



TP3: Métodos de Aprendizaje NO Supervisado

Introducción

- Aprendizaje no supervisado:
 - Red de Kohonen
 - Regla de Oja
 - Modelo de Hopfield discreto



Problema 1

- El conjunto de datos europe.csv corresponde a características económicas, sociales y geográficas de 28 países de Europa



En base a 7 variables

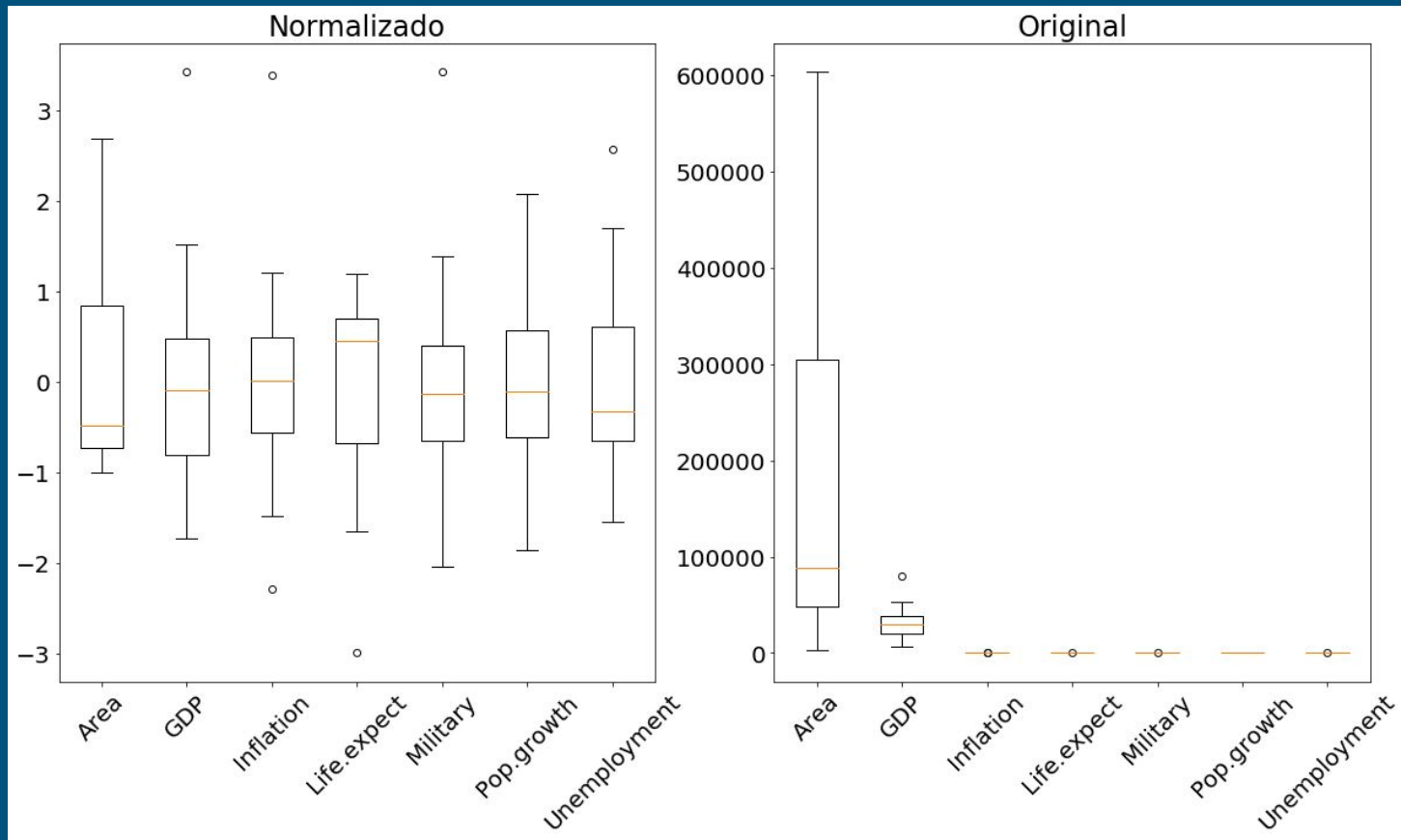
1. Implementar la red de Kohonen
2. Implementar una red neuronal utilizando la regla de Oja

Implementación Kohonen

- Matriz de $k \times k$, cada elemento tiene su vector W con 7 pesos
 - $k < 6$ (más neuronas que países \rightarrow neuronas muertas)
- $R \rightarrow 1$ con $t \rightarrow \infty$
- $\eta \rightarrow 0$ con $t \rightarrow \infty$
- Cada iteración:
 - calculamos neurona ganadora
 - encontramos y actualizamos neuronas vecinas

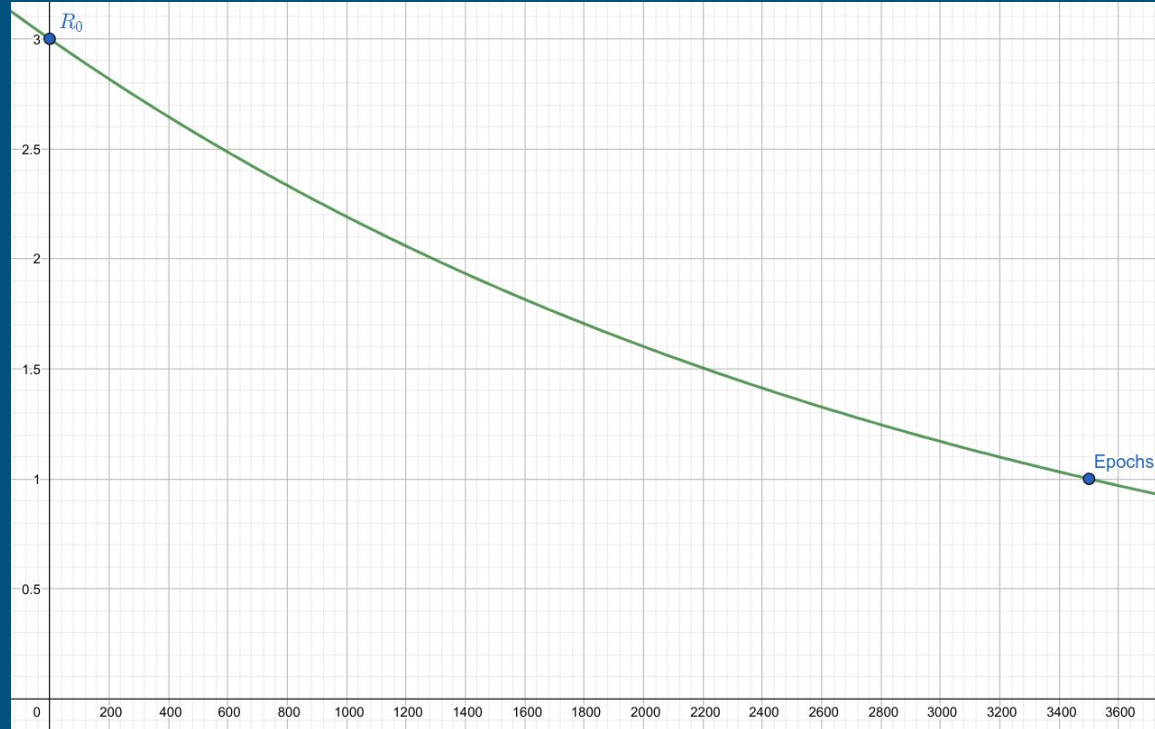


Datos



Implementación Kohonen

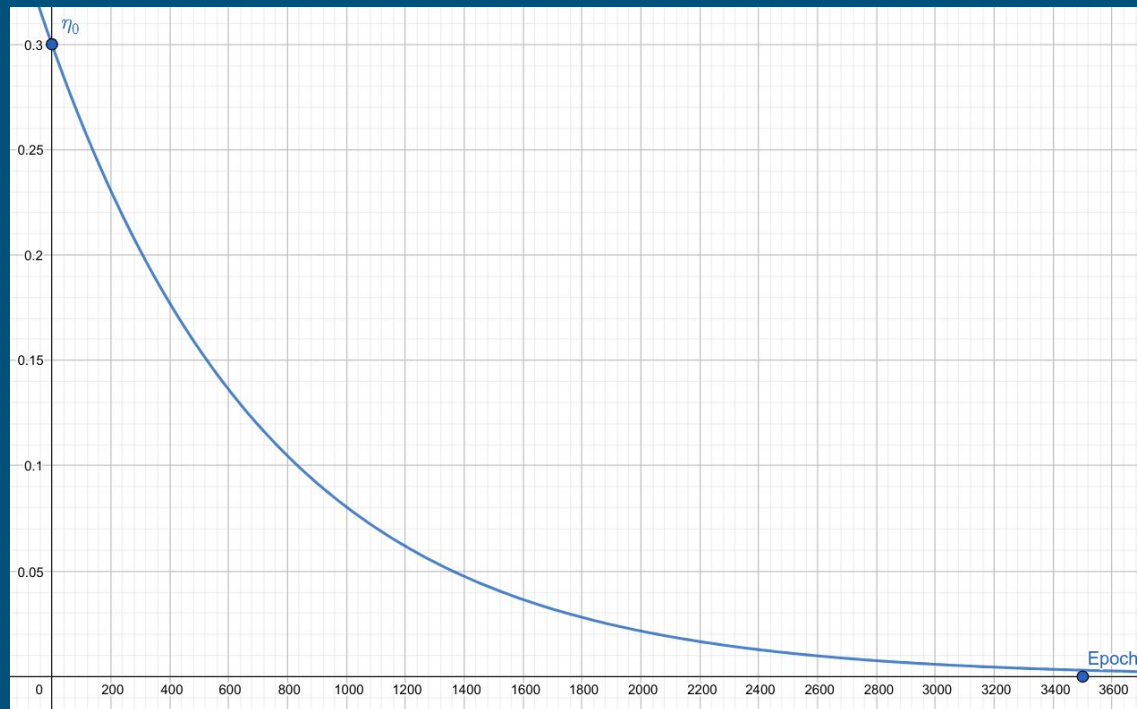
$$Radio(i) = R_0 * e^{\frac{-i * \ln(R_0)}{epochs}}$$



