Білет № 11

1. Частинні випадки рівнянь першого порядку нерозв'язних відносно похідної, що інтегруються в квадратурах (без рівнянь Лагранжа та Клеро)
2. Застосування методів Ляпунова до дослідження стійкості програмних рухів. Визначення. Теореми.
3. **1.4.** Розв'язати рівняння (лінійне):

$$(2e^y - x)y' = 1$$

4. **2.16.** Знайти розв'язок лінійної неоднорідної системи:

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = x - 5\sin t \end{cases}$$

5. **3.1** Визначити керована чи ні система:

$$\begin{cases} x(t) = 3y(t) - 3x(t) - 2z(t) + u_2(t) \\ y(t) = x(t) - 5y(t) + 2z(t) \\ z(t) = x(t) - 3y(t) + u_1(t) \end{cases}$$

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 29

1. Лінійні неоднорідні системи. Загальні поняття, визначення, теореми. Метод варіації.
2. Постановка задач теорії керування як задач варіаційного числення. Задачі Лагранжа, Майєра, Больца.
3. Приклад 1 (Модуль 1 Д.р.)
4. Приклад 2 (Модуль 1 Д.р.)
5. Приклад 3 (Модуль 2 ТК)
6. Приклад 4 (Модуль 2 ТК)

1. $x^2(dy-dx)=(x+y)y\,dx$

2. Метод варіації

$$y''+y=2\sec^3 x$$

3. $\begin{pmatrix}u_1\\ u_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c_1 & 0\\ 0 & c_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$, розв. задачу аналітичного констр. регулятора лінійної системи

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=x_1(t)+3x_2(t)-2u_1(t)\\ \dot{x}_2=2x_1(t)+x_2(t)+u_2(t)-u_1(t)\end{cases}$$

3.2. Яким умовам повинні задовольняти сталі **a**, **b**, **c**, щоб динамічна система була керованою, якщо

$$\dot{x}_1(t)=ax_1(t)+u(t),$$

$$\dot{x}_2(t)=bx_2(t)+cx_1(t)$$

1. Розв'язати рівняння

$$x^2(dy - dx) = (x+y)y\,dx$$

2. Метод варіації.

$$y'' + 2y' + y = 3e^{-x}\sqrt{x+1}$$

3. Яким умовам повинні задовольняти сталі a, b, c щоб динамічна система була керованою, якщо

$$\dot{x}_1(t) = a x_1(t) + u(t),$$
$$\dot{x}_2(t) = b x_2(t) + c x_1(t)$$

4. Система лінійних диференціальних рівнянь. Загальна теорія. Основні поняття, визначення, теореми.

5. Модальне керування.

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №

1. Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами
2. Постановка та дослідження задач керованості лінійних систем.
3. Приклад 1 (Модуль 1 Д.р.)
4. Приклад 2 (Модуль 1 Д.р.)
5. Приклад 3 (Модуль 2 ТК)

1.12. Розв'язати рівняння

$$2y' = x + \ln y'$$

2.26. Знайти розв'язок лінійної неоднорідної системи

$$\begin{cases} x' = y + tg^2 t - 1, \\ y' = -x \end{cases}$$

3.11. Розв'язати задачу модального керування, тобто знайти керування вигляду $u(t) = c^T x(t)$ таке, щоб характеристичне рівняння системи

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) + x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2 = 2x_2(t) - x_1(t) + +u(t) \end{cases}$$

мало наперед задані корені $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -5$.

4.16. Використовуючи МДП знайти оптимальні керування та траєкторію, на яких функціонал

$$Q = \sum_{i=0}^{2} (x_1(i) + x_2(i) - u(i)) + 2x_1(3) - x_2(3)$$

досягає свого мінімального значення для дискретної системи керування

$$\begin{cases} x_1(i+1) = x_1(i) - 2x_2(i) - u(i), \\ x_2(i+1) = x_1(i) + u(i) \end{cases}$$

з початковими умовами $x_1(0) = 0, \quad |x_2(0)| = 2$

і обмеженнями на керування $|u(0)| \le 3, \quad |u(1)| \le 2, \quad |u(2)| \le 1$

3.2. Яким умовам повинні задовольняти сталі **a, b, c,** щоб динамічна система була керованою, якщо

$$\dot{x}_1(t) = ax_1(t) + u(t),$$
$$\dot{x}_2(t) = bx_2(t) + cx_1(t)$$

Розв'язати рівняння (метод варіації)

$$y'' + 2y' + y = 3e^{-x}\sqrt{x+1}$$

Розв'язати рівняння

$$x^2(dy - dx) = (x + y)ydx$$

4.33 Для системи керування

$$\dot{x}(t) = u(t)$$

із закріпленими кінцями траєкторій

$$x(0) = x(T) = 0$$

за принципом max Понтрягіна знайти оптимальні керування та траєкторії, на яких функціонал

$$J = \int_0^T (u^2(t) - x^2(t))dt$$

досягає свого мінімального значення.

2.4. Знайти загальний розв'язок (метод невизначених коефіцієнтів, числові значення коефіцієнтів не знаходити)

$$y'' - 2y' + y = 2xe^x + e^x \sin 2x$$

Шукаючи керування у вигляді

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix},$$

розв'язати задачу аналітичного конструювання регулятора наступної лінійної системи

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) + 3x_2(t) - 2u_1(t) \\ \dot{x}_2 = 2x_1(t) + x_2(t) + u_2(t) - u_1(t) \end{cases}$$

Розв'язати рівняння (лінійне)

$$(2e^{y} - x)y' = 1$$