

2102333: ระบบควบคุมเชิงเส้น 1 และปฏิบัติการ
ห้องปฏิบัติการพื้นฐานระบบควบคุม
ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การทดลองที่ 3 การวิเคราะห์ผลตอบสนองทางเวลา

หมายเลขชุดทดลอง ตอนเรียน
ชื่อ รหัสนิสิต
ชื่อ รหัสนิสิต
ชื่อ รหัสนิสิต

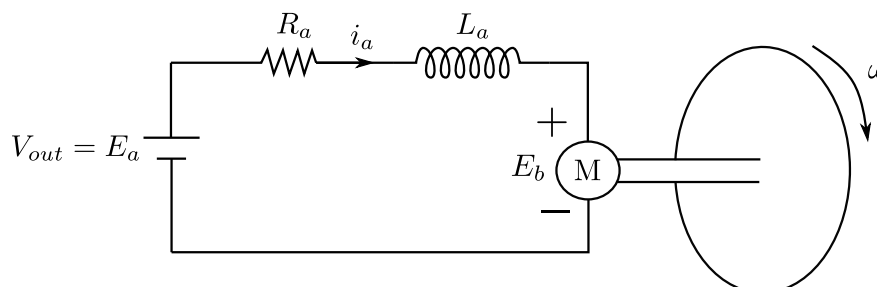
วัตถุประสงค์

1. เข้าใจคุณลักษณะของผลตอบแบบขั้น (step response) ของระบบอันดับหนึ่ง
2. สามารถประมาณพารามิเตอร์ของระบบอันดับหนึ่งจากผลตอบสนองแบบขั้นได้
3. เข้าใจถึงผลการรบกวนของโหลดที่มีต่อผลตอบของระบบ

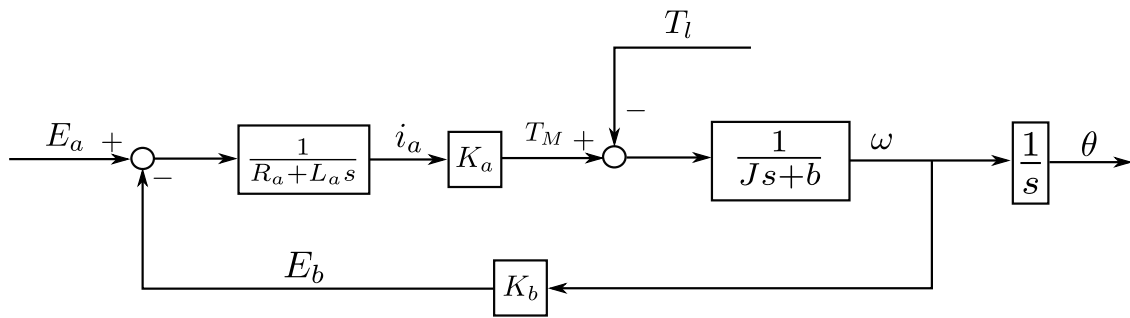
ระบบควบคุมมอเตอร์

ตัวแปร

| | | | |
|----------|---------------------------------|----------|-----------------------------------------|
| E_a | แรงดันอาเมเจอร์ | L_a | ค่าความเหนี่ยวนำของขดลวดอาเมเจอร์ |
| i_a | กระแสอาเมเจอร์ | J | โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์ |
| R_a | ค่าความต้านทานของขดลวดอาเมเจอร์ | b | ค่าความหน่วงของมอเตอร์ |
| K_a | อัตราส่วนของแรงบิดมอเตอร์ | K_b | อัตราส่วนของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำย้อนกลับ |
| T_m | แรงบิดทางกลของมอเตอร์ | K_l | อัตราส่วนของโหลดแรงบิด |
| ω | ความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ | α | อัตราส่วนตึงกระแส |



