# 2011年2月実施
# 問題1　電気工学
# (1頁目／2頁中)

Fig. 1のようなフィードバック制御系がある．ここで，$R(s)$は目標値，$C(s)$は制御量である．ただし，$K > 0$とする．次の問に答えよ．

(1) このフィードバック制御系の開ループ伝達関数$G(s)$を求めよ．

(2) 周波数伝達関数$G(j\omega)$の実部$\mathrm{Re}[G(j\omega)]$と虚部$\mathrm{Im}[G(j\omega)]$を求めよ．

(3) $\lim_{\omega \to 0} \mathrm{Re}[G(j\omega)]$ と $\lim_{\omega \to 0} \mathrm{Im}[G(j\omega)]$ を求めよ．

(4) $G(j\omega)$のナイキスト線図の概形を描け．

(5) このフィードバック制御系が安定となるための$K$の値の範囲を求めよ．

Consider the feedback control system shown in Fig. 1, where $R(s)$ and $C(s)$ denote the reference input and controlled variable, respectively. The constant $K$ is positive. Answer the following questions.

(1) Find the open-loop transfer function $G(s)$ of the feedback control system.

(2) Find the real part $\mathrm{Re}[G(j\omega)]$ and imaginary part $\mathrm{Im}[G(j\omega)]$ of the frequency transfer function $G(j\omega)$.

(3) Find $\lim_{\omega \to 0} \mathrm{Re}[G(j\omega)]$ and $\lim_{\omega \to 0} \mathrm{Im}[G(j\omega)]$.

(4) Sketch the Nyquist diagram of $G(j\omega)$.

(5) Find the range of values of $K$ so that the feedback control system is stable.

# 2011 年 2 月実施
# 問題 1　電気工学
# (2 頁目／2 頁中)

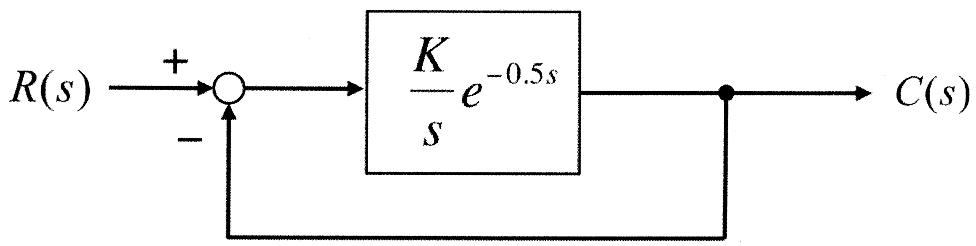


Fig. 1

# 2011 年 2 月実施
# 問題２　通信工学
# （１頁目／２頁中）

変調信号$m(t)$および搬送波$\cos 2\pi f_c t$により生成される両側波帯(double sideband: DSB)変調信号$v_{DSB}(t) = m(t)\cos 2\pi f_c t$を考える．Fig. 2 は乗算器ならびに理想低域通過フィルタで構成される同期検波回路の一例である．ここで理想低域通過フィルタのカットオフ周波数は，$m(t)$に含まれる最大周波数成分$f_m$（但し$f_m << f_c$）に等しいとする．このとき以下の問に答えよ．

(1)　$m(t)$のフーリエ変換$M(f)$を用いて，DSB 信号$v_{DSB}(t)$の周波数スペクトルを求めよ．

(2)　局部発振波が$v_{LO}(t) = \cos 2\pi f_c t$で与えられるとき，乗算器出力（Fig. 2 の A 点）における信号およびその周波数スペクトルを求めよ．さらに，理想低域通過フィルタの出力（Fig. 2 の B 点）において変調信号$m(t)$が復調できることを示せ．

(3)　問(2)において，DSB 信号$v_{DSB}(t)$に狭帯域雑音$n(t) = x(t)\cos 2\pi f_c t - y(t)\sin 2\pi f_c t$が加算されたとき，出力（Fig. 2 の B 点）を求めよ．さらに，信号電力$\overline{m^2(t)} = A^2$を用いて，復調後の信号対雑音電力比（S/N 比）を求めよ．ここで$x(t)$，$y(t)$は平均$\overline{x(t)} = \overline{y(t)} = 0$，平均電力$\overline{x^2(t)} = \overline{y^2(t)} = N$の互いに独立なガウス雑音で，帯域が$f_m$に制限されているものとする．

