

システム情報学専攻
修士課程入学試験問題
Master Course Entrance Examination Problem Booklet
Information Physics and Computing
専門試験/Specialized Subjects

2021 年 8 月 23 日 / August 23, 2021

第 1 問から第 5 問のうち， 2 問を選択して解答せよ.
Answer two out of Problems 1-5.

試験時間 / Examination Time: 10:00～12:00

(うち解答時間 50 分 / including 50 minutes for answering time)

注 意 事 項 / Instructions

- (1) 試験問題の内容に関する質問に対しては，原則として答えない。
No questions relating to the contents of the problems are acceptable in principle.
- (2) 問題は第 1 問から第 5 問まであり，日本文は 2 頁から 8 頁，英文は 9 頁から 15 頁である．5 問のうち 2 問を日本語ないし英語で解答すること。
Five problems appear on pages 2 - 8 in Japanese and pages 9 - 15 in English in this PDF file.
Answer two out of the five problems in Japanese or English.
- (3) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする。
Any answer sheet with marks or symbols unrelated to the answer will be invalid.
- (4) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は，適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい。
In the case that a problem can be interpreted in several ways, you may answer the problem adding suitable definitions or conditions.
- (5) 他に指示がない限り，問題解答用紙には最終解答のみでなく，計算や導出の過程を記述すること．論拠の不十分な解答は減点する。
Your answers must include calculations and derivation processes, not just the final conclusion, unless otherwise indicated. Lack of justification will result in score deduction.
- (6) 問題の撮影および他人との共有（インターネットへのアップロードを含む）は一切禁止する．発覚した場合受験自体を無効とする。
Taking pictures of the problems or sharing them with others (including uploading to the Internet) are prohibited without exception. Such acts will invalidate your examination results if found.
- (7) 選択した問題を「第 1 問」のように各解答用紙の最上部に明記すること。
Indicate your selected problem as, for example, “Problem 1” at the top of each page of the answer sheets.

第1問

因果的な IIR フィルタ F が以下の伝達関数で記述されている。

$$G(z) = \frac{(1 - 0.4z^{-1})(1 + 0.9z^{-1})}{(1 + 0.3\sqrt{2}(1 + j)z^{-1})(1 + 0.3\sqrt{2}(1 - j)z^{-1})}$$

以下の問いに答えよ。

- (1) (a) $G(z)$ の極を \times , 零点を \circ として複素平面上に図示し, F が BIBO 安定であるかどうか判定せよ。ここで BIBO 安定とは, 有界な入力信号に対して有界な出力信号が得られることを指す。
- (b) n を離散時刻として, 入力信号を $x[n]$, 出力信号を $y[n]$ としたとき, F の入出力関係を差分方程式として表せ。
- (2) ある実入出力システムのインパルス応答 $h[n]$ の自己相関関数 $r[n]$ を以下のよう
に定義する。

$$r[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m]h[n+m]$$

- (a) $h[n]$ と $r[n]$ の z 変換 $H(z)$, $R(z)$ が, 以下の関係を満たすことを示せ。

$$R(z) = H(z)H\left(\frac{1}{z}\right)$$

- (b) F の自己相関関数の z 変換を求めよ。
- (3) F と同じ自己相関関数を持ち, 因果的かつ BIBO 安定であるような 2 次の IIR システムの伝達関数を, $\pm G(z)$ 以外に一つ挙げよ。また, そのシステムと F との関係について論じよ。

第2問

演算増幅器を使用した回路に関する以下の問いに答えよ．ただし，本問における演算増幅器はすべて理想特性をもつものとする．

- (1) 図1に示す回路において， V_i から V_o への伝達関数を求めよ．

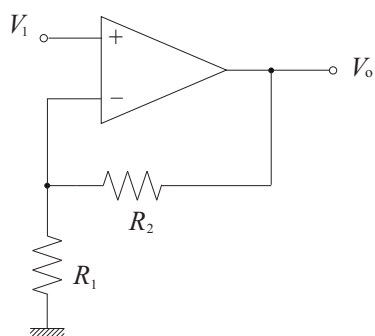


図1

- (2) 図2は，内部抵抗 r をもつ電源 V_s を負荷抵抗 R_L に接続した回路である．図1で， $R_1 = \infty$, $R_2 = 0$ とした回路素子を F とする．また，図2で示す回路の節点 X, Y の間に回路素子 F を挿入した回路を図3とする．図2，図3それぞれの節点 Y における電位を求め，回路素子 F を挿入することにより得られる効果を説明せよ．

