

問題 1 1 電気回路・電子回路 設問すべてについて解答すること。

I 図1の回路について、次の(1)～(4)の問いについて答えよ。なお、導出過程も示すこと。  
抵抗  $R_x$ 、リアクタンス  $X_L$  の直列接続からなる破線部で囲まれた誘導性負荷と、スイッチ  $S$  を介して接続される力率改善用の容量性リアクタンス  $X_C$  とで構成される回路に、抵抗  $R$  を介して交流電源電圧  $\dot{E}$  を印加する。

- (1) スイッチ  $S$  を開いた状態で、電圧計  $V$ 、電流計  $A$  の各指示値はそれぞれ、 $100[V]$ 、 $5[A]$  であった。一方、電力計  $P$  の指示値、すなわち誘導性負荷での消費電力は  $300[W]$  であった。誘導性負荷の力率、抵抗  $R_x$ 、誘導性リアクタンス  $X_L$  の値を求めよ。なお、電圧計、電流計、電力計の内部インピーダンスは、回路の状態に一切影響を与えないものとする。
- (2) 交流電源電圧  $|\dot{E}|$  の値を求めよ。
- (3) スイッチ  $S$  を閉じた後、十分に時間が経過した状態を考える。端子  $1-1'$  より右側を見た回路全体の力率が1となった。容量性リアクタンス  $X_C$  の値を求めよ。
- (4) スイッチ  $S$  を開いた状態での抵抗  $R$  で消費される電力に対し、スイッチ  $S$  を閉じた状態(十分な時間経過後)での抵抗  $R$  で消費される電力は、52%に減少した。

$$\frac{\text{スイッチ}S\text{を閉じた状態での抵抗}R\text{での消費電力}}{\text{スイッチ}S\text{を開いた状態での抵抗}R\text{での消費電力}} \times 100 = 52[\%]$$

抵抗  $R$  の値を求めよ。

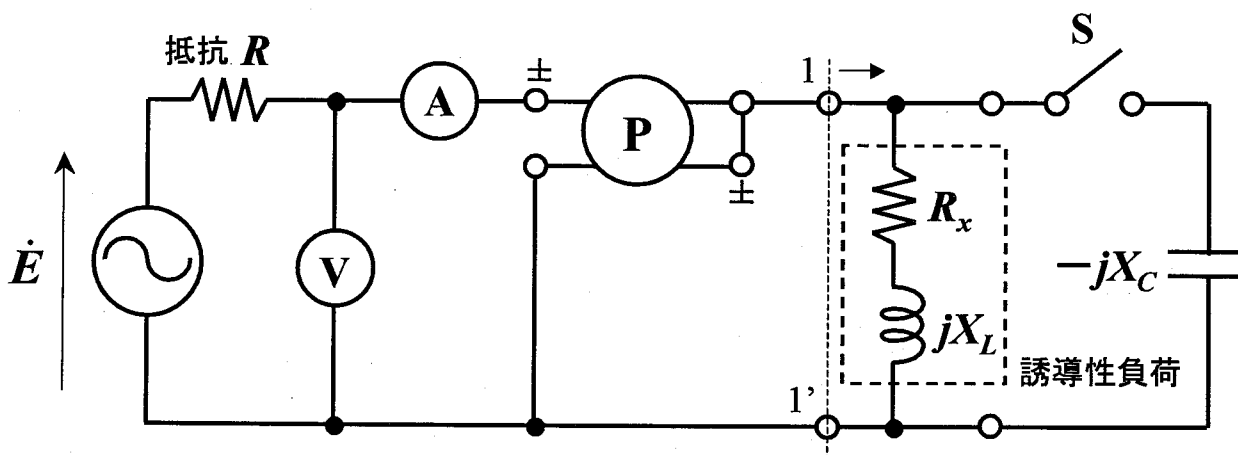


図 1

Ⅱ 図2の回路について、次の(1)～(3)の問いについて答えよ。なお、導出過程も示すこと。  
ただしオペアンプは理想的(利得は無限大、入力インピーダンスは無限大、出力インピーダンスはゼロ)とする。

- (1) 図の回路の伝達関数  $T(j\omega) = V_2(j\omega)/V_1(j\omega)$  を求めよ。
- (2) オペアンプは理想的なので、オペアンプの+入力端子の電圧を  $V_+$ 、オペアンプの-入力端子の電圧を  $V_-$  であらわすと  $V_+ = V_-$  である。このことを利用して、図の回路の  $V_1$  の端子から見た入力インピーダンス  $Z_{in}$  を求めよ。
- (3) 入力インピーダンス  $Z_{in}$  を  $10 \text{ [k}\Omega\text{]}$ 、利得  $|T(j\omega)|$  が直流において  $20 \text{ [dB]}$ 、直流での利得から  $3 \text{ [dB]}$  減衰する周波数(遮断周波数)  $f_c$  を  $10 \text{ [kHz]}$  とするための各素子値  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $C$  を求めよ。

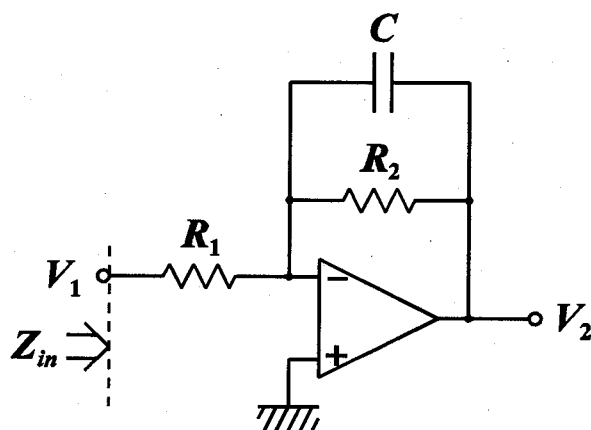


図2

**問題 12 計測数理解析** 設問すべてについて解答すること。

I 二つの確率変数  $X, Y$  は確率的に互いに独立であり、それぞれの密度関数  $f_X(x), f_Y(y)$  は次の正規分布である。

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\}, \quad -\infty < x < \infty,$$

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left\{-\frac{(y-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right\}, \quad -\infty < y < \infty.$$

$\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$  等を用いて次の (1) ~ (8) の問いに答えよ。

