受験番号	

平成１９年度大学院前期課程

電気電子情報工学専攻

システム・制御・電力工学
先進電磁エネルギー工学
情報通信工学
量子電子デバイス工学

電　磁　理　論 入　試　問　題

【注意】

○ 問題は４問ある。配点は各２５点で、合計１００点である。
○ 各問題用紙の志望コース欄に○印をつけ、受験番号を必ず記入すること。
○ 解答はすべて問題用紙の $\boxed{}$ の中に書くこと。

平成１８年８月２２日（火）
１０：００～１２：００実施

1-1	第1志望コース	システム制電	先進電磁	情報通信	量電デバイス	受験番号	

静電界に関する以下の文章の $\boxed{}$ 内に数式を、[$\boxed{}$] 内に単位記号 (MKSC 単位系) を記入せよ。

(1)　電界の強さ $\boldsymbol{E}$ に誘電率 ε をかけたベクトル $\boldsymbol{D}$ ($\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E}$) は、電束密度と呼ばれる。任意の閉曲面を S とし、S によって囲まれる領域を V とすると、閉曲面 S を通って領域 V から出て行く正味の電束の合計は、領域 V 内に含まれる全電荷の量 Q に等しくなる。この法則は電束に関するガウスの法則と呼ばれ、電荷の密度 ρ を用いて積分表示では以下のように表される。

$$\boxed{}$$

このガウスの法則を微分表示すると

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \boxed{}$$

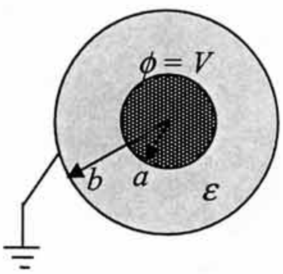
と表される。均質媒質の場合は、$\boldsymbol{E} = -\nabla\phi$ を用いると、以下のポアソンの方程式が得られる。

$$\nabla^2\phi = \boxed{}$$

次の物理量について、単位記号 (MKSC 単位系) を記入せよ。

$\boldsymbol{E}$ [$\boxed{}$],　ε [$\boxed{}$],　$\boldsymbol{D}$ [$\boxed{}$],　ρ [$\boxed{}$]

(2)　図のように、半径 a の球状導体、半径 b ($>a$) の同心球殻状導体があり、内部導体と外部導体の間の空間は、誘電率が ε の媒質によって満たされている。外部導体の電位を零に、内部導体の電位を V に保つときの、内部導体と外部導体の間の空間における電位および電界の分布を求める。



1-2	第1志望コース	システム制電	先進電磁	情報通信	量電デバイス	受験番号	

今、球座標の原点を導体球の中心にとると、電位ϕは系の対称性からrのみの関数となり、一般に

$\phi=$ $\boxed{}$

と表せる。ここで、$r=b$において$\phi=0$、$r=a$において$\phi=V$となることから

$\phi=$ $\boxed{}$

となる。上の電位分布に対応する電界$\boldsymbol{E}$は、r方向成分のみとなり、

$\boldsymbol{E}=\ \boldsymbol{i}_r$ $\boxed{}$

となる。ここで、$\boldsymbol{i}_r$はr方向の単位ベクトルである。

次に、内部導体の表面に現れる面電荷の密度を求める。内部導体の表面に現れる面電荷の密度をξ_aとすると、境界条件から

$\xi_a=\ \boldsymbol{i}_r\cdot$ $\boxed{}$ $=$ $\boxed{}$

となる。内部導体の表面に現れる面電荷の量Q_aは

$Q_a=$ $\boxed{}$

となる。一方、外部導体の内側表面には、$-Q_a$の面電荷が現れる。

したがって、この構造の静電容量Cは

$C=$ $\boxed{}$

となる。

25点

2-1	第１志望コース	システム制電	先進電磁	情報通信	量電デバイス	受験番号	

以下の文章の空欄に適当な式を入れよ。

１．磁性体領域１（一様磁化 $\boldsymbol{M}_1$）と磁性体領域２（一様磁化 $\boldsymbol{M}_2$）が接している。境界面に垂直で領域２から領域１の方向に向かう単位ベクトルを $\boldsymbol{n}$ とし、境界面上の面自由電流密度を $\boldsymbol{K}_f$ とする。これらの磁性体の界面における磁界 $\boldsymbol{H}$、および磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の境界条件は以下のように表される（領域１の量には添え字１を、領域２の量には添え字２をつける）。

