#### 2017 年 8 月実施 問題 1 電気工学 (1 頁目/3 頁中)

- (1) Fig. 1(a)のような制御系がある. 同図において, R(s)は目標値, E(s)は偏差, C(s)は制御量, Kは正の定数である. 次の問に答えよ.
  - (a) 目標値 R(s)が単位ステップ関数である場合、偏差 E(s)を求めよ.
  - (b) 定常位置偏差 $\varepsilon_p$ が 0.1未満となるゲイン K の範囲を求めよ.
  - (c) 開ループ周波数伝達関数  $G_{o}(j\omega)$ を求めよ.
  - (d) 位相交差角周波数を求めよ.
  - (e) この制御系が安定であるためのゲイン K の値の範囲を求めよ.
- (2) Fig. 1(b)のような電気回路がある. 同図において,  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$  は電圧の瞬時値,  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  は電流の瞬時値である. 以下の間に答えよ.
  - (a)  $e_1(t)$ ,  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ , R, C を用いてループ(A)の閉路方程式を表わせ.
  - (b)  $e_2(t)$ ,  $i_2(t)$ , L, C を用いてループ(B)の閉路方程式を表わせ.
  - (c) Fig. 1(c) は Fig. 1(b)の電圧・電流の関係をブロック線図で表したものである.  $E_1(s)$ ,  $E_2(s)$ ,  $E_3(s)$ は  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$  をラプラス変換したものである. R, L, C, s を用いて Fig. 1(c) の伝達関数  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$ ,  $G_3(s)$  をそれぞれ表わせ.

#### Question No. 1: Electrical engineering (2/3)

#### 2017 年 8 月実施 問題 1 電気工学 (2 頁目/3 頁中)

- (1) Consider the control system shown in Fig. 1(a), where R(s), E(s) and C(s) denote the reference input, error and controlled variable, respectively. K is a positive constant. Answer the following questions.
  - (a) Find the error E(s) when the reference input R(s) is the unit step function.
  - (b) Find the range of the gain K so that the steady-state position error  $\varepsilon_p$  is less than 0.1.
  - (c) Derive the open-loop frequency transfer function  $G_0(j\omega)$ .
  - (d) Find the phase crossover frequency.
  - (e) Find the range of the gain K so that the control system is stable.
- (2) Consider the electrical circuit shown in Fig. 1(b), where  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$  and  $e_3(t)$  denote the instantaneous voltages,  $i_1(t)$  and  $i_2(t)$  denote the instantaneous currents. Answer the following questions.
  - (a) Express the loop equation for loop (A) using  $e_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_2(t)$ , R and C.
  - (b) Express the loop equation for loop (B) using  $e_2(t)$ ,  $i_2(t)$ , L and C.
  - (c) Fig. 1(c) shows the block diagram of voltage and current for the circuit shown in Fig. 1(b). The Laplace transformations of the voltage  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$  and  $e_3(t)$  are  $E_1(s)$ ,  $E_2(s)$  and  $E_3(s)$ , respectively. Express the transfer functions  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$  and  $G_3(s)$  shown in Fig. 1(c) using R, L, C and s.

### 2017 年 8 月実施 問題 1 電気工学 (3 頁目/3 頁中)

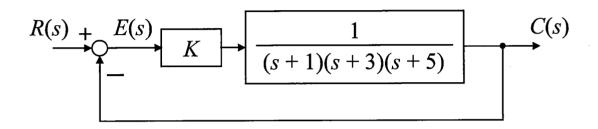
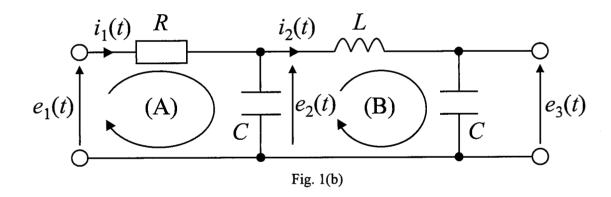
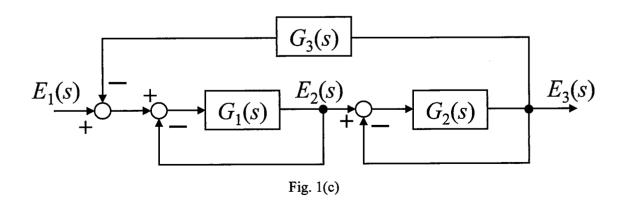


