2020年度（令和2年度）大学院工学研究科（博士前期課程）

専門試験問題

（情報工学系プログラム）

注　意　事　項

1. 試験開始の指示があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は，1ページから15ページまであります。解答用紙は，3枚あります。ページの脱落等に気付いたときは，手をあげて監督者に知らせてください。
3. ■ネットワーク分野，知能情報分野，メディア情報分野：下記表の問題番号26から28の問題を全て解答してください。

   ■情報数理分野：問題番号26から31の中から3題を選択し解答してください。

   1題につき解答用紙1枚を使用して解答してください。解答用紙の追加配付はありません。

問題番号	出題科目
26	計算機ソフトウエア
27	計算機ハードウエア
28	情報数学
29	微分積分・線形代数
30	数理科学1
31	数理科学2

4. 監督者の指示に従って，問題番号，志望プログラム及び受験番号を3枚の解答用紙の該当欄に必ず記入してください。
5. 計算用紙は，問題冊子の白紙ページを利用してください。
6. 解答用紙の裏にも解答を記入する場合には，表と上下を逆にして記入してください。
7. 机の上には，受験票，黒の鉛筆・シャープペンシル，消しゴム，鉛筆削り及び時計（計時機能だけのもの）以外の物を置くことはできません。
8. コンパス及び定規等は，使用できません。
9. 時計のアラーム（計時機能以外の機能を含む。）は，使用しないでください。
10. スマートフォン，携帯電話，ウェアラブル端末等の音の出る機器を全て机の上に出し，それらの機器のアラームを解除してから，電源を切り，かばん等に入れてください。
11. 試験終了まで退室できません。試験時間中に用がある場合は，手をあげてください。
12. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ってください。

問題 26　計算機ソフトウエア　設問すべてについて解答すること。

I 図１に示す関数 sub(int data[], int digit) は基数ソートのコードの一部である。なお，この関数の引数である配列 data の各要素は正整数であり，配列 data のサイズは N である。関数 val(int i, int j)は，整数 i の第 j 桁目（j = 0,1, ..., 最下位桁を 0 桁目とする）の数（0 から 9 の値を取る）を返す関数である。このとき，次の（１）～（５）の問いについて答えよ。以下では配列の添字は 0 から始まることに注意せよ。

（１）関数 sub を完成させるため，空欄(A), (B)に適切な内容を入れよ。

（２）配列 data を

data[0] = 637; data[1] = 214; data[2] = 127; data[3] = 415; data[4] = 211;

と初期化した上で，sub(data, 0)を実行した。実行後の配列 data の内容を{data[0], data[1], data[2], data[3], data[4]}という形式で示せ。

（３）（２）の状況(sub(data,0)の実行後)で buf[i][j]=127 となる(i,j)の組を答えよ。

（４）配列 data の各要素を３桁の正整数であると仮定する。sub を複数回呼び出すことで，data の内容を昇順にソーティングをしたい。sub の呼び出し側で必要となる疑似コードを図１の記述にならって書け。

```
void sub(int data[], int digit) {
  int buf[10][N], ctr[10];
  int i, j, k, t; t = 0;
  for (i=0; i<=9; i++) ctr[i]=0;
  for (i=0; i<N; i++) {
    k = val(data[i], digit);
    buf[k][ctr[k]] = data[i];
    ________(A)________;
  }
  for (i=0; i<=9; i++) {
    for (j=0; j<=ctr[i]-1;j++) {
      data[t] = ______(B)_______;
      t++;
    }
  }
}
```

図１ 関数 sub の擬似コード

（5）以下では，データ数をNとする。また，入力はK桁の10進正整数とする。以下の問い（ア）～（ウ）を答えよ。

(ア) 関数subの実行時間をNとKの関数fとして表す。関数fをbig-O表記（O（・）表記）で表現せよ。ただし，big-O表記においてはタイトな漸近的時間計算量を答えること。

(イ) 基数ソートアルゴリズム全体の計算量をNとKの関数gとして表す。関数gをbig-O表記で表現せよ。ただし，big-O表記においてはタイトな漸近的時間計算量を答えること。

(ウ) このソーティングアルゴリズムに必要なメモリビット数をNとKの関数hとして表す。関数hをbig-O表記で表現せよ。ただし，big-O表記においてはタイトな漸近的メモリビット数を答えること。