- (1) 確率変数  $X$  の期待値  $E[X]$  はどのようなであるか。
- (2) 確率変数  $2Y$  の期待値  $E[2Y]$  を求めよ。
- (3) 期待値の線形性を用いて  $X + 2Y$  の期待値  $E[X + 2Y]$  を求めよ。
- (4)  $X$  の分散  $\text{Var}[X]$  はどのようなであるか。
- (5)  $2Y$  の分散  $\text{Var}[2Y]$  を求めよ。
- (6)  $\text{Var}[X + 2Y]$  を求めよ。
- (7)  $X$  と  $2Y$  との相関係数の値はどのようになると考えるか。その理由と共に述べよ。
- (8) 期待値  $E[X(X + 2Y)]$  を求めよ。

II 常微分方程式  $dI(x)/dx = f(x)$  を、初期値  $I(0)$  を与えて、コンピューターにより  $I(x)$  を数値計算するためのアルゴリズムは多数ある。刻み幅  $h$  を決め、変数  $x$  の離散値  $x_i \equiv hi$  ( $i \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ) での  $I$  の値を  $I_i$  と書くことにすると、例えばオイラー法では、 $f$  の  $x_i$  での値に  $h$  をかけた値を  $I_i$  に加えて、 $I_{i+1}$  とする。

本問題では、 $f(x) = x^2$  とし、以下3通りのアルゴリズムを考えよう。ただし  $I_0 = 0$  としてよい。

- アルゴリズム 1:  $I_{i+1} = I_i + f(x_i)h$  for  $i = 0, 1, 2, \dots$ .
- アルゴリズム 2:  $I_{i+1} = I_i + f(x_{i+1})h$  for  $i = 0, 1, 2, \dots$ .
- アルゴリズム 3:  $I_{i+1} = I_i + f\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right)h$  for  $i = 0, 1, 2, \dots$ .

- (1) オイラー法はどのアルゴリズムに該当するか答えなさい。
- (2) アルゴリズム 1 から 3 の全ての場合で、 $I_1$  と  $I_2$  を  $h$  を用いて表しなさい。
- (3) アルゴリズム 1 から 3 の全ての場合で、 $I_1$  と  $I_2$  の誤差を評価しなさい。

問題 1 3 制御工学 設問すべてについて解答すること。

- I 表 1 は、ある一次遅れ要素の単位ステップ応答  $y(t)$  を示したものである。この要素の伝達関数を求めよ。ただし  $e^{-1} = 3.68 \times 10^{-1}$  とする。

表 1 一次遅れ要素の単位ステップ応答

| 時間 $t$ [sec] | 0    | 0.4  | 0.8  | 1.2  | 1.6  | $\infty$ |
|--------------|------|------|------|------|------|----------|
| $y(t)$       | 0.00 | 3.93 | 6.32 | 7.77 | 8.65 | 10.0     |

- II 図 1 のフィードバック制御系について考える。  $R(s)$ ,  $Y(s)$ ,  $D(s)$ ,  $E(s)$  は、それぞれ目標値、制御出力、外乱入力、偏差のラプラス変換を表す。

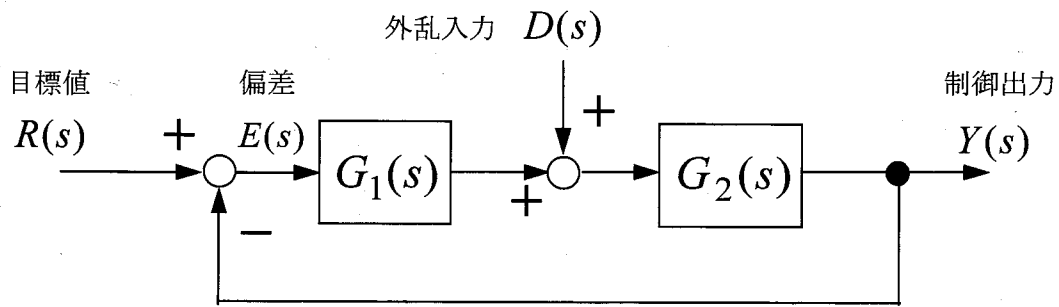


図 1 フィードバック制御系

まず、図 1 において  $G_1(s) = a$ ,  $G_2(s) = \frac{e}{bs^2 + cs + d}$  とおく。つぎの(1)～(2)の問いに答えよ。

- (1)  $R(s)$  から  $Y(s)$  までの伝達関数を求めよ。
- (2)  $D(s)$  から  $Y(s)$  までの伝達関数を求めよ。

つぎに、図 1 において  $a=2$ ,  $b=1$ ,  $c=5$ ,  $d=0$ ,  $e=3$  とおく。つぎの(3)～(4)の問いに答えよ。

- (3) 閉ループ制御系の固有角周波数( $\omega_n$ )と減衰係数( $\zeta$ )の値を求めよ。
- (4) 外乱入力を零とする。目標値が単位ステップ関数であるときの制御出力の時間応答を求めよ。

- Ⅲ 図2のフィードバック制御系について考える。 $R(s)$ ,  $Y(s)$ ,  $E(s)$ は、それぞれ目標値、制御出力、偏差のラプラス変換を表す。

