

**問題 1 1 電気回路・電子回路** 設問すべてについて解答すること。

I 次の (1) ~ (2) の問いについて答えよ。

- (1) 図 1 の四端子回路 (T 形回路) で, 入力端 1-1' の電圧  $V_1$ , 電流  $I_1$ , 出力端 2-2' の電圧  $V_2$ , 電流  $I_2$  との関係を下式で表現する。A, B, C, D (四端子定数) をインピーダンス  $Z_1, Z_2, Z_3$  を用いて表せ。出力端を開放した場合は  $I_2=0$ , 短絡した場合は  $V_2=0$  として考えよ。

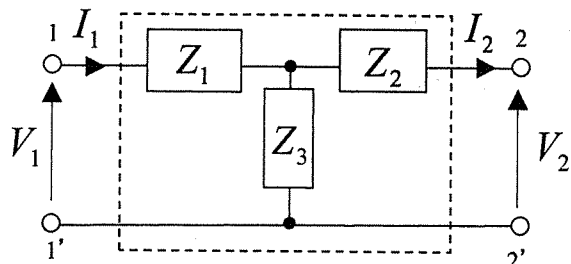
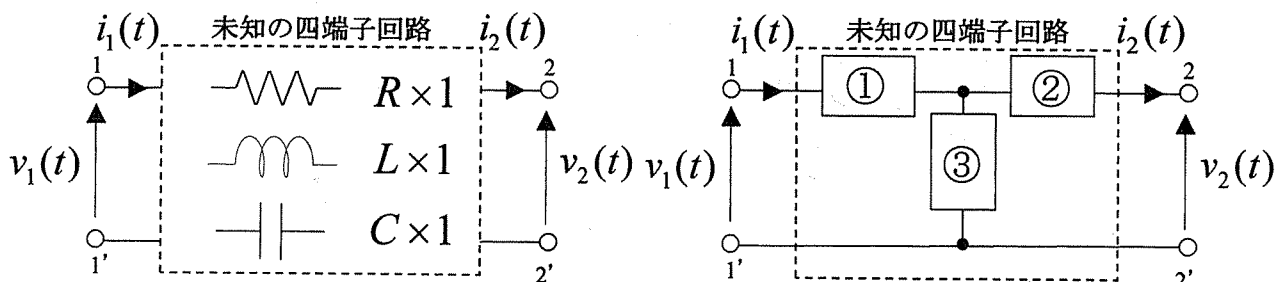


図 1

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

- (2) 図 2(a)のように, 抵抗  $R$ , インダクタ  $L$ , キャパシタ  $C$ , 各 1 つずつの回路素子で構成される未知の四端子回路がある。R, L, C の各値は, 零を除く有限の値であり, その内部等価回路は, 図 2(b)の T 形等価回路で考えることができるものとする。ただし, T 形等価回路の回路構成要素①, ②, ③の中身には, 複数の回路素子が直列または並列接続されて含まれる場合もあり, その逆に回路素子を一切含まない開放や短絡の場合もある。



(a) R, L, C からなる未知の四端子回路

(b) T 形等価回路

図 2

この未知の四端子回路に, 図 3(a), (b)に示すように, スイッチ  $S$  を介して直流電圧  $E$  を印加した。その際に観測した各部の電流・電圧波形は, 以下 A), B) のようであった。なお, スイッチ  $S$  を閉じる前のインダクタ  $L$  の初期電流, キャパシタ  $C$  の初期電荷はいずれも零で, スイッチ  $S$  を閉じた後の経過時間を  $t$  とする。

- A) 図 3(a)の回路でスイッチ  $S$  を閉じた直後から暫くの間, 出力端電圧は  $v_2(t) \neq 0$  であり, 十分時間が経過した後の入力端電流  $i_1(t=\infty)$  は, 零ではないある有限の一定値となった。
- B) 図 3(b)の回路でスイッチ  $S$  を閉じた後の入力端電流  $i_1(t)$  と出力端電流  $i_2(t)$  の関係は, 経過時間に関係なく常に等しく, かつ有限値であった。一方, 十分に時間が経過した後の  $i_1(t=\infty)$  は, 零ではないある有限の一定値であった。

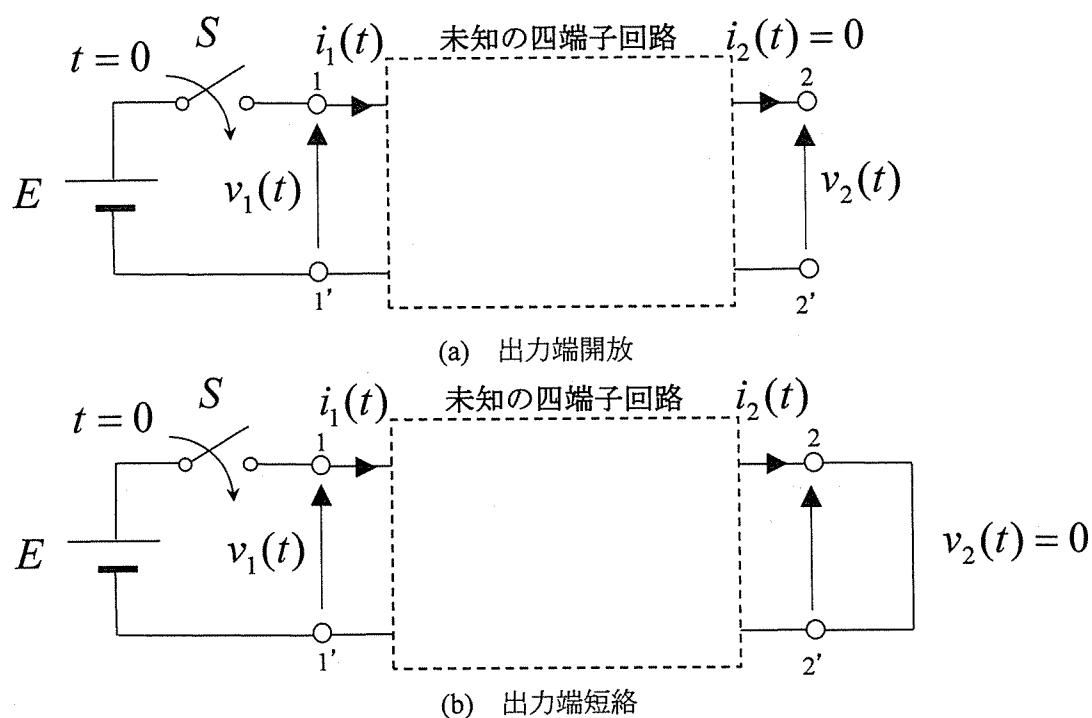


図 3

以下の小問 (ア) (イ) に答えよ。なお、以下で含まないと解答した場合は、短絡か開放かを併せて答えよ。

(ア) A), B)の結果を満たす回路構成要素③は、回路素子を含むか、含まないか。

(イ) A), B)の結果を満たす回路構成要素②は、回路素子を含むか、含まないか。

前問 (ア) (イ) で答えた回路構成要素②, ③を踏まえ、以下の小問 (ウ) (エ) に答えよ。

(ウ) 回路構成要素①は、回路素子を含む。まず B)の結果を満たす回路構成要素①の中身について、回路素子の組み合わせを含めて答えよ。回路素子の組み合わせとは、1つの回路素子であれば  $R$ ,  $L$ ,  $C$  のいずれかであり、複数の場合は、 $R$ ,  $L$ ,  $C$  の直列接続あるいは並列接続を意味する。

(エ) 前問に引き続き、A)の結果も同時に満たす未知の四端子回路の全体構成を示せ。

【次ページに続く】

II 図4の点線内は、インピーダンス変換回路の一種であり、オペアンプを用いた NIC (Negative Impedance Converter) 回路と呼ばれている。NIC 回路を用いた図4のオペアンプ回路に関して、次の(1)～(4)の問いに答えよ。なお、導出過程も示すこと。ただし、オペアンプの特性は理想的(入力インピーダンスは無限大、出力インピーダンスはゼロ)とし、 $R_1 > R_2$  とする。

