

# 平成 29 年度大学院博士前期課程入学試験

## 大阪大学大学院工学研究科 電気電子情報工学専攻

### 基礎科目試験問題

(実施時間 9 : 3 0 ~ 1 2 : 3 0)

#### 【注 意 事 項】

1. 問題用紙は、この表紙や白紙を除いて 1 2 頁ある。解答開始の指示があるまで開いてはいけない。解答開始後、落丁や不鮮明な箇所等があった場合は、手を挙げて監督者にその旨を伝えること。
2. 試験問題は、「数学 1」、「数学 2」、「数学 3」、「数学 4」、「数学 5」、「電磁理論 1」、「電磁理論 2」、「電気電子回路 1」、及び、「電気電子回路 2」の 9 題\*あり、この順番に綴じられている。このうち、5 題を選択し解答すること。但し、選択すべき試験問題は、受験コース毎に下表のように規定されている。

3.

受験コース名	選択すべき試験問題
電気工学コース	「数学 1」、「数学 2」、「数学 3」、「数学 4」、「数学 5」の 5 題から 3 題、及び、「電磁理論 1」、「電磁理論 2」、「電気電子回路 1」、「電気電子回路 2」の 4 題から 2 題、合計 5 題を選択すること
電子工学コース	
情報通信工学コース	9 題（上記*印）から 5 題選択すること

4. 解答開始前に、別紙の「基礎科目試験問題選択票」に記載の注意事項も読んでおくこと。
5. 問題用紙は持ち帰ってもよい。

【数学 1】 解答は、白色（1 番）の解答用紙に記入すること。

$X_n$  を  $n \times n$  の実行列 (real matrix) とし、その  $(i, j)$  要素 ( $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$ ) が  $(-1)^{(i+j)}$  で与えられるものとする。また、行列  $X_n$  の特性多項式 (characteristic polynomial) を、 $n \times n$  の単位行列 (identity matrix)  $I_n$  を用いて、 $\varphi_n(\lambda) = \det(\lambda I_n - X_n)$  と表すものとする。このとき、以下の設問 (a)~(d) に答えよ。

- (a) 行列  $X_2, X_3$  に対する  $\varphi_2(\lambda), \varphi_3(\lambda)$  および固有値 (eigenvalue) とその固有値に対する固有ベクトル (eigenvector) をすべて求めよ。ただし、固有値が多重根として求まるときは、その固有値に対する一次独立な (linearly independent) 固有ベクトルをすべて求めること。

- (b) 任意の整数  $n \geq 2$  に対し、

$$\varphi_n(\lambda) = \lambda \varphi_{n-1}(\lambda) - \lambda^{n-1}$$

が成り立つことを示せ。

- (c) 設問 (b) の結果を利用して、 $\varphi_n(\lambda)$  を  $n$  と  $\lambda$  を用いて表せ。また、 $X_n$  の異なる固有値をすべて求め、非零 (non-zero) の固有値に対する固有ベクトルを求めよ。

- (d)  $n$  次元実ユークリッド空間 (real Euclidean space)  $\mathbb{R}^n$  の任意のベクトル  $x$  は、互いに直交する長さ 1 の  $n$  個のベクトル  $u_k \in \mathbb{R}^n$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) を用いて、 $x = \sum_{k=1}^n (u_k^\top x) u_k$  と表すことができる。なお、 $\top$  は転置を表す。この事実を利用して、任意の  $x$  に対する  $(X_n)^n x$  を、設問 (c) で求めた非零の固有値に対する固有ベクトルおよび  $n, x$  を用いて表せ。

【数学2】 解答は、赤色(2番)の解答用紙に記入すること。

- (a) 複素平面 (complex plane,  $z=x+iy$ ) において、図1に示すように原点  $O$  から  $z_1 (=1+i)$  に至る積分経路 (paths of integration)  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  をとり、 $x$  と  $y$  の関係を各々以下のように定義する。

$$C_1: y = \sin(\pi x/2)$$

$$C_2: y = x$$

$$C_3: y = x^2$$

以下の設問 (a-1), (a-2) に答えよ。

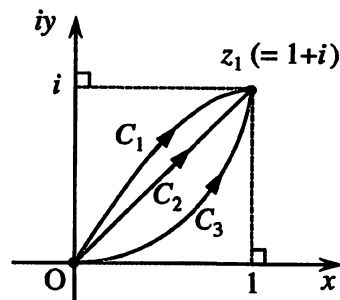


図 1

- (a-1) コーシー・リーマンの関係式 (Cauchy-Riemann relations) を考慮して、式(1)の積分の値 (integrated value) を求めよ。

