa_2$である場合，バイアス電圧Vを印加した時の遷移領域内の電界の絶対値のうち最大値E_{max}は，

$$E_{max} = \boxed{\text{(k)} \quad e\text{，} \ \kappa_1\text{，} \ \kappa_2\text{，} \ N_1\text{，} \ N_2\text{，} \ V_D\text{，} \ V} \tag{13}$$

と表される．

$N_1 \ll N_2$である場合は，式(13)より，E_{max}は［ ㋓ N_1，N_2 ］が支配的となる．

【量子電子物性3】 解答は，灰色(6 番)の解答用紙に記入すること.

次の文章を読み，下記の問いに答えよ．ただし，絶対温度をT，フェルミ準位のエネルギーをε_{F}，伝導帯下端のエネルギーをε_{C}，価電子帯上端のエネルギーをε_{V}，素電荷をe，ボルツマン定数をk_{B}で表す．

同種の半導体で構成するnpn構造のバイポーラトランジスタについて考える．図3-1にその構造の簡略図と回路記号を示す．エミッタ領域は10^{20} cm^{-3}，ベース領域は10^{18} cm^{-3}，コレクタ領域は高絶縁性を維持するため，低濃度（10^{15} cm^{-3}）のキャリア密度を有しているとする．下線A <u>この時，平衡時のエネルギーバンド図は，図3-2のようになる</u>．次に，このトランジスタの動作について考える．ベース接地した時の電圧と電流を図3-3に定義する．下線B <u>この時のエネルギーバンド図は，図3-4のようになる．</u>

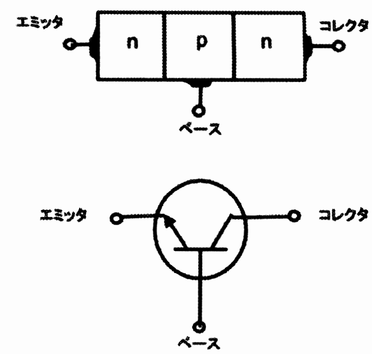

図3-1

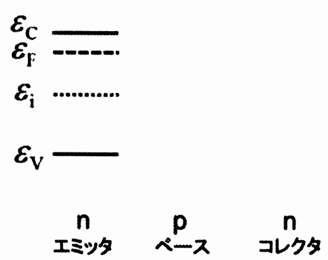

図3-2

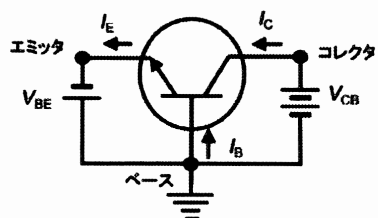

図3-3

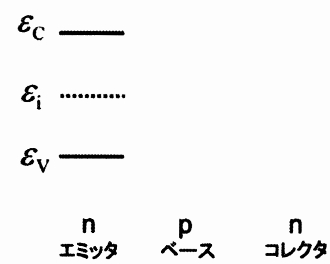

図3-4

エミッタからベース領域に注入された電子は，拡散の後にコレクタに到達し，電界で引き抜かれる．ベース接地の電流増幅率α_{B}は，コレクタ電流I_{C}とエミッタ電流I_{E}の変化分をそれぞれ，ΔI_{C}およびΔI_{E}として

$$\alpha_{\mathrm{B}} = \frac{\Delta I_{\mathrm{C}}}{\Delta I_{\mathrm{E}}} \tag{1}$$

で定義される．α_{B}は1を超えないが，限りなく1に近づけることが望ましい．まずベースに注入される電流の効率について考える．エミッタ電流I_{E}はpn接合の順方向電流であるので，エミッタ・ベース間電圧V_{BE}を用いて

$$I_{\mathrm{E}} = eA\left(n_{\mathrm{p0}}\frac{D_{\mathrm{e}}}{L_{\mathrm{e}}} + p_{\mathrm{n0}}\frac{D_{\mathrm{h}}}{L_{\mathrm{h}}}\right)\left(\ [\quad (ア) \quad]\ \right) \tag{2}$$

