

問題 1

Fig.1 はある制御系のブロック線図である．ここで， $K > 0$, $T > 0$, $a > 0$ とする．以下の間に答えよ．

- (1) この制御系が安定であるための K, T, a に関する条件を求めよ．
- (2) この制御系の目標値 $r(t) = \frac{t^2}{2}$ に対する定常加速度偏差を 0.1 より小さくするための K, T, a に関する条件を示せ．
- (3) $T=1, a=1$ のとき，制御系の根軌跡の概形を描け．

(ヒント：根軌跡において横軸からの分岐点あるいは合流点は次の関係を満たす．)

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{s-p_n} = \sum_{m=1}^M \frac{1}{s-z_m}$$

ただし， $\{p_n\}$ と $\{z_m\}$ は，それぞれ開ループ伝達関数の極と零点である．)

Fig.1 shows a control system. Let $K > 0$, $T > 0$ and $a > 0$. Answer the following questions.

- (1) Find the condition on the parameters K, T and a so that the control system is stable.
- (2) Find the condition on the parameters K, T and a so that the steady-state acceleration error is less than 0.1 when the reference input $r(t) = \frac{t^2}{2}$.
- (3) Let $T=1$ and $a=1$. Sketch the root locus of the control system.

(Hint: The branch points and junction points of the root locus on the horizontal axis satisfy the following relation:

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{s-p_n} = \sum_{m=1}^M \frac{1}{s-z_m},$$

where $\{p_n\}$ and $\{z_m\}$ are the poles and zeros of the open-loop transfer function, respectively.)

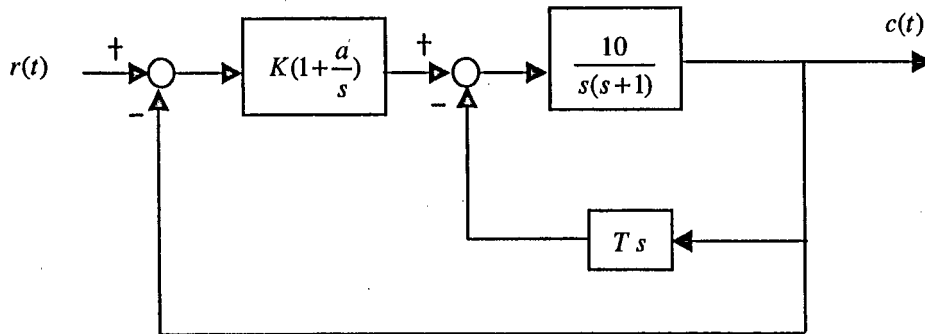


Fig.1

問題 2 (1 頁目 / 2 頁中)

チャンネル#a とチャンネル#b の 2 つの低周波信号(low-frequency signal)をパルス符号変調(PCM)と搬送波抑圧振幅変調(DSB-SC)したあと、周波数分割多重(FDM)を用いて多重伝送することを考える。このような信号伝送系の送信機のブロック図を Fig. 2 に示す。PCM 変調器(PCM modulator)では、低周波信号を標本化してパルス振幅変調(PAM)信号に変換したのち、256 レベル量子化と符号化を行って PCM 信号に変換する。このようにして得られた 2 チャンネルの PCM 信号、 $a(t)$ および $b(t)$ 、は次式で表せる。

$$a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t - nT), \quad b(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t - nT)$$

ここで、 $\delta(t)$ は単位インパルス関数を、 T はインパルス間隔を、それぞれ表す。また、 a_n と b_n は+1 または-1 の値をとるものとする。PCM 信号のビットレートは T の逆数(すなわち $1/T$)である。2 つの低周波信号の最大周波数は共に f_m であり、また、DSB-SC に用いる搬送周波数は f_c および $f_c + \Delta f$ であり、低域通過フィルタ(LPF)の伝達関数 $H(f)$ は次式で表せるものとする。

$$H(f) = \begin{cases} \frac{1}{2B} & |f| \leq B \text{ のとき} \\ 0 & \text{その他のとき} \end{cases}$$

次の問に答えよ。

- (1) PCM 信号のビットレートの許容最小値を f_m を用いて表せ。
- (2) LPF の単位インパルス応答 $h(t)$ を求めよ。次に、この単位インパルス応答に基づいて、時刻 $t=kT$ における LPF 出力値が a_k および b_k となるために必要な LPF 帯域幅 B の許容最小値を f_m を用いて表せ。ただし、 k は任意の整数である。
- (3) FDM 伝送するために必要な DSB-SC 搬送周波数差 Δf の許容最小値を f_m を用いて表せ。
- (4) FDM 信号を受信して、チャンネル#a とチャンネル#b の元の低周波信号を復元する受信機のブロック図を図示して受信過程を説明せよ。

