専門科目（午前）　　　　　　　　　　　　　　　　３　大修

時間　午前　９時３０分～１１時

電気・電子工学
電子物理工学
情報工学

注意事項

1．次の４題の中から２題を選択して解答せよ．３題以上解答した場合はすべて無効である．
　なお、問題４には、Ａ、Ｂ、２種類の問題が用意されているので、いずれか一方のみを解答せよ．
2．解答は１題毎に別々の解答用紙に記入せよ．
3．各解答用紙に問題の番号及び受験番号を必ず記入せよ．

１．次の各問いに答えよ．

1）図１．１の回路で抵抗R_Lに最大の電力が供給されるためにはR_Lをどのように選べばよいか．

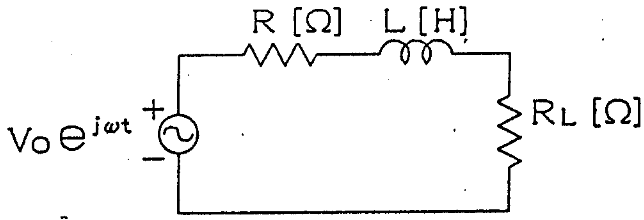


図１．１

2）図１．２の回路の電圧比$T(j\omega)=\dot{V}_2/\dot{V}_1$を求め，$T(j\omega)$の位相が－９０°になる周波数を求めよ．

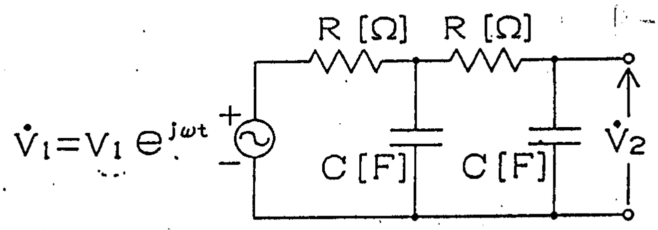
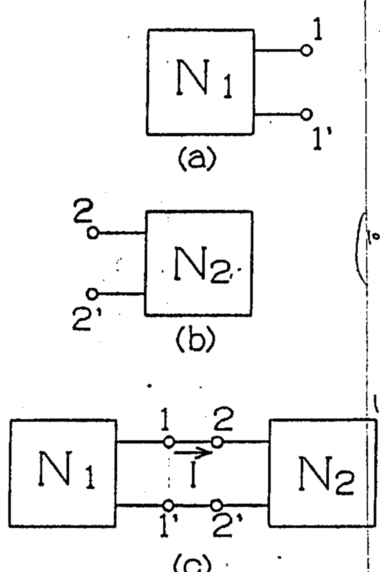


図1.2

3）図１．３(a)，(b)で，N_1，N_2は内部に直流電源と抵抗を含む回路である．N_1の端子１－１’を開放したとき，１－１’間に現われる電圧を１０［V］，１－１’よりN_1を見た抵抗を１０［Ω］とする．また，N_2の２－２’を短絡したとき２－２’間に流れる電流を１［A］，２－２’よりN_2を見た抵抗を５［Ω］とする．N_1，N_2を図１．３(c)のように接続したとき流れる電流Ｉを求めよ．



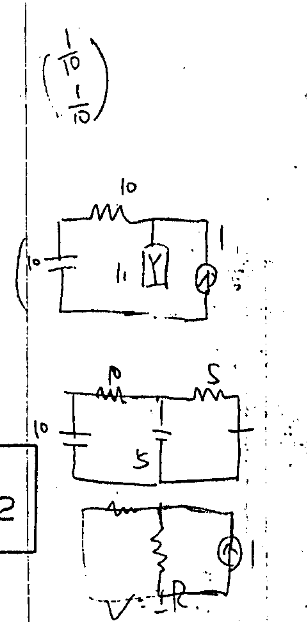
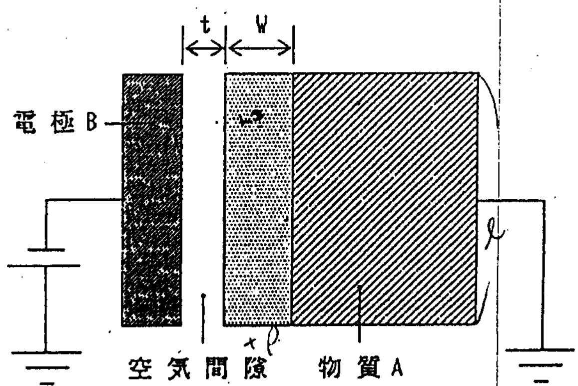


図1.3

２．次のような性質をもつ架空の物質Aを考える。すなわち、内部には正と負の電荷が分布していて、正の電荷は動かないが負の電荷は自由に動くことができる。正の電荷密度はρ[C/m^3]で均一であるが、負の電荷密度は場所によって、0、または、$-\rho$[C/m^3]の値をとり、これ以外の値はとらない。また、この物質の誘電率は空気と同じでε[F/m]とする。

さて、図２．１のように、物質Aからなり、十分に厚く、かつ広い、平板の一方の面を接地する。他方の面には厚さt[m]の空気間隙をあけて電極Bがあり、これには零または負の電圧を印加する。

図２．１



印加電圧が0のとき、物質A内の負の電荷密度は至るところで$-\rho$[C/m^3]であり、正味の電荷密度は0である。ところが、負の電圧を印加すると、電極Bに面した表面から厚さW[m]まで、負の電荷密度が0になり、この領域には$+\rho$[C/m^3]の正電荷が現れるものとする。電極Bの電荷密度の絶対値σ[C/m^2]を印加電圧で割った値を単位面積あたりの容量とする。この容量について、次の問に答えよ。

1）電界が空気間隙部分にのみ存在すると近似できるとして簡単に単位面積あたりの容量を見積れ。

2）厳密には電界は物質A内部にも存在する。このことを考慮すると容量は上の見積りよりも大きくなるか、小さくなるか理由とともに説明せよ。

電極Bに単位面積あたり$-\sigma$[C/m^2]の電荷が分布しているときの厳密な容量について次の問に答えよ。

3）Wを求めよ。

4）電極Bの単位面積あたりの容量を求めよ。

5）上の1）で答えた容量式が妥当なのはどんな時か説明せよ。

4. 次の問題に答えよ。

1) 図４．１の回路において、$L = 1/(40\pi)$ [H]、ＡＣ電源は $10\sqrt{2}\sin(200\pi t)$ [V] とする。
また、ＡＣ電源、ＤＣ電源ともに、内部抵抗は零とする。

a) $R_2=10$ [Ω] のとき、R_2を流れる電流の瞬時値を求めよ。

b) $R_2=10$ [Ω] のとき、R_2の消費電力を求めよ。

c) R_2を変化させて、R_2の消費電力を最大にしたい。そのときのR_2の値を求めよ。

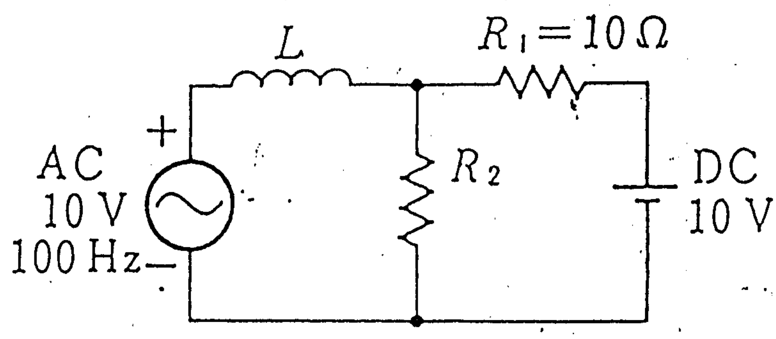


図４．１

2) 図４．２の回路において、

a) 並列共振角周波数 ω_1 を求めよ。

b) 直列共振角周波数 ω_2 を求めよ。

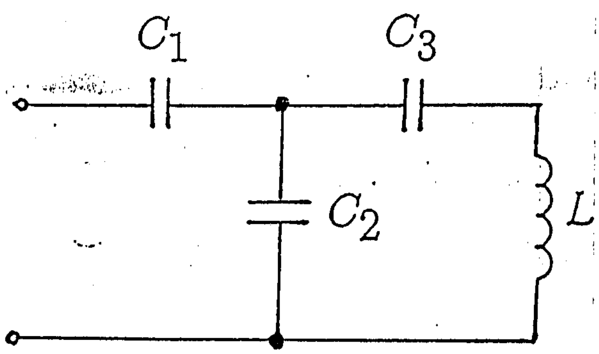
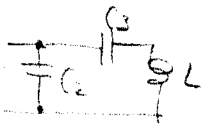
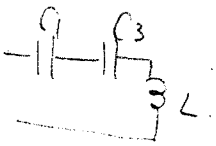


