

2102333: ระบบควบคุมเชิงเส้น 1 และปฏิบัติการ
ห้องปฏิบัติการพื้นฐานระบบควบคุม
ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การทดลองที่ 5 การหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมความเร็วมอเตอร์วง
เปิดด้วยวิธีผลตอบสนองเชิงความถี่

หมายเลขกลุ่ม

ตอนเรียน

คะแนน

/20

- ชื่อ
- ชื่อ
- ชื่อ

- รหัสனிสิต
- รหัสனிสิต
- รหัสனிสิต

วัตถุประสงค์

สามารถประมาณฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบวงรอบเปิดอันดับหนึ่งได้ ด้วยวิธีวิเคราะห์ผลตอบสนองเชิงความถี่

การวิเคราะห์ผลตอบสนองเชิงความถี่

พิจารณาระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลา ดังแสดงในแผนภาพ 1 กำหนดให้ $H(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอน เมื่อป้อนสัญญาณขาเข้า u เป็นสัญญาณไซน์ชอยด์ จะได้ผลตอบสนองขาออก y เป็นสัญญาณไซน์ชอยด์ เมื่อกำหนดให้ $u(t) = A \sin(\omega t)$ โดยที่ A คือ แอมพลิจูดของสัญญาณขาเข้า และ ω คือความถี่ของสัญญาณขาเข้า มีหน่วยเป็น rad/sec จะได้ว่า ผลตอบสนองของระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลา y เป็นสัญญาณไซน์ชอยด์ที่มีความถี่เดียวกัน ขณะที่ แอมพลิจูด และเฟส อาจมีค่าเปลี่ยนไป ดังนี้

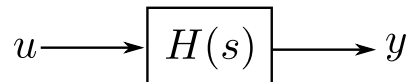
$$y(t) = B \sin(\omega t + \phi)$$

โดยที่ B คือ แอมพลิจูดของสัญญาณขาออก และ ϕ คือ เฟสของสัญญาณขาออก จากทฤษฎีระบบเชิงเส้น จะได้ความสัมพันธ์ ดังนี้

$$B = |H(j\omega)|A, \quad \phi = \angle H(j\omega)$$

ฉะนั้น ขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอน อาจคำนวณได้จากอัตราขยายของระบบ $|H(j\omega)| = B/A$ และ เฟสของฟังก์ชันถ่ายโอน $\angle H(j\omega)$ ได้จากการคำนวณ ϕ

การวิเคราะห์ผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชันถ่ายโอน $H(s)$ จะอาศัยการนำเสนอกราฟ ที่มีชื่อเรียกว่า แผนภาพโบเด ซึ่งประกอบด้วยขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอน $|H(j\omega)|$ เทียบกับความถี่ และ เฟสของฟังก์ชันถ่ายโอน $\angle H(j\omega)$ เทียบกับความถี่



รูปที่ 1: แผนภาพบล็อกของระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลา

วิธีหาแอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณไซน์ชอยด์

พิจารณาสัญญาณไซน์ชอยด์ของสัญญาณขาออก $y(t) = B \sin(\omega t + \phi)$ กำหนด ω เป็นความถี่ที่ระบุ เราต้องการหาค่าแอมพลิจูด B และเฟส ϕ จากสัญญาณขาออกที่วัดได้

ในทางปฏิบัติ การเก็บข้อมูลใช้วิธีแบบดิจิทัล กล่าวคือ ข้อมูลได้จากการชักตัวอย่าง (sampling) กำหนดให้ T เป็นคาบของการชักตัวอย่าง ดังนั้น สัญญาณที่วัดได้เป็นสัญญาณทางเวลาไม่ต่อเนื่อง ดังนี้ $\{y(T), y(2T), y(3T), \dots, y(nT)\}$ เราสามารถเขียน $y(t)$ ได้เป็น

$$y(t) = c_1 \sin(\omega t) + c_2 \cos(\omega t)$$

จะเห็นได้ว่า B และ ϕ สัมพันธ์กับ c_1 และ c_2 ดังนี้

$$B = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}, \quad \phi = \arctan \frac{c_1}{c_2}$$

เมื่อชักตัวอย่างของสัญญาณขาออก จำนวน n ค่า จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \sin \omega T & \cos \omega T \\ \sin \omega 2T & \cos \omega 2T \\ \sin \omega 3T & \cos \omega 3T \\ \vdots & \vdots \\ \sin \omega nT & \cos \omega nT \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(T) \\ y(2T) \\ y(3T) \\ \vdots \\ y(nT) \end{bmatrix}$$

สังเกตว่า สมการข้างต้นมีรูปแบบเป็นสมการเชิงเส้น $Ax = b$ โดยที่

$$A = \begin{bmatrix} \sin \omega T & \cos \omega T \\ \sin \omega 2T & \cos \omega 2T \\ \sin \omega 3T & \cos \omega 3T \\ \vdots & \vdots \\ \sin \omega nT & \cos \omega nT \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} y(T) \\ y(2T) \\ y(3T) \\ \vdots \\ y(nT) \end{bmatrix}$$