$$\int_{C_1} z \, dz \quad (1)$$

- (a-2) 式(2)の積分の値を求めよ。ただし、 $\bar{z}$  は  $z$  の複素共役 (complex conjugate) である。

$$\int_{C_3} (\bar{z} - 1) \, dz \quad (2)$$

- (b) 式(3)の微分方程式 (differential equation) の特殊解 (particular solution) を  $f_1(t)$  とするとき、 $f_1(t)$  は式(4)で表すことができるものとする。ただし、 $t, \omega$  は実変数 (real variables) とする。

$$\frac{d^2}{dt^2} f(t) - f(t) = \sin t \quad (3)$$

$$f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\omega) \exp(i\omega t) \, d\omega \quad (4)$$

ここで、

$$F_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) \exp(-i\omega t) \, dt \quad (5)$$

である。以下の設問 (b-1) ~ (b-3) に答えよ。

- (b-1) 次式を証明せよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(\omega_0 t) \exp(-i\omega t) \, dt = i\pi [\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)] \quad (6)$$

ここで、 $\delta(\omega)$  はデルタ関数 (delta function) を表し、

$$\delta(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega t) \, dt$$

である。

- (b-2) 式(3)と式(6)から、式(5)で与えられる  $F_1(\omega)$  を求めよ。

- (b-3)  $F_1(\omega)$  を式(4)に代入して積分を計算し、 $f_1(t)$  を求めよ。

【数学3】 解答は、青色(3番)の解答用紙に記入すること.

周期  $\pi$  をもつ、連続(continuous)な周期関数(periodic function) $f(x)$ の1階導関数(first derivative)が、区分的に連続(piecewise continuous)であるとき、 $f(x)$ は、次のフーリエ級数(Fourier series)

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos 2nx + b_n \sin 2nx)$$

で表される. 以下の設問(a)~(d)に答えよ.

(a) 次の定積分(definite integral)を、 $a_0$ ,  $a_n$ ,  $b_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を用いて導出せよ.

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{f(x)\}^2 dx$$

(b) 周期関数 $g(x)$ が次のように与えられるとき、 $g(x)$ のグラフを  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$  にわたって図示せよ. また、 $g(x)$ の1階導関数が区分的に連続であることを示せ.

$$g(x) = \cos x \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

$$g(x + \pi) = g(x)$$

(c) 設問(b)で与えられた周期関数 $g(x)$ のフーリエ級数を示せ.

(d) 設問(a)および設問(c)の結果を利用して、次の無限級数(infinite series)の和  $S$  を求めよ.

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4n^2 - 1}\right)^2$$

【数学4】 解答は、黄色（4番）の解答用紙に記入すること.

$(0, +\infty)$  で定義されている関数  $f(t)$  のラプラス変換 (Laplace transform)  $\mathcal{L}[f(t)](s) = F(s)$  が存在するとき、以下の設問 (a)~(d) に答えよ.

(a) 次式を証明せよ.

$$\mathcal{L}[tf(t)](s) = -\frac{d}{ds}F(s)$$

(b) 設問 (a) の関係を利用し、 $t^2f(t)$  のラプラス変換を  $F(s)$  を含む式で表せ.

(c) 次の関数  $f(t)$  のラプラス変換  $F(s)$  を求めよ.

$$f(t) = \frac{1 - \cos t}{t^2}$$

ただし、初期値定理 (initial value theorem) より  $F(s)$  は次の関係を満たしている.

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} sF(s) = \lim_{t \rightarrow +0} f(t) = \frac{1}{2}$$

(d) 次の積分の値を求めよ.