Fig. 1(a)





#### 2017 年 8 月実施 問題 2 通信工学 (1 頁目/2 頁中)

Fig. 2に示す送信器を考える. 周期Tの周期信号

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_0 (t - nT)$$

を入力する. ここで, 信号 $g_0(t)$ は

$$g_0(t) = \begin{cases} 1 & -\tau/2 \le t \le \tau/2 \\ 0 & その他 \end{cases}$$

で与えられる。ただし、 $0 < \tau < T$ とする。搬送波は $\cos(2\pi f_c t)$ であり、 $f_c$ は搬送波周波数で  $1/T \ll f_c$ を満たす。Fig. 2の理想低域通過フィルタ(LPF)の伝達関数H(f)は

$$H(f) = \begin{cases} 1 & (|f| \le M/T) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

で与えられる. ここで、Mは0以上の整数である. 以下の問に答えよ. なお、 $\delta(x)$ は単位インパルス関数を表す.

- (1) 信号g(t)のフーリエ級数展開を求めよ.
- (2) 信号g(t)の振幅スペクトルG(f)を求めよ.
- (3) フィルタ出力x(t)のフーリエ変換X(f)が,

$$X(f) = \frac{\tau}{T} \sum_{n=-M}^{M} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$$

で与えられることを示せ.

(4) M=1のとき、LPFの出力信号x(t)を求めよ、必要に応じて以下の公式を用いよ、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-a)p(x)dx = p(a)$$

ここで、p(x)は実関数、aは実数である.

(5) M = 0のとき,送信器出力y(t)のフーリエ変換Y(f)を求めよ.

#### 2017 年 8 月実施 問題 2 通信工学 (2 頁目/2 頁中)

Consider the transmitter shown in Fig. 2. An input signal g(t) is a periodic signal

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_0 (t - nT),$$

which has period T. Here, the signal  $g_0(t)$  is given by

$$g_0(t) = \begin{cases} 1, & \text{when } -\tau/2 \le t \le \tau/2 \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where  $0 < \tau < T$ . The carrier wave is  $\cos(2\pi f_c t)$ . Here  $f_c$  is the frequency of the carrier wave and satisfies  $1/T \ll f_c$ . The transfer function H(f) of the ideal low pass filter (LPF) in Fig. 2 is given by

$$H(f) = \begin{cases} 1, & \text{if } |f| \le M/T \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where M is an integer greater than or equal to zero. Answer the following questions.  $\delta(x)$  denotes the unit impulse function.

- (1) Derive the Fourier series expansion of the signal g(t).
- (2) Derive the amplitude spectrum G(f) of the signal g(t).
- (3) Show that the Fourier transform X(f) of the filter output x(t) is given by

$$X(f) = \frac{\tau}{T} \sum_{n=-M}^{M} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right).$$

(4) Derive the output signal x(t) of the LPF when M = 1. Use the following formula,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-a)p(x)dx = p(a),$$

if necessary. Here p(x) is a real function, and a is a real number.

(5) Derive the Fourier transform Y(f) of the transmitter output y(t) when M=0.

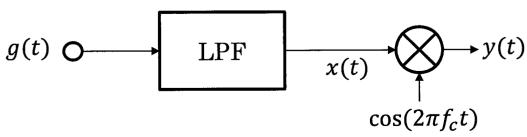


Fig. 2

#### 2017 年 8 月実施 問題 3 電子工学 (1 頁目/3 頁中)

- (1) Fig. 3(a)は, npn バイポーラトランジスタの熱平衡状態において各端子を開放状態にしたときのエネルギーバンド図である.
  - (a) トランジスタの能動領域で動作している場合のエネルギーバンド図を示せ. さらに, このときの電流増幅の原理を説明せよ.
  - (b) バイポーラトランジスタのベース層厚を狭くするとき,電流利得と高域遮断周波数が どのように変化するか述べよ.
- (2) Fig. 3(b)に示す npn バイポーラトランジスタを用いた増幅回路について以下の問に答えよ. npn バイポーラトランジスタの簡略化したモデルとして, Fig. 3(c)を用いること.
  - (a)  $C_{\rm C}$  および  $C_{\rm E}$  のインピーダンスが無視できる場合の微小信号等価回路を示せ. さらに, 回路の入力インピーダンス, 出力インピーダンス, 電圧利得  $K_{\rm VI}$  (=  $V_{\rm O}/V_{\rm I}$ )を求めよ.
  - (b)  $C_{\rm C}$  のインピーダンスのみが無視できる場合の微小信号等価回路を示せ. さらに、電圧 利得  $K_{\rm V2}$  (=  $V_{\rm c}/V_{\rm i}$ )を求めよ. また、 $K_{\rm V2}$  の低域遮断周波数を求めよ.
  - (c) 温度変化によりコレクタ電流が大きくなるとき、回路の動作がどのように安定化されるか説明せよ.

