Модульна контрольна робота з предмету
Чисельні методи
студента групи ІПС-31
Волкова Олександра
Варіант 3

Зобов'язуюсь дотримуватися правил академічної доброчесності.

№1

$R = 10$ $\qquad \varepsilon = 6{,}399\ см^2$

$S = \pi r^2$

$S = 314 \qquad \Delta(S^*) = 6{,}399$

$\Delta(R^*) = \dfrac{6{,}399}{2 \cdot 3{,}14} = \cancel{0{,}04}\ 0{,}3$

$\delta(R^*) = \dfrac{\Delta(R^*)}{|R|} = \dfrac{0{,}3}{2} = 0{,}15$

Відносна 15 %

Абсолютна 30%

№2

$x^3-3x^2-17x+22=0$, $\varepsilon=0{,}001$

$$n \geq \left[\frac{\ln(1z_0 1/\varepsilon)}{\ln(1/q)}\right]+1$$

$f'(x)=3x^2-6x-17$, на проміжку $[-4;-3]$, $f'(x)>0$,

Отже формула ітераційного процесу матиме вигляд:

$$x_{n+1}=x_n-\tau f(x_n)$$

$$n \geq \left[\frac{\ln(-3{,}545+3)/\varepsilon}{\ln(1/q_0)}\right]+1 =$$

$$q_0=\frac{M_1-m_1}{M_1+m_1}=\frac{55-28}{55+28}=\frac{27}{83}=$$

$=0{,}32$

$$n = \frac{\cancel{\ln 263}\ \cancel{0{,}0001}\ 263}{0{,}49}+1=$$

$=6$

$$\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 = -6 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = +9 \\ -x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -6 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_1 = \frac{b_0}{c_0} = +\frac{2}{2} = 1$$

$$\beta_1 = \frac{f_0}{c_0} = -3$$

$$z_1 = 3 - 1 \cdot 1 = 2$$

$$\beta_2 = \frac{9 + (-2)(-3)}{2} = 3$$

$$\alpha_2 = -1$$

$$z_2 = 3 - (-1)(-1) = 2$$

$$y_2 = \frac{f_2 + a_2 \beta_2}{z_2} = -2$$

$$y_1 = \alpha_2 y_2 + \beta_2 = 5$$

$$y_0 = \alpha_1 y_1 + \beta_1 = 2$$

$$\det A = -c_0(-z_1)(-z_2) = \\ = 8$$

В-дь: $(2; 5; -2)^T$

$\det A = 8$

№4

$$\begin{cases} \sin(x-y) - xy = -1 \\ x^2 - y^2 = 0{,}75 \end{cases}$$

Покладемо початкове наближення

$x^0 = (0;0)^T$

$$A_k = \begin{pmatrix} -\cos(x-y) - x & \cos(x-y) - y \\ 2x - y^2 & -2y + x^2 \end{pmatrix}$$

Ітерація 1

$$A_0 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overline{F^0} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0{,}75 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1^0 \\ z_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0{,}75 \end{pmatrix}$$

$z_2 = 0 \quad z_1 = 1$

$\|z^0\|_\infty > \varepsilon$

$$A_k = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F^0 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0{,}25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1^1 \\ z_2^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0{,}25 \end{pmatrix}$$

$$\|z^1\|_\infty > \varepsilon$$

Умова припинення процесу

$$\|z^k\| \le \varepsilon$$

№5

$f(x) = 3^x$, $\varepsilon = 0{,}001$, , $[-1; 1]$

$|f(x) - L_1(x)| \le \frac{M_2 h^2}{8} \le \varepsilon \Rightarrow$

$\Rightarrow h \le \sqrt{\frac{8\varepsilon}{M_2}}$

$f'(x) = 3^x \log(3)$

$f''(x) = 3^x (\log(3))^2$

$M_2 = \max\limits_{x \in [x_0; x_n]} |f''(x)| = |f''(1)| =$

$= 3(\ln(3))^2 \approx 0{,}68$

$h \le \sqrt{\frac{8\varepsilon}{M_2}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-3}}{0{,}68}} \approx 0{,}1$

$n = (b-a)/h = \frac{2}{0{,}1} = 20$

В-дь: 20