- (1) オペアンプの利得  $\mu$  を無限大として、抵抗  $R, R_2$  および電圧  $V_1$  を用いて電圧  $V_2$  を表せ。
- (2) オペアンプの利得  $\mu$  を無限大として、抵抗  $R_2$  を用いて NIC 回路の入力インピーダンス  $Z_{in} = V_1/I_1$  を表せ。
- (3) (1)および(2)の結果より、電源電圧  $E$  を用いて電圧  $V_1$  を表せ。ただし、抵抗  $R_1 = 3R_2$  とする。
- (4) オペアンプの利得  $\mu$  が有限である時、(2)の  $Z_{in}$  とオペアンプの利得  $\mu$  による影響  $G$  を用いて、NIC 回路の入力インピーダンスは  $Z_{in} \times G$  と書ける。抵抗  $R, R_2$  およびオペアンプの利得  $\mu$  を用いて  $G$  を表せ。

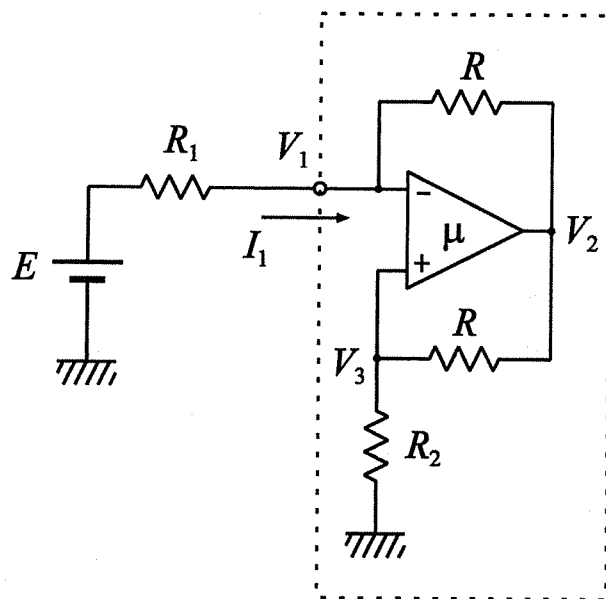


図4

問題 12 計測数理解析 設問すべてについて解答すること。

I 離散的な確率変数  $N$  の分布はパラメータ  $\lambda$  のポアソン分布である。

$$\mathbf{P}\{N = n\} = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (i)$$

また、離散的な確率変数  $X$  の  $N$  に関する条件付き分布が次のように与えられている。 $p, q$  は  $p + q = 1, p > 0, q > 0$  の条件を満たす。

$$\mathbf{P}\{X = k|N = n\} = \begin{cases} {}_nC_k p^k q^{n-k}, & k = 0, 1, \dots, n, n = 0, 1, \dots \\ 0, & \text{その他} \end{cases} \quad (ii)$$

次の (1) ~ (5) の問いに答えよ。

(1)  $(N-1)(N-2)$  の期待値  $\mathbf{E}[(N-1)(N-2)] = \mathbf{E}[N(N-1)] - 2\mathbf{E}[N] + 2$  を求めよ。

(2) 二つの事象  $A, B$  について、 $\mathbf{P}(A|B)$  を事象  $B$  に関する事象  $A$  の条件付き確率としたとき、 $\mathbf{P}(A \cap B)$ ,  $\mathbf{P}(B)$ ,  $\mathbf{P}(A|B)$  の三つの確率の間にはどのような関係があるか。

(3) 前問 (2) の結果を用いて、二つの事象  $\{X = k\}$  と  $\{N = n\}$  の同時事象

$$\{X = k\} \cap \{N = n\} = \{X = k, N = n\}$$

の確率  $\mathbf{P}\{X = k, N = n\}$  を式 (i) と式 (ii) を用いて書き表せ。 $k$  と  $n$  の範囲に注意せよ。

(4)  $\mathbf{P}\{X = k\}$  の確率はどの様になるか。前問 (3) の結果を用いて、次の和の計算を行え。

$$\mathbf{P}\{X = k\} = \sum_{n=k}^{\infty} \mathbf{P}\{X = k, N = n\}$$

また、このことから期待値  $\mathbf{E}[X]$  はどの様になるか。

(5)  $X \cdot (N-1)(N-2)$  の期待値  $\mathbf{E}[X \cdot (N-1)(N-2)]$  を次の和の計算を行うことで求めよ。

$$\mathbf{E}[X \cdot (N-1)(N-2)] = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n k \cdot (n-1)(n-2) \cdot \mathbf{P}\{X = k, N = n\}$$

またこれを用いて、共分散  $Cov[X, (N-1)(N-2)]$  を求めよ。

II 常微分方程式  $\frac{d^2y}{dx^2} = f(x, y)$  に従う  $y$  について、オイラー法を用いて数値計算することを考える。ここで  $f(x, y)$  は後ほど与えられる関数である。 $z \equiv \frac{dy}{dx}$  と定義し、 $x = 0$  での初期値は  $(y, z) = (0, 0)$  とする。以下 (1) から (4) の問いに答えよ。

(1) ある与えられた  $x_f$  における  $y$  値である  $y_f$  は、 $x$  の刻み幅を  $\Delta x = h$  とすると、一般に  $h$  の何次の相対誤差を含むことになるか推測せよ。

(2) 以下では  $f(x, y) = x$  とする。 $\Delta x = h$  とし、 $x_1 = h, x_2 = 2h, \dots$  での  $(y, z)$  を、それぞれ  $(y_1, z_1), (y_2, z_2), \dots$  とする。 $(y_i, z_i)$  を、 $i = 1$  から 4 まで求めよ。

(3)  $x_f = 2$  とする。(2) の結果を利用し、 $\Delta x = 1, \frac{1}{2}$  とする場合の  $y_f$  を、それぞれ求めよ。

(4) (3) の結果を、(1) での推測と関連させて説明せよ。

問題 1 3 制御工学 設問すべてについて解答すること。

- I 図 1 に示す質量-ばね-ダッシュポット (ダンパ) 系において, 質量を  $M$ , ばね定数を  $K$ , 粘性減衰係数 (粘性抵抗係数) を  $B$  とする。ただし運動は一直線上に拘束されているものとする。壁は固定されており, 動かないものとする。入力変位  $x(t)$  から出力変位  $y(t)$  までの伝達関数を求めよ。

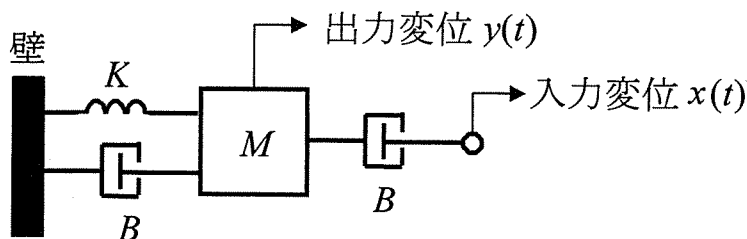


図 1 質量-ばね-ダッシュポット (ダンパ) 系

- II 図 2 のフィードバック制御系について考える。  $R(s)$ ,  $Y(s)$ ,  $D(s)$  は, それぞれ目標値  $r(t)$ , 制御量  $y(t)$ , 外乱  $d(t)$  のラプラス変換を表す。次の (1) と (2) の問いに答えよ。

- (1)  $R(s)$  から  $Y(s)$  の伝達関数を求めよ。

- (2)  $G(s) = 0$  とおく。  $D(s)$  から  $Y(s)$  の伝達関数を求めよ。

次に図 2 において  $F(s) = \frac{1}{s+2}$ ,  $P(s) = \frac{1}{s(s+1)}$  とおく。次の (3) ~ (6) の問いに答えよ。

