平成20年8月19日（火）13：00～16：00

平成21年度大学院博士前期課程

電気電子情報工学専攻

選択科目　電磁エネルギー工学　入試問題

[注意事項]

- 問題の数は５題である。問題１を必須とし、問題２から問題５までの４題から2題を選択して解答せよ。なお、解答は、

  問題１を（白色）の解答用紙
  問題２を（赤色）の解答用紙
  問題３を（青色）の解答用紙
  問題４を（黄色）の解答用紙
  問題５を（水色）の解答用紙

  に記入すること。解答用紙を間違うと採点されない場合があるので注意すること。

- 問題用紙は表紙を含めて17枚である。

問題[１]（解答用紙「白色」に解答してください。）

問１　次の（ア）から（ソ）にあてはまる最も適切な値、記号または数式を解答せよ。

下の図のように質量 m の物体が一端を壁に固定したバネに結ばれ、摩擦のないなめらかな水平面上に置かれている。バネ定数を k とし物体の x 方向の運動について考える。

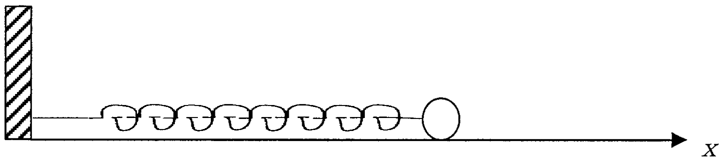

図 1-1　バネにつながれた物体の運動

バネが自然長の長さの時の物体の位置を原点にとり、物体の位置を x とすると物体にはたらく力 F はフックの法則より $F=$ $\boxed{（ア）}$ となる。加速度が d^2x/dt^2 と表せることから物体の運動方程式は $\boxed{（イ）}$ となる。この式は単振動を表しており、単振動の角振動数を ω_o とすると ω_o と $m,\ k$ との関係は $\omega_o=$ $\boxed{（ウ）}$ となる。またこの微分方程式の解は $C_1\cos\omega_o t+C_2\sin\omega_o t$ の形として求まる。（ただし C_1, C_2 は初期条件によって決まる定数）いま、バネの自然長から距離 d だけ延ばした状態から手を離すとすると、この物体の運動の初期条件（$t=0$ で $x=d,\ dx/dt=0$）を考慮すると（イ）の解は $x=$ $\boxed{（エ）}$ となる。物体は手を離した後、速さを増加させながら壁に向かって進む。このとき速さが最大となる位置は $x=$ $\boxed{（オ）}$ であり、速さの最大値は単振動の周期 T を用いて $\boxed{（カ）}$ と表される。

この単振動における物体の運動エネルギーを E_v、バネのポテンシャルエネルギーを E_k とし、それぞれ x や dx/dt で表すと、$E_v=$ $\boxed{（キ）}$ 、$E_k=$ $\boxed{（ク）}$ となる。これらの和である力学的全エネルギー E_o を解（エ）を用いて求めると $E_o=$ $\boxed{（ケ）}$ となり、E_o は時間に依らず一定であることが示される。

つぎにこの単振動運動に速度に比例した弱い抵抗力が働く場合を考える。
抵抗力 F' は速度にかかる比例係数を $2m\mu$ と置くと、$F'=-2m\mu dx/dt$ と表せることから運動方程式は $\boxed{（コ）}$ となる。この微分方程式の解を求める。求める解を $e^{\lambda t}$ とおいて式に代入し、整理すると λ についての特性方程式が得られる。$e^{\lambda t}$ が解となるには λ が特性方程式を満たすことから $\lambda=$ $\boxed{（サ）}$ となる。いま抵抗力が弱いことから $\omega_o^2-\mu^2>0$ であり、新たに実数 ω を $\omega^2=\omega_o^2-\mu^2$ と定義して解を μ と ω を用いて表す。方程式の解は λ の値による２つの独立な解が得られるが、単振動の場合と同様にそれらの線形結合を適用する。

オイラーの公式（$e^{\pm i\omega t} = \cos\omega t \pm i\sin\omega t, i^2 = -1$）を用いて式を変形し、先の単振動と同じ初期条件を適用して固有な解を求めると方程式（コ）の解は $x_{(t)} =$ $\boxed{\quad（シ）\quad}$ となる。この解は振動しながら振幅が指数関数的に減衰する減衰振動と呼ばれる運動を表している。この減衰振動においてバネの長さがもっとも短くなる時間は $\boxed{\quad（ス）\quad}$ と求まり、そのときのバネの長さは自然長より $\boxed{\quad（セ）\quad}$ だけ短くなることが分かる。

次に減衰振動における運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和 E' の単位時間あたりの変化率を考える。減衰振動では抵抗力のために E' は時間とともに減少する。E' の時間変化は,

$$\frac{dE'}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{ \text{(キ)} + \text{(ク)} \right\}$$