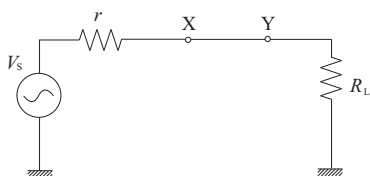


図2

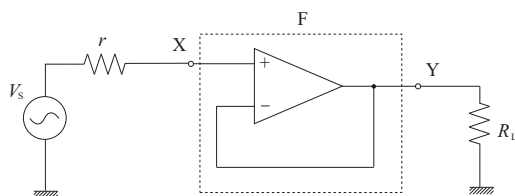


図3

(次のページに続く)

- (3) 図4のように， RC 直列回路および RC 並列回路を，図1の回路の出力端子に直列に接続した．ただし，節点 X_1 の電位を V_1 ，節点 X_2 の電位を V_2 と表す．
- (a) V_o から V_2 への伝達関数を求めよ．
- (b) 図4において，節点 X_1 と節点 X_2 を接続した回路を考える．この回路が正弦波発振回路として動作するための R_1, R_2 の条件を求めよ．またその正弦波の角周波数 ω_0 を R, C を用いて表せ．
- (c) 問い(3)-(b)で求めた条件を満たす R_1, R_2 に対し， R_2 が $R_2 + \epsilon$ に変化したとする（ただし， $|\epsilon| \ll R_2$ である）．このとき，問い(3)-(b)の正弦波の振幅はどのように変化するか． ϵ が正，負の両方の場合について説明せよ．

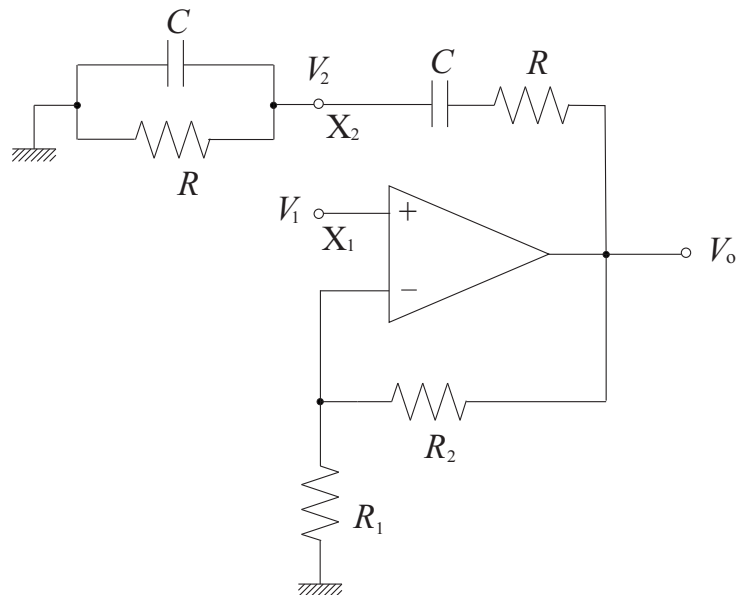


図4

第3問

図 A のブロック線図で表されるフィードバック制御系を考える。以下の問いに答えよ。ただし以下で閉ループ系が安定であるとは、 r から y までの入出力システムが有界入力有界出力安定であることを意味する。

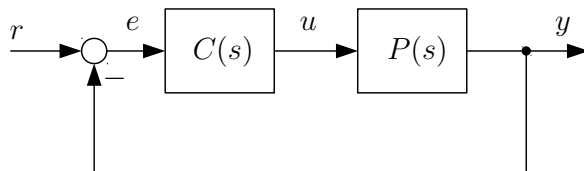


図 A

- (1) (a) $C(s) = 1$ とし、 $P(s)$ が次の (i)–(ii) の場合を考える。

$$(i) P(s) = \frac{s^2 + s + 5}{s^3 + s^2 + s} \quad (ii) P(s) = \frac{s^3 + s^2 + 3s - 1}{s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 2}$$

(i)–(ii) の場合について閉ループ系が安定か否かをラウスの安定判別法を用いて示したい。(i)–(ii) の場合の次のラウス表の空欄 (A)–(F) および (G)–(S) に入る数字をそれぞれ示し、安定か否かを答えよ。またラウス表が適切でない場合は正しいラウス表を示した上で、安定か否かを答えよ。

