# 北海道大学大学院情報科学研究科
# 情報エレクトロニクス専攻入学試験
# 平成 27 年 8 月 20 日 13:00～15:00

# 専門科目2

## 受験上の注意

- 机の上に置いてよいものは，受験票，筆記用具(鉛筆，消しゴム，鉛筆削りなど)，メガネ，時計，特に指示があったもののみである．
- 時計は計時機能のみのものを使用し，アラームの使用を禁ずる．
- 電卓，電子手帳，辞書の使用を禁ずる．携帯電話等の電子機器類は電源を切ること．
- 問題紙の枚数は，[1](ディジタル回路)，[2](量子力学)，[3](物性工学)，[4](情報通信ネットワーク)，[5](光エレクトロニクス)，について各1ページ，計6ページ(このページを含む)である．問題紙は回収しない．
- 答案用紙の枚数は2枚である．[1]～[5]の計5問の中から2問選択し，1枚に付き1問を解答すること．
- 答案用紙の裏面を使用してもよいが，その場合，使用の有無を答案用紙右下に記載すること．
- 選択した問題の番号，受験番号の誤記，記入もれがないか，各答案用紙を十分に確かめること．これらを別紙の問題選択チェック票にも記入し，提出すること．
- 草案紙の枚数は2枚である．草案紙は回収しない．

# [1] ディジタル回路

1．3 ビットの符号無し 2 進数 $A(A_2A_1A_0)$を入力とし，以下に定義する 1 ビットの演算結果 F 及び G を出力する CMOS 論理回路について，次の(1)から(4)の問いに答えよ．

F: A が 10 進数表記で素数であれば 1，それ以外であれば 0.

G: A が 10 進数表記で 5 以上であれば 1，5 未満であれば 0.

(1) 入力 A と出力 F 及び G に関する真理値表を示せ．

(2) (1)の真理値表から入力 A と出力 F に関する論理式を導出し，これを最も簡単化して答えよ．次に，CMOS 複合論理ゲートを用いてこの論理式を回路化した場合のトランジスタレベル回路図を示せ．但し，トランジスタ数は 12 個以下とする．インバータが必要な場合はインバータ記号を用いて表して良いが，そのトランジスタ数もカウントすること．

(3) CMOS トランスファゲートを用いて(2)の論理式を論理回路化した場合の回路図を示せ．但し，CMOS トランスファゲートの回路記号とそのトランジスタレベルの内部構成を示した上で，その回路記号を用いること．

(4) (1)の真理値表から入力 A と出力 G に関する論理式を導出せよ．次に，2 入力 NAND ゲートだけを用いてこの論理式を回路化した場合のゲートレベル回路図を示せ．但し，2 入力 NAND ゲート数は 3 個以下とする．

2．クロック信号 CLK，クリア信号 CLR，データ信号 $A_{in}$ 及び $B_{in}$ を入力とする演算回路に関し，次の(1)から(3)の問いに答えよ．但し，CLR はクロックサイクル 0 では 1 となり，クロックサイクル 1 以降では 0 となる信号である．また，$A_{in}$ 及び $B_{in}$ には，4 ビットの符号付き 2 進数 $A(A_3A_2A_1A_0)$及び $B(B_3B_2B_1B_0)$を，最下位ビットから順に 1 ビットずつ逐次入力するものとする．A 及び B の値は非負である．

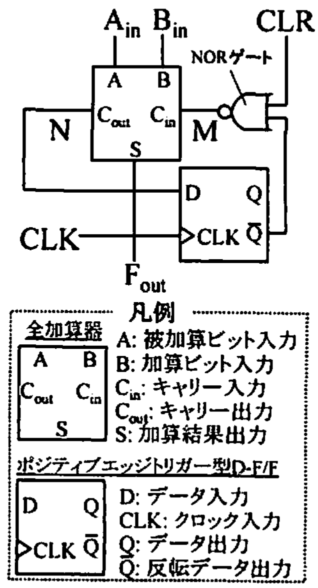


図 1

(1) 図 1 に示す構成の演算回路に対して図 2 の動作波形図に示す入力信号を与えた場合の内部信号 M，N，出力信号 $F_{out}$ の動作波形図を示せ．

(2) クロックサイクル i における出力信号 $F_{out}$ の値を $F_i$ とする時，$F(F_3F_2F_1F_0)$は $A(A_3A_2A_1A_0)$及び $B(B_3B_2B_1B_0)$にどのような演算を施した結果となっているか答えよ．