Ⅱ　次の（１）と（２）の問いについて答えよ。

（１）　次に示す言語（ア）～（コ）が以下の（A）～（G）のいずれに属する言語かを一つ選び，これを（A）～（G）の記号で答えよ。

（ア）$L_0 = \{a\}$
（イ）$L_1 = \{a^n b^m \mid n+m > 1, n \geq 0, m \geq 0\}$
（ウ）$L_2 = \{a^n b^m \mid n > m, m \geq 0\}$
（エ）$L_3 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$
（オ）$L_4 = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$
（カ）$L_5 = \{a,b\}^* - \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$
（キ）$L_6 = \{a^n b^m a^s \mid n \geq 1, m \geq 1, s \geq 1, n+m = s\}$
（ク）$L_7 = \{a\}^*$
（ケ）ある固定された語$x \in \{a,b,c\}^*$に対して決まる言語 $L_8 = \{x^n \mid n \geq 0\}$
（コ）ある固定された２つの語$x, y \in \{a,b,c\}^*$に対して決まる言語$L_9 = \{x^n y^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$

（A）正規言語であり，文脈自由言語であり，文脈依存言語であり，句構造言語でもある。
（B）正規言語であるが，文脈自由言語でない。
（C）正規言語でないが，文脈自由言語である。
（D）文脈自由言語であるが，文脈依存言語でない。
（E）文脈自由言語でないが，文脈依存言語である。
（F）文脈依存言語であるが，句構造言語でない。
（G）文脈依存言語でないが，句構造言語である。

（2） 以下の（ア）と（イ）の問いについて答えよ。

（ア）図２は非決定性有限オートマトンM_1の状態遷移図を表す。また以下の正規表現EはM_1が受理する言語を表すものである。ここで，連接は・で，和は＋で表すものとする。Eの中の空欄(A)と(B)を埋めよ。

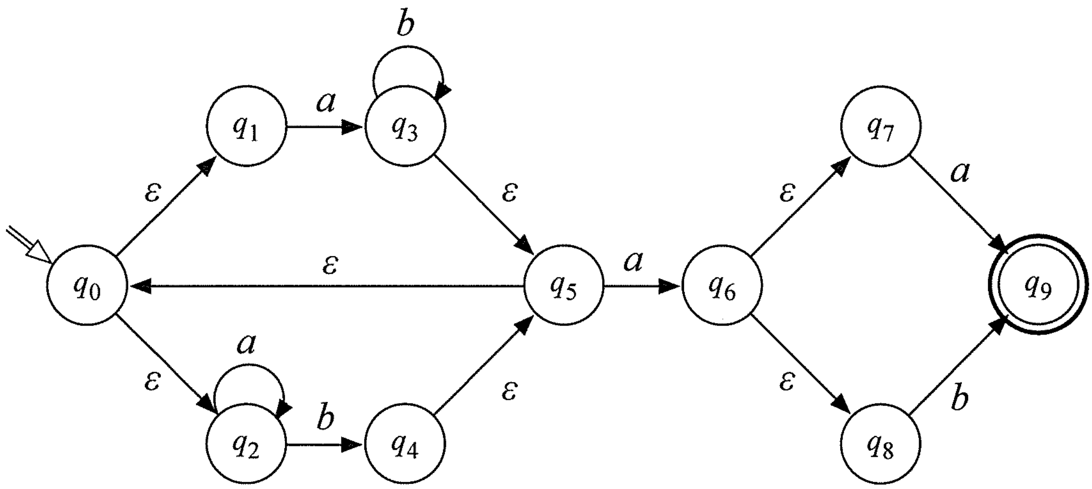


図２　M_1の状態遷移図

$E = (a \cdot b^* + a^* \cdot b) \cdot$ (A) $\cdot\ a \cdot$ (B)

