

平成 20 年 8 月 26 日

9:30—11:30

大学院工学研究科 電気・通信工学専攻
電子工学専攻

大学院情報科学研究科
情報・生命系群(物理・情報系)

大学院医工学研究科
工学系コース電気・情報系

大学院入学試験問題用紙

専門科目

注意： 7 設問中， 2 問題を選んで，
答案用紙に解答せよ．

(Choose 2 problems out of the
following 7 problems and solve them.)

2008年8月実施
問題1 電気工学
(1頁目/2頁中)

Fig. 1 のようなフィードバック制御系がある. ここで, $r(t)$ は目標値, $y(t)$ は制御量である. 定数 K_p , K_I , K , T は正の定数である. このフィードバック制御系について, 次の問に答えよ.

- (1) このフィードバック制御系の開ループ伝達関数 $G(s)$ を求めよ.
- (2) このフィードバック制御系の閉ループ伝達関数 $G_0(s)$ を求めよ.
- (3) $K_I = 0$ とする. このフィードバック制御系の固有周波数 ω_n と減衰率 ζ を求めよ.
- (4) $K_p = 1$, $K_I = 0$, $K = 0.25$, $T = 1$ とする. このフィードバック制御系のステップ応答 $y(t)$ を求めよ. また, その波形の概略を図示せよ.

ただし, 一般に
$$L\left[\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}\right] = \frac{1}{(s+\alpha)^n} \quad (n=1,2,\dots) \quad \text{である.}$$

- (5) このフィードバック制御系について, ナイキスト線図の概形を描き, この制御系が安定となる T の条件を K_p と K_I を用いて表せ.

Consider the feedback control system shown in Fig. 1, where $r(t)$ and $y(t)$ denote the reference input and controlled variable, respectively. The constants K_p , K_I , K , and T are positive. Answer the following questions about the feedback control system.

- (1) Find the open-loop transfer function $G(s)$ of the feedback control system.
- (2) Find the closed-loop transfer function $G_0(s)$ of the feedback control system.
- (3) Let $K_I = 0$. Find the undamped natural frequency ω_n and the damping factor ζ of the feedback control system.
- (4) Let $K_p = 1$, $K_I = 0$, $K = 0.25$, and $T = 1$, respectively. Calculate the step response $y(t)$ of the feedback control system, and sketch the waveform of $y(t)$.

2008年8月実施
問題1 電気工学
(2頁目／2頁中)

Here, $L\left[\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}\right] = \frac{1}{(s+\alpha)^n} \quad (n=1,2,\dots).$

- (5) Sketch the Nyquist diagram of the feedback control system, and express the condition of T in which the control system is stable using K_p and K_I .

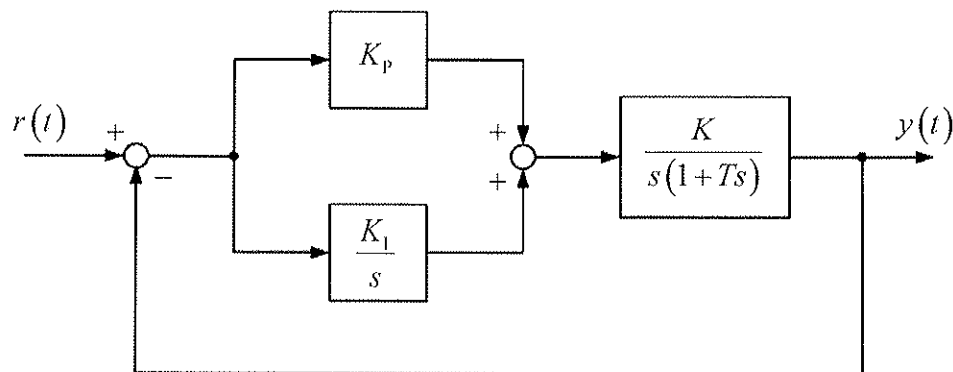


Fig. 1

2008年8月実施

問題2 通信工学

(1頁目／2頁中)