図４．２

a) 

$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC_3}}$

b) 

$\omega_2 = \sqrt{\frac{C_1+C_3}{LC_1C_3}}$

3．図３．１の回路の端子1-1'に直流電圧電源（電圧Eo）を接続し、定常状態になったとき、

１）消費電力を求めよ。

２）コイルLに蓄積されたエネルギを求めよ。

次に、図３．２に示すように、内部インピーダンスZsの交流電圧源（電圧E、角周波数ω）を巻数比1:nの理想変成器の端子2-2'に接続する。さらに、端子3-3'には図３．１の回路を接続する。

３）端子2-2'から変成器を見込んだインピーダンスを求めよ。

４）図３．１の回路が消費する電力を求めよ。

５）ここで、変成器の巻数比のnを調整して前問の電力が最大になるようにする。このときのnの値を求めよ。

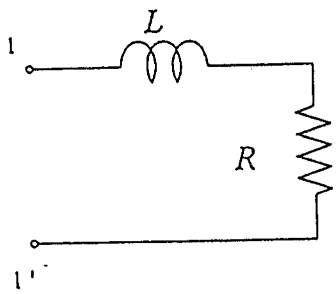


図３．１

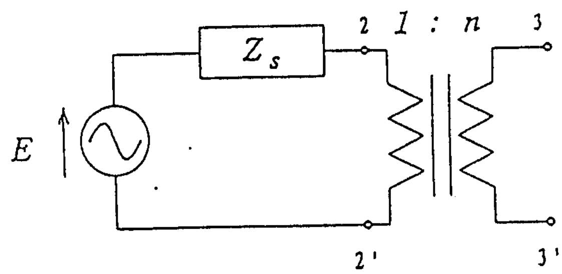


図３．２

4． 図４．１に示すように、電流Ｉが直角座標の原点Ｏの位置でｚ方向に微小長Δzだけ流れているとする。極座標ｒ、θで表した点をＰとするとき、この電流がＰ点に作る磁界Ｈは、ビオ・サバールの法則から次のようになる。

$$H=\frac{I\Delta z}{4\pi r^2}\sin\theta$$

次の問に答えよ。

1）　ｚ軸を中心としてＰ点を通る半径ａの円を経路Ｃとする。アンペアの周回積分の法則を、この磁界Ｈと経路Ｃに対して適用した結果を示せ。

2）　電荷保存の法則から、この電流の上下には±Ｑの電荷が発生する。この電荷がＰ点に作るｒ方向の電界Ｅは、εを誘電率として次のように表すことができる。

$$E=\frac{Q\Delta z}{2\pi\varepsilon r^3}\cos\theta$$

このとき、１）の経路Ｃの内部を通過する電気力線の本数を求めよ。

3）　１）と２）の結果を比較してアンペアの周回積分の法則が成り立つことを示せ。

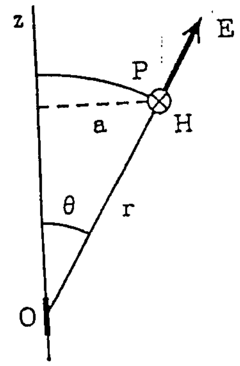


図４．１

専門科目（午前）

6　大修

電気・電子工学
電子物理工学
情報工学

時間　午前　９時３０分～１１時

注意事項

1．次の４題の中から２題を選択して解答せよ．３題以上解答した場合はすべて無効である．
　なお，問題１には，Ａ，Ｂ，２種類の問題が用意されているので，いずれか一方のみを解答せよ．
2．解答は１題毎に別々の解答用紙に記入せよ．
3．使用した解答用紙のすべてに，問題の番号及び受験番号を必ず記入せよ．

専門科目（午前）　　　　　　　　　　6　大修

電気・電子工学
電子物理工学
情報工学

時間　午前　9時30分～11時

注意事項

1．次の4題の中から2題を選択して解答せよ．3題以上解答した場合はすべて無効である．
なお，問題1には，A，B，2種類の問題が用意されているので，いずれか一方のみを解答せよ．

2．解答は1題毎に別々の解答用紙に記入せよ．

3．使用した解答用紙のすべてに，問題の番号及び受験番号を必ず記入せよ．

1．下記のA，Bのいずれかの問題を選択して解答せよ．

A．実数全体の集合 R上の3次元ベクトル空間を V^3で表す．V^3の任意のベクトル x のノルムは，内積によって $\|x\| = \sqrt{(x \cdot x)}$ で定義される．以下の問いに答えよ．

1) 線形独立なベクトル $b, c \in V^3$ が与えられているとき，b と c に直交するベクトルを a とする．また，変換 T は任意のベクトル $x \in V^3$ を b と c の張る平面へ正射影するものとする．このとき，T による x の正射影 Tx をベクトル x と a で表せ．さらに変換 T が線形変換であることを示せ．

2) V^3 の正規直交基底 $E = \langle e_1, e_2, e_3 \rangle$ によって，ベクトル b と c が (1.A.1),(1.A.2) 式のように表されるとき，基底 E に関する変換 T の行列 A を求めよ．

$$b = e_1 + 2e_2 \tag{1.A.1}$$

$$c = e_3 \tag{1.A.2}$$

3) 3次の正方行列 P が (1.A.3) 式によって与えられているとき，問題 (1.A.2) で求められた行列 A に対して，$B = P^{-1}AP$ で定義される行列 B を計算せよ．

$$P = \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} & 0 \\ -1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1.A.3}$$

B．

2変数のベクトル関数を $G=2xyi+(x^2+4y)j$ として，以下の問に答えよ．但し，i, jはそれぞれx-y直交座標系におけるxおよびy方向の単位ベクトルである．

1）原点から，点P(1,1)への経路積分 $\int_C G \cdot dr$ を図1.1Bの C_1, C_2の経路に対して計算せよ．但し，C_1は原点からx軸に添って点(1,0)で進み，次にy軸に平行に点(1,0)から点(1,1)まで進む経路．C_2は，原点と点Pを結ぶ直線上を原点から点Pまで進む経路である．

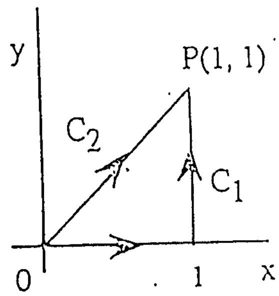


図1.1B

2）$G = \nabla\chi$の条件を満たすスカラー関数 $\chi(x,y)$が，存在する場合にはそれを求めよ．但し，$\nabla\chi$はχの勾配を意味する．

3）一般に2変数のベクトル関数F(x,y)がスカラー関数 $\phi(x,y)$ を用いて $F = \nabla\phi$ と表されるとき，経路積分 $\int_C F \cdot dr$ は経路Cによらないことを示せ．

4）逆に，2変数のベクトル関数F(x,y)の経路積分 $\int_C F \cdot dr$ が経路Cによらないとき，$F = \nabla\phi$ を満たすスカラー関数 $\phi(x,y)$ が存在することを証明せよ．