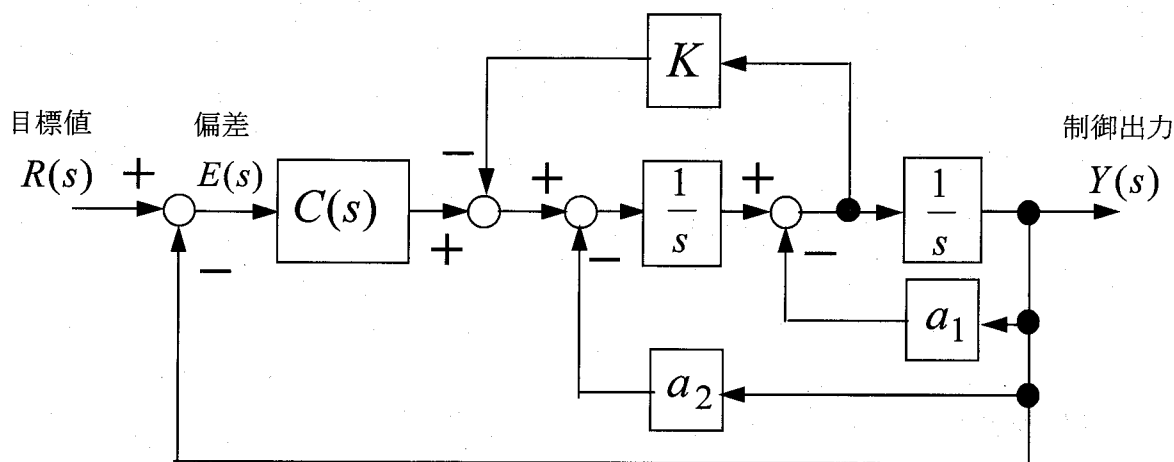


図2 フィードバック制御系

まず、図2において、つぎの(1)の問いに答えよ。

- (1)  $R(s)$  から  $Y(s)$  までの伝達関数を求めよ。

つぎに、図2において  $a_1=2$ ,  $a_2=3$ ,  $C(s)=\frac{f_1+f_2s}{s}$ ,  $K=0$  とおく。ただし、 $f_1$ ,  $f_2$  は正の実数とする。つぎの(2)～(4)の問いに答えよ。

- (2) 図2のフィードバック制御系が安定となる  $f_1$ ,  $f_2$  の条件を求めよ。  
 (3)  $f_1=f_2=1$  とおく。目標値が単位ステップ関数であるときの定常偏差を求めよ。  
 (4)  $f_1=f_2=1$  とおく。目標値が単位ランプ関数であるときの定常偏差を求めよ。

問題 1 4 力学・材料力学 設問すべてについて解答すること。

I 図 1 に示すように、中心軸を水平に固定した半径  $R$  の円筒の内面の最下点 A に質量  $m$  の質点を置き、円筒の周方向に初速度  $v_0$  を与える。この後の質点の運動について、質点を含む円筒横断面に設定した図中の座標系を利用し、次の (1) ～ (3) の問いに答えよ。なお、重力加速度は  $g$  とし、空気抵抗や摩擦は無視できるものとする。

- (1) 質点が円筒内面に沿って往復運動する場合の  $v_0$  の範囲を求めよ。
- (2) 質点が円筒内面に沿って回転運動をする場合の  $v_0$  の範囲を求めよ。
- (3) 上記 2 つ以外の範囲の初速度が与えられた場合、質点はある時点で円筒内面から離れる。断面の中心 O と質点とを結んだ線分が水平面となす角を  $\theta$  として、質点が円筒内面を離れる瞬間の角度  $\theta_0$ 、ならびにこの時の質点の速度  $v_d$  を求めよ。

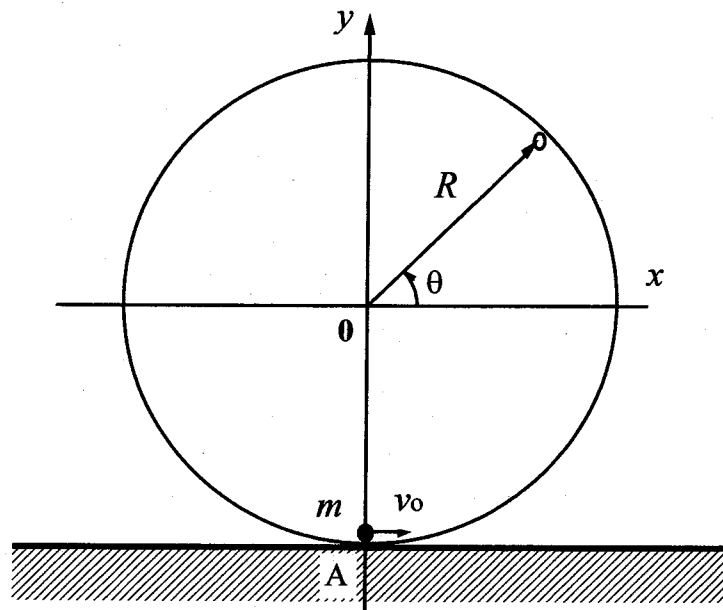


図 1

II 図2のように、水平面と角度  $\theta$  ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ) を成した斜面上に、一様な密度の円柱状の物体 A (半径  $R$ , 質量  $M$ , 中心軸周りの慣性モーメント  $I_c$ ) が静止している。斜面に沿って下方に  $x$  軸, 斜面に垂直上向きに  $y$  軸をとる。ここで円柱状の物体 A の中心軸は,  $x$ - $y$  平面に垂直となっている。時刻  $t=0$  に物体 A が, 斜面にそって下方に滑ることなく転がり始めた。物体 A の重心の移動速度を  $v_c(t)$ , その回転角速度を  $\omega(t)$ , 物体 A と斜面との間の摩擦力を  $F$ , 重力加速度を  $g$  とし, 与えられた記号を用いて次の問に答えよ。

- (1) 物体 A の移動速度  $v_c(t)$  と回転角速度  $\omega(t)$  の関係を示せ。
- (2) 物体 A の移動速度  $v_c(t)$  について, 運動方程式を立てよ。
- (3) 物体 A の回転角速度  $\omega(t)$  について, 運動方程式を立てよ。
- (4) 物体 A の重心の移動速度  $v_c(t)$  を求めよ。
- (5) 物体 A の中心軸周りの慣性モーメント  $I_c$  は,  $\frac{1}{2}MR^2$  である。質量と密度が物体 A と同じ球状の物体 B は, 半径が  $R'$  である。この物体 B の重心を通過する軸周りの慣性モーメント  $I_s$  は,  $\frac{2}{5}MR'^2$  となる。これを物体 A と同じ状況で転がした場合, 物体 B の重心の移動速度  $v_s(t)$  は, 物体 A の  $v_c(t)$  と比較してどのようなになるか説明せよ。