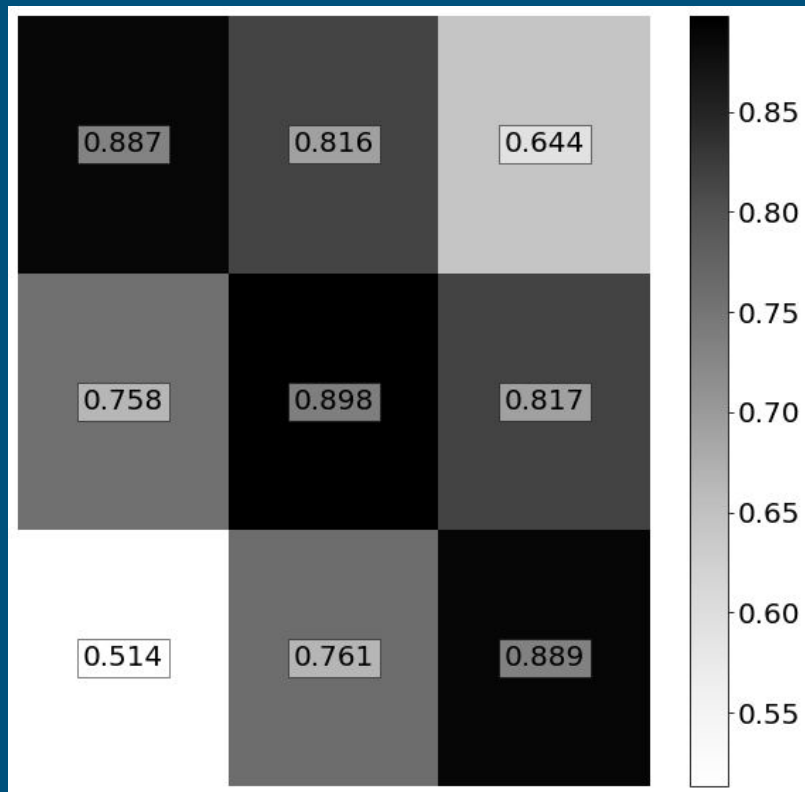
Implementación Kohonen

$$\eta(i) = \eta_0 * e^{\frac{i * \ln(k)}{\text{epochs}}}$$

K = 1%



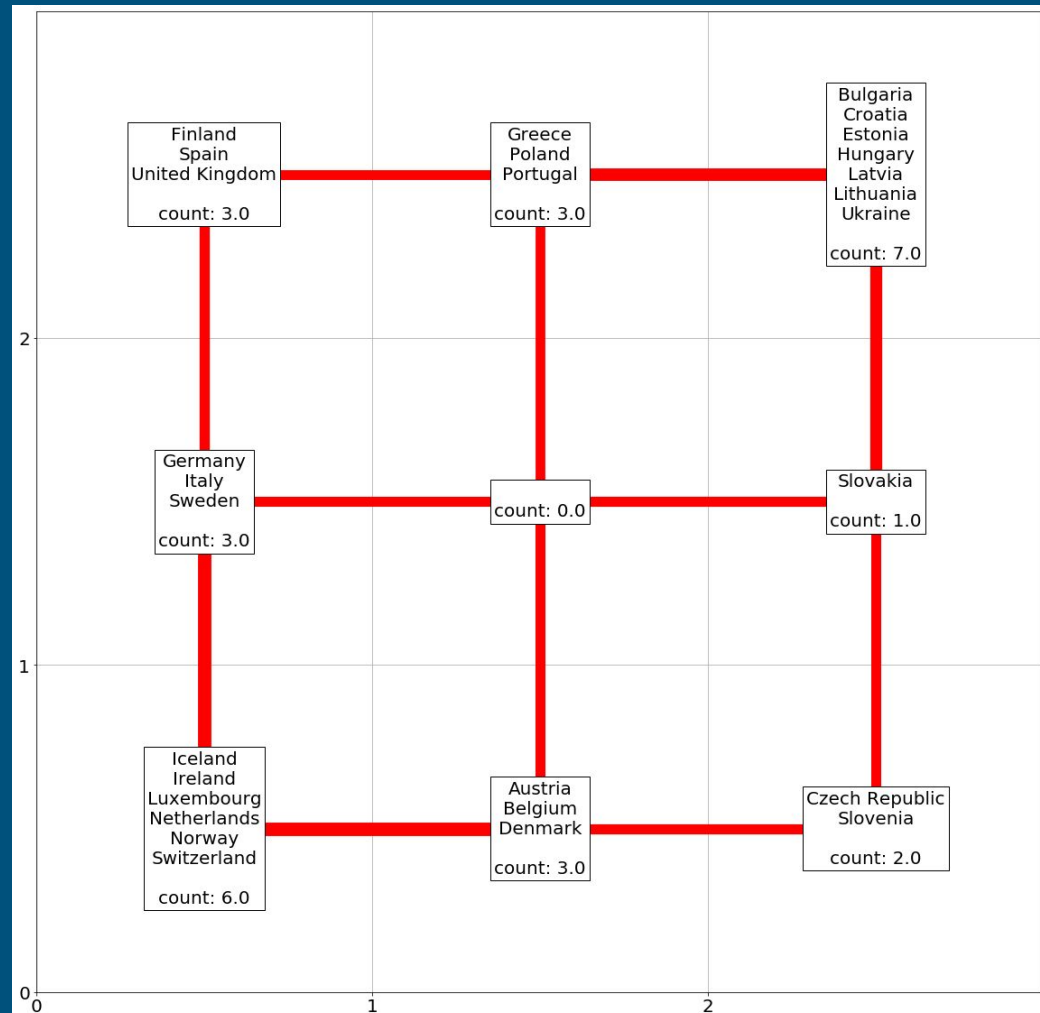
Matriz U distancia promedio entre neuronas



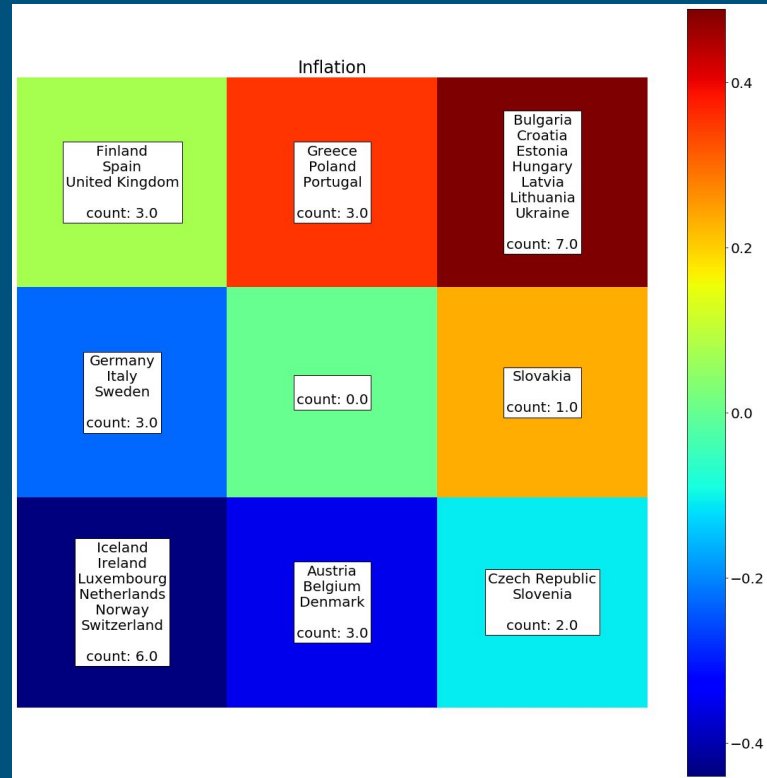
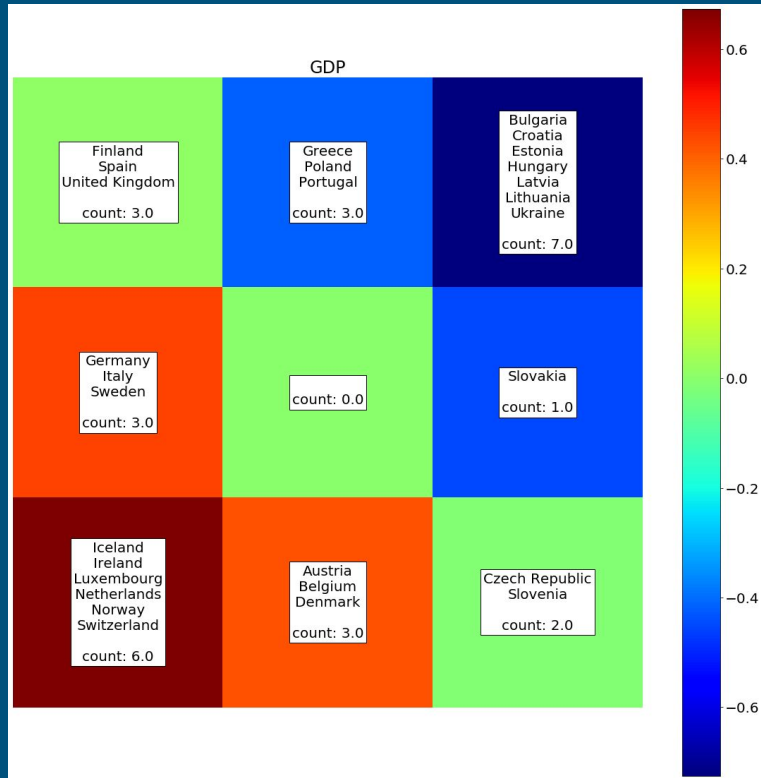
$k = 3$
 $R_0 = 3$
 $\eta_0 = 0.01$

Elementos
asociados
a cada
neurona

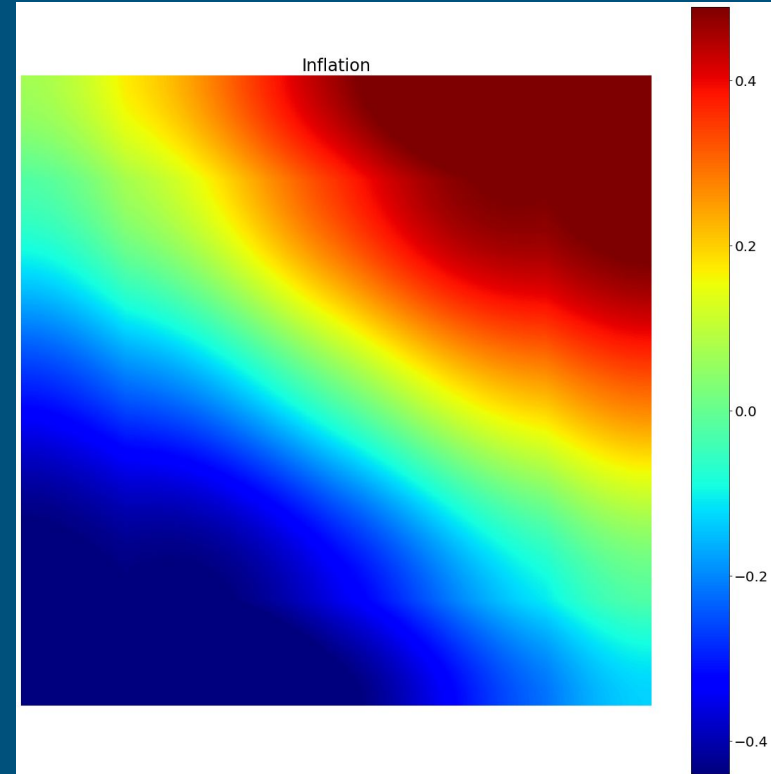
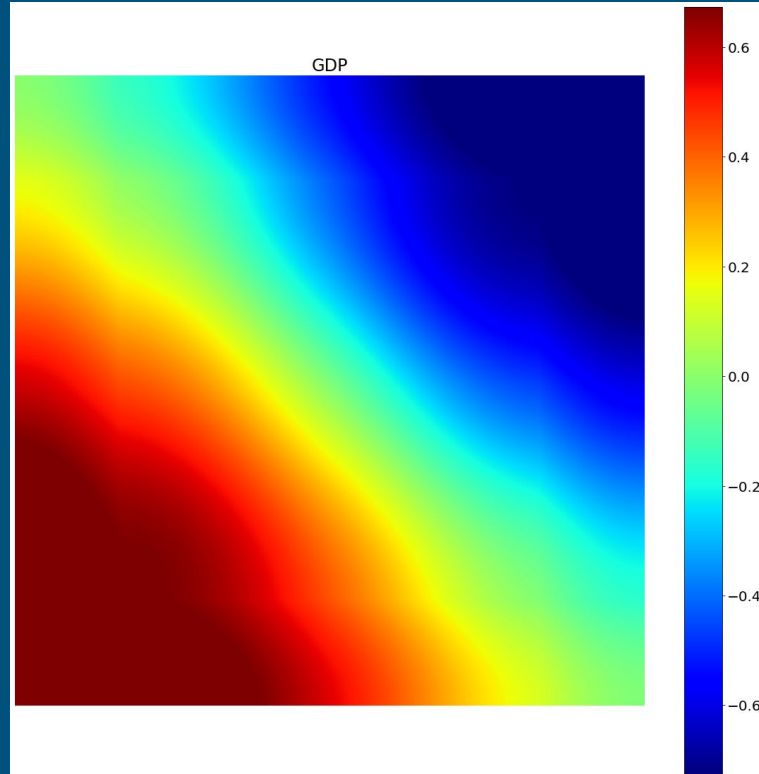
$k = 3$
 $R_0 = 3$
 $\eta_0 = 0.01$



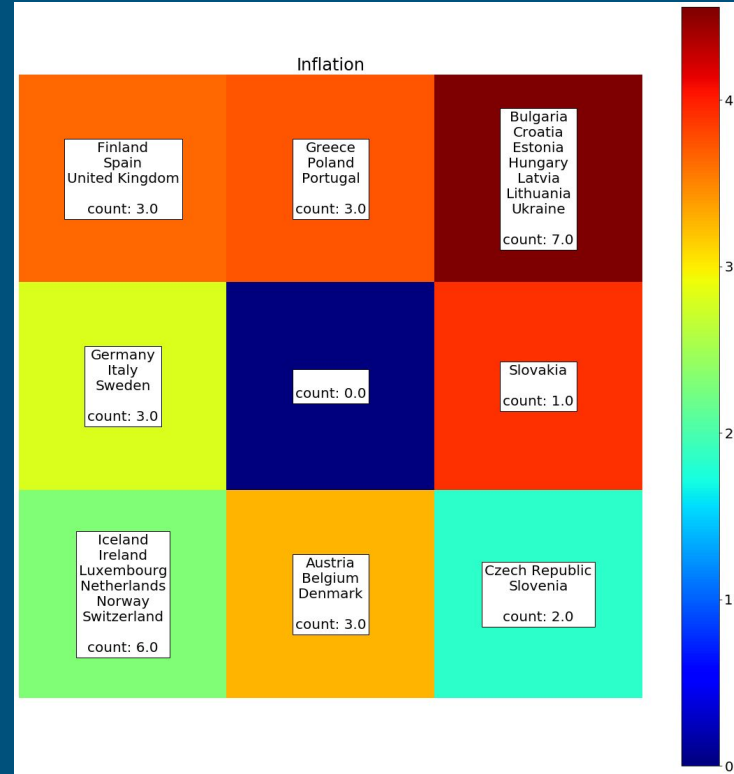
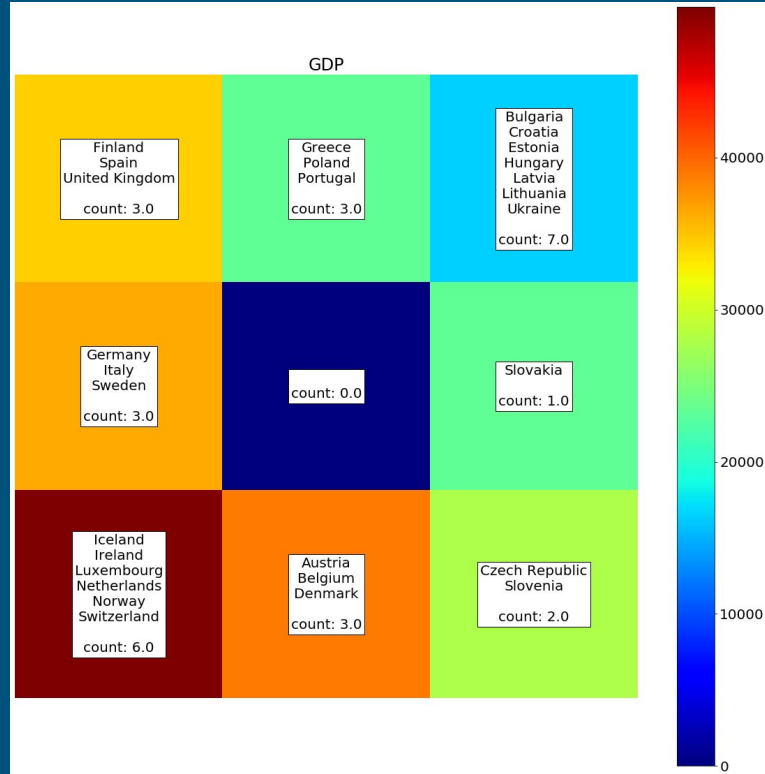
GDP vs Inflation (Componente)