（イ）M_1と等価な空動作のない最簡形の決定性有限オートマトンM_2を構成したところ，その状態遷移図は図３のようになった。図３の中の空欄①～⑨を埋めよ。

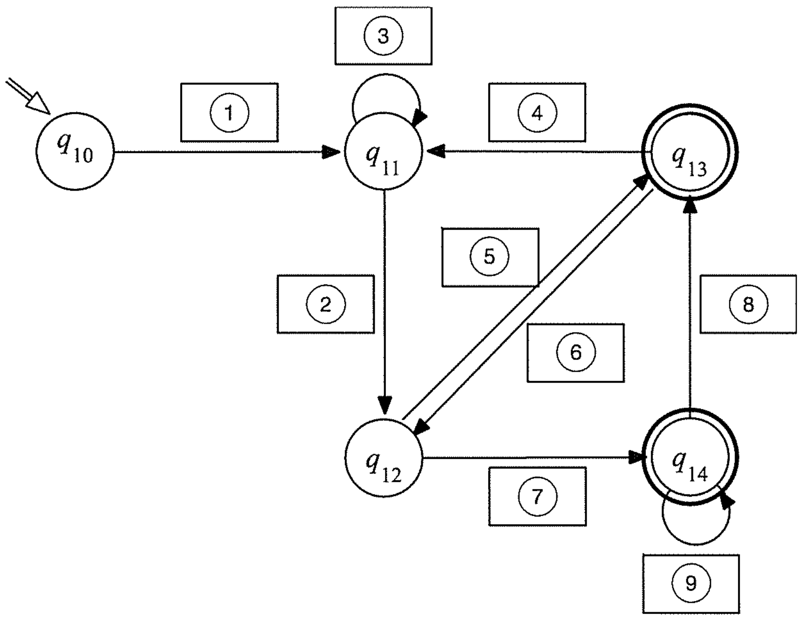


図３　M_2の状態遷移図

問題 27　計算機ハードウエア　設問すべてについて解答すること。

I　数値表現に関する以下の問い（1）～（3）に答えよ。括弧付きで示した添字の数値は基数を表す。

（1）　次の符号無し 2 進数を 10 進数に変換せよ。

（ア）$100100_{(2)}$

（イ）$1001.0101_{(2)}$

（2）　次の 2 の補数で表現された 8 ビットの 2 進数演算を行え。演算結果は 8 ビットの 2 の補数表現で示せ。

（ア）$0101\ 0100_{(2)} + 1000\ 0011_{(2)}$

（イ）$0000\ 0010_{(2)} - 0000\ 1011_{(2)}$

（3）　2 のべき乗による除算は算術シフトで実現できる。次の 2 の補数で表現された 2 進数同士を算術シフトで除算し，計算結果を 10 進数の整数で示せ。

（ア）$0000\ 1110_{(2)} \div 0000\ 0010_{(2)}$

（イ）$1000\ 1011_{(2)} \div 0000\ 0100_{(2)}$

II　次のディジタル回路に関する問い（1）～（2）に答えよ。なお，論理変数Aの否定は$\bar{A}$と記述せよ。また，論理回路を図示する解答には図 1 に示す MIL 記号を用いよ。

（1）　3 入力A_m $(m = 0,1,2)$，2 出力B_n $(n = 0,1)$を持つ，図 2 のような多数決回路を設計する。ここで，出力B_nは以下の値を取るように設計するものとする。