で求められるが、これは式（コ）を用いてより平易な式となり、

$$\frac{dE'}{dt} = \boxed{\quad\text{(ソ)}\quad}$$

となる。これに求めた解を代入すると変化率の式が求められる。

問２　以下の問に対して、空欄（タ）から（フ）に、適当な数値もしくは式を記入しなさい。また、空欄（ａ）から（ｄ）に、選択肢の中から適した語句を選び記入しなさい。

熱平衡状態にある理想気体の運動について考える。気体中の分子は、他の分子と弾性衝突を繰り返しながら動き回っている。また、衝突と衝突の間、分子は一定速度で直線的に運動をする。このように乱雑な運動をする気体分子に対して、衝突と衝突の間に分子が移動する距離の平均値は $\boxed{\quad(a)\quad}$ と呼ばれており λ で表記することにする。圧力 p、体積 V、温度 T、n モルの理想気体に存在する分子数 N は、アボガドロ数 N_A を用いて、

$$N = \boxed{\quad(タ)\quad} \qquad \cdots\cdots(1)$$

であり、λ は単位体積当りの分子数 N/V に $\boxed{\quad(b)\quad}$ する。また、N/V が大きくなるほど、注目しているひとつの分子と他の分子との間で生じる衝突の回数は $\boxed{\ (c)\ }$ する。

最も簡単な系として、注目しているひとつの分子以外がすべて静止している系を考える。さらに、分子は直径 d の球であると仮定する。この分子が、速度 v で衝突を繰り返しながら気体中を運動するとき、時間 Δt の間に進む距離 L は、

$$L = \boxed{\quad(チ)\quad} \qquad \cdots\cdots(2)$$

である。また、直径 $2d$、高さ L となる円柱の体積中に存在する分子数 N_m は

$$N_m = \boxed{\quad(ツ)\quad} \qquad \cdots\cdots(3)$$

であり、時間 Δt の間に起きる衝突回数 z は N_m と等しくなる。したがって、λ は（チ）、(ツ）から求めることができ、

$$\lambda = \boxed{\quad(テ)\quad} \qquad \cdots\cdots(4)$$

が得られる。

実際には、標的となる分子は静止していることはなく運動をしている。気体の速度分布は、Maxwell の速度分布関数として

$$P(v) = 4\pi\left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{Mv^2}{2RT}\right) \qquad \cdots\cdots(5)$$

の確率分布関数で与えられ、

$$\int_0^\infty P(v)dv = 1 \qquad \cdots\cdots(6)$$

である。ここで、M は気体のモル質量、R は気体定数である。この分布関数を用いて、２乗平均速度：$\left(v^2\right)_{avg}$ は、積分形で表すと、

$$\left(v^2\right)_{avg} = \boxed{\quad(ト)\quad} \qquad \cdots\cdots(7)$$

となり、Rを用いて解くと

$$\left(v^2\right)_{avg} = \boxed{\quad (ナ) \quad} \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot (8)$$

となる。そこで、すべての分子が同じ速さ$v_{rms} = \sqrt{\left(v^2\right)_{avg}}$で運動している場合の$\lambda$を考える。

衝突回数zを求めるためには、注目した分子の速度ではなく、注目した分子と標的分子の相対速度が必要となる。注目分子の速度ベクトルを$\boldsymbol{v}_i$、標的分子の速度ベクトルを$\boldsymbol{v}_t$とし、これら２つのベクトルのなす角をϕとする。相対速度ベクトル$\boldsymbol{v}_r$は$\boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{v}_t - \boldsymbol{v}_i$であり、

$|\boldsymbol{v}_i| = |\boldsymbol{v}_t| = v_{rms}$の関係が成り立つことから、相対速度ベクトルの大きさ$|\boldsymbol{v}_r|$はv_{rms}とϕを用いて計算すると

$$|\boldsymbol{v}_r| = \boxed{\quad (ニ) \quad} \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot (9)$$

となる。衝突はさまざまな角度ϕで生じるため、角度ϕで$|\boldsymbol{v}_r|$の平均化を行う。その際、分子が空間に一様に分布していると仮定した場合のϕ方向の存在する確率分布関数は、

$$Q(\phi) = \frac{\sin\phi}{2} \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot (10)$$

で与えられ、

$$\int_0^{\pi} Q(\phi)d\phi = 1 \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot (11)$$

である。｜$\boldsymbol{v}_r$｜の平均値$\overline{v}_r$は積分形で表すと、

$$\overline{v}_r = \boxed{\quad (ヌ) \quad} \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot (12)$$

となり、解くと

$$\overline{v}_r = \boxed{\quad (ネ) \quad} \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot (13)$$

となる。したがって、

$$\lambda = \boxed{\quad (ノ) \quad} \times (テ) \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot (14)$$

が得られる。また、すべての分子が等速ではなく、Maxwell の速度分布に従っている場合には、

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (テ) \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot (15)$$