Fig. 2に示すように、電力スペクトル密度 $N_0/2$ を持つ白色雑音 $n(t)$ が伝達関数 $H(f)$ を持つ帯域通過フィルタ (BPF) を通過した後、乗算器で余弦波 $A \cos(2\pi f_c t)$ と乗算される。 $y(t)$ と $w(t)$ はそれぞれ帯域通過フィルタと乗算器の出力信号である。以下の問に答えよ。ただし、伝達関数 $H(f)$ は

$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f \pm f_c| \leq B/2 \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられる。ここで、 f_c と B は、それぞれ帯域通過フィルタの中心周波数と帯域幅であり、 $B \ll f_c$ を満たしている。

- (1) $y(t)$ の電力スペクトル密度 $P_y(f)$ を求め、図示せよ。
- (2) 不規則信号の電力スペクトル密度 $P_x(f)$ はその信号の自己相関関数 R_{xx} のフーリエ変換であり、以下の式で与えられる。

$$P_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$

この関係を利用して、 $y(t)$ の自己相関関数 R_{yy} を求めよ。

- (3) $w(t)$ の電力スペクトル密度 $P_w(f)$ を求め、図示せよ。

As shown in Fig. 2, a white noise $n(t)$ with power spectral density $N_0/2$ passes a bandpass filter (BPF) with a transfer function $H(f)$ and then is multiplied by a cosine function $A \cos(2\pi f_c t)$ in a multiplier. $y(t)$ and $w(t)$ are the output signals of the bandpass filter and the multiplier, respectively. Answer the following questions. Here, the transfer function $H(f)$ is defined as

$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f \pm f_c| \leq B/2 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

where f_c and B are the center frequency and the bandwidth of the bandpass filter, respectively, and satisfy the relation of $B \ll f_c$.

- (1) Derive the power spectral density $P_y(f)$ of the signal $y(t)$ and sketch $P_y(f)$.

2008 年 8 月 実施
問題 2 通信工学
(2 頁目 / 2 頁中)

- (2) The power spectral density $P_x(f)$ of a random signal is equal to the Fourier Transform of the auto-correlation function R_{xx} of the random signal, as shown in the following equation.

$$P_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$

Using this relation, derive the auto-correlation function R_{yy} of $y(t)$.

- (3) Derive the power spectral density $P_w(f)$ of the signal $w(t)$ and sketch $P_w(f)$.

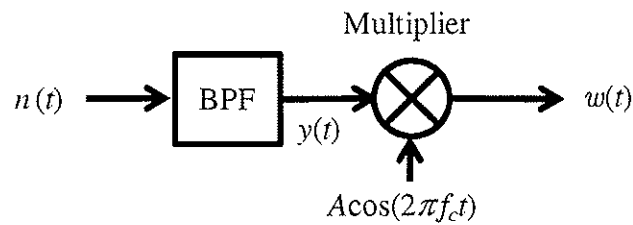


Fig. 2

2008 年 8 月実施
問題 3 電子工学
(1 頁目/2 頁中)

p 型半導体と n 型半導体の接合を利用して素子を構成した.

(1) この pn 接合を利用したダイオードについて, 以下の問に答えよ.

- (a) 半導体のエネルギーバンド図を Fig. 3 に示した. これをもとに電圧バイアスのない熱平衡状態におけるダイオードのエネルギーバンド図を示せ. また, 図にはフェルミ準位を破線で示せ.
- (b) このダイオードを逆方向バイアスから順方向バイアスへとスイッチングさせるとき, 内部に生じる2種類のキャパシタンスは何かを述べよ.
- (c) このダイオードの電圧電流(V - I)特性は, 式 $I = I_s(e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$ に従う. ただし, I_s , q , k , T はそれぞれ逆方向飽和電流, 電子の電荷量, ボルツマン定数, 絶対温度を表す. このとき, 順方向バイアス電圧 V_f を印加したときの微分抵抗を求めよ.

