システム情報学専攻

修士課程入学試験問題

専門科目　システム情報学

平成２１年８月２５日（火）　　１０：００～１３：００

出題される８問のうち，４問のみを選択して解答せよ

注　意　事　項

(1) 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと．

(2) 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること．ただし試験問題の内容に関する質問に対しては，原則として答えない．

(3) 答案用紙４枚が渡される．１問ごとに必ず１枚の答案用紙を使用すること．止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい．

(4) 各答案用紙の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること．氏名は書いてはならない．

(5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと．

(6) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする．

(7) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は，適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい．

(8) 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと．

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること．

選択した問題番号				

上欄に選択した４つの問題番号を記入すること．

第1問

連続時間信号 $f(t)$ $(-\infty < t < \infty)$ を一様な時間間隔 T でサンプリングし，離散時間信号 $f[n] = f(nT)$ $(-\infty < n < \infty,\ n$ は整数$)$ を得た．ただし $f(t)$ は，そのフーリエ変換 $F(\omega)$ が，$|\omega| \geq \pi/T$ に対して $F(\omega) = 0$ を満たす信号であるものとする．いま $f[n]$ から，非サンプリング点の値 $f(\frac{T}{2})$ を求めたい．以下の問いに答えよ．

(1) サンプリング定理によれば，$f(t)$ は $f[n]$ によって

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[n] r(t - nT) \tag{1}$$

のように表すことができる．ただし $r(t)$ は，

$$R(\omega) = \begin{cases} T & (|\omega| < \pi/T) \\ 0 & (|\omega| \geq \pi/T) \end{cases}$$

の逆フーリエ変換である．$r(t)$ を求めよ．また $f(\frac{T}{2})$ を，$f[n]$ $(-\infty < n < \infty)$ を用いて，できるだけ簡単な形で表せ．

次に，式 (1) のように $-\infty < n < \infty$ における全ての $f[n]$ を用いる代わりに，$n = -1, 0, 1$ における $f[n]$ の値のみを用いて，$f(\frac{T}{2})$ を近似的に求めることを考える．

(2) $-T \leq t \leq T$ における信号 $f(t)$ の近似式として

$$\hat{f}(t) = at^2 + bt + c$$

を考える．$t = -T, 0, T$ において $\hat{f}(t) = f(t)$ を満たすように，実数 a, b, c を定めよ．またこのとき，

$$\hat{f}(\frac{T}{2}) = h_{-1} f[-1] + h_0 f[0] + h_1 f[1]$$

と表せる．h_{-1}, h_0, h_1 を求めよ．

(3) 一般に

$$y[n] = h_{-1} f[n-1] + h_0 f[n] + h_1 f[n+1]$$

という演算は，入力を $f[n]$，出力を $y[n]$ とする FIR フィルタとみなせる．問い (2) で求めた h_{-1}, h_0, h_1 を用いた場合の，この FIR フィルタの周波数特性 $H(\omega)$ を求めよ．また，入力信号 $f(t)$ に対し $f(t + \frac{T}{2})$ を出力するような線形時不変システムの周波数特性を $S_{T/2}(\omega)$ とするとき，$H(\omega)$ と $S_{T/2}(\omega)$ の $\omega = 0$ におけるテイラー展開が，2 次まで一致することを確認せよ．

【次のページへ続く】

【第 1 問の続き】

(4) 式 (1) に着目し，以下のような方法で $f(\frac{T}{2})$ を求めることを考えた．

1. $f(t)$ に窓関数 $a(t)$ を乗じ，$g(t) = a(t)f(t)$, $g[n] = g(nT) = a(nT)f[n]$ とする．ただし $a(t)$ は，以下の連続関数とする．

$$a(t) = \begin{cases} \cos\dfrac{\pi t}{4T} & (-2T < t < 2T) \\ 0 & (t \leq -2T,\ t \geq 2T) \end{cases} \tag{2}$$

2. 窓関数を乗じたことにより $g[n]$ は $n = -1, 0, 1$ でのみ 0 でない値をもつから，$g(t)$ に対して式 (1) を適用すれば，

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n]r(t-nT) = \sum_{n=-1}^{1} a(nT)r(t-nT)f[n]$$

のように，$g(t)$ を $f[-1]$, $f[0]$, $f[1]$ で表す関係式を得る．

3. 式 (2) より，$a(\frac{T}{2}) \neq 0$ であるから，$g(\frac{T}{2})$ を $a(\frac{T}{2})$ で割ることにより，$f(\frac{T}{2})$ を $f[-1], f[0], f[1]$ のみから，近似なしに求めることができる．

この考えは正しいか．正しい場合には，式 (1) と異なり，$f(\frac{T}{2})$ が $f[-1]$, $f[0]$, $f[1]$ のみで表される理由を説明せよ．正しくない場合には，この方法がどのように誤っているかを説明せよ．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 2 問

図 1, 図 2 に示す演算増幅器回路に関する以下の問いに答えよ．ただし，用いられる演算増幅器はすべて理想的と仮定してよい．

(1) 図 1 の回路が安定に動作している．抵抗 R_2 に下向きに流れる電流 I_2 を，$V_{\rm in}$, R_1, R_2, C および $s \equiv j\omega$ の関数として求めよ．ただし s はラプラス変換の変数，j は虚数単位，ω は角周波数とする．