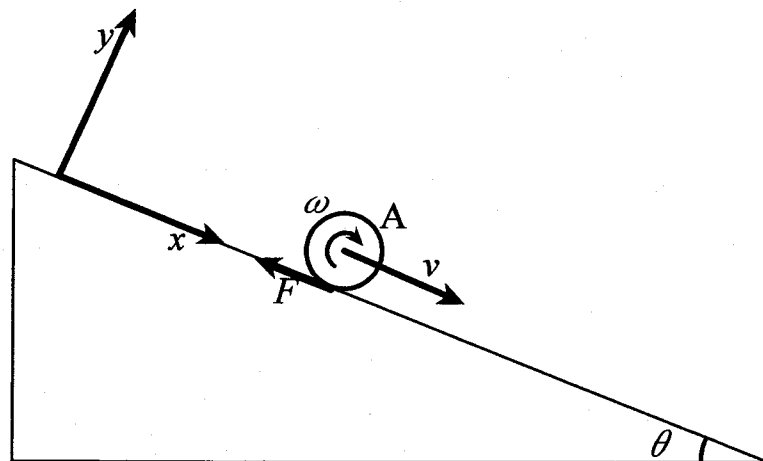


図 2



Ⅲ 長さ  $2l$  の一様断面の丸棒を水平に置き、その長さの中心を通る鉛直な軸のまわりに角速度  $\omega$  で回転させる。棒の断面積を  $A$ 、棒の材料の密度を  $\rho$ 、縦弾性係数を  $E$  とし、棒の自重は無視できるとする。次の (1) ~ (3) の問いについて答えよ。

- (1) 棒の先端からの距離  $x$  (ただし  $0 \leq x \leq l$ ) の位置の長さ  $dx$  の微小要素に働く遠心力の大きさ  $dP$  を求めよ。
- (2) 棒の先端からの距離  $x$  の位置の横断面に働く垂直応力  $\sigma$  を求め、棒に生じる最大の引張応力の値  $\sigma_{max}$  を求めよ。
- (3) 長さ  $2l$  の棒全体の伸び  $\lambda$  を求めよ。

Ⅳ 図のように両端から  $l/3$  の位置で支持された、はりの全長に単位長さ当たり  $w$  の等分布荷重が作用する、断面形状が一様で長さ  $l$  の突出しはりを考える。はりの断面積を  $A$ 、断面 2 次モーメントを  $I_z$ 、断面係数を  $Z$  とする。はりの自重は無視し、荷重による変形は小さいものとする。座標の  $x$  軸、 $y$  軸、横断面に働くせん断力  $F$ 、曲げモーメント  $M$  は図に示した方向を正とする。ただし、解答に使用しない記号も挙げてあるので注意せよ。次の (1) ~ (3) の問いについて答えよ。

- (1) せん断力図を描け。
- (2) 曲げモーメント図を描け。
- (3) 二つの支点の中央 (すなわち、はりの長さの中央) の横断面に生ずる曲げ応力の最大値を求めよ。

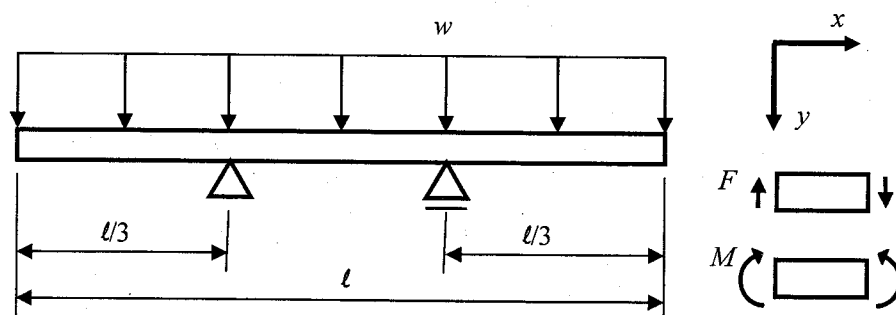


図 等分布荷重を受ける突出しはり

**問題 15 流体力学** 設問 I および II のすべてについて解答すること。

解答の注意：解答用紙について、設問 I の解答を表面、設問 II の解答を裏面に記入すること。また、各設問の問い (1) ～ (5) について、最終的な解答に問いの番号を付して下線で明記すること。

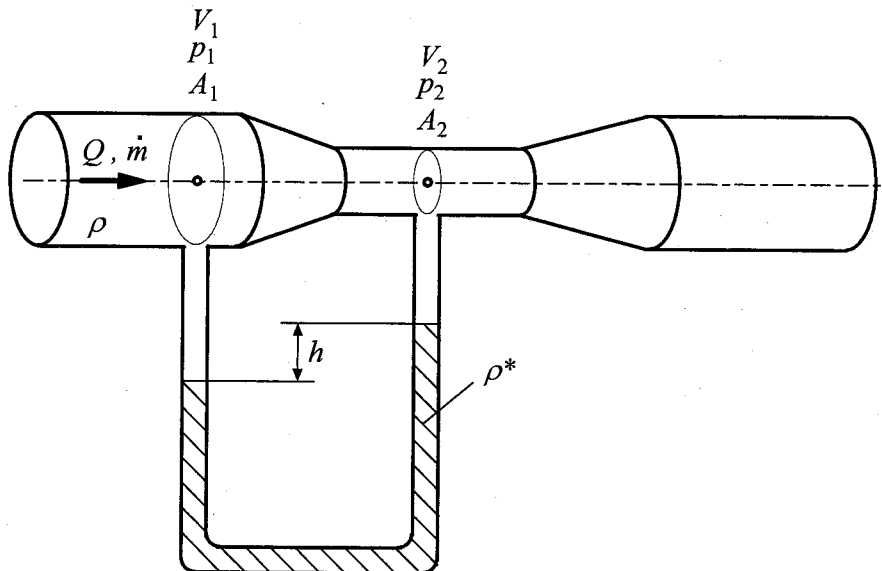
I 図に示すベンチュリ管を用いて流量計測を行う。ベンチュリ管は水平な管路に設置され、上流側圧力取り出し部（断面 1 とする）の断面積が  $A_1$ 、スロート部圧力取り出し部（断面 2 とする）の断面積が  $A_2$  となっている。また、管路を流れる流体の密度を  $\rho$  とする。断面 1 と断面 2 の間にマノメータ（マノメータ中の液体の密度を  $\rho^*$ 、ただし  $\rho^* > \rho$ ）を設置したところ液面差が  $h$  となった。これに関し次の (1) ～ (5) の問いに答えよ。ただし、断面 1 の平均流速と圧力をそれぞれ  $V_1$  と  $p_1$ 、断面 2 の平均流速と圧力をそれぞれ  $V_2$  と  $p_2$ 、重力加速度を  $g$  とし、諸損失は無視できるものとする。