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - \cos t}{t^2} dt$$

【数学 5】解答は、水色（5 番）の解答用紙に記入すること。

ある工場で生産される機械は、稼働させてから故障するまでの時間が未知の平均 (mean)  $1/\lambda$  ( $\lambda > 0$ ) をもつ指数分布 (exponential distribution) に従うことが知られている。故障するまでの平均時間を推定するために、この工場で生産された  $n$  台 ( $n \geq 2$ ) の機械を無作為に選び、それらを同時に稼働させ、 $i$  番目 ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) に故障した機械が稼働していた時間  $X_{n,i}$  を計測する。ただし  $2 \leq m \leq n$  である。定義より、確率 1 で  $0 < X_{n,1} < X_{n,2} < \dots < X_{n,m}$  が成立し、 $m$  台の機械が故障した時点において、残りの  $n - m$  台の機械はまだ故障せず、稼働中である。

上記の手順によって計測された故障を起こすまでの稼働時間  $X_{n,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) を用いて、平均  $1/\lambda$  に対する推定量 (estimator)  $W_{n,m}$  を

$$W_{n,m} = a_{n,1}X_{n,1} + a_{n,2}X_{n,2} + \dots + a_{n,m}X_{n,m} \quad (1)$$

と定義する。ただし、 $a_{n,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) は実数 (real number) である。 $W_{n,m}$  の平均  $E[W_{n,m}]$  が  $1/\lambda$  となり、かつ  $W_{n,m}$  の分散 (variance)  $\text{Var}[W_{n,m}]$  が最小となるように  $a_{n,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) を定めたい。以下の設問 (a)~(d) に答えよ。

- (a) 平均  $1/\lambda$  をもつ指数分布の分散を求めよ。ただし、平均  $1/\lambda$  をもつ指数分布の確率分布関数 (probability distribution function)  $F(x)$  ( $x \geq 0$ ) は  $F(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$  で与えられる。
- (b)  $Y_{n,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) を次式で定義する。

$$Y_{n,1} = X_{n,1}, \quad Y_{n,i} = X_{n,i} - X_{n,i-1} \quad (i = 2, 3, \dots, m)$$

$Y_{n,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) の確率分布関数  $F_{n,i}(x) = \Pr(Y_{n,i} \leq x)$  ( $x \geq 0$ ) を求めよ。なお、非負 (nonnegative) の値を取る連続な確率変数 (continuous random variable) の確率分布関数  $F(x)$  と確率密度関数 (probability density function)  $f(x)$  に対して成立する以下の式を用いても良い。

$$\frac{(n-1)!}{(i-1)!(n-i)!} \int_0^\infty F^{i-1}(y)f(y)(1-F(y))^{n-i}dy = \frac{1}{n} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

- (c) 設問 (b) で定義した  $Y_{n,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) は互いに独立な (mutually independent) 確率変数である。この事実を用いて、 $W_{n,m}$  の分散  $\text{Var}[W_{n,m}]$  を  $Y_{n,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) の分散  $\text{Var}[Y_{n,i}]$  と  $a_{n,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) を用いて表せ。
- (d) 式 (1) で定義された  $W_{n,m}$  の平均  $E[W_{n,m}]$  が  $1/\lambda$  となり、かつ  $W_{n,m}$  の分散  $\text{Var}[W_{n,m}]$  が最小となるように  $a_{n,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) を定めよ。なお、以下の不等式 (inequality) を用いても良い。

$$\left( \sum_{i=1}^m x_i^2 \right) \left( \sum_{i=1}^m y_i^2 \right) \geq \left( \sum_{i=1}^m x_i y_i \right)^2, \quad x_i, y_i > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

ただし、この不等式における等号 (equality) が成立するための必要十分条件 (necessary and sufficient condition) は、 $x_1/y_1 = x_2/y_2 = \dots = x_m/y_m$  である。

【電磁理論1】 解答は、桃色(6番)の解答用紙に記入すること。

解答用紙に①～②①の番号を記し、対応する以下の文中の空欄にあてはまる数式や数値、語句を解答用紙に記入せよ。ただし、⑤については適切な語句を選び、その記号を記せ。

真空中に電荷密度 $\rho$ の自由電荷が分布しており、これによって生じる電界中に任意に選んだ閉曲面 $S$ と $S$ によって囲まれる領域 $V$ について、電束に関するガウスの法則の積分表示は電界 $E$ 、真空の誘電率 $\epsilon_0$ 、および面 $S$ に垂直で外方を向く単位ベクトル $n$ を用いて

$$\boxed{\text{①}} \quad (1)$$

のように表される。

まず球状に分布する電荷によって生じる電界を考える。図1のように、真空中に電荷密度 $\rho$ の静止電荷が半径を $a$ とする球内に均一に分布している。この球状電荷分布の中心に球座標系 $(r, \theta, \phi)$ の原点 $O$ をとり、基本ベクトルをそれぞれ $i_r, i_\theta, i_\phi$ とする。