รูปที่ 1: วงจรอย่างง่ายของชุดการทดลองมอเตอร์



รูปที่ 2: แผนภาพกรอบของชุดการทดลองมอเตอร์แบบวงเปิด

สมการพลวัตของระบบวงเปิด

สมการพลวัตของระบบมอเตอร์นั้น ประกอบด้วยสองส่วนอันได้แก่ ระบบทางไฟฟ้า และระบบทางกล สำหรับระบบทางไฟฟ้านั้นมีสมการของวงจรอาร์เมเจอร์ ที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันขาเข้าและกระแสมอเตอร์ ดังนี้

$$E_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) \quad (1)$$

และระบบทางกลเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดและความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์

$$J \frac{d}{dt} \omega(t) + b \omega(t) = T_m(t) - T_l(t) \quad (2)$$

พลวัตของระบบทางกลและทางไฟฟ้านั้น มีสิ่งที่เชื่อมโยงกันได้แก่ แรงบิดที่มอเตอร์ขับ (T_m) และแรงบิดเนื่องจากโหลดต้าน (T_l) สำหรับแรงบิดมอเตอร์นั้น จะแปรผันตรงกับกระแสอาร์เมเจอร์ ดังสมการ

$$T_m(t) = K_a i_a(t) \quad (3)$$

เมื่อมอเตอร์มีการหมุน จะก่อให้เกิดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำย้อนกลับของมอเตอร์ E_b (back emf) ซึ่งแปรผันตรงกับความเร็วมอเตอร์ดังนี้

$$E_b(t) = K_b \omega(t) \quad (4)$$

ดังนั้น เมื่อรวมสมการพลวัตของส่วนต่างๆ เข้าด้วยกัน จึงสามารถอธิบายได้ดังรูป 2 เมื่อมีภาวะโหลด เราอาจจำลองว่ามีแรงบิดต้านจากโหลดเป็น T_l ที่มีทิศทางกลับกับแรงบิดมอเตอร์

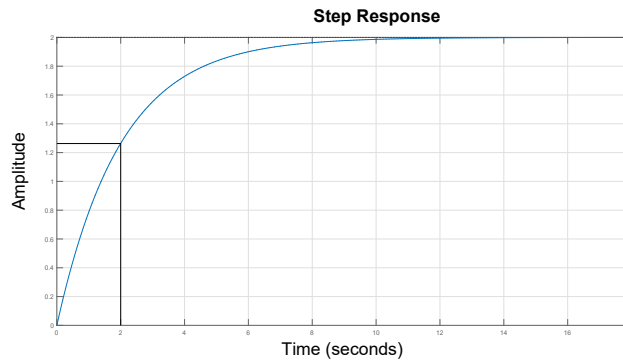
การประมาณระบบในกรณีเฉพาะ จากแผนภาพ 2 จะพบว่าหากเราพิจารณาระบบที่มีสัญญาณขาออกเป็นความเร็วมอเตอร์ (ω) เราจะได้ระบบ $G(s) = \frac{\omega(s)}{E_a(s)}$ เป็นระบบอันดับสอง และระบบที่มีสัญญาณขาออกเป็นมุมมอเตอร์ (θ) จะมีฟังก์ชันถ่ายโอนเป็น $H(s) = \frac{\theta(s)}{\omega(s)}$ ที่มีอันดับสาม ในทางปฏิบัตินั้น เราอาจจะพบว่า ค่าพารามิเตอร์ L_a จะมีค่าน้อยมาก จนทำให้พลวัตในส่วนของวงจรอาร์เมเจอร์นั้นเกือบกลายเป็นค่าคงที่ K_a/R_a ดังนั้น ในกรณีที่ $L_a = 0$ เราจะได้ว่า $G(s)$ เป็นระบบอันดับหนึ่ง และ $H(s)$ จะเป็นระบบอันดับสอง