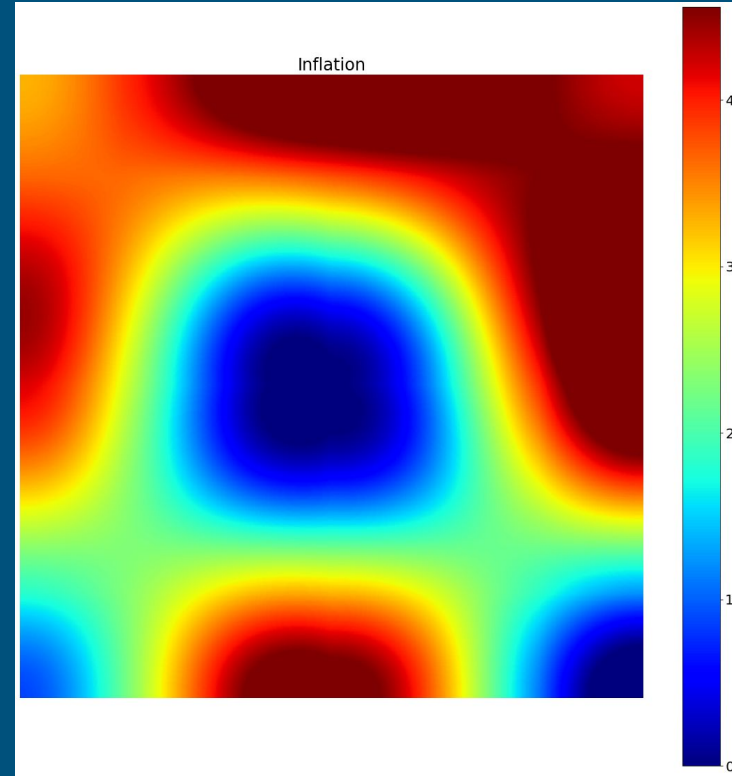
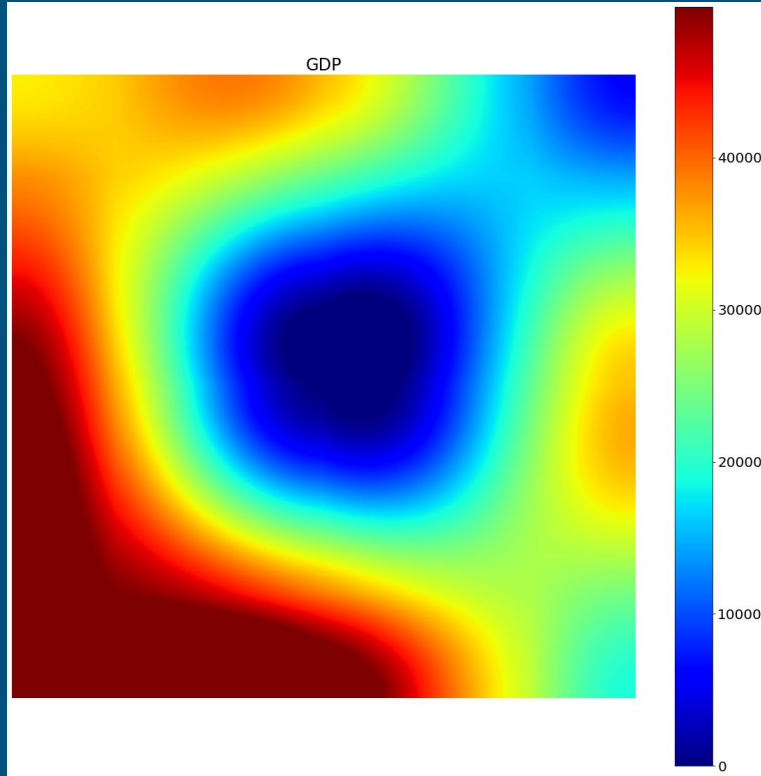
GDP vs Inflation (Componente)



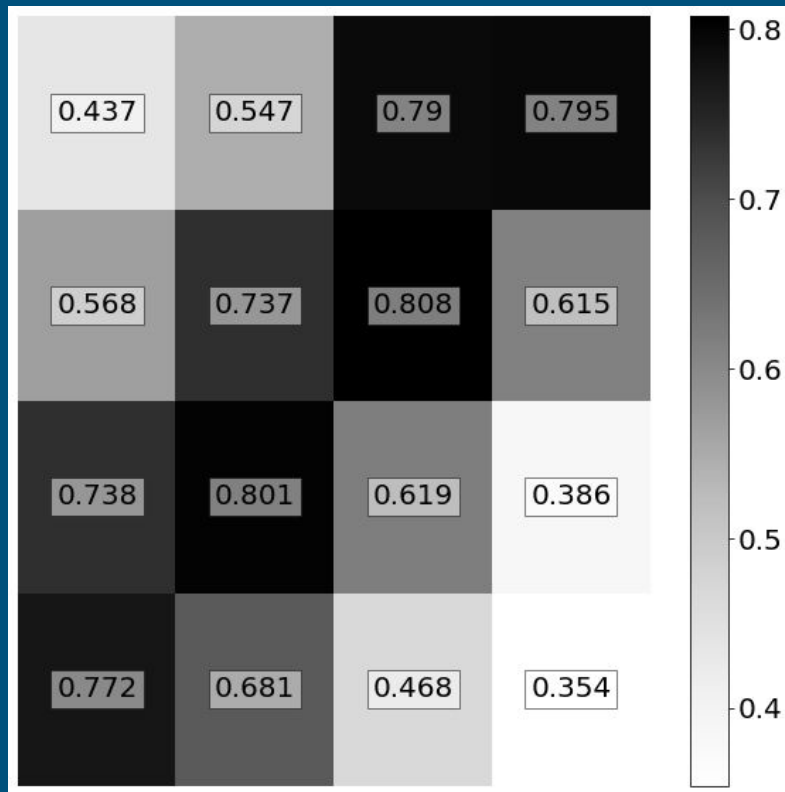
GDP vs Inflation (Promedio)



GDP vs Inflation (Promedio)