(3) クロックサイクル 3 において，A−B が非負の時はその値を，A−B が負の時はその全ビットを反転した値を，4 ビット並列に出力する演算回路を設計し，そのゲートレベル回路図を示せ．但し，出力信号名は $P(P_3P_2P_1P_0)$とし，図 1 の凡例で示した回路記号を用いて良い．また，クロックサイクル 0 から 2 までの P の値は考慮せずに設計して良い．

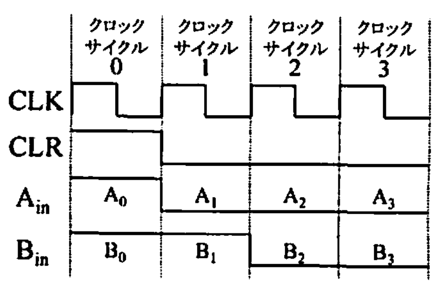


図 2

# [2] 量子力学

1.　図 1 のように，断面積が無視できるシリンダーの長さ $L$ の領域に電子が閉じ込められている．以下の問いに答えよ．ただし，シリンダーとピストンが作るポテンシャル障壁は無限大，シリンダー内のポテンシャルは 0 とせよ．電子の質量を $m$，プランク定数を$h$として$\hbar \equiv h/2\pi$ を用いよ．また，関数$f(x)$と$g(x)$の内積は次式で定義する．

$$(f(x), g(x)) = \int_0^L f^*(x) g(x) dx$$

(1)　電子の数が 1 個のとき，電子のエネルギーの固有値 $\epsilon_n$ を求めよ．また，そのときの波動関数 $\psi_n(x)$ を求めよ．ただし，$n$ は正の整数とする．

(2)　電子の数が 2 個のとき，電子のエネルギーの和が最低となるのは電子がそれぞれどのエネルギー準位にあるときか．電子スピンの向きが互いに平行の場合と反平行の場合について考察せよ．電子間相互作用による固有値の変化は考えなくてよい．

(3)　電子の数が 1 個のとき，電子の位置を測定し，$L/3 - \delta/2 \leq x \leq L/3 + \delta/2$ の範囲にあることがわかった．$\delta$ が小さく，測定後の電子の波動関数 $\varphi(x)$ がこの範囲で一定とみなせるとして $\varphi(x)$ を求めよ．波動関数 $\varphi(x)$ はエネルギー固有状態 $\psi_n(x)$ の重ね合わせで表わせ，$\psi_n(x)$ の係数は $\psi_n(x)$ と $\varphi(x)$ の内積となる．このとき，電子のエネルギーを測定したとき，第 1 励起状態の固有値 $\epsilon_2$ が得られる確率を求めよ．

(4)　電子の数が 1 個で，基底状態（$n=1$）にあるとき，ピストンを押して電子が閉じ込められている領域の長さを $L$–$\Delta L$ とした．ピストンを十分ゆっくりと押すと，電子は常に基底状態にあると考えてよい．ピストンが行った仕事の大きさを求めよ．

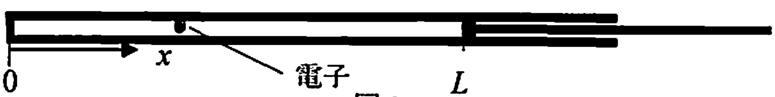

図 1

2.　スピンが 1/2 のとき，スピン演算子 $\hat{\boldsymbol{S}} = (\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$ の各成分は次のような行列で表わせる．以下の問いに答えよ．ただし，$e$ を電荷素量，$m$ を電子の質量，$h$をプランク定数として，$\hbar \equiv h/2\pi = e = m = 1$となる単位系を取るものとする．

$$\hat{S}_x = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{S}_y = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{S}_z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(1)　演算子 $\hat{\boldsymbol{S}}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2$ が$\hat{\boldsymbol{S}}^2 \hat{S}_z = \hat{S}_z \hat{\boldsymbol{S}}^2$ を満たすことを示せ．また，$\hat{S}_z$の固有値と固有ベクトルを求め，$\hat{S}_z$の固有ベクトルが $\hat{\boldsymbol{S}}^2$の固有ベクトルとなることを示せ．

