模範解答

問題１１　A

問１

（１）

$$
\begin{aligned}
0 < r < R \quad H_A(R) &= \frac{I}{2\pi}\frac{r}{R^2} \\
R \leqq r \quad H_A(R) &= \frac{I}{2\pi r}
\end{aligned}
$$

（２）

$$
\begin{aligned}
\text{x 成分} \quad F_x &= -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi \ell} \\
\text{y 成分} \quad F_y &= 0
\end{aligned}
$$

（３）

$$
\begin{aligned}
H_x &= -\frac{Iy}{2\pi}\left(\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{(\ell-x)^2+y^2}\right) \\
H_y &= \frac{I}{2\pi}\left(\frac{x}{x^2+y^2}+\frac{x-\ell}{(\ell-x)^2+y^2}\right)
\end{aligned}
$$

問２

（１）

$$
\begin{aligned}
r \leqq r_1 \quad E(r) &= \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \\
r_1 \leqq r \leqq r_2 \quad E(r) &= \frac{\rho {r_1}^2}{2\varepsilon r}
\end{aligned}
$$

（２）

$$
|V| = \frac{\rho {r_1}^2}{2\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1}
$$

（３）

$$
C = \frac{2\pi\ell\varepsilon}{\ln\frac{r_2}{r_1}}
$$

（４）

$$
\frac{\pi\ell(\rho {r_1}^2)^2}{4}\left(\frac{1}{\varepsilon_0}-\frac{1}{\varepsilon}\right)\ln\frac{r_2}{r_1}
$$

問題１１　B：問１の解答

問１　電流素片 $Id\vec{s}$ がそこから距離 r 離れた位置につくる微小な磁束密度は，Biot-Savart 則によれば

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Id\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}$$

で与えられる．ここで，μ_0 は真空の透磁率，$\vec{r}$ は電流素片から観測場所へ引いた位置ベクトルである．いま図１に示すように，有限の長さの直線導線ＢＡにＢからＡの方向に電流Ｉが流れているとき，導線からの距離が d で点Ｐにおける磁束密度の大きさを B として，以下の問いに答えよ．

（１）電流素片の大きさ Idz が点 P につくる微小な磁束密度は，Biot-Savart 則を用いればどのように表されるか．その大きさを図中の記号を用いて示せ．

（２）点Ｐの磁束密度の大きさを電流 I，距離 d，角度 α，β の関数で求めよ．

（３）直線導線ＢＡが十分に長くなると，点Ｐにおける磁束密度の大きさはどう表されるか．導出過程も示せ．

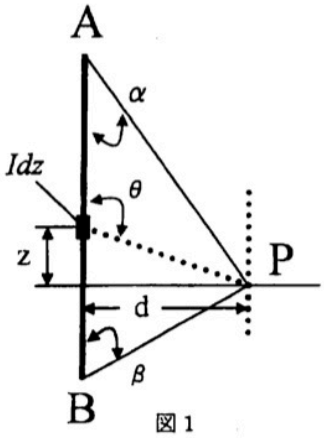

図１

解答

（１）　図１で Idz から点 P までの距離を r とすれば，点 P の微小な磁束密度の大きさ dB は，

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idz\cdot r\cdot\sin\theta}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idz\cdot\sin\theta}{z^2+d^2}$$

（２）（１）から，点Ｐの磁束密度の大きさＢは，

$$B = \int_{\beta}^{\pi-\alpha}\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Idz\cdot\sin\theta}{z^2+d^2}$$

$d/z=\tan(\pi-\theta)$ から，$z=-d/\tan\theta$，$dz=(d/\sin^2\theta)d\theta$

$$\therefore B = \int_{\beta}^{\pi-\alpha}\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\sin\theta}{\left(\frac{d}{\tan^2\theta}\right)^2+d^2}\cdot\frac{Id}{\sin^2\theta}\cdot d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\cdot\int_{\beta}^{\pi-\alpha}\sin\theta\cdot d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\cdot(\cos\alpha+\cos\beta)$$

（３）（２）から，

$$B = \lim_{\alpha,\beta\to 0}\frac{\mu_0 I}{4\pi d}\cdot(\cos\alpha+\cos\beta) = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

または，十分に長い直線電流が一定の円周上につくる磁束密度の大きさは一定となるので，これにアンペア則を適用すれば，$B\times 2\pi d = \mu_0 I$ となって，$B = \mu_0 I/2\pi d$ を得る．

平成１７年度大学院工学研究科博士前期課程試験問題　解答

問題１１　Ａ：静電界・定常電流，Ｂ：電磁誘導・電磁波

ＢⅡ．解答

１．入射電界は $E_z = E_0 \exp(-jkx)$ で，反射電界は $E_z^r = E_0^r \exp(jkx)$ の形になる。完全導体の内部では電界が生じないから，境界 $x = 0$ での境界条件 $E_z + E_z^r = 0$ から $E_0^r = -E_0$ を得る．従って，完全導体前面（$x < 0$）に立つ定在波の電界は

$$
\begin{aligned}
E &= E_z + E_z^r = E_0 \exp(-jkx) - E_0 \exp(jkx) \\
&= -j2E_0 \sin(kx)
\end{aligned}
$$

となる．E は場所によって周期的に変化し，時間的に移動しない定在波である．

２．波長を λ とすると，

$$kx = n\pi \qquad \text{すなわち} \qquad x = n\frac{\lambda}{2}$$

のところで電界振幅は０になり，

$$kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad \text{すなわち} \qquad x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

のところで電界振幅は最大になる．

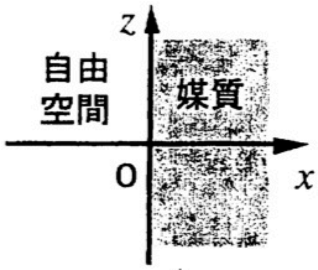

図２

３．媒質内電界を E とすると，導電電流は $J_C = \sigma E$，変位電流は $J_D = j\omega\varepsilon E$ と表せる．$|J_C|$□$|J_D|$ より

σ□ $\omega\varepsilon$

が導出される．