(2) 電圧 $V_{\rm in}$ の端子の入力インピーダンス（当該端子の入力電圧と入力電流の比）を R_1, R_2, C および $s \equiv j\omega$ の関数として求めよ．次に，C として $100\,\mu$F のコンデンサを用いたとき，この入力インピーダンスが 1 F のコンデンサと $1\,\Omega$ の抵抗の直列回路に見えるように R_1, R_2 を定めよ．

(3) 図 2 の回路は，二重シールド線と呼ばれる導線を通して，大きな信号源抵抗 $R_{\rm S}$ を有する信号源の電圧 $V_{\rm S}$ を出力電圧 $V_{\rm out}$ として読み出す回路を示す．二重シールド線は，導線（心線）の周りを絶縁体をはさんだシールド用の導体で二重に覆った構造を有し，この回路に用いられたものは，心線とそのすぐ外側の中間シールド導体との全容量は C_1，中間シールド導体と最外側シールド導体との全容量は C_2 であった．スイッチ SW を 1 側に接続した状態で，$V_{\rm S}$ から $V_{\rm out}$ への伝達関数と遮断周波数を求めよ．ただし，信号源の周波数は十分低いため，二重シールド線のインダクタンスと抵抗はすべて無視できるものとする．

(4) 図 2 の回路のスイッチ SW を 2 側に接続した状態で，$V_{\rm S}$ から $V_{\rm out}$ への伝達関数と遮断周波数を求めよ．スイッチ SW が 1 に接続される場合と 2 に接続される場合を比較しながら，この回路における演算増幅器 OP の能動（エネルギーを発する）素子としての役割を説明せよ．

【次のページへ続く】

【第２問の続き】

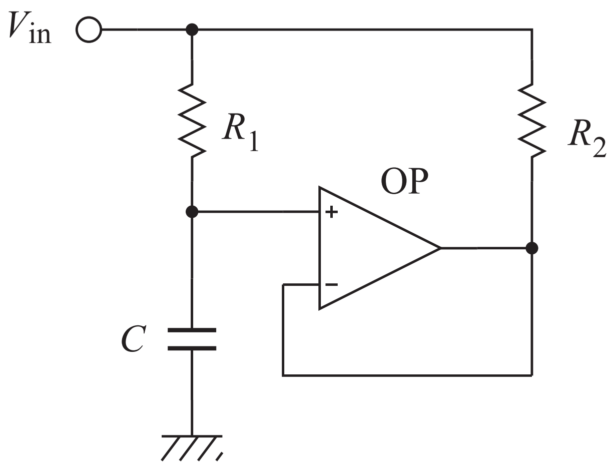


図１

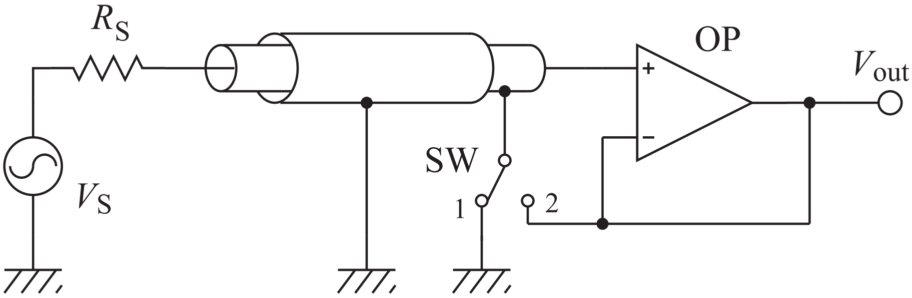


図２

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 3 問

図１と図２で表される２つの線形時不変系を考え，u から y_1 までの伝達関数を $G_1(s)$，u から y_2 までの伝達関数を $G_2(s)$ とする．ただし，$T > 0,\ L > 0$ を仮定する．このとき，以下の問いに答えよ．

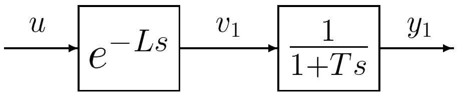


図１： $G_1(s)$

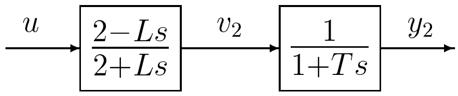


図２： $G_2(s)$

(1) $G_1(s)$ と $G_2(s)$ の周波数特性 $G_1(j\omega),\ G_2(j\omega)$ に関し，以下の問いに答えよ．

(1a) ゲイン特性に関する

$$|G_1(j\omega)| \ \boxed{}\ |G_2(j\omega)| \quad ; \quad {}^\forall \omega \geq 0$$

の関係式が成立するように $\boxed{}$ の中を以下の４つの記号のいずれかで埋めよ．また，その理由を述べよ．

$>$，$=$，$<$，?? (前の３つの記号のいずれにも該当しない)