- B_0：入力A_mのうち，2つ以上が1である場合に1となり，そうでない場合は0
- B_1：入力A_mのすべてが等しい場合に1となり，そうでない場合は0

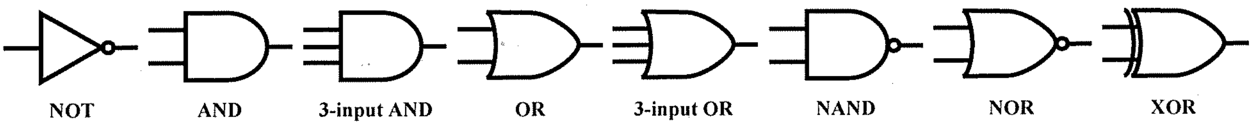


図 1：MIL 記号

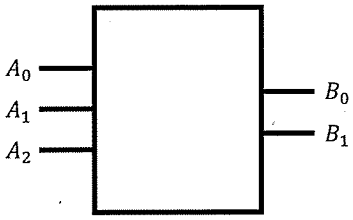


図 2：多数決回路

A_2 \ A_0A_1	00	01		
0				
1				

図 3：カルノー図

（ア）図 3 を解答用紙に転記し，B_0に対するカルノー図を完成させよ。また，このカルノー図を用いて簡単化したB_0の論理式を示せ。

（イ）問い（ア）を元に，出力B_0を生成する回路を記述せよ。

（2） これまでに設計した回路はそのまま使い，4入力の多数決回路に拡張したい。すなわち，問い（1）で設計した回路自体には変更を加えず，組み合わせ回路を新たに追加することで実現したい。なお，追加する組み合わせ回路は，新たに入力A_3を持つものとする。また，4入力多数決回路の出力C_0, C_1は，以下の値を取るように設計するものとする。

- C_0： 入力A_m ($m = 0,1,2,3$) のうち，3つ以上が1である場合に1となり，そうでない場合は0
- C_1： 入力A_m ($m = 0,1,2,3$) のすべてが等しい場合に1となり，そうでない場合は0

（ウ） C_0，C_1 に関する簡単化した論理式をA_3, B_0, B_1のみを用いて示せ。なお，A_0，A_1，A_2は用いてはならない。

（エ） （ウ）で求めた論理式に基づき，出力C_0を生成する回路を，図2を拡張する形で記述せよ。ただし，解答用紙に図2を転記し，該当の回路を記述せよ。

Ⅲ　図 4 は，n 要素を持つ 2 つの配列変数 x, y に対し，同じインデクス i を持つ要素同士を比較し，x[i] が y[i] よりも小さいような要素の数を調査する C 言語コードである。

```
for( int c = 0, i = 0; i != n; i++ )
  if( x[i] < y[i] ) c++;
```

図 4: C 言語コード

このコードを MIPS アーキテクチャ向けコンパイラで処理した結果，以下のアセンブリコードが得られた。なお，$ から始まるオペランドはレジスタを表すとし，$zero は常に値 0 が格納されている特殊なレジスタである。また，x および y の各要素は 4 バイト（＝1 ワード）の大きさを持ち，それぞれの先頭アドレスは，$s0 および $s1 に格納済であるとする。$n$ の値も $s7 に格納済であるとする。

行番号	ラベル	opcode	オペランド	意味
1		add	$t8, $zero, $zero	($t8 に 0 を格納)
2		add	$s6, $zero, $zero	($s6 に 0 を格納)
3	LOOP:	sll	$t9, $t8, 2	($t8 を 2 ビット左シフト（4 倍）した値を $t9 に格納)
4		add	$t0, $s0, $t9	($s0 と $t9 の和を $t0 に格納)
5		lw	$t2, 0($t0)	(メモリアドレス $t0 に格納されている値を $t2 に転送)
6		add	$t1, $s1, $t9	($s1 と $t9 の和を $t1 に格納)
7		lw	$t3, 0($t1)	(メモリアドレス $t1 に格納されている値を $t3 に転送)
8		slt	$t7, $t2, $t3	($t2 < $t3 ならば $t7 に 1 を，そうでなければ 0 をセット)
9		beq	$t7, $zero, SKIP	($t7 の値が 0 なら SKIP に分岐)
10		addi	$s6, $s6, 1	($s6 の値をインクリメント)
11	SKIP:	addi	$t8, $t8, 1	($t8 の値をインクリメント)
12		bne	$t8, $s7, LOOP	($t8 と$s7 の値が異なるなら LOOP に分岐)

図 5: アセンブリコード

（1）図 5 のコードについて，以下の問いに答えよ。

（ア）変数 i, c, x[i], y[i] を格納する用途に用いられているレジスタはどれか，それぞれ答えよ。

（イ）いま $n = 8$ であるとすると，図 5 のコードを実行した際の総実行命令数はいくつか。ただし，全配列要素のちょうど半分にあたる 4 つの要素に対して x[i] < y[i] が成り立つ，すなわち，コード実行後の変数 c の値は 4 となるものと仮定する。

（2）図 5 のコードを，5 ステージから成る 1-way（1 本）の命令パイプラインで実行することを考える。なお各ステージを，前段からそれぞれ $p_1, p_2, \cdots, p_5$ と呼ぶものとする。またこれ以降，以下に示す理想的な条件が成り立つと仮定する。