#### Question No. 3: Electronic engineering (2/3)

#### 2017 年 8 月実施 問題 3 電子工学 (2 頁目/3 頁中)

- (1) An energy band diagram of an npn bipolar transistor in thermal equilibrium is shown in Fig. 3(a), when all terminals are open.
  - (a) Draw the energy band diagram when the transistor is working in the active region. In addition, explain the principle of the current amplification at that time.
  - (b) Explain how the current gain and higher cut-off frequency change when the base layer thickness is set to be thin.
- (2) Answer the following questions on the amplifier circuit using the npn bipolar transistor shown in Fig. 3(b). As a simplified model of the npn transistor, use Fig. 3(c).
  - (a) Draw the small-signal equivalent circuit in the case where the impedance of  $C_{\rm C}$  and  $C_{\rm E}$  are negligible. In addition, derive the input impedance, the output impedance, and the voltage gain  $K_{\rm V1}$  (=  $V_{\rm o}/V_{\rm i}$ ).
  - (b) Draw the small-signal equivalent circuit in the case where only the impedance of  $C_{\rm C}$  is negligible. In addition, derive the voltage gain  $K_{\rm V2}$  (=  $V_{\rm o}/V_{\rm i}$ ). Also, derive the lower cut-off frequency.
  - (c) Explain how the behavior of the circuit becomes stable in the case where the collector current increases caused by a change of temperature.

### 2017年8月実施 問題 3 (3 頁目/3 頁中)

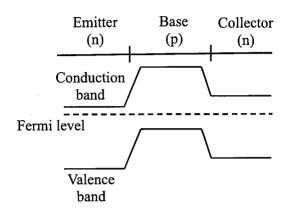
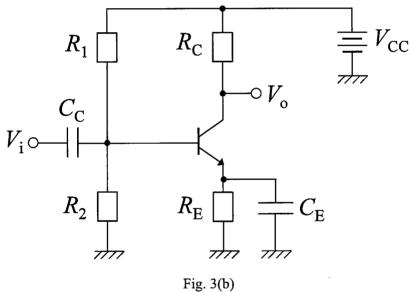


Fig. 3(a)



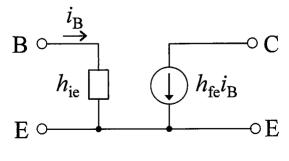


Fig. 3(c)

#### Question No. 4: Computer science 1 (1/2)

### 2017 年 8 月実施 問題 4 計算機 1 (1 頁目/2 頁中)

クロックに同期して、各時刻 t=1, 2, ...に1ビット信号  $x_t \in \{0, 1\}$ を受け取り、 1ビット信号  $z_t \in \{0, 1\}$ を出力する順序回路を考える。本順序回路において、各時刻 t における出力系列に対応する 2 進数の値( $z_t$   $z_{t-1}$  ... $z_3$   $z_2$   $z_1$ ) $z_3$  は、入力系列に対応する  $z_3$  進数の値( $z_4$   $z_5$   $z_5$  ... $z_5$   $z_5$ 

- (1) 入力系列 x6x5X4X3X2X1 = 011001 に対する出力系列 z6Z5Z4Z3Z2Z1 を示せ.
- (2)  $z_t e x_t, x_{t-1}, \ldots, x_1$ に関する論理式で表わせ.
- (3) できるだけ少ない状態数を用いて、本順序回路の Mealy 型状態遷移図を示せ.
- (4) できるだけ少ない状態数を用いて、本順序回路の Moore 型状態遷移図を示せ.
- (5) 本順序回路の励起式(状態式)および出力式を最簡積和形の論理式で示せ. ただし、x および z をそれぞれ入力信号,および出力信号とする. また, $y_j$   $\in$   $\{0, 1\}$  および  $Y_j$   $\in$   $\{0, 1\}$  (j = 1, 2, ...) をそれぞれ現在の状態を表す状態信号,および次の状態を表す状態信号とする.
- (6) できるだけ少ない個数の JK フリップフロップおよび 2 入力 NAND ゲートを用いて,本順 序回路を構成せよ.