- (3)  $D(s) = 0$ ,  $H(s) = 0$ ,  $C(s) = 6$  とする。目標値が  $r(t) = e^{-3t}$  ( $t \geq 0$ ) であるときの制御量の時間応答  $y(t)$  ( $t \geq 0$ ) を求めよ。
- (4)  $H(s) = \frac{3}{s+3}$ ,  $C(s) = K$  とおく。フィードバック制御系が安定となる実数  $K$  の範囲を求めよ。
- (5)  $H(s) = \frac{3}{s+3}$ ,  $C(s) = K$ ,  $G(s) = 0$ ,  $r(t) = 0$  ( $t \geq 0$ ) とする。外乱が  $d(t) = 1$  ( $t \geq 0$ ) であるとき, 制御量の定常値,  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$  の値を求めよ。
- (6)  $H(s) = \frac{3}{s+3}$ ,  $C(s) = K$ ,  $R(s) = 0$ ,  $G(s) = as + b$  とする。任意の外乱  $d(t)$  に対して, 制御量の定常値が  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$  となるための伝達関数  $G(s)$  の実数  $a$  と  $b$  を求めよ。

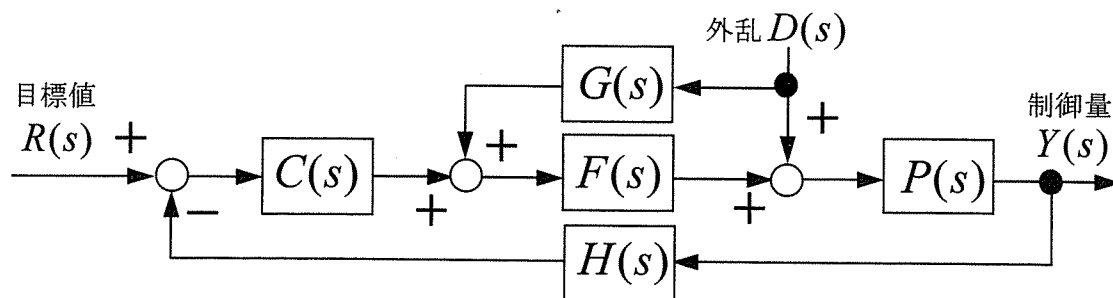


図 2 フィードバック制御系

Ⅲ 次の伝達関数  $G(s)$  を持つシステムについて考える。

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1}, \quad K=6, \quad T=0.5[s]$$

次の(1)と(2)の問いについて答えよ。

- (1) このシステムの入力信号として  $u(t) = \sin \omega_1 t$  ( $\omega_1 = 2[\text{rad/s}]$ ) を入力した。十分に時間が経過したときの出力信号を  $y(t) = A \sin(\omega_1 t + \phi)$  の形式で求めよ。
- (2) このシステムの入力信号として  $u(t) = \sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t$  ( $\omega_1 = 2[\text{rad/s}]$ ,  $\omega_2 = 2\sqrt{3}[\text{rad/s}]$ ) を入力した。十分に時間が経過したときの出力信号を式で求めよ。

Ⅳ 次に示す伝達関数のいずれかを持つシステムを考える。次の(ア)～(カ)に該当する応答を図3のA～Eより選び、その記号を答えよ。システムを伝達関数名で呼ぶことにする。該当するものがない場合は「該当なし」と答えよ。応答を重複して選択してもよい。

$$\text{伝達関数: } F(s) = \frac{1}{2s+2}, \quad G(s) = \frac{1}{s^2+3s+2}, \quad H(s) = \frac{1}{s^2+0.5s+2}, \quad K(s) = \frac{s}{s^2+3s+2}$$

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| (ア) $F(s)$ の単位ステップ応答  | (イ) $G(s)$ の単位インパルス応答 |
| (ウ) $G(s)$ の単位ステップ応答  | (エ) $H(s)$ の単位ステップ応答  |
| (オ) $K(s)$ の単位インパルス応答 | (カ) $K(s)$ の単位ステップ応答  |

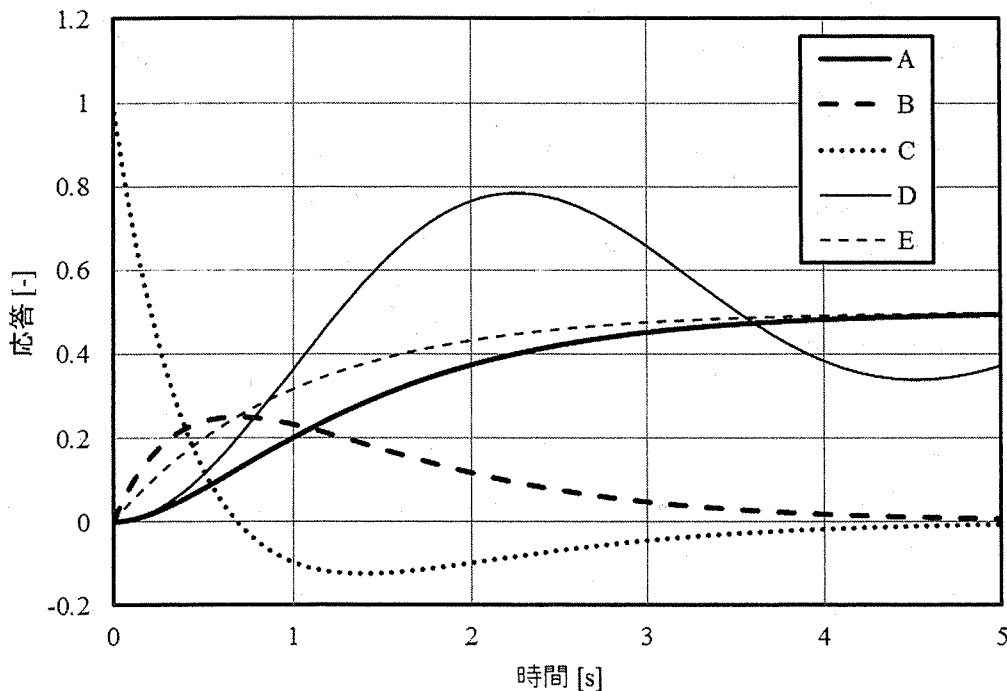


図3 システムの応答

**問題 1 4 力学・材料力学** 設問すべてについて解答すること。

I 次の (1), (2) の問いについて答えよ。

(1) 図 1 に示すように、支点 A から長さ  $l$  のケーブルによってつるされた質量  $m$  の質点が鉛直面内で振り子運動を行っている。振れ角  $\theta$  は十分に小さく、 $\sin \theta = \theta$ ,  $\cos \theta = 1$  がそれぞれ成り立つとする。重力加速度を  $g$  とし、ケーブルの質量、空気やケーブルの摩擦は無視できる。時刻  $t=0$  のときの振れ角および角速度をそれぞれ  $\theta_0$  および  $\omega_0$  とする。

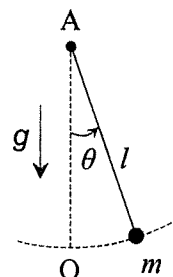


図 1

- (a) 振り子運動の接線方向の運動方程式をたてよ。
- (b) 振り子運動の角振動数および周期を求めよ。
- (c) 質点の質量を 2 倍にしたとき、振り子運動の周期が何倍になるか答えよ。
- (d) (a) で求めた運動方程式を解いて振れ角  $\theta$  を求めよ。
- (e) 質点の角速度を時間  $t$  の関数として求めよ。

(2) 太さが無視できる長さ  $L$ , 質量  $M$  の一様な剛体棒が、棒の端から  $L/4$  の点 O を中心に鉛直面内で摩擦なく回転するように取り付けられている。重力加速度を  $g$  として以下の問いに答えよ。この剛体棒の重心まわりの慣性モーメントは  $ML^2/12$  である。