Consider that two low-frequency signals of channel #a and channel #b are modulated using pulse code modulation (PCM) and double side-band modulation with suppressed carrier (DSB-SC), and then, multiplexed using frequency-division multiplexing (FDM). A transmitter block diagram of such a signal transmission system is illustrated in Fig. 2. In each PCM modulator, the low-frequency signal is sampled and transformed into a pulse amplitude modulation (PAM) signal, and then, is transformed into a PCM signal using 256-level quantization and encoding. Two PCM signals, $a(t)$ and $b(t)$, can be expressed as

$$a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t - nT), \quad b(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t - nT),$$

where $\delta(t)$ represents the unit impulse, T represents the impulse interval, and a_n and b_n take the value of either +1 or -1. The bit rate of PCM signals equals the inverse of T . The maximum frequencies of the two low-frequency signals are both given by f_m , the carrier frequencies of DSB-SC signals are f_c

問題 2 (2 頁目 / 2 頁中)

and $f_c + \Delta f$, and the lowpass filter (LPF) has the transfer function given by

$$H(f) = \begin{cases} \frac{1}{2B} & \text{if } |f| \leq B \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Answer the following questions.

- (1) Express, by using f_m , the allowable minimum value of the PCM bit rate.
- (2) Derive the unit impulse response $h(t)$ of the LPF. Then, express, by using f_m , the allowable minimum value of the LPF bandwidth B to make the LPF outputs at time $t=kT$ to be a_k and b_k , where k is an arbitrary integer.
- (3) Express, by using f_m , the allowable minimum difference Δf between the DSB-SC carrier frequencies for FDM transmission.
- (4) Sketch a receiver block diagram to recover the two low-frequency signals of channel #a and channel #b and explain the receiving process.

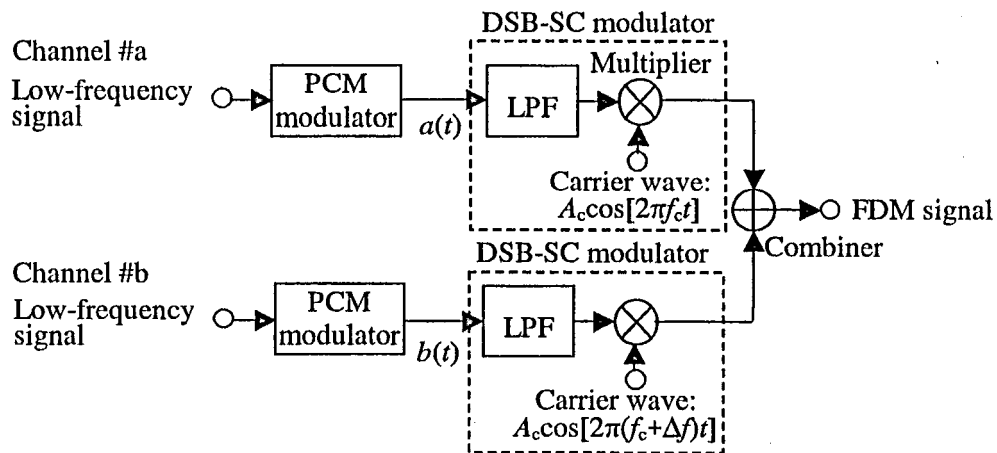


Fig. 2 Transmitter block diagram for signal transmission using PCM, DSB-SC and FDM

問題 3 (1 頁目 / 2 頁中)

Fig. 3(a)に示す n チャネル MOSFET を用いたソース接地 RC 結合交流増幅回路について以下の間に答えよ。ただし, n チャネル MOSFET の定電流領域でのドレイン電流 I_D は,

$$I_D = \frac{\beta}{2}(V_{GS} - V_T)^2$$

で表される。ゲイン定数 $\beta = 2 \times 10^{-3} \text{ A/V}^2$, しきい値 $V_T = 1 \text{ V}$ とする。なお, 問(1), (3), (5)においては, 最終的な答としての値だけでなく, 計算の過程を合わせて詳述すること。