式(1)を用いると、球状電荷分布の内側および外側の電界 $E$ は、原点 $O$ からの距離を $r$ としてそれぞれ

$$E = \begin{cases} \boxed{\text{②}} & (r < a) & (2) \\ \boxed{\text{③}} & (r \geq a) & (3) \end{cases}$$

と求まる。

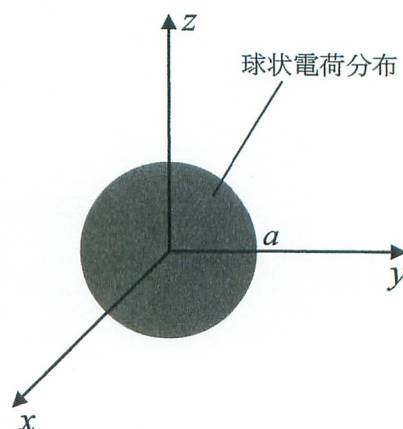


図1

次に、電界が存在する真空中に誘電体を置いた場合を考える。電界中に誘電体を置くと、誘電体を構成する分子における正および負の  $\boxed{\text{④}}$  電荷が電界によって力を受け、互いに逆方向にわずかに変位する。その結果、誘電体を置く前に比べ電界は  $\boxed{\text{⑤ (イ) 強め, (ロ) 弱め}}$  られる。

このような現象を誘電体の分極という。分子内で微小間隔をへだてて分布する正・負の電荷は  $\boxed{\text{⑥}}$  と

みなすことができ、その  $\boxed{\text{⑦}}$  の単位体積当りの密度 $P$ を分極ベクトルと呼ぶ。分極ベクトル $P$ が誘電体中の電界 $E$ に比例する場合には、  $\boxed{\text{⑧}}$  と呼ばれる $\chi_e (>0)$ を用いて $P = \epsilon_0 \chi_e E$ で表される。

ここで、図1に示す真空中の球状電荷分布が誘電体球殻に囲まれている系を考える。誘電体球殻は球状電荷分布と中心が一致しており、内径を $b (> a)$ 、外径を $c$ とする。この系を内部が見えるように模式的に表したものが図2である。誘電体球殻は等方・均質でその誘電率を $\epsilon$ とし、外部からの電荷は与えられていないものとする。また球状電荷分布の全電荷量を $Q$ とし、必要があれば $Q$ を用いて以下の問に答えよ。

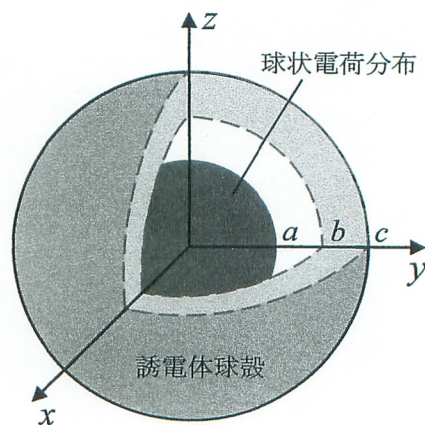


図2

物質中においては、式(1)は $\epsilon_0$ を物質の誘電率 $\epsilon$ に置き換えることで成立する。これから誘電体球殻中の電界 $E$ は

$$E = \boxed{\text{⑨}} \quad (b < r < c) \quad (4)$$

と求められる。一方、分極によって誘電体中の各点に生じる分極電荷密度 $\rho_p$ は、分極ベクトル $P$ を用いて

$$\rho_p = \boxed{\text{⑩}} \quad (5)$$

と表される。 $P = \epsilon_0 \chi_e E$ なる関係と式(4)を用いて式(5)を計算すると、

$$\rho_p = \boxed{\text{⑪}} \quad (b < r < c) \quad (6)$$

となる。また、誘電体球殻の内側および外側境界面上に現れる面分極電荷密度 $\xi_p$ は、それぞれ

$$\xi_p = \begin{cases} \boxed{\text{⑫}} & (r = b) \\ \boxed{\text{⑬}} & (r = c) \end{cases} \quad (7)$$

