Escuela Politécnica Nacional

Nombre: Kevin Eduardo Garcia Rodriguez

Tema: [Tarea 05] Ejercicios Unidad 02 B Método de Newton y de la Secante

Repositorio GIT: https://github.com/Nattyrd/Metodos-Numericos-2025B

1. Sea $f(x) = -x^3 - cos(x)$ y $p_0 = -1$. Use el método de Newton y de la Secante para encontrar $p2$. ¿Se podría usar $p_0 = 0$?

Método de Newton

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, n \geq 1$$

- Dado p_0 = -1

$f(x) = -x^3 - cos(x)$

$f'(x) = -3x^2 + sen(x)$

Iteración 1:

$$x_1 = -1 - \frac{0.45969}{-3.84147} = -0.88033$$

$f(-1) = -(-1)^3 - cos(-1) = 0.45969$

$f'(-1) = -3(-1)^2 + sen(-1) = -3.84147$

Iteración 2:

$$x_2 = -0.88033 - \frac{0.04534}{-3.09589} = -0.86568$$

$f(-0.88033) = -(-0.88033)^3 - cos(-0.88033) = 0.04534$

$f'(-0.88033) = -3(-0.88033)^2 + sen(-0.88033) = -3.09589$

Por lo tanto sabemos que $p_2 = -0.86568$

- Dado p_0 = 0

$f(0) = -(0)^3 - cos(0) = -1$

$f'(0) = -3(0)^2 + sen(0) = 0$

El método de Newton falla, porque dividiríamos por cero.

Método de la Secante

- Dado p_0 = -1 y eleguido p_1 = -1.5

$$x_n = x_{n-1} - f(x_{n-1}) * \frac{x_{n-1} - x_{n-2}}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})}$$

Cálculos:

f(-1.5) = $-(-1.5)^3 - cos(-1.5) = 3.30426$

f(-1) = $-(-1)^3 - cos(-1) = 0.45969$

$$x_2 = -1.5 - 3.30426 * \frac{-1.5 - (-1)}{3.30426 - 0.45969} = -0.91919$$

Por lo tanto sabemos que $p_2 = -0.91919$

- Dado p_0 = 0 y eleguido p_1 = 1

f(0) = $-(0)^3 - cos(0) = -1$

f(1) = $-(1)^3 - cos(1) = -1.54030$

$$x_2 = 1 - (-1.5403) * \frac{1 - 0}{-1.5403 - (-1)} = -1.85082$$

2. Encuentre soluciones precisas dentro de 10^{-4} para los siguientes problemas.

a. $x^3 - 2x^2 - 5 = 0$, [1,4]

b. $x^3 - 3x^2 - 1 = 0$, [-3,-2]

c. $x - cosx = 0$, [0,π/2]

d. $x - 0.8 - 0.2senx = 0$,[0,π/2]

In [1]:
```
import numpy as np
## metodo de secante (Dos puntos)
def secante(f, x0, x1, tol=1e-4, max_iter=100):
    for i in range(max_iter):
        fx0 = f(x0)
        fx1 = f(x1)

        if fx1 - fx0 == 0:
            print("División por cero en iteración.")

        x2 = x1 - fx1 * (x1 - x0) / (fx1 - fx0)

        if abs(x2 - x1) < tol:
            return x2  # raíz aproximada

        x0, x1 = x1, x2

    print("No converge dentro del número máximo de iteraciones.")
```

In [2]:
```
#a)
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x**3-2*x**2-5

a = secante(f, x0=1, x1=4)
print("a | Raíz aproximada:", a)

#-------------------------------------------------------------

#b)
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x**3-3*x**2-1

b = secante(f, x0=-3, x1=-2)
print("b | Raíz aproximada:", b)

#-------------------------------------------------------------

#c)
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x-np.cos(x)

c = secante(f, x0=0, x1=(np.pi/2))
print("c | Raíz aproximada:", c)

#-------------------------------------------------------------

#d)
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x-0.8-0.2*np.sin(x)

d = secante(f, x0=0, x1=(np.pi/2))
print("d | Raíz aproximada:", d)
```

```
a | Raíz aproximada: 2.690647447883773
b | Raíz aproximada: 3.103803339266244
c | Raíz aproximada: 0.739085133034638
d | Raíz aproximada: 0.964333884548886
```