- (1) 動作点における直流バイアス電圧 V_{GS} , V_{DS} を求めるとともに, n チャネル MOSFET が確かに定電流領域で動作していることを示せ。
- (2) Fig. 3(b)は n チャネル MOSFET の断面構造を示している。n チャネル MOSFET が定電流領域で動作している時, X-X'および Y-Y'に沿ってエネルギーバンド図の概略を描け。
- (3) 動作点における n チャネル MOSFET の相互コンダクタンス $g_m \equiv \frac{dI_D}{dV_{GS}}$ を求めよ。
- (4) Fig. 3(c)に示す n チャネル MOSFET の微小信号モデルを用いて増幅回路の微小信号等価回路を示せ。
- (5) 問(4)で求めた微小信号等価回路に基づき, 電圧利得 $K \equiv \frac{v_o}{v_i}$ を導出せよ。ここで, v_i および v_o は, それぞれ微小信号入力電圧および微小信号出力電圧である。電圧利得の振幅 $|K|$ と角周波数 ω の関係の概略を両対数グラフとして図示せよ。低域遮断角周波数 ω_l および高域遮断角周波数 ω_h を求めよ。さらに, 中間周波数帯 ($\omega_l \ll \omega \ll \omega_h$) での電圧利得 K_0 を求めよ。

Fig. 3(a) shows a common-source RC-coupled ac amplifier using an n-channel MOSFET. Answer the following questions on this amplifier circuit. The drain current of an n-channel MOSFET at constant-current region is given by

$$I_D = \frac{\beta}{2}(V_{GS} - V_T)^2.$$

Let the gain constant $\beta = 2 \times 10^{-3} \text{ A/V}^2$ and the threshold voltage $V_T = 1 \text{ V}$. On questions (1), (3), and (5), describe the calculation processes in detail also.

- (1) Calculate the dc bias voltages V_{GS} and V_{DS} at the operating point. Then, show that the n-channel MOSFET is actually operating at the constant-current region.
- (2) Fig. 3(b) shows a cross-sectional view of an n-channel MOSFET. Sketch the energy band diagrams along X-X' and Y-Y' when the n-channel MOSFET is operating at the constant-current region.
- (3) Calculate the transconductance $g_m \equiv \frac{dI_D}{dV_{GS}}$ of the n-channel MOSFET at the

問題 3 (2 頁目 / 2 頁中)

operating point.

- (4) Show the small-signal equivalent circuit of the amplifier using the small-signal model of an n-channel MOSFET shown in Fig. 3(c).
- (5) Based on this small-signal equivalent circuit, derive the frequency response of the voltage gain $K \equiv \frac{v_o}{v_i}$, where v_i and v_o are the small-signal input and output voltages, respectively. Then plot the outline of the gain amplitude $|K|$ versus angular frequency ω on log scales. Calculate the lower cut-off angular-frequency ω_ℓ , and the upper cut-off angular-frequency ω_h . Also, calculate the voltage gain K_0 at mid-frequency range ($\omega_\ell \ll \omega \ll \omega_h$).

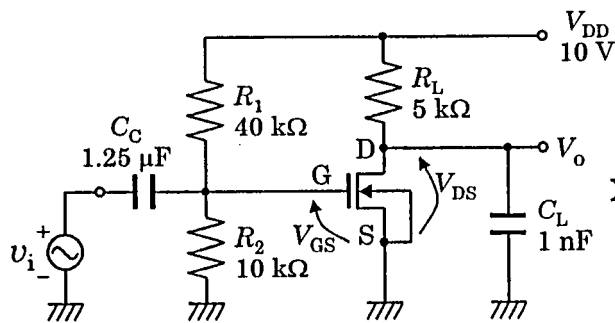


Fig. 3(a) Amplifier circuit

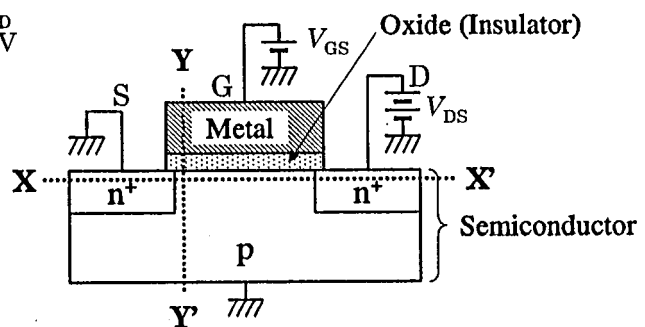


Fig. 3(b) Cross-sectional view of an n-channel MOSFET

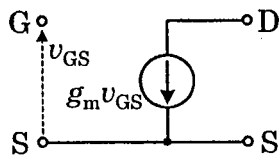


Fig. 3(c) Small-signal model

問題 4

2 個のレジスタ A, B にそれぞれ 4 ビットの 2 進数 X, Y が記憶されている。ただし、負数は 2 の補数で表現されている。X と Y を比較し、大きい方の値をレジスタ C に格納する算術演算システム（4 ビット比較器）について、以下の間に答えよ。ただし、X と Y が等しい場合はどちらを格納してもよい。