#### Question No. 4: Computer science 1 (2/2)

#### 2017 年 8 月実施 問題 4 計算機 1 (2 頁目/2 頁中)

Consider a sequential circuit which receives a one 1-bit signal  $x_t \in \{0, 1\}$  and outputs a one 1-bit signal  $z_t \in \{0, 1\}$  at each time  $t = 1, 2, \ldots$  in synchronization with a clock. In this sequential circuit, the binary value  $(z_t \ z_{t-1} \ \ldots \ z_3 \ z_2 \ z_1)_2$  corresponding to the output sequence at each time t is the 2's complement of the binary value  $(x_t \ x_{t-1} \ \ldots \ x_3 \ x_2 \ x_1)_2$  corresponding to the input sequence. Let AND, OR, Exclusive OR, and NOT Boolean operators be denoted by  $\cdot$ , +,  $\oplus$ , and -, respectively. Answer the following questions.

- (1) Show the output sequence  $z_6z_5z_4z_3z_2z_1$  corresponding to the input sequence  $x_6x_5x_4x_3x_2x_1 = 011001$ .
- (2) Show  $z_t$  as logical expression in terms of  $x_t$ ,  $x_{t-1}$ , ...,  $x_1$ .
- (3) Draw a Mealy type state-transition diagram of the sequential circuit with as few states as possible.
- (4) Draw a Moore type state-transition diagram of the sequential circuit with as few states as possible.
- (5) Show the excitation equations (state equations) and output equation of the sequential circuit using logical expressions in the minimum sum-of-products form. Let x and z be the input signal and the output signal, respectively. Let y<sub>j</sub>∈ {0, 1} and Y<sub>j</sub>∈ {0, 1}, j = 1, 2, ..., be state signals representing the current state and the state signals representing the next state, respectively.
- (6) Draw a circuit diagram of the sequential circuit with as few JK flip-flops and 2-input NAND gates as possible.

## 2017年 8月実施 問題5 計算機2 (1頁目/2頁中)

n は非負整数を表すとする. 以下の言語を考える.

S ::= f(x;y)=E

 $E ::= n \mid x \mid y \mid D(E) \mid A(E;E) \mid B(E;E;E) \mid f(E;E)$ 

ここで、S および E はそれぞれ関数定義および式を表す非終端記号であり、また n、f、x、y、A、D、B、(、;、) および=は終端記号である.

式 E は関数定義 S の下で評価される.  $S=f(x;y)=E_0$  の下での E の評価は, E を以下の規則に従って書き換えることによって行う.

- 規則1  $E \subset D(n)$  (ただしn > 0) という形の部分式が含まれているとき、その部分式 D(n) を n から 1 を引いた整数で置き換える.
- 規則2 E に  $A(n_1;n_2)$  という形の部分式が含まれているとき、その部分式  $A(n_1;n_2)$  を  $n_1$  と  $n_2$  の和に等しい整数で置き換える.
- 規則3 E に  $B(n; E_1; E_2)$  という形の部分式が含まれているとき,その部分式  $B(n; E_1; E_2)$  を,n=0 ならば  $E_1$  に,そうでなければ  $E_2$  に置き換える.
- 規則 4 E に  $f(n_1;n_2)$  という形の部分式が含まれているとき、その部分式  $f(n_1;n_2)$  を、 $E_0$  に現れる全てのx を  $n_1$  に、全てのy を  $n_2$  に置き換えた式で置き換える.

E に含まれる部分式のひとつに対して S の下で上記規則のひとつを適用すると E が E' になることを  $\langle S,E\rangle \longrightarrow \langle S,E'\rangle$  と書く.また, $\longrightarrow$  の 0 回以上の繰り返しを  $\stackrel{*}{\longrightarrow}$  と書く.例えば

$$\langle S, A(D(5); D(4)) \rangle \longrightarrow \langle S, A(4; D(4)) \rangle \longrightarrow \langle S, A(4; 3) \rangle \longrightarrow \langle S, 7 \rangle$$

であり、従って、 $\langle S, A(D(5); D(4)) \rangle \xrightarrow{*} \langle S, 7 \rangle$  である.

PとQを以下のように定義する.