と記述できる．ここで，Aは接合断面積，n_{p0}およびp_{n0}はそれぞれ，平衡状態におけるp領域の電子密度およびn領域の正孔密度，D_{e}およびD_{h}は電子および正孔の拡散係数，L_{e}およびL_{h}はp領域における電子の拡散長とn領域における正孔の拡散長である．エミッタ電流のうち増幅に寄与するのは電子電流成分のみで，電子の拡散長はベース層の厚さWで置き換えることができるので，その割合は，

$$\gamma = \frac{n_{\mathrm{p0}} \dfrac{D_{\mathrm{e}}}{W}}{\left(n_{\mathrm{p0}} \dfrac{D_{\mathrm{e}}}{W} + p_{\mathrm{n0}} \dfrac{D_{\mathrm{h}}}{L_{\mathrm{h}}}\right)} \tag{3}$$

と記述できる．下線C 式 (3) より，γ を 1 に近づけるには $n_{\mathrm{n0}} >> p_{\mathrm{p0}}$ とすればよいことがわかる．ただし，n_{n0} および p_{p0} はそれぞれ，平衡状態における n 領域の電子密度および p 領域の正孔密度である．その結果，先に示したように，エミッタは $10^{20}\ \mathrm{cm}^{-3}$，ベースは $10^{18}\ \mathrm{cm}^{-3}$ となるキャリア密度が用いられている．

また，下線D 電子が拡散の後にコレクタに達する到達率を上げるためには，再結合割合を小さくすることが条件となる．コレクタ領域での電子の収集割合を上げるためには，空間電荷領域を走行する時間を短くすることが必要である．以上の条件を満たすように設計すると，α_{B} が 1 に近いトランジスタができる．

ベース接地回路では電流増幅はできないが，通常はエミッタ接地で使用することで，増幅を実現している．エミッタ接地電流増幅率は $\alpha_{\mathrm{E}} = \Delta I_{\mathrm{C}} / \Delta I_{\mathrm{B}}$ で定義される．ただし，ΔI_{B} はベース電流の変化分とする．図 3-5 にエミッタ接地で使用した時の $I_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{CE}}$ 特性を示す．下線E その特性は，V_{CE} に関係なくコレクタ電流 I_{C} がほとんど流れない遮断領域，V_{CE} の増加に伴って I_{C} が増加する飽和領域，V_{CE} に関係なく I_{C} が一定値を示す活性領域に分けることができる．実際には，下線F 図 3-6 に示すように負荷抵抗 R_{L} および直流電源 V_{CC} をつなぎ，トランジスタを増幅器として利用する．

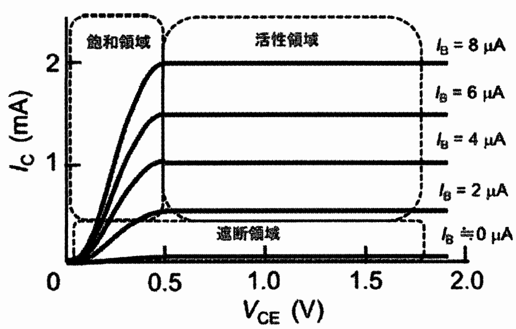

図 3-5

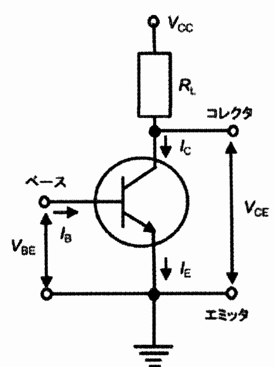

図 3-6

問1　空欄［　（ア）　］にあてはまる数式を答えよ．

問2　下線 A について，図 3-2 のエネルギーバンド図を完成せよ．図にはエミッタの一部のエネルギーバンド図を示している．それを解答用紙に書き写して完成せよ．エネルギー $\varepsilon_{\mathrm{i}} = (\varepsilon_{\mathrm{C}} + \varepsilon_{\mathrm{V}})/2$ も記入し，ベース・コレクタ接合部の拡散電位 V_{D} によるポテンシャル障壁も記入せよ．

問3　下線 B について，図 3-4 のエネルギーバンド図を完成せよ．図にはエミッタの一部のエネルギーバンド図を示している．それを解答用紙に書き写して完成せよ．エネルギー ε_{i} も記入せよ．また，ベース領域の ε_{C} とコレクタ領域の ε_{C} とのポテンシャル差を求めよ．

問4　下線Cについて，γを1に近づけるには，式(3)より、$n_{p0} >> p_{n0}$とすればよいことがわかる。このことから、$n_{n0} >> p_{p0}$とすればよいことを示せ.