2. 次の各問に答えよ．

1) ある線形時不変回路において，複素入力信号 $e^{j\omega t}$ に対する定常応答 $Y(\omega, t)$ が

$$Y(\omega, t) = H(\omega) \cdot e^{j\omega t}$$

と表されるとき，入力信号 $\mathrm{Re}[e^{j\omega t}]$ に対する定常応答が $\mathrm{Re}[Y(\omega, t)]$ となるための $H(\omega)$ に課せられる条件を，証明とともに示せ．ただし，$\mathrm{Re}[X]$ は，複素数 X の実部を表す．

2) 図 2.1 の回路に対して，問に答えよ．ただし，M は相互インダクタンスであり，

$$L_1 L_2 - M^2 \geq 0$$

かつ

$$M > 0$$

とする．

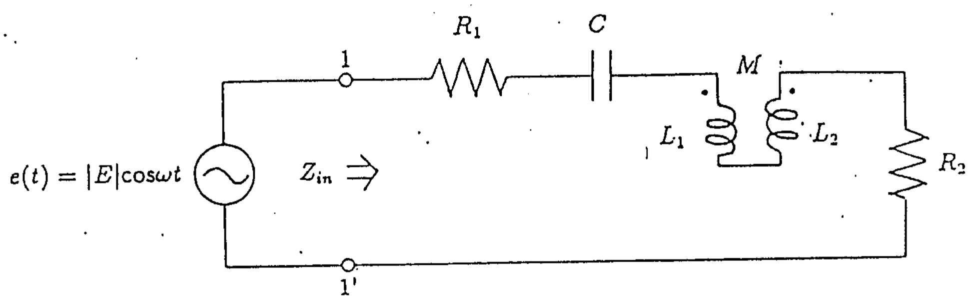


図 2.1

a) 端子 1–1' からみた入力インピーダンス Z_{in} を求めよ．

b) 抵抗 R_2 で消費される電力を最大にする角周波数ω_{max} および，そのときの最大消費電力 P_{max} を求めよ．

c) b)の ω_{max} は，相互インダクタンス M を変化させることにより，変化する．

$$L_1 + L_2 = 一定$$

の条件の下で M のみを変化させるときに，ω_{max} の可変範囲を最も広くするための L_1，L_2 の条件を求めよ．

3.　図3に示すように、長さℓ[m]、断面積S[m 2]、透磁率μ[H/m]の同じ二つの半円状の磁心を小さい間隙δ[m]離して組み合わせ、一方の磁心に巻き数Nのコイルをまきつけた。コイルには理想的な直流電流源をつなぎ電流I[A]を流した。但し間隙中での透磁率μ_0[H/m]である。また、磁心の透磁率は充分高く、磁束は外に漏れておらず、間隙は充分小さく、この中では磁束は断面に垂直な成分のみを考えれば良い。コイルの捲き線の抵抗は無視してよい。

1)　小さな間隙内の磁束密度を求めよ。

2)　コイルの自己インダクタスを求めよ

3)　電流を流した為に二つの磁心間には力Fが働いている。この力を求めよ。

4)　3)で述べた力によって二つの磁心は密着した。即ち間隙がなくなった。間隙の有無でこの磁気回路に蓄えられたエネルギー量はどれだけ変化したか求めよ。

5)　4)で求めたエネルギーの変化はどの様な形で消費されたか又はどの様な形で供給されたか説明せよ。

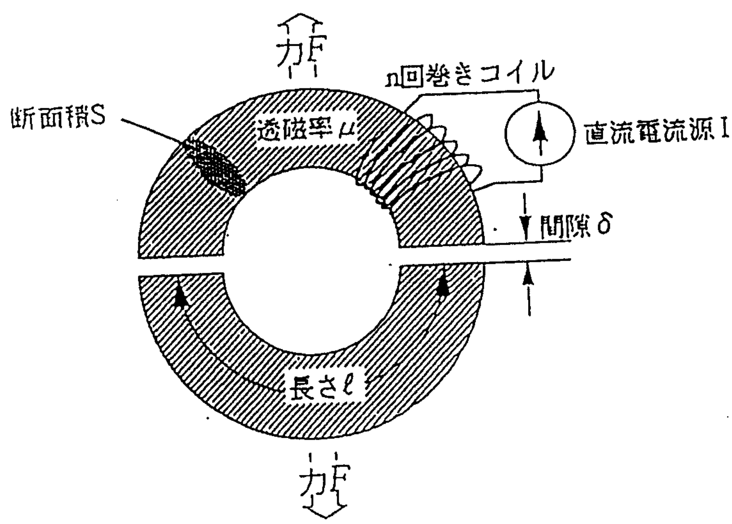


図3

4． 文字 a と b からなる文字列のうち，その文字列中に a と b が同数現れているものの全体を S とする．つまり，文字列 w に対して，$\#_a(w)$ で w 中の a の数を，また $\#_b(w)$ で w 中の b の数を，それぞれ表すことにすると，集合 S は次のように定義される．

$$S = \{ w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) \}.$$

さらに S の要素 w のうち，その任意の箇所で切っても，それより左の w' に対して常に $\#_a(w') \geq \#_b(w')$ が成り立つものの全体を P とする．つまり P は次のように定義される．

$$P = \{ w \in S \mid w \text{ の任意の語頭 } w' \text{ に対し } \#_a(w') \geq \#_b(w') \}.$$

（注：w の語頭とは，w の左端から適当なところまでの部分列のこと）

この S, P に対し，以下の問いに答えよ．なお，答えには四則演算の他に，べき乗，階乗，あるいは総和（Σ），総積（Π）などを用いてもよい．

1) S を帰納的に定義せよ．

2) S の要素で長さが $2n$ のものの数を $s(n)$ と表すことにする．この $s(n)$ の一般式を求めよ．(一般式の導出理由も記述すること．)

3) P の要素で長さが $2n$ のものの数を $p(n)$ と表すことにする．この $p(n)$ の一般式，あるいは適当な上限・下限を求めよ．(一般式の場合は導出理由，上下限の場合にはその証明も記述すること．)

専門科目（午前）　　　　7　大修

時間　午前　9時30分～11時00分

電気・情報系A群

電気・電子工学
電子物理工学

注意事項

1．つぎの3題の中から2題を選択して解答せよ。3題以上解答した場合はすべて無効とする。
　なお、問題2には、AとBの2種類の問題が用意されているので、いずれか一方のみを解答せよ。
2．解答は一題毎に別々の解答用紙に記入せよ。
3．各解答用紙に問題の番号及び受験番号を必ず記入せよ。

1. 既知の抵抗Rと未知の静電容量Cから成る下図の２ポート(bb'-cc')について以下の設問に答えよ。

1）入力端子b-b'、に振幅E_0、角周波数ω_0の正弦波電圧源a-a'を接続し、出力端子c-c'を開放状態にして観測される出力電圧の位相がa-a'の電源電圧に対して$\pi/4$[rad]異なっていた。 このとき、Cの値をRおよびω_0を用いて表現せよ。また、c-c'で観測される電圧の実効値を求めよ。

2）上記設問で用いた２ポートの出力端子c-c'にインダクタンスLを接続し、電源の周波数を変えてゆくと、角周波数ω_2で２ポートへの入力電流I_bが0となった。Lをω_0, ω_2およびRを用いて表現せよ。また、このときインダクタンスLに蓄えられるエネルギーのピーク値を求めよ。

3）上記2ポートの特性を次式のように基本行列表示したとき、基本行列[F]を求めよ。 但し、tはベクトルの転置を表わす。

$$(V_b\ I_b)^t = [F]\,(V_c\ I_c)^t$$

4）上記2ポートを２個縦続接続した回路の基本行列を求めよ。

5）下図2ポート(bb'-cc')の入力端子に内部インピーダンスZ_s、角周波数 ωの正弦波電圧源を接続したとき、この2ポートの出力インピーダンスを求めよ。

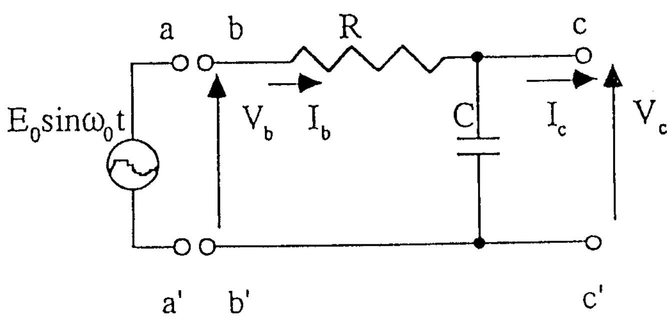


図 1.1

2.