で与えられる。

　次に気体の比熱について考える。理想気体の１分子がもつ運動エネルギーの平均値K_{avg}は２乗平均速度$\left(v^2\right)_{avg}$を用いて表すと

$$K_{avg} = \frac{1}{2} m \left(v^2 \right)_{avg} \qquad \cdots\cdots (16)$$

となる。ここで m は分子１個の質量である。また、気体定数 R のかわりに Boltzmann 定数 k を用いると

$$K_{avg} = \frac{3}{2} kT \qquad \cdots\cdots (17)$$

となる。理想気体は、３つの座標軸に沿った運動の自由度をもっており、それぞれの自由度は平均として１分子あたり $\boxed{\quad (ハ) \quad}$ のエネルギーをもつ。これを $\boxed{\quad (d) \quad}$ の法則という。水素分子は２原子分子であり、室温において並進運動に加え回転運動もしている。水素分子の運動に対して、分子間の相互作用はないものと仮定すると、水素分子１個の平均内部エネルギー U は

$$U = \boxed{\quad (ヒ) \quad} \times (ハ) \qquad \cdots\cdots (18)$$

であり、水素分子のモル比熱 C として、

$$C = \boxed{\quad (フ) \quad} \qquad \cdots\cdots (19)$$

が得られる。

なお、解答にあたっては、必要に応じて、下記に示す公式を用いても良い。

$$\int_0^\infty x^{2n} e^{-ax^2} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{2}$$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\theta$ （a, b, c は三角形の各辺、θ は２辺 b, c に挟まれる角度）

選択肢

行路長、平均距離、平均自由行程、衝突回数、理想気体、エネルギー等分配、 エントロピー、比例、反比例、増加、減少

問題[2]（解答用紙「赤色」に解答してください。）

問 1

一様、無限大の磁化していない完全電離した密度n_0のプラズマ中を伝搬する電磁波を考える。ただし、真空中の光の速度をcとする。以下の設問中の空白を埋めよ。

電磁波の電界、磁束密度、電流密度、真空中の誘電率、および透磁率をそれぞれ$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{j}$、ε_0、μ_0とすると Maxwell 方程式は、

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{2}$$

である。式(1)の両辺の回転、および式(2)の両辺の時間微分を求め、$\nabla \times \dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$の項を消去すると、

$$\boxed{\text{(ア)}} = \boxed{\text{(イ)}} - \nabla^2 \boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{j}}{\partial t} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \tag{3}$$

電磁波をx方向に伝搬する平面波とし、電界を$Ee^{ikx-i\omega t}$で与える（ただし、$i^2=-1$）。ここで、Eは複素振幅、kは$\boxed{\text{(ウ)}}$、ωは$\boxed{\text{(エ)}}$であり、偏光はy方向である。このとき、$\nabla\square\boldsymbol{E} = \boxed{\text{(オ)}}$ になる。

ここで、$1/\varepsilon_0\mu_0 = \boxed{\text{(カ)}}$ であることを考慮すると、式(3)は、

$$\left(\omega^2 - c^2k^2\right)\boldsymbol{E} = -\frac{i\omega}{\varepsilon_0}\boldsymbol{j} \tag{4}$$

になる。

プラズマ中を伝搬する場合を考えると、電子およびイオンの密度、電荷、および振動速度をn_e、q_e、$\boldsymbol{v}_e$、n_i、q_i、$\boldsymbol{v}_i$としたとき、電流は、

$$\boldsymbol{j} = n_e q_e \boldsymbol{v}_e + n_i q_i \boldsymbol{v}_i \tag{5}$$

で与えられる。

h種の荷電粒子（電子、あるいはイオンの場合、それぞれ添え字のhがe、あるいはiとなる）に対し運動方程式は、

$$m_h \frac{\partial \boldsymbol{v}_h}{\partial t} = q_h\left(\boxed{\text{(キ)}} + \boldsymbol{v}_h \times \boxed{\text{(ク)}} \right) \tag{6}$$

で与えられる。

電磁波の振幅が十分小さい場合、式(6)の運動方程式の第２項、$\boxed{\text{(ケ)}}$ 力は無視できて、振動速度の複素振幅 $\boldsymbol{v}_h$ は、

$$\boldsymbol{v}_h = -\frac{1}{i\omega}\boxed{\text{(コ)}} \qquad (7)$$

となる。従って電流は、

$$j = -\frac{1}{i\omega}\boxed{\text{(サ)}} - \frac{1}{i\omega}\boxed{\text{(シ)}} \qquad (8)$$

ここで、$q_e = -e$、$q_i = e$、$n_e = n_i = n_0$ とする。式(8)で、右辺の第１項は電子電流、第２項はイオン電流であるが、$m_e / m_i \ll 1$ であることより、$\boxed{\text{(ス)}}$ 電流は無視できる。式(4)、(5)、(8)を整理すると、

$$\left(\omega^2 - c^2k^2\right)E = \frac{n_0 e^2}{m_e \varepsilon_0}E \qquad (9)$$

となる。この式の右辺の係数、$\omega_p^2 = n_0 e^2 / m_e \varepsilon_0$ から求まる ω_p を $\boxed{\text{(セ)}}$ という。

式(9)で、$E \neq 0$ であるためには $\omega^2 = \omega_p^2 + c^2k^2$ が満たされなければならない。

これを $\boxed{\text{(ソ)}}$ 関係と呼ぶ。また、屈折率は $\tilde{n} = ck/\omega$ で定義されることから、

$$\tilde{n}^2 = \boxed{\text{(タ)}}$$

で与えられる。ω_p が ω に近づくと $\tilde{n} = \boxed{\text{(チ)}}$ となる。$\omega_p = \omega$ を満たす密度を $\boxed{\text{(ツ)}}$ と呼ぶ。