(1b) $L = 2,\ T = 10$ と置き，$G_2(s)$ のボード線図（ゲイン曲線）の概要を描け（周波数帯域を適切に設定し，それらの特性を表す重要な値に関しては明記せよ）．また，

$$\lim_{\omega \to +\infty} \angle G_2(j\omega)$$

を求めよ．ただし，$\angle G_2(j\omega)$ は $G_2(j\omega)$ の位相を表す．

(2) $\begin{bmatrix} y_2(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$ を状態ベクトル $x(t)$ として，$G_2(s)$ の状態空間実現を示せ．ただし，$z(t)$ は任意に設定してよい．

(3) 図３のブロック線図で表される直結フィードバック制御系を考え，$P(s) = G_2(s)$，$K(s) = k/s$ （k は定数）とし，$T = 1$ を仮定する．このとき，このフィードバック制御系の安定条件を k と L が満たすべき条件として求めよ．また，$L > 0$ が大きいほどフィードバック制御系を安定化する k が取り得る範囲が狭くなることを示せ．

【次のページへ続く】

【第 3 問の続き】

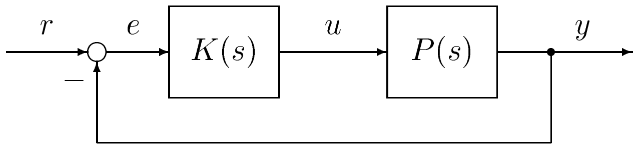


図３： 直結フィードバック制御系

(4) 図３の直結フィードバック制御系において，$P(s) = G_1(s)$ あるいは $P(s) = G_2(s)$ と置き, $K(s) = k$（定数）とする．このとき，以下の２つの主張 (4a) と (4b) が正しいかどうかをそれぞれ判定せよ．正しい場合にはその証明を与え，正しくない場合にはその理由を説明せよ．

(4a) $0 < k < 1$ と設定する．このとき，任意の $L > 0$ に対して，その k と $P(s) = G_1(s)$ で構成されるフィードバック制御系は安定である．

(4b) ある $L > 0$ が存在して，任意の $k > 0$ に対して，その k と $P(s) = G_2(s)$ で構成されるフィードバック制御系を安定にすることができる．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 4 問

図 1 にあるように，無重力下の x–y 平面内で回転できるリンク 1, 2 と動かない壁からなる系を考える．各リンクおよび壁は関節を介して互いに接続され，各リンクは関節の中心を軸として回転できる．各関節にはモータにより，それぞれ τ_1, τ_2 のトルクを与えることができる．このようなリンク系では，軌道計画として時間 $0 \le t \le T$ における所望の関節角 $\theta_i(t)$, $i = 1, 2$ を与えると，それを実現するトルク $\tau_i(t)$, $0 \le t \le T$, $i = 1, 2$ を順序よく求めることができる．これに関する以下の問いに答えよ．ただし次を仮定する．各リンク i は剛体で質量が無視できる長さ ℓ_i の棒であり，各関節 i は質量 m_i の質点で摩擦なく回転できる．$\theta_1(t)$ と $\theta_2(t)$ の時間変化は十分なめらかとする．関節 1 の位置を座標の原点とする．リンク同士あるいはリンクと壁の衝突は考慮しなくてもよい．

(1) まず図 1 と同じ条件下の図 2 のリンク系を考える．以下の問いに答えよ．

(a) 関節 2 の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}_2(t)$ とする．$\theta_1(t), \dot{\theta}_1(t), \ddot{\theta}_1(t)$ の全てまたは一部を用いて，関節 2 の加速度ベクトル $\ddot{\boldsymbol{r}}_2(t)$ を求めよ．

(b) 関節 1 に与えるべきトルク $\tau_1(t)$ および関節 1 においてリンク 1 が壁から受ける力ベクトル $\boldsymbol{f}_1(t)$ を，$\theta_1(t), \dot{\theta}_1(t), \ddot{\theta}_1(t)$ の全てまたは一部を用いて，それぞれ求めよ．

(2) 次に図 1 のリンク系について，関節 i の加速度ベクトルを $\ddot{\boldsymbol{r}}_i(t)$, リンク i が関節 i で受ける力ベクトルとトルクをそれぞれ $\boldsymbol{f}_i(t)$, $\tau_i(t)$ とする．また $\theta_i(t)$, $\dot{\theta}_i(t)$, $\ddot{\theta}_i(t)$ $(i = 1,\ 2)$ をまとめて $\boldsymbol{\Theta}(t)$ と表す．各リンク i $(i = 1,\ 2)$ について以下の関係式

$$\begin{aligned}
\ddot{\boldsymbol{r}}_{i+1}(t) &= \boldsymbol{a}_i(\ddot{\boldsymbol{r}}_i(t), \boldsymbol{\Theta}(t)) \\
\boldsymbol{f}_i(t) &= \boldsymbol{b}_i(\boldsymbol{f}_{i+1}(t), \tau_{i+1}(t), \ddot{\boldsymbol{r}}_{i+1}(t), \boldsymbol{\Theta}(t)) \\
\tau_i(t) &= c_i(\boldsymbol{f}_{i+1}(t), \tau_{i+1}(t), \ddot{\boldsymbol{r}}_{i+1}(t), \boldsymbol{\Theta}(t))
\end{aligned}$$

