Задачі 5

1. Алгоритм обчислює пошук максимального елементу в масиві дійсних чисел.

Інваріант циклу: якщо елемент $A[i] \geq A[i-1]$ тоді $A[i] \geq$ більша з елементів $\vee A[1; i-1]$.

Ініціалізація: при $i=2$ якщо $A[2] \geq A[1]$, то $A[2]$ більша за всі попередні елементи тобто $A[i]$. Виконується.

Збереження: якщо $A[i] \geq A[i-1]$ та там елемен більший за попередні, в іншому випадок міняємо елементи місцями та інваріант зберігається.

Завершення при $i = n+1$ $A[n] \geq$ за всі елемети $A[1; n]$, тобто $A[n]$ максимальний елемент.

Алгоритм коректний.

Основна операція порівняння, вона виконується $n-1$.

Клас ефективності: мійша складность $O(n)$

2. $T(n) = T(n-1) + 3n$ при $n > 0$ $T(0) = 1$

$T(n-1) = T(n-2) + n/3 \Rightarrow T(n) = T(n-2) + n/3 + n/3$

$T(n-2) = T(n-3) + n/3 \Rightarrow T(n) = T(n-3) + n$

$\dots$

$T(n) = T(n-k) + kn/3$. При $k = n$:

$T(n) = T(n-n) + n^2/3 = T(0) + \frac{n^2}{3} = \boxed{1 + \frac{n^2}{3}}$

$\underline{T(n) = \Theta(n^2)}$

3. $T(n) = 4T(n/2) + n^2$.

$a = 4$, $b = 2$, $f(n) = n^2$.

$n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2 = \Theta(n^2)$

Осильки $f(n) = \Theta(n^{\log_b a}) = \Theta(n^2)$, то

маємо 2-й випадок Master Theorem:

$T(n) = (n^{\log_b a} \cdot \log n) = \underline{n^2 \log n}$.