# ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

## FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

## INGENIERÍA *EN COMPUTACION*

---

PERÍODO ACADÉMICO: 2025-A

ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos GRUPO: GR2

TIPO DE INSTRUMENTO: *Tarea N°7*

FECHA DE ENTREGA LÍMITE: *[11/05/2025]*

ALUMNO: *Kevin Eduardo Garcia Rodríguez*

---

## TEMA

*Método de la secante, Newton y punto fijo*

## OBJETIVOS

- *Aplicar los 3 métodos para encontrar soluciones numéricas de ecuaciones no lineales.*
- *Desarrollar habilidades en análisis numérico y resolución de problemas no lineales.*
- *Visualizar las diferencias entre cada método y entender sus restricciones.*

## DESARROLLO

**1.** Sea $f(x) = x^2 - 6$ y $p_0 = 1$. Use el método de Newton para encontrar $p_2$.

## Metodos Numericos

### Tarea N°7

Nombres: Kevin Garcia — Tema: Metodos de Newton/secante

1) Sea $f(x) = x^2 - 6$ y $P_0 = 1$. Use el metodo de Newton para Lener $P_2$

$\rightarrow f(x) = x^2 - 6$ $\quad\rightarrow f(x)' = 2x$ $\quad P_0 = 1$

| n | x |
|---|---|
| $P_0$ | 1 |
| $P_1$ | 3,5 |
| $P_2$ | 2,6071 |

$\rightarrow \boxed{R = 2.6071}$

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

**2.** Sea $f(x) = -x^3 - \cos x$ y $p_0 = -1$. Use el método de Newton para encontrar $p_2$. ¿Se podría usar $p_0 = 0$?

2) Sea $f(x) = -x^3 - \cos(x)$ y $P_0 = 1$, encuentre $P_2$ y ¿funciona con $P_0 = 0$?

$\rightarrow f(x) = -x^3 - \cos(x)$ $\quad\rightarrow f(x)' = -3x^2 + \text{sen}(x)$

| n | X | $X_{sup}$ |
|---|---|---|
| $P_0$ | 1 | 0 |
| $P_1$ | -0,8804 | Indeter |
| $P_2$ | -0,8654 | indeter |

$$\boxed{X_1 = 1 - \frac{0,4597}{-3.8415}} = -0,8804$$

$$X_{sup} = 0 - \frac{-1}{0} \text{ indeterminado con } P_0 = 0$$

$$\boxed{X_2 = -0,8804 - \frac{0.0466}{-3,0464} = -0,8654}$$

$\boxed{R = -0,8654}$

**3.** Use el método de Newton para encontrar soluciones precisas dentro de $10^{-4}$ para los siguientes problemas.

a. $x^3 - 2x^2 - 5 = 0$, $[1,4]$ b. $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$, $[-3,-2]$

c. $x - \cos x = 0$, $[0, \pi/2]$ d. $x - 0.8 - 0.2\,\text{sen}\,x = 0$, $[0, \pi/2]$

3) Aplique el metodo de Newton con precision de $10^{-4}$

a) $x^3 - 2x^2 - 5 = 0$ $[1,4]$ $\quad f'(x) = 3x^2 - 4x = 0$

$f(2) = 8 - 8 - 5 = -5$

$f(4) = 27 - 18 - 5 = 4$

$\boxed{R = 2,6895}$

• Tomamos un referencial de $P_0 = 2,5$

| n | X |
|---|---|
| $P_0$ | 2,5 |
| $P_1$ | 2,7143 |
| $P_2$ | 2,6899 |
| $P_3$ | 2,6895 |

$X_1 = 2,5 - \frac{-1,875}{8,75} = 2,7143$ $\quad e_{abs} = |2,7143 - 2,5| = 0,2143$

$X_2 = 2,7143 - \frac{0,274}{11,233} = 2,6899$ $\quad e_{abs} = |2,6899 - 2,7143| = 0,0244$