が与えられていると仮定すると (図 3 参照)，それらを順序立てて用いることにより $\boldsymbol{\Theta}(t)$ から $\tau_1(t)$, $\tau_2(t)$ を求めることができる．その手順を説明せよ．

(3) 図 1 のリンク系について具体的に $\boldsymbol{a}_i$, $\boldsymbol{b}_i$, c_i, $i = 1,\ 2$ を求めよ．ただし必ずしも全ての引数を用いる必要はない．

【次のページへ続く】

【第4問の続き】

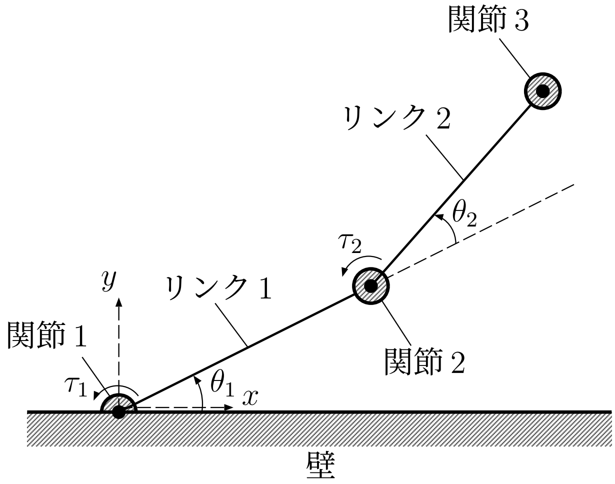


図1

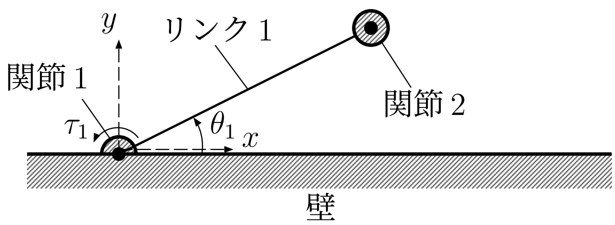


図2

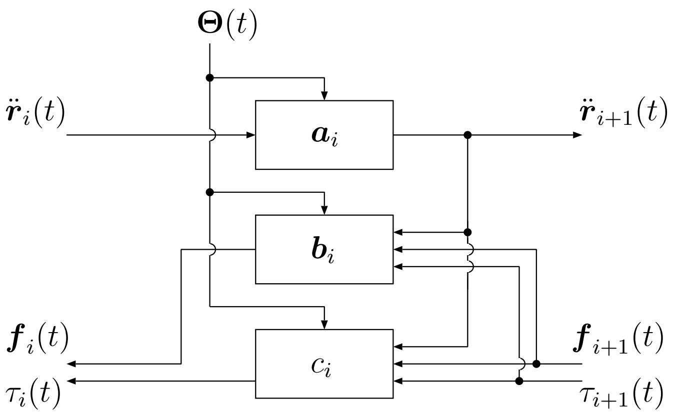


図3

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 5 問

図１に示す，命令長 8 ビットの命令を実行するプロセッサがある．このプロセッサはバイトアドレッシングを採用し，扱うデータは 8 ビット，アドレス空間は 256 バイトである．データパスは図２，命令実行制御は図３の状態遷移図で与えられる．このプロセッサ上で、１次元配列の各要素（8 ビット）に定数を加算する処理を行いたい．以下の問いに答えよ．

(1) 図３において, 初期状態は STATE0 であり全ての命令の実行はこの状態から開始される．各状態では，記されているレジスタ間またはレジスタとメモリ間の処理が１サイクルで行われる．たとえば，上位 4 ビットが 0011 である（図１参照）store-A 命令を実行すると，STATE1 の後は STATE4 に遷移するため，この命令は STATE0，STATE1，STATE4 の順に計 3 サイクルで実行される．図３において空欄となっている STATE6 と STATE8 で行うべき処理を示せ.

(2) 上記の処理を実現するため，図４に示すアセンブリ言語プログラムを作成した．このプログラムでは，加算される定数，配列の最初の要素のアドレス，配列の最後の要素のアドレス，はあらかじめメモリの 0 番地，1 番地，2 番地にそれぞれおかれている. 図４の空欄１と空欄２に入る命令を答えよ.

(3) メモリの 1 番地と 2 番地の内容がそれぞれ 8 と 63（いずれも 10 進数）であるとき，図４のプログラムの実行に要するサイクル数を求めよ.

(4) 新規命令の追加，命令実行制御の変更，プログラムの変更，の中から 1 つ以上の手法を用いて処理を高速化し，配列長が同じ場合に処理に要するサイクル数を 10%以上短縮したい．変更する部分を，図１，図３，図４にならって全て明示し，所要サイクル数の短縮率を示せ．ただし，データパスは変更できず，レジスタ間およびレジスタとメモリ間の処理には１サイクルを要するとする．また，図３に示すように，命令実行制御においては，各状態における処理では条件判定を行えず，状態遷移時の条件判定では遷移前の状態における処理結果を用いることはできないものとする.