Matriz U distancia promedio entre neuronas



$k = 4$
 $R_0 = 4$
 $\eta_0 = 0.01$

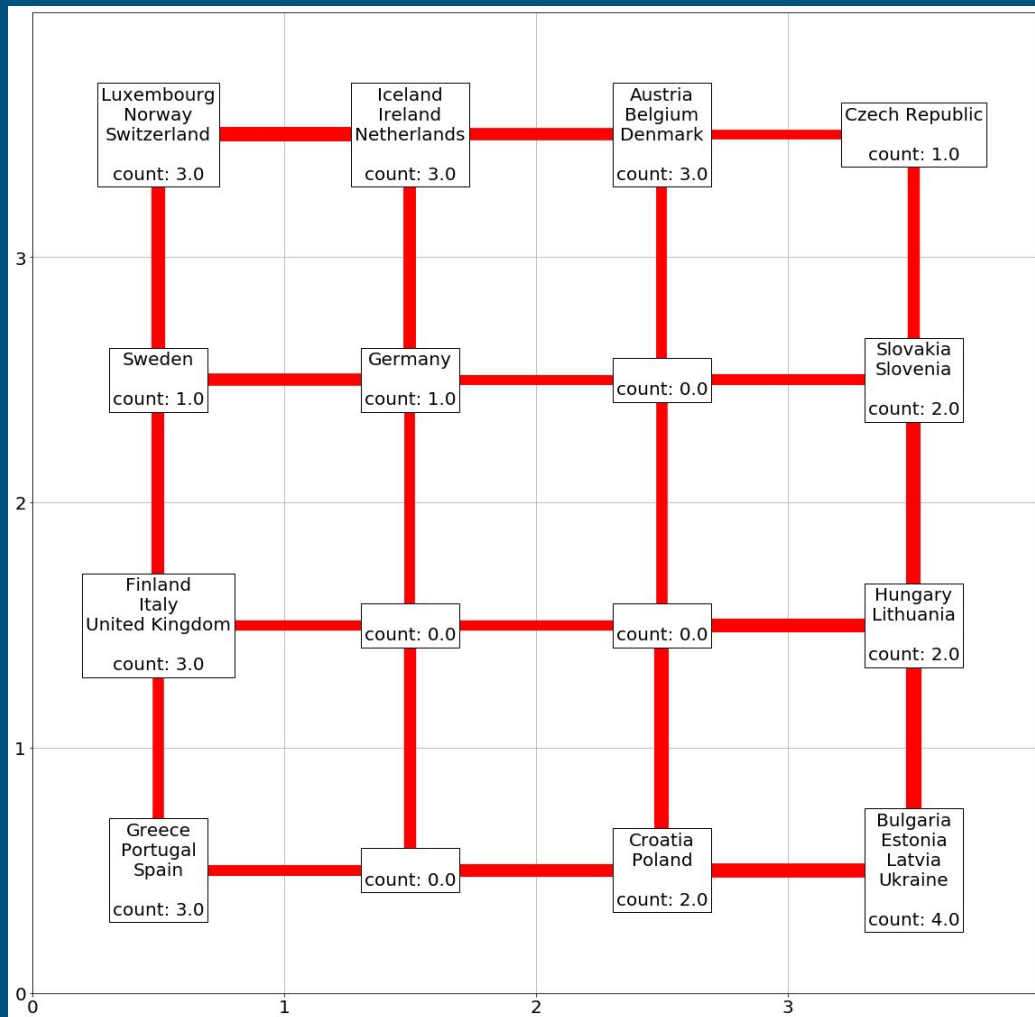


Elementos
asociados
a cada
neurona

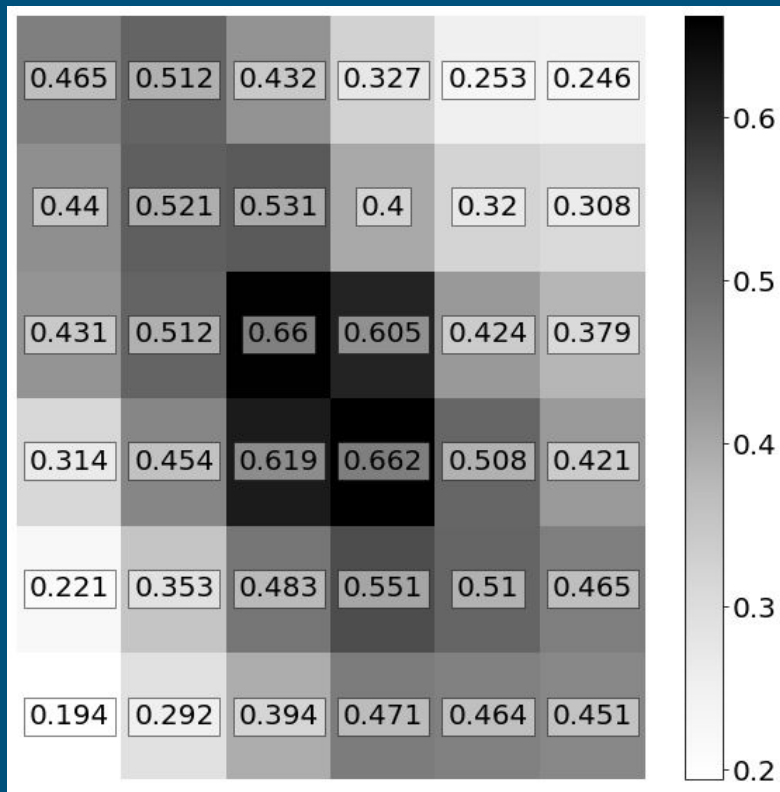
$$k = 4$$

$$R_0 = 4$$

$$\eta_0 = 0.01$$



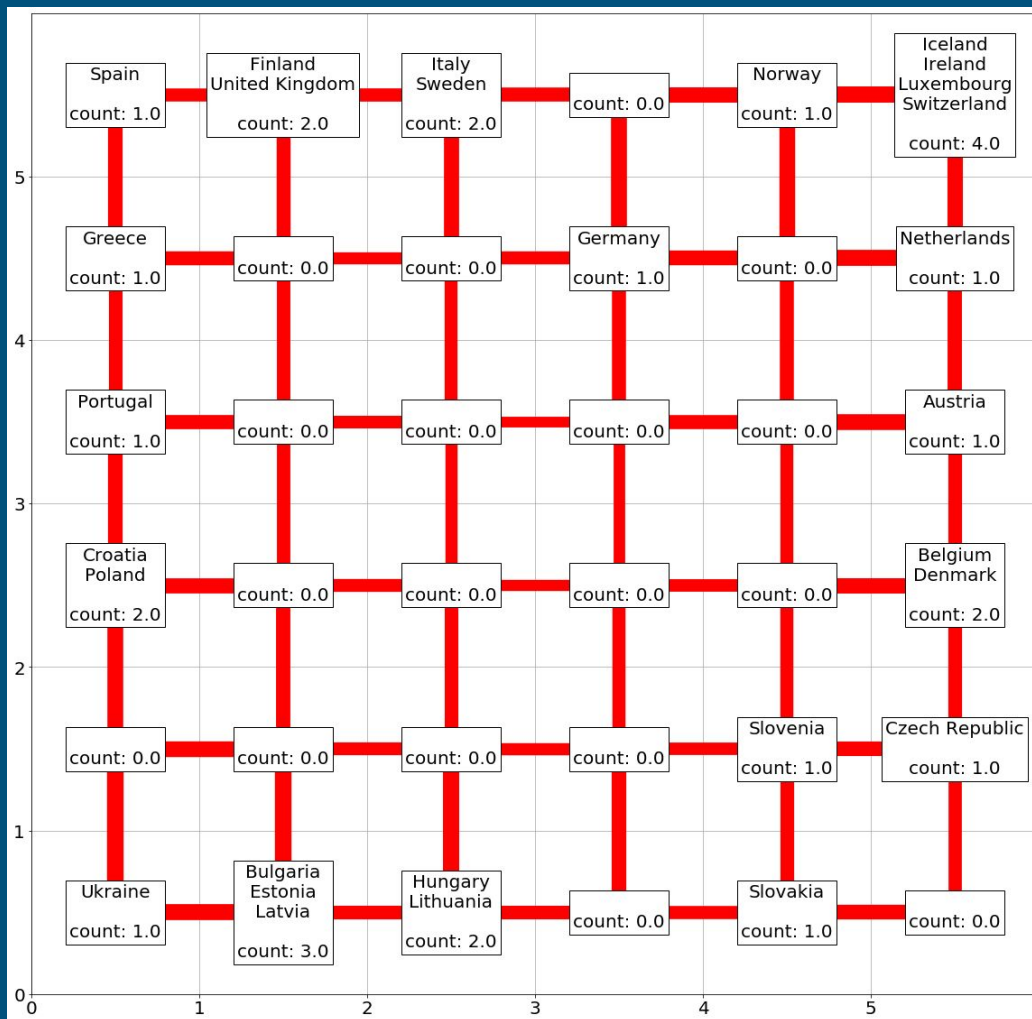
Matriz U distancia promedio entre neuronas



$k = 6$
 $R_0 = 6$
 $\eta_0 = 0.01$

Elementos
asociados
a cada
neurona

$k = 6$
 $R_0 = 6$
 $\eta_0 = 0.01$



Conclusiones Kohonen

- Con más partículas que países hay neuronas muertas $N=28$, $K \leq 5$
- Aún con neuronas muertas, si se tienen en cuenta los vecindarios, los grupos son coherentes con la distribución de la componente principal
- Usar un learning rate inicial cercano a 1, lleva a todas las neuronas cerca del último X_p de la época y por lo tanto la matriz U tiene distancias chicas pero no agrupa bien
- Distancias chicas no son indicador buena o mala agrupación
- El radio inicial debe ser “grande” para que no se formen grupos aislados
- No olvidar estandarizar los datos

Implementación Oja

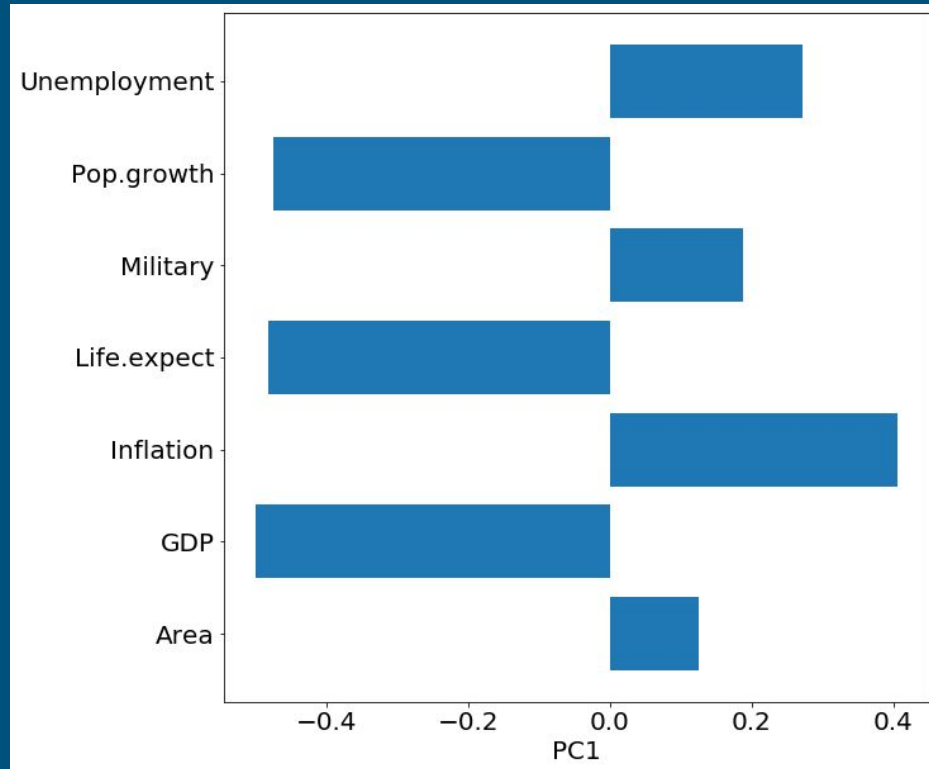
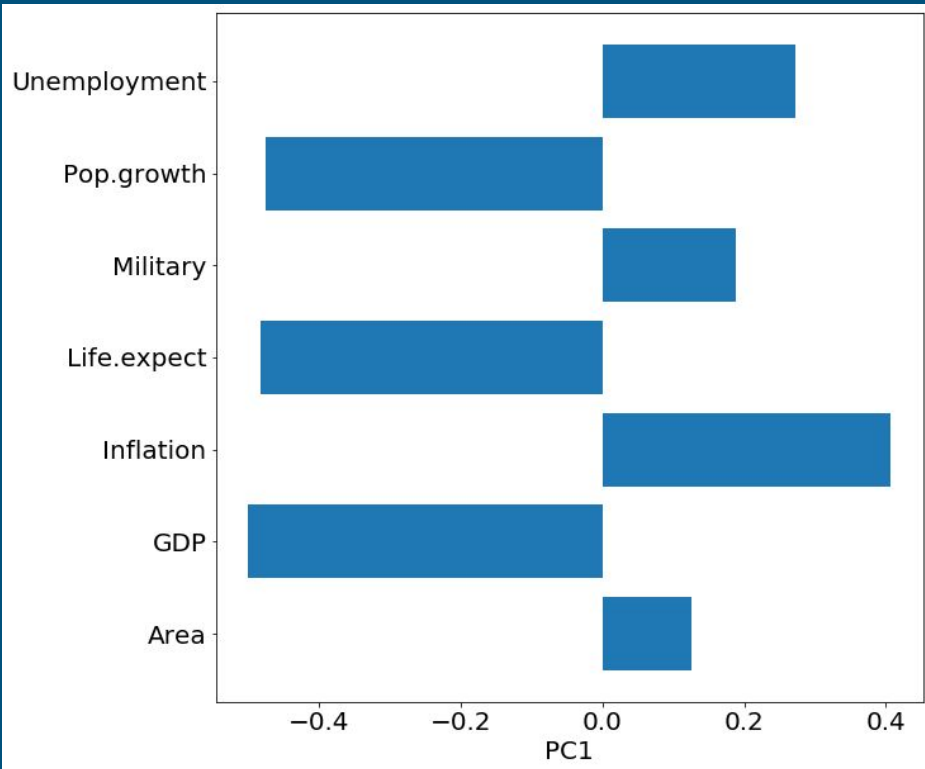
- Perceptrón simple
 - regla de actualización de Oja
- comparamos los resultados con el PCA utilizando la misma librería que usamos para el ejercicio obligatorio
 - sklearn



Resolución Oja VS PCA

epochs=2000

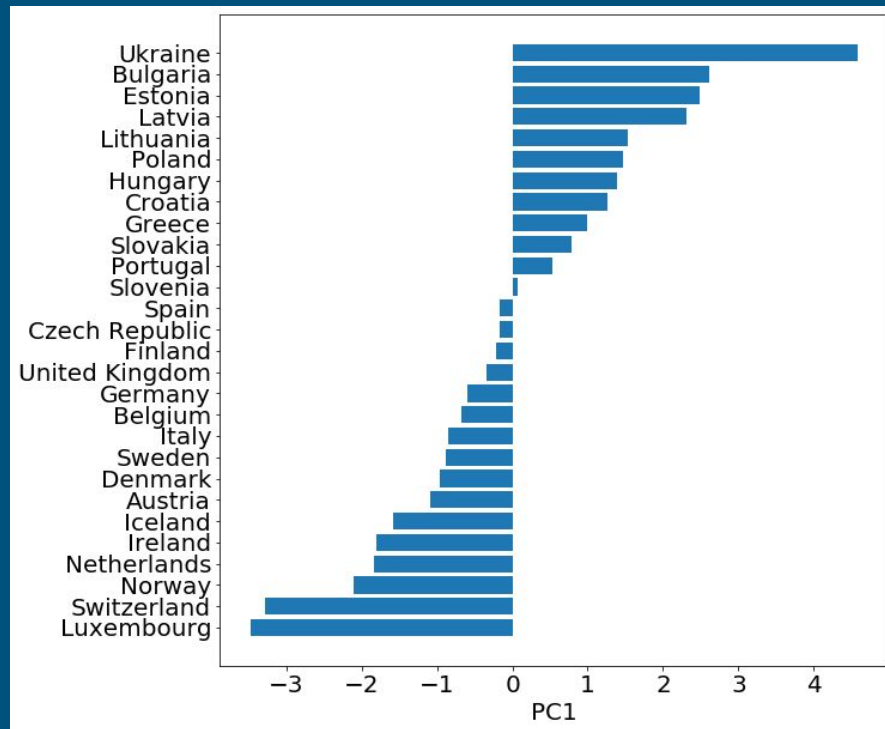
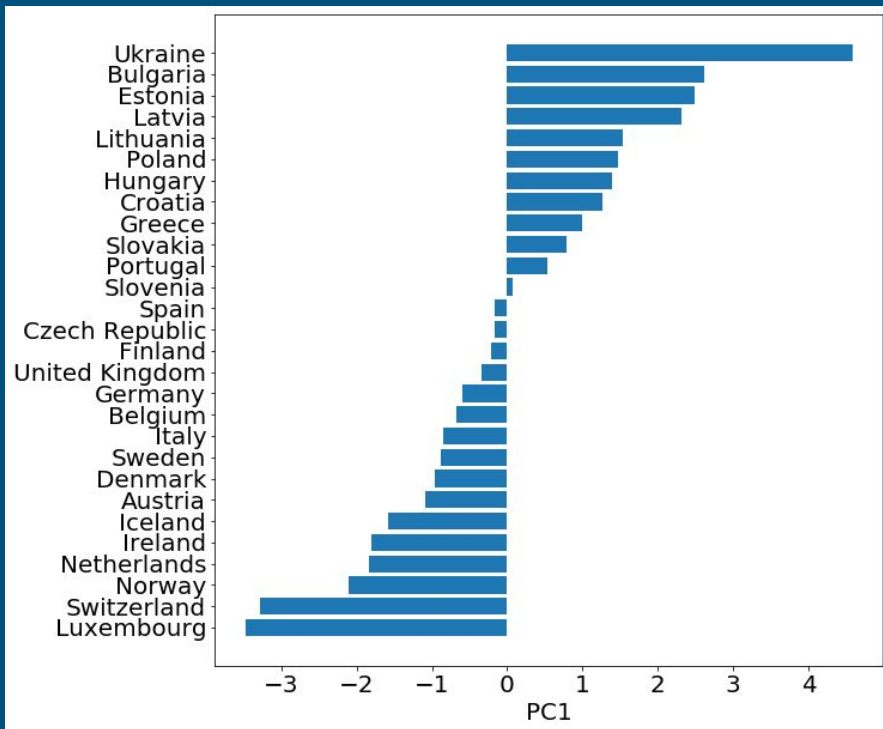
$lr = 1e-4$