A

1）次の行列Mの固有値とその固有ベクトルを求めよ。

$$M = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 0 \\ 1/2 & 1/4 & 1/2 \\ 0 & 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$$

2）次の逐次過程のベクトル v_n を求めよ。ただし、初期ベクトル v_0 は、$v_0 = (1\ \ 2\ \ 3)^T$ とする。ここで、"T" はベクトルの転置である。

$$v_n = M v_{n-1} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

3）$v_\infty = \lim_{n\to\infty} v_n$ を求めよ。

B 以下の２階常微分方程式$L[y]$において、これを満足するある特殊解$y = \varphi_1(x)$がわかっている。

$$L[y] = y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0 \qquad (1)$$

以下の設問 1)～ 4)に答えよ。

1) $y = u(x)\varphi_1(x)$ も式(1)の解であると仮定して、yの一般解を求めたい。$u(x)$の満たすべき微分方程式を示せ。
2) 設問(1)の微分方程式を解いて、式(1)の一般解を示せ。
3) コーシー・オイラーの微分方程式

$$L[y] = y'' + \frac{1}{x}y' - \frac{n^2}{x^2}y = 0 \qquad (x > 0)$$

において、$y = x^{-n}$は特殊解であることを用いて、上式の一般解を求めよ。

4) 円領域(r, θ)に対する以下のラプラス方程式

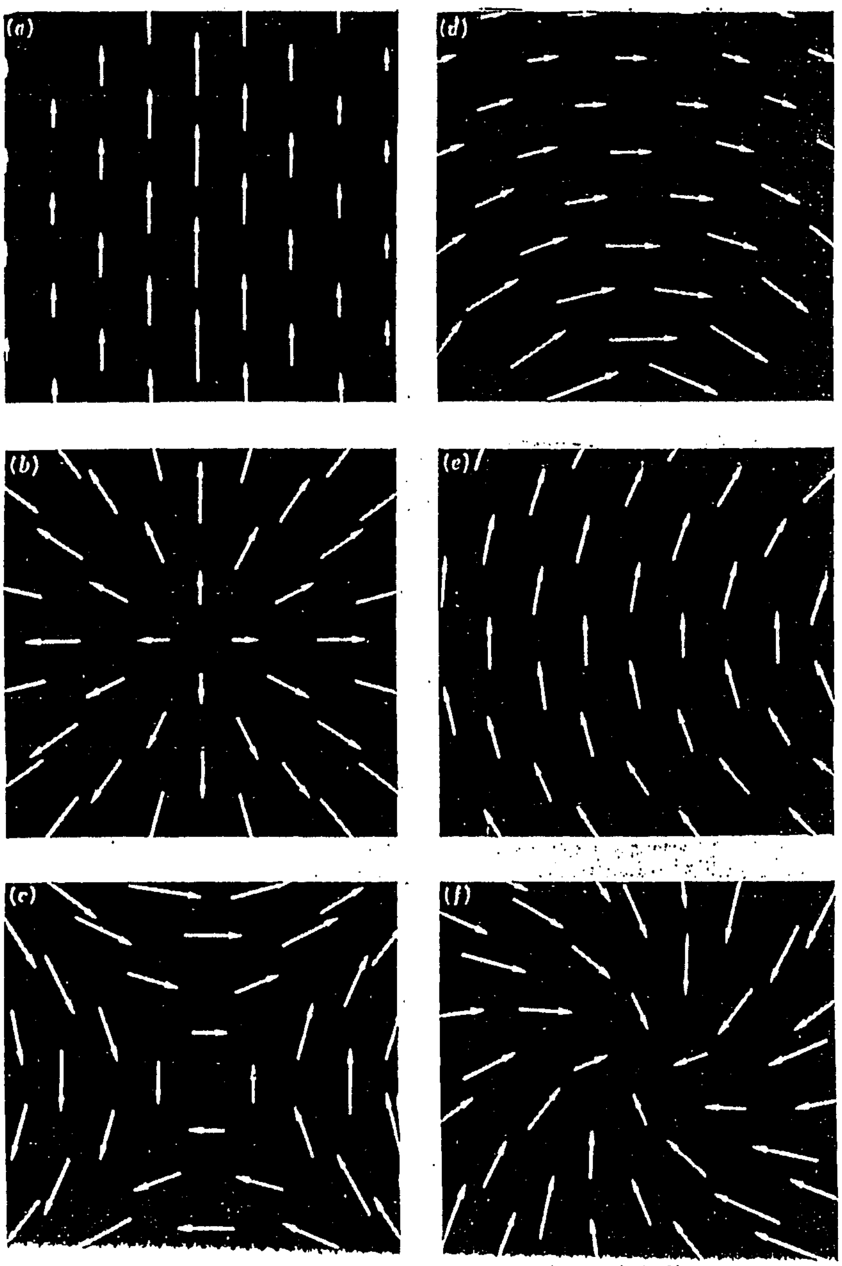
$$\Delta\phi(r,\theta) = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r\partial r} + \frac{\partial^2}{r^2\,\partial\theta^2}\right)\phi(r,\theta) = 0 \qquad (0 \le r \le a)$$

$$\phi(a,\theta) = f(\theta)$$

において、その解が$\phi(r,\theta) = R(r)\Theta(\theta)$と変数分離可能であり、なおかつ、

$$\Theta(\theta) = A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta \qquad (n = 0,\ 1,\ 2, \cdots)$$

で与えられるものとする。このとき、$R(r)$の満たすべき微分方程式を記せ。


(a)
(d)
(b)
(e)
(c)
(f)

専門科目（午前）　　　　　　　　　　　　　　　　8　大修

時間　午前　9時30分～11時00分

電気・情報系A群

電気・電子工学
電子物理工学

注意事項

1. つぎの3題の中から2題を選択して解答せよ。3題以上解答した場合はすべて無効とする。
   なお、問題2には、AとBの2種類の問題が用意されているので、いずれか一方のみを解答せよ。
2. 解答は一題毎に別々の解答用紙に記入せよ。
3. 各解答用紙に問題の番号及び受験番号を必ず記入せよ。

1。独立な交流電源を含む1ポート線形回路に関する次の問題に答えよ。

1） 図1.1に示す電源回路の開放電圧（実効値、以下の設問では電圧は全て実効値とする。）と内部インピーダンスはいくらか？但し、動作角周波数を ω [rad/sec]とする。また、・は複素数表示を意味する。

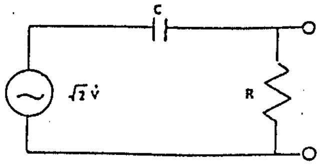


図1.1

2） 図1.2に示す回路において、L[Henry]と R_L[Ω]が可変できるとする。R_L における消費電力が最大になるようなLと R_L を求めよ。また、この時、消費電力の最大値はいくらになるか？

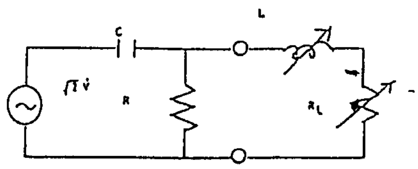


図1.2

3） 図1.3に示す電源回路の開放電圧を E[volt]、内部インピーダンスを $Z_g(=R_g+jX_g)$[Ω]とすると、有能電力はいくらになるか？但し、電源回路が外部に供給できる最大電力を有能電力という。