3. Use los 2 métodos en esta sección para encontrar las soluciones dentro de 10^{-5} para los siguientes problemas.

   a. $3x - e^x = 0$ para $1 \leq x \leq 2$

   b. $2x + 3cosx - e^x = 0$ para $1 \leq x \leq 2$

In [1]:
```
import numpy as np
from scipy.optimize import newton

# Definición del método de la secante (por si no lo tienes)
def secante(f, x0, x1, tol=1e-5, max_iter=50):
    iteracion = 0
    while abs(x1 - x0) > tol and iteracion < max_iter:
        fx0 = f(x0)
```

```
        fx1 = f(x1)
        if fx1 - fx0 == 0:
            print("División por cero en la secante.")
            return None
        x2 = x1 - fx1 * (x1 - x0) / (fx1 - fx0)
        x0, x1 = x1, x2
        iteracion += 1
    return x1


# ============================
# A) f(x) = 3x - e^x
# ============================
def f_a(x):
    return 3 * x - np.exp(x)

def fprime_a(x):
    return 3 - np.exp(x)

x0_a = 2
x1_a = 1

print("\n=== a) f(x) = 3x - e^x ===")
raiz_newton_a = newton(f_a, x0_a, fprime_a, tol=1e-5)
print("| Newton-Raphson | Raíz aproximada:", raiz_newton_a)

raiz_secante_a = secante(f_a, x0_a, x1_a)
print("| Secante        | Raíz aproximada:", raiz_secante_a)


# ============================
# B) f(x) = 2x + 3cos(x) - e^x
# ============================
def f_b(x):
    return 2 * x + 3 * np.cos(x) - np.exp(x)

def fprime_b(x):
    return 2 - 3 * np.sin(x) - np.exp(x)

x0_b = 2
x1_b = 1

print("\n=== b) f(x) = 2x + 3cos(x) - e^x ===")
raiz_newton_b = newton(f_b, x0_b, fprime_b, tol=1e-5)
print("| Newton-Raphson | Raíz aproximada:", raiz_newton_b)

raiz_secante_b = secante(f_b, x0_b, x1_b)
print("| Secante        | Raíz aproximada:", raiz_secante_b)
```

```
=== a) f(x) = 3x - e^x ===
| Newton-Raphson | Raíz aproximada: 1.5121345516685927
| Secante        | Raíz aproximada: 0.6190612866166071

=== b) f(x) = 2x + 3cos(x) - e^x ===
| Newton-Raphson | Raíz aproximada: 1.2397146979752176
| Secante        | Raíz aproximada: 1.239714698599015
```

4. El polinomio de cuarto grado

$$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

tiene dos ceros reales, uno en [−1,0] y el otro en [0,1]. Intente aproximar estos ceros dentro de 10^{-6} con

a. El método de la secante (use los extremos como las estimaciones iniciales)

b. El método de Newton (use el punto medio como estimación inicial)

In [2]:
```
def f(x):
    return 230*x**4+18*x**3 +9*x**2-221*x-9

def fprime(x):
    return 920*x**3+54*x**2 +18*x -221


print("\n a)")
a = secante(f, x0=-1, x1=0,tol=1e-6)
print("| Secante | Raíz aproximada:", a)

a = secante(f, x0=0, x1=1,tol=1e-6)
print("| Secante | Raíz aproximada:", a)

print("\n b)")
x0 = - 0.5
b = newton(f, x0, fprime, tol=1e-6)
print("| Newton-Raphson | Raíz aproximada:", b)
x0 = 0.5
b = newton(f, x0, fprime, tol=1e-6)
print("| Newton-Raphson | Raíz aproximada:", b)
```

```
 a)
| Secante | Raíz aproximada: -0.040659288315725135
| Secante | Raíz aproximada: -0.04065928831557162

 b)
| Newton-Raphson | Raíz aproximada: -0.04065928831575899
| Newton-Raphson | Raíz aproximada: -0.040659288315758865
```

5. La funcion $f(x) = tan(\pi x) - 6$ tiene cero en $1/\pi arcontangente 6 \approx 0.447431543$. Sea $p_0 = 0$ y $p_1 = 0.48$ y use 10 iteraciones en cada uno de los siguientes métodos para aproximar esta raíz. ¿Cuál método es más eficaz y por qué?