(i) のラウス表

1	(A)
2	(B)
(C)	(D)
(E)	(F)

(ii) のラウス表

1	(G)	(H)
2	(I)	(J)
(K)	(L)	(M)
(N)	(O)	(P)
(Q)	(R)	(S)

- (b) $C(s) = 1$ とし、 $P(s)$ が次の (iii)–(iv) の場合を考える。

$$(iii) P(s) = \frac{2s + 3}{s^2 + 3s + 2} \quad (iv) P(s) = \frac{-s + 2}{s^2 + 2s}$$

(iii)–(iv) の場合に、時刻 $t = 0$ で $r(t)$ に単位ステップ信号を入力するときの $y(t)$ の応答の概形を表す図として、次の図 1–図 9 の中から最も適切なものをそれぞれ選べ。理由を説明する必要はない。該当する図がない場合は「なし」と答え、正しい図を示せ。

(次のページに続く)

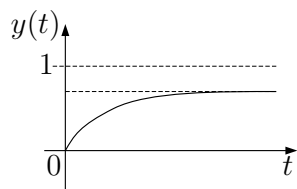


図 1

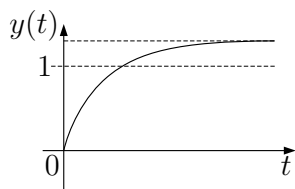


図 2

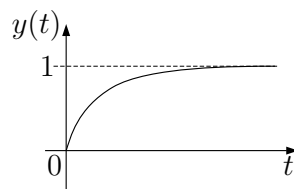


図 3

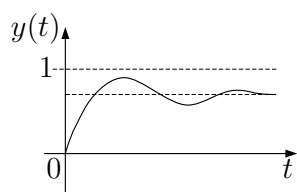


図 4

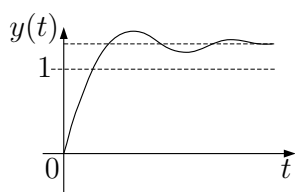


図 5

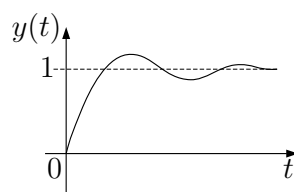


図 6

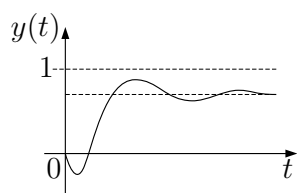


図 7

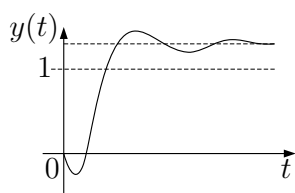


図 8

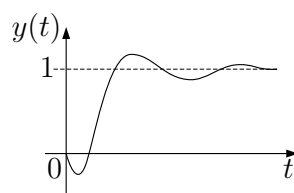


図 9

(2) $P(s) = \frac{1}{1 + \varepsilon s}$, $\varepsilon \geq 0$ で, $C(s)$ が次の (v)–(vi) の場合を考える.

$$(v) C(s) = 1 \quad (vi) C(s) = \frac{1}{1 + s}$$

- (a) (v)–(vi) の場合において, 閉ループ系の安定性が満たされる ε についての条件をそれぞれ示せ.
- (b) r から y の伝達関数を $T(s)$ と表す. (v)–(vi) の場合における $T(s)$ をそれぞれ求めよ.
- (c) (v)–(vi) の場合において, $\varepsilon = 0$ と $\varepsilon > 0$ での $|T(j\infty)|$ の値をそれぞれ求めよ.
- (d) 問い(2)–(c) の結果を踏まえ, 制御工学的見地から (v) と (vi) の場合の相違点を説明せよ.

第4問

論理関数に関する以下の問いに答えよ.

- (1) $f(x, y, z) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$ を最も簡単な積和形式で表現せよ.
- (2) 排他的論理和 \oplus は $x \oplus y = \bar{x} \cdot y \vee x \cdot \bar{y}$ で定義される. \bar{x} および $x \vee y$ を, x, y , 排他的論理和, 論理積, 定数 (0 または 1) のみを用いて表せ.
- (3) 任意の 3 変数論理関数 $F(x, y, z)$ は, 排他的論理和と論理積のみで以下の形式で表現できる. ただし a_i は定数 (0 または 1) である.

$$F(x, y, z) = a_0 \oplus a_1 \cdot x \oplus a_2 \cdot y \oplus a_3 \cdot z \\ \oplus a_4 \cdot x \cdot y \oplus a_5 \cdot y \cdot z \oplus a_6 \cdot z \cdot x \oplus a_7 \cdot x \cdot y \cdot z$$

問い(1)の $f(x, y, z) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$ をこの形式で表せ.

