平成１６年度 京都大学大学院情報学研究科
修士課程 通信情報システム専攻入学資格試験問題

専門基礎A

平成15年8月6日(水) 13:00 – 16:00

注意

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは**「専門基礎A」**の問題用紙で、表紙共に12枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。**4問を選択して解答すること。**答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語で行うこと。

専門基礎A　　　$\boxed{\text{A-1}}$, $\boxed{\text{A-2}}$, $\boxed{\text{A-3}}$, $\boxed{\text{A-4}}$, $\boxed{\text{A-5}}$, $\boxed{\text{A-6}}$, $\boxed{\text{A-7}}$, $\boxed{\text{A-8}}$, $\boxed{\text{A-9}}$ の9問から**4問**を選択して解答せよ。

$\boxed{\text{A-1}}$

以下の全ての問いに答えよ。

(1) 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

に対し以下の (a), (b) に答えよ。

(a) 固有値と固有ベクトルを求めよ。

(b) A^n を求めよ。

(2) x-y 平面において、原点を中心とした角度 θ の回転変換の表現行列は

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

となることを証明せよ。なお正弦・余弦加法定理は証明無しで用いて良い。

(3) $f(x)$ を連続微分可能な関数とした時、$f(x) = 0$ の解をニュートン法を用いた数値計算により求める方法を説明せよ。

(4) 次式を展開点 $x = 0$ のテイラー級数に展開せよ。

$$\log_e \frac{1+x}{1-x}$$

(5) 実数 $s, (s > 0)$ に対して関数 $\Gamma(s)$ を次式のように定義する。以下の問に答えよ。

$$\Gamma(s) = \int_0^\infty e^{-x} x^{s-1} dx$$

(a) 整数 $n, (n \geq 1)$ に対して $\Gamma(n) = (n-1)!$ であることを証明せよ。

(b) $\Gamma(0.5) = \sqrt{\pi}$ であることを用いて次式を計算せよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

A-2

次の3問中2問を選んで答えよ。

(1) $f(t)$ の**フーリエ変換** (Fourier transform) $F(\omega)$ を以下の式で定義するとき，以下の各小問に答えよ。

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-\mathrm{i}\omega \mathrm{t}) \mathrm{dt}$$

(a) $g(t)$ のフーリエ変換 $G(\omega)$ とするとき，下式を証明せよ。ただし * は**複素共役** (complex conjugate) を表す。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) g^*(t) \mathrm{dt} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) G^*(\omega) \mathrm{d}\omega$$

(b) 下式の**逆** (inverse) フーリエ変換を求めよ。

$$F(\omega) = \begin{cases} \pi & (|\omega| \leq 1) \\ 0 & (|\omega| > 1) \end{cases}$$

(c) 上記の結果を応用して，下式の値を求めよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2} \mathrm{d}t$$

(2) 次の**定積分** (finite integral) を**複素関数** (complex function) の**留数** (residue) 定理を応用して解きたい。以下の各小問に答えよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} \mathrm{d}x$$

(a) この解を得るための積分路を示し，大きな半径 R に対する経路 C_2 に関する積分は 0 になることを示せ。

(b) 前問の結果を利用して，この定積分の値を求めよ。

(3) 次の**微分方程式** (differential equation) を，右辺を 0 と置いた**同次方程式** (homogenious equation) の**特解** (particular solution) が x であることを参考にして解け。**定数変化法** (method of variation of parameters) を用いると良い。

$$x^2 \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} - x \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + y = x^2$$

A-3

下記の設問に答えよ。

(1) 図 (a) のように、真空中に半径 $a, b, c (a < b < c)$ の 3 個の同心にした**完全導体** (perfect conductor) の球殻 A, B, C が存在し、AB 間と BC 間の空間にそれぞれ**誘電率** (dielectric constant) $\varepsilon_{\mathrm{AB}}, \varepsilon_{\mathrm{BC}}$ の**誘電体** (dielectrics) が詰まっている状況を考える。