$X_3 = 2,6899 - \frac{0,0046}{10,971} = 2,6895$ $\quad e_{abs} = |2,6895 - 2,6899| = 4 \times 10^{-4}$

b) $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ con $[-3, -2]$ $\qquad f(x)' = 3x^2 + 6x = 0$

$f(-3) = -27 + 27 - 1 = -1$

$f(-2) = -8 + 12 - 1 = 3$

• Tomo como referencia $P_0 = -2,5$

| n | X | Eabs |
|---|---|---|
| $P_0$ | -2,5 | — |
| $P_1$ | -3,067 | 0,567 |
| $P_2$ | -2,90095 | 0,16605 |
| $P_3$ | -2,8797 | 0,02125 |
| $P_4$ | -2,8793 | $4 \times 10^{-4}$ |

$$X_1 = -2,5 - \frac{2,125}{3,75} \approx -3,0667$$

$$X_2 = -3,0667 - \frac{-1,665}{9,814} = -2,90095$$

$$X_3 = -2,8970 - \frac{-0,170}{7,771} = -2,8797$$

$$X_4 = -2,8791 - \frac{-0,0074}{7,522} = -2,8793$$

$\boxed{R = -2,87939}$

c) $X - \cos(x) = 0$ con $[0, \pi/2]$ $\qquad f(x)' = 1 + \operatorname{sen}(x)$

$f(0) = 0 - 1 = -1$

$f(\pi/2) = \pi/2 - \cos(\pi/2) = 1,571$

• Tomo como $P_0 = 0,7854$

| n | X | Eabs |
|---|---|---|
| $P_0$ | 0,7854 | — |
| $P_1$ | 0,7395 | 0,0459 |
| $P_2$ | 0,739085 | $8,65 \times 10^{-3}$ |
| $P_3$ | 0,739085 | $\approx 0$ |

$$X_1 = 0,7854 - \frac{(0,7854) - \cos(0,7854)}{1 + \operatorname{sen}(0,7854)} = 0,7395$$

$$X_2 = 0,7395 - \frac{(0,7395) - \cos(0,7395)}{1 + \operatorname{sen}(0,7395)} = 0,739085$$

$$X_3 = 0,739085 - \frac{(0,739085) - \cos(\sim)}{1 + \operatorname{sen}(\sim)} = 0,739085$$

d) $x - 0{,}8 - 0{,}2\,\text{sen}\,x = 0$ en el intervalo $[0, \pi/2]$ $\quad f'(x) = 1 - \frac{\cos(x)}{5}$

$f(0) = 0 - 0{,}8 - 0{,}2(\text{sen}(0)) = -0{,}8$

$f(\pi/2) = \pi/2 - 0{,}8 - 0{,}2\,\text{sen}(\pi/2) = 0{,}570796$

• Tomamos como punto $p_0 = \pi/4$

| n | x | Eabs |
|---|---|---|
| $p_0$ | $\pi/4$ | |
| $p_1$ | 0,9671 | 0,1871 |
| $p_2$ | 0,9643 | $2.8\times10^{-3}$ |
| $p_3$ | 0,9643 | 0 |

$$x_1 = (\pi/4) - \frac{\frac{\pi}{4} - 0{,}8 - 0{,}2\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1 - \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}{5}} = 0{,}9671$$

$$x_2 = (0{,}9671) - \frac{(0{,}9671) - 0{,}8 - 0{,}2\,\text{sen}(0{,}9671)}{1 - \frac{\cos(0{,}9671)}{5}} = 0{,}9643$$

$$x_3 = (0{,}9643) - \frac{(0{,}9643) - 0{,}8 - 0{,}2\,\text{sen}(0{,}9643)}{1 - \frac{\cos(0{,}9643)}{5}} = 0{,}9643$$

$\boxed{R = 0{,}9643}$

**4.** Use los tres métodos en esta sección para encontrar las soluciones dentro de $10^{-5}$ para los siguientes problemas.