$\omega_p > \omega$ の場合には $\tilde{n}$ は虚数となり電磁波は伝搬しなくなる。これを $\boxed{\text{(テ)}}$ と呼ぶ。

以上

問題[3]（解答用紙「青色」に解答して下さい。）

問１　以下の文章中の空欄 $\boxed{（ア）}$～$\boxed{（ケ）}$ に適当な語句を記入せよ。
また、$\boxed{\text{(a)}}$～$\boxed{\text{(k)}}$ に適当な数式または数値を記入せよ。

図１に示すように、真空容器にガスを封入し、x 方向に距離L離れた２枚の平行平板電極を設置し直流電圧 V を印加する。電極の面積は充分に大きく、y, z 方向への依存性は無視できると仮定する。$\boxed{（ア）}$ に紫外線を照射して初期電子を発生させる。（ア）から出た１個の電子が電場で加速され、電離するのに必要なエネルギーをもらって気体分子と衝突すると、電離が起こって電子が１個増える。１個の電子が単位長さ進む間に α 回電離を起こすとすれば、n 個の電子が距離 dx 進むときの電子の増加分は

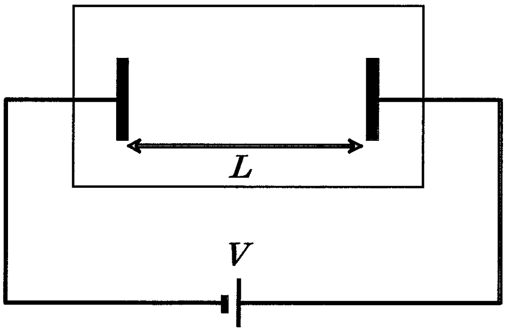

図 3-1真空容器内に設置した平行平板電極

$$dn = \boxed{\text{(a)}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

となる。これを x で積分して $x=0$ で $n=n_0$ とすれば

$$n = \boxed{\text{(b)}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

を得る。このような電子による電離増殖作用を α 作用という。α は電離係数または $\boxed{（イ）}$ の第１係数と呼ばれる。一方、$\boxed{（ウ）}$ や光子等の１次粒子が高いエネルギーで固体表面に衝突すると、表面から $\boxed{（エ）}$ と呼ばれる電子が放出される。これを（エ）放出といい、（ア）へ入射する（ウ）数と放出される（エ）数との比を（エ）放出係数 γ と定義する。γ は（イ）の第２係数とも呼ばれ、（ウ）が電場で加速されて（ア）に入射したときに（エ）が出る作用を γ 作用という。（ア）に紫外線を照射することによって放出される初期電子による電流を I_0 とする。この初期電子の α 作用によって電子が増加し、$\boxed{（オ）}$ に達すると電流は $I_0e^{\alpha L}$ になる。この電流を $\boxed{（カ）}$ とよぶ。この時、電子電流の α 作用による増加分は $I_0e^{\alpha L}-I_0$ で、これが電離によって発生した（ウ）の数に等しい。この（ウ）は電場によって（ア）に向かって進み、（ア）に衝突すると γ 作用によって毎秒 $\gamma(I_0e^{\alpha L}-I_0)=\eta I_0$ 個の（エ）を放出する。ただし、

$$\eta = \boxed{\text{(c)}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

である。これが次の電離増殖の種となり、初期電子と同様に α 作用を経て（オ）に達したとき電子電流は $\eta I_0e^{\alpha L}$ に増える。このとき同時に増えた（ウ）が再び γ 作用で次の電離増

殖の種をつくる。このようにして無限に増殖を行うと考えるならば、最終的に（オ）に達する電子電流をすべて加え合わせると、

$$I = I_0 e^{\alpha L} + \eta\ I_0 e^{\alpha L} + \eta^2 I_0 e^{\alpha L} + \cdots \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$$= \frac{\boxed{(d)}}{\boxed{(e)}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

となる。(5)式の分母は$\eta =$ $\boxed{(\mathrm{f})}$ のときゼロとなるので、紫外線照射を停止して$I_0 \to 0$となっても、$\eta \to$（f）であれば電流Iはゼロでない有限値をとることができ、宇宙線等によって発生するわずかの偶存電子が種となって電極間に電流が流れ続ける。このように電極間の気体がプラズマ化し、絶縁破壊が起こることを$\boxed{（キ）}$ と呼ぶ。したがって、（キ）開始条件は

$$\eta = (\mathrm{f}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

すなわち

$$\alpha L = \boxed{(\mathrm{g})} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

となる。この式は（イ）の火花条件式と呼ばれる。

一方、電子が気体分子と衝突した際、気体分子を電離させるには電子のエネルギーが分子の電離エネルギーeV_iより大きくなければならない。ここでV_iは電離電圧である。電子が発生して距離xを走行する場合に電場から得られるエネルギーWは、電極間電圧V、電極間隔Lを用いて、

$$W = \boxed{(\mathrm{h})} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

と表される。このWの値が電離エネルギーeV_iより大きければ１度の衝突で必ず電離すると仮定すると、電離するのに必要な走行距離は

$$x = V_i / (V / L) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

となる。全電子N個のうち、この走行距離xを衝突せずに進む電子数n個の割合は、平均自由行程をλとすると、

$$n / N = \exp(-x / \lambda) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

$$= \exp(-V_i / \lambda V / L) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