P = f(x;y)=B(y;x;f(A(x;x);D(y)))

Q = f(x;y)=B(y;x;A(f(x;D(y));f(x;D(y))))

次の問に答えよ.

- (1) Pの構文木を、終端記号を葉とする木構造として図示せよ。
- (2)  $\langle P, f(3;1) \rangle \xrightarrow{*} \langle P, n \rangle$  なる n を求めよ.
- (3) 任意の非負整数  $n_1$ ,  $n_2$  について、ある n が存在し、 $\langle P, \mathbf{f}(n_1; n_2) \rangle \xrightarrow{*} \langle P, n \rangle$  かつ  $\langle Q, \mathbf{f}(n_1; n_2) \rangle \xrightarrow{*} \langle Q, n \rangle$  であることを証明せよ.
- (4) 評価  $\langle Q, f(n_1; n_2) \rangle \stackrel{*}{\longrightarrow} \langle Q, n \rangle$  において**規則 2** が使われた回数を  $n_2$  を用いた式で表せ.

## 2017年 8月実施 問題5 計算機2 (2頁目/2頁中)

Let n represent a non-negative integer. Consider the following language

$$S ::= f(x;y)=E$$

$$E ::= n \mid x \mid y \mid D(E) \mid A(E;E) \mid B(E;E;E) \mid f(E;E)$$

An expression E is evaluated under a function definition S. The evaluation of E under  $S = f(x;y) = E_0$  is carried out by rewriting E according to the following rules:

- Rule 1 If E contains a sub-expression of the form D(n) where n > 0, replace the sub-expression D(n) with the integer obtained by subtracting 1 from n.
- Rule 2 If E contains a sub-expression of the form  $A(n_1; n_2)$ , replace the sub-expression  $A(n_1; n_2)$  with the integer that is equal to the summation of  $n_1$  and  $n_2$ .
- Rule 3 If E contains a sub-expression of the form  $B(n; E_1; E_2)$ , replace the sub-expression  $B(n; E_1; E_2)$  with  $E_1$  if n = 0,  $E_2$  otherwise.
- Rule 4 If E contains a sub-expression of the form  $f(n_1; n_2)$ , replace the sub-expression  $f(n_1; n_2)$  with the expression obtained by replacing every occurrence of x with  $n_1$  and that of y with  $n_2$  in  $E_0$ .

We write  $\langle S, E \rangle \longrightarrow \langle S, E' \rangle$  if E becomes E' by applying one of the above rules under S to one sub-expression of E. We write  $\stackrel{*}{\longrightarrow}$  as zero or more repetitions of  $\longrightarrow$ . For example, we have

$$\langle S, \texttt{A}(\texttt{D(5)};\texttt{D(4)}) \rangle \longrightarrow \langle S, \texttt{A(4;D(4))} \rangle \longrightarrow \langle S, \texttt{A(4;3)} \rangle \longrightarrow \langle S, 7 \rangle$$

and therefore  $\langle S, A(D(5); D(4)) \rangle \xrightarrow{*} \langle S, 7 \rangle$ .

Let P and Q be the following.

$$P = f(x;y)=B(y;x;f(A(x;x);D(y)))$$

$$Q = f(x;y)=B(y;x;A(f(x;D(y));f(x;D(y))))$$

Answer the following questions.

- (1) Draw the syntax tree of P as a tree structure, each leaf of which is a terminal symbol.
- (2) Calculate n such that  $\langle P, f(3;1) \rangle \xrightarrow{*} \langle P, n \rangle$ .
- (3) Prove that for any non-negative integers  $n_1$  and  $n_2$ , there exists some n such that  $\langle P, f(n_1; n_2) \rangle \xrightarrow{*} \langle P, n \rangle$  and  $\langle Q, f(n_1; n_2) \rangle \xrightarrow{*} \langle Q, n \rangle$ .
- (4) Give the number of applications of **Rule 2** in the evaluation  $\langle Q, f(n_1; n_2) \rangle \xrightarrow{*} \langle Q, n \rangle$  in terms of  $n_2$ .

# 2017年8月実施問題6物理専門 (1頁目/2頁中)

x 軸上のポテンシャル

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & (x \le 0) \\ 0 & (x > 0) \end{cases}$$

$$\tag{6A}$$

の中の質量 m の粒子の量子状態を考える.ここで, $V_0$  は正の定数であり,粒子はエネルギー  $\epsilon$  の定常状態にある.以下の間に答えよ.ただし, $\hbar=\frac{h}{2\pi}(h$  はプランク定数),i は虚数単位,A,B,C,D は複素数とする.