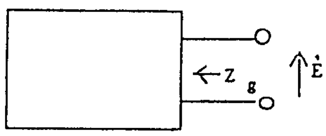


図1.3

4）図1.4のように巻数比 n:1の理想変成器を接続したら、開放電圧、内部インピーダンスはどうなるか？

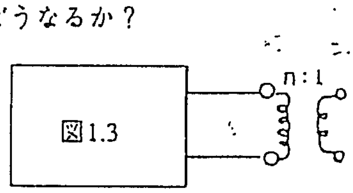


図1.4

5） 図1.3の回路にサセプタンス jB[1/Ω]を並列に接続したら、開放電圧、内部インピーダンスはどうなるか？

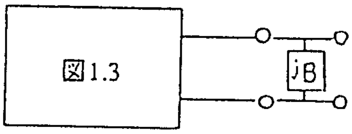


図1.5

6） 4)5)の場合に、有能電力はどうなる計算せよ。

2. B

関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は次式で定義される。ここで，j は虚数単位で $j=\sqrt{-1}$ である。

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot\exp(-j\omega t)dt \qquad (2.1)$$

以下の問に答えよ。

1）次の関数のフーリエ変換を求めよ。

a） $h(t)=\exp(-\alpha\cdot|t|)$ $\quad(\alpha>0)$

b） $q(t)=|t|\cdot\exp(-\alpha\cdot|t|)$ $\quad(\alpha>0)$

2）次の関係式が成り立つことを示せ。

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\cdot\exp(-j\omega t)dt=-\omega^2 F(\omega) \qquad (2.2)$$

3）関数 $f(t)$ について，式（2.3）の常微分方程式が成り立つとき，式(2.1)と式(2.2)を用いて，関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ が満足する常微分方程式を導出せよ。

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}-t^2 f(t)=-(2n+1)f(t) \qquad (n\text{は定数}) \qquad (2.3)$$

4）式（2.3）の常微分方程式において，$f(t)=g(t)\cdot\exp(-t^2/2)$ とおいて，$g(t)$ に関する常微分方程式を導出し，$n=0$ と $n=1$ の場合について，その零でない特殊解を求めよ。

8

3. 式(3.1)のアンペアの法則を利用した問題を１題だけ作り、その答えとともに示せ。ただし、難しい問題あるいは独創的な問題が好ましい。

$$\oint_C H \cdot \tau \, ds = I \tag{3.1}$$

ここで、電流 I は直流電流とする。

専門科目（午前）　　　9　大修

時間　午前　9時30分～11時00分

電気・情報系A群

電気・電子工学
電子物理工学

注意事項

1. つぎの3題の中から2題を選択して解答せよ。3題以上解答した場合はすべて無効とする。
   なお、問題2には、AとBの2種類の問題が用意されているので、いずれか一方のみを解答せよ。
2. 解答は一題毎に別々の解答用紙に記入せよ。
3. 各解答用紙に問題の番号及び受験番号を必ず記入せよ。

1. 理想変成器を含む図 1.1 の回路について、以下の問いに答えよ。
ただし、交流電源 E の角周波数は ω とする。

1) スイッチ S.W が OFF のとき、

   a) 抵抗 R の消費電力 P_o を求めよ。

   b) 端子 1−1'のインピーダンス Z_{in} を求めよ。

2) スイッチ SW を ON とし、定常状態に達したとき、

   a) 抵抗 R の消費電力 P を求めよ。

   b) 交流電源が供給する無効電力 P_r を求めよ。

   c) コンデンサ C の端子電圧の実時間波形を図示せよ。

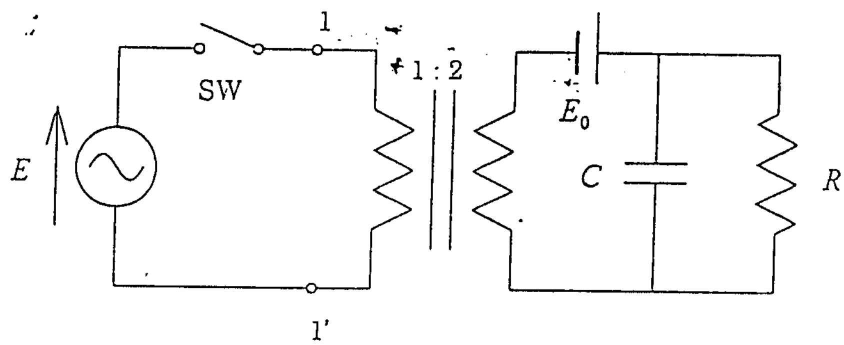


図 1.1

9

2. A

N次元実ベクトル空間の N次元ベクトル

$$f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_N \end{pmatrix}$$

に対して、内積を

$$(f, g) = \sum_{i=1}^{N} f_i g_i$$

で定義し、fのノルムを $\|f\| = \sqrt{(f, f)}$で定義する。また、行列またはベクトル A に対する転置を A^Tで表す。

1) 任意の N次元ベクトルx, yに対して、

$$(x, y) = \frac{1}{4}(\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2)$$

が成立することを示しなさい。

2) (N, N) 型行列 Uを、任意の N次元ベクトルfに対して $\|Uf\| = \|f\|$ となるものとする。このとき、任意の N次元ベクトルx, yに対して、

$$(Ux, Uy) = (x, y)$$

が成立することを示しなさい。

3) さらに、(N, N) 型単位行列 E_Nに対して、

$$U^T U = E_N$$

が成立することを示しなさい。
（この関係によって、U^Tが Uの逆行列であることがわかる。）

4) このような行列 $U = (u_{ij})$ に対して、N個の $M(\leq N)$ 次元ベクトル

$$v_j = \begin{pmatrix} u_{1j} \\ u_{2j} \\ \vdots \\ u_{Mj} \end{pmatrix} \quad (j = 1, 2, \cdots, N)$$

を定義する。このとき任意の M次元ベクトルfに対して、

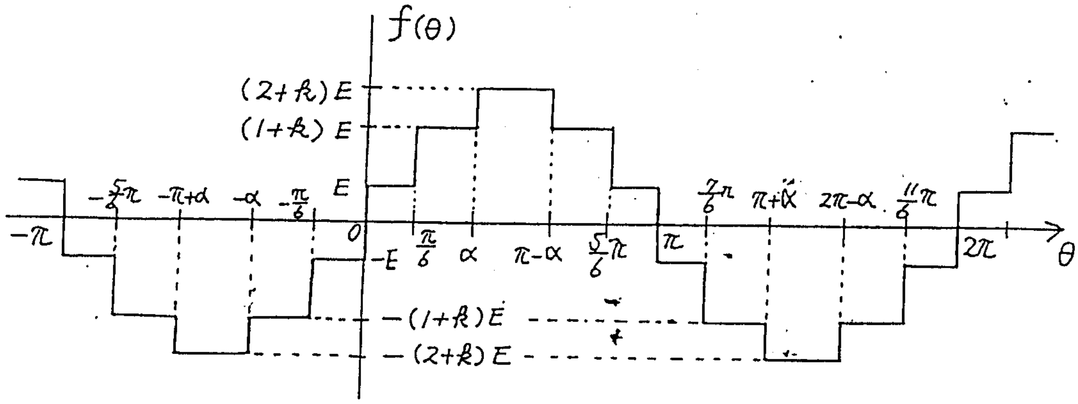
$$\sum_{j=1}^{N} (f, v_j) v_j = f$$

が成立することを示しなさい。

2．B

1） 周期2πの奇関数g(θ)のフーリエ級数展開を求めよ。

2） 図2.Bに示す周期関数f(θ)のフーリエ級数展開を求めよ。



$\left(E \neq 0,\ k > 0,\ \frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$

図2.B

3） 関数f(θ)の第3および第5高調波が消えるように、αとkを定めよ。

4） 3)の条件を満たすとき、残っている高調波の最低次数は何次か。

9

3. 自由空間中に 3 個の点電荷が表 3.1 のように配置されている.