   a. método de bisección

   b. método de Newton

   c. método de la secante

In [3]:
```
# Algoritmo de bisección
def bisection_method(f, a, b, tol=1e-5, max_iter=100):
    # Verificar que los signos de f(a) y f(b) sean opuestos
    if f(a) * f(b) >= 0:
        print("No se puede aplicar el método de bisección. Los signos de f(a) y
        return None
```

```
    iter_count = 0
    while (b - a) / 2.0 > tol:
        # Punto medio
        c = (a + b) / 2.0
        # Verificar si el punto medio es una raíz
        if f(c) == 0:
            return c
        # Actualizar el intervalo
        elif f(c) * f(a) < 0:
            b = c
        else:
            a = c

        iter_count += 1
        if iter_count > max_iter:
            print("Se alcanzó el número máximo de iteraciones")
            return None

    return (a + b) / 2.0
```

In [4]:
```
def f(x):
    return np.tan(np.pi*x) - 6

def fprime(x):
    return np.pi/(np.cos(np.pi * x) ** 2)

a = bisection_method(f, 0, 0.48, max_iter=100)
print("Bisección | Raíz aproximada:", a)

x0 = 0.48
b = newton(f, x0, fprime, maxiter=10)
print("Newton-Raphson | Raíz aproximada:", b)


c = secante(f, x0=0, x1=0.48, max_iter=100)
print("Secante | Raíz aproximada:", c)
```

```
Bisección | Raíz aproximada: 0.44742919921874996
Newton-Raphson | Raíz aproximada: 0.4474315432887487
Secante | Raíz aproximada: 9.306876005613238e+49
```

6. La función descrita por $f(x) = ln(x^2 + 1) - e^{0.4x}cos\pi x$ tiene un número infinito de ceros.

   a. Determine, dentro de 10^{-6}, el único cero negativo.

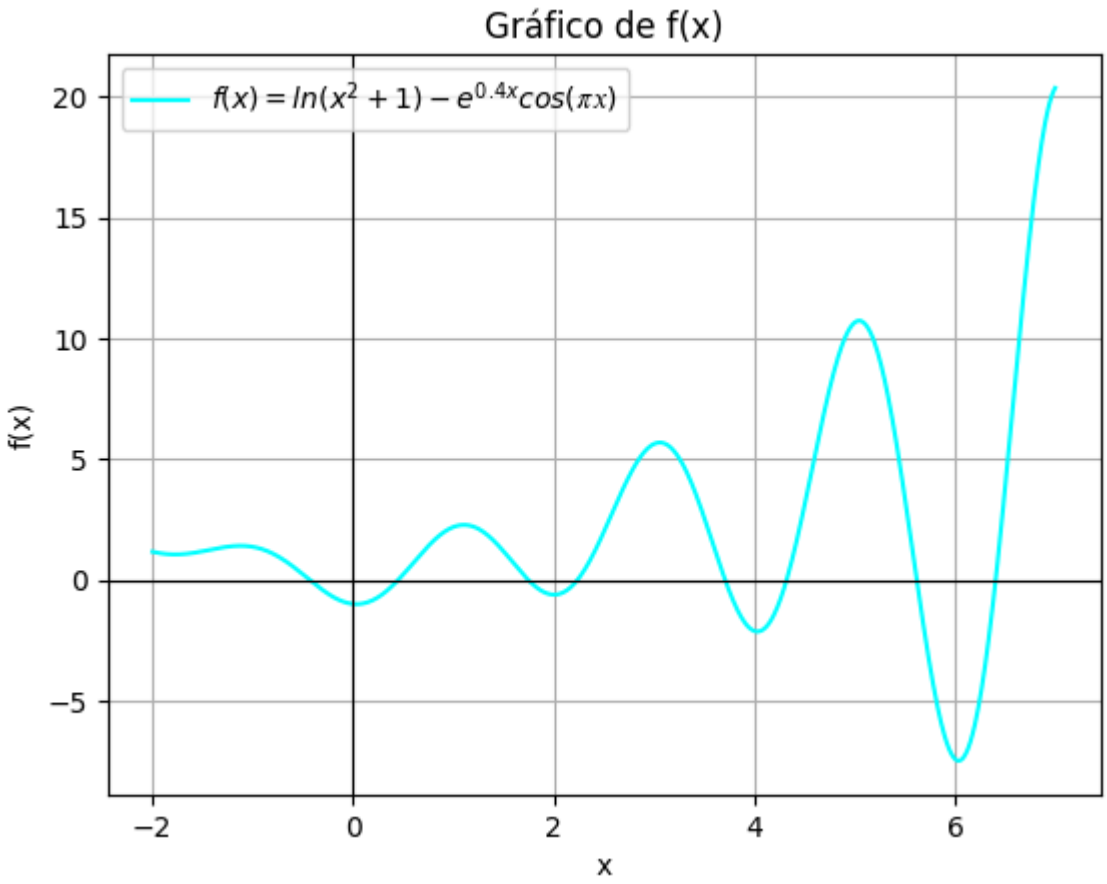
   b. Determine, dentro de 10^{-6}, los cuatro ceros positivos más pequeños.

   c. Determine una aproximación inicial razonable para encontrar el enésimo cero positivo más pequeño de f. [Sugerencia: Dibuje una gráfica aproximada de f.]

   d. Use la parte c) para determinar, dentro de 10^{-6}, el vigesimoquinto cero positivo más pequeño de f.