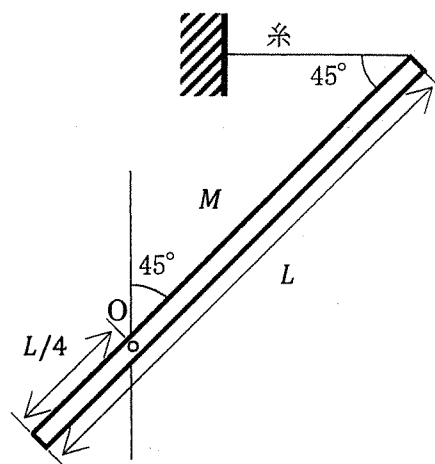


図 2

- (a) はじめ、剛体棒は図 2 のように棒の上端を水平方向の重さのない糸で鉛直方向から  $45^\circ$  をなすように固定されていた。このとき、糸に働いている張力を求めよ。
- (b) 点 O まわりの剛体棒の慣性モーメントを求めよ。

以下、点 O まわりの剛体棒の慣性モーメントを  $I$  として解答せよ。

- (c) ある時刻に糸を切断したところ、剛体棒は O 点まわりに振り子運動をはじめた。糸を切った瞬間の剛体棒の角加速度の大きさを求めよ。
- (d) 糸を外した図 2 の状態の剛体棒に角速度  $\omega_0$  を与えた。剛体棒が振り子運動(往復運動)ではなく一方方向の回転運動をするための  $\omega_0$  の条件を求めよ。



II 次の文章を読み、(1)～(9)の問いについて答えよ。

図3に示すように、長さ  $2a$  の弾性片持はり  $ABC$  に剛体腕  $BDE$  が接合(剛節結合)され、点  $E$  に垂直(鉛直)下向きに大きさ  $P(>0)$  の集中力が加わる。壁から点  $E$  までの距離を  $b(0 < b < a)$ 、 $BD$  の長さを  $h$  とする。はり  $ABC$  の曲げ剛性を  $EI$  とする。はりの断面寸法および変形は、はりの長さに比べて非常に小さいとする。

- (1) 点  $A$  において、はりが壁から受ける垂直(鉛直)方向の力の大きさ  $R_A$  とモーメントの大きさ  $M_A$  を求めよ。
- (2) 点  $A$  を原点として、軸方向の座標を  $x$  とする。 $x$  の位置の曲げモーメント  $M$  を式で示せ。以後、曲げモーメントの正(+)の方向は、図4のように定義する。
- (3) はり  $ABC$  について、曲げモーメント線図を描け。
- (4) はり  $ABC$  のたわみ曲線  $y=f(x)$  を求める場合、必要な境界条件を式で示せ。
- (5) 点  $B$  におけるたわみ  $\delta_B$  およびたわみ角  $\theta_B$  を求めよ。たわみは図3の  $y$  軸方向を正(+)とし、たわみ角は時計回り(右回り)を正(+)とする。
- (6) 点  $C$  におけるたわみ  $\delta_C$  を求めよ。たわみは図3の  $y$  軸方向を正(+)とする。
- (7)  $BC$  が水平になる場合の  $b$  を求めよ。
- (8) 点  $C$  のたわみが0になる場合の  $b$  を求めよ。
- (9) 点  $B$  のたわみが0になる場合の  $b$  を求めよ。また、その時、点  $E$  の垂直(鉛直)方向変位  $v_E$  と水平方向変位  $u_E$  を求めよ。 $v_E$  は  $y$  軸方向を正(+)とし、 $u_E$  は  $x$  軸方向を正(+)とする。

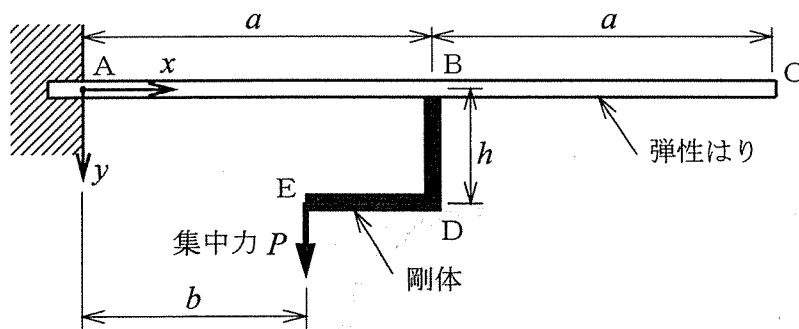


図3



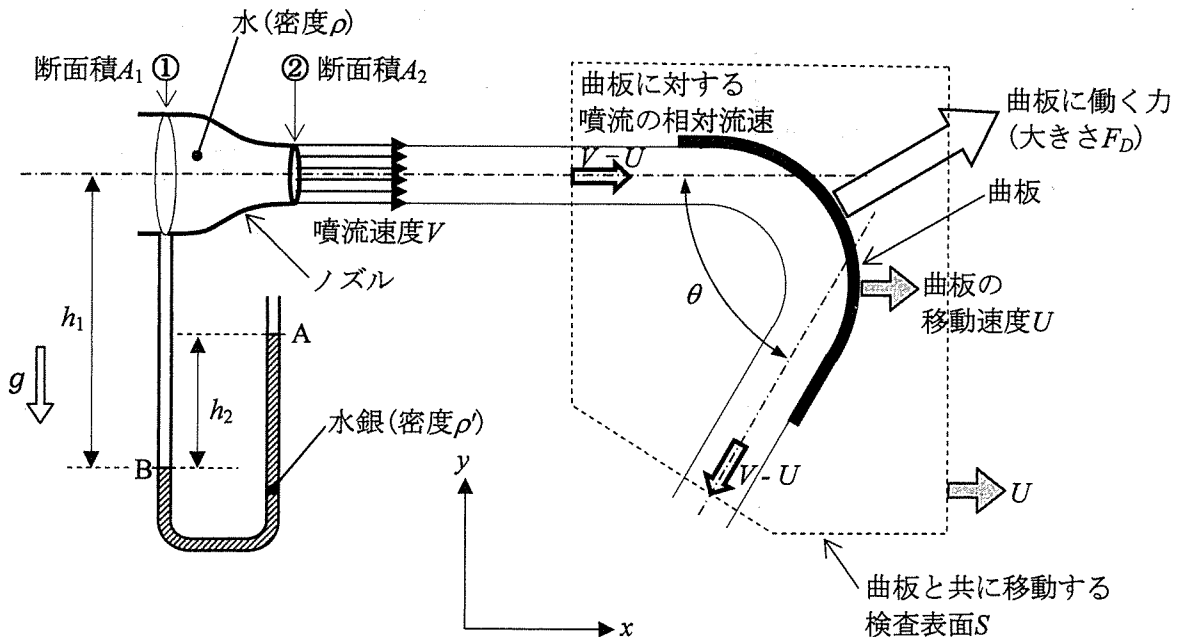
図4

**問題 15 流体力学** 設問 I および II のすべてについて解答すること。

解答の注意：解答用紙について，設問 I を表面，設問 II を裏面に記入すること。また，各設問の小問について，たとえば (1)  $x=y+z$  のように，最終的な解答に小問の番号を付して下線で明記すること。

I 図に示す通り，ノズルから右方向 ( $x$  方向) に速度  $V$  で大気中に噴出した水 (密度  $\rho$ ) の噴流が，右方向に一定速度  $U$  ( $U < V$ ) で移動する曲板に衝突し，曲板に沿って角度  $\theta$  で左下方向に流出する。ノズル上流の断面①での圧力  $p_1$  とノズル出口の断面②での圧力  $p_2$  の圧力差  $p_1 - p_2$  を測定するために，U 字管マノメータを取り付け，U 字管の底部には水銀 (密度  $\rho'$ ) を入れた。噴流への摩擦力と体積力の影響は無視できるものとして，次の (1) ～ (4) の問いに答えよ。