表 3.1 点電荷の分布

位置	大きさ
O $(0,0,0)$	q
P $(\frac{a}{2},0,0)$	$-q$
Q $(2a,0,0)$	$2q$

1) 任意の観測点 (x,y,z) における電位 V を求めよ.

2) 点 $(a,0,0)$ および点 $(0,a,0)$ における電界の大きさおよび向きを求めよ.

3) 観測点 R が原点を中心とした半径 a の球面上にあるとする.

a) R は極座標 (a,θ,φ) に存在するが, これに対応する直角座標を θ,φ により表せ.

b) R における電位 V を求めよ.

4) 2) および 3) の結果を説明する次の文に適切な語句をいれよ.

点 O, 点 P および点 Q に置いた点電荷のつくる $r>a$ における電位分布は, これらの点電荷の代わりに, 点 Q の電荷および点 $\boxed{\text{a}}$ を中心とする半径 a の $\boxed{\text{b}}$ 球を置いたものと同一になる.

したがって、点 O および点 P に置いた電荷は $\boxed{\text{b}}$ 球による点 Q の電荷の $\boxed{\text{c}}$ である。

専門科目（午前）　　　　　　　　　　　　　　　１０ 大修

時間　午前　９時３０分～１１時００分

電気・情報系Ａ群

電気・電子工学
電子物理工学

注意事項

1. つぎの３題の中から２題を選択して解答せよ。３題以上解答した場合はすべて無効とする。
   なお、問題３には、ＡとＢの２種類の問題が用意されているので、いずれか一方のみを解答せよ。
2. 解答は一題毎に別々の解答用紙に記入せよ。
3. 各解答用紙に問題の番号及び受験番号を必ず記入せよ。

1．相互インダクタンスがM、一次および二次側のインダクタンスがそれぞれL_1およびL_2の変成器を含む図 1.1 の回路について、以下の問に答えよ。一次側端子 1-1'間に加わる複素電圧を$\mathbf{V}_1$、端子 1 側から変成器に流れ込む複素電流を$\mathbf{I}_1$、二次側端子 2-2'に加わる複素電圧を$\mathbf{V}_2$、端子 2 側から変成器に流れ込む複素電流を$\mathbf{I}_2$と定義する。巻線の抵抗は無視できると仮定して、角周波数をωとする。このとき、$\mathbf{V}_1$は次式のように表せる。$\mathbf{V}_1 = j\omega L_1\mathbf{I}_1 + j\omega M\mathbf{I}_2$

1) $\mathbf{V}_2$を$\mathbf{I}_1$と$\mathbf{I}_2$とを用いて表せ。
2) 図 1.2 に示すT型等価回路のインダクタンスL_a、L_b及びL_cをL_1、L_2及びMを用いて表せ。
3) キャパシタCを端子 2-2'間に接続した。一次側（端子 1-1'）から見込んだリアクタンスXを求めよ。
4) 共振角周波数ω_1及びω_2 ($0<\omega_1<\omega_2<\infty$)を求めよ。
5) Xとωとの関係を描け（Xを縦軸、ωを横軸に選ぶこと）。
6) $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$と見なせるとき、Xをωの関数として求めよ。
7) $L_1L_2=M^2$である場合には、ω_1及びω_2はどう表せるか。
8) 理想変成器（$L_1L_2=M^2$であってMが無限に大きい）の場合には、ω_1とω_2はどう表せるか。
9) 理想変成器の場合にXどう表せるか。
10) 理想変成器の二次側に対する一次側の巻数比がnの場合には、Xはどう表せるか。

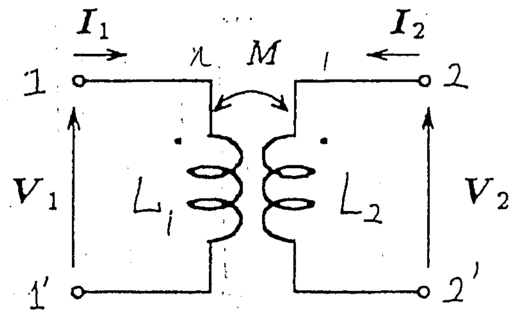


図 1.1

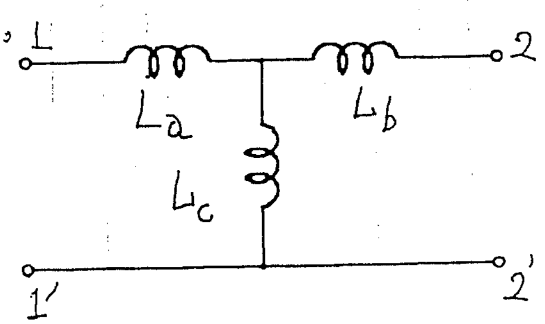


図 1.2

2.

xyz直角座標系のy軸上に直流電流Iが正方向に流れている無限に長い直線状導線が置かれている。また、2辺の長さがa、bの長方形状の導線ループがxy平面に平行でz方向に微小距離（a、bに比べて充分小さい）離れた状態で存在する。長方形ループの位置をループの中心のx座標で表し、また、ループの電気抵抗をRとする。真空中の透磁率をμ_0として以下の問に答えよ。

(1)図2.1(a)に示す$x > a/2$の場合、ループを貫く磁束Φ（大きさと向き）を求めよ。

(2)図2.1(b)に示す$x=0$、すなわち、ループを導線の真上に重ねた状態の場合、ループを貫く磁束Φを求めよ。（このとき、ループと直線状導線は微小距離を隔てているので接触はしていない。）

(3)図2.1(c)に示すように、$x > a/2$の範囲で、ループが一定速度vでゆっくり直線状導線に近づいて行くとき、ループに流れる電流の大きさをxの関数として求めよ。電流の向きは図中で時計回り方向を正とする。

(4)時刻$t=0$で$x=2a$の位置にいるループが上記設問(3)の動きを始め、設問(2)の状態を経て、反対側$x=-2a$まで等速度vで通過して行く際にループに流れる電流波形の概略を時間の関数として求めて図示せよ。

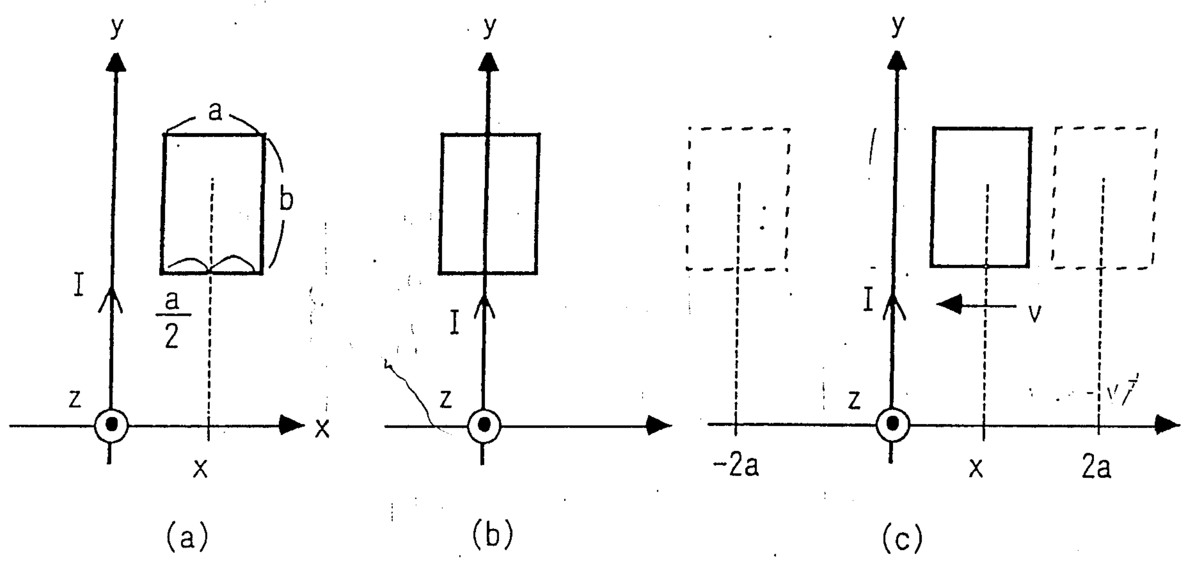


図2.1

3-A.