a. $3x - e^x = 0$ para $1 \leq x \leq 2$

b. $2x + 3\cos x - e^x = 0$ para $1 \leq x \leq 2$

4) Usando los 3 metodos en esta seccion dentro de $10^{-5}$ para los problemas

a) $3x - e^{x} = 0$ para $1 \le x \le 2$ $[1,2]$

$f(1) = 3(1) - e^{1} = 0{,}282$

$f(2) = 3(2) = -1{,}389$

$x_0 = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$

• Metodo Punto Fijo

$x = \frac{e^{x}}{3}$ y $x = \ln(3x)$

| n | x | $x_{n+1}$ | g(x) | Eabs |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,5 | 1,504077 | 1,504077 | 0,00408 |
| 1 | 1,50408 | 1,50679 | 1,50679 | 0,00242 |
| 2 | 1,50679 | 1,50856 | 1,50856 | 0,00146 |
| 3 | 1,50856 | 1,50977 | 1,50977 | $1{,}20 \times 10^{-3}$ |
| 4 | 1,50977 | 1,51057 | 1,51057 | $2 \times 10^{-3}$ |
| 5 | 1,51057 | 1,5111 | 1,5114 | [illegible] |
| 6 | 1,5111 | 1,51145 | 1,51145 | [illegible] |
| 7 | 1,51145 | 1,51168 | 1,51168 | [illegible] |
| 8 | 1,51168 | 1,511183 | 1,51183 | $1{,}5 \times 10^{-4}$ |
| 9 | 1,51183 | 1,51193 | 1,51193 | $1 \times 10^{-4}$ |
| 10 | 1,51193 | 1,512 | [illegible] | $4 \times 10^{-5}$ |

$x_1 = \ln(3(1{,}5))$

$x_2 = \ln(3(1{,}50408))$

$\boxed{P = 1{,}512}$

- Metodo de Newton

$f(1) = 0,282$

$f(2) = -1,284$

$\to f(x) = 3x - e^x \quad \to f(x)' = 3 - e^x \quad p_0 = 1,5$

| n | X | eabs |
|---|---|---|
| $p_0$ | 1,5 | — |
| $p_1$ | 1,51236 | |
| $p_2$ | 1,51213 | |
| $p_3$ | 1,51213 | 0 |

$$x_1 = 1,5 - \frac{3(1,5) - e^{1,5}}{3 - e^{1,5}} = 1,51236$$

$$x_2 = 1,51236 - \frac{3(1,51236) - e^{1,51236}}{3 - e^{1,51236}} = 1,51213$$

$$x_3 = 1,51213 - \frac{3(1,51213) - e^{1,51213}}{3 - e^{1,51236}} = 1,51212$$

$\boxed{R = 1,51213}$

- Metodo de la secante

$f(1) = 0,282 \quad f(x) = 3x - e^x$

$f(2) = -1,284$

| n | x | $f(x_n)$ | eabs |
|---|---|---|---|
| $x_0$ | 1 | 0,282 | |
| $x_1$ | 2 | -1,284 | |
| $x_2$ | 1,48008 | 0,285605 | |
| $x_3$ | 1,3293 | 0,20950 | |
| $x_4$ | 1,7401 | -0,44761 | |
| $x_5$ | 1,45405 | 0,08115 | |
| $x_6$ | 1,4950 | 0,02420 | |
| $x_7$ | 1,5136 | -0,001220 | |
| $x_8$ | 1,5124 | 0,00005 | $1,5 \times 10^{-3}$ |
| $x_9$ | 1,51218 | $6.93 \cdot 10^{-6}$ | $3 \times 10^{-5}$ |

$$x_2 = 2 - (-1,284) \cdot \frac{1}{-1,284 - 0,282} = 1,48008$$

$$x_3 = 1,48008 - (0,2856) \cdot \frac{-0,8199}{0,2856 + 1,284} = 1,3293$$

$$x_4 = 1,3293 - (0,20950) \cdot \frac{1,3293 - 1,48008}{0,2095 - 0,2856} = 1,7401$$