問5　下線Dについて，到達率を上げるために電子の拡散長L_eに対してベース層厚さWはどのように設計されるか説明せよ.

問6　下線Eについて，V_{CE}が増加するとトランジスタ特性が飽和領域から活性領域に変化する理由を，V_{BE}の値との関係を使って説明せよ.

問7　下線Fについて，$R_L = 1\,\mathrm{k\Omega}$，$V_{CC} = 2\,\mathrm{V}$の場合の負荷曲線を図3-5に書き込み，$I_B = 4\,\mu\mathrm{A}$の時の動作点を示せ．図3-5を解答用紙に書き写して記入すること．遮断領域，飽和領域，活性領域および各領域を示す破線などは写さなくてよい.

問8　α_Eをα_Bで表せ．また，図3-5の特性を示すトランジスタのα_Bを求めよ．ただし、活性領域において、$I_B = 4\,\mu\mathrm{A}$および$I_B = 8\,\mu\mathrm{A}$のとき、それぞれ、$I_C = 1\,\mathrm{mA}$および$I_C = 2\,\mathrm{mA}$とし，それらの値を用いても、微小信号時のα_Bとみなしてよいとする．小数点以下3桁まで求めよ.

問9　図3-5について，V_{CE}をさらに増加させると再びI_Cの急激な増大が始まるが，キャリア電子がどのような振る舞いをすることで増大するのか説明せよ.

【量子電子物性4】 解答は，だいだい色(7番)の解答用紙に記入すること．

物質の磁性に関する次の文章を読み，下記の問いに答えよ．必要であれば，真空の透磁率μ_0を用いてよい．

物質の示す磁性の主な担い手は電子であり，その軌道運動とスピンによる磁気モーメントがその源である．前者の軌道運動による磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_l$は，半径rの円軌道上を質量mの1つの電子が周回運動して等価的に電流が流れているモデルから求められる．この円電流の大きさは，電子の速度の大きさをv，素電荷をeとして，[　①　] と書き表される．また，磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_l$は，電流の回転が右回りのとき右ねじが進む方向の単位ベクトルを$\mathbf{n}$とすると，[　②　] と書ける．一方，この電子の軌道運動による角運動量$\mathbf{l}$は，単位ベクトル$\mathbf{n}$を用いて [　③　] と表される．これらのことから，方向も考慮して$\boldsymbol{\mu}_l$を$\mathbf{l}$で表すと，$\boldsymbol{\mu}_l =$ [　④　] となる．原子内の電子の運動は量子力学で扱う必要があり，電子の角運動量は$\hbar\mathbf{l}$となり，その大きさは方位量子数lを用いて$\hbar\sqrt{l(l+1)}$となる．ここで，$\hbar = h/(2\pi)$であり，hはプランク定数である．角運動量のz方向（量子化軸）成分は，磁気量子数m_zを用いて$m_z\hbar$と書き表され，m_zの範囲は [　⑤　] から [　⑥　] までで [　⑦　] 個の整数を取る．外部磁界を印加した方向がz方向となるので，磁気モーメントの磁界方向成分μ_{l_z}は磁気量子数m_zを用いて$\mu_{l_z} =$ [　⑧　] $\times m_z$と書き表される．

電子はスピン角運動量$\hbar\mathbf{s}$を持っている．スピンによる磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_s$は$\boldsymbol{\mu}_s =$ [　⑧　] $\times 2\mathbf{s}$と書き表される．原子を外から眺めた場合，両者の磁気モーメントは区別できない．そこで，2種類の角運動量をベクトル的に合成して，全角運動量$\hbar\mathbf{j} = \hbar(\mathbf{l}+\mathbf{s})$を構成する．全磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_j$も$\boldsymbol{\mu}_l$と$\boldsymbol{\mu}_s$をベクトル的に合成して得られる．$\mathbf{l}$と$\mathbf{s}$を用いると，$\boldsymbol{\mu}_j =$ [　⑧　] ×（[　⑨　]）と書き表され，$\mathbf{j}$と$\boldsymbol{\mu}_j$とは平行で [　(ア)　ある，ない　] ことが分かる．