(1)  $-V_0 < \epsilon < 0$  のときの定常状態の波動関数, すなわち時間に依存しないシュレーディンガー 方程式の解を  $\psi_1(x)$  とする.  $\psi_1(x)$  は一般に

$$\psi_1(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & (x \le 0) \\ Ce^{\kappa x} + De^{-\kappa x} & (x > 0) \end{cases}$$

$$(6B)$$

と書ける. ただし, k および  $\kappa$  は正の実数である. ここで,  $x \to +\infty$  で  $\psi_1(x)$  が有限であるために. C=0 とする.

- (a) k および  $\kappa$  を m,  $\epsilon$ ,  $V_0$ ,  $\hbar$  を用いて表せ.
- (b) x=0 で  $\psi_1(x)$  が満たすべき条件を考慮して, $\frac{B}{A}$  を求めよ.
- (2)  $\epsilon > 0$  のときの定常状態の波動関数, すなわち時間に依存しないシュレーディンガー方程式の解を  $\psi_2(x)$  とする.  $\psi_2(x)$  は一般に

$$\psi_2(x) = \begin{cases} Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} & (x \le 0) \\ Ce^{ik_2x} + De^{-ik_2x} & (x > 0) \end{cases}$$
 (6C)

と書ける. ただし, $k_1$  および  $k_2$  は正の実数である. ここで,粒子が領域  $x \leq 0$  から領域 x>0 に透過する場合を考え,D=0とする.透過確率  $1-\left|\frac{B}{A}\right|^2$  を求め, $\left|\frac{C}{A}\right|^2$  と比較することによりその物理的意味を論ぜよ.

(3)  $\frac{B}{A}=Re^{2i\phi}$  とする. ただし,R および  $\phi$  は実数である. 問 (1),問 (2) の結果から, $\epsilon$  の関数として R および  $\tan 2\phi$  のグラフを描け.

Consider the quantum state of a particle of mass m in the potential along the x-axis

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & (x \le 0) \\ 0 & (x > 0) \end{cases} . \tag{6A}$$

Here,  $V_0$  is a positive constant and the particle is in a stationary state with energy  $\epsilon$ . Answer the following questions. In the following,  $\hbar = \frac{h}{2\pi}(h: \text{Planck constant})$ , i is the imaginary unit, and A, B, C, and D are complex numbers.

## 2017年8月実施問題6物理専門 (2頁目/2頁中)

(1) Let  $\psi_1(x)$  be the stationary wave function, i.e., the solution of the time-independent Schrödinger equation, for  $-V_0 < \epsilon < 0$ . In general,  $\psi_1(x)$  can be written as

$$\psi_1(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & (x \le 0) \\ Ce^{\kappa x} + De^{-\kappa x} & (x > 0) \end{cases},$$
 (6B)

where k and  $\kappa$  are real positive numbers. Here, we assume C=0 to keep  $\psi_1(x)$  finite as  $x\to +\infty$ .

- (a) Obtain k and  $\kappa$  in terms of  $m, \epsilon, V_0$ , and  $\hbar$ .
- (b) Taking account of the condition that  $\psi_1(x)$  should satisfy at x=0, obtain  $\frac{B}{A}$ .
- (2) Let  $\psi_2(x)$  be the stationary wave function, i.e., the solution of the time-independent Schrödinger equation, for  $\epsilon > 0$ . In general,  $\psi_2(x)$  can be written as

$$\psi_2(x) = \begin{cases} Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} & (x \le 0) \\ Ce^{ik_2x} + De^{-ik_2x} & (x > 0) \end{cases}, \tag{6C}$$

where  $k_1$  and  $k_2$  are real positive numbers. Here, we assume the case that the particle is transmitted from the region  $x \leq 0$  to the region x > 0 and let D = 0. Obtain the transmission probability  $1 - \left| \frac{B}{A} \right|^2$  and discuss its physical meaning by comparing it with  $\left| \frac{C}{A} \right|^2$ .

(3) Let  $\frac{B}{A} = Re^{2i\phi}$ , where R and  $\phi$  are real numbers. According to the results in questions (1) and (2), draw the graphs of R and  $\tan 2\phi$  as a function of  $\epsilon$ .