(a) B に**電荷** (electric charge) Q を与えた時の BC 間における**電界** (electric field) $E_{\mathrm{BC}}(r)$ と C の外における電界 $E_{\mathrm{C}}(r)$ を求めよ。ただし、r は球殻の中心からの距離とする。

(b) この時の**静電エネルギー** (electrostatic energy) を求めよ。

(c) 次に A と C を導線で接続した。C から A に移動した電荷を Q_{A} として、B の**電位** (electric potential) を基準とした AB 間の点 r における電位 $V_{\mathrm{AB}}(r)$ と BC 間の点 r における電位 $V_{\mathrm{BC}}(r)$ を求めよ。

(2) 図 (b) のように、$z \leq 0$ の真空の領域から誘電率 ε, **透磁率** (permeability) μ_0 の $z > 0$ の領域に、電界の振幅が E_0 の**平面電磁波** (plane electromagnetic wave) が境界面 $(z = 0)$ に垂直に入射した。

(a) **入射波** (incident wave)、**反射波** (reflected wave)、**透過波** (transmitted wave) それぞれの電界、**磁界** (magnetic field) を示せ。

(b) **反射率** (reflection factor) 及び**透過率** (transmission factor) を求めよ。

(c) 入射波に対して反射波の電界の位相が境界面上で π だけ変化することを示せ。

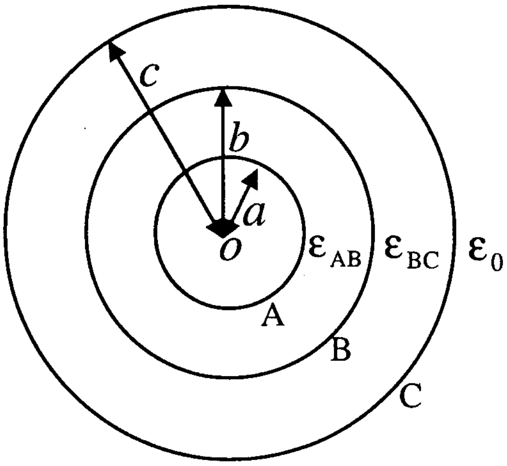

図 (a)

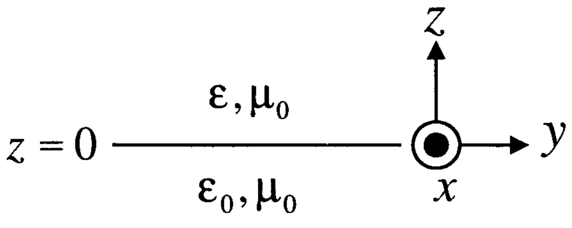

図 (b)

A-5

以下の 4 問に答えよ。

(1) 理想変圧器(ideal transformer) を用いた図 (a) の交流回路(AC circuit) の縦続行列(cascade matrix) を求めよ。ただし縦続行列のパラメータ A, B, C, D の定義(definition) は下記のとおりである。

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

(2) 図 (b) の回路が図 (a) の等価回路(equivalent circuit) であることを示せ。

(3) 図 (c) に示すトランジスタ増幅器(transistor amplifier) の中域周波数(mid-band frequency) における電圧利得 $A_v = V_2/V_1$ と、回路の入力インピーダンス(input impedance) を求めよ。ただしトランジスタの小信号(small-signal) 等価回路は図 (d) に示す通りとする。

(4) 図 (c) に示すトランジスタ増幅器のバイアス回路(biasing circuit) について、コレクタ電流 I_c と電源電圧 V_{CC}, コレクタ・エミッタ間電圧 V_{CE} の関係を求めよ。