となる。電離係数αは単位走行距離当たりの電離の確率であるから、単位長さ当たりの電子と分子との$\boxed{（ク）}$ 回数$1/\lambda$と(11)式に示したn/Nとの積になり

$$\alpha = (1/\lambda)(n/N) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

$$= (1/\lambda)\exp(-V_i / \lambda V / L)) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

と表すことが出来る。ここで、λは気体の圧力Pに反比例するから、$\lambda = 1/(AP)$とおき、

$$\alpha = AP\exp(-AV_i P / (V / L)) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

$$= AP\exp(-BP / (V / L)) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

を得る。ここで、$AV_i = B$とし、AとBは定数である。これを（7）式に代入すると、

$$APL\exp(-BP/(V/L)) = \text{(g)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(16)}$$

となる。両辺の自然対数をとり整理すると、

$$V = V_S = BPL/(C+\ln(PL)) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(17)}$$

となり、V_S はPLについての関数になる。ただし、

$$C = \ln(A/\ln(1+1/\gamma)) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(18)}$$

である。(17)式に示されるV_SとPLの関係は極小値を持つ。このV_SとPLの関係を$\boxed{\text{(ケ)}}$則と呼ぶ。

(17)式より、

$$dV_s/d(PL) = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(19)}$$

を満足する PL を$(PL)_{\min}$ とおくと、(19)式を満たす条件は

$$\boxed{\text{(i)}} = 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(20)}$$

となる。(20)式に(18)式を代入すると

$$(PL)_{\min} = \boxed{\text{(j)}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(21)}$$

を得る。ただし、自然対数の底 e（$\ln e = 1$）は2.72である。
この時のV_sの最小値$(V_S)_{\min}$は$(PL)_{\min}$を用いて

$$(V_S)_{\min} = \boxed{\text{(k)}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(22)}$$

となる。

問２　(17)式に示されるV_Sと PL の関係は$PL = (PL)_{\min}$においてV_Sが極小値$(V_S)_{\min}$を持つ。Lを固定してPを変化させたとき、(i) $PL < (PL)_{\min}$でPを減少させるとV_Sが増加し、(ii) $PL > (PL)_{\min}$でPを増加させるとV_Sが増加する理由を、それぞれ定性的に説明せよ。

問題[4]（解答用紙「黄色」に解答してください。）

問１
以下の問いに対して、空欄（ア）から（タ）に適当な式もしくは語句を記入しなさい。

質量Mの原子とレーザー光の相互作用を考える。原子は2つのエネルギー準位（基底状態のエネルギーをE_0、上準位をE_1とする）を持ち、その時の共鳴振動数をω_0とする。このような原子にω_0よりもわずかに低い振動数をもつ単色性の良いレーザー光を照射する。1次元に限ると原子がある速度Vで運動している場合、“①原子とレーザーの進む方向が逆”と“②原子とレーザーの進む方向が同じ”のふたつの場合が考えられる。①の場合、原子が感じる光の振動数は $\boxed{\text{（ア）}}$ なる。反対に②の場合、原子が感じる振動数は $\boxed{\text{（イ）}}$ なる。つまり光の散乱が起こりやすくなるのは $\boxed{\text{（ウ）}}$ の場合である。

フォトンを吸収し自然放出する光の散乱過程において原子の運動量は次のように変化する。フォトンを吸収する過程で原子は運動量$\hbar \boldsymbol{k}$ をもらう。ここで$\hbar$はディラック定数であり、$\boldsymbol{k}$はフォトンの波数ベクトルである。一方、フォトンを自然放出する過程では、フォトンの放出方向はランダムであり、フォトンを放出する逆方向の運動量変化の平均は $\boxed{\text{（エ）}}$ となる。結果として、１つのフォトンが吸収され放出される散乱過程において、速度は平均で

$$\overline{V} = \boxed{\text{（オ）}} \tag{1}$$

だけ変化することになる。原子の進む方向と逆方向にレーザーをあてれば原子の運動を遮ることができる。光の散乱過程において１方向のフォトンを吸収する過程に $\boxed{\text{（カ）}}$ があるのに対し、フォトンをランダムな方向に自然放出する過程においては $\boxed{\text{（キ）}}$ があると言える。ここで(カ)と（キ）は“冷却の効果”もしくは“加熱の効果”が入る。
またこれから散乱過程におけるエネルギー変化Rを見積もることができ以下のようになる。

$$R = \boxed{\text{（ク）}} \tag{2}$$

次に吸収光と放出光の振動数を求める。ここで吸収光と放出光の振動数をそれぞれ、$\omega_{abs} = c|\boldsymbol{k}_{abs}|$, $\omega_{em} = c|\boldsymbol{k}_{em}|$とし、基底状態及び励起状態の原子の速度をそれぞれ V_b, V_eとすると運動量保存より、