Resolución Oja VS PCA

epochs=2000

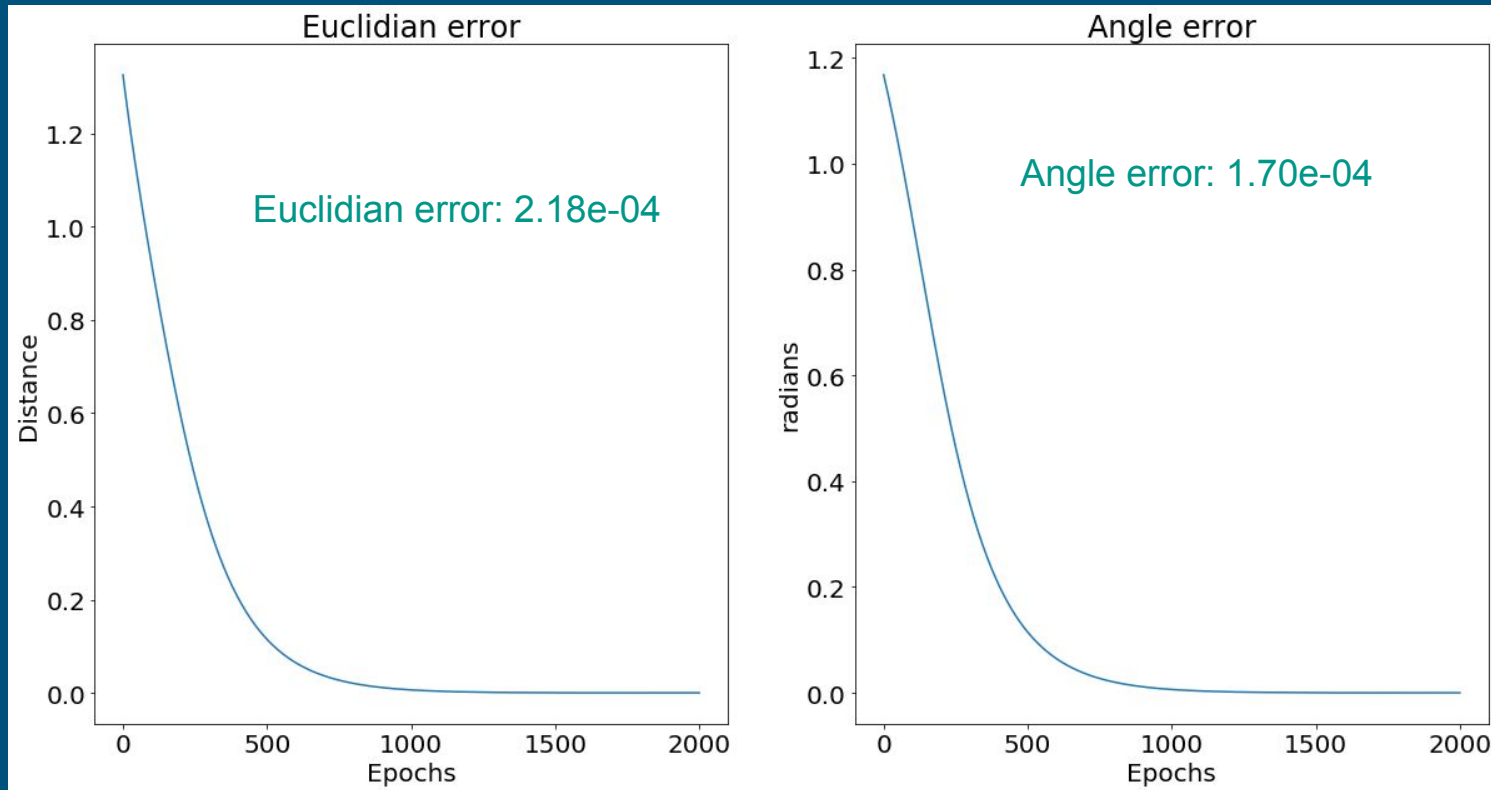
$lr = 1e-4$



Resolución Oja VS PCA

epochs=2000

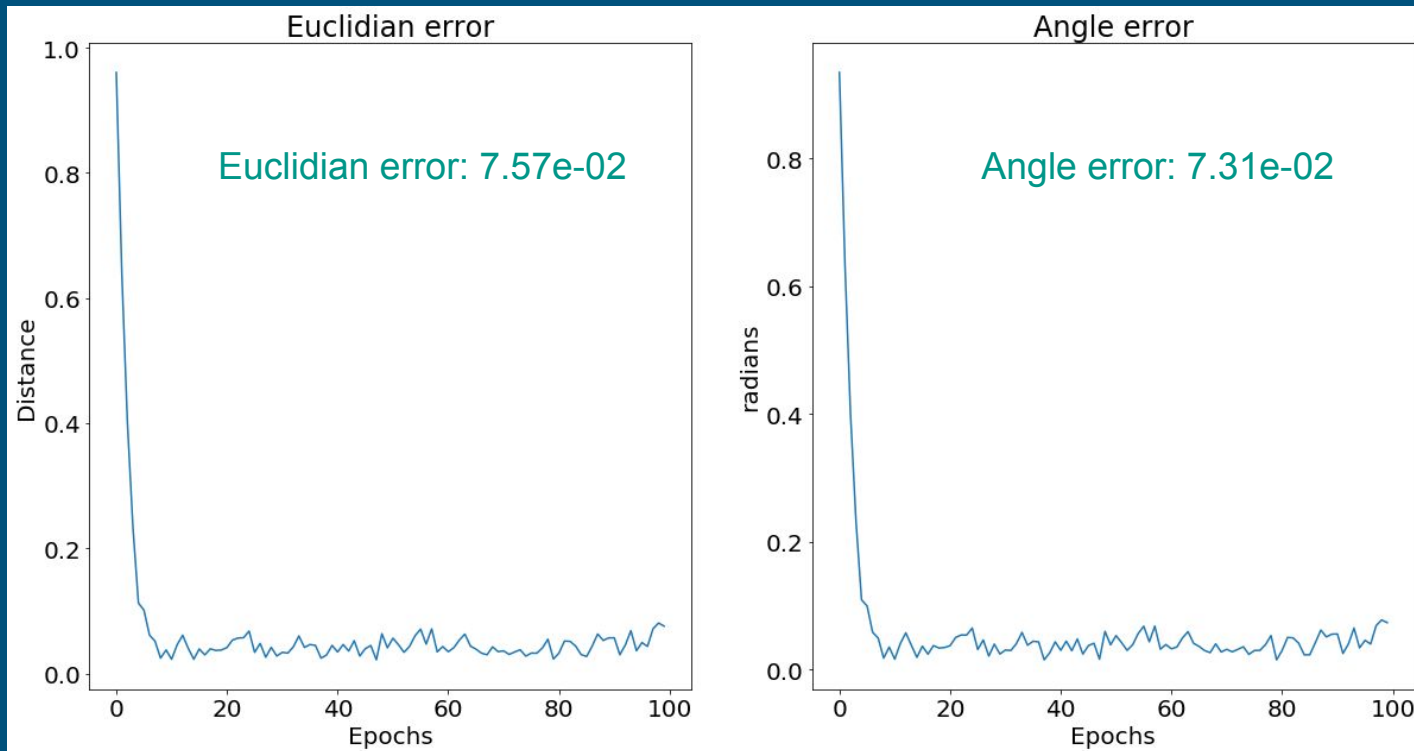
$lr = 1e-4$



Resolución Oja VS PCA

epochs=100

lr = 1e-2



Conclusiones Oja

- Tanto Oja como PCA llegan a estados parecidos
- Es inestable el método de Oja , entonces se debe colocar un learning rate muy chiquito
- Datos sin estandarizar no sirven de mucho en este método



Problema 2: Hopfield

- Almacenar 4 patrones de letras. Realizar un programa que aplique el modelo de Hopfield
 - Hacer alteraciones ruidosas de los patrones almacenados e ingresarlos al modelo, ver como progresan hasta su estado final
 - Ingresar un patrón muy ruidoso e identificar un estado espúreo.



Alfabeto utilizado

A B C D E F G H I J K L M
N O P Q R S T U V W X Y Z



Implementación Hopfield

- Seleccionamos las 4 letras
 - ['A', 'L', 'T', 'X']
 - Nos dan el patrón más ortogonal

Entrena con las letras seleccionadas y genera la matriz de pesos

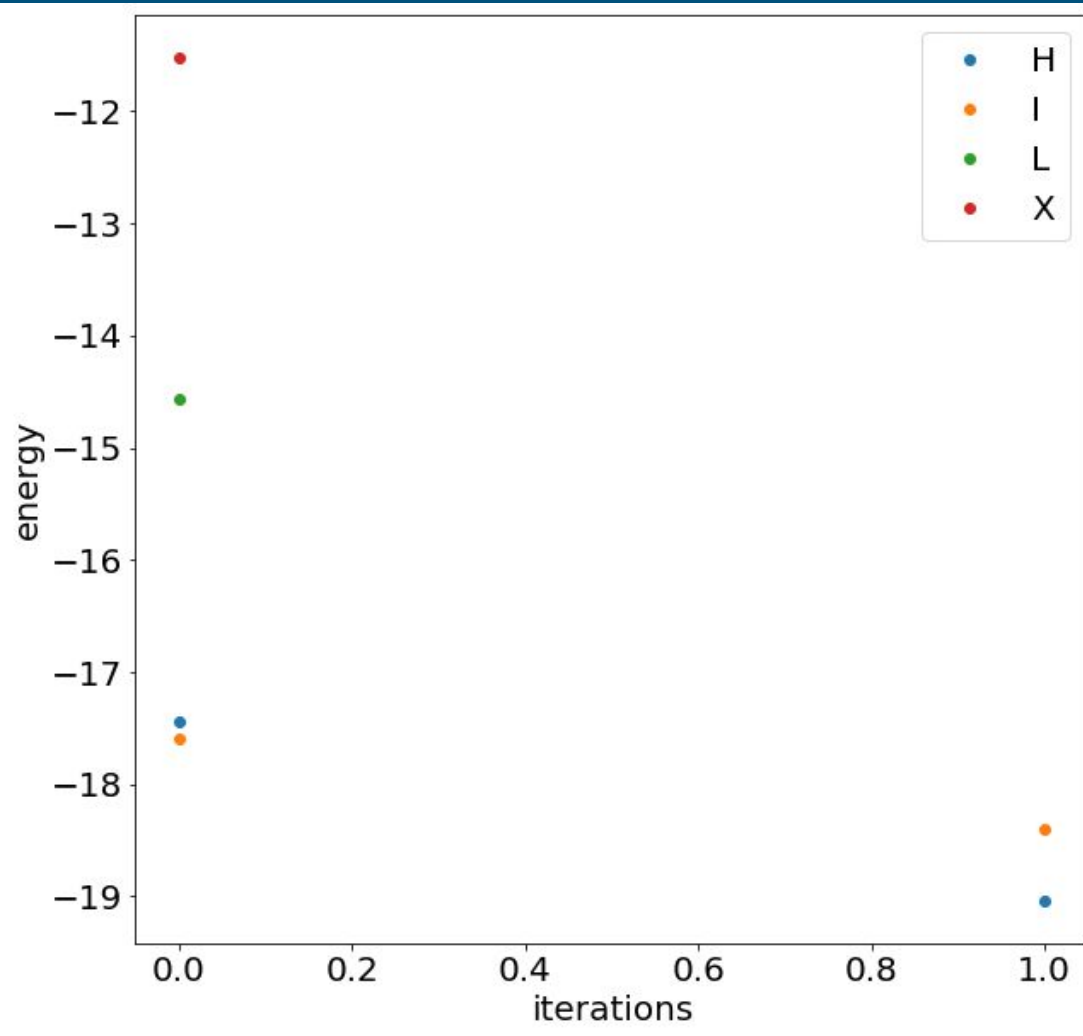
- Usamos el método predict para las letras con ruido y vemos el resultado

Elección del Patrón más ortogonal

- Calculamos el producto escalar normalizado entre cada par de letras
- Formamos $N=26C4$ grupos con todas las combinaciones de letras
- El score de cada grupo será el el producto escalar máximo entre cada par de letras
- Se selecciona el grupo con menor score