- (1) U 字管内の右側水銀面 A は大気 (大気圧  $p_a = p_2$ ) と接しており，左側水銀面 B は水と接している。液面 A, B の高さが図中の  $h_1, h_2$  を用いて与えられる時，断面①と断面②の圧力差  $p_1 - p_2$  を高さ  $h_1, h_2$ ，密度  $\rho, \rho'$ ，重力加速度  $g$  を用いて表せ。ただし，断面①，断面②内の圧力変化は無視できるものとして，断面中心での圧力を考えよ。
- (2) ノズル内流れに対して連続の式とベルヌーイの定理を適用することにより，断面①と②の圧力差  $p_1 - p_2$  を噴流速度  $V$ ，断面積  $A_1, A_2$ ，密度  $\rho$  を用いて表せ。
- (3) 曲板と共に移動する検査表面  $S$  に対して運動量の法則を適用することにより，噴流が曲板に及ぼす力 (大きさ  $F_D$ ) の  $x$  方向成分  $F_{Dx}$  と  $y$  方向成分  $F_{Dy}$  を求め， $A_2, U, V, \theta, \rho$  を用いて表せ。
- (4) 噴流が曲板に対して行う仕事率 (単位時間当たりの仕事量)  $P$  を求め， $A_2, U, V, \theta, \rho$  を用いて表せ。



II デカルト座標系の  $x$ - $y$  平面上において、速度場  $(u, v)$  が変数  $(x, y)$  の 1 次関数として表される 2 次元流れ

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & b \\ c & d-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

は、座標系の原点  $O(x=0, y=0)$  に存在するよどみ点近傍の流れを表す。ここで  $a, b, c, d$  はある係数である。流体の圧縮性は無視でき、かつポテンシャル流れである時、以下の (1), (2) の問いに答えよ。

- (1) 係数  $a, d$  の間に成り立つ関係式を求めなさい。
- (2) 係数  $b, c$  の間に成り立つ関係式を求めなさい。

特に  $a=b=c=d=0$  の場合、これは上方 ( $y>0$ ) からの流れが  $x$  軸に平行に設置された壁 ( $y=0$  を壁の表面とする) に衝突する時に、よどみ点近傍で生じる流れを表す。この時、以下の (3) ~ (6) の問いに答えよ。

- (3) この流れの流れ関数  $\psi(x, y)$  を求めなさい。ただし  $\psi(x=0, y=0)=0$  とする。
- (4) 2 点  $(1, 1), (2, 2)$  を結ぶ線分を通過する流量  $Q$  を求めなさい。
- (5) この流れの速度ポテンシャル  $\phi(x, y)$  を求めなさい。ただし  $\phi(x=0, y=0)=0$  とする。
- (6) 複素数を  $z=x+iy$  とする。 $i$  は虚数単位である。この流れの複素ポテンシャル  $W(z)$  を  $z$  の関数として求めなさい。

次に、上で与えた原点  $O$  に存在するよどみ点近傍の流れ ( $a=b=c=d=0$  とする) と、原点  $O$  に置かれた強さ  $2\pi$  の吹き出し流れ (この複素ポテンシャルは  $\ln z$  で与えられる) との重ねあわせで作られる流れについて考える。以下の (7) ~ (10) の問いに答えよ。

- (7) この流れの速度場  $(U, V)$  を求め、 $x, y$  の関数として表しなさい。
- (8) この流れにおいて、 $y>0$  に存在するよどみ点の位置座標  $(x_s, y_s)$  を求めなさい。
- (9) (8) で求めたよどみ点  $(x_s, y_s)$  を通る流線の式を求め、 $x, y$  の関数として表しなさい。
- (10) (8) で求めたよどみ点  $(x_s, y_s)$  近傍の流れを、 $(x', y') = (x-x_s, y-y_s)$  の 1 次関数

$$\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \text{ として近似する時、係数 } A, B, C, D \text{ の値を求めなさい。}$$

**問題 16 熱力学** 設問すべてについて解答すること。

I 単一成分の物質の蒸発曲線のこう配について考える。ただし、この物質は、圧力と温度がそれぞれ  $p[\text{Pa}]$ ,  $T[\text{K}]$  のとき、液相と気相が相平衡の状態にあるものとする。圧力  $p$ , 温度  $T$  での物質の飽和液の比エンタルピーを  $h'[\text{J/kg}]$ , 比エントロピーを  $s'[\text{J/(kg}\cdot\text{K)}]$ , 比ギブス自由エネルギーを  $g' = h' - Ts'[\text{J/kg}]$ , 比体積を  $v'[\text{m}^3/\text{kg}]$  とする。一方、物質の飽和蒸気については、圧力  $p$ , 温度  $T$  において比エンタルピーを  $h''[\text{J/kg}]$ , 比エントロピーを  $s''[\text{J/(kg}\cdot\text{K)}]$ , 比ギブス自由エネルギーを  $g'' = h'' - Ts''[\text{J/kg}]$ , 比体積を  $v''[\text{m}^3/\text{kg}]$  とする。

- (1) 以下の文章の空欄  $\boxed{\text{A}}$  から  $\boxed{\text{G}}$  に適切な物理量を入れよ。ただし、解答は、 $p$ ,  $T$ ,  $h'$ ,  $s'$ ,  $g'$ ,  $v'$ ,  $h''$ ,  $s''$ ,  $g''$ ,  $v''$  から必要なものを用い、どの空欄に対する解答であるかわかるようにすること。

相平衡の状態から圧力が  $dp$  変化し  $p+dp$  に、温度が  $dT$  変化し、 $T+dT$  になった。この圧力と温度の変化により液相および気相の比ギブス自由エネルギーはそれぞれ  $dg'$ ,  $dg''$  変化したとする。ここで、 $dp$ ,  $dT$  が微小のとき  $dg'$ ,  $dg''$  はそれぞれ以下の式①, ②で表せる。

$$dg' = dh' - \boxed{\text{A}} dT - \boxed{\text{B}} ds' \dots\dots\dots \text{①}$$

$$dg'' = dh'' - \boxed{\text{C}} dT - \boxed{\text{D}} ds'' \dots\dots\dots \text{②}$$

可逆変化を仮定すると以下の式③, ④が得られる。

$$\delta q' = \boxed{\text{B}} ds' = dh' - \boxed{\text{E}} dp \dots\dots\dots \text{③}$$

$$\delta q'' = \boxed{\text{D}} ds'' = dh'' - \boxed{\text{F}} dp \dots\dots\dots \text{④}$$

ただし、 $\delta q'$ ,  $\delta q''$  はそれぞれ液相, 気相に加えられた熱量  $[\text{J/kg}]$  である。  
式③と式④を考慮すると式①と式②からそれぞれ次の式⑤, ⑥が得られる。

$$dg' = \boxed{\text{E}} dp - \boxed{\text{A}} dT \dots\dots\dots \text{⑤}$$

$$dg'' = \boxed{\text{F}} dp - \boxed{\text{C}} dT \dots\dots\dots \text{⑥}$$

$p+dp$ ,  $T+dT$  においても気相と液相の相平衡が成り立つとすると  $g' = g''$  の他に

$$dg' = dg'' \dots\dots\dots \text{⑦}$$

が必要である。従って  $dp$  と  $dT$  の間には以下の式⑧の関係が成り立つ。

$$(\boxed{\text{F}} - \boxed{\text{E}}) dp = (\boxed{\text{C}} - \boxed{\text{A}}) dT \dots\dots\dots \text{⑧}$$

ここで、飽和液は、一定の温度 $T$ のもとで蒸発熱 $L$  [J/kg] が加わると飽和蒸気に相変化することから、

$$\boxed{C} - \boxed{A} = L \boxed{G} \dots\dots\dots \textcircled{9}$$

である。従って、蒸発熱 $L$ を用いると蒸発曲線のこう配は

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{(\boxed{F} - \boxed{E})} \boxed{G} \dots\dots\dots \textcircled{10}$$