$$MV_e = \boxed{\text{（ケ）}} \tag{3}$$

またエネルギー保存より

$$E_1 + \frac{1}{2} M \mid V_e \mid^2 = \boxed{\quad (コ) \quad} \tag{4}$$

ここで $E_1 - E_0 = \hbar\omega_0$ よりエネルギー保存式は

$$\hbar\omega_0 = \boxed{\quad (サ) \quad} + \hbar\omega_{abs} \tag{5}$$

となる。この式に運動量の式(3)と式(2)を使うと

$$\omega_{abs} = \boxed{\quad (シ) \quad} \tag{6}$$

となる。また同様に放出光の振動数は

$$\omega_{em} = \omega_0 + \boldsymbol{k}_{em} \cdot V_e - \frac{R}{\hbar} \tag{7}$$

となる。

一回の散乱過程でフォトンのエネルギー変化は $\Delta E(photon) = \hbar(\omega_{em} - \omega_{abs})$ であり、自然放出がランダムな方向であり平均をとると $\boldsymbol{k}_{em} \cdot \boldsymbol{V}_e \approx 0$ である。したがって(6)、(7)式より

$$\Delta E(photon) = \hbar(\omega_{em} - \omega_{abs}) = \boxed{\quad (ス) \quad} \tag{8}$$

となり、原子の運動エネルギー変化は

$$\Delta E(atom) = \boxed{\quad (セ) \quad} \tag{9}$$

となり、$\boxed{\quad (ソ) \quad}$ なら冷却となり、逆に $\boxed{\quad (タ) \quad}$ なら加熱となる。

問２

次の１）は □ に語句または式を入れ、２）は文章で答えなさい。

１）光の屈折に関して、フェルマーの原理（光が１点から他点に到達するときには、要する時間が極小になるような経路にそって進む。）からスネルの法則（物質への入射角と出射角の関係を表す式）を導きなさい。

ただし、第一、第二媒質の屈折率を n_1、n_2 とし、ある点 A を通る光線 PAQ を考える。（図 4-1 (a)）これが極小時間の道であるということは、A のごく近くに A' を考えたとき、$PA'Q$ を通る光も同じ時間を要するということである。AA' の部分を拡大した図が（ｂ）であるが、PAQ、$PA'Q$ の時間が等しいということは、（ア）を行く時間と（イ）を行く時間が等しいことで

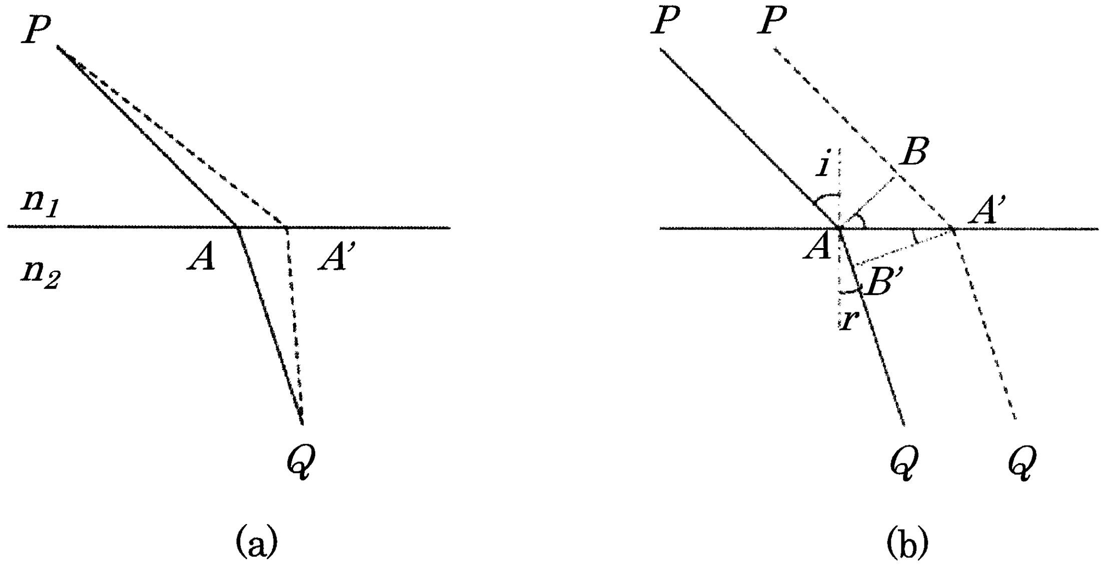

図 4-1　光の屈折

$$\frac{BA'}{c/n_1} = \boxed{（ウ）} \qquad (1)$$

ただし、真空中の光の速度を c、$n_1 < n_2$ とした。

この式から　$BA'\,n_1 = \boxed{（エ）}$　(2)

より　$n_1 \sin i = \boxed{（オ）}$　(3)

という屈折の法則に達する。

2) 自由空間を伝播する平面波において、ある時刻の波面（等位相面）上の多数の点光源から２次球面波が発生し、その２次波面の包絡面が新しい波面を構成するという「ホイヘンスーフレネルの原理」（図 4-2）を用い、空間に置かれた開口により回折現象が生じる理由をキーワード群 I より適当な語句を用いて説明せよ。また、回折像の内側にのみに縞模様が生じる理由をキーワード群 II より適当な語句を用いて説明せよ。