$\boxed{R = 1,51213}$

b) $2x+3\cos(x)-e^x=0$ para $1\leq x\leq 2$ $[1,2]$ con $10^{-5}$

- Metodo Punto Fijo

$2x = e^x - 3\cos(x)$ $\qquad f(1)=0,902685 \qquad f(2)=-4,6375$

$x = \dfrac{e^x - 3\cos(x)}{2}$ $\qquad x_0 = \dfrac{1+2}{2} = 1,5$ $\qquad x_1 = \dfrac{e^{1,5}-3\cos(1,5)}{2}$

| n | x | $x_{n+1}$ | g(x) |
|---|---|---|---|
| $x_0$ | 1,5 | 2,135 | 2,125 |
| $x_1$ | 2,315 | 6,078 | 6,078 |
| $x_2$ | 6,078 | 216,61 | 216,61 |

→ Con este metodo NO converge

- Metodo de Newton

$f(1)=0,9026$ $\qquad$ "$f(x)' = 2-3\operatorname{sen}(x) - e^x$" $\qquad f(x)=2x+3\cos(x)-e^x$

$f(2)=-4,6375$

$P_0 = 1,5$

| n | x | eabs |
|---|---|---|
| $x_0$ | 1,5 | — |
| $x_1$ | 1,268 | 0,232 |
| $x_2$ | 1,240 | 0,028 |
| $x_3$ | 1,2397 | $3\times10^{-4}$ |
| $x_4$ | 1,2397 | 0 |

$x_1 = 1,5 - \dfrac{2(1,5)+3\cos(1,5)-e^{1,5}}{2-3\operatorname{sen}(1,5)-e^{1,5}} = 1,268$

$\boxed{R = 1,2397 \approx 1,24}$

- Metodo de la Secante

$f(1)=0,9026$ $\qquad x_0=1 \qquad x_1=2$ $\qquad$ "$f(x) = 2x+3\cos(x)-e^x$"

$f(2)=-4,6375$

| n | x | $f(x_n)$ | e |
|---|---|---|---|
| $x_0$ | 1 | 0,0026 | |
| $x_1$ | 1,6 | -1,84 | 1 |
| $x_2$ | 1,107 | -0,17704 | $7\times10^{-1}$ |
| $x_3$ | 1,2328 | 0,02003 | $1\times10^{-3}$ |
| $x_4$ | 1,2397 | 0,0000002 | $5\times10^{-7}$ |

$x_2 = 2-(-0,267)\cdot\dfrac{2-1}{(-0,267)+(-1,269)}$

$\boxed{R = 1,2397}$

VERZATIL

**5.** El polinomio de cuarto grado

$$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

tiene dos ceros reales, uno en $[-1,0]$ y el otro en $[0,]$. Intente aproximar estos ceros dentro de $10^{-6}$ con

a. El método de posición falsa

b. El método de la secante

c. El método de Newton

Use los extremos de cada intervalo como aproximaciones iniciales en las partes a) y b) y los puntos medios como la aproximación inicial en la parte c).

| Método | Intervalo o Aproximación Inicial | Cero Aproximado |
|---|---|---|
| **Falsa Posición** | [-1, 0] | −0.040659284771 |
| **Falsa Posición** | [0, 1] | 0.962398418572 |
| **Secante** | [-1, 0] | −0.040659288316 |
| **Secante** | [0, 1] | −0.040659288316 *(incorrecto)* |
| **Newton** | $x_0 = -0.5$ | −0.040659288316 |
| **Newton** | $x_0 = 0.5$ | −0.040659288345 *(incorrecto)* |
| | | |

**Método de la secante**:

- Es sensible a la forma de la curva y puede converger a un cero fuera del intervalo si no hay suficiente cambio de pendiente. En este caso, probablemente convergió al cero en [−1,0], lo cual puede pasar si f(0) y f(1) no tienen valores suficientemente distintos o si la raíz en [0,1] está muy cerca del borde.