不完全殻を持つ原子の場合，通常，不完全殻内の電子に対して軌道角運動量同士ならびにスピン角運動量同士をそれぞれベクトル合成して軌道角運動量$\hbar\mathbf{L}$とスピン角運動量$\hbar\mathbf{S}$を作る．さらに，この$\mathbf{L}$と$\mathbf{S}$をベクトル的に合成して全角運動量$\hbar\mathbf{J} = \hbar(\mathbf{L}+\mathbf{S})$を作る．磁気モーメントも同様に合成されるので，この原子の磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_J$は，$\mathbf{L}$と$\mathbf{S}$を用いて$\boldsymbol{\mu}_J =$ [　⑧　] ×（[　⑩　]）と書き表される．$\mathbf{L}$と$\mathbf{S}$の組み合わせは多数あるが，基底状態の電子配置は下線A <u>フント則</u>を適用して見出される．

閉殻（完全殻）構造の原子は磁気モーメントを持たない．しかしながら，外部磁界が印加されると磁化を生じる．この原因は，次のように説明できる．閉殻構造を表現するために，2つの電子が対をなして同じ円軌道（半径r）を同じ角周波数ω_0で逆向きに周回運動している古典的モデルを考える．この2つの電子は互いに逆向きのスピンを持っておりスピン角運動量量子数$S = 0$である．この電子対の周回軌道面に垂直で一様な磁束密度$\mathbf{B}$を加える．この磁界により電子はローレンツ力$\mathbf{F}_\mathrm{d}$を受ける．その大きさは$F_\mathrm{d} =$ [　⑪　] で，1つの電子に対しては内向きの，他方は外向きの力を受ける．量子論では軌道半径は保たれているので，2つの電子は角周波数ω_0をそれぞれ$\omega_0 + \Delta\omega$，$\omega_0 - \Delta\omega$へと変化させて中心力を増減し，ローレンツ力を打ち消していると考えられる．それぞれの電子についてこの両者が釣り合う条件から$\Delta\omega$が求められる．今，Bは小さいとすると$\Delta\omega$も小さいので，$(\Delta\omega)^2$と$\Delta\omega \cdot B$の項を無視でき，$\Delta\omega =$ [　⑫　] を得る．この時，1つの電子に対する円電流も [　⑬　] だけ変化する．この変化した円電流により生じる軌道磁気モーメント$\boldsymbol{\mu}_\mathrm{d}$の大きさは，軌道半径$r$を用いて，[　⑭　]

と与えられる．2 つの電子からの寄与をその回転方向が逆であることを考慮して足し合わせ，さらに $\mathbf{B}$ の向きを考慮に入れた上で $\mathbf{B}$ を用いて，$\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{d}}$ = [　⑮　] が得られる．このような磁性を [　(イ)　] と呼ぶ．

問1　上の文章中の空欄 [　①　] ～ [　⑮　] にあてはまる数式を，[　(イ)　] には適切な語句を答えよ．

問2　上の文章中の [　(ア)　] にあてはまる語句を括弧内から 1 つ選択せよ．

問3　不完全殻を持つ原子を構成元素として含むイオン結晶の示す磁性は，その原子の磁気モーメントの配列によって大別される．その中で，自発磁化を持つ磁性体と持たない磁性体の分類名称をそれぞれ 1 つずつ書き，自発磁化を持つ磁性体については自発磁化 M_{s} の温度 T 依存性を，自発磁化を持たない磁性体については磁化率 χ の温度 T 依存性をグラフで答えよ．グラフの縦軸と横軸が示している物理量も明記すること．