となり、クラペイロン・クラウジウスの式が得られる。

- (2) 次の表1は水蒸気の熱力学的性質を表している。クラペイロン・クラウジウスの式を利用し飽和圧力 3 MPa における水の蒸発熱 $r$  [kJ/kg] を有効数字 2 桁で答えよ。ただし、蒸発曲線のこう配は、表1を利用して近似的に求めること。

表1 水蒸気の熱力学的性質

飽和温度 $T$ [K]	飽和圧力 $p$ [MPa]	飽和水の比体積 $v'$ [m <sup>3</sup> /kg]	飽和蒸気の比体積 $v''$ [m <sup>3</sup> /kg]
497.11	2.50	0.001197	0.07995
507.01	3.00	0.001217	0.06666
515.71	3.50	0.001235	0.05706

【次ページに続く】

Ⅱ 大気中に設置された円管の内部を単位時間あたり  $m[\text{kg}]$  の空気が定常的に流れている。円管の外側には湿り蒸気があり、一定の飽和温度  $T_s[\text{K}]$  にて蒸気の一部が水へと凝縮し、その凝縮熱により円管内部を流れる空気が等圧的に加熱されるものとする。円管入口の空気の温度は  $T_0[\text{K}]$ 、円管出口での空気の温度は  $T_1[\text{K}]$  とする。円管入口および出口の圧力はともに大気圧と考えてよい。また、空気が円管を通過する際の運動エネルギー、位置エネルギーの変化はそれぞれ無視できる。空気は定圧比熱  $c_p[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$  の理想気体と仮定する。

- (1) 入口での空気の比エンタルピーを  $h_0[\text{J}/\text{kg}]$ 、出口での空気の比エンタルピーを  $h_1[\text{J}/\text{kg}]$  とするとき、 $h_1 - h_0$  を求めよ。ただし、解答には  $m$ 、 $T_s$ 、 $T_0$ 、 $T_1$ 、 $c_p$  のうち必要なものを用いること。
- (2) 円管から円管内部を流れる空気へ移動する単位時間あたりの熱量  $Q[\text{J}]$  を求めよ。ただし、解答には  $m$ 、 $T_s$ 、 $T_0$ 、 $T_1$ 、 $c_p$  のうち必要なものを用いること。
- (3) 入口での空気の比エントロピーを  $s_0[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$ 、出口での空気の比エントロピーを  $s_1[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$  とするとき、 $s_1 - s_0$  を求めよ。ただし、解答には  $m$ 、 $T_s$ 、 $T_0$ 、 $T_1$ 、 $c_p$  のうち必要なものを用いること。
- (4) 円管外側の湿り蒸気が、単位時間あたりに失うエントロピー  $\Delta S''[\text{J}/\text{K}]$  を  $m$ 、 $T_s$ 、 $T_0$ 、 $T_1$ 、 $c_p$  のうち必要なものを用いて答えよ。なお、湿り蒸気のエントロピーの減少は蒸気から水への凝縮によるものであり、発生する凝縮熱はすべて円管内部を流れる空気のエンタルピーの増加に寄与するものとする。
- (5) (3) の  $s_1 - s_0$  と (4) の  $\Delta S''$  の大きさについて以下のような考察を行った。空欄 ア から エ に熱力学の点から適切と考えられる語句を入れよ。ただし、解答は、どの空欄に対するものかわかるようすること。

蒸気から水への凝縮により生じた熱は、円管の壁面から空気に熱伝導と対流により移動する。この熱移動の過程は ア 変化である。従って、イ 法則により、系全体でエントロピーは ウ するので、 $m(s_1 - s_0)$  と  $\Delta S''$  の大きさを比べると エ の方が大きくなる。

**問題 17 生産加工** 設問すべてについて解答すること。

I 次の(1)～(5)の問いについて答えよ。

- (1) 鋼において、オーステナイト相は最大で 2.14mass%の炭素を固溶できるが、フェライト相には最大でも 0.02mass%しか炭素が固溶できない。この理由について説明しなさい。
- (2) 図 1 は、Fe-C 系平衡状態図である。Fe-0.45mass%C 合金の組成を有する鋼を 1000℃からゆっくりと冷却したときの組織変化を、図を描き、かつ文章で答えなさい。また、共析温度より少し低い温度で得られる組織の量比も求めよ。なお、このときの Fe-0.45mass%C 合金は多結晶とする。
- (3) 図 2 は、共析鋼における連続冷却変態線図(CCT 線図)の模式図である。共析鋼に対し、共析温度より少し高い温度から、図 2 に示す冷却速度 A および冷却速度 B にて室温まで冷却した。このとき、冷却速度 A および冷却速度 B にて作製した共析鋼における微細組織の違いおよびその発生原因について答えなさい。
- (4) 図 2 の CCT 線図におけるマルテンサイト変態開始温度は、冷却時間に関わらず一定の温度を示している。その理由を答えなさい。
- (5) オーステナイト系ステンレス鋼とフェライト系ステンレス鋼のうちで、低温におけるシャルピー衝撃値の温度依存性が大きなステンレス鋼はどちらか。理由を含めて答えなさい。

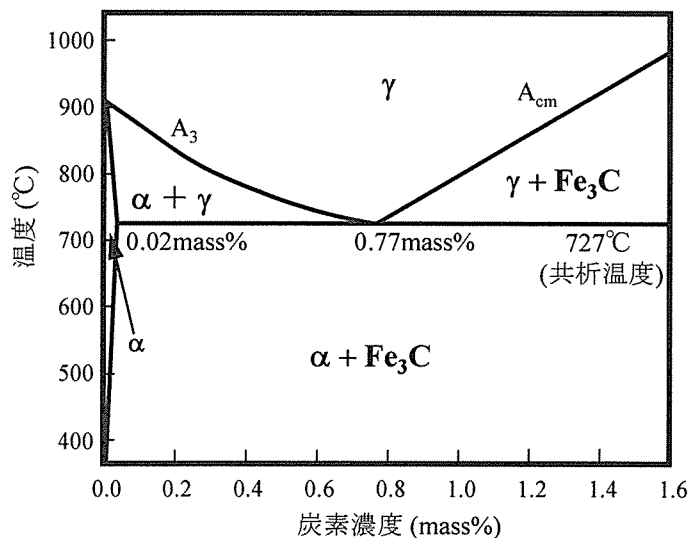


図 1 Fe-C 系平衡状態図の模式図

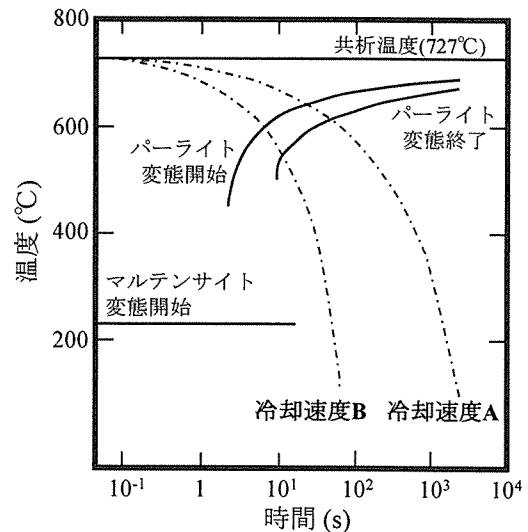


図 2 共析鋼の連続冷却変態線図の模式図

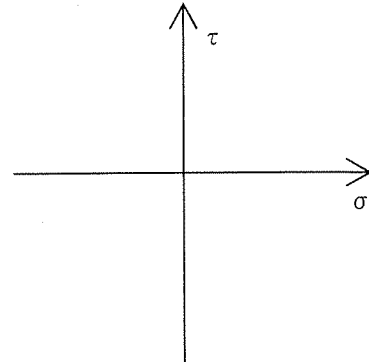
II 次の(1)～(3)の問いについて答えよ。

- (1) 金属材料中の一点に、 $x, y, z$ の直交3軸で表された下記の応力テンソル $\sigma_{ij}$ が負荷されているとする。

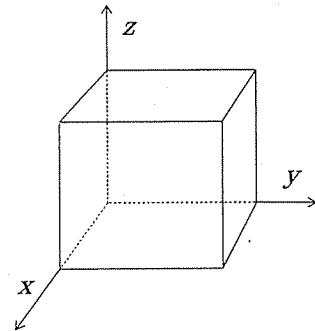
$$\{\sigma_{ij}\} = \begin{pmatrix} 2, & 1, & 0 \\ 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{pmatrix} \text{ GPa}$$