まず、管路を流れる流体が液体の場合を考える。

- (1) 圧力差 ( $p_1 - p_2$ ) を  $\rho^*$ 、 $\rho$ 、 $g$ 、 $h$  を用いて表せ。
- (2) 断面 1 の平均流速  $V_1$  を  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $V_2$  を用いて表せ。
- (3) 断面 2 の平均流速  $V_2$  を  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $\rho$ 、 $p_1$ 、 $p_2$  を用いて表せ。
- (4) 体積流量  $Q$  を  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $\rho^*$ 、 $\rho$ 、 $g$ 、 $h$  を用いて表せ。

次に、管路を流れる流体が気体の場合を考える。ただし、気体の密度変化は無視できるものとする。

- (5) 管路を流れる流体が気体である場合には  $(\rho^*/\rho - 1) \div \rho^*/\rho$  と近似できる。この近似を用い、質量流量  $\dot{m}$  を  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $\rho^*$ 、 $\rho$ 、 $g$ 、 $h$  を用いて表せ。



- II 下図のように  $y$  軸に沿って壁があり、壁から  $a (> 0)$  だけ離れた点  $Q_1(a, 0)$  に循環  $\Gamma (> 0)$  の反時計回りの自由渦が置かれている場合の2次元ポテンシャル流れを考える。この時、点  $P(x, y)$  における複素ポテンシャル  $W(z)$  は、点  $Q_1(a, 0)$  の自由渦による複素ポテンシャル  $W_1$  と、その鏡像の位置にある点  $Q_2(-a, 0)$  に置かれた循環  $-\Gamma$  の自由渦による複素ポテンシャル  $W_2$  の重ね合わせとして求めることが出来る。以下の問いに答えよ。

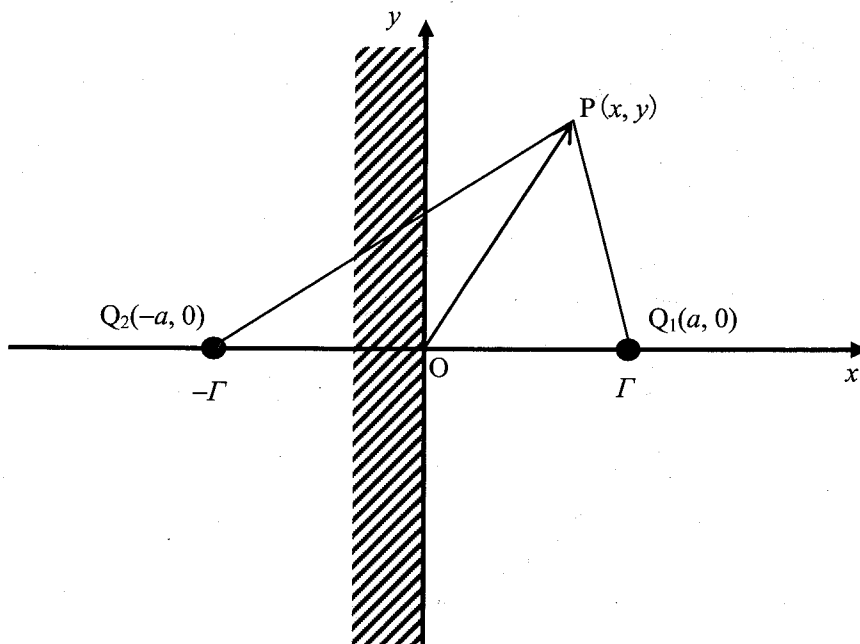
なお、原点に置かれた循環  $\Gamma (> 0)$  の反時計回りの自由渦の複素ポテンシャル  $W_0(z)$  は

$$W_0(z) = -i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z$$

で与えられる。ここで  $i = \sqrt{-1}$  は虚数単位を表し、 $z$  は複素数で  $z = x + iy = re^{i\theta}$

( $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\theta = \tan^{-1}(y/x)$ ) である。

- (1)  $W_1$ ,  $W_2$  をそれぞれ  $z$  の関数として示しなさい。
- (2)  $W(z)$  を求めなさい。
- (3) 流れ関数  $\psi(x, y)$  および速度ポテンシャル  $\phi(x, y)$  を求めなさい。
- (4) 壁面上での流速ベクトル  $\mathbf{u} = (u(0, y), v(0, y))$  を求めなさい。
- (5) 原点  $O(0, 0)$  を通る流線の式を求めなさい。



**問題 16 熱力学** 設問すべてについて解答すること。

ここでは工業熱力学での慣習に従って、熱の符号は系が外部から加熱される場合は正、外部へ放熱される場合は負と定義し、仕事の符号は系が外部に仕事をする場合を正、外部からされる仕事を負と定義する。(単に仕事と書いてある場合は、絶対仕事をさす。)

I 1kg の理想気体が断熱膨張により圧力  $p_1$  [Pa], 体積  $V_1$  [m<sup>3</sup>], 温度  $T_1$  [K] の状態 1 から圧力  $p_2$  [Pa], 体積  $V_2$  [m<sup>3</sup>], 温度  $T_2$  [K] の状態 2 になったとする ( $V_2 > V_1$ )。定圧比熱  $c_p$  [J/kg · K], 定積比熱  $c_v$  [J/kg · K], 比熱比  $\kappa$  は定数として、以下の (1) ~ (6) の問いについて答えよ。ただし、すべての過程は可逆的に行われるものとする。

(1) 理想気体の断熱膨張過程について成り立つ  $V_1$ ,  $T_1$ ,  $V_2$ ,  $T_2$  の間の関係式をかけ。

圧力  $p_1$ , 体積  $V_2$  の状態を状態 3 とし、状態 1 から等圧過程で状態 3 に至り、その後、等積過程で状態 2 に至る過程を考える。状態 3 の温度を  $T_3$  [K] とする。