問4　下線 A のフント則を使って，遷移金属イオン $Ti^{2+}(3d^2)$ の基底状態の電子配置での，スピン角運動量量子数 S，軌道角運動量量子数 L および全角運動量量子数 J を求めよ．さらに，この時の $\mathbf{L}$，$\mathbf{S}$，$\mathbf{J}$ および $\boldsymbol{\mu}_J$ / [　⑧　] の関係を，ベクトルを用いた概略図で示せ．

量子電子物性　　単語の英訳

量子電子物性 1

シュレーディンガー方程式：	Schrodinger equation
プランク定数：	Planck constant
波動関数：	wave function
複素振幅：	complex amplitude
導関数：	derivative
確率密度：	probability density
空間分布：	space distribution
複素数：	complex number
実数部：	real part
虚数部：	imaginary part
透過率：	transmittance
確率の流れの密度：	probability current density
運動量演算子：	momentum operator

量子電子物性 2

素電荷：	elementary charge
ボルツマン定数：	Boltzmann distribution
周期律表：	periodic table
価電子帯：	valence band
伝導帯：	conduction band
光学遷移過程：	optical transition process
直接遷移：	direct transition
間接遷移：	indirect transition
フォノン：	phonon
拡散現象：	diffusion phenomenon
熱平衡状態：	thermal equilibrium condition
拡散係数：	diffusion coefficient
拡散電位：	diffusion potential
エネルギーギャップ：	energy gap
遷移領域：	transition region
空乏層：	depletion layer
空間電荷密度：	space charge density
ポアソン方程式：	Poisson's equation
境界条件：	boundary condition

量子電子物性 3

フェルミ準位：	Fermi level
バイポーラトランジスタ：	bipolar transistor
エミッタ：	emitter
ベース：	base
コレクタ：	collector
キャリア密度：	carrier density
エネルギーバンド：	energy band
接地：	ground connection
電流増幅率：	current amplification factor
順方向電流：	forward current
断面積：	cross section
平衡状態：	equilibrium state
拡散長：	diffusion length
再結合：	recombination
遮断領域：	cutoff region
飽和領域：	saturation region
活性領域：	active region
負荷抵抗：	load resistance
拡散電位：	diffusion potential

量子電子物性 4

磁性：	magnetism
磁気モーメント：	magnetic moment
軌道角運動量：	orbital angular momentum
スピン：	spin
全角運動量：	total angular momentum
不完全殻：	partly filled shell
閉殻：	filled shell (full shell, closed shell)
フント則：	Hund rules
自発磁化：	spontaneous magnetization
磁性体：	magnetic substance
磁化率：	magnetic susceptibility
遷移金属イオン：	transition metal ion
基底状態：	ground state
ローレンツ力：	Lorentz force
電子配置：	electron configuration

【制御工学１】解答は，白色（８番）の解答用紙に記入すること．

1. 図 1 のフィードバックシステムについて，以下の問いに答えよ．ただし，K は定数であり，$R(s)$ と $C(s)$ はそれぞれ時間関数 $r(t)$, $c(t)$ のラプラス変換を表すとする．

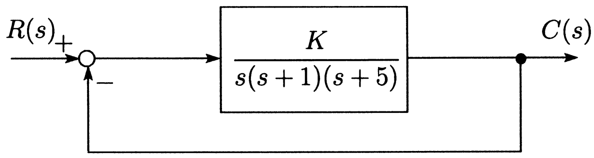

図 1

(i) K の値を $0 \to \infty$ と変化させたときの根軌跡において，2 本の軌跡は実軸から分岐する．分岐する実軸上の点の座標を求めよ．

(ii) 問 (i) の根軌跡において，実軸から分岐した軌跡はある直線に漸近する．その漸近線と実軸の交点の座標を求めよ．

(iii) $r(t) = t$ $(t \geq 0)$ なる単位ランプ入力に対する定常偏差 $\lim_{t\to\infty}(r(t) - c(t))$ を求めよ．

(iv) $K = 1$ としたときの，フィードバックシステムのゲイン余裕のデシベル値を求めよ．

2. 図 2 のブロック線図において，$R(s)$ から $C(s)$ までの伝達関数を $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ を用いて表せ．