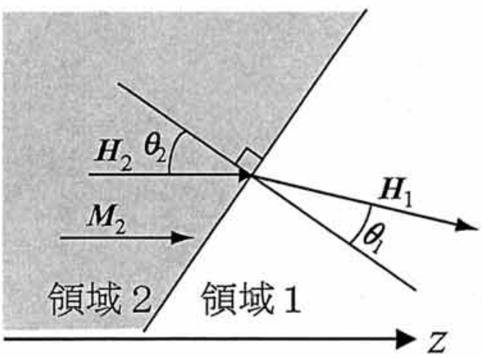
磁界 $\boldsymbol{H}$ の境界面に平行な方向に関する境界条件：$\boxed{}$ (1)

磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の境界面と垂直な方向に関する境界条件：$\boxed{}$ (2)

２．下図に示す様に、領域１は真空で、領域２に z 方向に一様磁化された半無限磁性体がある（磁化 $\boldsymbol{M}_2 = M_2\,\boldsymbol{i}_z$、$\boldsymbol{i}_z$ は z 方向の単位ベクトル）。領域２における磁界を $\boldsymbol{H}_2 = H_2\,\boldsymbol{i}_z$ とする。領域１と領域２の境界の法線が z 方向と θ_2 の角度を持つとする。領域１内の磁界 $\boldsymbol{H}_1$（境界面の法線に対して θ_1 の角度を持つ）の大きさ H_1 を以下の手順で求めよ。ただし、界面には面自由電流が存在しないとする。

境界面に平行な成分の境界条件(1)より、$\boxed{}$ を得る。一方、境界面に垂直な成分の境界条件(2)より、$\boxed{}$ を得る。これらより θ_1 を消去して、$H_1 = \boxed{}$ を得る（$H_1 > 0$ とする）。

これより、境界が z 方向に平行な場合（$\theta_2 = \pi/2$）は、$H_1 = \boxed{}$ で、垂直な場合（$\theta_2 = 0$）は、$H_1 = \boxed{}$ である。



2-2

第１志望コース	システム制電	先進電磁	情報通信	量電デバイス

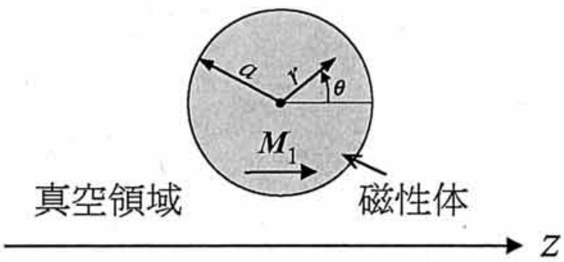
受験番号	

３．一様に磁化された半径 a の球状磁性体（z 方向の一様磁化 $\boldsymbol{M}_1$（$=M_1\boldsymbol{i}_z$、$\boldsymbol{i}_z$ は z 方向の単位ベクトル）、外部は真空）の内部磁界を求める（下図参照）。球状磁性体内部、及び外部に自由電流が存在しない場合、磁界 $\boldsymbol{H}$ は磁位 ϕ_m を用いて、$\boldsymbol{H}=-\nabla\phi_m$ の様に書け、また磁位 ϕ_m は微分方程式 $\nabla^2\phi_m=0$ を満たす。このような系における磁位 ϕ_m の一般解は球座標系で表すと、$\phi_m=\dfrac{A}{r^2}\cos\theta+Br\cos\theta$ となるため（A、B は定数）、磁性体内部の磁位 ϕ_{m1} は、$\phi_{m1}=$ $\boxed{}$ 、磁性体外部の磁位 ϕ_{m2} は、$\phi_{m2}=$ $\boxed{}$ と表せる。ただし、球状磁性体の中心を球座標の原点とする。

磁性体表面での磁界 $\boldsymbol{H}$ に関する境界条件(1)は ϕ_{m1} と ϕ_{m2} を使って、$\boxed{}$ の様に書け、一方、磁束密度 $\boldsymbol{B}$ に関する境界条件(2)は ϕ_{m1} と ϕ_{m2} を使って、$\boxed{}$ の様に書ける。ただし、磁性体に表面自由電流は存在しないとする。なお、球座標系におけるスカラー量の勾配∇は、r 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}_r$、θ 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}_\theta$、φ 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}_\varphi$、とすると以下のように表される。

$$\boldsymbol{i}_r\frac{\partial}{\partial r}+\boldsymbol{i}_\theta\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}+\boldsymbol{i}_\varphi\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