In [7]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
```

```
# Definir la función f(x)
def f(x):
    return np.log(x**2 + 1) - np.exp(0.4 * x) * np.cos(np.pi * x)

# Definir el rango de valores para x
x = np.linspace(-2, 7, 800)
y = f(x)

# Graficar la función con la línea de puntos
plt.plot(x, y, label=r'$f(x) = ln(x^{2}+1) -e^{0.4x} cos(\pi x)$', color='cyan')

# Agregar título y etiquetas
plt.title('Gráfico de f(x)')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)')

# Mostrar la cuadrícula y los ejes
plt.grid(True)
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)  # Eje X
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)  # Eje Y

# Agregar leyenda
plt.legend()

# Mostrar la gráfica
plt.show()
```



In [8]:
```
def f(x):
    return np.log(x**2 + 1) - np.exp(0.4 * x) * np.cos(np.pi * x)


a = bisection_method(f, -1, 0,tol=1e-6)
```

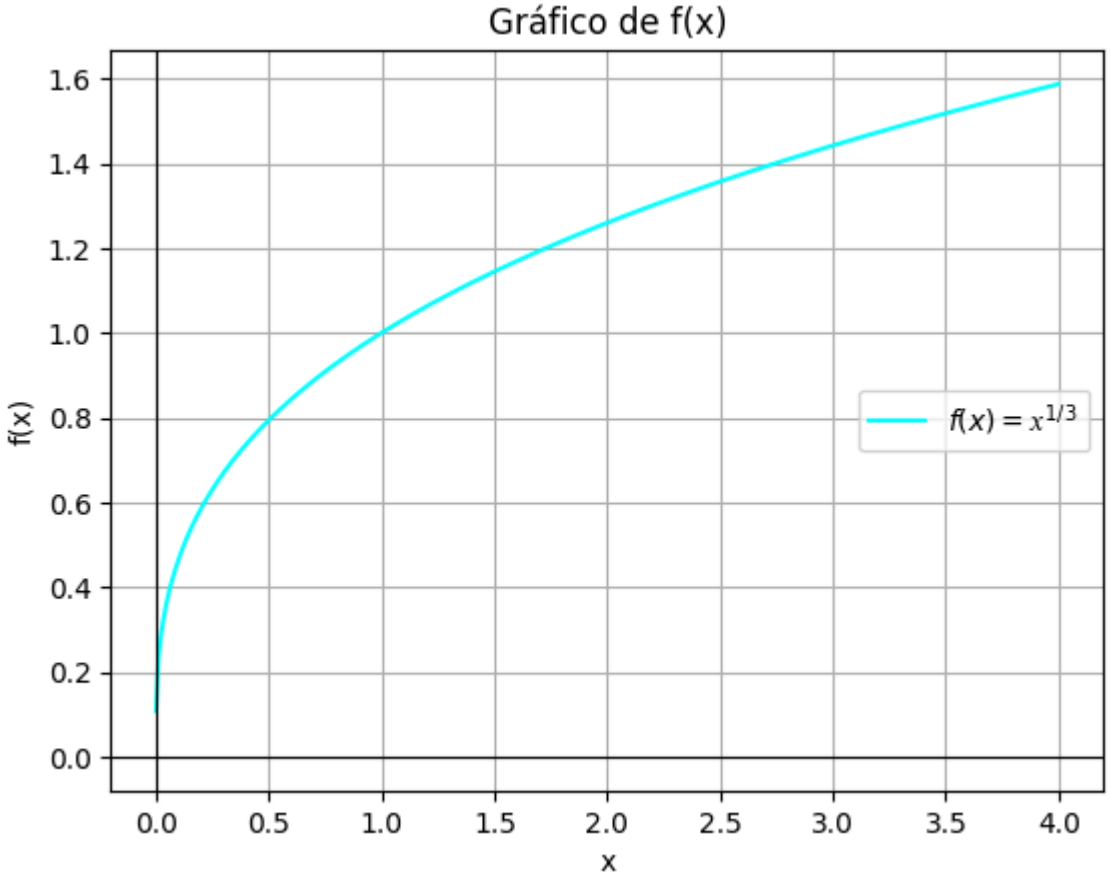
```
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", a)