- (1) 全加算器と XOR（排他的論理和）ゲートを用いて、4 ビット並列加減算器を構成せよ。全加算器には適当な記号を用いよ。
- (2) 2 入力マルチプレクサでは、Table 4 で示されるように、制御入力 S が 0 のときデータ入力 I_0 を出力し、S が 1 のときデータ入力 I_1 を出力する。このマルチプレクサの論理式を、AND, OR, NOT を用いた最も簡単な積和形式で表せ。また、これを NAND ゲートのみを用いた論理回路で構成せよ。
- (3) 並列加減算器、レジスタ、マルチプレクサを用いて、上述した 4 ビット比較器のブロック図を描け。各モジュールには適当な記号を用いよ。

Let two 4-bit binary numbers, X and Y, be stored into registers A and B, respectively, where negative numbers are represented by 2's complement forms. Consider an arithmetic system (a 4-bit comparator) which compares X with Y, and stores the larger value into a register C, where either X or Y can be stored when X equals Y.. Answer the following questions.

- (1) Draw a block diagram of a 4-bit parallel adder/subtractor using full adders and XOR (exclusive-OR) gates. Use an appropriate symbol for a full adder.
- (2) In a two-input multiplexer, the data input I_0 is selected as its output if the control input S is set to 0, while the data input I_1 is selected as its output if S is set to 1, as shown in Table 4. Show a Boolean expression of the multiplexer with the simplest sum-of-products form composed of AND, OR and NOT. Also, draw a logic circuit of the multiplexer by using only NAND gates.
- (3) Draw a block diagram of the 4-bit comparator by using modules of the 4-bit parallel adder/subtractor, the registers and the two-input multiplexers. Use an appropriate symbol for each module.

Table 4

S	Output
0	I_0
1	I_1

問題 5

命題変数 X , Y と命題演算子 \wedge (論理積), \neg (否定) からつくられる論理式 (たとえば, X , $\neg\neg Y$, $Y \wedge \neg X \wedge \neg Y$ など) を考える.

(1) 以下の BNF(Backus-Naur Form) 記法にもとづいて論理式 $X \wedge \neg\neg Y \wedge X$ の構文解析木をすべて示せ. ここで, 非終端記号 $\langle prop \rangle$ は論理式の集合を生成するものとする.

$$\langle prop \rangle ::= X \mid Y \mid \neg \langle prop \rangle \mid \langle prop \rangle \wedge \langle prop \rangle$$

(2) 命題変数 X , Y と命題演算子 \wedge (論理積), \neg (否定) からなる論理式を生成する曖昧性のない文法を BNF 記法で構成せよ.

Consider the propositional expressions consisting of propositional variables X and Y , and propositional operators \wedge (and) and \neg (not) (for example, X , $\neg\neg Y$, $Y \wedge \neg X \wedge \neg Y$, etc.).

(1) Show all the parse trees for the propositional expression $X \wedge \neg\neg Y \wedge X$ according to the following BNF (Backus-Naur Form), where the nonterminal symbol $\langle prop \rangle$ generates the set of propositional expressions.

$$\langle prop \rangle ::= X \mid Y \mid \neg \langle prop \rangle \mid \langle prop \rangle \wedge \langle prop \rangle$$

(2) Construct an unambiguous grammar in BNF that generates the propositional expressions consisting of variables X and Y , and propositional operators \wedge (and) and \neg (not).

問題 6 (1 頁目 / 2 頁中)

1 個の核 (電荷 Ze) の周りに束縛された 2 個の電子 (各々の電荷 $-e$) を考える. 核の質量は電子に比べて非常に大きく, その運動は無視できると仮定する. このとき, 以下の問に答えよ.

- (1) まずスピンを無視し, 軌道運動のみについて考える. 核を原点とした各々の電子の座標を r_i ($i = 1, 2$) とし, 核と電子および電子間にはクーロン力のみが働くとする.

(a) 軌道運動のハミルトニアン H_O を, 電子 1 についての部分 H_1 , 電子 2 についての部分 H_2 , および電子間の相互作用の部分 H_{12} , に分けて記せ.

(b) H_{12} が系の固有エネルギーすなわち H_O の固有値に与える効果を定性的に述べよ.

- (2) 各々の電子のスピン角運動量演算子を $\hbar s_i$ ($i = 1, 2$) とし, $S = s_1 + s_2$ と定義する. 二つの電子のスピン間にはハミルトニアン

$$H_{ss} = -\zeta s_1 \cdot s_2 \quad (\zeta > 0)$$

で表される相互作用が働くものとする.

