1. Побудувати мінімальні автомати Z_1 та Z_2

Ольховатий ПІ-11

Варіант – 154

1)

δ / μ	$\overset{1}{a_1}$	$\overset{1}{a_2}$	$\overset{2}{a_3}$	$\overset{2}{a_4}$
x_1	a_1	a_2	a_4	a_1
x_2	a_3	a_1	a_3	a_3

$\delta'(a,x) = \delta(a,x)$ $\lambda(a,x) = \mu(\delta(a,x))$

Автомат Мілі:

δ'	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	a_1	a_2	a_4	a_1
x_2	a_3	a_1	a_3	a_3

λ	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	1	1	2	1
x_2	2	1	2	2

2)

δ	a_1	a_2	a_3
x_1	a_2	a_4	a_3
x_2	a_1	a_3	a_2

λ	a_1	a_2	a_3
x_1	1	2	1
x_2	2	1	1

– Мілі

μ	–	–	–	1	2	2	1	1	1
δ'	b_{10}	b_{20}	b_{30}	b_{11}	b_{12}	b_{21}	b_{22}	b_{31}	b_{32}
x_1	b_{11}	b_{21}	b_{31}	b_{21}	b_{11}	b_{11}	b_{31}	b_{31}	b_{21}
x_2	b_{12}	b_{22}	b_{32}	b_{22}	b_{12}	b_{12}	b_{32}	b_{32}	b_{22}

Мілі $\langle a_0, A, X, Y, \delta, \lambda \rangle$

Мура $\langle b_0, B, X, Y, \delta', \mu \rangle$

$\delta'((a,x),x') = (\delta(a,x),x')$

$\mu((a,x)) = \lambda(a,\lambda)$

3)

δ/λ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	a_2	a_3	a_6	a_4	a_3	a_3	a_1
x_2	a_1	a_5	a_3	a_6	a_4	a_7	a_2
x_3	a_7	a_4	a_3	a_5	a_5	a_2	a_4

λ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	2	2	2	2	2	2	2
x_3	2	1	1	1	1	1	2

...мемо мінімальні автомати Z_1 та Z_2

Класи еквівалентності: $b_1 = \{a_1; a_7\}$ $b_2 = \{a_2; a_3; a_4; a_5; a_6\}$.

Побудуємо еквівалентний автомат M_1:

δ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	b_2	b_2	b_2	b_2	b_2	b_2	b_2
x_2	b_1	b_2	b_2	b_2	b_2	b_1	b_2
x_3	b_1	b_2	b_2	b_2	b_2	b_2	b_2

$c_1 \{a_1\}$

$c_2 = \{a_2\ a_3\ a_4\ a_5\ a_7\}$.

$c_3 = \{a_6\}$.

M_2:

δ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	c_2	c_2	c_3	c_2	c_2	c_2	c_2
x_2	c_1	c_2	c_2	c_3	c_2	c_2	c_2
x_3	c_2	c_2	c_2	c_2	c_2	c_2	c_2

$d_1 = \{a_1\}$

$d_2 = \{a_2; a_5; a_6; a_7\}$

$d_3 = \{a_3\}$.

$d_4 = \{a_4\}$

M_3

δ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	d_2	d_3	d_2	d_4	d_3	d_3	d_3
x_2	d_1	d_2	d_3	d_2	d_4	d_2	d_2
x_3	d_2	d_4	d_3	d_2	d_2	d_2	d_4

$e_1 = \{a_1\}$

$e_2 = \{a_2, a_7\}$

$e_3 = \{a_3\}$

$e_4 = \{a_4\}$

$e_5 = \{a_5\}$.

$a_6 = \{a_6\}$.

M_4:

δ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	e_2	e_3	e_6	e_4	e_3	e_3	e_7
x_2	e_1	e_5	e_3	e_6	e_4	e_2	e_2
x_3	e_2	e_4	e_3	e_5	e_5	e_2	e_4
$\cancel{x_4}$							

Розбиття на класи еквівалентності збігається з початковим: автомат не мінімізовується.

$f_1 = \{a_1\}$ $f_4 = \{a_4\}$

$f_2 = \{a_2\}$ $f_5 = \{a_5\}$

$f_3 = \{a_3\}$ $f_6 = \{a_6\}$

$f_7 = \{7\}$.