(2) この pn 接合を用いた npn トランジスタについて以下の問に答えよ. なお, このトランジスタのベース電流, エミッタ電流, コレクタ電流, コレクタ-エミッタ間電圧をそれぞれ I_B , I_E , I_C , V_{CE} とし, エミッタ接地時の電流利得を $\alpha (=I_C/I_E)$ とする.

- (a) $\alpha = \gamma \cdot \delta$ が成り立ち, δ は到達率, γ はエミッタ効率で $\gamma \approx 1 / \left(1 + \frac{\rho_E}{\rho_B} \frac{W_B}{L_E} \right)$ で与えられる.

α を大きくするためには, エミッタおよびベースの中のドナーイオン濃度とアクセプタイオン濃度をどのように設計すればよいかを述べよ. なお, W_B , L_E はそれぞれ, ベース幅およびエミッタ中のホール拡散長を, ρ_E , ρ_B はそれぞれエミッタ層およびベース層の抵抗率を示す.

- (b) $\alpha = 0.99$ として, エミッタ電流が 10mA のときのベース電流の値を求めよ.
- (c) エミッタ接地回路について, V_{CE} , I_C , I_B の関係を示す静特性の概略図を描け. ただし, V_{CE} を横軸に, I_C を縦軸にせよ. また, 図中に, 遮断領域, 飽和領域, 定電流領域を示せ.

Some devices are composed of junctions of p-type and n-type semiconductors.

(1) Answer the following questions about a diode which uses such a junction.

- (a) Energy band diagrams of the semiconductors are shown in Fig. 3. Based on this figure, draw an energy band diagram of the diode in the thermal equilibrium state with no bias voltage and indicate the Fermi level by a dashed line.

2008 年 8 月実施
問題 3 電子工学
(2 頁目/2 頁中)

- (b) Describe the two kinds of inner capacitance that occur when the diode is switched from reverse bias to forward bias.
- (c) The voltage-current (V - I) characteristic of the diode follows an equation $I = I_s(e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$, where I_s , q , k , T indicate the reverse saturation current, the electron charge, Boltzmann's constant and the absolute temperature, respectively. Obtain the differential resistance when a forward bias voltage V_1 is applied.
- (2) Answer the following questions about an npn transistor which uses pn junctions. Here, the base current, the emitter current, the collector current and the collector-emitter voltage are given by I_B , I_E , I_C and V_{CE} , respectively, and the current gain of the transistor of a common emitter circuit is given by $\alpha(=I_C/I_E)$.
- (a) Assume $\alpha = \gamma \cdot \delta$ where δ is the transport factor and γ is the emitter efficiency given by $\gamma \approx 1 / \left(1 + \frac{\rho_E}{\rho_B} \frac{W_B}{L_E} \right)$. Describe how the densities of the donor and acceptor ions in the emitter and the base should be designed to obtain larger α . Here, W_B and L_E are the base width and the diffusion length of hole in emitter, respectively, and ρ_E and ρ_B are resistivity in the emitter and the base, respectively.
- (b) Let $\alpha = 0.99$ and calculate the base current when the emitter current is 10mA.
- (c) Draw a schematic diagram of the static characteristics of a common emitter circuit showing I_C as a function of V_{CE} for various I_B , and show the cut-off, saturation and constant-current regions.

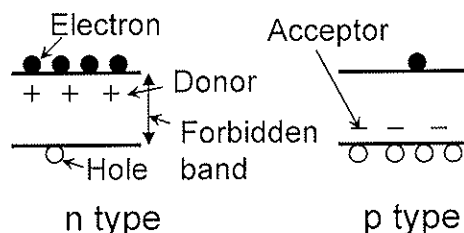


Fig. 3 Energy band diagrams of semiconductors.

