

平成 18 年 度

名古屋大学大学院情報科学研究科
計算機数理科学専攻
前期課程第 2 次入学試験問題

専 門

平成 18 年 2 月 14 日 (火)
12 : 30 ~ 14 : 00

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはならない。
2. 試験終了まで退出できない。
3. (外国人留学生は、日本語から母国語への辞書 1 冊に限り使用してよい。
電子辞書の持ち込みは認めない。)
4. 問題冊子、解答用紙 2 枚、草稿用紙 1 枚が配布されていることを確認せよ。
5. 問題は微分積分，線形代数，離散数学の 3 科目がある。
このうち 2 科目を選択して 解答せよ。
なお、選択した科目名を解答用紙の指定欄に記入せよ。
6. 解答用紙は指定欄に受験番号を必ず記入せよ。解答用紙に受験者の氏名を
記入してはならない。
7. 解答用紙は試験終了後に 2 枚とも提出せよ。
8. 問題冊子、草稿用紙は試験終了後に持ち帰ってよい。

問題 1 (微分積分)

a, b を実数とし $f(x) = ax + b$ とおくとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 積分 $\int_0^1 |x^2 - f(x)|^2 dx$ が最小となる a, b の値を求めよ.
- (2) a, b を (1) で求めた値とすると, 関数 $|x^2 - f(x)|$ の $0 \leq x \leq 1$ における最大値を求めよ.

問題 2 (線形代数)

- (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ によって定まる \mathbf{R}^3 の線形変換 $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3$, の核

$\text{Ker}(f)$ および像 $\text{Im}(f)$ の次元と基底を求めよ.

- (2) \mathbf{R}^3 の基底として標準基底 $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ をとり, 内積は標準的な内積を考え

るとき, \mathbf{R}^3 から $\text{Ker}(f)$ への正射影を表す表現行列を求めよ.

問題 3 (離散数学)

3 個の自然数 a, b, c がすべて 2 個の素数 p, q のみで素因数分解されるならば, a, b, c の中に平方数が存在するか, またはそこから適当に幾つかを選んでそれらの積を平方数にすることができることを証明せよ.