- (a) 主応力( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ )の値はいくらか。ただし、 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ とする。

- (b) その一点の応力状態を表す3軸応力のモール円を、  
解答用紙に右図のように横軸に垂直応力 $\sigma$ 、縦軸にせん断応力 $\tau$ をとって描け。ただし、せん断応力 $\tau$ はモール円では実空間右手系で右回りを正(上向き)とし、各軸に適切な目盛りをふること。また、 $x, y, z$ 軸に垂直な面の応力を $X, Y, Z$ として図中にプロットすること。



- (c) その一点に発生する最大主せん断応力 $\tau_{\max}$ の値はいくらになるか計算せよ。次に、解答用紙に右図と同様な微小立方体を描き、その中に最大主せん断応力が働く面を、角度を明記して描け。さらに面の両側に $\uparrow \downarrow$ の様にせん断応力の作用方向を記入せよ。



- (2) 金属材料の真応力 $\sigma$ －真ひずみ $\varepsilon$ 関係が下記のように得られているとする。

$$\sigma = 2.4 \varepsilon^{0.5} \text{ (GPa)}$$

応力を加える前のその材料の真ひずみ $\varepsilon$ が $\varepsilon_0 = 1.0$ であったとすると、問(1)の応力が負荷されたとき、降伏して塑性変形を始めるか否かを、Misesの降伏条件とTrescaの降伏条件で確かめよ。ただし $\sqrt{2} = 1.41$ 、 $\sqrt{3} = 1.73$ として計算せよ。

- (3) 上記の金属材料は降伏するとし、応力を加える前から問(1)の応力が負荷された後では、 $x$ 方向の伸びひずみの増大(伸びひずみ増分： $d\varepsilon_x$ )はいくらになるか、塑性流動則およびMisesの相当応力－相当ひずみ増分の考え方で計算せよ。



**問題 18 量子力学** 設問すべてについて解答すること。

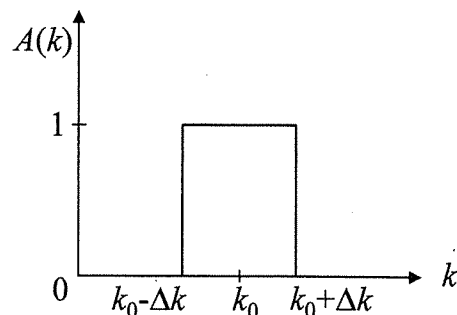
I 以下の (1)~(6) の問いに答えよ。

空間のある限られた範囲に局在する波を波束と言う。波数  $k$  を持ち、 $x$  方向に伝わる平面波  $e^{ikx}$  を考える。色々な波数を持った平面波を重み  $A(k)$  を付けて重ね合わせることで波束

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{ikx} dk$$

が得られる。 $A(k)$  は、図に示すような関数であるとする。

$$A(k) = \begin{cases} 0, & k < k_0 - \Delta k \\ 1, & k_0 - \Delta k \leq k \leq k_0 + \Delta k \\ 0, & k_0 + \Delta k < k \end{cases}$$



ここで、 $k_0$  は波数の中心値であり、 $2\Delta k$  は波数の分布の幅である。

以下の問いに答えよ。

(1)  $\psi(x) = B(x) e^{ik_0 x}$  と表すことが出来る。 $B(x)$  を求めよ。

ただし、実数  $\theta$  について、 $\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} = \sin \theta$  の関係を用いてもよい。

(2)  $B(x)$  の  $x=0$  での値  $B(0)$  を求めよ。

ただし、 $|\theta| \ll 1$  のとき、 $\sin \theta \approx \theta$  であることを使ってもよい。

(3)  $B(x)=0$  を満たす  $x$  の値をすべて求めよ。

(4)  $|B(x)|^2$  を図示せよ。

(5)  $B(x)=0$  を満たす  $x$  の中で、 $x > 0$  の領域で  $x=0$  に最も近い  $x$  の位置と、 $x < 0$  の領域で  $x=0$  に最も近い  $x$  の位置の間隔を波束の幅  $\Delta x$  と定義する。 $\Delta x$  を求めよ。

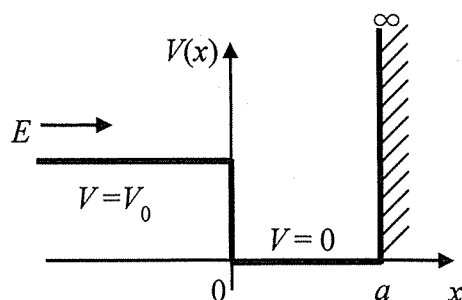
(6) 波束について、 $\Delta x \Delta k$  を求めよ。

量子力学においては、運動量は  $\hbar k$  で与えられる。ここで、 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 、 $h$  はプランク定数である。  
上記 (6) は量子力学における不確定性関係と関係している。

II 以下の (1)~(6) の問いに答えよ。

一次元ポテンシャルによる粒子の反射を考えよう。  
一次元空間の座標を  $x$  とし、図に示すようなポテンシャル  $V(x)$  は以下のように与えられるとする。

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & (x \leq 0) \\ 0, & (0 < x \leq a) \\ \infty, & (x > a) \end{cases}$$



ここで、 $V_0, a$  は正の定数である。 $x = -\infty$  から  $x = 0$  の方向に向って質量  $m$ 、エネルギー  $E$  ( $E > V_0$ ) の粒子が入射する場合を考える。以下では、 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 、 $h$  はプランク定数とする。

- (1)  $x \leq 0$  および  $0 < x \leq a$  の領域における時間に依存しないシュレーディンガー方程式をそれぞれ書け。ただし、波動関数には  $\psi(x)$  を用いよ。

ここで、設問 (1) の波動方程式の波動関数  $\psi(x)$  は、次のように書くことができる。

$$\psi(x) = \begin{cases} e^{ikx} + A e^{-ikx}, & (x \leq 0) \\ B e^{i\alpha x} + C e^{-i\alpha x}, & (0 < x \leq a) \\ 0, & (x > a) \end{cases}$$

- (2) 波動関数  $\psi(x)$  の波数  $k, \alpha$  を  $m, E, V_0$  および  $\hbar$  を用いて表わせ。

以下の設問では、解答に  $m, E, V_0$  および  $\hbar$  を用いてはいけない。

- (3)  $x = 0$  で、 $\psi(x)$  と  $d\psi(x)/dx$  が連続になる条件 (連立方程式) を示せ。
- (4)  $x = a$  で波動関数が満たすべき条件を用いて、 $B$  と  $C$  の間の関係式を書け。
- (5) (3) と (4) の式を用いて係数  $B$  と  $C$  を求めよ。( (3) の連立方程式で  $A$  を消去せよ。 )
- (6) 係数  $A$ 、および反射率  $|A|^2$  を求めよ。