【次のページへ続く】

【第 5 問の続き】

（図は次ページ以降に掲載しています）

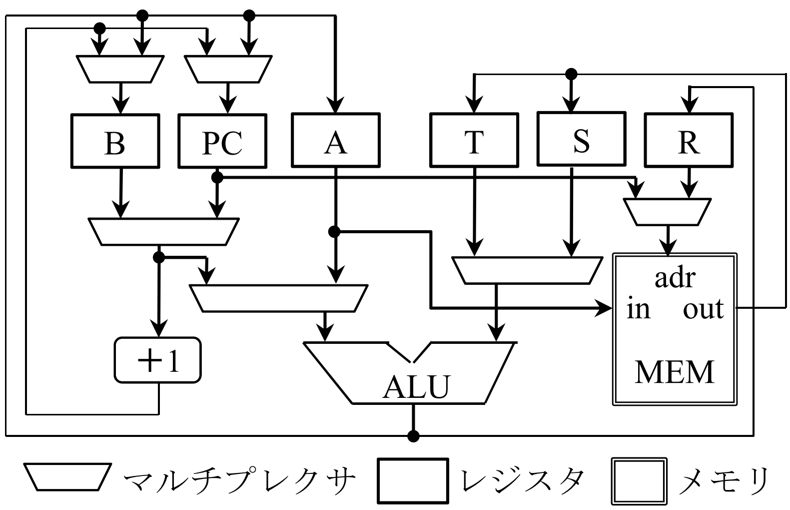
【次のページへ続く】

【第 5 問の続き】

命令の種類	7	6	5	4	3	2	1	0	命令の意味
load-A offset	0	0	1	0	offset				A←MEM[B＋offset], PC←PC＋1
load-B address	1	1	1	address					B←MEM[address], PC←PC＋1
store-A offset	0	0	1	1	offset				MEM[B＋offset]←A, PC←PC＋1
add-A address	1	0	0	address					A←A＋MEM[address], PC←PC＋1
sub-A address	1	0	1	address					A←A－MEM[address], PC←PC＋1
sub-B address	1	1	0	address					A←B－MEM[address], PC←PC＋1
inc-B	0	0	0	0	0	0	0	0	B←B＋1, PC←PC＋1
bne relative	0	1	0	relative					**if** (A≠0) PC←PC＋1＋relative **else** PC←PC＋1

注：A, B はレジスタ，PCはプログラムカウンタ，MEMはメモリを表す

図 1

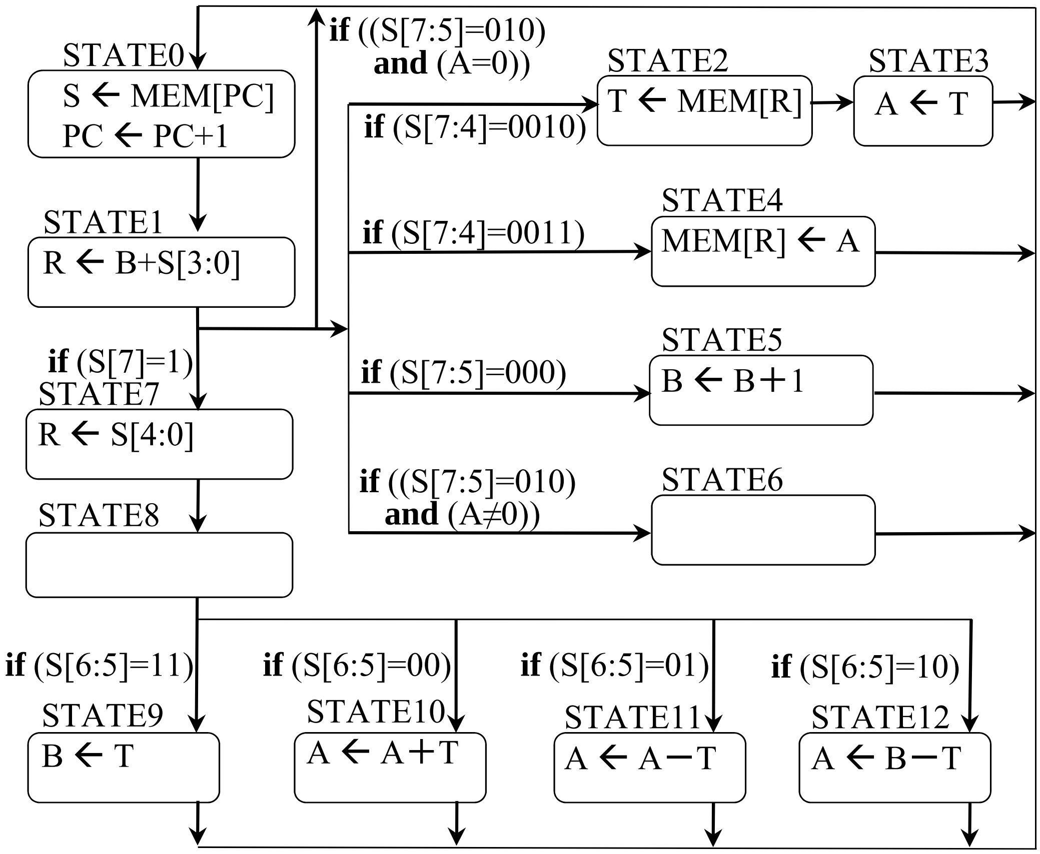


注：ALUはマルチプレクサの動作も行う

図 2

【次のページへ続く】

【第 5 問の続き】



注：例えばS[7:5]はSの第7ビットから第5ビットまでの3ビットを表す

図３

```
load-B   1      ; 配列の最初の要素のアドレスを B に入れる
load-A   0      ; 配列の値を A に入れる
空欄 1          ;
store-A  0      ; 結果を配列に戻す
空欄 2          ;
inc-B           ; B の値を 1 増やす
bne     －6     ; 条件成立時に “load-A　0” 命令へ分岐する
```