$$(8)$$

である。

ここで原点 $O$ を中心とする半径 $r$  ( $b < r < c$ )の球面をとると、この球面に囲まれる領域内の全電荷量は、 $Q$ を用いて $\boxed{\text{⑭}}$ とかける。結局、誘電体球殻中の電界 $E$ は、真空中において電荷量 $\boxed{\text{⑭}}$ の点電荷が球状電荷分布の代わりにその中心に存在する場合に生じる電界

$$E' = \boxed{\text{⑮}} \quad (b < r < c) \quad (9)$$

と全く同じとなる。式(4)の電界 $E$ と式(9)の電界 $E'$ を比較すると、

$$\chi_e = \boxed{\text{⑯}} \quad (10)$$

なる関係が導かれる。

また無限遠を基準とした電位 $\phi$ は、

$$\phi = \begin{cases} \boxed{\text{⑰}} & (r < a) \\ \boxed{\text{⑱}} & (a \leq r < b) \\ \boxed{\text{㉑}} & (b \leq r < c) \\ \boxed{\text{㉒}} & (r \geq c) \end{cases} \quad (11)$$

$$(12)$$

$$(13)$$

$$(14)$$

となる。



【電磁理論2】 解答は、緑色(7番)の解答用紙に記入すること。

解答用紙に①～⑫の番号を記し、対応する以下の文中の空欄にあてはまる数式や数値、語句を解答用紙に記入せよ。

[1] 有限の領域内に時間的に変化しない定常電流の分布が存在する。  
この電流分布によって生じ、全空間に蓄えられた静磁界のエネルギー  $W_m$  は、ベクトル・ポテンシャル  $A$  とこの静磁界を作る電流密度  $J$  を用いて、次のように表される。

$$W_m = \frac{1}{2} \oint A \cdot J dV \quad (1)$$

ただし、 $dV$  は微分体素である。

図1に模式的に示すような閉回路  $C$  を流れる、時間的に変化しない線電流  $I$  を考え、 $d\mathbf{l}$  は閉回路  $C$  に沿うベクトル微分線素とする。このとき静磁界のエネルギー  $W_m$  は電流  $I$  を用いて表すと、

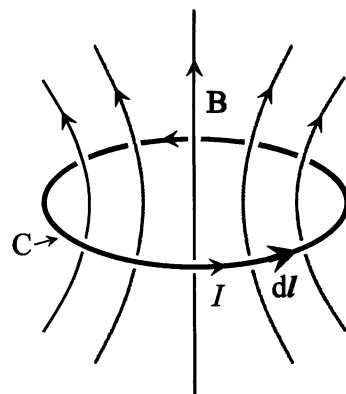


図1

$$W_m = \boxed{\text{①}} \quad (2)$$

となる。閉回路  $C$  を周辺とする任意の開いた曲面を  $S$  とし、この  $S$  を貫く全磁束  $\Phi$  を用いて式(2)を表すことを考える。ここで  $dS$  はその微分面素、 $\mathbf{n}$  は面  $S$  に垂直でかつ  $C$  に沿う線積分の方向と右ネジの関係にある単位ベクトル、 $\mathbf{B}$  は磁束密度とする。このとき  $\Phi$  は、

$$\Phi = \boxed{\text{②}} \quad (3)$$

と表される。磁束密度  $\mathbf{B}$  とベクトル・ポテンシャル  $A$  との関係式  $\boxed{\text{③}}$ ，およびストークスの定理を用いて式(3)を書き換えると、ベクトル・ポテンシャル  $A$  を用いて、

$$\Phi = \boxed{\text{④}} \quad (4)$$

と表される。以上の結果より  $W_m$  を  $\Phi$  で表すと、

$$W_m = \boxed{\text{⑤}} \quad (5)$$

となる。

[2] 閉回路 C に沿って流れる電流  $I$  を零から  $I_0 (>0)$  なる定常電流まで時間  $t$  に従って徐々に単調増加させる。これに対応して、C で囲まれた面 S を貫く磁束  $\Phi$  も時間  $t$  に従って零から  $\Phi_0 (>0)$  となる。これらの変化にともなって、閉回路 C に沿って電流  $I$  の増加を妨げようとする ⑥ が生じる。従って、閉回路 C の電流を零から  $I_0$  まで増加させるには、この ⑥ に抗して外部から仕事をする必要がある。この仕事に要した全エネルギーが静磁界のエネルギーとなって蓄えられる。