1. เมื่อ $L_a = 0$ และไม่มีผลจากโหลดต้าน จะได้ว่า

$$G(s) = \frac{K_a}{R_a(Js + b) + K_b K_a} \quad (5)$$

2. เมื่อ $L_a = 0$ แต่ $T_l \neq 0$ (มีผลจากโหลดต้าน) จะได้ว่า $\omega(s) = G(s)E_a(s) - G_l(s)T_l(s)$ ที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนจากแรงบิดต้านไปยังความเร็วมอเตอร์เป็น

$$G_l(s) = \frac{R_a}{R_a(Js + b) + K_b K_a} \quad (6)$$



รูปที่ 3: ตัวอย่างของผลตอบแบบขั้นสำหรับระบบอันดับหนึ่ง $G(s) = K/(\tau s + 1)$ เมื่อ $K = 2$ และ $\tau = 2$

การประมาณในทั้งสองกรณีดังสมการ (5)-(6) เราจะพบว่า ระบบควบคุมความเร็วมอเตอร์ที่ได้เป็นระบบอันดับหนึ่ง

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (7)$$

โดยที่ผลตอบสนองอิมพัลส์ของ G ได้แก่ $g(t) = \frac{K}{\tau}e^{-t/\tau}$ และผลตอบสนองแบบขั้น สามารถเขียนได้ในรูป

$$s(t) = K(1 - e^{-t/\tau}) \quad (8)$$

หากเราพล็อตผลตอบสนองแบบขั้น จะพบว่า ผลตอบค่อยๆ เพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง จากนั้นลู่เข้าหาค่าคงที่ K อันเป็นค่าในภาวะอยู่ตัวของผลตอบสนอง อัตราในการลู่เข้านั้นขึ้นกับ τ โดยจะสังเกตเห็นว่าหาก τ มีค่ามาก ผลตอบจะลู่ช้า และหาก τ มีค่าน้อย ผลตอบจะลู่เข้าเร็ว เราจะเรียก K ว่าค่า **DC gain** และเรียก τ ว่า **ค่าคงตัวทางเวลา (time constant)** ของระบบ ดังแสดงในรูป 3 นอกจากนี้ เราจะพบว่า หากเรามีกราฟผลตอบของระบบอันดับหนึ่งใดๆ เราสามารถอ่านค่า K ได้จากกราฟ จากค่าที่ระบบเข้าที่ในสถานะอยู่ตัว ส่วนค่า τ นั้น สังเกตว่าเมื่อแทน $t = \tau$ ลงในสมการ (8) ผลตอบจะมีค่าเท่ากับ $K(1 - e^{-1})$ หรือเท่ากับ 63.1% ของค่า K เราจึงใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวเพื่ออ่านค่า τ จากกราฟได้

การประมาณพารามิเตอร์ของระบบด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุดไม่เชิงเส้น: การประมาณพารามิเตอร์ของระบบ หรือการหาเอกลักษณ์ของระบบนั้นมีหลายวิธี อาศัยทั้งการเลือกสัญญาณเข้า u ให้เหมาะสมกับการทดลองเพื่อประมาณระบบ การเลือกโครงสร้างแบบจำลองที่เหมาะสมกับระบบจริง และการเลือกวิธีประมาณ (อันเป็นหัวข้อที่จะได้ศึกษาในขั้นสูงต่อไป) ในการทดลองนี้ เป็นการประมาณแบบจำลองอันดับหนึ่ง ที่เราทราบรูปแบบผลตอบสนองแบบขั้นดัง (8) เราจึงเปลี่ยนมุมมองปัญหาประมาณระบบ ให้เป็นปัญหาการประมาณกราฟของฟังก์ชันเลขชี้กำลังแทน หลักการของปัญหานี้คือการหาค่า K และ τ เพื่อให้ค่าความผิดพลาดระหว่าง $y(t)$ ที่วัดได้จริงและสัญญาณออกจากแบบจำลองมีผลรวมกำลังสองต่ำสุด

$$\underset{K, \tau}{\text{minimize}} \sum_{t=1}^N (y(t) - K(1 - e^{-t/\tau}))^2 \quad (9)$$