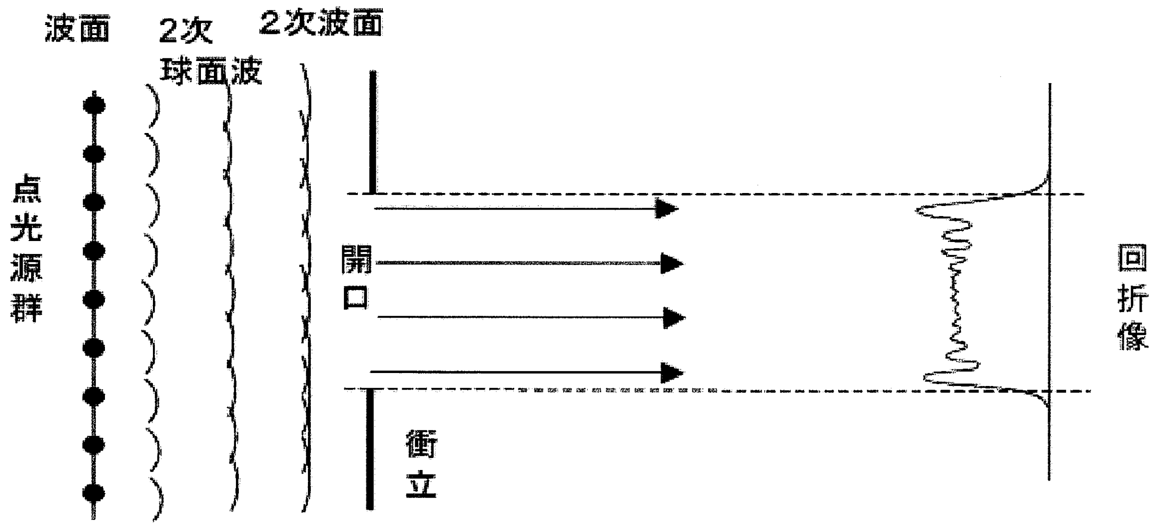

図 4-2　開口による回折

キーワード群 I：自由空間、波面、２次球面波、位相、うち消し合い、２次波面、位相速度、衝立、遮光、焦点、開口制限、群速度、無限遠、色収差、干渉、強度分布、伝播、屈折

キーワード群 II：伝播、開口、波面、２次球面波、伝播光、回折光、強度分布、広がり、開口制限、干渉、遮光、強め合い、位相速度、自由空間

問題［５］（解答用紙「水色」に解答してください。）

問１　図５－１はイオン加速器とイオンビームを利用したラザフォード後方散乱分析（RBS）装置の概略図である。このシステムについて以下の設問（i）～（iv）に答えなさい。

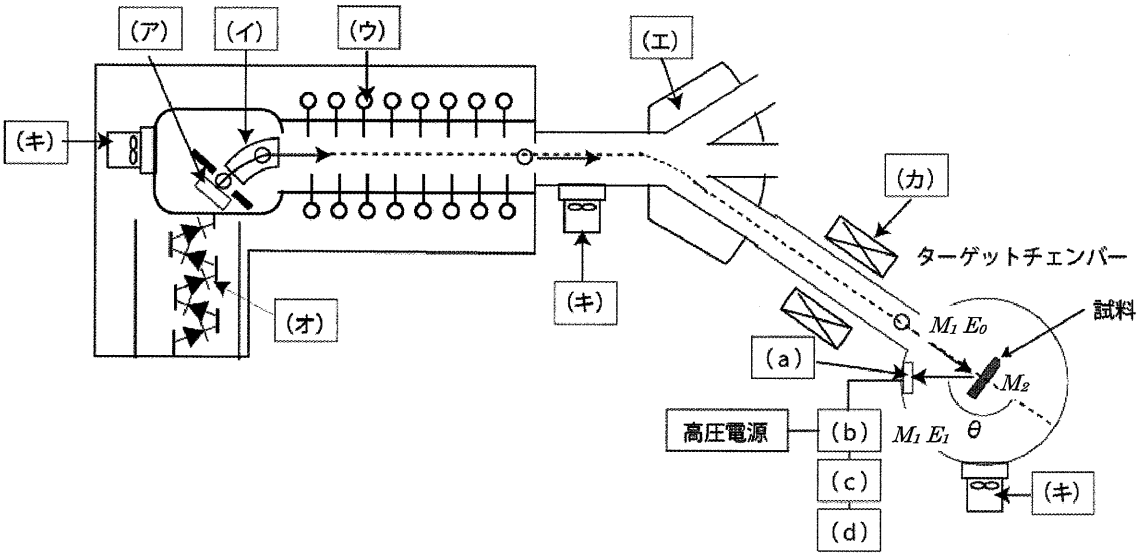

図 5-1　イオン加速器およびラザフォード後方散乱分析（RBS）装置の概略図

(i)　イオン加速器を構成する要素 $\boxed{(ア)}$ ～ $\boxed{(キ)}$ にはどのような機器が用いられるか。下の機器群の中から選びなさい。また、これらの構成要素（機器）の機能あるいは役割について簡単に説明しなさい。