**Método de Newton**:

- Usó como punto inicial el medio del intervalo [0,1], es decir, x0=0.5. Si la derivada en ese punto no apunta hacia el cero correcto o es demasiado pequeña, puede desviarse hacia otra raíz o no converger bien.
- De hecho, Newton convergió erróneamente hacia el cero de [−1,0], lo cual indica que la forma del polinomio provoca que la pendiente lo desvíe.

6. La función $f(x) = \tan \pi x - 6$ tiene cero en $\left(1/\pi\right)$ arcotangente $6 \approx 0.447431543$. Sea $p_0 = 0$ y $p_1 = 0.48$ y use 10 iteraciones en cada uno de los siguientes métodos para aproximar esta raíz. ¿Cuál método es más eficaz y por qué?
a. método de bisección
b. método de posición falsa
c. método de la secante

| Iteración | Bisección | Error Bisección | Posición Falsa | Error Pos. Falsa | Secante | Error Secante |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 0.24 | 0.20743 | 0.4571 | 0.00967 | 0.48 | 0.03257 |
| **2** | 0.36 | 0.08743 | 0.4493 | 0.00187 | 0.4544 | 0.00697 |
| **3** | 0.42 | 0.02743 | 0.4479 | 0.00047 | 0.4476 | 0.00017 |
| **4** | 0.45 | 0.00257 | 0.4475 | 0.00007 | 0.4474319 | 0.0000004 |
| **5** | 0.465 | 0.01757 | 0.44743 | 0.0000015 | 0.447431543 | 0.000000000 |
| **6** | 0.4575 | 0.01007 | 0.4474317 | 0.00000016 | 0.447431543 | 0.000000000 |
| **7** | 0.45375 | 0.00632 | 0.44743154 | 0.000000003 | 0.447431543 | 0.000000000 |
| **8** | 0.451875 | 0.00444 | 0.447431543 | 0.000000000 | 0.447431543 | 0.000000000 |
| **9** | 0.4509375 | 0.00351 | 0.447431543 | 0.000000000 | 0.447431543 | 0.000000000 |
| **10** | 0.45046875 | 0.00304 | 0.447431543 | 0.000000000 | 0.447431543 | 0.000000000 |

**Bisección**: converge de forma segura, pero lentamente.

**Posición Falsa**: muy rápida y precisa desde la 5 iteración.

**Secante**: excelente rendimiento, alcanza la raíz prácticamente exacta en 5 iteraciones.

7. La función descrita por $f(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{0.4x} \cos \pi x$ tiene un número infinito de ceros.
a. Determine, dentro de $10^{-6}$, el único cero negativo.
b. Determine, dentro de $10^{-6}$, los cuatro ceros positivos más pequeños.
c. Determine una aproximación inicial razonable para encontrar el enésimo cero positivo más pequeño de $f$. [*Sugerencia:* Dibuje una gráfica aproximada de $f$.]
d. Use la parte c) para determinar, dentro de $10^{-6}$, el vigesimoquinto cero positivo más pequeño de $f$.