$U = [\mathrm{u}_1, \cdots, \mathrm{u}_m], V = [\mathrm{v}_1, \cdots, \mathrm{v}_n]$ を各々 $R^{m\times m}, R^{n\times n}$ の直交行列とする。
U, V のベクトルを各々 r 個ずつ用いて

$$A = [a_{p,q}] = \sum_{i=1}^{r} \sigma_i \mathrm{u}_i \mathrm{v}_i^t$$

で定義される $m \times n$ 実行列 A を構成する。
但し、$r \leq \min(m, n)$ であり、$\sigma_i \neq 0 (i = 1, \cdots, r)$ であるとする。
この時、次の問題に答えよ。

1. $\{\mathrm{u}_i\}_{i=1}^{m}, \{\mathrm{v}_i\}_{i=1}^{n}$ は正規直交系をなす、即ち

$$\mathrm{u}_i^t \mathrm{u}_j = \delta_{i,j} \text{ for } i, j = 1, \cdots, m$$

$$\mathrm{v}_i^t \mathrm{v}_j = \delta_{i,j} \text{ for } i, j = 1, \cdots, n$$

が成立することを示せ。
但し、

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{for } i = j \\ 0 & \text{for } i \neq j \end{cases}$$

である。

2. A の零空間とは、

$$A\mathrm{x} = 0$$

を満足するベクトル $\mathrm{x} \in R^n$ の集合のことである。
A の零空間は、$\mathrm{v}_{r+1}, \cdots, \mathrm{v}_n$ で張られるベクトル部分空間であることを証明せよ。

3. A の値域とは、任意の $\mathrm{x} \in R^n$ に対して

$$\mathrm{y} = A\mathrm{x}$$

で写像される R^m の部分集合を指す。
A の値域は、$\mathrm{u}_1, \cdots, \mathrm{u}_r$ で張られる R^m のベクトル部分空間であることを証明せよ。

4. ベクトル $\{\mathrm{u}_i\}_{i=1}^{r}, \{\mathrm{v}_i\}_{i=1}^{r}$ に対して

$$\begin{aligned} A\mathrm{v}_i &= \sigma_i \mathrm{u}_i (i = 1, \cdots, r) \\ A^t \mathrm{u}_i &= \sigma_i \mathrm{v}_i (i = 1, \cdots, r) \end{aligned}$$

が成立していることを証明せよ。

5. 行列 A の要素 $[a_{p,q}]$ に対して

$$\sum_{p=1}^{m} \sum_{q=1}^{n} |a_{p,q}|^2 = \sigma_1^2 + \cdots + \sigma_r^2$$

が成立していることを証明せよ。

3 - B． 次の (a), (b), (c) を証明せよ。

(a) 各項が実数である級数

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \tag{1}$$

が、実の有限な極限値 r に収束するとする。このとき、

$$\lim_{k\to\infty} a_k \;=\; 0 \tag{2}$$

である。

(b) 実変数 x をもつ正の連続な関数 $f(x)$ が、実変数 x と実変数 y の値にかかわらず常に

$$f(x+y) = f(x)f(y) \tag{3}$$

を満足しているとする。このとき、m と n を任意の自然数として、

$$(i) \quad f(0) = 1 \tag{4}$$

$$(ii) \quad f\left(\frac{1}{m}\right) = f(1)^{\frac{1}{m}} \tag{5}$$

$$(iii) \quad f\left(\frac{n}{m}\right) = f(1)^{\frac{n}{m}} \tag{6}$$

$$(vi) \quad f(x) = a^x, \quad \text{ただし、} x \text{ は任意の実数、} a = f(1) \tag{7}$$

である。

(c) 実変数 x をもつある実の関数 $f(x)$ と、実変数 x に関して連続なある実の関数列 $\{f_k(x)\}$ $(k = 1, 2, 3, \ldots)$ において、実変数 x によらず、任意に与えられた正数 ϵ に対して、ある自然数 N が存在して、$k > N$ なる任意の自然数 k に関して、$|\, f_k(x) - f(x) \,| < \epsilon$ が成立するとする。このとき、$f(x)$ は x に関して連続である。

専門科目（午前）

１１　大修

時間　午前９時 30 分～11 時 00 分

電気・情報系Ａ群

電気・電子工学
電子物理工学

注意事項

1. 次の３題の中から２題を選択して解答せよ．３題以上解答した場合はすべて無効とする．
2. 解答は１題ごとに別々の解答用紙に記入せよ．
3. 各解答用紙に問題番号及び受験番号を記入せよ．
4. 電子式卓上計算機等の使用は認めない．

1．　以下の各問いに以答えよ．

1）図 1.1 に示す回路の独立なループ（閉路）の数を求めよ．

2）図 1.2 に示す回路の共振周波数を求めよ．

3）図 1.3 に示す回路の，端子①，②間の電圧V_{12}，及び端子③，④間の電圧V_{34}を求めよ．但し，交流電圧源の角周波数はωとする．

4）図 1.4 に示すように，図 1.3 の回路の①，②端子間に電流源を接続したとき，端子①，②間の電圧V_{12}，及び端子③，④間の電圧V_{34}を求めよ．ただし交流電流源の角周波数は，交流電圧源の角周波数と同じωとする．