上記の境界条件より、ϕ_{m1} と ϕ_{m2} を求めると、$\phi_{m1}=$ $\boxed{}$ 、$\phi_{m2}=$ $\boxed{}$ となる。これらより、磁性体内部の任意の場所（r、θ）における磁界の r 成分 H_r と θ 成分 H_θ は、$H_r=$ $\boxed{}$ 、$H_\theta=$ $\boxed{}$ の様に書ける。さらにこの結果から、磁性体内部の磁界の z 成分 H_z を求めると、$H_z=$ $\boxed{}$ となる。



25 点

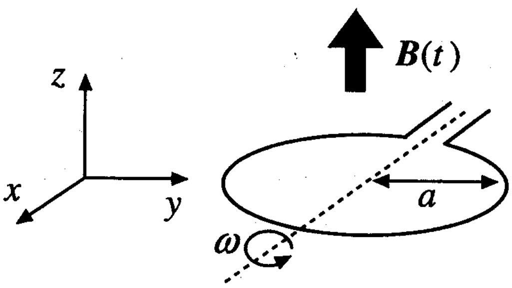
3-1	第１志望コース	システム制電	先進電磁	情報通信	量電デバイス	受験番号	

以下の文章の空欄に, 適当な語句, 数式または数値を入れよ.

[1] 閉回路を貫く磁束が時間的に変化すると, 閉回路に沿って電流を流そうとする起電力が誘起される. これは $\boxed{}$ と呼ばれる現象で, 微分表示のマクスウェル方程式の一つ $\boxed{} = \dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$ で表わされる. ただし, $\boldsymbol{E}$ は電界, $\boldsymbol{B}$ は磁束密度である. 閉回路を貫く磁束 Φ は, 閉回路 C を周辺とする開いた面 S で磁束密度を積分して求められるので, $\Phi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{n} dS$ である. ただし $\boldsymbol{n}$ は面 S に垂直な単位ベクトルである. これと同様に上記のマクスウェル方程式を積分することで, 回路に生じる起電力 V は

$$V = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \int_S \boxed{} = \oint_C \boxed{}$$ と表わされる.

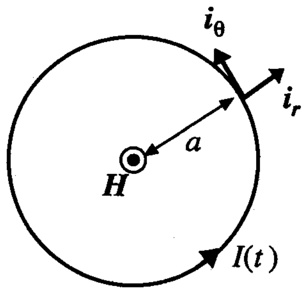
図の様に半径 a の円形のコイルが空間的に一様で z 方向を向いた磁束密度 $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{i}_z B$ の静磁界の中に置かれている. 磁束密度が $B = B_0 \sin \omega t$ のように時間変化し, コイルはその中心を通り x-軸に平行な軸の周りで角周波数 ω で回転している. ($t = 0$ でコイルは xy-面内にあるとする.)



$-\pi/2\omega < t < \pi/2\omega$ の範囲において, この円形コイルに誘起される電界の絶対値が最大となる時刻は $t = \boxed{}$ であり, その時の値は $|\boldsymbol{E}| = \boxed{}$ である.

3-2	第1志望コース	システム制電	先進電磁	情報通信	量電デバイス	受験番号	

[2] 図に断面を示すように，真空中に置かれた半径 a，単位長さあたりの巻数 n の無限に長いソレノイドがある．このソレノイドに，$0 \leq t \leq T$ の間に時間とともに増大する電流 $I(t) = I_0 t/T$ を流す．このとき，変位電流を無視すると，ソレノイド内部に生じる磁界の強さは $H = \boxed{\qquad}$ であるから，ソレノイドを貫く磁束は $\varPhi(t) = \boxed{\qquad}$ である．磁束が時間変化することによりソレノイドの内側面に誘起される電界は $\boldsymbol{E} = \boxed{\qquad}\,\boldsymbol{i}_r + \boxed{\qquad}\,\boldsymbol{i}_\theta$ で与えられる．ここで $\boldsymbol{i}_r$，$\boldsymbol{i}_\theta$ は，図に示す断面内においてソレノイドの中心を原点とする極座標系の単位ベクトルである．また，このソレノイドの単位長さ当たりの自己インダクタンスは $L = \boxed{\qquad}$ である．