イオン加速器構成機器群

（イオン源、真空ポンプ、加速管、ビーム振り分け電磁石、分析電磁石、４極電磁石、高電圧発生回路）

(ii)　RBS 測定系を構成する要素 $\boxed{(a)}$ ～ $\boxed{(d)}$ にはどのような計測機器が用いられるか。下の機器群の中から選びなさい。また、これらの計測機器の機能あるいは役割について簡単に説明しなさい。

RBS 測定系構成機器群

（表面障壁型 Si 半導体検出器、 高純度 Ge 半導体検出器、 NaI(Tl)シンチレーション検出器、微少電流計、電荷増幅器、比例増幅器、光電子増倍管、多重波高分析器）

(iii)　以下の文章中の空欄 $\boxed{\text{（あ）}}$～$\boxed{\text{（き）}}$ を適当な式で埋めなさい。

ターゲットチェンバー内での、入射イオンと試料の標的原子との衝突の様子を図 5−2 に示している。入射イオンおよび試料の標的粒子の原子量をそれぞれ M_1、M_2（ただし、$M_2>M_1$）とする。また、入射イオンの初期速度、散乱後の速度、散乱角をそれぞれ V_0、V_1、θ、標的粒子の衝突後の速度、反跳角をそれぞれ V_2、Φとすると、衝突前後の運動量保存則より

$M_1V_0 =$ $\boxed{\text{（あ）}}$ ・・・・・・・・・・・・・・(1)

$M_1V_1\sin\theta =$ $\boxed{\text{（い）}}$ ・・・・・・・・・・・・・(2)

エネルギー保存則より

$M_1V_0^2/2 =$ $\boxed{\text{（う）}}$ ・・・・・・・・・・・・(3)

の関係が成り立つ。(1)式と(2)式より Φを消去すれば、

$\boxed{\text{（え）}}$ $= M_2^2V_2^2$ ・・・・・・・・・・・・・(4)

が得られる。(3)式と(4)式より V_2を消去すると、

$\boxed{\text{（お）}}$ $= 0$ ・・・・・・・・・・・・・・・(5)

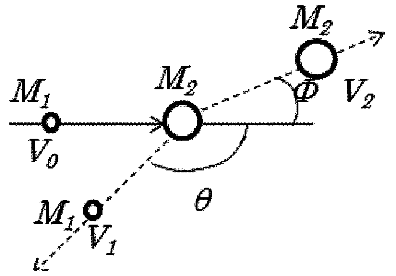

図５－２　入射イオンと標的粒子との衝突

となる。さらに、$X^2=E_1/E_0$（ただし、$E_1=M_1V_1^2/2$, $E_0=M_1V_0^2/2$）とおくと、(5)式は、

$\boxed{\text{（か）}}$ $= 0$ ・・・・・・・・・・・・・・・(6)

となり、Xについての２次方程式に整理される。(6)式を解くことによって、衝突前後の入射イオンのエネルギー比（散乱因子）E_1/E_0 は、M_1、M_2、θ を用いて

$E_1/E_0 =$ $\boxed{\text{（き）}}$ ・・・・・・・・・・・・・・(7)

と表される。

(iv)　以下の文章中の空欄 $\boxed{\text{(A)}}$ ～ $\boxed{\text{(E)}}$ を適当な数字や語句で埋めなさい。

厚さ 1.0 mm の ^{28}Si 結晶基板に、厚さ 50 nm の ^{197}Au を真空蒸着した試料で RBS 測定を行ったところ、図 5−3 のようなスペクトルが得られた。入射イオンはエネルギー 1.0 MeV の ^{4}He で、散乱角は 180°、Au 層中の電子的衝突による ^{4}He イオンのエネルギー損失率は 7.0 x 10^3 MeV/cm と考えてよい。図 5−3 に示すように２つの成分が測定されたが、成分 (I) と (II) はそれぞれ、$\boxed{\text{(A)}}$ 原子、$\boxed{\text{(B)}}$ 原子による後方散乱に基づいている。また、RBS スペクトルのエッジ位置 P、Q、R のエネルギーはそれぞれ、$\boxed{\text{(C)}}$ MeV、$\boxed{\text{(D)}}$ MeV、$\boxed{\text{(E)}}$ MeV である。

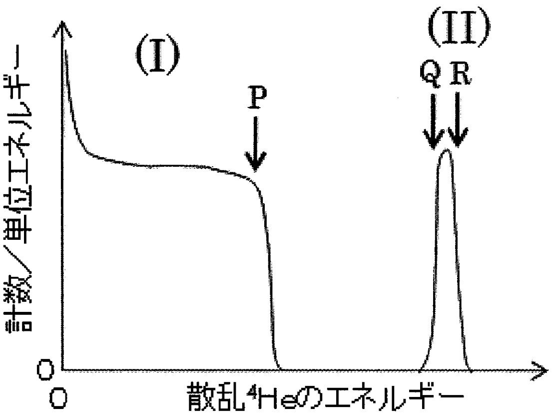

図５－３　RBS スペクトル