E

Z_1 5

Z_4 5

Z_5 6

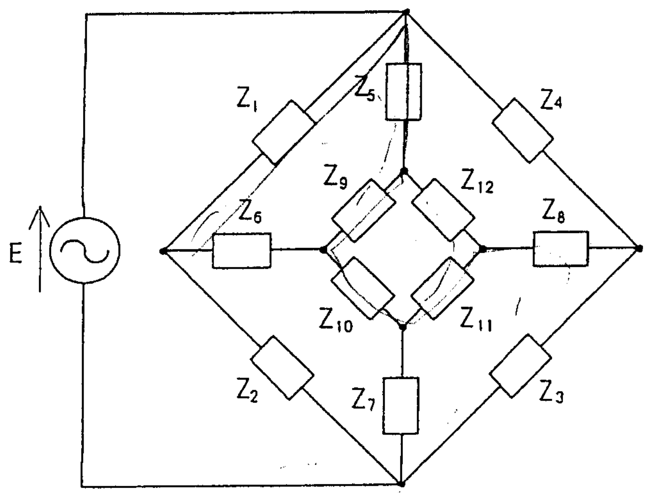


図 1.1

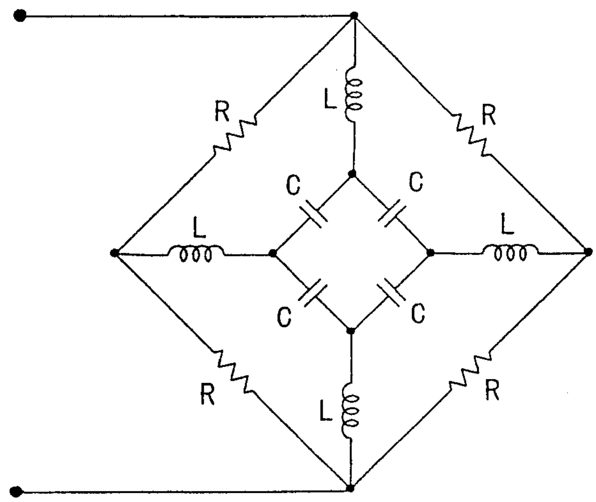


図 1.2

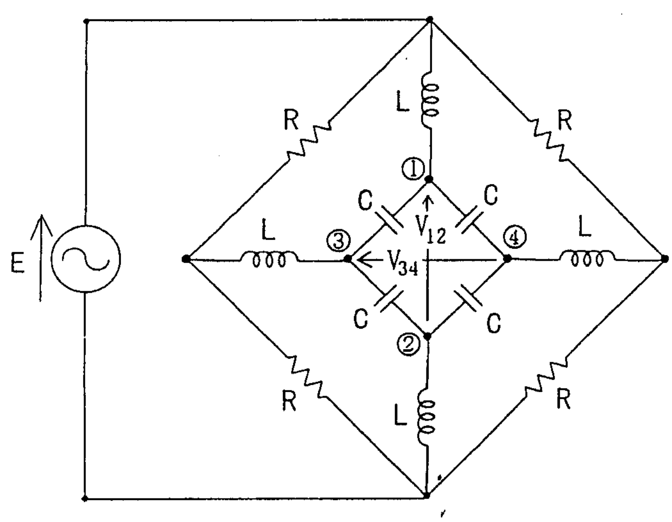


図 1.3

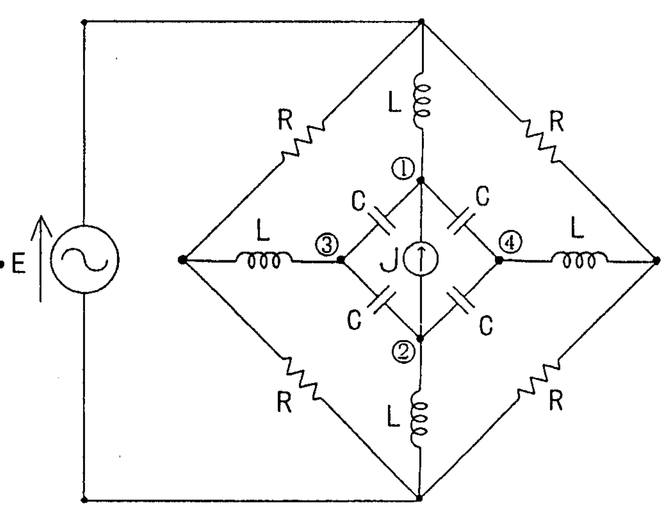


図 1.4

2.

図 2.1 のような電気双極子の作る電界を求める。電荷量 Q を持つ正負の点電荷$+Q$ と$-Q$ が微小な距離 l を離して置かれている。両点電荷間の中点 0 からの距離 r ($r>>l$)、角度θの点 P での電界を求める。空気中の誘電率をε_0 とする。次の各問いに答えよ。

1) 点 P と$+Q$ 及び$-Q$ との間の距離をそれぞれ r_1 および r_2 とする。$r>>l$ であることを利用して、r_1 および r_2 を r、l、θを用いて近似せよ。

2) r_1 および r_2 を用いて点 P での電位 U を表せ。 $U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{r_1} - \frac{Q}{r_2}\right) = \frac{Q(r_2 - r_1)}{4\pi\varepsilon_0 r_1 r_2}$

3) 1)で求めた近似式を 2)の電位の表現式に代入し整理することで、r を用いて電位 U を表せ。ただし、l^2 を含む項は r^2 よりも極めて小さいことを利用して無視せよ。

4) 点 P での電界の r 成分 E_r およびθ成分 E_θを求めよ。

図 2.2 のように原点 0 を中心とした半径 a の球を考える。z 軸からの角度θの円すいとこの球が交わる円周を C とする。点 P は C 上の点である。C によって切り取られる球の表面の一部を S とする。正負の点電荷$+Q$ と$-Q$ の位置はそれぞれ$(0,0,+\frac{l}{2})$ および$(0,0,-\frac{l}{2})$ である。次の各問いに答えよ。

5) S を横切るすべての電束を求めよ。

6) 電荷量 Q の時間変化が$\frac{dQ}{dt} = \beta$(定数)と成立しているとき、点 P に作られる磁界を求めよ。ただし、電荷量 Q の時間変化が点 P に影響を与えるまでの時間遅れは十分小さいとして無視せよ。

7) 原点の位置にある z 軸方向に向いた微小電流素 Il (I は電流、l は微小距離を表す) が点 P に作る磁界を求め、6)の答えとの関連を述べよ。

$\left(\frac{r}{r_1}\sin\theta\right)^2 + \frac{1}{r_1^2}\left(r\cos\theta - \frac{l}{2}\right)^2 = 1$ $\left(\frac{r}{r_1}\sin\theta\right)^2 + \left(\frac{r}{r_1}\cos\theta\right)^2 - \frac{l r\cos\theta}{r_1^2} + \frac{l^2}{4r_1^2} = 1$

$r\sin\theta = r_1\sin\theta'$

$r\cos\theta = r_1\cos\theta_1 + \frac{l}{2}$

$r^2\cos^2\theta - rl\cos\theta + \frac{l^2}{4}$

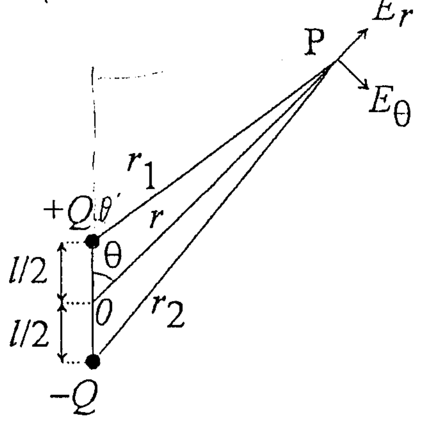


図 2.1

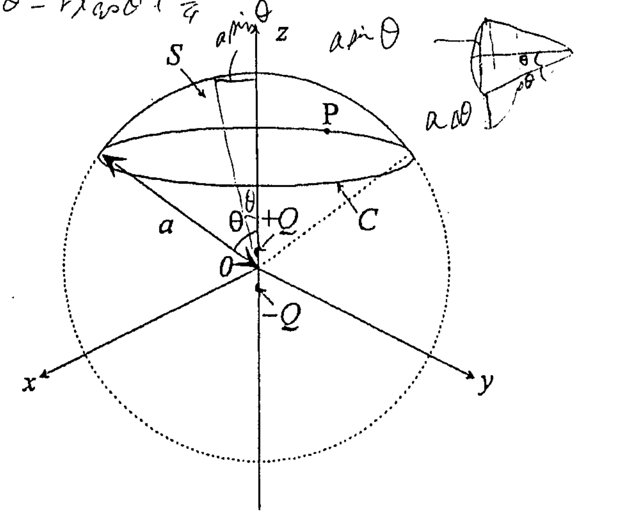


図 2.2

$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx$

$a_n = \frac{1}{T}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos\left(n\frac{2\pi}{T}x\right)dx$

$b_n = \frac{1}{T}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin\left(n\frac{2\pi}{T}x\right)dx$

3. 周期がTである周期関数 $f(x)$ のフーリエ級数は、

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\frac{2\pi}{T}x) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\frac{2\pi}{T}x)$$

によって与えられる。

以下の問に答えよ。

1) 区間 $-\pi \le x \le \pi$ で定義される次の関数 $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ。ただし、$0 \le a < 1$ とする。

$$f(x) = \cos ax$$

2) 1) の結果を用いて次の級数和を求めよ。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 - a^2}$$

3) 2) の結果を用いて次式を証明せよ。ただし、$0 < \tau < 1$ とする。

$$\begin{aligned}\prod_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - \tau^2}{n^2} &= \frac{1 - \tau^2}{1} \cdot \frac{2^2 - \tau^2}{2^2} \cdot \frac{3^2 - \tau^2}{3^2} \cdots \\ &= \frac{\sin \pi\tau}{\pi\tau}\end{aligned}$$

4) 3) の関係式を用いて次の値 Vを求めよ。

$$V = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8 \cdots}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9 \cdots}$$