- キャッシュミスは発生しないものとし，lw 命令におけるメモリアクセスレイテンシは考慮しなくてよいものとする。

- 命令間のデータ依存は，フォワーディングにより適切に解決され，データハザードによるパイプラインバブルは発生しないものとする。
- 図5のコードを実行する範囲では，12行目の bne 命令において，分岐予測ミスは発生しないものとする。
- 分岐予測ヒット時には，パイプラインバブルは発生しないものとする。

このとき，以下の問いに答えよ。

（ウ）条件分岐命令とその後続命令の間には，制御依存が存在するため，分岐予測ミス時にはパイプラインハザード（制御ハザード）が発生する。条件分岐命令の p_3 ステージでの処理完了により，後続命令が確定するとした場合，この制御ハザード1回あたりに挿入すべきパイプラインバブルの数はいくつか答えよ。

（エ）問い（イ）および（ウ）で示した条件のもとで図5のコードを実行した際の総実行サイクル数を答えよ。ただし1ステージが1クロックサイクルで実行されるものとする。また分岐予測器は，9行目の beq 命令に対して「常に成立する」と予測するものとする。すなわち，問い（イ）の前提より，n (= 8) の半数にあたる4つの要素の処理時に分岐予測ミスが発生するとする。

（オ）問い（エ）の結果を問い（イ）の結果で除算することにより，この場合の CPI (cycles per instruction) を算出せよ。ただし小数点以下第3位を四捨五入し，小数点以下2桁まで求めること。

（3）条件分岐命令を削減することで，制御ハザードによる性能低下を抑制することを考えるにあたり，以下の問いに答えよ。

（カ）図5のコードの，9〜10行目にある2命令は，まとめて1つの命令で置きかえることが可能である。その命令を答えよ。ただし opcode としては，図5中で使用されているもののうちから適切なものを選んで用いることとし，適切なオペランドとともに示すこと。

（キ）問い（カ）で行った置きかえにより，分岐予測ミスを発生させる条件分岐命令を排除したコードが得られた。問い（エ）と同じ条件下でこの変換後のコードを実行した際の CPI を答えよ。ただし小数点以下第3位を四捨五入し，小数点以下2桁まで求めること。

問題 28　情報数学　設問すべてについて解答すること。

Ⅰ　アルファベット$A=\{1,2,\dots,N\}$を取り得る２つの確率変数X,Yが存在し，その同時確率は$P_{XY}(i,j)$，$i,j\in A$で与えられるものとする。また，周辺化されたX,Yの確率をそれぞれ$P_X(i)$，$i\in A$および$P_Y(j)$，$j\in A$と表記し，Yが与えられたときのXの条件付き確率を$P_{X|Y}(i|j)$，$i,j\in A$と表すこととする。以下の問いに答えよ。

（１）$P_X(i)$および$P_{X|Y}(i|j)$を，$P_{XY}(i,j)$のみを用いて表せ。

（２）エントロピー$H(X)$および条件付きエントロピー$H(X|Y)$を，$P_{XY}(i,j)$のみを用いて表せ。

（３）相互情報量$I(X;Y)$は以下のダイバージェンスとして定義される。

$$I(X;Y)=D\big(P_{XY}(i,j)\,||\,P_X(i)P_Y(j)\big)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}P_{XY}(i,j)\log_2\frac{P_{XY}(i,j)}{P_X(i)P_Y(j)}$$

この定義式から$I(X;Y)=H(X)-H(X|Y)$であることを示せ。

（４）相互情報量$I(X;Y)$が非負であることをイェンゼン（Jensen）の不等式を用いて示せ。

（５）$N=2$としたとき，相互情報量$I(X;Y)$が最小となる確率分布$P_{XY}(i,j)$の例を１つ，理由とともに示せ。ただし，確率分布は以下の行列$\boldsymbol{P}$の形式で記述すること。

$$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}P_{XY}(1,1) & P_{XY}(2,1)\\ P_{XY}(1,2) & P_{XY}(2,2)\end{pmatrix}$$

（６）$N=2$としたとき，相互情報量$I(X;Y)$が最大となる確率分布$P_{XY}(i,j)$をすべて，理由とともに示せ。ただし，確率分布は行列$\boldsymbol{P}$の形式で記述すること。