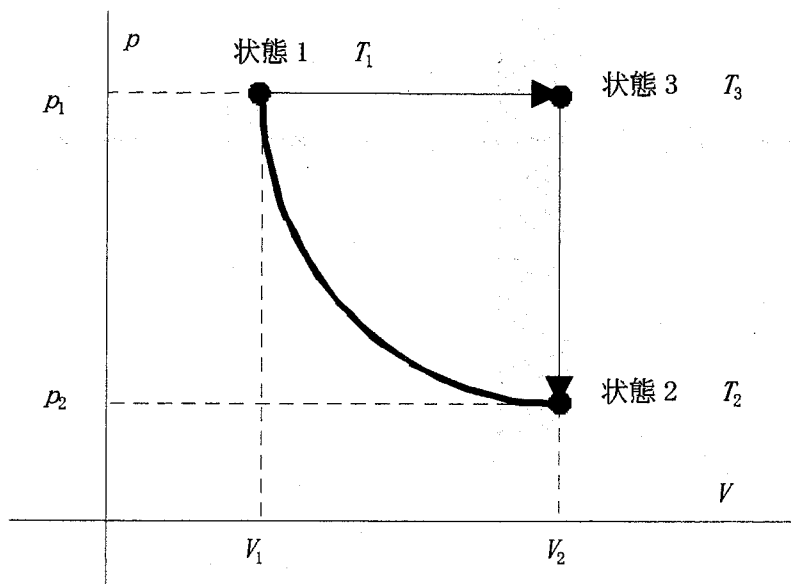
(2)  $T_3$  を  $T_1$  を使って書きあらわせ。

(3) 状態 1 → 状態 3 の過程における熱  $Q_{13}$  [J] と仕事  $W_{13}$  [J], および、状態 3 → 状態 2 の過程における熱  $Q_{32}$  [J] と仕事  $W_{32}$  [J] を求めよ。ただし、状態 2 の温度は  $T_2$ , 状態 3 の温度は  $T_3$  とせよ。

(4) 状態 1 から状態 2 へ断熱膨張した場合の内部エネルギーの変化を、 $Q_{13}$ ,  $W_{13}$ ,  $Q_{32}$ ,  $W_{32}$  を使って書きあらわせ。

(5) 状態 1 → 状態 3, および、状態 3 → 状態 2 の過程でのエントロピー変化  $\Delta S_{13}$  [J/K],  $\Delta S_{32}$  [J/K] を求めよ。ただし、状態 2 の温度は  $T_2$ , 状態 3 の温度は  $T_3$  とせよ。

(6) 問(2), 問(5)で得られた関係を使い、断熱膨張の場合に問(1)の関係式が成り立つことを示せ。



II 閉じた容器に入った比熱比  $\kappa$  の理想気体  $1\text{kg}$  が体積  $V_0[\text{m}^3]$ 、圧力  $p_0[\text{Pa}]$  から断熱膨張し、体積  $V_1[\text{m}^3]$  となった。この理想気体の気体定数を  $R[\text{J/kg}\cdot\text{K}]$  とする。このとき、以下の問いに、 $\kappa$ 、 $V_0$ 、 $p_0$ 、 $V_1$ 、 $R$  のうち必要なものを用いて答えよ。

(1) 理想気体が可逆的に膨張する場合に膨張後の気体の圧力  $p_1[\text{Pa}]$  と膨張過程で気体がした仕事  $W[\text{J}]$  を求めよ。

(2) 理想気体が自由膨張する場合には気体の温度は変化しない。このことを利用して、自由膨張後の気体の圧力  $p_1[\text{Pa}]$  と膨張過程での気体のエントロピー変化の絶対値  $|dS|[\text{J/K}]$  を求めよ。

III 外気に囲まれた部屋が冷凍機関により冷却され、部屋の温度は  $T_0[\text{K}]$  に保たれている。この部屋を囲む外気の温度は  $T_1[\text{K}]$  (ただし、 $T_1 > T_0$ ) で、外気から部屋に単位時間あたり  $Q_0[\text{J}]$  の熱が侵入する。冷凍機関はカルノー冷凍機であり、逆カルノーサイクルにより部屋から外気に熱を可逆的に移動させている。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 冷凍機関のサイクルを  $T-s$  線図、すなわち縦軸に絶対温度、横軸にエントロピーをとったグラフ上に描け。ただし、 $T-s$  線図上には、熱侵入量  $Q_0$  に相当する面積を図示すること。

(2) 冷凍機関を動かすのに必要な単位時間あたりの仕事  $W[\text{J}]$  を  $T_0$ 、 $T_1$ 、 $Q_0$  のうち必要なものを用いて表せ。

問題 17 生産加工 設問すべてについて解答すること。

I 次の (1) ~ (4) の問いについて答えよ。

- (1) 図 1 に Fe-Fe<sub>3</sub>C 系平衡状態図 (模式的) を示す。Fe-1.2mass%C 合金を 1000℃ からゆっくり冷却したときの組織変化について説明せよ。
- (2) 図 1 に示すように、フェライト相に比較して、オーステナイト相には多量の炭素が固溶できる。このことをオーステナイト相が fcc 構造、フェライト相が bcc 構造であることと結びつけ説明せよ。
- (3) Fe-0.77mass%C 合金を 1000℃ から急冷したとき、どのような相が得られるか。また、得られた相の機械的性質にはどのような特徴があるか。
- (4) (3) の熱処理で得られる相は、急冷以外でも生じることが知られている。どのような時に生じるか。また、この相を利用した機能材料について、例をあげよ。