ปัญหา (9) อยู่ในกลุ่มปัญหากำลังสองต่ำสุดไม่เชิงเส้น (nonlinear least-squares) ที่ยังครอบคลุมกลุ่มปัญหาการประมาณกราฟ (curve fitting) นั่นคือในรูปทั่วไป $\underset{\theta}{\text{minimize}} \sum_{t=1}^N (y(t) - f(t; \theta))^2$ ด้วยเลือกพารามิเตอร์ θ ของ f ให้เหมาะสมในการประมาณ $y(t)$ การแก้หาผลตอบเชิงเลขของ (9) จะใช้เทคนิคทางปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด (optimization) ที่ผู้ใช้สามารถเรียกใช้คำสั่ง `fit` ใน MATLAB โดยผู้ใช้งานจะกำหนดรูปแบบของฟังก์ชันที่จะใช้ประมาณ $y(t)$ ในที่นี้คือ $f(t; \theta) = K(1 - e^{-t/\tau})$ อันมีพารามิเตอร์สองตัวได้แก่ $\theta = (K, \tau)$ นอกจากนี้ ผู้ใช้ต้องกำหนดค่าเริ่มต้นของ θ เพื่อที่ขั้นตอนเชิงเลขจะได้ใช้ค่านั้นเป็นจุดเริ่มต้นในการค้นหาค่า θ ที่ดีที่สุด ผู้ใช้สามารถเลือก (K, τ) จากวิธีการอ่านกราฟมาเป็นค่าเริ่มต้นได้เช่นกัน

การทดลองที่ 3 การหาคุณลักษณะของระบบควบคุมความเร็วมอเตอร์วงเปิด

หมายเลขกลุ่ม

ตอนเรียน

คะแนน

/20

1. ชื่อ

1. รหัสนิสิต

2. ชื่อ

2. รหัสนิสิต

3. ชื่อ

3. รหัสนิสิต

ในการทดลองนี้ เราจะพิจารณาความเร็วมอเตอร์เป็นสัญญาณออกของระบบ และหาผลตอบสนองแบบขั้นว่ามีลักษณะเช่นไร จากการพิจารณาเลขตัวเหนี่ยวนำในวงจรอาร์เมเจอร์ จะได้ว่าระบบที่ได้จะประมาณเป็นระบบอันดับหนึ่ง ดังสมการ (7) ในการทดลอง เราจึงสังเกตว่าผลตอบที่ได้ในทางปฏิบัติ นั้น จะใกล้เคียงกับที่สรุปไว้ทางทฤษฎีหรือไม่ หากผลตอบสนองจากระบบจริงนั้น มีลักษณะคล้ายผลตอบของระบบอันดับหนึ่ง เราจึงสนใจการประมาณพารามิเตอร์ของระบบ อันได้แก่ K และ τ จาก (8) ด้วยสองวิธี อันได้แก่ การประมาณพารามิเตอร์จากกราฟผลตอบ และวิธีกำลังสองต่ำสุดไม่เชิงเส้น ผลตอบสนองแบบขั้นที่จะนำมาประมาณระบบนั้น จะมาจากสองสถานะ อันได้แก่ ผลตอบสนองภาวะปกติ และผลตอบสนองเมื่อมีแรงบิดโหลด สำหรับข้อมูลจากสถานะหนึ่งๆ นั้น เราจะเก็บข้อมูลสองชุด ได้แก่ชุดประมาณและชุดทดสอบ ข้อมูลชุดประมาณนั้น ระบบจะถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณขั้นเพื่อนำข้อมูลนั้นไปประมาณพารามิเตอร์ เมื่อได้ $\hat{G}(s; \theta)$ แล้ว เราจะเปรียบเทียบผลตอบของระบบที่ประมาณได้กับข้อมูลชุดทดสอบ ที่มาจากการกระตุ้นระบบด้วยสัญญาณไซน์ การประเมินว่าค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้นั้นทำให้แบบจำลองเข้ากันกับชุดข้อมูลด้วยระดับดีเพียงใด จะใช้ตัวชี้วัด

$$\text{Fit Percent} = 100\% \left(1 - \frac{\|y - \hat{y}\|_2}{\|y - \bar{y}\|_2} \right)$$