(2)　$z$ 方向の磁場 $B_z$中のスピンのハミルトニアンは，$g$因子を用いて $\hat{H} = -g\hat{S}_z B_z$で与えられる．スピンの状態は 2 成分の列ベクトルで表わされ，状態の時間変化はシュレーディンガー方程式

$$i\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix} = \hat{H}\begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix}$$

を解くことで求められる．時刻 $t=0$ でスピン状態が$\hat{S}_x$の固有ベクトルの一つ

$$\begin{pmatrix} v_1(0) \\ v_2(0) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

で表わされている．時刻 $t=\tau$ におけるスピンの状態と $\hat{S}_x$の期待値を求めよ．

# [3] 物性工学

1. $\mathbf{a}_1 = a(1, 0, 0), \mathbf{a}_2 = a(0, 1, 0), \mathbf{a}_3 = a(0, 0, 1)$, （ただし，$a > 0$）を単位格子ベクトルとする面心立方格子に関し，以下の問に答えよ．

(1) 単位格子内に含まれる正味の原子数を求めよ．

(2) 原子を半径 $r$ の剛体球で近似し，最近接原子同士は接していると仮定する．このとき，結晶内における原子の空間占有率を求めよ．

(3) 面心立方格子の基本並進ベクトルを $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ を用いて表せ．

(4) $h, k, l$ を整数とし，$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ 軸とそれぞれ $|\mathbf{a}_1|/h, |\mathbf{a}_2|/k, |\mathbf{a}_3|/l$ の点で横切る平面を$(hkl)$面と定義する．$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_j = 2\pi\delta_{ij}$ $(i, j = 1, 2, 3)$を満たすベクトル $\mathbf{b}_j$ を用い，$\mathbf{G} = h\mathbf{b}_1 + k\mathbf{b}_2 + l\mathbf{b}_3$ で表される逆格子ベクトル $\mathbf{G}$ の方向は，$(hkl)$面に垂直となる．ここで，$\delta_{ij}$ はクロネッカーのデルタ記号である．このとき，$(hkl)$面の面間隔（原点から$(hkl)$面におろした垂線の長さ）$d$ は

$$d = \frac{2\pi}{|\mathbf{G}|} \qquad ①$$

で与えられることを示せ．

(5) 結晶内に入射した X 線が$(hkl)$面で回折される条件は，入射 X 線と散乱 X 線の波数ベクトルをそれぞれ $\mathbf{k}, \mathbf{k}'$ としたとき，

$$\mathbf{k}' - \mathbf{k} = \mathbf{G} \qquad ②$$

で表される．この関係式を用い，図 1 のように，$(hkl)$面から角度$\theta$で入射した X 線の回折条件は，

$$2d\sin\theta = \lambda \qquad ③$$

となることを示せ．ここで，$d$ は$(hkl)$面の面間隔，$\lambda$ は散乱前後の X 線の波長である．

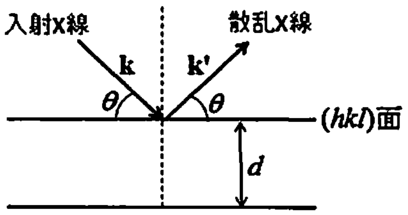

図 1

2. 自由電子気体に関する以下の問に答えよ．

(1) 電子のエネルギー$E$ と波数 $k$ の間には，

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \qquad ④$$

の関係が成り立つことを自由電子に対するシュレーディンガー方程式から導け．ここで，$\hbar$は Planck 定数 $h$ を用いて$\hbar = h/2\pi$ で定義される量，$m$ は電子の質量である．

(2) 一辺が $L$ の立方体に囲まれた領域における電子の総数を $N$ とする．周期が $L$ の周期的境界条件のもとで電子の取り得る状態を考えると，波数空間の体積要素$(2\pi/L)^3$ 当たり 2 個の状態が存在する．このとき，波数空間内において半径がそれぞれ $k$ と $k + dk$ の球面に囲まれた微小球殻に含まれる状態数 $dN$ は