4. Побудуємо мінімальні автомати Z_1 та Z_2 для A_1 та A_2:

Z_1

δ_1/λ_1	d_1	d_2	d_3
x_1	d_2	d_3	d_3
x_2	d_1	d_3	d_3
x_3	d_2	d_1	d_1

Z_2

δ_2/λ_2	d_1	d_2	d_3
x_1	d_3	d_3	d_3
x_2	d_1	d_2	d_1
x_3	d_2	d_3	d_2

Автомати не еквівалентні.

$b_1 = \{a_1; a_4; a_5; a_6; a_7; a_8\}$

$b_2 = \{a_2\ a_3\ a_9\}$

M_1	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
x_1	b_2	b_1	b_1	b_2	b_2	b_2	b_2	b_2	b_1
x_2	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1
x_3	b_2	b_1	b_1	b_2	b_2	b_2	b_1	b_1	b_1

$C_1 = \{a_1, a_4; a_5; a_6;$

$C_2 = \{a_2; a_3; a_9;\}$

$C_3 = \{a_7\ a_8\}$.

M_2	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
x_1	c_2	c_3	c_3	c_2	c_2	c_2	c_2	c_2	c_3
x_2	c_1	c_3	c_3	c_1	c_1	c_1	c_3	c_3	c_3
x_3	c_2	c_1	c_1	c_2	c_2	c_2	c_1	c_1	c_1

$d_1 = \{a_1\ a_4\ a_5\ a_6\}$

$d_2 = \{a_2; a_3; a_9\}$

$d_3 = \{a_7; a_8\}$

$b_1 = \{a_1; a_2; a_3; a_5; a_6\}$ $b_2 = \{a_4; a_7\}$.

M_1

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	b_2	b_2	b_2	b_1	b_2	b_2	b_1
x_2	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1
x_3	b_1	b_2	b_1	b_1	b_1	b_1	b_1

$c_1 = \{a_1\ a_3\ \cancel{a_4}\ a_5\ a_6\}$

$c_2 = \{a_2\}$

$c_3 = \{a_4; a_7\}$

M_2

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
x_1	c_3	c_3	c_3	c_1	c_3	c_3	c_1
x_2	c_1	c_2	c_1	c_1	c_1	c_1	c_1
x_3	c_2	c_3	c_2	c_2	c_2	c_2	c_2

$d_1 = \{a_1\ a_3; a_5; a_6$

$d_2 = \{a_2\}$.

$d_3 = \{a_4\ a_7\}$.

6) Нехай початковий стан автомата S, а стан під час якого отримана коректна послідовність − F, стан, що відповідає помилці − E. (1; 2; 3) − к-сть дужок)

δ/λ	S	1	2	3	F	E
x_1	S/0	1/0	2/0	3/0	F/1	E/0
x_2	1/0	2/0	3/0	E/0	F/1	E/0
x_3	F/1	E/0	E/0	E/0	F/1	E/0
x_4	E/0	S/0	1/0	2/0	F/1	E/0

F і E заключні

7) $0(0^* \cup 1 \cup (11)^* \cup 0 \cup 0^*)^*$ — послідовність з 1 треба завершити нулем, що не отримати парну к-сть 1.

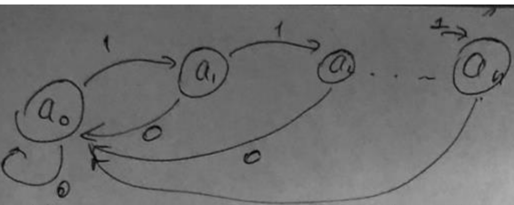
8) I. Знаходимо регулярний вираз r, що зображує подію $P_1 \cap P_2$ (за заданими регулярними виразами r_1 та r_2 будуємо r)

II. За побудованим виразом будуємо $P_1 \cap P_2$ відповідно до алгоритму синтезу скінченного автомата

ст. 4

Нехай X - ізоморф

9)



a_n – заключний

$\lambda(1, a_{n-1}) = 1$

λ – всі інші $= 0$.

10) а) Наприклад, нехай $A = \{aa, ba, aaaa\}$, $B = \{aa, ba\}$. Очевидно, $B \subseteq A$. Оскільки $B \subseteq A$, тоді $B^* \subseteq A^*$, бо якщо слово $p \in B^*$, то p – результат конкатенації слів з B, тоді $p \in A^*$, бо $B \subseteq A$. Єдине слова, якими відрізняються A і B – це "aaaa", але воно отримується конкатенацією "aa" і "aa". Отже, $B^* \subseteq A^*$

б) Нехай $A = \{aa, ba, baba\}$ $B = \{aa, ba, aaaa\}$. За попередніми міркуваннями маємо: $A^* \subseteq B^*$, крім того, аналогічно $B^* \subseteq A^*$. (Всі слова з A утворюються конкатенацією з слів B і навпаки) Але $A \not\subseteq B$.