โดยที่ \bar{y} คือค่าเฉลี่ยตัวอย่างของ y เราจะเห็นว่าค่า Fit Percent นี้จะอยู่ระหว่าง $-\infty$ ถึง 100 เป็นค่าสมรรถนะของแบบจำลองที่ประมาณได้ เมื่อเทียบกับวิธีฐานคือการใช้ค่าเฉลี่ยของข้อมูล หาก Fit Percent ติดลบ จึงแปลว่าแบบจำลองที่ประมาณได้มีสมรรถนะที่แย่กว่าวิธีพื้นฐานนี้

การนำระบบที่ประมาณได้จากการใช้ u แบบหนึ่ง และนำไปทดสอบกับข้อมูลของระบบที่โดนกระตุ้นด้วย u อีกแบบ เป็นการตรวจสอบว่าแบบจำลองที่ได้นั้น นำไปอธิบายปรากฏการณ์จริงของระบบภายใต้สถานะใหม่ (ด้วยข้อมูลใหม่ที่ไม่ได้ใช้ในการประมาณ) หรือไม่

การเก็บข้อมูลทดลอง

เราเก็บข้อมูล (u, y) จากสองสถานะ อันได้แก่ ภาวะไม่มีโหลด และภาวะมีโหลดแรงบิดต้าน ในแต่ละสถานะนั้น จะเก็บข้อมูลชุดประมาณ และชุดทดสอบ ที่จะกระตุ้นระบบด้วยสัญญาณขั้นและสัญญาณไซน์ ตามลำดับ

1. เปิดระบบมอเตอร์แบบวงเปิดจาก SimScape กำหนดโหลด $T_l = 0$ (ภาวะไม่มีโหลด)
2. ป้อนแรงดันอาเมเจอร์เป็นสัญญาณขั้นขนาด 220 V ตั้งค่าโหลดไว้ที่ 0 และกดรันเพื่อจำลองผลตอบสนองแบบขั้นของความเร็วมอเตอร์เมื่อไม่มีโหลด
3. เก็บข้อมูล step response เข้าไปที่ workspace ใน MATLAB โดยใช้ To workspace เข้า MATLAB workspace
4. ทำซ้ำข้อ 2-3 แต่เปลี่ยนแรงดันอาเมเจอร์เป็นผลรวมของสัญญาณไซน์ ที่ความถี่ 2 Hz และ 5 Hz แต่ละเทอมมีขนาด 55V

ทำซ้ำ 1-4 อีกครั้ง แต่เปลี่ยนข้อ 1 ให้เป็นระบบสถานะมีโหลด ด้วยการกำหนด $T_l = 0.5$ นิสิตจะมีไฟล์บันทึกข้อมูลของ (t, u, y) ชุดประมาณ (ที่มี u เป็นสัญญาณขั้น) และชุดทดสอบ (ที่มี u เป็นผลรวมของไซน์)

การประมาณแบบจำลองและแปลผล

1. ใช้ข้อมูลชุดประมาณ เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบอันดับหนึ่ง K, τ จากสองวิธี ได้แก่ i) ประมาณจากกราฟ และ ii) ประมาณด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุดไม่เชิงเส้น ด้วยคำสั่ง `fit`¹
2. ขอให้สังเกตว่า เราใช้สมการ (8) เพื่อประมาณข้อมูล $y(t)$ ที่ตอบสนองต่อ u ขนาด 220V แต่สมการ (8) นั้น ตามคำจำกัดความแล้ว เป็นผลตอบสนองสัญญาณขั้นหนึ่งหน่วย
3. จากพารามิเตอร์ (K, τ) ที่ประมาณได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุดไม่เชิงเส้น พร้อมทั้งค่าเวลาประวิงที่อ่านได้จากกราฟให้นำมาสร้าง $\hat{G}(s; \theta)$

```
readdelay = 0.01; % the response delay you detect from the graph (second)
G = tf(K,[tau 1],'InputDelay',readdelay); % K, tau are estimated values
```