(4)　問(3)において，局部発振波が$v_{LO}(t) = \cos(2\pi f_c t + \phi)$のように位相オフセット$\phi$を含むとき，出力ならびにその S/N 比を求めよ．

# 2011 年 2 月実施
# 問題２　通信工学
# （２頁目／２頁中）

Consider a double sideband (DSB) modulated signal $v_{DSB}(t) = m(t)\cos 2\pi f_c t$ generated from a modulation signal $m(t)$ and a carrier $\cos 2\pi f_c t$. Fig. 2 is an example of a synchronous detection circuit composed of a multiplier and an ideal low-pass filter. Here, the cut-off frequency of the ideal low-pass filter is equal to $f_m$ (where $f_m << f_c$), which is the maximum frequency component contained in $m(t)$. Answer the following questions.

(1) Derive the frequency spectrum of the DSB signal $v_{DSB}(t)$ using $M(f)$, which is the Fourier transform of $m(t)$.

(2) Derive the signal and its frequency spectrum at the output of the multiplier (point A in Fig. 2) when the local carrier is given by $v_{LO}(t) = \cos 2\pi f_c t$. Then, show that the modulation signal $m(t)$ can be demodulated at the output of the ideal low-pass filter (point B in Fig. 2).

(3) In question (2), derive the output (point B in Fig. 2) when a narrow band noise $n(t) = x(t)\cos 2\pi f_c t - y(t)\sin 2\pi f_c t$ is added to the DSB signal $v_{DSB}(t)$. Then, derive the signal-to-noise power ratio (S/N ratio) after demodulation using the signal power $\overline{m^2(t)} = A^2$. Here, $x(t)$ and $y(t)$ are mutually independent Gaussian noises with a mean value of $\overline{x(t)} = \overline{y(t)} = 0$ and an average power of $\overline{x^2(t)} = \overline{y^2(t)} = N$, and their bandwidths are limited to $f_m$.

(4) In question (3), when the local carrier contains a phase offset of $\phi$ as $v_{LO}(t) = \cos(2\pi f_c t + \phi)$, derive the output and its S/N ratio.

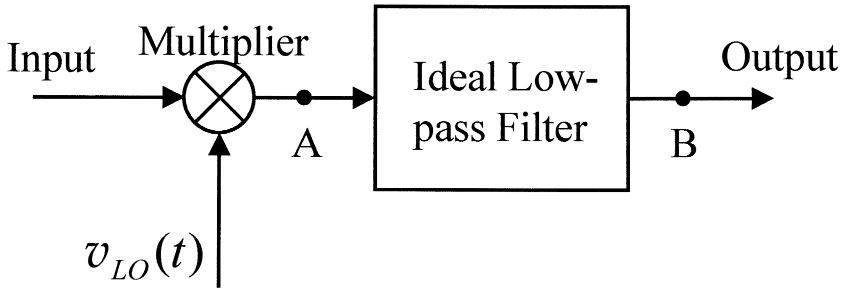


Fig. 2

# 2011 年 2 月実施
# 問題３　電子工学
# （１頁目／２頁中）

(1) Fig. 3(a)は，様々な半導体デバイスの構造を模式的に示している．以下の問に答えよ．
  (a) 接合型 FET（JFET）（Junction Field Effect Transistor）はどれか，(A)から(D)の中から選べ．
  (b) MOSFET（Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor）はどれか，(A)から(D)の中から選べ．

(2) 接合型 FET と MOSFET では，今日のデジタル LSI（大規模集積回路）の構成要素として一般的なのはどちらであるか答えよ．さらに，その理由について電圧電流特性の差異の観点から答えよ．

(3) Fig. 3(b)は FET を用いた RC 結合ドレイン接地増幅回路を示している．以下の問に答えよ．
  (a) コンデンサ $C$ の機能を述べよ．
  (b) 増幅回路の微小信号等価回路を示すとともに，増幅回路の入力抵抗 $R_{\mathrm{in}}$，出力抵抗 $R_{\mathrm{out}}$，電圧利得 $K_{\mathrm{v}}$，電流利得 $K_{\mathrm{i}}$ を求めよ．ただし，FET の微小信号モデルは，Fig. 3(c)で示されるものとする．また，注目する信号周波数帯域（中間周波数帯）において，コンデンサ $C$ のインピーダンスは十分小さく，零とみなしてよいものとする．

(1) Fig. 3(a) schematically shows structures of various semiconductor devices. Answer the following questions.
  (a) Select the JFET (Junction Field Effect Transistor) from (A) to (D).
  (b) Select the MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) from (A) to (D).