Ⅱ　$\mathbb{N}$を自然数の集合とし，a,bをそれぞれ$2\le a\le 5$，$b\le 7$を満たす自然数とする。$\mathbb{N}\times\mathbb{N}$の部分集合として$X_a=\{(x,y)\mid x,y\in\mathbb{N},1\le x\le a,2\le y\le a\}$，$Y_b=\{(x,x)\mid x\in\mathbb{N},b\le x\le 7\}$を定めるとき，以下の問いに答えよ。

（１）$X_4\cap Y_3$ に含まれる要素をすべて列挙せよ。

（２）$2\le b\le a$であるとき，$\mathrm{X}_a\cup Y_b$ の要素数をa,bの関数として表せ。

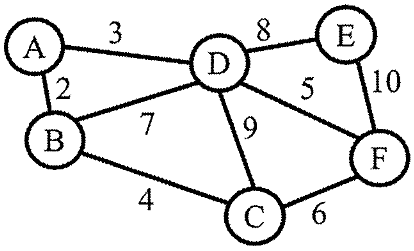
（３）写像 $f:\mathrm{X}_a\cup Y_b\to\mathbb{N}$ を $f\big((x,y)\big)=x$ と定義するとき，fが単射となるようなa,bの組をすべて答えよ。

Ⅲ　連結な無向グラフで閉路を持たないようなものを木と呼ぶ。このとき以下の問いに答えよ。

（1）　頂点数 6 の木で，その最大次数が最大となるもの，および最小となるものをそれぞれ 1 つずつ図示せよ。記載する図において，頂点および辺にラベルを書き入れる必要はない。

（2）グラフ $T=(V,E)$ を任意の木とする。T中の任意の辺 $e \in E$ を除去して得られるグラフ $T-e=(V,E \setminus \{e\})$ が必ず非連結になることを，背理法を用いて証明せよ。

（3）以下の重み付き無向グラフを考える。



このグラフの最小全域木（最小生成木）を$T_{\min}$とする。$T_{\min}$において頂点 D に接続している辺をすべて列挙せよ。ただし，グラフ中の各辺はその両端点のラベル 2 つを要素とする集合で表現すること。

問題 ２９　微分積分・線形代数　設問すべてについて解答すること。

I　次の (1)〜(4) の問いに答えよ。

(1) ２変数関数 $h(x,y)$ は２回偏微分可能でその２次偏導関数は連続であるとする。関数 $w=h(1-5t,3t^2-7)$ の２次導関数を h の１次・２次偏導関数と t とを用いて表せ。

(2) $z=\tan^{-1}\dfrac{y}{x}$ について $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ を計算せよ。

(3) $z=\tan^{-1}\dfrac{y}{x}$ と $x=1-uv,\ y=u+v$ との合成関数を $z=f(u,v)$ と表したとき，$\dfrac{\partial f}{\partial u}$ と $\dfrac{\partial f}{\partial v}$ とを計算せよ。

(4) $g(u,v)=\tan^{-1}u+\tan^{-1}v$ とおく。(3) で定めた関数 $f(u,v)$ を用いてできる関数 $f(u,v)-g(u,v)$ を具体的に記述せよ。

II　V をベクトル $\begin{pmatrix}1\\-2\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\-1\\2\\-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\4\\1\\-2\end{pmatrix}$ で張られる $\mathbb{R}^4$ の部分空間とする。また，$a\in\mathbb{R}$ を実数とし，$\mathbb{R}^4$ の部分空間

$$W=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^4\ \middle|\ \begin{array}{rcrcrcrl} x&+&y&&&+&3t&=0\\ 2x&+&(a-2)y&-&2z&+&3t&=0\\ -x&+&3y&+&2(a+1)z&+&9t&=0\\ 3x&+&2y&-&2z&+&6t&=0\end{array}\right\}$$

を考える。$\dim(W)=2$ であるとき，次の (1) 〜 (5) の問いに答えよ。

(1) V の基底を１組あげよ。

(2) 条件を満たす a を全て求めよ。

(3) W の基底を１組あげよ。

(4) 和空間 $V+W=\{\boldsymbol{v}+\boldsymbol{w}\mid \boldsymbol{v}\in V,\boldsymbol{w}\in W\}$ を V のベクトルと W のベクトルの和全体がなす $\mathbb{R}^4$ の部分空間と定める。$V+W$ の基底を１組あげよ。