2008年8月実施

問題4 計算機1

(1 頁目 / 2 頁中)

2つの2ビット2進非負整数 $X = 2x_1 + x_0$ と $Y = 2y_1 + y_0$ の乗算を考える. ここで, x_1 および x_0 はそれぞれ X の最上位ビットおよび最下位ビットであり, y_1 および y_0 はそれぞれ Y の最上位ビットおよび最下位ビットである.

- (1) 半加算器を積和形の論理式で表せ. 半加算器は2つのビットの加算を行う組み合わせ論理回路であり, 出力はその2つのビットの和と桁上げである.
- (2) 半加算器を NAND ゲートだけを用いて構成せよ.
- (3) X と Y を乗算する組み合わせ論理回路を AND ゲートと半加算器を用いて構成せよ. その乗算器の出力を

$$Z = \sum_{i=0}^3 z_i 2^i$$

で表す. ここで, z_i は2進数第 i 桁のビットである.

- (4) Fig. 4-1 に X と Y に対する直/並列型乗算器のブロック図を示す. Fig. 4-2 に各クロックサイクルでの X および Z の値を示す. Fig. 4-1 に示す Cell を D フリップフロップおよび半加算器を用いて構成せよ. ただし, D フリップフロップの初期状態は0とする.

Consider a method of multiplying two 2-bit non-negative binary integers $X = 2x_1 + x_0$ and $Y = 2y_1 + y_0$, where x_1 and x_0 are respectively the most significant and the least significant bits of X , and where y_1 and y_0 are respectively the most significant and the least significant bits of Y .

Answer the following questions.

- (1) Represent a half adder by logical expressions in the sum-of-products form. The half adder is a combinational logic circuit that adds two bits. The outputs of the half adder are the sum of the two bits and the carry.
- (2) Design a half adder using only NAND gates.

2008年8月実施

問題4 計算機1

(2頁目/2頁中)

- (3) Design a combinational logic circuit that multiplies X and Y using half adders and AND gates. The result of the multiplier is denoted by

$$Z = \sum_{i=0}^3 z_i 2^i$$

where z_i is the i -th bit of the binary representation of Z .

- (4) Fig. 4-1 shows a block diagram of a serial/parallel multiplier for X and Y . Fig. 4-2 shows the values of X and Z at each clock cycle. Design the cell in Fig. 4-1 using D flip-flops and half adders, where the initial state of the D flip-flops is 0.

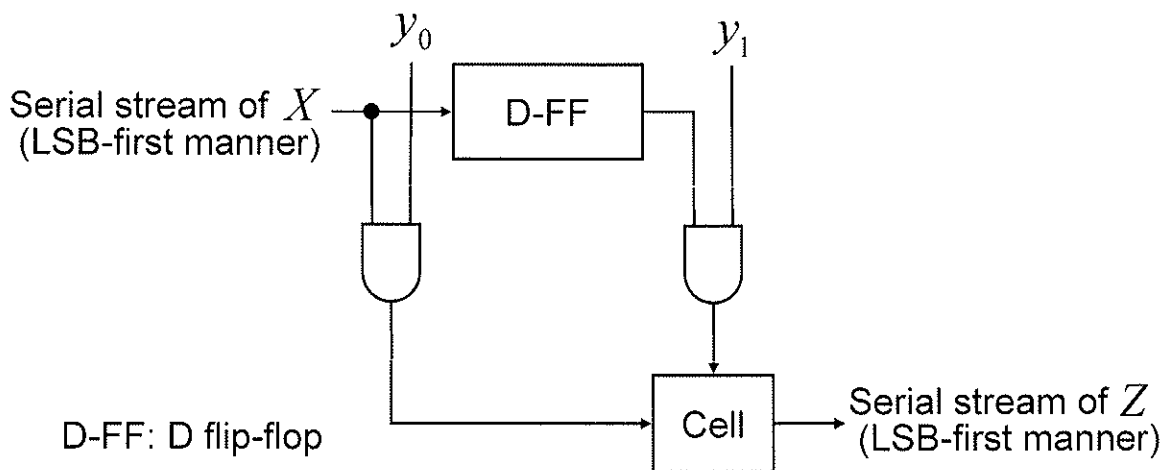


Fig. 4-1

	X	Z
Cycle 1	x_0	z_0
Cycle 2	x_1	z_1
Cycle 3	0	z_2
Cycle 4	0	z_3

Fig. 4-2

2008年8月実施

問題5 計算機2

(1頁目／2頁中)