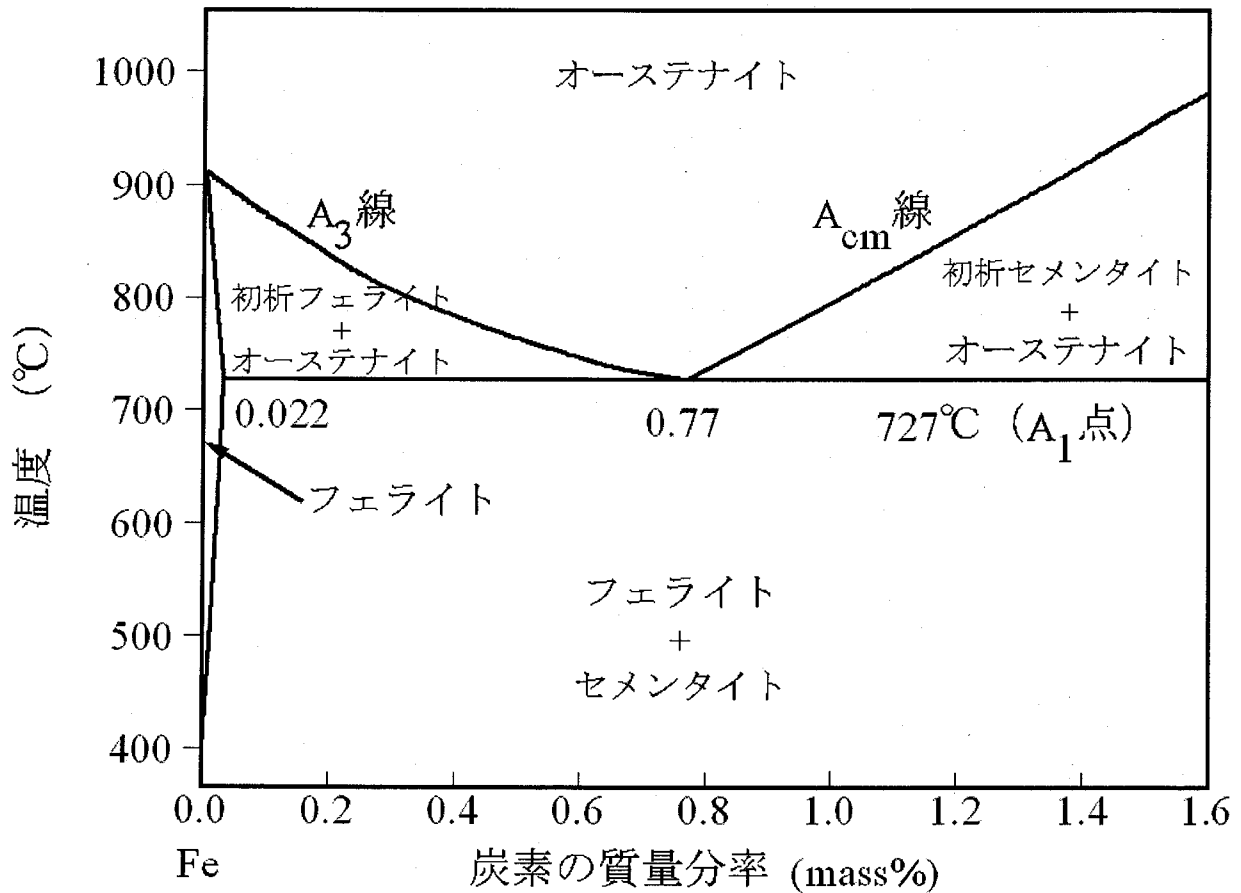
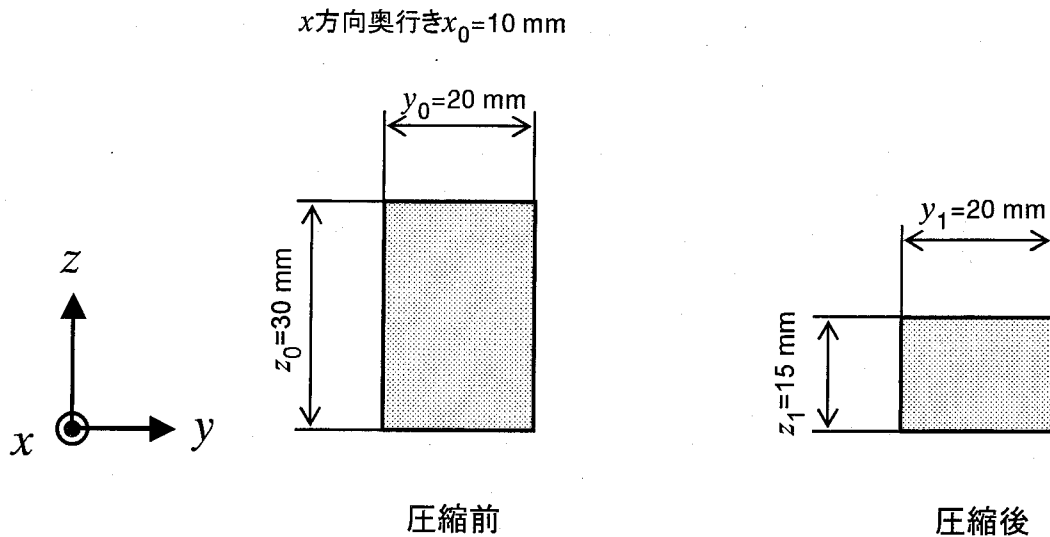


図 1 Fe-Fe<sub>3</sub>C 系平衡状態図の模式図。

II 降伏応力  $Y=520$  (MPa) の剛完全塑性体の直方体 ( $x_0=10$  mm,  $y_0=20$  mm,  $z_0=30$  mm) について、辺  $y_0$  の長さが一定になるように保ちながら、平行な型で  $z$  方向に圧縮し、 $z_1=15$  mm の直方体を得られた。次の (1) ~ (3) の問いについて答えよ。ただし、均一変形を仮定し、 $x$  方向は特に拘束せず自由に変形でき、簡単のために型と材料との摩擦は無視する。また、自然対数  $\ln(2)=0.693$ ,  $\ln(3)=1.10$ ,  $\ln(5)=1.61$  とする。

- (1) 圧縮終了後のひずみのモーラー円を描け。
- (2) この直方体が塑性変形する瞬間の最大主応力（または第一主応力）を求めよ。
- (3) この圧縮に必要な  $z$  方向の最大荷重は何 kN になるか。（ただし、少数点以下は切り捨てよ。）



問題 18 量子力学 設問すべてについて解答すること。

I 次の(1)～(4)の問いについて答えよ。

一次元調和振動子の量子力学について考える。

- (1) 波動関数  $\psi(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{2m\omega}{\hbar}} x \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$  が、質量  $m$ 、角振動数  $\omega$  の調和振動子のシュレディンガー方程式、

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \psi = E\psi$$

の解になるように、エネルギー固有値  $E$  の値を決めよ。(exp( $A$ ) =  $e^A$  である.)