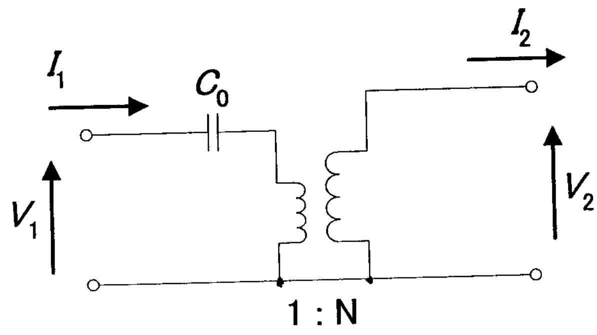

図 (a)

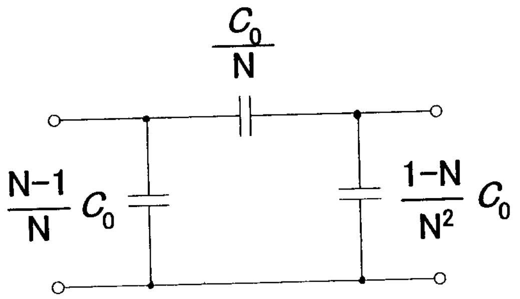

図 (b)

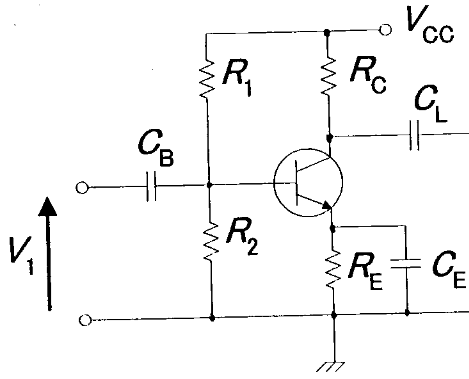

図 (c)

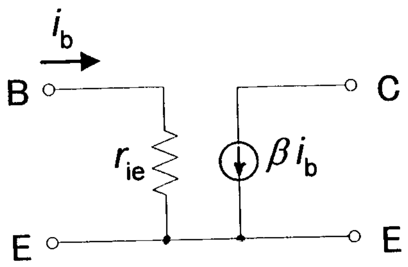

図 (d)

A-6

以下の二つの設問に答えよ.

(1) 以下の問に答えよ.

(a) 図 (a) の無記憶情報源 (memoryless information source) S に対して3元ハフマン符号 (ternary Huffman code) を構成せよ.

(b) 符号語 (codeword) の長さが 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4 である2元瞬時符号 (binary instantaneous code) が存在するかどうかを理由とともに示せ.

(c) 図 (b) の通信路行列 (channel matrix) で表されるビット誤り率 p の記憶のない2元対称通信路 (binary symmetric channel) について, 以下の問に答えよ. 答の導出過程も簡潔に記すこと. 必要であれば, 各入力シンボルの生起確率を表す記号を定義して用いよ. なお, 入力アルファベットを $A=\{0,1\}$, 出力アルファベットを $B=\{0,1\}$ とする.

(i) 条件付エントロピー (conditional entropy) $H(B|A)$ を求めよ.

(ii) エントロピー $H(B)$ を求めよ.

(iii) 相互情報量 (mutual information) $I(A;B)$ を求めよ.

シンボル	a	b	c	d	e	f
生起確率	0.4	0.2	0.15	0.1	0.08	0.07

図 (a) 無記憶情報源 S

$$\begin{pmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{pmatrix}$$

図 (b) 2元対称通信路

(2) 以下のパリティ検査行列 (parity check matrix) で与えられる2元ハミング符号 (binary Hamming code) を考える.

$$\begin{pmatrix}
1&1&1&1&0&1&0&1&1&0&0&1&0&0&0\\
0&1&1&1&1&0&1&0&1&1&0&0&1&0&0\\
0&0&1&1&1&1&0&1&0&1&1&0&0&1&0\\
1&1&1&0&1&0&1&1&0&0&1&0&0&0&1
\end{pmatrix}$$

以下の問に答えよ.

(a) パリティ検査ビット数 m, 情報ビット数 k はそれぞれいくらか.

(b) 受信符号語が (101010101010101) であった. 誤りの有無を判定し, 訂正可能な誤り (correctable error) が発生していれば, それを訂正し, 正しい符号語を示せ.