(a) S^2 の固有状態が H_{ss} の固有状態になることを示せ.

(b) H_{ss} の固有値と, 対応する固有状態の縮退度を求めよ.

- (3) 問 (2) の系に, さらに z 軸方向に外部磁場 (磁束密度 B) を印加する.

(a) そのときのスピン系のハミルトニアン H_S を記せ. ただし, 電子スピンの磁気モーメントを $2\mu s_i$ ($i = 1, 2$) とする.

(b) S^2 および S_z の同時固有状態が H_S の固有状態となることを示せ.

(c) H_S の固有値を求め, それらの B に対する変化を図示せよ.

(d) H_S の各々の固有値に対する固有状態を, s_{iz} ($i = 1, 2$) の固有状態を用いて表せ. ここで, s_{iz} は s_i の z 軸方向成分を表す.

- (4) 電子 1, 2 が共に同じ軌道状態にあるとき, 問 (3)(d) で導出したスピン系の固有状態のうち, 系がとり得る状態をすべて挙げ, その理由を述べよ.

問題 6 (2 頁目 / 2 頁中)

Consider two electrons (each charge $-e$) bound by a nucleus (charge Ze). Assume that the nucleus mass is much larger than those of electrons so that we can neglect the motion of the nucleus.

- (1) First, we consider only the orbital motion, neglecting the effect of spins. We write the positions of the two electrons measured from the nucleus as \mathbf{r}_i ($i = 1, 2$) and assume that only Coulombic forces are present between the nucleus and electrons, and between the two electrons.

- (a) Write the Hamiltonian H_O of the orbital motion, dividing into three parts: the Hamiltonians H_1 and H_2 regarding the electrons 1 and 2, respectively, and the Hamiltonian H_{12} that expresses the interaction between the two electrons.
- (b) Give a qualitative description of the effect of H_{12} on the eigenenergy, i.e., eigenvalue of H_O , of the system.

- (2) Assume that the interaction Hamiltonian

$$H_{ss} = -\zeta \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2 \quad (\zeta > 0)$$

is effective between the two electron spins, where $\hbar \mathbf{s}_i$ is the spin angular momentum operator of each electron, and define $\mathbf{S} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$.

- (a) Show that the eigenstates of \mathbf{S}^2 are also the eigenstates of H_{ss} .
- (b) Obtain the eigenvalues of H_{ss} and the degeneracies of the corresponding eigenstates.
- (3) To the system of Problem (2), we add an external magnetic field (magnetic flux density B) parallel to the z -axis.
- (a) Write the spin Hamiltonian H_S in the magnetic field, assuming that the magnetic moments of the electron spins are $2\mu \mathbf{s}_i$ ($i = 1, 2$).
- (b) Show that the simultaneous eigenstates of \mathbf{S}^2 and S_z are the eigenstates of H_S .
- (c) Obtain the eigenvalues of H_S and plot them as a function of B .
- (d) Give the eigenstates of each eigenvalue of H_S in terms of the eigenstates of s_{iz} ($i = 1, 2$), where s_{iz} is the z -component of \mathbf{s}_i .
- (4) Consider the case when the two electrons occupy the same orbital eigenstate. What in the spin eigenstates obtained in Problem (3)(d) is/are the possible state/states in this case? What is the reason for your choice?

問題 7 (1 頁目 / 2 頁中)

$f(x)$ は等式

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -e^x & (x < 0) \end{cases}$$

によって与えられた関数で, $g(x)$ は積分方程式

$$f(x) + \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-y)g(y)dy = 2g(x) \quad (-\infty < x < +\infty)$$

を満たす関数であるとする. $f(x)$, $g(x)$ の Fourier 変換をそれぞれ

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-iwx}dx,$$

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)e^{-iwx}dx$$

とする. 以下の問に答えよ.

(1) Fourier 変換 $F(w)$, $G(w)$ を求めよ.

(2) $g(x)$ の具体的な関数形を求め, $g(x)$ のグラフの概形を描け.

問題 7 (2 頁目 / 2 頁中)

Let $f(x)$ be a function given by

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -e^x & (x < 0). \end{cases}$$

Assume that a function $g(x)$ satisfies an integral equation

$$f(x) + \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-y) g(y) dy = 2g(x) \quad (-\infty < x < +\infty).$$

We define Fourier transforms of $f(x)$ and $g(x)$ as

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-iwx} dx,$$

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{-iwx} dx.$$

Answer the following questions.

- (1) Find the Fourier transforms $F(w)$ and $G(w)$.
- (2) Obtain the explicit form of the function $g(x)$ and sketch its graph.