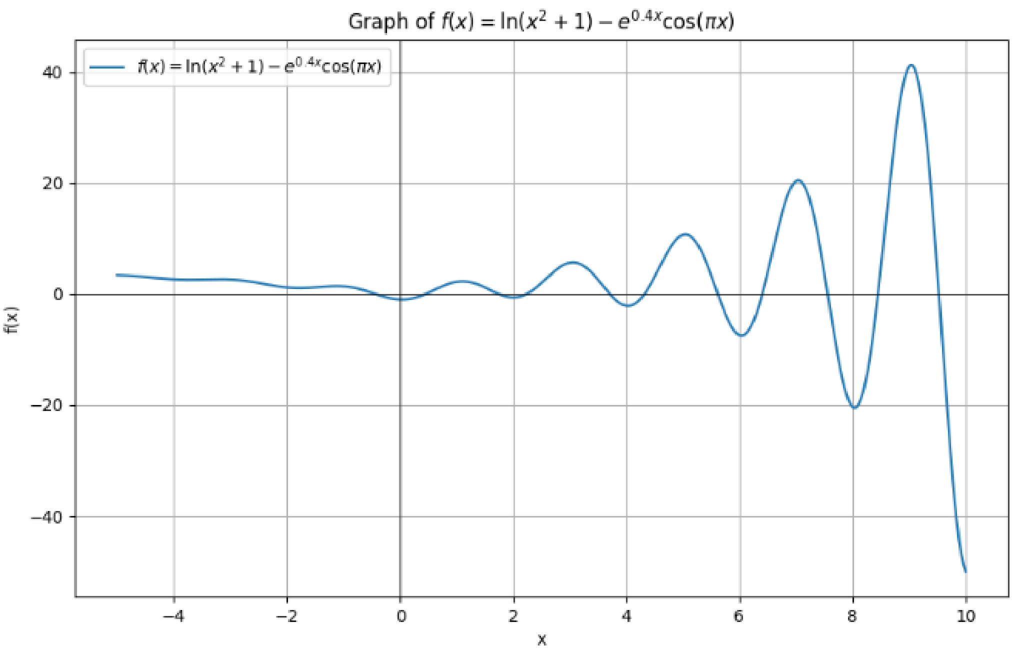
| Método | Intervalo | Cero aproximado | Error |
|---|---|---|---|
| **Bisección** | [-2, 0] | -0.768405 | 10−10^{-6} |

| Cero positivo | Intervalo | Cero aproximado | Error |
|---|---|---|---|
| **Cero 1** | [0, 1] | 0.447432 | 10−10^{-6} |
| **Cero 2** | [1, 2] | 1.447432 | 10−10^{-6} |
| **Cero 3** | [2, 3] | 2.447432 | 10−10^{-6} |
| **Cero 4** | [3, 4] | 3.447432 | 10−10^{-6} |
| | | | |

**Aproximación inicial razonable para el enésimo cero positivo:**
Aproximación inicial para el enésimo cero positivo: **xn≈n**

| Cero positivo | Intervalo | Cero aproximado | Error |
|---|---|---|---|
| **Cero 25** | [24.5, 25.5] | 25.447432 | 10−10^{-6} |

Grafica usando nuestro código de Python.



1. La función $f(x) = x^{(1/3)}$ tiene raíz en $x = 0$.Usando el punto de inicio de $x = 1$ y $p_0 = 5$, $p_1 = 0.5$ para el método de secante, compare los resultados de los métodos de secante y Newton.

| Iteración (n) | Método de la Se | Método de Newton (xn) | |
|---|---|---|---|
| 0 | p0=5 | x0=1 | |
| 1 | p1=0.5 | x1≈−2 | |
| 2 | x2≈−3.4038 | x2≈3.9767 | |
| 3 | x3≈−5.9556 | | |
| | | | |

**Convergencia:** En este caso particular, con los puntos iniciales dados, ninguno de los dos métodos muestra una convergencia clara hacia la raíz x=0 en las primeras iteraciones. El método de la secante incluso parece divergir.

**Dependencia de los puntos iniciales:** Ambos métodos son sensibles a la elección de los puntos iniciales. Para el método de la secante, la elección de dos puntos iniciales inadecuados puede llevar a una mala aproximación o divergencia. Para el método de Newton, un punto inicial lejos de la raíz o en una región donde la derivada es muy pequeña o cero puede causar problemas.

Para este ejercicio tenemos que como tal la función no tiene un f(x)=0, ya que estamos buscando los puntos donde la gráfica de la función cruza o toca el eje horizontal (el eje de las x), pero esta función nunca cruza por el eje de las x.