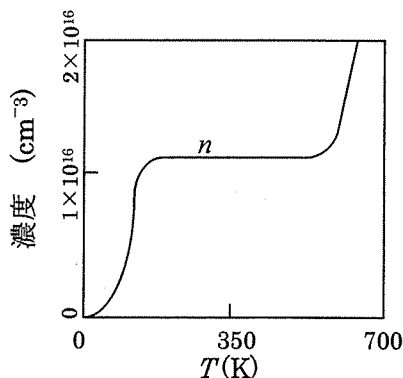
**問題 19 電子物性・固体物性** 設問すべてについて解答すること。

エネルギー  $E$  に位置する電子状態の電子による占有確率は次式のフェルミディラック分布関数で表される。

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_F)/kT}}$$

ここで  $E_F$  はフェルミ準位,  $k$  はボルツマン定数,  $T$  は絶対温度である。

- (1) フェルミディラック分布関数をボルツマン分布で近似した場合, どのような式で表されるか。 $E \gg E_F$  の場合および  $E \ll E_F$  の場合をそれぞれ答えよ。
- (2) 半導体における伝導帯の電子濃度, 価電子帯の正孔濃度を考える。(1) で求めたボルツマン分布による近似で伝導帯端  $E_C$  の電子による占有確率, 価電子帯端  $E_V$  の正孔による占有確率が表せるとして, 伝導帯の実効状態密度を  $N_C$ , 価電子帯の実効状態密度を  $N_V$  とした時, 伝導帯中の電子の濃度  $n$  および価電子帯の正孔  $p$  の濃度を表わせ。
- (3) 半導体のエネルギーギャップを  $E_C - E_V = E_G$  として用い,  $n$  と  $p$  の積  $np$  を表わせ。
- (4) 半導体中のドナー濃度を  $N_D$ , アクセプター濃度を  $N_A$  とした時, ドナーとアクセプターを共に含んだ半導体における電荷中性の式を導け。ここで, ドナーおよびアクセプターは共に完全にイオン化しているとする。
- (5) ドナー濃度  $N_D$  がアクセプター濃度  $N_A$  よりも大きく, かつ  $(np)^{1/2}$  よりも十分大きい時,  $N_D$ ,  $N_A$  および  $(np)^{1/2}$  を用いて,  $n$  および  $p$  を表せ。
- (6) 半導体がシリコンの場合, ドナーおよびアクセプターとなりうる元素をそれぞれ一つ, その理由とともに述べよ。
- (7) 下の図は  $n$  と  $T$  の関係を示した図である。この図において  $(np)^{1/2}$  を示すとしたら, どのように線を描けるか, 解答用紙に下の図を描き,  $(np)^{1/2}$  を示す線を記入せよ。



**問題 20 計算機基礎**

設問すべてについて解答すること。なお、論理回路に用いる演算素子は、ミル記号によるAND, OR, NOT, NAND, XOR を使用せよ。論理式は、その導出過程も記述すること。なお、F. F. はFlip Flop の略である。

I 次の (1) ~ (4) の問いに答えよ。ここで、Fは論理式の出力値で、A, B, C, D は論理式の入力値とする。

- (1)  $F = ABC\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + AB\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BCD + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D}$  を簡単化した論理式を AND, OR, NOT 演算子のみを用いて示せ。ここで用いることのできる演算子の最大数は 5 とする。
- (2) (1) で簡単化した論理式を NAND 演算子のみの論理式で示せ。ここで用いることのできる演算子の最大数は 5 とする。
- (3)  $F = BC + \bar{A}B + AC$  の加法標準形 (主加法標準形や積和標準形とも云う) を求めよ。ここで、加法標準形とは、最小項 ( $ABC$  や  $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$  のようにすべての入力値 A, B, C を含む論理積) を論理和で結合した表現である。
- (4) (3) の乗法標準形 (主乗法標準形や和積標準形とも云う) を求めよ。ここで、乗法標準形とは、最大項 ( $A+B+C$  や  $\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$  のようにすべての入力値 A, B, C を含む論理和) を論理積で結合した表現である。

II 次の (1) ~ (2) の問いに答えよ。AND, OR, NOT演算素子のみを用いよ。ここで用いることのできる演算素子の最大数は3とする。ただし、時刻nにおけるF. F. の出力を $Q_n$ 、時刻n-1におけるF. F. の出力を $Q_{n-1}$  とする。

- (1) RS-F. F. を用いて D-F. F. を作成したい。表 1 の真理値表を完成せよ。ただし、S と R の値が"0"と"1"のどちらでもよい場合は"\*" とせよ。S と R の簡単化した論理式を示し、図 1 の回路を完成せよ。まず、D と  $Q_{n-1}$  を入力としたときの  $Q_n$  の値を求め、次に、 $Q_{n-1}$  から  $Q_n$  に変化させるための S と R の取り得る値を考えよ。C は F. F. のクロックパルスであるが、ここでは特に入力が必要としない。

表 1

入力		出力		
D	$Q_{n-1}$	$Q_n$	S	R
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

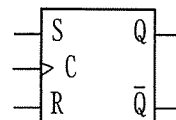


図 1

- (2) D-F.F. を用いて T-F.F. を作成したい。表 2 の真理値表を完成せよ。D の簡単化した論理式を T と  $Q_{n-1}$  を用いて示し、図 2 の回路を完成せよ。ただし、クロックパルス C を T-F.F. の T として用いること。D の値が "0" と "1" のどちらでもよい場合は "\*" とせよ。

表2

入力		出力	
T	$Q_{n-1}$	$Q_n$	D
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

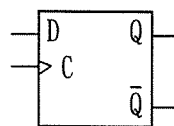


図2

Ⅲ 次の (1) ~ (4) の問いに答えよ。

- (1) 同期式カウンタの出力  $Q_4Q_3Q_2Q_1$  が表3のように (10進表記で 0, 2, 4, 6, 8) 変化するカウンタを 4 個の JK-F.F. (初段 F.F. の出力を  $J_1$  と  $K_1$ , 2 段目 F.F. の出力を  $J_2$  と  $K_2$ , 3 段目 F.F. の出力を  $J_3$  と  $K_3$ , 4 段目 F.F. の出力を  $J_4$  と  $K_4$  とする) を用いて設計したい。表3の真理値表を完成せよ。C は同期用のクロックパルスである。真理値表において、J と K の値が "0" または "1" のどちらでも良い場合は、"\*" と記述せよ。ここで、最初のクロック C が入ってきて、"0" を出力している  $Q_1$  が次の時刻に "0" を出力するためには (表3の矢印部分)、F.F. の入力  $J_1, K_1$  は "0, 0" もしくは "0, 1" である。すなわち、 $J_1$  は "0",  $K_1$  は "\*" となる (表3の    部分)。

表3

C	$Q_4$	$Q_3$	$Q_2$	$Q_1$	$J_4$ $K_4$	$J_3$ $K_3$	$J_2$ $K_2$	$J_1$ $K_1$
1	0	0	0	0				<span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">0</span> *
1	0	0	1	0				
1	0	1	0	0				
1	0	1	1	0				
1	1	0	0	0				
	0	0	0	0				

- (2)  $Q_4Q_3Q_2Q_1$  の値で表3の真理値表に無い組み合わせ (例えば, "0001" など) をドントケア ("0" または "1" のどちらでも良い) として考慮せよ。簡単化した  $J_1, K_1, J_2, K_2, J_3, K_3, J_4, K_4$  の論理式を示せ。

【次ページに続く】

- (3) (2) の論理式から図3に示す同期式カウンタ回路を完成せよ。なお、論理式が "1" の場合、回路は開放 (接続なし) とせよ。 $C_1, C_2, C_3, C_4$  は、各 JK-F. F. のクロックとする。 $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  からの計数用引き出し線は省略してもよい。なお、初期状態は  $Q_4Q_3Q_2Q_1 = "0000"$  とし、全 F. F. の強制リセット信号は省略してある。

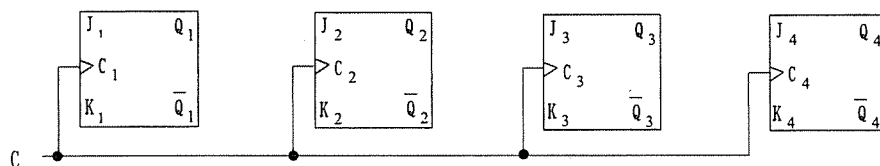


図3

- (4) (3) の結果から、JK-F. F. は3個で良いことを説明せよ。