(5) $\dim(V\cap W)$ を求めよ。

問題 ３０　数理科学１　設問すべてについて解答すること。

I　次の複素関数 $f(z)$ を考える。

$$f(z) = \frac{\cos z}{(z+\pi)^2(z-i)}$$

円 C は半径が 2，中心が -2 であるとする。

(1) $f(z)$ の全ての極とその位数を答えよ。

(2) C の内部にある $f(z)$ の極における $f(z)$ の留数を求めよ。

(3) $\displaystyle\int_C f(z)\,dz$ を求めよ。ただし，C には正の向きを与える。

(4) $f(z)$ の $-\pi$ を中心としたローラン展開を $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(z+\pi)^n$ とするとき，a_{-1} を求めよ。

II　$t > -1$ で定義された関数 $x(t), y(t)$ は次を満たす。ただし，$y'(t) > 0$ とする。

$$\text{(i)}\ \ x' + \frac{1}{t+1}x = 2 - \frac{1}{t+1}$$

$$\text{(ii)}\ \ yy'' = (y')^2 - 1$$

$u = y'$ とおく。

(1) $\dfrac{d}{dt}\big((t+1)\,x(t)\big)$ を求めよ。また，微分方程式 (i) の $x(0) = -1$ を満たす解を求めよ。

(2) $y'' = \dfrac{du}{dy}u$ を示せ。

(3) 微分方程式 (ii) を $y, u, \dfrac{du}{dy}$ で書け。

(4) $u \neq 1$ として，(3) で求めた u と y に関する微分方程式を解け。

問題 ３１　数理科学２ 設問すべてについて解答すること。

I　サイコロを続けて投げ，１の目が出たら終了とする。このときサイコロを投げた回数を X とする。

(1) 確率 $P(X=k)$ を求めよ。

(2) 積率母関数 $M(t)=\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} e^{tk}P(X=k)$ を求めよ。ただし $e^t<\dfrac{6}{5}$ とする。

(3) 導関数 $M'(t)$ を計算せよ。

(4) 期待値 $E[X]=\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} kP(X=k)$ は 6 であることを示せ。

(5) 分散 $V[X]$ を求めよ。

II　n を 2 以上の自然数とする。n 次実列ベクトル $\boldsymbol{x}$ について，$\boldsymbol{x}$ の転置を ${}^t\boldsymbol{x}$ と表し，$\boldsymbol{x}$ のノルムを $\|\boldsymbol{x}\|=\sqrt{{}^t\boldsymbol{x}\,\boldsymbol{x}}$ と表す。また，n 次実対称行列 S の固有値を $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n$ とし，対応する固有ベクトルを $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\ldots,\boldsymbol{a}_n$ とする。すなわち，

$$S\boldsymbol{a}_i=\lambda_i\boldsymbol{a}_i \quad (i=1,2,\ldots,n)$$

ただし，$\lambda_1>\lambda_2>\ldots>\lambda_n>0$, $\|\boldsymbol{a}_i\|=1$ とする。さらに，n 次正方行列 P を $[\boldsymbol{a}_1\,\boldsymbol{a}_2\,\ldots\,\boldsymbol{a}_n]$ と定める。

(1) 任意の n 次実列ベクトル $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}$ について，${}^t(S\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{y}={}^t\boldsymbol{x}\,(S\boldsymbol{y})$ となることを示せ。

(2) $i\neq j$ のとき，${}^t\boldsymbol{a}_i\,\boldsymbol{a}_j=0$ となることを示せ。

(3) n 次正方行列 ${}^tPSP$ を，固有値 $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n$ を用いて表せ。

(4) 任意の n 次実列ベクトル $\boldsymbol{x}$ について，$\|{}^tP\boldsymbol{x}\|^2=\|\boldsymbol{x}\|^2$ となることを示せ。

(5) 集合 A を $\{\|S\boldsymbol{x}\|\mid \boldsymbol{x}$ は n 次実列ベクトルで $\|\boldsymbol{x}\|=1\}$ と定める。A の最大値は λ_1 であることを示せ。