4. ระบบที่ประมาณได้นั้น สามารถนำไปจำลองระบบที่โดนกระตุ้นจากสัญญาณเข้า u ใดๆ ได้ด้วยคำสั่ง `lsim` ที่ผู้ใช้กำหนดเวกเตอร์ t, u ที่ต้องใช้ในการจำลอง สำหรับการจำลองผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นขนาดหนึ่งหน่วย จะมีคำสั่ง `step` โดยตรง

```
ysim_step = step(G,t); % t can be a time vector, or a final simulation time
ysim_sine = lsim(G,u,t); % simulate a response to an input u
```

ให้จำลองผลตอบของระบบที่ประมาณได้เมื่อกระตุ้นด้วย u จากชุดทดสอบ (สัญญาณไซน์) และให้จำลองผลตอบสนองแบบขั้น ที่มี $u = 220V$ ด้วยการใช้เวกเตอร์ t ของข้อมูลชุดประมาณ (กล่าวคือ เราจะมีผลการจำลองระบบจากชุดประมาณ และชุดทดสอบ) นำผลการจำลองสัญญาณออก \hat{y} ทั้งสองกรณีไปคำนวณ Fit Percent

5. ให้พลอตกราฟผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้น (t, ω) ของ 1) ผลตอบสนองจริง และจาก *simulation* ด้วยการใช้ $\hat{G}(s; \theta_i)$ ที่ได้ ในรูปกราฟเดียวกัน
6. ให้พลอตกราฟผลตอบสนองต่อสัญญาณไซน์ (t, ω) ของ 1) ผลตอบสนองจริง จากชุดทดสอบ และจาก *simulation* ด้วยการใช้ $\hat{G}(s; \theta_i)$ ที่ได้ ในรูปกราฟเดียวกัน

ผลการทดลอง

แสดงผลการทดลองตามรายการดังนี้ อภิปรายผลลัพธ์ที่ได้ ด้วยประเด็นที่เกี่ยวข้องกับระบบควบคุม หรือการประมาณระบบ เช่น ผลการทดลองในภาวะมีและไม่มีโหลด ผลตอบสนองของระบบที่ประมาณได้ต่อสัญญาณต่างๆ (การอภิปรายผลการทดลอง **ไม่ใช่** การอ่านกราฟ หรืออ่านค่าผล แต่เป็นการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนผลการทดลองที่พบ) นิสิตสามารถวิจารณ์เปรียบเทียบวิธี หรือมีประเด็นใดๆ ได้ตามที่นิสิตสนใจ

- ตารางผลการประมาณพารามิเตอร์
- ตารางค่า Fit Percent
- กราฟผลการจำลองระบบที่ประมาณได้ จำนวน 4 กราฟ ดังที่อธิบายไว้ในขั้นตอนการประมาณแบบจำลองข้อ 5-6

กราฟ 1: ผลตอบสนองสัญญาณขั้นของระบบที่ไม่มีโหลด

กราฟ 2: ผลตอบสนองสัญญาณไซน์ของระบบที่ไม่มีโหลด

กราฟ 3: ผลตอบสนองสัญญาณขั้นของระบบที่มีโหลด

กราฟ 4: ผลตอบสนองสัญญาณไซน์ของระบบที่มีโหลด

¹สามารถอ่านวิธีการใช้คำสั่งได้จาก <https://www.mathworks.com/help/curvefit/fit.html>

ตารางที่ 1: ผลการประมาณพารามิเตอร์ระบบควบคุมความเร็วมอเตอร์ด้วยวิธี step test

| สภาวะ | K : อัตราขยายกระแสตรง (rad/s/V) | | τ : ค่าคงตัวเวลา (sec) | |
|-------------|-----------------------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| | วิธีอ่านกราฟ | วิธี nonlinear least-squares | วิธีอ่านกราฟ | วิธี nonlinear least-squares |
| $T_l = 0$ | | | | |
| $T_l = 0.5$ | | | | |