b = bisection_method(f, 0, 1,tol=1e-6)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", b)

c = bisection_method(f, 1, 2,tol=1e-6)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", c)

d = bisection_method(f, 2, 2.5,tol=1e-6)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", d)

e = bisection_method(f, 3.5, 3.9,tol=1e-6)
print("A) | Bisección | Raíz aproximada:", e)
```

```
A) | Bisección | Raíz aproximada: -0.4341421127319336
A) | Bisección | Raíz aproximada: 0.4506559371948242
A) | Bisección | Raíz aproximada: 1.7447385787963867
A) | Bisección | Raíz aproximada: 2.2383203506469727
A) | Bisección | Raíz aproximada: 3.7090415954589844
```

7. La función $f(x) = x^{1/3}$ tiene raíz en $x = 0$. Usando el punto de inicio de $x = 1$ y $p_0 = 5$, $p_1 = 0.5$ para el método de secante, compare los resultados de los métodos de la secante y de Newton.

In [9]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Definir la función f(x)
def f(x):
    return x**(1/3)

# Definir el rango de valores para x
x = np.linspace(-5, 4, 800)
y = f(x)

# Graficar la función con la línea de puntos
plt.plot(x, y, label=r'$f(x) =x^{1/3} $', color='cyan')

# Agregar título y etiquetas
plt.title('Gráfico de f(x)')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)')

# Mostrar la cuadrícula y los ejes
plt.grid(True)
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)  # Eje X
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)  # Eje Y

# Agregar leyenda
plt.legend()

# Mostrar la gráfica
plt.show()
```

```
C:\Users\Usuario\AppData\Local\Temp\ipykernel_22284\2201156426.py:6: RuntimeWarni
ng: invalid value encountered in power
  return x**(1/3)
```



In [3]:
```python
from scipy.optimize import newton
import numpy as np

# Definición de la función
def f(x):
    return np.cbrt(x)  # raíz cúbica real, maneja negativos correctamente

# Derivada de la función
def fprime(x):
    # Evitar división por cero
    if x == 0:
        return np.inf
    return (1/3) * x**(-2/3)

# ------------------------------
# Método de Newton-Raphson
# ------------------------------
x0 = 1  # Valor inicial
raiz_newton = newton(f, x0, fprime, tol=1e-5, maxiter=100)
print("-> | Newton-Raphson | Raíz aproximada:", raiz_newton)

# ------------------------------
# Método de la Secante
# ------------------------------
x1 = 5
x2 = 0.5  # Segundo valor inicial

# Llamada correcta: sin derivada y con dos puntos iniciales
raiz_secante = newton(f, x1, x1=x2)
print("-> | Secante         | Raíz aproximada:", raiz_secante)
```

```
C:\Users\NattyrdGT\AppData\Local\Temp\ipykernel_16716\1792186152.py:13: RuntimeWa
rning: invalid value encountered in scalar power
  return (1/3) * x**(-2/3)
---------------------------------------------------------------------------
RuntimeError                              Traceback (most recent call last)
Cell In[3], line 19
     15 # -------------------------------
     16 # Método de Newton-Raphson
     17 # -------------------------------
     18 x0 = 1  # Valor inicial
---> 19 raiz_newton = newton(f, x0, fprime, tol=1e-5, maxiter=100)
     20 print("-> | Newton-Raphson | Raíz aproximada:", raiz_newton)
     22 # -------------------------------
     23 # Método de la Secante
     24 # -------------------------------

File c:\Users\NattyrdGT\AppData\Local\Programs\Python\Python313\Lib\site-packages
\scipy\optimize\_zeros_py.py:392, in newton(func, x0, fprime, args, tol, maxiter,
fprime2, x1, rtol, full_output, disp)
    390 if disp:
    391     msg = f"Failed to converge after {itr + 1} iterations, value is {p}."
--> 392     raise RuntimeError(msg)
    394 return _results_select(full_output, (p, funcalls, itr + 1, _ECONVERR), me
thod)

RuntimeError: Failed to converge after 100 iterations, value is nan.
```

Newton-Raphson no es adecuado para funciones con derivadas infinitas o no definidas en la raíz.