HILX

Menor producto escalar
promedio

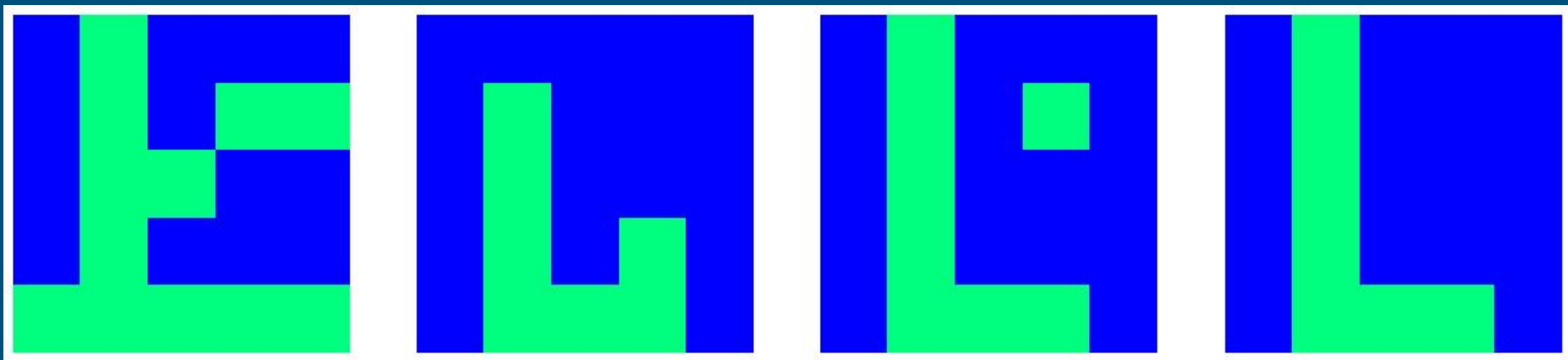


ALTX

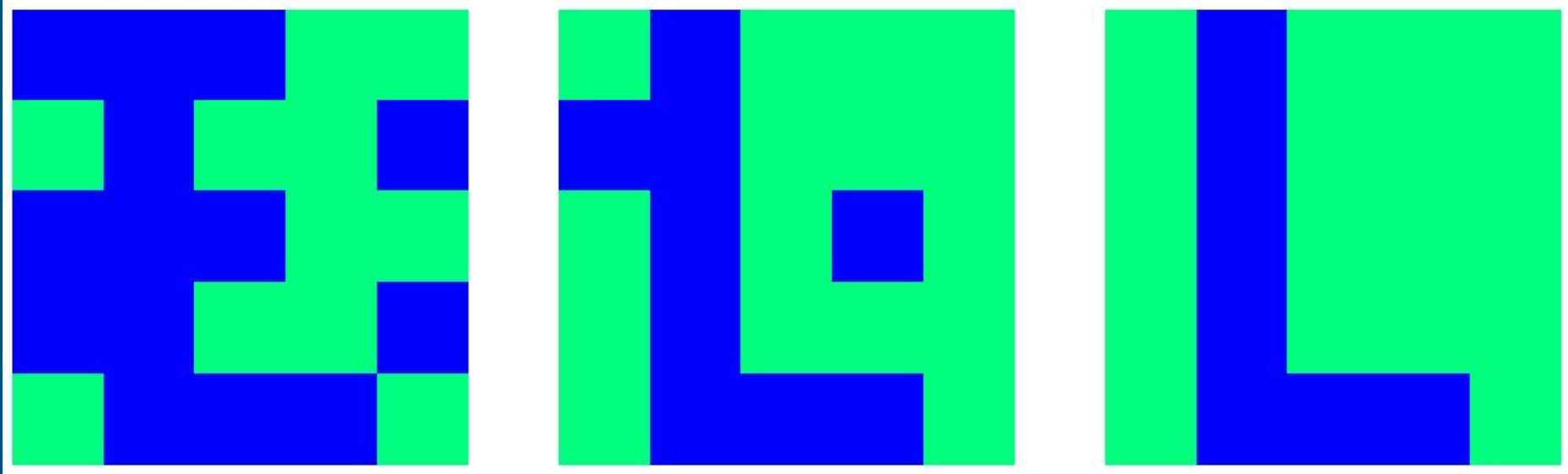
| | Combinación | Max $\cos(\theta)$ |
|---|--------------|--------------------|
| 0 | [A, L, T, X] | 0.36 |
| 1 | [K, L, Q, X] | 0.37 |
| 2 | [K, L, Q, Y] | 0.37 |
| 3 | [L, T, U, X] | 0.37 |
| 4 | [L, Q, T, X] | 0.38 |
| 5 | [K, L, Q, T] | 0.42 |
| 6 | [K, L, T, X] | 0.42 |
| 7 | [K, Q, T, V] | 0.42 |
| 8 | [K, Q, T, X] | 0.42 |
| 9 | [D, K, M, V] | 0.44 |

| | A | L | T | X |
|---|------|------|------|------|
| A | 1.00 | 0.20 | 0.36 | 0.27 |
| L | 0.20 | 1.00 | 0.25 | 0.25 |
| T | 0.36 | 0.25 | 1.00 | 0.33 |
| X | 0.27 | 0.25 | 0.33 | 1.00 |

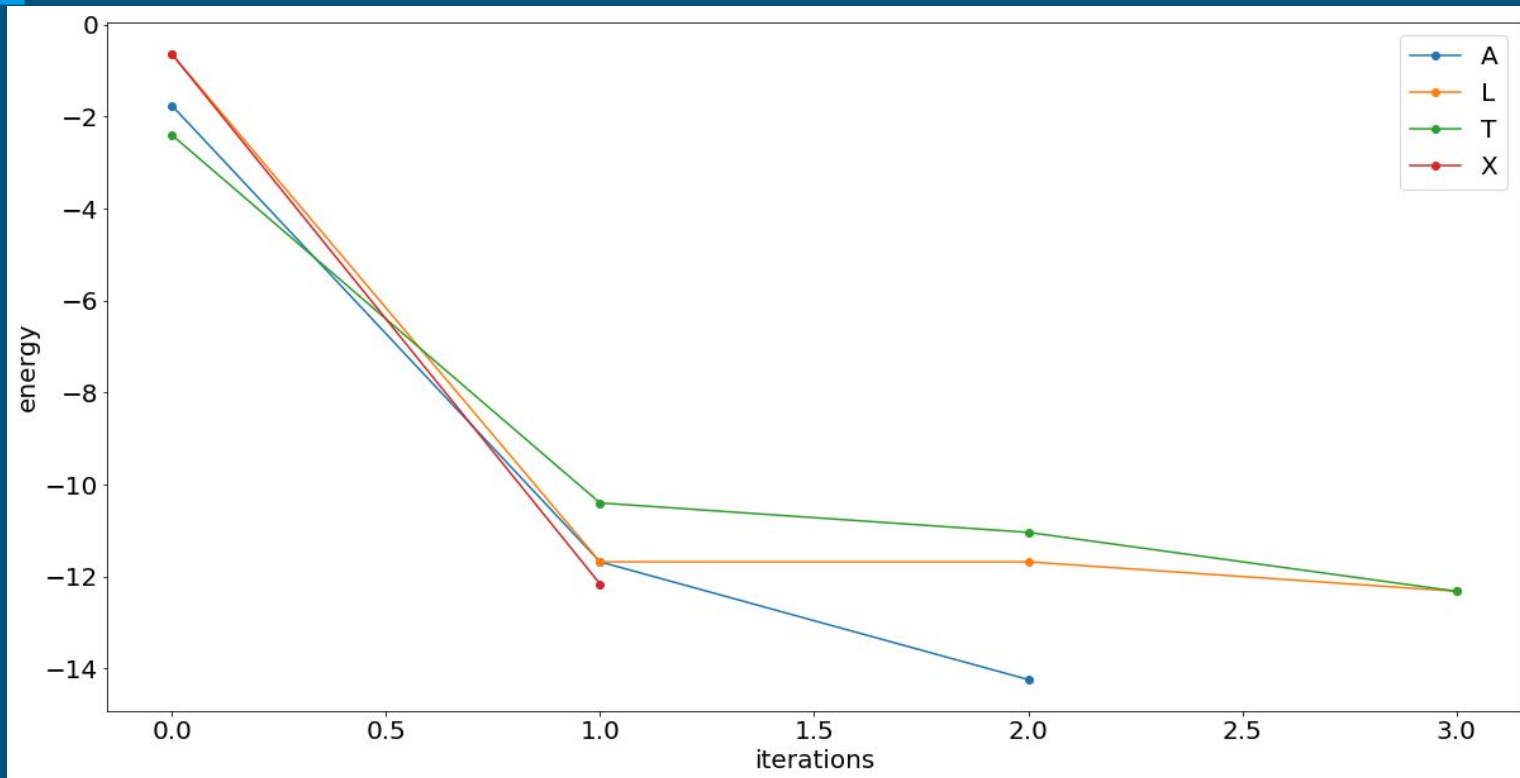
Entrada: L noise:20%

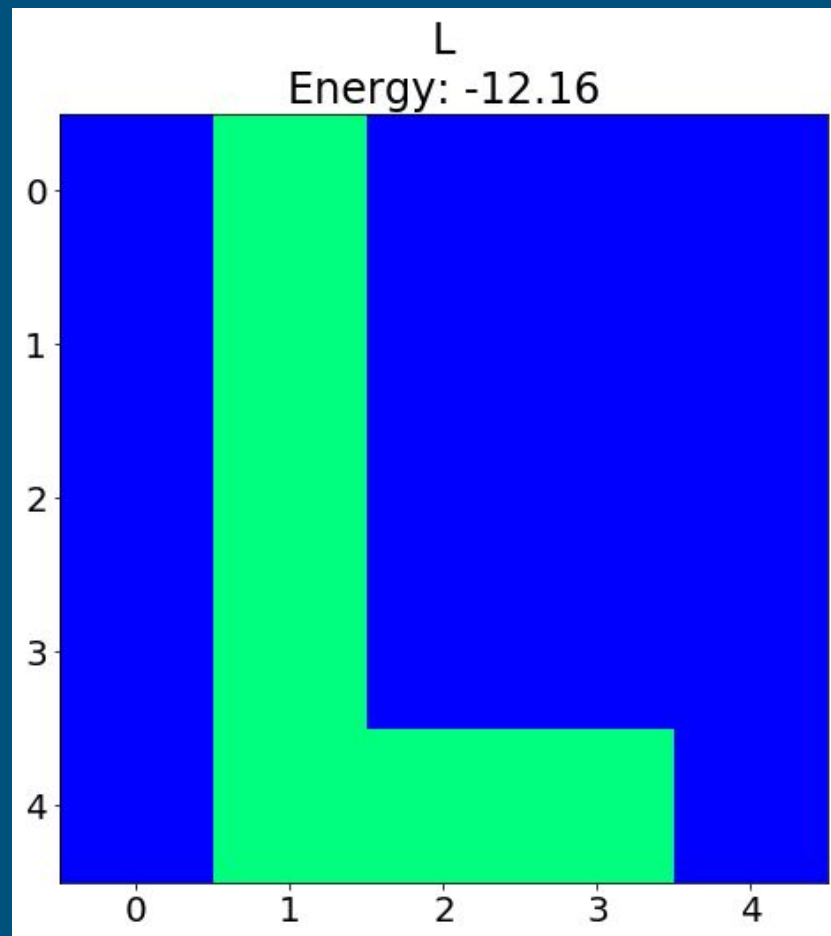
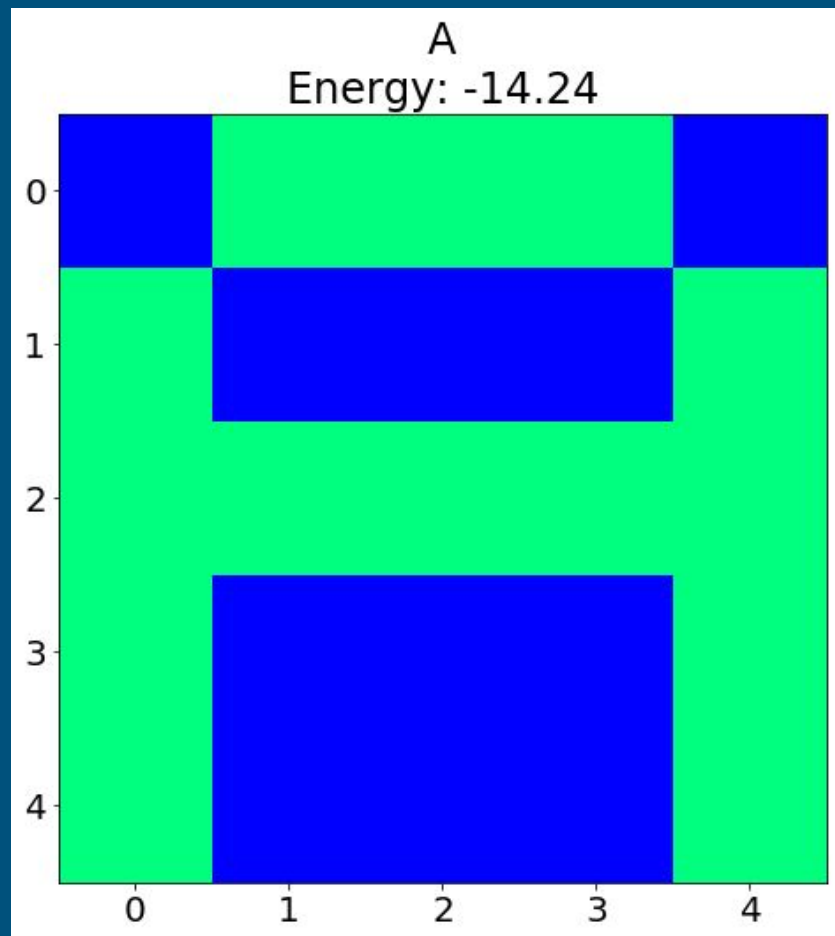