$$dN = L^3 \frac{k^2}{\pi^2} dk \qquad ⑤$$

となることを示せ．

(3) 単位体積，単位エネルギー当たりの状態数を状態密度という．状態密度を $E$ の関数として示せ．解答に必要な物理量があれば，適宜定義すること．

3. 金属，半導体，絶縁体の電子状態の違いを，エネルギーバンド構造とフェルミ準位の関係をもとに 100～200 字で説明せよ．図を用いてもよい．

# [4] 情報通信ネットワーク

1. UDP（User Datagram Protocol）について，インターネットで使用されるプロトコル階層のうち，どの層に属するか名称を述べよ．また，下記の３つの用語を用いて 100 文字程度で説明せよ．

   （用語）コネクション，TCP，ポート番号

2. ASCII 7 ビットコードで表された 5 文字のデータ転送を考える．誤り検出・訂正手法に，水平／垂直パリティを用いる．次の問いに答えよ．

   (1) 受信側で，１ビットの誤りを含む，下記２値データ系列１を取得したとき，誤りを訂正せよ．ただし，下線付きのデータが，転送時の最終データとする．

   データ系列１（１ビットの誤りを含む）

   10011001　11100000　10101111　00011110　01110010　1011111$\underline{0}$

   (2) 受信側で，２ビットの誤りを含む下記２値データ系列２を取得したとき，誤り位置を論じよ．ただし，下線付きのデータが，転送時の最終データとする．

   データ系列２（２ビットの誤りを含む）

   11111001　11100000　11101101　01001110　01110011　1000101$\underline{1}$

3. 下記の関数 $P(t)$ で表現されるシンボルを伝送することを考える．次の問いに答えよ．ここで，$f_0$ と $t_0$ は定数，$i=\sqrt{-1}$ である．

$$P(t)=\begin{cases}\cos(2\pi f_0 t) & , |t|\le t_0 \\ 0 & , |t|>t_0\end{cases} \quad (f_0\ge 0, t_0>0)$$

   (1) 関数 $P_0(t)=\cos(2\pi f_0 t)$ を，公式 $e^{ix}=\cos x+i\sin x$ を用いて指数関数で表せ．

   (2) 関数 $P(t)$ のフーリエ変換を求めよ．ただし，$f$ を周波数とするとき，時間 $t$ の関数 $g(t)$ のフーリエ変換は

$$F[g(t)]=\int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-i2\pi f t}dt$$

   で与えられるものとする．

   (3) $f_0=0$ のとき，および $f_0>0$ のとき，それぞれの $P(t)$ の形状とそれをシンボルとして伝送したときの周波数スペクトルの形状の違いについて説明せよ．

   (4) $f=f_0-\dfrac{n}{2t_0}$ のとき，関数 $P(t)$ の周波数スペクトルが０となる条件を求めよ．ただし，$f_0>0, n$ は整数とする．

# [5] 光エレクトロニクス

1. 図1に示すように，屈折率 $n_1$, $n_2$ ($n_1 \neq n_2$) の２つの透明媒質１，２が界面Ａで接し，平面波の光が界面Ａに角度 $\theta_1$ で入射した場合を考える．ただし，平面波は電場ベクトルが入射面に平行なＰ偏光とする．

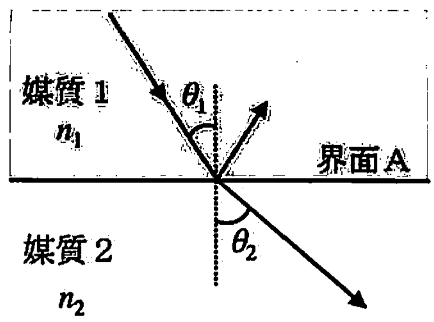


図１

(1) 媒質２に角度 $\theta_2$ で屈折光が生じるとき，入射角 $\theta_1$ と屈折角 $\theta_2$ の関係を示せ．

(2) 界面Ａで全反射が起こる条件を求めよ．また、全反射が起こったとき、媒質２における光の分布について説明せよ．

(3) 界面Ａで反射光が生じなくなる条件について説明せよ．ただし，界面Ａにおける振幅反射率 $r$ は，

$$r = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

と与えられる．

(4) 入射角 $\theta_1$ が $0^\circ$ のとき，振幅反射率 $r$ を屈折率 $n_1$, $n_2$ を用いて表せ．

2. 波動光学に関する次の事項について，小問ごとに200〜400字で説明せよ．適宜，図を用いてもよい．

(1) ファブリー・ペロー干渉計の原理と透過特性

(2) 空間的コヒーレンス，時間的コヒーレンス