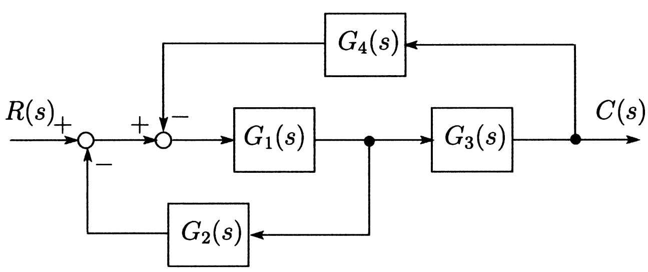

図 2

3. 次の伝達関数で表されるシステムについて，以下の問いに答えよ．

$$G(s) = \frac{s+4}{(s+2)^2(s+3)(s+5)}$$

(i) インパルス応答を時間 t の関数として求めよ．

(ii) $G(s)$ のボード線図におけるゲイン曲線の概形を折れ線近似により示せ．ただし，横軸には折点角周波数の値を明記し，折れ線の各部分にはその傾きを明記すること．

専門用語の英訳

制御工学１

フィードバックシステム	feedback system
ラプラス変換	Laplace transform
根軌跡	root locus
実軸	real axis
分岐する	break away
座標	coordinate
漸近線	asymptote
交点	point of intersection
単位ランプ入力	unit ramp input
定常偏差	steady-state error
ゲイン余裕	gain margin
デシベル値	decibel value
ブロック線図	block diagram
伝達関数	transfer function
インパルス応答	impulse response
ボード線図	Bode diagram
ゲイン曲線	log-magnitude curve
折れ線近似	piecewise linear approximation
折点角周波数	corner angular frequency

【制御工学２】解答は，赤色（９番）の解答用紙に記入すること．

実数値関数 $f(t)$ に関する３階常微分方程式

$$\frac{d^3 f(t)}{dt^3} + a\frac{d^2 f(t)}{dt^2} + b\frac{df(t)}{dt} + cf(t) = u(t)$$

について以下の問いに答えよ．ただし，a, b, c は実定数で $u(t)$ は実数値関数である．

(i) $x_1(t) = f(t)$，$x_2(t) = \dfrac{df(t)}{dt}$，$x_3(t) = \dfrac{d^2 f(t)}{dt^2}$ を状態変数，$u(t)$ を入力変数，$y(t) = \dfrac{df(t)}{dt}$ を出力変数として，上の常微分方程式を表す線形時不変システムの状態方程式と出力方程式を求めよ．

(ii) $U(s)$ から $Y(s)$ への伝達関数を求めよ．ただし，$U(s)$ は入力 $u(t)$ のラプラス変換，$Y(s)$ は出力 $y(t)$ のラプラス変換を表すとする．

(iii) 初期状態を $x_1(0) = 1$，$x_2(0) = 0$，$x_3(0) = 0$ としたときのステップ入力 $u(t) = c$ $(t \geq 0)$ に対する出力 $y(t)$ $(t \geq 0)$ を求めよ．

(iv) このシステムが漸近安定となるための a, b, c に関する必要十分条件を求めよ．

(v) このシステムの可制御性と可観測性を判定せよ．

(vi) このシステムに入力を $u(t) = -15y(t)$ とする出力フィードバック制御を施したところ，閉ループシステムの極が $-2, -1 \pm j4$ となった．定数 a, b, c の値を求めよ．

(vii) 問 (vi) で得られた a, b, c の値を持つシステムに入力 $u(t) = -15y(t) + 1$ $(t \geq 0)$ を加えたときの定常状態 $x_1(\infty)$, $x_2(\infty)$, $x_3(\infty)$ を求めよ．

専門用語の英訳

制御工学２

常微分方程式	ordinary differential equation
状態変数	state variable
入力変数	input variable
出力変数	output variable
線形時不変システム	linear time-invariant system
状態方程式	state equation
出力方程式	output equation
伝達関数	transfer function
ラプラス変換	Laplace transform
漸近安定	asymptotically stable
可制御	controllable
可観測	observable
フィードバック制御	feedback control
閉ループシステム	closed loop system
極	pole
定常状態	steady state