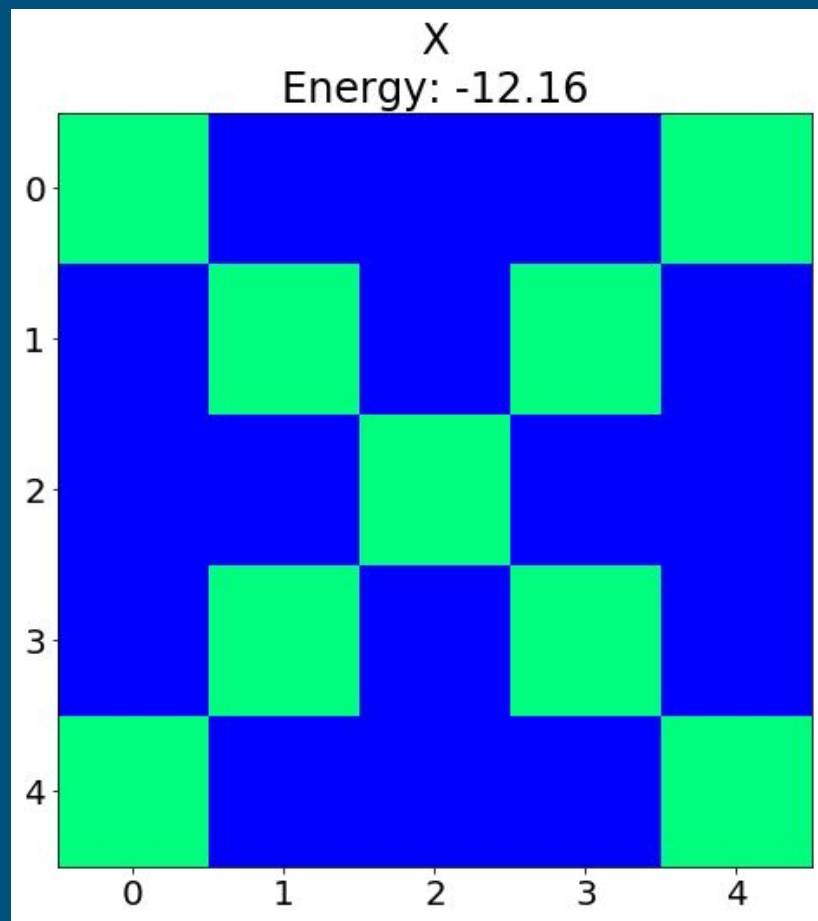
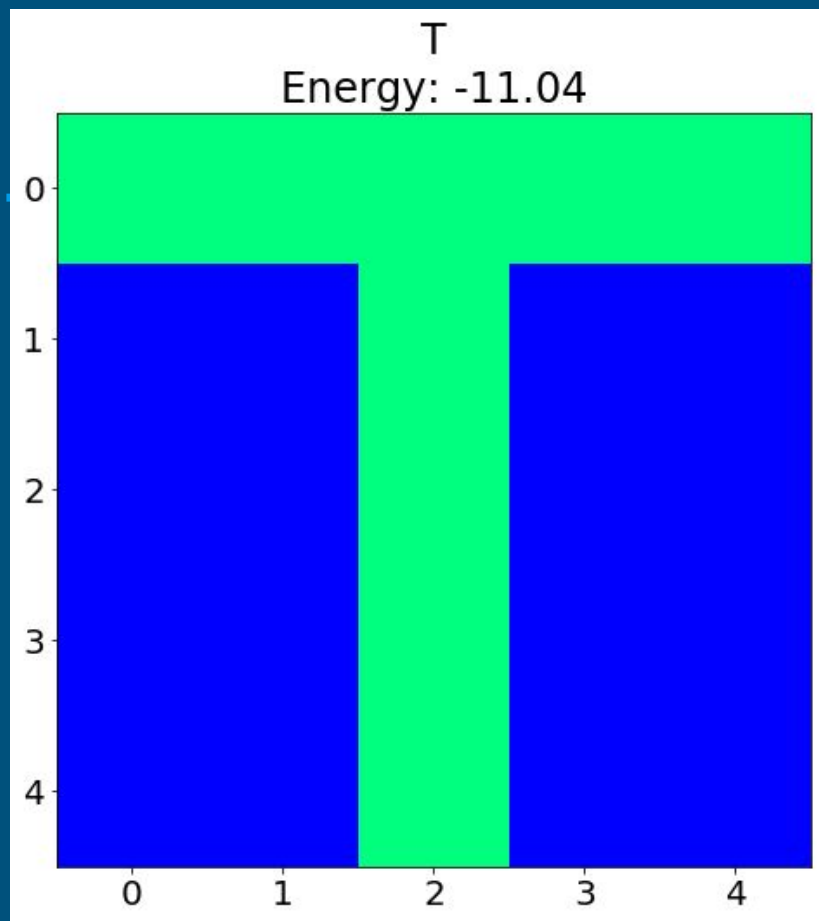
Entrada: L noise:50%



Energía vs Iteration

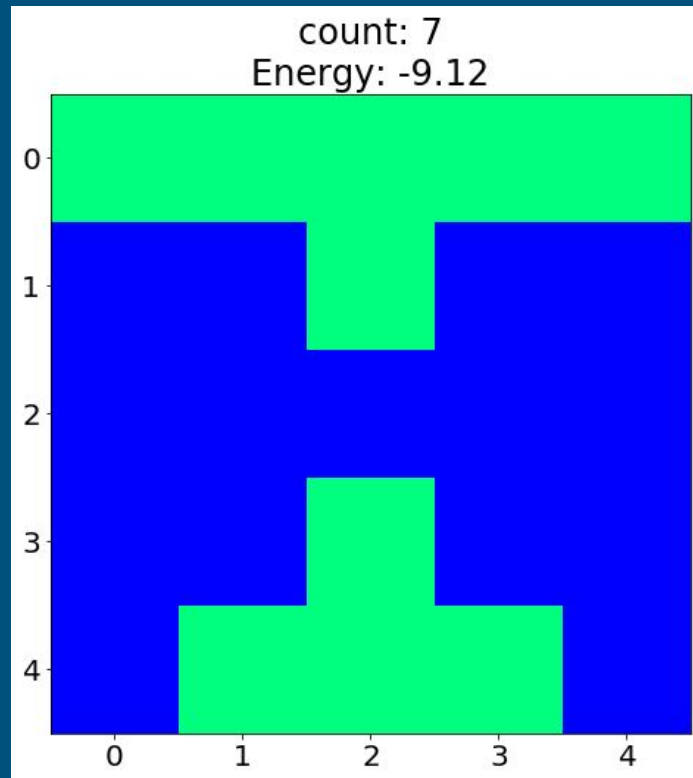
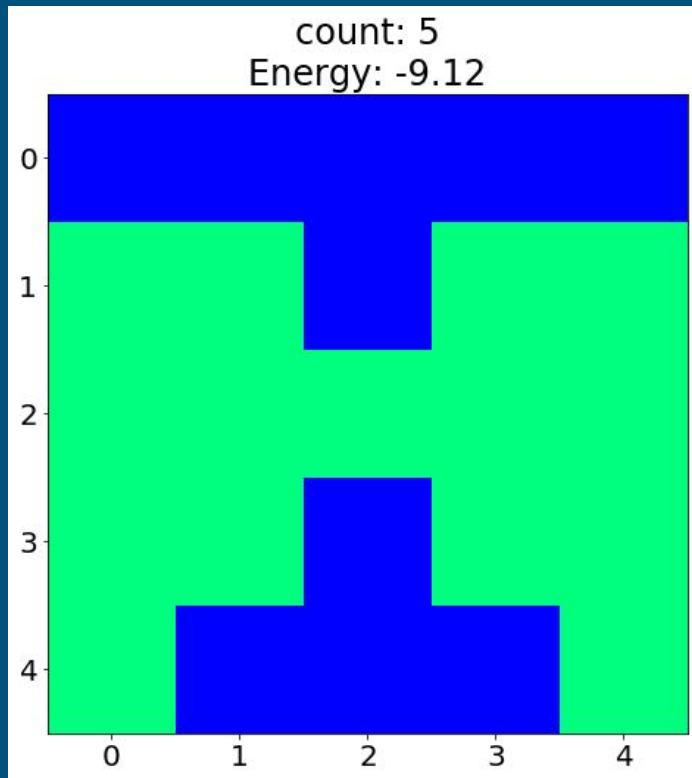






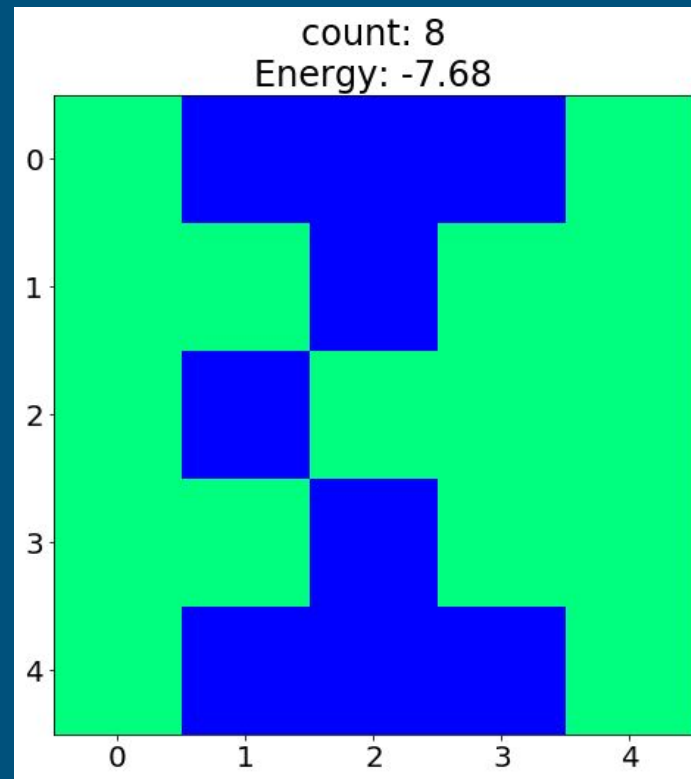
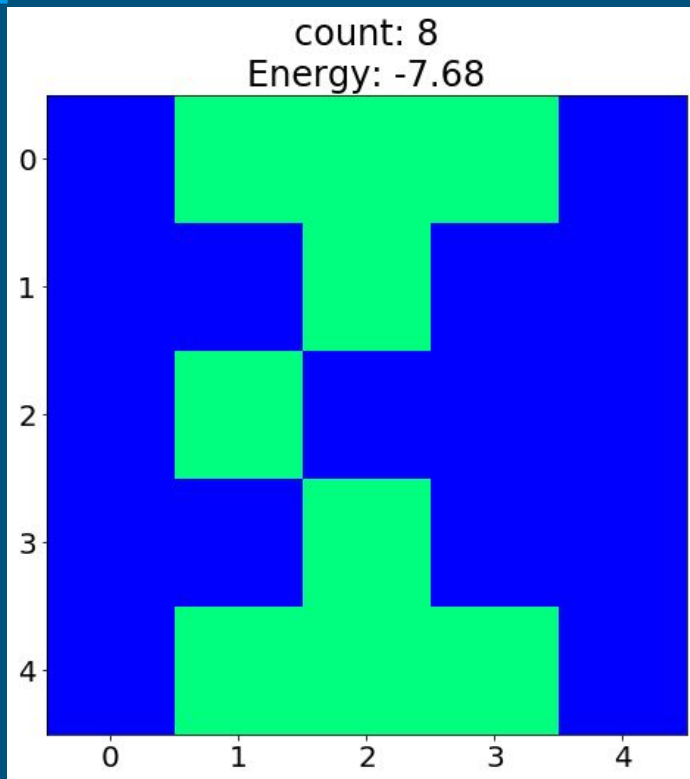
Estados Espúreos