(2) Which is more common as an elemental device in today's digital LSIs (Large Scale Integrated circuits), JFET or MOSFET?  In addition, describe the reason from the viewpoint of the difference in their voltage-current characteristics.

(3) Fig. 3(b) shows an RC-coupled common-drain amplifier circuit using an FET. Answer the following questions.
  (a) Describe the function of the capacitor $C$.
  (b) Show a small-signal equivalent circuit of the amplifier circuit.  Then, derive the input resistance $R_{\mathrm{in}}$, the output resistance $R_{\mathrm{out}}$, the voltage gain $K_{\mathrm{v}}$, and the current gain $K_{\mathrm{i}}$.  Note that a small-signal model of the FET is shown in Fig. 3(c). In addition, the impedance of the capacitor $C$ is small enough to be considered as zero at the interested frequency range of the signal (medium frequency range).

# 2011 年 2 月実施
# 問題３　電子工学


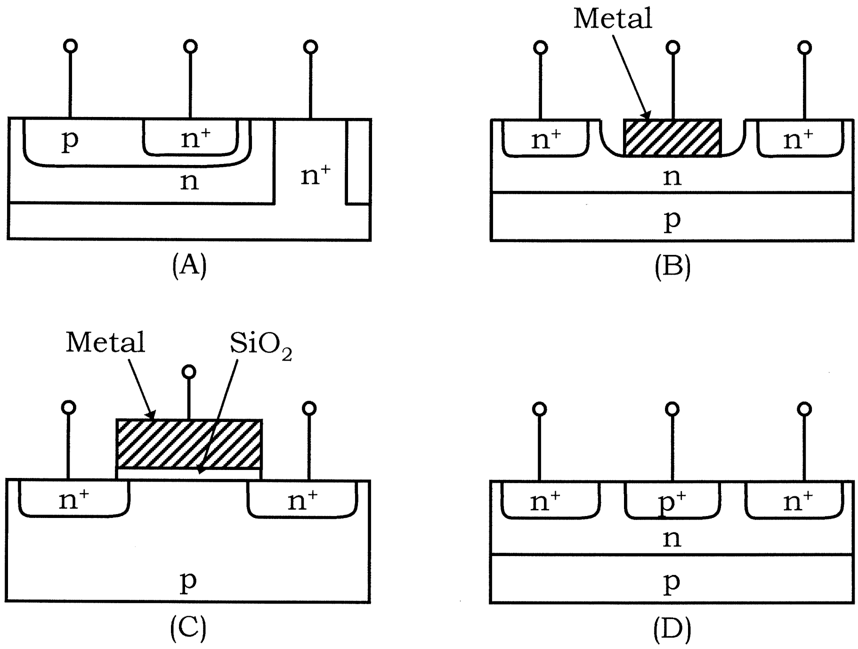


Fig. 3(a)  Various semiconductor devices.

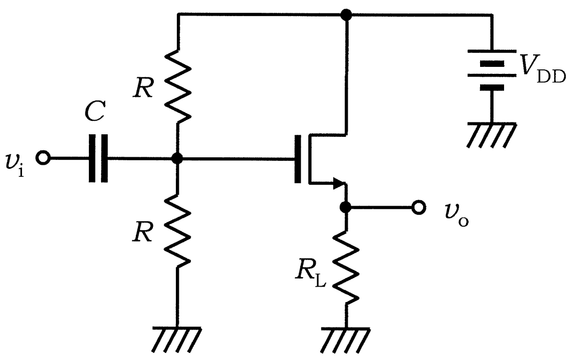


Fig. 3(b) RC-coupled common-drain amplifier.

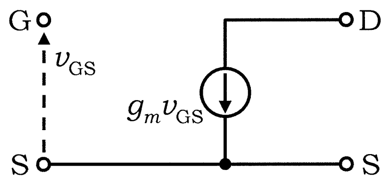


Fig. 3(c) Small-signal model of an FET.

