

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики

Лабораторна робота №1  
з курсу  
«Управління динамічними системами»  
на тему  
**«Аналітичне розв'язування диференціальних рівнянь  
за допомогою комп'ютерних пакетів програм»**

Виконав:  
студент групи К-2\_\_  
факультету комп'ютерних наук  
та кібернетики  
**ПІБ**

Київ 2020

## Зміст

Умови задач згідно варіанту .....	3
Представлення розв'язку аналітично (в зошиті).....	4
Код програми .....	14
Screen з відповідними результатами роботи програми .....	24

## Постановка задачі

Згідно з номером варіанта (№= ) розв'язати наступні приклади

**№1** Розв'язати рівняння (показати вигляд загального розв'язку), побудувати поле напрямків, побудувати розв'язки задач Коші

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad M_1(0,1), \quad M_2(-1,-1), \quad M_3(2,-1)$$

## Аналітичний розв'язок

N1  $\frac{dy}{dx} = x + y$  - лінійне з.р.н.д

а) Метод варіації

$$\frac{dy}{dx} - y = 0 \Rightarrow \frac{dy}{y} = dx \Rightarrow \ln|y| = x + C$$

$$y = C \cdot e^x$$

Шукаємо розв'язок початкового р-но у вигляді  $y = C(x)e^x$ ,

$$\text{тоді } \frac{dy}{dx} = C'(x)e^x + C(x)e^x$$

Підставимо у рівняння

$$C'(x)e^x + C(x)e^x = x + C(x)e^x$$

$$\text{Отримали } C'(x) = \frac{x}{e^x} \Rightarrow C(x) = \int x e^{-x} dx =$$

$$= \begin{cases} u=x \\ e^{-x} dx = dv \\ du = dx \\ -e^{-x} = v \end{cases} = -x e^{-x} + \int e^{-x} dx = -e^{-x}(x+1) + C$$

$$\text{Отже } y_{\text{зго}} = (-e^{-x}(x+1) + C) \cdot e^x$$

б) За оп-люю конст

$$y_{\text{зго}} = e^{-\int p(x) dx} \left[ \int q(x) e^{\int p(x) dx} + C \right] =$$
$$= e^{\int dx} \left[ \int x e^{-\int dx} dx + C \right] = e^x (- (x+1) e^{-x} + C)$$

Задачі конст:

$$M_1(0,1): e^0(- (0+1) e^0 + C) = 1 \Rightarrow -1 + C = 1 \Rightarrow C = 2$$

$$y_{\text{зк1}} = e^x (- (x+1) e^{-x} + 2) = -x - 1 + 2e^x$$

$$M_2(-1,-1): e^{-1}(- (-1+1) e^1 + C) = -1 \Rightarrow C = -e$$

$$y_{\text{зк2}} = e^x (- (x+1) e^{-x} - e) = -x - 1 - e^{x+1}$$

## Код програми (Sage):

```
#general solution
y=function('y')(x)
de=diff(y,x)==x+y
solution=desolve(de,y)
solution.show()

#Couchi problem solution
y=function('y')(x)
de=diff(y,x)==x+y
solution=desolve(de,y,ics=[0,1])
solution.show()
solution1=desolve(de,y,ics=[-1,-1])
solution1.show()
solution2=desolve(de,y,ics=[2,-2])
solution2.show()

#direction fields
x,y=var('x,y')
f(x,y)=x+y
p=plot_slope_field(f,(x,-5,5),(y,-5,5), headaxislength=3,
headlength=3, axes_labels=['$x$','$y(x)$'])

#plot of Couchi problem solution
p+=desolve_rk4(f,y,ics=[0,1],ivar=x,output='plot',
end_points=[-5,5], thickness=2,rgbcolor=hue(0.6))
p1=desolve_rk4(f,y,ics=[-1,-1],ivar=x,output='plot',
end_points=[-5,5], thickness=2,rgbcolor=hue(0.2))
p2=desolve_rk4(f,y,ics=[2,-2],ivar=x,output='plot',
end_points=[-5,5], thickness=2,rgbcolor=hue(0.4))
show(p+p1+p2,xmin=-5, xmax=5, ymin=-5, ymax=5) # set the size of the plot window
```

## Вигляд розв'язку (Screen)