ตารางที่ 2: ค่า Fit Percent ของแบบจำลองมอเตอร์ที่ประมาณจากวิธีกำลังสองต่ำสุดไม่เชิงเส้น

| สภาวะ | \hat{y} ของสัญญาณขั้น | \hat{y} ของสัญญาณไซน์ |
|-------------|-------------------------|-------------------------|
| $T_l = 0$ | | |
| $T_l = 0.5$ | | |

Lab results: provided by Jitkomut

- Motor run *without* load

$G(s) = K/(\tau s + 1)$ where estimated K and τ are
1.438

$\exp(-0.001*s) * \frac{1.438}{0.007251 s + 1}$

We read K and τ from the graph that

1.4364 0.0072

Fit Percent of step and sine data sets are

90.1463 88.8789

- Motor run *with* load

$G(s) = K/(\tau s + 1)$ where estimated K and τ are
0.9842

$\exp(-0.004*s) * \frac{0.9842}{0.006861 s + 1}$

We read K and τ from the graph that

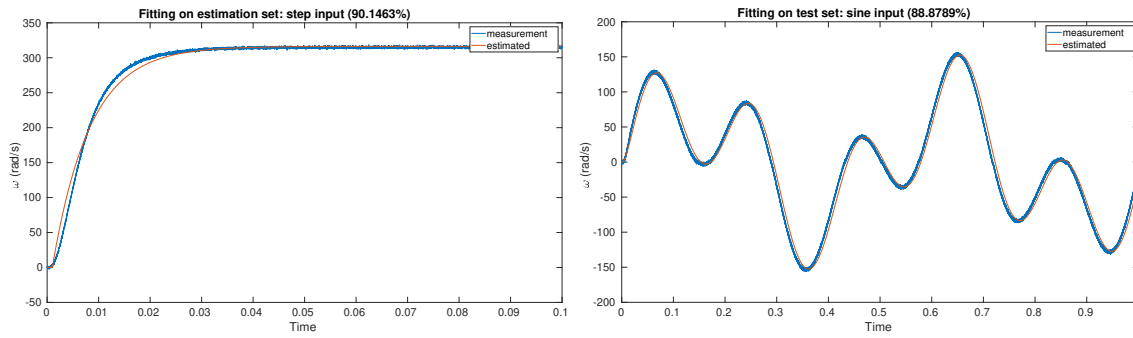
0.9864 0.0067

Fit Percent of step and sine data sets are

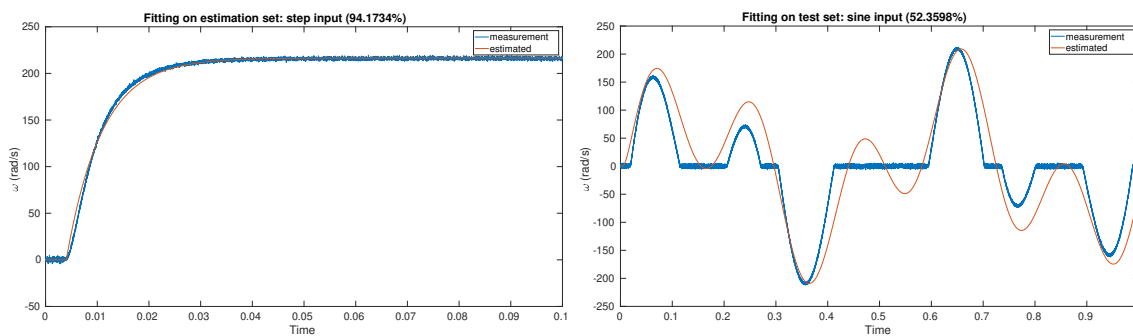
94.1734 52.3598

อภิปรายผลการทดลอง

1. การใช้วิธีอ่านกราฟ และการประมาณ NLS ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกัน กราฟของผลตอบความเร็วมอเตอร์นั้นมีลักษณะใกล้เคียง กับผลตอบระบบอันดับหนึ่ง การอ่านค่าภาวะอยู่ตัวและค่าคงตัวทางเวลา จึงประมาณได้จากกราฟ ในกรณีของผลตอบภาวะมีโหลด เราพบว่า ผลตอบมีค่าประวิงเวลาที่มีค่าสูงอย่างมีนัยยะ อันเกิดจากแรงเสียดทาน เนื่องจากแรงบิดผลลัพธ์ (หลังจากหักล้างกับโหลดแล้ว) มีค่าต่ำ จึงไม่สามารถทำให้มีแรงบิดมากพอที่จะเอาชนะแรงเสียดทาน และทำให้มอเตอร์หมุนได้ ค่าประวิงเวลาดังกล่าวนั้น ผู้ใช้ต้องอ่านจากกราฟ ค่าที่อ่านได้นั้น จึงต่างกันไปตามผู้ใช้



รูปที่ 4: ผลการประมาณแบบจำลองเมื่อใช้ข้อมูลภาวะ **ไม่มีโหลด** (ซ้าย) ชุดประมาณที่มี u เป็นสัญญาณเข้า และ (ขวา) ชุดทดสอบที่มี u เป็นสัญญาณไซน์