เราสามารถคำนวณ x นั่นคือ c_1 และ c_2 ได้ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (least squares method) จะได้ว่า

$$x = A^\dagger b$$

โดยที่ A^\dagger คือ เมทริกซ์ผกผันเทียม (Pseudo Inverse Matrix) ซึ่งมีค่าเท่ากับ $(A^T A)^{-1} A^T$ ในโปรแกรม MATLAB เขียนคำสั่ง ดังนี้

$$x = A \backslash b$$

สำหรับการคำนวณเฟสของสัญญาณ จะต้องคำนึงถึงเครื่องหมายของมุม ϕ ตามความเหมาะสม

คำแนะนำ:

- การวิเคราะห์สัญญาณเพื่อใช้ในการหาแอมพลิจูดและเฟสนั้น การชักตัวอย่างสัญญาณไซน์ชอยด์จะต้องมีจำนวนตัวอย่างครอบคลุมอย่างน้อย 1 คาบ การคำนวณด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดจึงเหมาะสม
- ในการปฏิบัติครั้งนี้ พิจารณาผลตอบแทนเชิงความถี่ของระบบควบคุมความเร็วมอเตอร์วงเปิด กำหนดให้ ฟังก์ชันถ่ายโอน คือ $H(s) = \frac{\Omega(s)}{V(s)}$ โดยที่ Ω คือความเร็วมอเตอร์ (rad/sec) และ V คือแรงดันอาร์เมเจอร์ volt เฟสของฟังก์ชันถ่ายโอน คำนวณได้จาก

$$\angle H(j\omega) = \angle \Omega(j\omega) - \angle V(j\omega) \quad (1)$$

การคำนวณเฟส ต้องคำนึงถึงเฟสเริ่มต้นของสัญญาณแรงดันขาเข้า เพื่อกำหนดเฟสของสัญญาณขาเข้าด้วย

- ปรับค่า *Fixed Stepsize* และ *Time Stop* ให้เหมาะสมกับแต่ละความถี่

การทดลองที่ 5 การหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมความเร็วมอเตอร์วงเปิด ด้วยวิธีผลตอบสนองเชิงความถี่

หมายเลขกลุ่ม

ตอนเรียน

คะแนน

/20

1. ชื่อ
2. ชื่อ
3. ชื่อ

1. รหัสனிสิต
2. รหัสனிสิต
3. รหัสனிสิต

ขั้นตอนการทดลอง

1. รันผลตอบสนองวงเปิดบน Simulink
2. ป้อนแรงดันอาเมเจอร์เป็นสัญญาณไซน์ชอยด์ขนาด 220 V ความถี่ 10 rad/sec และ ตั้งค่าโหลดไว้ที่ 0 %
3. โหลดข้อมูลจาก Simulink ไปยัง MATLAB workspace
4. ประมาณอัตราขยายและเฟสของฟังก์ชันถ่ายโอน โดยวิธีผลตอบสนองเชิงความถี่ บันทึกอัตราขยายและเฟสที่คำนวณได้
5. ทดลองซ้ำในกรณีที่รับความถี่เท่ากับ 20, 50, 100, 200, 500, 1,000, 2,000, 5,000, 10,000 และ 20,000 rad/sec ตามลำดับ
6. พล็อตโบเด จากผลลัพท์ แล้วประมาณฟังก์ชันถ่ายโอนจากแผนภาพโบเด

บันทึกผลการทดลอง

1. จงอธิบายการประมาณค่าอัตราขยายไฟฟ้ากระแสตรง (DC gain) และค่าคงตัวเวลา จากแผนภาพโบเดของฟังก์ชันถ่ายโอน $H(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$

2. บันทึกผลการทดลองที่ได้ในตาราง 1 และวาดแผนภาพโบเดจากข้อมูลทั้งหมด

ตารางที่ 1: ผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชันถ่ายโอน

ความถี่ (rad/sec)	อัตราขยาย (rad/sec.V)	เฟส (deg)
10		
20		
50		
100		
200		
500		
1,000		
2,000		
5,000		
10,000		
20,000		

ความถี่หักมุมที่ได้จากการทดลอง = [rad/sec]

DC-gain = [rad/s/V]

- จงเปรียบเทียบฟังก์ชันถ่ายโอนที่ได้จากการทดลองที่ 3 (ในกรณีที่ไม่มีโหลด) ค่าอัตราขยาย และค่าคงตัวเวลา และ ความแตกต่าง (เปอร์เซ็นต์) พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลสาเหตุของความแตกต่าง
- เมื่อสังเกตผลตอบสนองเชิงความถี่ พบว่า ระบบวงเปิดของการควบคุมความเร็วมอเตอร์ ควรเป็นระบบอันดับสอง จงระบุฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอันดับสอง พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับผลตอบสนองเชิงความถี่ที่ได้จากฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอันดับหนึ่ง