# ２０１１年２月実施
# 問題４　計算機１
# （１頁目／２頁中）

クロックに同期して，1 ビット信号 $x(t) \in \{0,1\}$ を入力として受取り，1 ビット信号 $y(t) \in \{0,1\}$ を出力する順序回路 Q を考える．基本的にこの回路は，4 クロック遅れて入力をそのまま出力する．ただし，'10' を受け取ったときはその直前の 2 つの入力を逆順に出力する．また，最初の 2 クロックサイクルの間，入力 $x(t)$ は '0' を取る．例えば入力 '001100' に対して 4 クロック遅れて出力 '010100' が得られる．以下の問に答えよ．

(1) 3 つの 1 ビット信号 $a, b, c$ ($a, b, c \in \{0,1\}$) を入力として受取り，2 つの 1 ビット信号 $a'$, $b'$ ($a', b' \in \{0,1\}$) を出力する論理回路を考える．この回路は $c$ が '0' のとき，$a' = a, b' = b$ を出力し，$c$ が '1'のとき，$a' = b, b' = a$ を出力する．この回路を NOT, AND, OR ゲートを用いて設計せよ．

(2) 2 クロック遅れて，入力 $x(t)$ をそのまま出力する遅延回路を，2 つの D フリップフロップを用いて設計せよ．また入力 $x(t)$ が '001100', D フリップフロップの初期値が '0' の時の入力，出力，クロックのタイミングチャートを最初の 6 クロックサイクル終了時まで示せ．ゲート遅延は無視できるほど小さいと仮定せよ．

(3) 問(1)の論理回路を E とする．1 つの E, 4 つの D フリップフロップ，任意個の NOT, AND, OR ゲートを用いて，順序回路 Q を設計せよ．

Consider a sequential circuit Q which receives a 1-bit signal $x(t) \in \{0,1\}$ as its input and outputs a 1-bit signal $y(t) \in \{0,1\}$ in synchronization with a clock. Basically, the circuit outputs its input unchanged, but with a 4-clock delay. But when it receives '10', it outputs the previous two inputs in reverse order. Additionally, the input $x(t)$ takes the value '0' during the initial 2 clock cycles. For example, the output '010100' is given with a 4-clock delay for the input '001100'. Answer the following questions.

(1) Consider a logic circuit which receives three 1-bit signals $a, b,$ and $c$ ($a, b, c \in \{0,1\}$) as its inputs and outputs two 1-bit signals $a'$ and $b'$ ($a', b' \in \{0,1\}$). This circuit outputs $a' = a$ and $b' = b$ when $c$ is '0', and outputs $a' = b$ and $b' = a$ when $c$ is '1'. Design this circuit using NOT, AND, and OR gates.

(2) Using two D-flip-flops, design a delay circuit which outputs its input $x(t)$ unchanged, but with a 2-clock delay, and show the timing chart of the input, output, and clock

signals until the end of the initial 6 clock cycles when the input $x(t)$ and the initial value of D-flip-flops are '001100' and '0', respectively. Suppose that gate delay is negligibly small.

(3) Refer to the logic circuit in question (1) as E. Using one E, four D-flip-flops, an arbitrary number of NOT, AND, and OR gates, design a sequential circuit Q.

# ２０１１年２月実施
# 問題５ 計算機２
# （１頁目／２頁中）

Fig.5(a) に示すプログラムについて以下の問に答えよ．ただし各文や整数上の演算子 **mod**，**div** の意味は Fig.5(b) のとおりである．$n$ は 2 以上の整数であるとする．

(1) $n$ が 12 の場合のプログラムの出力結果を示せ．

(2) 任意の $n\,(\geq 2)$ について，プログラムが必ず停止することを示せ．

(3) while 文の先頭では以下の性質が常に成り立つことを示せ．
「$2 \leq x < I$ を満たす整数 $x$ の中に $N$ を割り切るものはない．」

(4) 問 (3) の性質を用いて，出力される整数は素数のみであることを示せ．

(5) プログラムによって出力される整数の積が $n$ と等しいことを示せ．

Answer the following questions about the program in Fig.5(a). The semantics of the statements and the integer operators **mod** and **div** are summarized in Fig.5(b). Suppose that $n$ is an integer greater than 1.

(1) Show the output of the program for the case $n = 12$.

(2) Show that the program terminates for every $n\,(\geq 2)$.

(3) Show that the following property always holds at the beginning of the while-statement.
"There is no integer $x$ such that $2 \leq x < I$ and $N$ is divisible by $x$."

(4) Using the property given in question (3), show that all the integers output by the program are prime numbers.