BNF 文法

$$E ::= n \mid (E + E) \mid (E - E)$$

で定義される算術式は、 $+$ または $-$ を内部ノードのラベル、整数 n を葉（外部ノード）のラベルとして持つラベル付き二分木で表現できる。このような二分木を「式木」と呼ぶことにする。式木に関して以下の問に答えよ。

- (1) 算術式 $((1 + 2) - 3) + (4 - 5)$ を表す式木を描け。
- (2) 式木の「後順走査 (postorder traversal)」とは、以下の手続きである。
 1. 木が左部分木を持てば、左部分木を再帰的に後順走査する。
 2. 木が右部分木を持てば、右部分木を再帰的に後順走査する。
 3. 木のルートノード N の情報 $Info(N)$ を出力する。ここでは、 $Info(N)$ を以下の命令とする。

$$Info(N) = \begin{cases} \text{Add} & (N \text{ が } + \text{ をラベルとして持つ内部ノードの時}) \\ \text{Sub} & (N \text{ が } - \text{ をラベルとして持つ内部ノードの時}) \\ \text{Push}(n) & (N \text{ が } n \text{ をラベルとして持つ葉の時}) \end{cases}$$

- (a) 問 (1) で描いた式木を後順走査して得られる命令列を与えよ。
 - (b) スタックを用いて式木を後順走査する非再帰的なアルゴリズムを与えよ。
- (3) 式木の後順走査によって生成される命令列は、算術式をスタックを使って評価するためのコードと見なせる。
 - (a) 得られたコードが算術式を正しく評価するように、命令 Add , Sub および $\text{Push}(n)$ の動作を定義せよ。
 - (b) 空のスタックから始めて以下のコードを実行した時のスタック状態の遷移を記述せよ。

$\text{Push}(1) \text{ Push}(2) \text{ Push}(3) \text{ Push}(4) \text{ Add Add Sub}$

2008年8月実施
問題5 計算機2
(2頁目／2頁中)

Arithmetic expressions defined by the BNF grammar

$$E ::= n \mid (E + E) \mid (E - E)$$

can be represented by labeled binary trees whose internal nodes are labeled with $+$ or $-$, and whose leaves (external nodes) are labeled with an integer n . We call such a tree an *expression tree*.

Answer the following questions concerning expression trees.

- (1) Draw the expression tree that represents the arithmetic expression $((1+2)-3)+(4-5)$.
- (2) *Postorder traversal* of an expression tree is the following procedure.

1. If the tree has a left subtree then recursively perform postorder traversal of the left subtree.
2. If the tree has a right subtree then recursively perform postorder traversal of the right subtree.
3. Output the information $Info(N)$ of the root node N of the tree. Here, we define $Info(N)$ to be the following instruction.

$$Info(N) = \begin{cases} \text{Add} & \text{(if } N \text{ is an internal node labeled with } +) \\ \text{Sub} & \text{(if } N \text{ is an internal node labeled with } -) \\ \text{Push}(n) & \text{(if } N \text{ is a leaf labeled with } n) \end{cases}$$

- (a) Give the result of postorder traversal of the tree drawn in question (1).
 - (b) Give a non-recursive algorithm to perform postorder traversal of an expression tree using a stack.
- (3) The instruction sequence generated by postorder traversal of an expression tree can be regarded as a code that evaluates the arithmetic expression using a stack.
- (a) Define each of the instructions `Add`, `Sub`, and `Push(n)` in such a way that the generated code correctly evaluates the arithmetic expression.
 - (b) Describe the stack state transition caused by the following code when it is executed starting with an empty stack.