$N = 2^{10}$ Noise = 50%



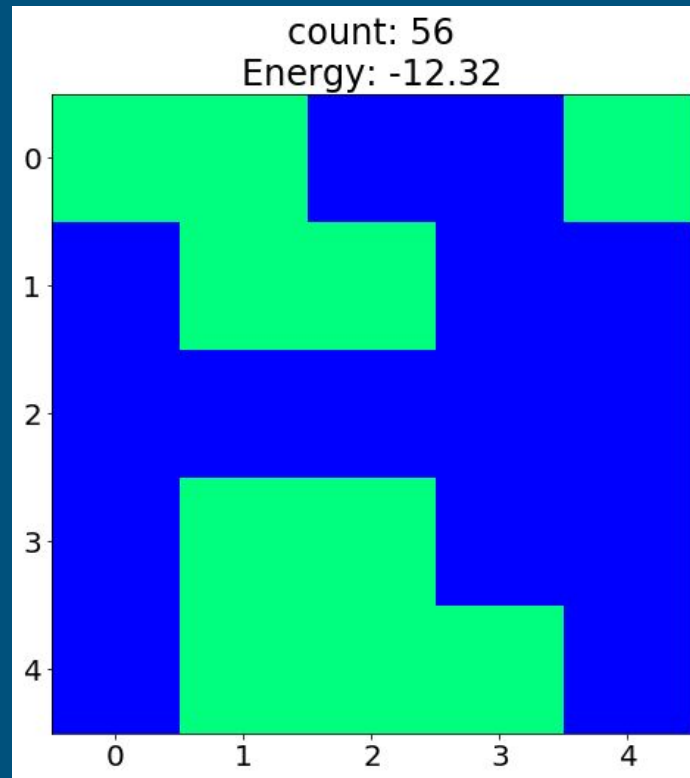
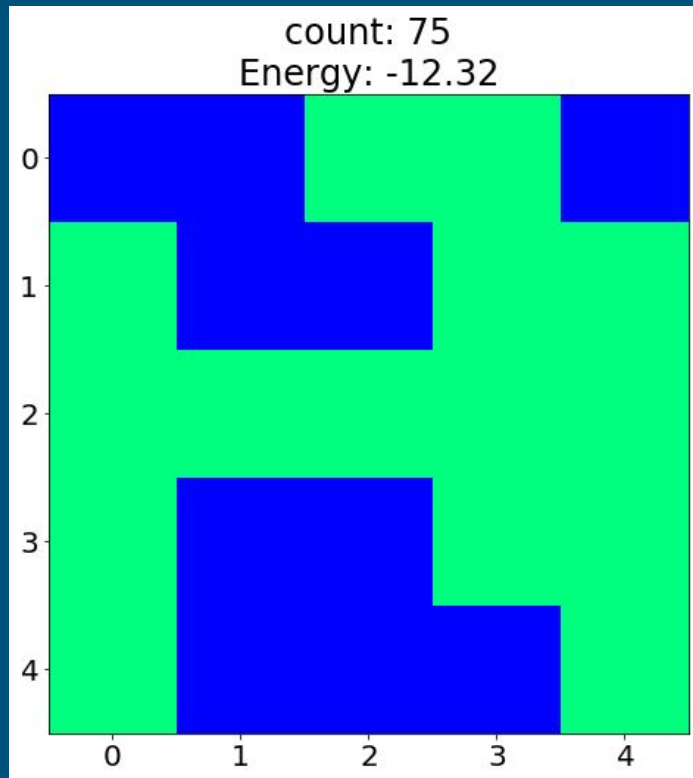
Estados Espúreos

$N = 2^{10}$ Noise = 50%



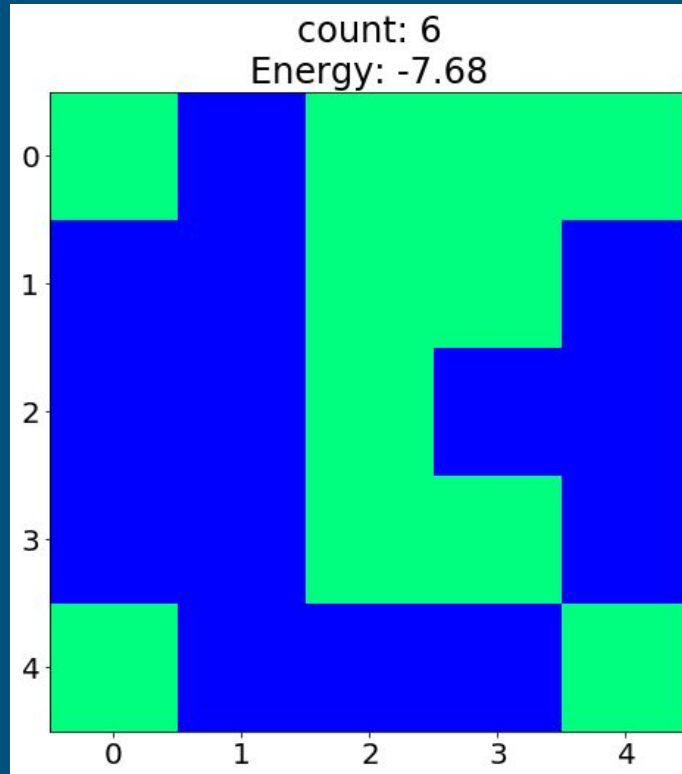
Estados Espúreos

$N = 2^{10}$ Noise = 50%



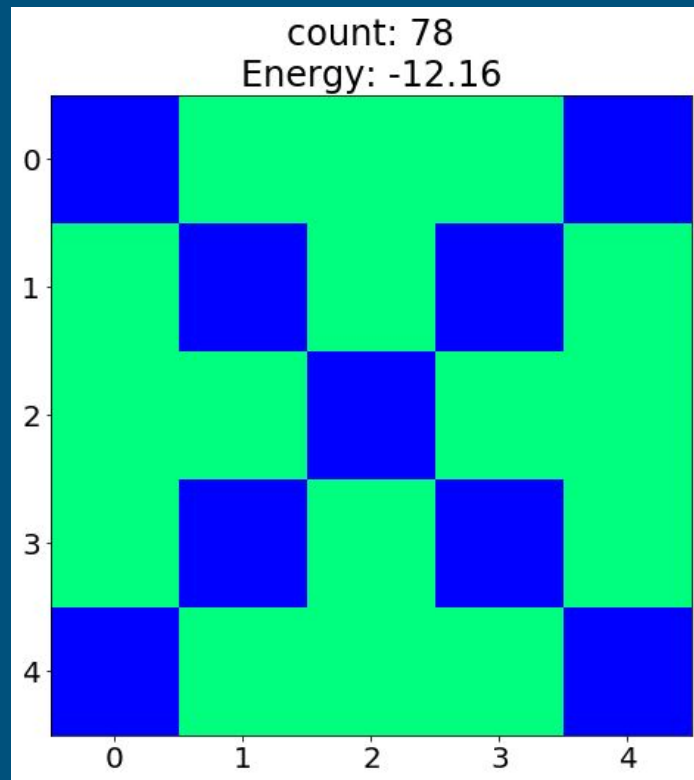
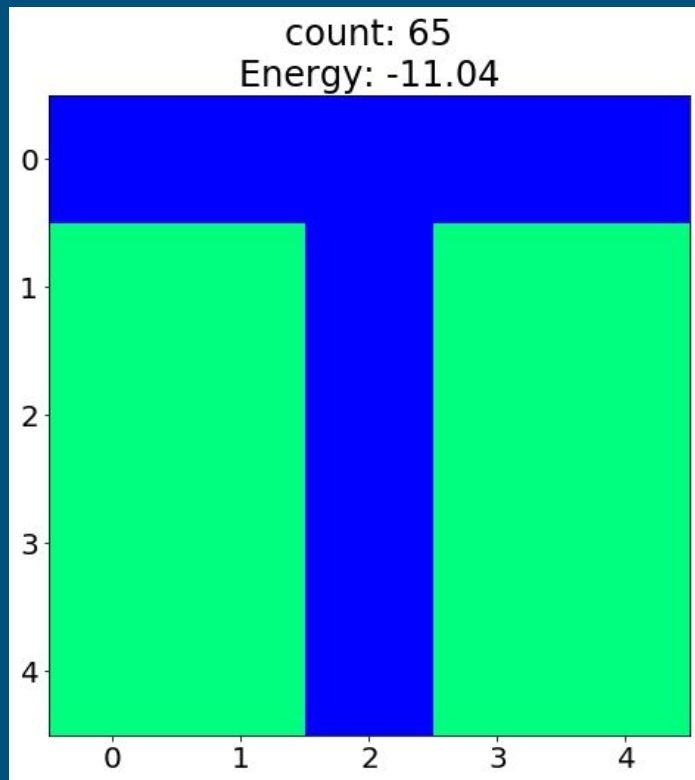
Estados Espúreos

$N = 2^{10}$ Noise = 50%



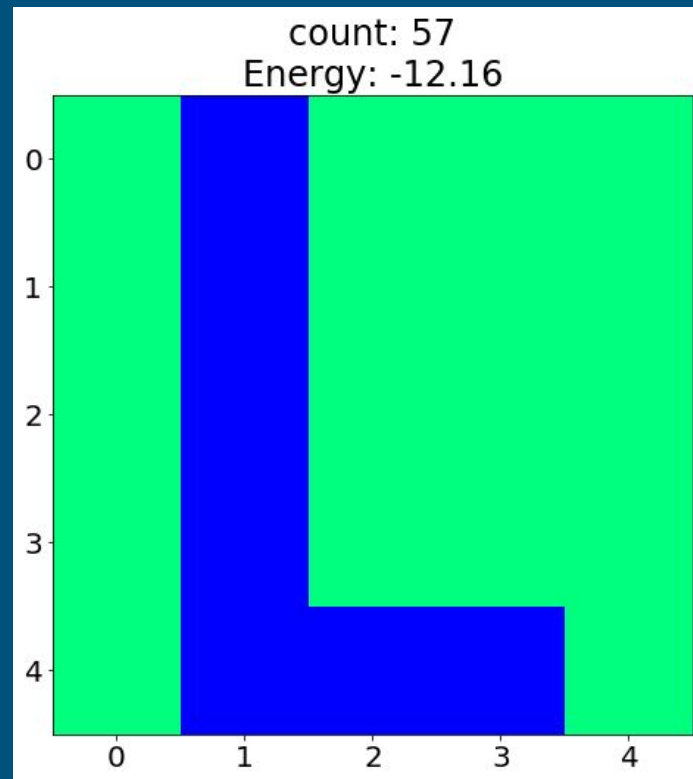
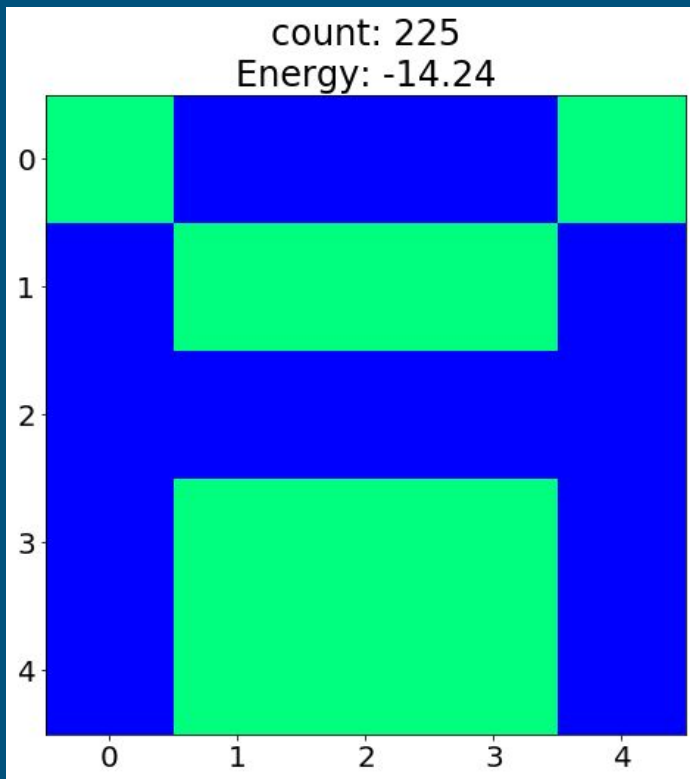
Estados Espúreos

$N = 2^{10}$ Noise = 50%



Estados Espúreos

$N = 2^{10}$ Noise = 50%



Estados Espúreos Complementarios

$$S = (S_1, \dots, S_n)$$

$$\overline{S} = (-S_1, \dots, -S_n)$$

$$E(S) = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} w_{ij} * S_i * S_j$$

$$E(\overline{S}) = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} w_{ij} * (-S_i) * (-S_j)$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{i,j} w_{ij} * S_i * S_j = E(S)$$

Conclusiones Hopfield:

- Converge bien con poco ruido
- Muestra buena elección de las letras (ortogonal)
- Estados espúreos pueden ser los “complementarios” de las letras elegidas
 - demostrado con el cálculo de energía