- (4) 3 変数論理関数 $F(x, y, z)$ を回路として実現する. このとき, 図1のように入力 x が 1 に固定される故障を, 出力のみを観察することで検出したい. そのためには, 故障の有無で出力が異なるような 3 入力 (x, y, z) を与えればよい.
- (a) $F(x, y, z)$ が問い(1)の $f(x, y, z) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$ であるとき, この故障を検出できる 3 入力 (x, y, z) の組合せをすべて答えよ.
- (b) x に 0 を入力すればどのような y, z を与えてもこの故障を検出できるような 3 変数論理関数は何個あるかを答えよ.

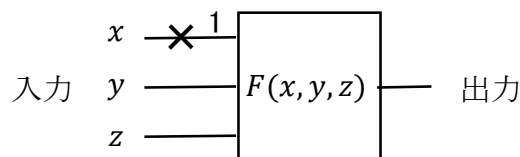


図1

第 5 問

図 1 に示すように、時刻 $t=0$ において静止している輪軸（慣性モーメント I 、輪の半径 R 、軸の半径 $r (< R)$ 、質量 m ）の軸に糸を巻き付けて水平との角度 α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) 方向に張力 T で引っ張る．時刻 t での軸まわりの回転角度を $\theta(t)$ 、時計回りを正とし、回転は xy 平面上で起こるものとする．軸と糸の間および底面と輪軸の間に滑りがないとする．重力加速度を g として、以下の問いに答えよ．

- (1) 輪軸の回転軸まわりの運動方程式を求めよ．ただし、図 1 に示すように摩擦力は F とする．
- (2) 摩擦力 F を I, R, r, m, α および T を用いて表せ．
- (3) 輪軸と底面との間の静止摩擦係数 μ の満たすべき条件を I, R, r, m, α, T および g を用いて表せ．
- (4) $R=2r$ のとき、輪軸が x 軸の正の方向に動くための角度 α の条件を求めよ．

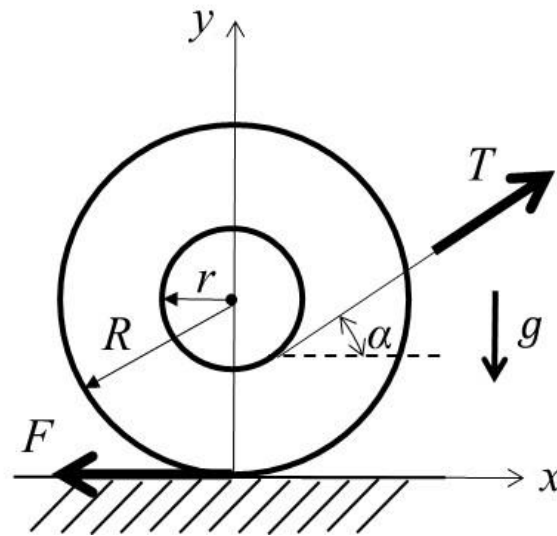


図 1

Problem 1

A causal IIR filter F is described by the following transfer function:

$$G(z) = \frac{(1 - 0.4z^{-1})(1 + 0.9z^{-1})}{(1 + 0.3\sqrt{2}(1 + j)z^{-1})(1 + 0.3\sqrt{2}(1 - j)z^{-1})}$$

Answer the following questions.

- (1) (a) Draw poles and zeros of $G(z)$ in the complex plane. Indicate poles with \times and zeros with \circ . Then, evaluate whether F is BIBO stable or not. Note that a system is considered BIBO stable when the system yields a bounded output signal for any bounded input signal.
- (b) Find the difference equation of F which represents its input-output relation given an input signal $x[n]$ and an output signal $y[n]$ with the discrete time n .
- (2) The autocorrelation function $r[n]$ of $h[n]$, where $h[n]$ is the impulse response of a real input and output system, is defined as

$$r[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m]h[n+m].$$

- (a) Prove that the z -transform of $h[n]$ and $r[n]$, $H(z)$ and $R(z)$, are related as

$$R(z) = H(z)H\left(\frac{1}{z}\right).$$

- (b) Derive the z -transform of the autocorrelation function of F.
- (3) Give a transfer function of a second-order IIR system whose autocorrelation function is identical to that of F. The transfer function must be of a system which is causal and BIBO stable, and it must not be $\pm G(z)$. Discuss the relationship between this system and F.