注：各命令の引数は全て 10 進数である

図４

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 6 問

(1) 状態 1,2 の 2 つの状態を取り得る確率的な有限状態機械がある．この機械ははじめに状態 1 にあって，状態 1 からは状態 2 へ確率 0.3 で遷移するか，あるいは状態 1 に確率 0.7 で遷移 (自己遷移あるいは滞留とも言う) する．状態 2 からは状態 1 へは遷移しない．このような状態遷移のたびに，遷移先の状態から，数値が確率的に出力される．状態 1 からは数値 0, 1 がそれぞれ確率 0.4, 0.6 で出力される．状態 2 からは各時刻に数値 0, 1 がそれぞれ確率 0.6, 0.4 で出力される．この機械が数値列 $0, 1, 0$ を出力しかつ状態 2 にある確率を求めよ．

(2) 状態 1,2 の 2 つの状態を取り得る確率的な有限状態機械がある．この機械ははじめに状態 1 にあって，状態 1 からは状態 2 へ確率 p で遷移するか，あるいは状態 1 に確率 $1-p$ で遷移 (自己遷移あるいは滞留とも言う) する．状態 2 からは状態 1 へは遷移しない．このような状態遷移のたびに，遷移先の状態から，数値が確率的に出力される．状態 1 からは数値 0, 1 がそれぞれ確率 $q, 1-q$ で出力される．状態 2 からは各時刻に数値 0, 1 がそれぞれ確率 $1-q, q$ で出力される．この機械が数値列 $0, 1, 0$ を出力したとき，状態 2 にある確率が状態 1 にある確率より高くなるようにするための p, q の関係を簡単な形で答えよ．

(3) 長さがそれぞれ $l, m, n > 0$ であるような 3 つの数値列 $\{x[1], x[2], \cdots, x[l]\}$, $\{y[1], y[2], \cdots, y[m]\}$, $\{z[1], z[2], \cdots, z[n]\}$ がある．それぞれに対してポインタ $i, j, k > 0$ があり，時刻 $t = 1$ では $i = j = k = 1$ で，時刻 $t = 1$ から $t = l + m + n - 2$ までの各時刻で，i, j, k のいずれか 1 つだけ 1 増やす．時刻 $t = l+m+n-2$ では $i = l, j = m, k = n$ である．時刻 t でのポインタ位置がそれぞれ i, j, k であるときの $x[i], y[j], z[k]$ の間の差の 2 乗和 $D[t] = d[i, j, k] = (x[i]-y[j])^2 + (y[j]-z[k])^2 + (z[k]-x[i])^2$ を時刻 t における距離と呼ぶことにする．あらかじめすべての i, j, k についての距離 $d[i, j, k]$ を計算し記憶してあるものとして，すべての時刻 $t = 1, 2, \cdots, l+m+n-2$ での距離の総和が最小になるようなポインタの進め方はどのように決定すれば良いか．その決定法として距離和計算回数が少なくて済むアルゴリズムを説明し，その距離和計算回数を答えよ．

【次のページへ続く】

【第 6 問の続き】

(4) 長さが それぞれ $l, m > 0$ であるような 2 つの数値列 $\{x[1], x[2], \cdots, x[l]\}$, $\{y[1], y[2], \cdots, y[m]\}$ がある．但し，$l < m < 2l$ とする．それぞれに対してポインタ i, j があり，時刻 $t = 1$ では $i = j = 1$ で，時刻 $t = 1$ から $t = l$ までの各時刻で，i を 1，j を 1 あるいは 2 増やす．時刻 $t = l$ では $i = l, j = m$ である．時刻 t でのポインタ位置がそれぞれ i, j であるときの $x[i], y[j]$ の間の差の 2 乗 $D[t] = d[i, j] = (x[i] - y[j])^2$ を時刻 t における距離と呼ぶことにする．あらかじめすべての i, j についての距離 $d[i, j]$ を計算し記憶してあるものとして，すべての時刻 $t = 1, 2, \cdots, l$ での距離の総和が最小になるようなポインタの進め方はどのように決定すれば良いか．その決定法として距離和計算回数が少なくて済むアルゴリズムを説明し，その距離和計算回数を答えよ．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 7 問

図 1 のように高さ $2h$，幅 $2h$，奥行き d の均質な直方体から直径 $2h$，軸の長さ d の円柱をくり抜き，後に残る 4 個の物体（A1，A2，B1，B2）を 2 個ずつ接着して台 A と台 B を作る．台 A と台 B は同じ形状で，どちらの質量も M であり，距離 c だけ離して水平で滑らかな床の上に平行に置かれている．図 2 は円柱の軸に垂直で台 A，台 B の重心を含む平面 W での断面図である．質量 m（$M > m$）の質点 P と台 A，台 B の運動について，重力加速度を g として以下の問いに答えよ．ただし，質点 P は常に平面 W 上にあるものとする．また台 A，台 B，質点 P，床の相互の間の摩擦は無視できる．