№11) 1. Користуючись алгоритмом синтезу скінченних автоматів побудувати 2 автомати, один відповідає r_1, інший r_2

2. За допомогою алгоритму мінімізації мінімізувати обидва автомати.

3. Порівняти канонічні форми автоматів і зробити висновок.

№12) Основними критеріями оцінки мінімальності регулярних виразів є їх довжина та циклічна глибина. Довжина – к-сть операндів виразу, циклічна глибина – к-сть ітерацій, вкладених одна в одну $()^*$. Досі не існує алгоритму пошуку оптимального регулярного виразу еквівалентного даному (крім повного перебору і порівняння). Іноді використовують евристичні алгоритми для пошуку виразів близьких до оптимальних

N13) а) Для ∀ події існує нероздільне слово, тому, якщо $s \in P$ та $P^2 = P$ => $s \in P^2$ => $e \in P$.

б) Доведемо за індукцією: 1) $k=1$, очевидно $P^1 = P$.

2) Припустимо, що твердження $P^k = P$, $k = \overline{1, n-1}$ виконується. При $k=n$: $P^n = P^{n-1} \cdot P$ => $(P^{n-1} = P)$ $P^n = P$ $\forall n \in N$.

Звідси, $P^* = \{e\} \cup P \cup P^2 \cup \ldots \cup P^n = \{e\} \cup P \cup P \ldots \cup P = \{e\} \cup P$.

За властивістю, $\{e\} \cup P = P$, тоді $P^* = \{e\} \cup P = P$ ▯.

N14) а) $S = P \cup R$

Нехай P - нерегулярна подія, тоді їй відповідає нерегулярний вираз, оскільки $S = P \cup R$ та R відповідає регулярний вираз => S відповідає нерегулярний вираз => => S не регулярна.

б) $S = P \setminus R$. Оскільки к-сть елементарних подій P більша ніж скінченна, то для $P \setminus R$ їх також буде більше ніж скінченна кількість. (Множина елем. подій R скінченна). Тоді S не регулярна.

15) Для автомата A' детермінізуємо джерело: воно буде таким, як для A, але з додатковою дугою від v_0 до v_3 (v_0 - поч. вершина, v_3 - заключна).

16) Нехай нескінченна регулярна подія P містить слово w довжини n. Якщо скінченний автомат A розпізнає ~~слово~~ подію P, то слово w ним допускається та існує шлях довжини n від v_0 до v_3. Шлях не може бути простим, бо він проходить через $n+1$ стан автомата. Тоді існує цикл з станами, що повторюється, нехай цей стан q_k. Поділимо слово w на p_1, p та p_2 $(p \neq e)$.

Очевидно, що A повинен допускати слово $p_1 p p p_2$, оскільки слово p може пройти цикл цим маршрутом з q_k до q_k.

20) Наприклад, $A_1 = (X, Y, U_1, \delta_1, \lambda_1)$, де $X = \{x\}$ $Y = \{y\}$, $U_1 = \{1\}$, $\delta_1(1, x) = 1$, $\lambda_1(1, x) = y$ та вводимо $A_2 = (X, Y, U_2, \delta_2, \lambda_2)$ $U_2 = \{1; 2\}$, $\delta_2(1, x) = 2$, $\delta_2(2, x) = 1$, $\lambda_2(1, x) = \lambda_2(2, x) = y$.

22) $\pm dd^* . d^*$ Нехай x_1 - знак "+" або "-", x_2 - цифра x_3 - крапка, x_4 - $\forall$ символ. a_0 - початковий стан, a_1 - ціла частина, a_2 - дробова, a_3 - помилка.

δ/λ	a_0	a_1	a_2	a_3
x_1	$a_1/1$	$a_3/0$	$a_3/0$	$a_3/0$
x_2	$a_1/1$	$a_1/1$	$a_2/1$	$a_3/0$
x_3	$a_2/1$	$a_2/1$	$a_3/0$	$a_3/0$
x_4	$a_3/0$	$a_3/0$	$a_3/0$	$a_3/0$

№23) Нехай $w \in P_1 \Leftrightarrow w = (ab)^* a$. Нехай k - к-сть ітерацій. тобто тоді $w = (ab)^k a \Leftrightarrow w = a(ba)^k$, $k = 0, 1, 2 \ldots$

$(ab)^* a = a(ba)^*$.

№24) $(1 \cup 0(00)^*)^*$.