いま、面 S を貫く磁束が微小時間  $dt$  の間に  $d\Phi$  だけ変化するものとする。閉回路 C に誘起される ⑥ の大きさ  $V_F$  は、ファラデーの電磁誘導の法則により、

$$V_F = \text{⑦} \quad (6)$$

で与えられる。この ⑥ に抗して電流  $I$  を流すには、 $dt$  の間に外部から、

$$dW = \text{⑧} dt \quad (7)$$

なる仕事をしなければならない。従って、電流  $I$  を零から  $I_0$  まで増加させるために、外部からなすべき仕事の総量  $W$  を  $\Phi$  に関する積分で表すと、

$$W = \text{⑨} \quad (8)$$

となる。

閉回路 C の自己インダクタンスを  $L$  とする。閉回路 C に沿って流れる電流  $I$  と面 S を貫く磁束  $\Phi$  との間には、自己インダクタンスの定義より、⑩ なる関係があるから、この両辺を微分して式 (8) に代入すると、

$$W = \text{⑪} \quad (9)$$

のように、電流  $I$  に関する積分となる。この積分を実行して、

$$W = \text{⑫} \quad (10)$$

を得る。これは式 (5) に対応している。

## 専門用語の英訳

### 【電磁理論 1】

電荷密度	charge density
電界	electric field
閉曲面	closed surface
電束に関するガウスの法則	Gauss' law for electric flux
誘電率	permittivity, dielectric constant
球座標系	spherical coordinates
誘電体	dielectric material
分極	polarization
球殻	spherical shell
無限遠	infinite distance
電位	electric potential

### 【電磁理論 2】

定常電流	steady current
静磁界	static magnetic field
電流密度	current density
微分体素	differential volume element
体積分	volume integration
閉回路	closed loop circuit
微分線素	differential line element
右ねじの関係	right-handed screw rule
磁束密度	magnetic flux density
ストークスの定理	Stokes' theorem
ファラデーの電磁誘導の法則	Faraday's electromagnetic induction law
仕事	work, energy
自己インダクタンス	self inductance

【電気電子回路1】 解答は、灰色(8番)の解答用紙に記入すること。

図 1 に示す角周波数  $1 \text{ [rad/s]}$  の正弦波定常状態<sup>\*1</sup>にある回路についてつぎの問いに答えよ。ただし、 $L = 2 \text{ [H]}$ ,  $R = 1 \text{ [}\Omega\text{]}$ ,  $C = 1 \text{ [F]}$ , 電圧源の電圧フェーザ<sup>\*2</sup>を  $\dot{E} = j/\sqrt{2} \text{ [V]}$  とする。なお、フェーザは全て実効値<sup>\*3</sup>表示であり、 $j$  は虚数単位を表すものとする。

- (1) 端子対①-①'に現れる電圧フェーザ  $\dot{V}_{\text{out}}$  について、その振幅および  $\dot{E}$  に対する位相の値を求めよ。
- (2) 電流フェーザ  $\dot{I}$  の値を求めよ。
- (3) 端子対①-①'から見たテブナン等価回路<sup>\*4</sup>を考える。等価電圧源の電圧フェーザ  $\dot{E}_{\text{eq}}$ , および内部複素インピーダンス  $\dot{Z}_{\text{eq}}$  の値をそれぞれ求めよ。
- (4) 端子対①-①'に複素インピーダンス  $\dot{Z}_L$  の負荷を接続した。この負荷で消費される有効電力<sup>\*5</sup>を最大とする  $\dot{Z}_L$  およびその時の有効電力の値を求めよ。
- (5) 問い(4)で求めた  $\dot{Z}_L$  を2つの受動素子で構成し、その回路図と素子値を示せ。