(1) 図 3 のように時刻 t_0 において質点 P が高さ h の位置で台 A と接しており，運動を開始する．質点 P，台 A，台 B の初速度はいずれも 0 である．質点 P は床に達するまでの間，台 A の右側面から離れることなく運動した．質点 P が床に達する時刻 t_1 における質点 P の水平方向の速度 v_1 を求めよ．また，時刻 t_0 から時刻 t_1 までの間に質点 P がどのような軌道の上を運動するかを求め，床に固定した座標軸を用いて図示せよ．

(2) この後，質点 P は床の上を運動して時刻 t_2 に台 B に達し，再び床に達する時刻 t_3 までの間，台 B の左側面から離れることなく運動した．時刻 t_2 から時刻 t_3 までの間で, 質点 P が到達する最も高い位置の床からの高さを求めよ．

(3) この後，質点 P は床の上を運動して時刻 t_4 に台 A に達し，再び床に達する時刻 t_5 までの間，台 A の右側面から離れることなく運動した．時刻 t_5 において，質点 P の水平方向の速度を（時刻 t_0 以降に質点 P は台 A を計 2 回下りているので）v_2 と呼び，台 A の水平方向の速度を a_2，台 B の水平方向の速度を b_2 と呼ぶ．以降同様に，質点 P が台 B を時刻 t_0 以降に計 $n-1$ 回上って下り，台 A を時刻 t_0 以降に計 n 回上って下りた（上った回数は初回の分少ないので正確には計 $n-1$ 回）として，床に達した時刻での水平方向の速度を v_n，台 A の水平方向の速度を a_n，台 B の水平方向の速度を b_n と呼ぶこととする．$\boldsymbol{V}_n = (v_n \quad a_n \quad b_n)^{\mathrm{T}}$ として，$\boldsymbol{V}_n = \boldsymbol{K}\,\boldsymbol{V}_{n\text{-}1}$ とした場合，3×3 行列 $\boldsymbol{K}$ を M，m，g，h，c を用いて表せ（必ずしも全て用いる必要は無い）．

【次のページへ続く】

【第 7 問の続き】

(4) 台 B だけを床に固定したとすると時刻 t_0 以降の質点 P，台 A，台 B の三者の全体の重心の水平方向の運動はどのようになるか，問い(1)，(2)，(3)のように固定しなかった場合と比較しながら定量的に説明せよ. ただし質点 P が台 B と接触している間の重心の運動については，説明しなくてよい.