- (2) 上記の波動関数は規格化条件を満たすことを示せ。ただし、定積分の公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}} \quad (a \text{ は正の定数}) \text{ を用いてもよい。}$$

- (3) 上記の波動関数で表される量子状態にある、粒子の存在確率密度  $|\psi(x)|^2$  のグラフを描き、存在確率密度が極大となる全ての  $x$  の値と極大値をグラフ中に明記せよ。

- (4) 粒子の位置の不確定さ、 $\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$  を求めよ。また、 $x = \Delta x$  と  $x = -\Delta x$  の2点を、(3) で求めた粒子の存在確率密度のグラフの  $x$  軸上に書き込め。ただし、

$$\langle x^n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x) x^n \psi(x) dx \quad (n=1, 2) \text{ であり、定積分の公式 } \int_{-\infty}^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}}$$

( $a$  は正の定数) を用いてもよい。



II ポテンシャルエネルギー  $V(x)$  が  $V(x)=0$  の直線上 ( $-\infty < x < \infty$ ) を運動する質量  $m$  の粒子の運動を考える.

(1) この運動を記述する波動関数  $\psi(x)$  が満足する時間を含まないシュレディンガー方程式を記せ.

(2) シュレディンガー方程式は,

$$\psi(x) = Ce^{ikx} \quad (C \text{ は正の定数})$$

という形の解を持つ. 波動関数が周期的境界条件

$$\psi(x+a) = \psi(x)$$

を満足する場合, 許される  $k$  の値を全て求めよ.

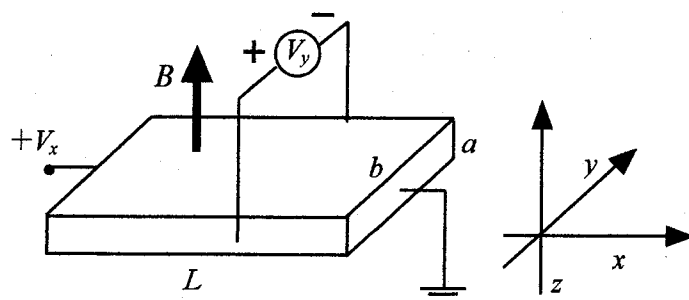
(3) 長さ  $a$  の線分の区間 ( $0 \leq x \leq a$ ) で規格化した場合の規格化定数  $C$  を求めよ.

(4) エネルギー固有値を求めよ.

(5) 波動関数  $\psi(x) = Ce^{ikx}$  は, 運動量  $p_x$  の固有状態であることを示し, その運動量の固有値を求めよ.

**問題19 電子物性・固体物性** 設問すべてについて解答すること。

図のように $z$ 方向の、磁束密度 $B$ の磁場中に半導体試料を置いた。試料の大きさ(厚み, 幅, 長さ)は図に示すように $a, b, L$ である。図のように正の電圧 $V_x$ が印加され,  $x$ 方向に電流 $I$ が流れている。このとき, 図のような極性で $y$ 方向の電圧 $V_y$ が観測された。電子の電荷の大きさを $q(>0)$ とする。



- (1) 電流密度をもとめよ。
- (2) 半導体中のキャリア密度を $n$ とする。キャリアの移動の速さをもとめよ。
- (3) キャリアの移動度 $\mu$ をもとめよ。
- (4) キャリアの移動の速さを $v$ とする。キャリアに働くローレンツ力の大きさを,  $v$ を含んだ式であらわせ。
- (5)  $V_y$ を,  $v$ を含んだ式であらわせ。
- (6) この半導体の伝導型( $n$ か $p$ か)を, 理由をつけて答えよ。
- (7) この実験からキャリア密度 $n$ をもとめることができる。既知の定数 $q$ および実測可能な値である $V_x$ ,  $V_y$ ,  $I$ ,  $B$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $L$ の中から必要なものを用いて $n$ を書きあらわせ。
- (8) 温度を上げたところ,  $n$ に変化は見られず,  $I$ が減少した。このとき, キャリアの移動度を決めている散乱のメカニズムはどのようなものと予想されるか。理由をつけて答えよ。

**問題 20 計算機基礎** 設問すべてについて解答すること。

I 次の (1) ~ (3) の問いに答えよ。

- (1) 10 進数の 160528 を 2 進数, 8 進数, 16 進数でそれぞれ表せ。
- (2) 10 進数の -102 を, 1 の補数, 2 の補数でそれぞれ表せ。ただし, 2 進数 8 ビット表記とする。
- (3) IEEE754 規格の単精度浮動小数点表示では, 10 進数の 15.65 はどのような形でメモリ中に格納されているかをビット列で示せ。

II  $n$ -レベルのプライオリティ・エンコーダの設計について考える。この論理回路では, 入力信号を  $n$ -ビットの 2 進数  $A$  とし,  $A$  の最上位桁 ( $n$  桁目) からみて初めて “1” をとる  $A$  の桁 (1~ $n$  のいずれか) を 2 進数  $B$  として出力するものとし, 入力信号  $A$  に “1” がない場合,  $B$  は 0 とする。このとき, 次の (1) ~ (3) の問いに答えよ。

- (1)  $n=3$  とした場合のプライオリティ・エンコーダの真理値表を示せ。ただし, 最上位桁, 最下位桁を明示すること。
- (2) 上記 (1) で示した真理値表と等価な論理式を積和標準形 (主加法標準形) で表し, 簡単化せよ。
- (3) 上記 (2) で簡単化した論理式の論理回路を NOT 素子と NAND 素子のみを用いて構成せよ。ただし, NOT 素子と NAND 素子は図 1 に示す図記号を利用すること。

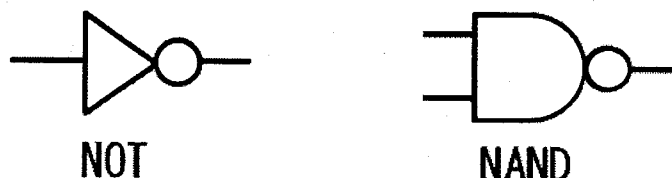


図 1

III CPUに関する次の(1)～(3)の問いに答えよ。

(1) CPU 内部のキャッシュの原理とそれによる効果について 100 字程度で説明せよ。

(2) 以下の(ア)～(エ)はCPUを構成する回路である。各回路の機能(役割)について簡潔に説明せよ。

(ア) ALU

(イ) 命令レジスタ

(ウ) インデックスレジスタ

(エ) プログラムカウンタ

(3) 16M バイトのメインメモリをアドレスするためには何本の信号線から構成されるアドレスバスが必要か計算過程を含めて説明せよ。ただし、メインメモリの1バイトに対し1アドレスが対応するものとする。