これらの量を用いると，ソレノイドの内側面でのポインティングベクトルは

$$\boldsymbol{S} = \boxed{\qquad}\,\boldsymbol{i}_r + \boxed{\qquad}\,\boldsymbol{i}_\theta$$

と与えられ，$0 \leq t \leq T$ の間にソレノイドの単位長さ当たりに蓄えられるエネルギーは

$$W = \int_0^T \boxed{\qquad}\,\boldsymbol{S}\cdot(-\boldsymbol{i}_r)\,dt = \boxed{\qquad}\,L$$

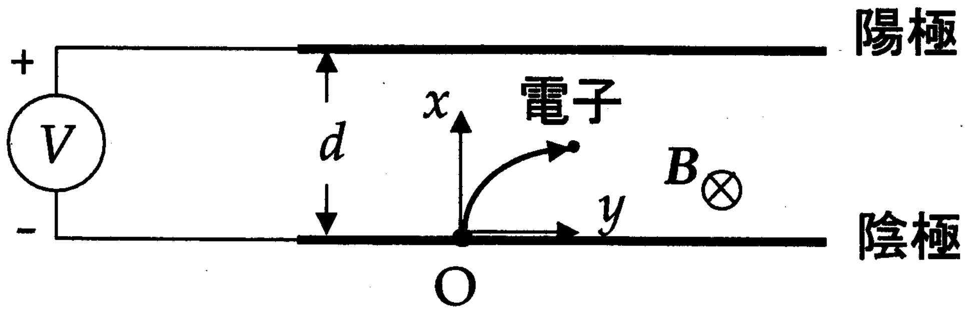
となる．

25 点

4−1	第１志望コース	システム制電	先進電磁	情報通信	量電デバイス	受験番号	

真空において時間的に定常な電磁界中を運動する電子に関する以下の記述の空欄に適当な数式を記入せよ。

図に示すような平行平面電極の陽極と陰極との距離をd、電位差をVとする。電極面に平行に一様に磁束密度$\boldsymbol{B}$（絶対値をBとする）の磁界を加えたとき、陰極上の原点Oから初速度ゼロで出発した電子の運動を考える。電界方向と反対方向にx軸を、陰極面内に磁界と直交方向にy軸を、磁界方向にz軸をとる。x方向、y方向、z方向の速度成分をそれぞれv_x，v_y，v_zとし、電子の質量をm、電荷を$-e$（eは正の値）とすると、電子の運動方程式は、



$$m\frac{dv_x}{dt} = \boxed{} \qquad (1)$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = \boxed{} \qquad (2)$$

$$m\frac{dv_z}{dt} = \boxed{} \qquad (3)$$

となる。式(1)を時間tで微分し式(2)を代入することにより、

$$\frac{d^2v_x}{dt^2} = \boxed{}\ v_x \qquad (4)$$

を得る。v_xに関する解が$v_x = A\sin\omega t$（式(5)とする）で与えられるとすると、これを式（4)に代入して、

$$\omega = \boxed{} \qquad (6)$$

を得る。

さらに、式(5)を式(1)および(2)に代入することにより、

$$A = \boxed{} \qquad (7)$$

$$v_y = \boxed{} \qquad (8)$$

を得る。

電子が陽極に到達しないと仮定すると、t=0 で x=y=0 であることに注意して、式(5)および(8)を時間積分すると、

$$x = \boxed{} \qquad (9)$$

$$y = \boxed{} \qquad (10)$$

を得る。このようにして求まった、電子の描く軌跡は、ある円が直線上を一定の回転速度で転がったときの円周上の定点が描くサイクロイドとなる。その運動周期 T は、

$$T = \boxed{} \qquad (11)$$

であり、x 座標の到達最大値 D は

$$D = \boxed{} \qquad (12)$$

である。

磁束密度 B が小さい場合、電子は陽極に到達するが、B がある臨界磁束密度値 B_c を超えると電子は陽極に到達しなくなり、陽極電流は流れない。この臨界値 B_c は

$$B_c = \boxed{} \qquad (13)$$

で与えられる。

２５点