Problem 2

Answer the following questions about operational amplifiers. Suppose that all the operational amplifiers are ideal.

- (1) Obtain the transfer function from V_1 to V_o in the circuit shown in Fig. 1.

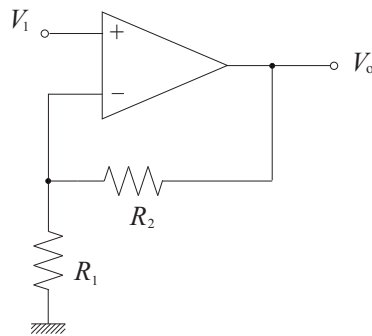


Fig. 1

- (2) Figure 2 shows a circuit in which a source V_s with an internal resistance r is connected to a load R_L . Let F denote the circuit element shown in Fig. 1 with $R_1 = \infty$ and $R_2 = 0$. We insert F into the circuit in Fig. 2 between the nodes X and Y to obtain the circuit in Fig. 3. Find the voltage at the node Y in both Figs. 2 and 3, and explain the effects obtained by inserting the circuit element F .

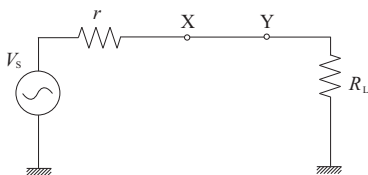


Fig. 2

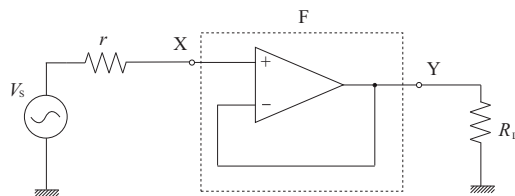


Fig. 3

(Continued on Next Page)

- (3) As shown in Fig. 4, an RC series circuit and an RC parallel circuit are connected in series to the output node of the circuit in Fig. 1. Denote the voltages at the nodes X_1 and X_2 by V_1 and V_2 , respectively.
- (a) Obtain the transfer function from V_o to V_2 .
- (b) In Fig. 4, consider the circuit where the nodes X_1 and X_2 are connected. Find the condition between R_1 and R_2 such that the circuit operates as a sine wave generator. Also, express the angular frequency ω_0 of the sine wave in terms of R and C .
- (c) For R_1 and R_2 that satisfy the condition obtained in Question (3)-(b), suppose that R_2 changes to $R_2 + \epsilon$, where $|\epsilon| \ll R_2$. Explain how the amplitude of the sine wave in Question (3)-(b) changes for both when ϵ is positive and negative.

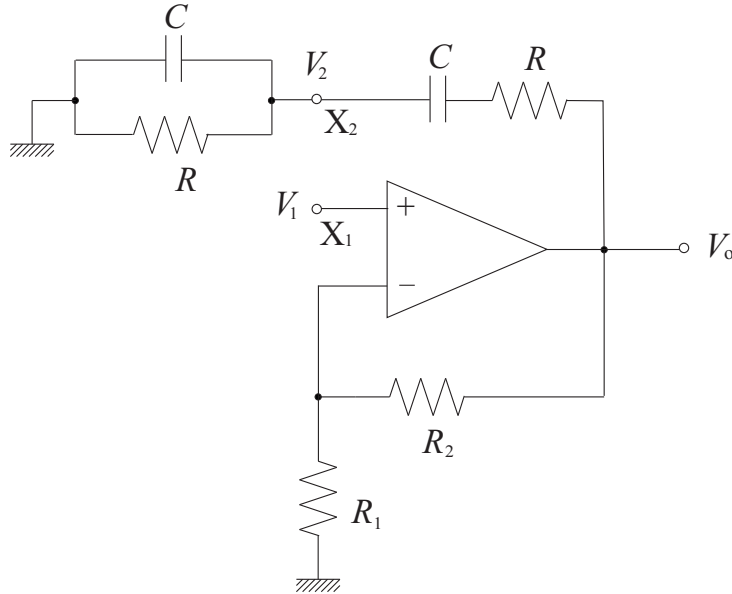


Fig. 4

Problem 3

Consider the feedback control system shown in Fig. A. Answer the following questions. Note that the closed loop system is said to be stable below if the input-output system from r to y is bounded-input bounded-output stable.