(c) ビット誤り率 p の記憶のない2元対称通信路を介して伝送する. 訂正可能な誤りはすべて訂正するとき, 任意の符号語が正しく復号される確率を求めよ.

次頁に続く

A-6続き

(d) 上記の問 (c) において，誤りの訂正を行わずに検出にとどめた場合，検出不可能 (undetectable) となる最小重み (minimum weight) の誤りパターン (error pattern) を一つ示せ．ただし，その導出過程も示すこと．

(e) パリティ検査行列に要素がすべて1の行ベクトルを一行付け加える．この時，上記の問 (d) 同様，誤りの訂正を行わずに検出にとどめた場合，検出不可能となる最小重みの誤りパターンを一つ示せ．ただし，その導出過程も示すこと．

$\boxed{\text{A-7}}$

設問 1 次の正則表現 (regular expression) は何を意味するのか, 簡単に説明せよ. ただし, α は文字を示すメタシンボル (meta symbol) であり, $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$ は正則表現を示すメタシンボルである.

(1) α (2) $\mathcal{P}\ \mathcal{Q}$ (3) $(\mathcal{P} \mid \mathcal{Q})$ (4) $\mathcal{P}^*$

設問 2 設問 1 の (1) ~ (4) の正則表現と等価な非決定性有限オートマトン (non-deterministic automaton) をそれぞれ示せ.

設問 3 正則表現 $\mathsf{a(b|c|d)^*a^*b}$ と等価な非決定性有限オートマトンを構築せよ. ただし, 簡略化 (reduction) の過程も記述すること.

設問 4 文字列の表現法として, 次の 3 つの方法を図を用いて説明するとともに, 演算の実現法や文字列データの管理法の観点から各々の方法の長所短所について述べよ.

【方法 1】 NULL で終る一次元文字配列 (array) を指すポインタで表現.

【方法 2】 ヒープ (heap) に格納された文字列本体 (body) を指すヘッダで表現.

【方法 3】 Suffix array で表現.

設問 5 文字列照合アルゴリズム (string pattern matching algorithm) の一つである Boyer-Moore 法 (BM 法) について, 次の問いに答えよ.

(1) BM 法が用いる 2 種類のシフト (shift) 表について, 例を用いて説明をせよ.

(2) BM 法が 素朴な (naive) 文字列照合アルゴリズムや Knuth-Morris-Pratt 法 (KMP 法) と異なる点について述べよ.

(3) パターンが文字列に含まれない時に, BM 法が最も効率よく終了する場合を説明するとともに, その時間計算量 (time complexity) を示せ.

A-8

データベースにおける結合処理について次の問に答えよ。

1）２つの関係ＲおよびＳの結合を SQL で表現するときに、単に１つの Select-From-Where 文で表す場合と、２つの文のネスト構造になる形で表す場合とがある。それぞれの表現を示せ。

2）同じ関係を何度も結合する必要が生じる場合の例を示せ（自己結合）。

3）ある関係を２つの関係に射影して結合すると元の関係が復元出来ないこともある。復元できるための十分条件を示せ。

4）２つの関係ＲおよびＳを結合（自然結合）するとする。両方の関係が結合属性で索引を持つ場合、片方のみが持つ場合、両方とも持たない場合について、効率のよい結合処理の方法についてのべよ。

A-9

以下の問いに答えよ.

(1) AND-OR グラフとその解グラフを説明せよ.
(2) 完全情報二人ゲーム（碁や将棋など）の探索空間を AND-OR グラフを用いて表現せよ. その場合の解グラフとは何を意味するか述べよ.
(3) 完全情報二人ゲームの AND-OR グラフは一般に膨大で, 実際には解グラフを計算することができない場合が多い. その場合に用いられるミニマックス手続きを説明せよ.
(4) ミニマックス手続きの計算過程で, しばしば行われるアルファベータ枝刈りを説明せよ.