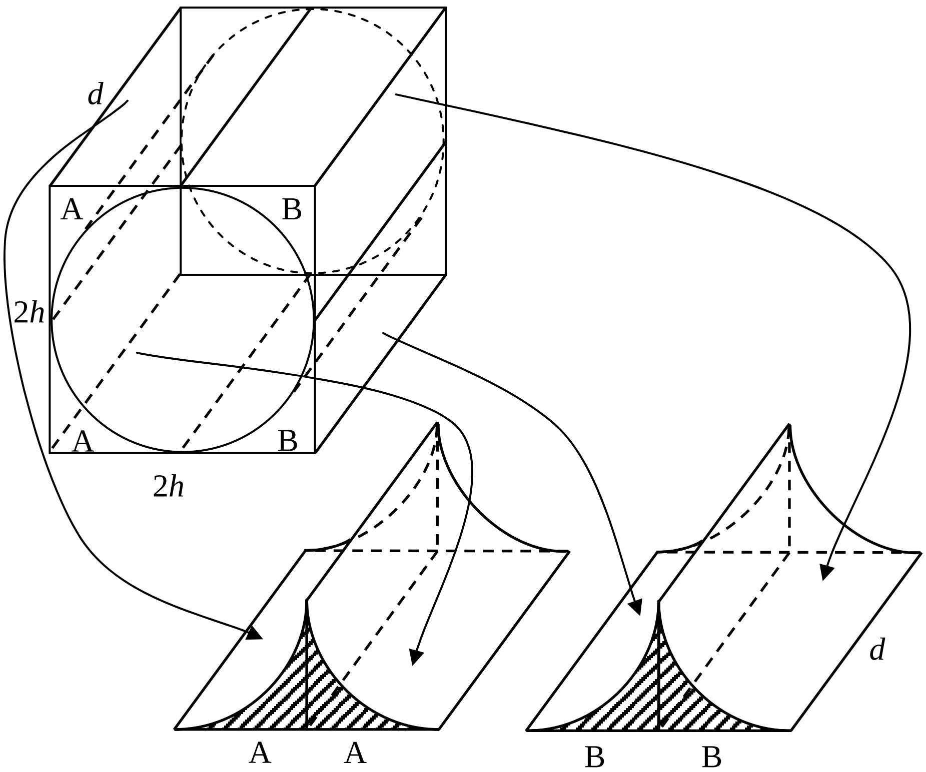


図 1

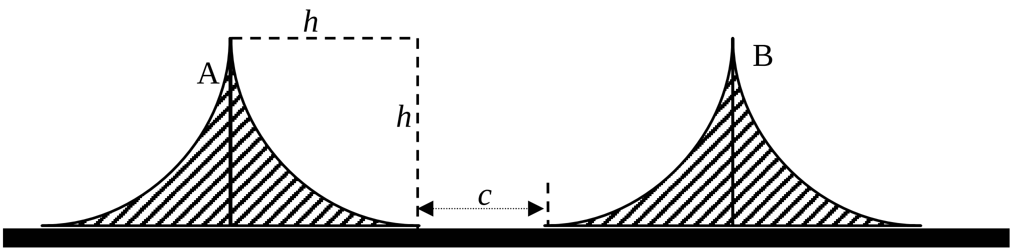


図 2

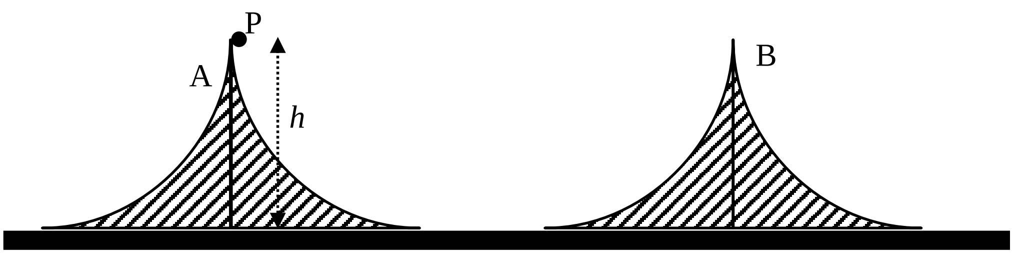


図 3

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 8 問

図１のように，$+z$ 方向を向く磁束密度 B の一様な静磁場の中で，L 字型の剛体棒 P が z 軸のまわりを角速度 ω で回転している. 周囲を取り囲む円形リング Q は静止しており，P および Q は電気抵抗の無視できる導体でできている．図２には P，Q の断面図と，P，Q を含む電気回路が示されている．P の一方の端から屈曲部までの部分は z 軸と重なっており、もう一方の端から z 軸までの距離は a である．P と Q の間の微小間隙 G は導電性の液体で満たされており，その液体による P-Q 間の電気抵抗を R とする. 必要ならば次の「詳細な仮定」を参照し，その下の問いに答えよ.

詳細な仮定：
配線と P は接触抵抗の無視できるブラシで接続され，配線は回転しない．また系のどの部分も光速に比べ十分低速で運動し，P を流れる荷電粒子の質量，周囲の空気や間隙 G の液体の粘性，P の支持部（図１には書かれていない）における摩擦, P-Q 間の静電容量および電流経路のインダクタンスは無視できるものとする.

(1) スイッチ S がオフ状態（端子１にも２にも接続されない状態）にある．静止した座標系でみると，P の内部には ω に比例した電場が生じている．その方向と大きさ E を，z 軸から観測点までの距離 r を用いて答えよ.

(2) スイッチ S が端子１に接続されている．間隙 G を横切って P から Q へと流れる電流 I を求めよ.

(3) スイッチ S が端子１に接続されている．一様磁場によって P が受ける z 軸まわりの力のモーメント（トルク）を求めよ．ただし電流によって発生する磁場の影響は考慮しなくてよい.

(4) 時刻 $t < 0$ において $\omega = 0$ とし, $t = 0$ においてスイッチ S を端子２に接続して電圧 V_0 を印加する．$t > 0$ における角速度 $\omega(t)$ を式で表せ．ただし P の z 軸まわりの慣性モーメントを M とする.

【次のページへ続く】

【第 8 問の続き】

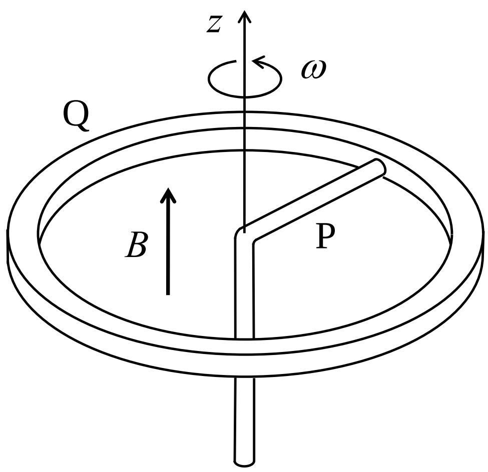


図 1

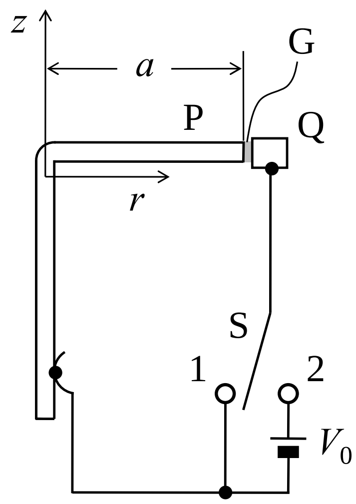


図 2

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）