รูปที่ 5: ผลการประมาณแบบจำลองเมื่อใช้ข้อมูลภาวะ **มีโหลด** (ซ้าย) ชุดประมาณที่มี u เป็นสัญญาณเข้า และ (ขวา) ชุดทดสอบที่มี u เป็นสัญญาณไซน์

2. แบบจำลองของระบบเมื่อกรณีมีโหลดนั้น ตามสมการจะพบว่า

$$y = G(s)u - G_l(s)T_l \triangleq \frac{\tilde{K}}{\tau s + 1} \tilde{u}$$

นั่นคือ เนื่องจาก G และ G_l มีพหุนามส่วนเหมือนกัน และมีพหุนามเศษเป็นค่าคงที่ ดังนั้น การใช้ u และ T_l เป็นค่าคงที่ จึงกล่าวได้ว่า เรามองว่า y เป็นผลตอบของระบบอันดับหนึ่งจากการกระตุ้นของสัญญาณเข้า \tilde{u} เป็นค่าเหมือนสัญญาณเข้าผลลัพธ์หลังจากที่มีโหลดมาหักล้างแล้ว

3. ผลการทดลองพบว่า เมื่อระบบมีแรงบิดต้าน จะทำให้แรงบิดผลลัพธ์ที่ก่อให้เกิดการหมุนของมอเตอร์นั้นลดลง จึงส่งผลให้เห็นความเร็วมอเตอร์ที่สภาวะอยู่ตัวนั้นลดลง อันยอมทำให้ค่า K ที่ประมาณได้นั้นมีค่าต่ำลงเช่นกัน
4. การนำแบบจำลองที่ประมาณได้ $\hat{G}(s; \theta)$ ไปประมาณชุดข้อมูลทดสอบ ที่กระตุ้นระบบด้วยสัญญาณไซน์นั้น พบว่า ในกรณีมีโหลด ผลการใช้แบบจำลอง สามารถ generalize ได้ดี มีค่า Fit Percent ที่สูง 88% แต่เมื่อพิจารณากรณีที่มีโหลด เราพบว่า ผลตอบสนองความเร็วมอเตอร์นั้น มีค่าเป็นศูนย์หลายช่วงเวลา อันหมายถึงว่า มอเตอร์ไม่ขยับ ภาวะนั้น เกิดจากแรงบิดลัพธ์ที่ไม่เพียงพอต่อการชนะแรงเสียดทาน เมื่อนำแบบจำลองที่ประมาณได้ (ซึ่งเราตีความช่วงเวลาเริ่มต้นที่ระบบไม่ขยับ เป็นค่าประวิงเวลา) จึงไม่อธิบายข้อมูลผลตอบความเร็วมอเตอร์ได้ดีเพียงพอ นั่นคือ ภาวะแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเป็นความไม่เชิงเส้นของระบบ และไม่สามารถประมาณได้อย่างง่าย เพียงแค่เป็นค่าประวิงเวลา ในกรณีมีโหลดดังกล่าว เราจึงเห็นค่า Fit Percent ที่ตกลงมาเหลือเพียง 52%