Push(1) Push(2) Push(3) Push(4) Add Add Sub

2008年 8 月実施

問題 6 物理専門 1

(1 頁目 / 4 頁中)

一次元箱形ポテンシャル井戸中に閉じ込められた質量 m の粒子の基底状態エネルギー E_0 に関する以下の問に答えよ.

- (1) 最初に, 無限の障壁高さ と有限の幅 $2L$ をもつ対称箱形井戸を考える (Fig. 6(a)). シューレディンガー方程式を解き, E_0 を決定せよ.
- (2) 次に, Fig. 6(b) に示すように, 右側は有限の障壁高さ $U (> 0)$ を, 左側は無限の障壁高さを持つ井戸を考察する (Fig. 6(b)).
- (a) $U > E_0$ を仮定し, E_0 に関する以下の方程式を導出せよ.

$$\tan\left(\frac{\sqrt{2mE_0}}{\hbar}(2L)\right) = -\frac{\sqrt{E_0}}{\sqrt{U-E_0}} \quad (1a)$$

ここで, \hbar は 2π で割られたプランク定数である.

- (b) U が $\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{(2L)^2} \frac{\pi^2}{4}$ より小さい場合には, 式 (1a) は解を持たない, すな

わち束縛状態を持たないことを示せ.

- (3) 最後に, 両サイドに同じ有限のポテンシャル障壁高さ U を持つ対称井戸 (Fig. 6(c)) を考察する. 必要であれば, 積分公式 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2) dx = \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2} \quad (\alpha > 0)$

を用いてもよい.

- (a) 試行波動関数 $\phi(x, a) = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{1/4} \exp(-ax^2)$ に対する粒子のエネルギー期

待値 $E(a)$ が $\frac{\hbar^2 a}{2m} + 2U \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \int_L^{\infty} \exp(-2ax^2) dx$ と表されることを示せ. こ

で, a は正の実数値を持つパラメータである.

2008年 8 月実施

問題 6 物理専門 1

(2 頁目 / 4 頁中)

(b) 変分法を適用し, 最小エネルギーが $2U\sqrt{\frac{a}{2\pi}}\int_L^\infty (1+4ax^2)\exp(-2ax^2)dx$ で

表されること示せ.

(c) Fig. 6(c)に示された井戸は少なくとも 1 つの束縛状態を持つことを示せ.

Answer the following questions about the ground state energies E_0 of a particle of mass m confined in one-dimensional square potential wells.

- (1) Let us first consider a symmetrical square well with infinite height barriers and a finite width $2L$ (see Fig. 6(a)). Solve the Schrödinger equation and determine E_0 .
- (2) Next, let us consider a square well whose right barrier has a height of a finite value U (> 0) and the left side has infinite barrier height (see Fig. 6(b)).
 - (a) Assuming $U > E_0$, derive the following equation for E_0 ;

$$\tan\left(\frac{\sqrt{2mE_0}}{\hbar}(2L)\right) = -\frac{\sqrt{E_0}}{\sqrt{U-E_0}}, \quad (1a)$$

where \hbar is the Planck constant divided by 2π .

- (b) Show that eq. (1a) has no solutions, i.e., the well has no bound states, when U is less than $\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{(2L)^2} \frac{\pi^2}{4}$.

2008年 8 月実施

問題 6 物理専門 1

(3 頁目 / 4 頁中)

- (3) Finally, let us consider a symmetrical well with the same finite barrier height U on both sides (Fig. 6(c)). Use the integral formula $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2) dx = \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2}$ ($\alpha > 0$) if necessary.

- (a) Show that the expectation value $E(a)$ of the energy of the particle for the trial wavefunction $\phi(x, a) = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{1/4} \exp(-ax^2)$ can be expressed as

$$\frac{\hbar^2 a}{2m} + 2U \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \int_L^{\infty} \exp(-2ax^2) dx .$$

Here a is a parameter with a positive real

value.