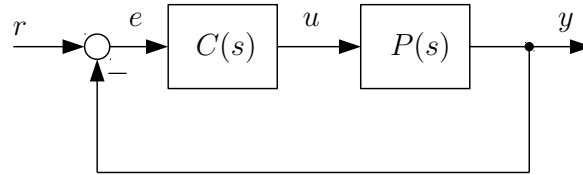


Fig. A

- (1) (a) Suppose that $C(s) = 1$ and $P(s)$ is one of the following cases (i)–(ii):

$$(i) P(s) = \frac{s^2 + s + 5}{s^3 + s^2 + s} \quad (ii) P(s) = \frac{s^3 + s^2 + 3s - 1}{s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 2}$$

For each case, show whether the closed loop system is stable or not by completing the corresponding Routh table shown below (fill in the blanks (A)–(F) and (G)–(S) and show the numbers). If a Routh table shown below is not appropriate, show the correct Routh table and then answer whether the closed loop system is stable or not.

Routh table for case (i)

1	(A)
2	(B)
(C)	(D)
(E)	(F)

Routh table for case (ii)

1	(G)	(H)
2	(I)	(J)
(K)	(L)	(M)
(N)	(O)	(P)
(Q)	(R)	(S)

- (b) Suppose that $C(s) = 1$ and $P(s)$ is one of the following cases (iii)–(iv):

$$(iii) P(s) = \frac{2s + 3}{s^2 + 3s + 2} \quad (iv) P(s) = \frac{-s + 2}{s^2 + 2s}$$

Select the most appropriate figure from Figs. 1–9 as the outline of the time response $y(t)$ when a unit step signal $r(t)$ is input from time $t = 0$ in each case. It is not necessary to explain the reasons. If there is no appropriate figure among these, answer “none” and draw the correct figure.

(Continued on Next Page)

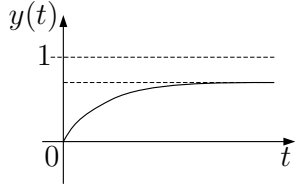


Fig. 1

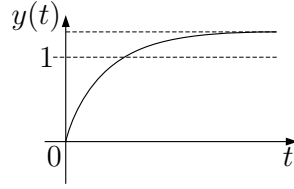


Fig. 2

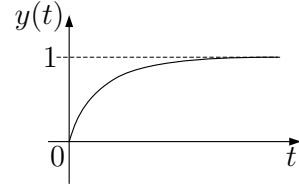


Fig. 3

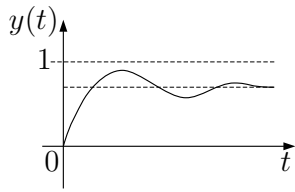


Fig. 4

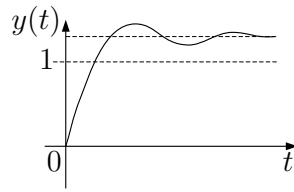


Fig. 5

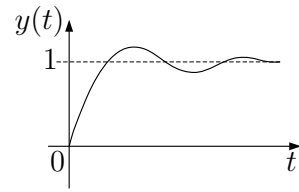


Fig. 6

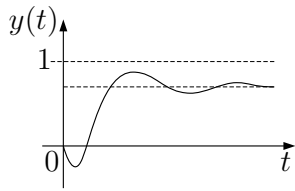


Fig. 7

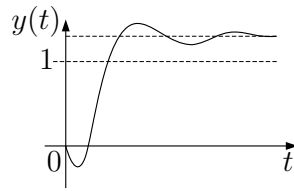


Fig. 8

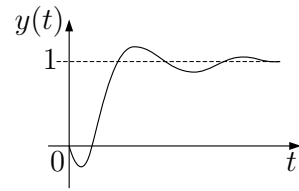


Fig. 9

- (2) Suppose that $P(s) = \frac{1}{1 + \varepsilon s}$, $\varepsilon \geq 0$, and $C(s)$ is one of the following cases (v)–(vi):

$$(v) C(s) = 1 \quad (vi) C(s) = \frac{1}{1 + s}$$

- For each case, show the condition on ε for the stability of the closed loop system.
- Let us represent the transfer function from r to y as $T(s)$. For each case, show $T(s)$.
- Show the values of $|T(j\infty)|$ in cases $\varepsilon = 0$ and $\varepsilon > 0$, in both cases (v) and (vi).
- Using the results from Question (2)-(c), explain the difference between the two cases (v) and (vi) from the viewpoint of control engineering.