(5) Show that the product of the integers output by the program is equal to $n$.

$N := n; I := 2;$
$(\textbf{while } I \times I \leq N \textbf{ do}$
$\quad \textbf{if } N \,\textbf{mod}\, I = 0 \textbf{ then } (\textbf{print } I; N := N \,\textbf{div}\, I)$
$\quad \textbf{else } I := I + 1);$
$\textbf{if } N \geq 2 \textbf{ then print } N \textbf{ else skip}$

Fig.5(a)

| | |
|---|---|
| $X := e$ | 変数 $X$ に $e$ の値を代入する．<br>Assign the value of $e$ to variable $X$. |
| **skip** | 何もしない．<br>Do nothing. |
| **if** $b$ **then** $c_1$ **else** $c_2$ | $b$ の値が真ならば $c_1$ を実行，偽であれば $c_2$ を実行する．<br>If the value of $b$ is true, then execute $c_1$; otherwise execute $c_2$. |
| **while** $b$ **do** $c$ | $b$ の値が偽ならば何もしない．真ならば $c$ を実行し，再び while 文を実行する．<br>Skip if the value of $b$ is false. If the value of $b$ is true, then execute $c$ and execute the while-statement again. |
| $c_1; \cdots; c_n$ | $c_1, \ldots, c_n$ を順に実行する．<br>Execute $c_1, \ldots, c_n$ in this order. |
| **print** $e$ | $e$ の値を出力する．<br>Output the value of $e$. |
| $e_1$ **mod** $e_2$ | $e_1$ の値を $e_2$ の値で割った余り．<br>The remainder of the value of $e_1$ divided by the value of $e_2$. |
| $e_1$ **div** $e_2$ | $e_1$ の値を $e_2$ の値で割った商．<br>The quotient of the value of $e_1$ divided by the value of $e_2$. |

Fig.5(b)

# 2011年２月実施
# 問題６　物理専門１
# （１頁目／３頁中）

量子力学では，$x$軸に沿ってポテンシャル場$V(x)$中を運動する粒子の波動関数$\psi(x)$はつぎの方程式によって決定される．

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m}+V(x)\right)\psi(x)=E\psi(x) \tag{6A}$$

ここで，$\hat{p}$，$m$，$E$ は，それぞれ，運動量演算子，粒子の質量，そのエネルギーである．以下の設問に答えよ．

(1)　式(6A)で$V(x)=0$の場合を考えよ．

(a)　運動量$p$をもつ粒子の波動関数$\psi_p(x)$は

$$\psi_p(x)=A\exp\left(i\frac{p}{\hbar}x\right) \tag{6B}$$

で与えられることを示せ．ここで，$A$，$i$，$\hbar$は，それぞれ，$A=1/\sqrt{2\pi\hbar}$で表される規格化定数，虚数単位，プランク定数を$2\pi$で割った数である．

(b)　以下の波動関数を持つ粒子のエネルギーを計算せよ．

$$\psi_{\mathrm{SUM}}(x)=B\exp\left(i\frac{p}{\hbar}x\right)+C\exp\left(-i\frac{p}{\hbar}x\right) \tag{6C}$$

ここで，$B$と$C$は定数である．

(2)　粒子が規格化された波動関数$\psi(x)$の状態にあるとき，$p$と$p+\Delta p$の運動量の範囲にその粒子を見つける確率$|\Phi(p)|^2\Delta p$は

$$|\Phi(p)|^2\Delta p=\left|\int_{-\infty}^{\infty}\psi_p{}^*(x)\psi(x)dx\right|^2\Delta p \tag{６D}$$

で与えられる．従って，運動量の期待値$\langle p\rangle$は$\langle p\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}p|\Phi(p)|^2dp$によって決定される．$V(x)=\begin{cases}0 & |x|\le a\\ \infty & \text{otherwise}\end{cases}$ の場合を考えよ．

(a) 基底状態に対する規格化された波動関数$\psi_G(x)$と対応するエネルギーを求めよ.

(b) $\psi_G(x)$に対する$|\Phi(p)|^2$を求めよ.

(c) $\psi_G(x)$に対する$\langle p \rangle$を記せ.

In quantum mechanics, the wave function $\psi(x)$ for a particle moving along the $x$ axis in a potential field $V(x)$ is determined by the following equation

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m}+V(x)\right)\psi(x)=E\psi(x)\,, \tag{6A}$$

where $\hat{p}$, $m$, and $E$ are the momentum operator, mass of the particle, and its energy, respectively. Answer the following questions.