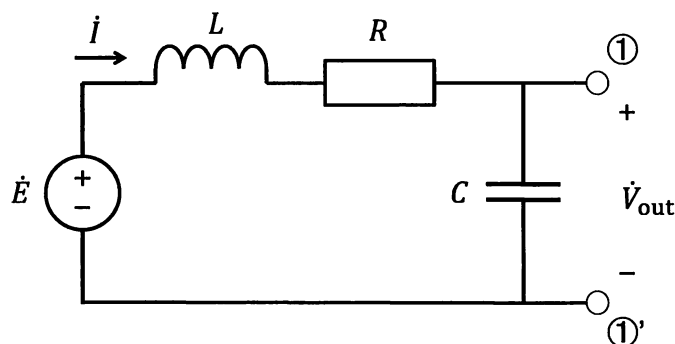


図 1

---

<sup>\*1</sup> 正弦波定常状態 : sinusoidal steady state

<sup>\*2</sup> フェーザ : phasor

<sup>\*3</sup> 実効値 : root-mean-square value

<sup>\*4</sup> テブナン等価回路 : Thévenin equivalent circuit

<sup>\*5</sup> 有効電力 : active power

【電気電子回路2】 解答は、だいたい色(9番)の解答用紙に記入すること。

図1に示す演算増幅器<sup>\*1</sup>を用いた回路について、下記の各問いに答えよ。ただし、演算増幅器単体の電圧利得<sup>\*2</sup>および入力インピーダンスは無限大、出力インピーダンスは零とする。また、回路は角周波数 $\omega$ の正弦波定常状態<sup>\*3</sup>にあり、2つの入力電圧のフェーザ<sup>\*4</sup>を $\dot{V}_1$ 、 $\dot{V}_2$ とし、出力電圧のフェーザを $\dot{V}_{out}$ とする。また、回路内の $\dot{Z}_1$ 、 $\dot{Z}_2$ 、 $\dot{Z}_3$ 、 $\dot{Z}_4$ はインピーダンスを表す。

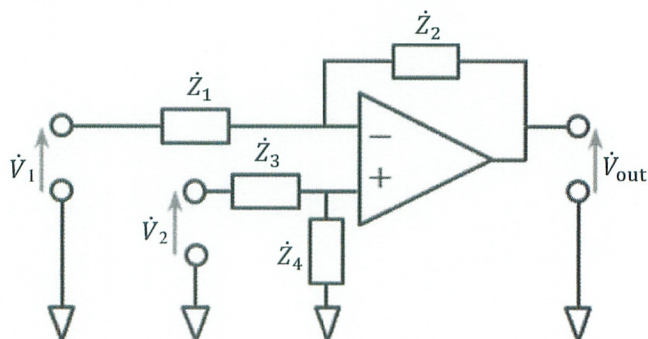


図1

- (1) 角周波数に関わらず、 $\dot{Z}_1$ 、 $\dot{Z}_4$ が無限大、 $\dot{Z}_2$ 、 $\dot{Z}_3$ が零であるとき、 $\dot{V}_{out}$ と $\dot{V}_2$ との関係を式で表せ。
- (2) 角周波数に関わらず、 $\dot{Z}_3$ が無限大、 $\dot{Z}_4$ が零、 $\dot{Z}_1$ 、 $\dot{Z}_2$ が正の実数であるとき、 $\dot{V}_{out}$ と $\dot{V}_1$ との関係を式で表せ。
- (3) 回路内のインピーダンスが $\dot{Z}_1=\dot{Z}_2=\dot{Z}_3=\dot{Z}_4$ を満足する正の実数であるとき、 $\dot{V}_{out}$ と $\dot{V}_1$ 、 $\dot{V}_2$ との関係を式で表せ。
- (4)  $\dot{Z}_1$ 、 $\dot{Z}_3$ が静電容量 $C$ のキャパシタ、 $\dot{Z}_2$ 、 $\dot{Z}_4$ が抵抗値 $R$ の抵抗器で実現されるとき、 $\dot{V}_{out}$ と $\dot{V}_1$ 、 $\dot{V}_2$ との関係を $C$ と $R$ を用いて式で表せ。
- (5)  $\dot{V}_2 = -\dot{V}_1$ であり、その時間領域での関数が $v_2(t) = -v_1(t) = E \cdot \sin(\omega t)$  ( $E$ は実数、 $t$ は時刻)で与えられるとき、 $\dot{V}_{out}$ の時間領域での関数 $v_{out}(t)$ を $C$ と $R$ を用いて式で表せ。ただし、回路内のインピーダンスは問い(4)と同じ条件とする。

図中、右の記号は基準電位<sup>\*5</sup> ↓

*1 演算増幅器	: operational amplifier
*2 電圧利得	: voltage gain
*3 正弦波定常状態	: sinusoidal steady state
*4 フェーザ	: phasor
*5 基準電位	: reference potential