Problem 4

Answer the following questions on logic functions.

- (1) Express $f(x, y, z) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$ in the simplest sum-of-product form.
- (2) The operation of exclusive OR \oplus is defined as $x \oplus y = \bar{x} \cdot y \vee x \cdot \bar{y}$. Express \bar{x} and $x \vee y$ by using only x , y , exclusive OR, logic AND, and constant (0 or 1).
- (3) Any 3-input logic function $F(x, y, z)$ can be expressed in the following form using only exclusive OR and logic AND. Here, a_i represents a constant (0 or 1).

$$F(x, y, z) = a_0 \oplus a_1 \cdot x \oplus a_2 \cdot y \oplus a_3 \cdot z \\ \oplus a_4 \cdot x \cdot y \oplus a_5 \cdot y \cdot z \oplus a_6 \cdot z \cdot x \oplus a_7 \cdot x \cdot y \cdot z$$

Express $f(x, y, z) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$ of Question (1) in this form.

- (4) A 3-input logic function $F(x, y, z)$ is implemented as a circuit. Under the constraint that only the output can be observed, we would like to detect a fault in which the input x is fixed to 1 as shown in Fig. 1. In order to detect such a fault, we need to give appropriate values to the 3 inputs (x, y, z) for which the output value changes depending on the presence or the absence of the fault.
 - (a) Suppose that $F(x, y, z)$ is $f(x, y, z) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$ of Question (1). Derive all the combinations of 3 input values (x, y, z) which can detect this fault.
 - (b) Answer how many 3-input functions exist for which any values of y and z can detect this fault if 0 is given to x .

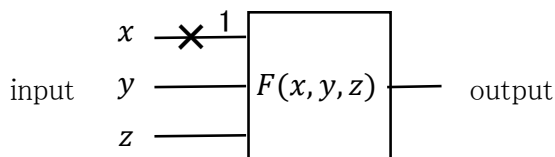


Fig. 1

Problem 5

As shown in Fig.1, a wheel and axle (moment of inertia I , radius of wheel R , radius of axle r ($< R$), mass m) rests at time $t=0$ on a surface, and is set into motion by pulling a rope wrapped around the axle at an angle α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) with respect to the horizontal plane with a constant force T . The rotation angle around the axis at time t is $\theta(t)$, and $\theta(t)$ is positive for clockwise rotation. The rotation occurs on the xy plane. There is no slip between the axle and the rope, and between the surface and the wheel. Denote the absolute value of the gravitational acceleration by g . Answer the following questions.

- (1) Derive the equation of motion around the axis of rotation of the wheel and axle. Here, the frictional force is F as shown in Fig. 1.
- (2) Describe the frictional force F using I , R , r , m , α , and T .
- (3) Derive the condition of the static friction coefficient between the surface and the wheel μ using I , R , r , m , α , T , and g .
- (4) When $R = 2r$, find the condition on the angle α for the wheel and axle to move toward the positive direction of the x -axis.

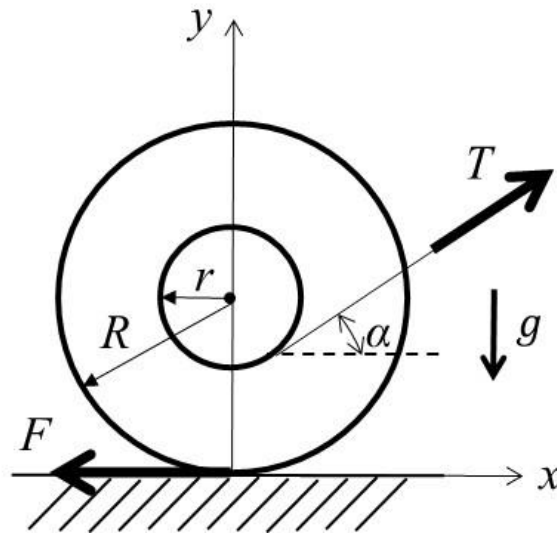


Fig.1