- (b) Apply the variation method, and show that the minimum energy is expressed by $2U \sqrt{\frac{a}{2\pi}} \int_L^{\infty} (1 + 4ax^2) \exp(-2ax^2) dx$.

- (c) Show that the well shown in Fig. 6(c) has at least one bound state.

2008年 8 月実施

問題 6 物理専門 1

(4 頁目 / 4 頁中)

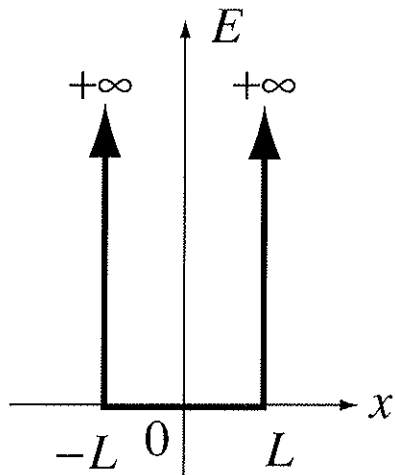


Fig. 6(a)

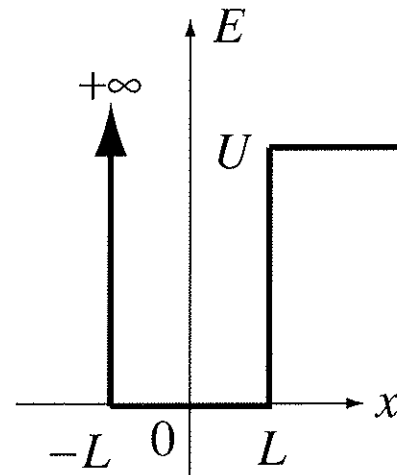


Fig. 6(b)

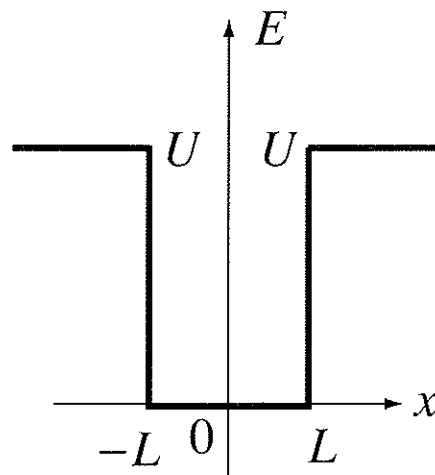


Fig. 6(c)

2008年8月実施
問題7 物理専門2

(1頁目／2頁中)

以下の問に答えよ.

(1) 関数 te^{-t} ($t > 0$) のラプラス変換を求めよ.

(2) 関数 t^2e^{-t} ($t > 0$) のラプラス変換を求めよ.

(3) 積分方程式

$$f(t) + 2 \int_0^t e^{t-\tau} f(\tau) d\tau = te^{-t} \quad (t > 0)$$

の解 $f(t)$ を求めよ.

(4) $t > 0$ で周期 1 をもち, 次のように定義される周期関数 $g(t)$ を考える.

$$g(t) = 1 - t \quad (0 < t \leq 1), \quad g(t) = g(t+1)$$

関数 $g(t)$ のラプラス変換を求めよ.

2008年8月実施
問題7 物理専門2
(2頁目／2頁中)

Answer the following questions.

- (1) Find the Laplace transform of the function te^{-t} ($t > 0$).
- (2) Find the Laplace transform of the function t^2e^{-t} ($t > 0$).
- (3) Find the solution $f(t)$ of the integral equation

$$f(t) + 2 \int_0^t e^{t-\tau} f(\tau) d\tau = te^{-t} \quad (t > 0).$$

- (4) Consider the following periodic function $g(t)$ with period 1 for $t > 0$.

$$g(t) = 1 - t \quad (0 < t \leq 1), \quad g(t) = g(t+1)$$

Find the Laplace transform of the function $g(t)$.