(1) Consider the case of $V(x)=0$ in eq. (6A).

(a) Show that the wave function $\psi_p(x)$ of a particle with momentum $p$ is given by

$$\psi_p(x)=A\exp\left(i\frac{p}{\hbar}x\right), \tag{6B}$$

where $A$, $i$, and $\hbar$ are the normalization constant expressed by $A=1/\sqrt{2\pi\hbar}$, the imaginary unit, and the Planck constant divided by $2\pi$, respectively.

(b) Calculate the energy of a particle with the following wave function

$$\psi_{\mathrm{SUM}}(x)=B\exp\left(i\frac{p}{\hbar}x\right)+C\exp\left(-i\frac{p}{\hbar}x\right). \tag{6C}$$

Here, $B$ and $C$ are constants.

(2) When a particle is in the state with a normalized wave function $\psi(x)$, the probability $|\Phi(p)|^2 \Delta p$ of finding the particle in a momentum interval between $p$ and $p+\Delta p$ is given by

$$|\Phi(p)|^2 \Delta p = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \psi_p{}^*(x)\psi(x)\,dx \right|^2 \Delta p . \qquad \text{(6D)}$$

Hence, the expectation value $\langle p \rangle$ of momentum is determined by $\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p|\Phi(p)|^2 dp$.

Consider the case of $V(x) = \begin{cases} 0 & |x| \le a \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$.

(a) Obtain the normalized wave function $\psi_G(x)$ for the ground state, and the corresponding energy.

(b) Obtain $|\Phi(p)|^2$ for $\psi_G(x)$.

(c) Write $\langle p \rangle$ for $\psi_G(x)$.

# 2011 年 2 月実施
# 問題７　物理専門２
# （１頁目／２頁中）

実変数 $x$ の関数

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x<0) \end{cases}$$

を考え，次の問に答えよ．ただし，$i$ は虚数単位である．

(1)　任意の実数 $w$ に対して $\lim_{x\to+\infty}\left|f(x)e^{-iwx}\right|$ を求めよ．

(2)　関数 $f(x)$ のフーリエ変換

$$F(w)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,e^{-iwx}dx$$

を求めよ．

(3)　区間 $-\infty<x<+\infty$ で積分微分方程式

$$f(x-1)+f(1-x)=\frac{d}{dx}g(x)+g(x)-4\int_{-\infty}^{x} e^{-x+y}g(y)dy$$

を満足する関数 $g(x)$ を考える．$g(x)$ および $\dfrac{d}{dx}g(x)$ は区間 $-\infty<x<+\infty$ で有界，連続かつ絶対積分可能な関数であるとする．関数 $g(x)$ のフーリエ変換

$$G(w)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} g(x)\,e^{-iwx}dx$$

が

$$G(w)=\frac{e^{-iw}\left(F(w)+F(-w)\right)}{iw+1-4\sqrt{2\pi}F(w)}$$

によって表されることを示せ．

(4)　任意の実数 $x$ に対して関数 $g(x)$ を求めよ．

# 2011 年 2 月実施
# 問題７　物理専門２
# （２頁目／２頁中）

Consider a function

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

of a real variable $x$. Let $i$ denote the imaginary unit. Answer the following questions.

(1) Find the limit $\lim_{x \to +\infty} \left| f(x) e^{-iwx} \right|$ for any real number $w$.

(2) Find the Fourier transformation

$$F(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, e^{-iwx} dx$$

of the function $f(x)$.

(3) Consider a function $g(x)$ satisfying the integral and differential equation

$$f(x-1) + f(1-x) = \frac{d}{dx} g(x) + g(x) - 4 \int_{-\infty}^{x} e^{-x+y} g(y) dy$$

in the interval $-\infty < x < +\infty$. Assume that $g(x)$ and $\frac{d}{dx} g(x)$ are bounded, continuous and absolutely integrable functions in the interval $-\infty < x < +\infty$. Prove that the Fourier transformation

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)\, e^{-iwx} dx$$

of the function $g(x)$ is expressed by

$$G(w) = \frac{e^{-iw} \left( F(w) + F(-w) \right)}{iw + 1 - 4\sqrt{2\pi} F(w)}.$$

(4) Find the function $g(x)$ for any real number $x$.