СпеціальністьПЗ	
Навчальний предмет	дослідження операцій
Kypc 2	_

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 1.

- 1. Нехай стандартна ЗЛП необмежена. Довести, що допустима область двоїстої ЗЛП пуста.
- 2 Змішані стратегії матричної гри. Оптимальні стратегії гравців та ціна гри у змішаному розширенні матричної гри. Сформулювати теорему про еквівалентність матричної гри та пари двоїстих задач ЛП.
- 3 . Розв'язати ТЗЛПО методом потенціалів (c_{ij} вартості перевезень, r_{ij} пропускні спроможності) :

$$C = \begin{pmatrix} 11 & 13 & 18 & 17 \\ 19 & 14 & 15 & 20 \\ 19 & 17 & 12 & 18 \end{pmatrix}, \ R = \begin{pmatrix} 12 & 24 & 23 & 9 \\ 8 & 16 & 33 & 6 \\ 10 & 6 & 25 & 3 \end{pmatrix}$$

$$a = (53,45,38), b = (21,30,75,10)$$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4. Зав. Кафедрою Іксанов О.М. Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 2.

- 1. Опуклі множини, опуклі комбінації точок.. Півпростір, гіперплощина, многогранна множина. Теореми про їх опуклість.
- 2. Гравці А та Б одночасно і незалежно пишуть одне із чисел:
- A-1, 2 ; B-2, 3 ; Якщо сума парна, то B платить A цю суму, а якщо непарна, то навпаки A платить B цю суму.
 - а) Побудувати платіжну матрицю гри.
- б) Шляхом зведення до пари двоїстих задач ЛП знайти оптимальні змішані стратегії та ціну гри.
- 3. Для даної задачі записати двоїсту

$$L = z \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{j} \ge z, i = 1, m,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{j} = 1, x \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4. Зав. Кафедрою Іксанов О.М.

Спеціальність ___ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №3.

1. Нехай $L(\mathbf{x})$ та $L^*(\mathbf{y})$ цільові функції стандартної ЗЛП та двоїстої до неї, а \mathbf{x} та \mathbf{y} і допустимі вектори цих ЗЛП такі, що .

$$L(\mathbf{x}) = L^*(\mathbf{v}) .$$

Довести, що х та у оптимальні розв'язки.

- 2. Пояснити на прикладах поняття: мінімаксні стратегії, верхня та нижня ціни гри., розв'язок гри у чистих стратегіях, змішані стратегії.
- 3. Розв'язати дану задачу двоїстим симплекс-методом:

$$L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$3x_1 - 2x_2 > 1$$

$$x_1 + x_2 \le 6$$

$$x_1 \ge 0, \ x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.

Зав. Кафедрою Іксанов О.М.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ____ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 4.

- 1. Теорема про зображення обмеженої допустимої області ЗЛП опуклою оболонкою крайніх точок.
- 2. Розв'язати ЗЛП симплекс-методом

$$L = 3x_1 + 4x_2 \longrightarrow \max$$

$$x_1 + 3x_2 \le 4$$

$$2x_1 + x_2 \le 6$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

3 . Транспортна задача з обмеженими пропускними спроможностями. Навести алгоритм побудови початкового опорного плану.

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Спеціальність ___ ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 5.

- 1. Транспортна задача з обмеженнями. Критерій оптимальності. Навести обґрунтування.
- 2. Нехай $L(\mathbf{x})$ та $L^*(\mathbf{y})$ цільові функції стандартної ЗЛП та двоїстої до неї. Довести, що для $\mathbf{x} \in D$ та $\mathbf{y} \in D^*$ (допустимі вектори цих ЗЛП)

$$L(\mathbf{x}) \geq L^*(\mathbf{y})$$
.

3. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \left(\begin{array}{cccc} 5 & 3 & 20 \\ 8 & 13 & 6 \\ 3 & 1 & 12 \end{array}\right);$$

a = (10,40,20); b = (40,20,10).

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.

Зав. Кафедрою Іксанов О.М.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ____ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 6.

- 1. Теорема про ранг матриці T коефіцієнтів системи обмежень T задачі.
- 2. Перша теорема двоїстості (умови розв'язності).
- 3. Для даної задачі записати двоїсту, розв'язати одну з пари двоїстих задач симплекс-методом і за її розв'язком знайти розв'язок іншої:

$$L = x_1 + 2x_2 \longrightarrow \max$$

$$x_1 + 3x_2 \le 8$$

$$2x_1 + x_2 \le 6$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій* Від 4 грудня 2013 року протокол № 6. Зав. Кафедрою Закусило О.К.

Спеціальність ___ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 7.

- 1. Двоїста задача до транспортної, потенціали рядків та стовпчиків транспортної таблиці. Обчислення потенціалів. Перевірка оптимальності опорного плану.
- 2. Двоїстий критерій оптимальності
- 3. Гравець А може покласти на стіл одну із карт: Туз або Король або Дама. Гравець Б хоче вгадати вибрану карту. Якщо гравець Б вгадує, то гравець А платить Б : 3 грн. для випадку Туз, 2 грн. для випадку Король, 1 грн. для випадку Дама . Якщо гравець Б помиляється, то він платить А 1 грн.
 - а) Побудувати платіжну матрицю гри.
- б) Шляхом зведення до пари двоїстих задач ЛП знайти оптимальні змішані стратегії та ціну гри.

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

 Від
 25 травня 2008 року
 протокол № 10.

 Зав. Кафедрою
 Закусило О.К.

 Екзаменатор
 Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 8.

- 1. Алгоритм методу потенціалів, навести його обгрунтування.
- 2. Обчислення оптимального розв'язку однієї з двоїстих задач через оптимальний розв'язок іншої.
- 3. Розв'язати ЗЛП М-методом

$$L = x_1 + 2x_2 \longrightarrow \max$$
$$3x_1 - 2x_2 \ge 1$$
$$x_1 + x_2 \le 6$$
$$x_1 \ge 0, \ x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

 Від
 25 травня 2008 року
 протокол № 10.

 Зав. Кафедрою
 Закусило О.К.

 Екзаменатор
 Мацак І.К.

СпеціальністьПЗ	
Навчальний предмет_	дослідження операцій
Kypc 2	-

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 9.

- 1. Опуклі множини, опуклі комбінації точок.. Півпростір, гіперплощина, многогранна множина. Довести теореми про їх опуклість.
- 2.Побудувати для даної мережі (див. файл. Jpeg Met.Miнті, v.4.2.4.7) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.
- 3. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 16 & 1 & 10 \\ 12 & 13 & 7 \\ 1 & 19 & 14 \end{pmatrix};$$

a = (10,60,60); b = (40,40,60).

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4. Зав. Кафедрою Іксанов О.М. Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціа.	льніст	гьПЗ		
Навчал	ьний	предмет	дослідження	операцій
Курс	2	_		_

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 10.

- 1. Матричні ігри, мінімаксні стратегії, верхня та нижня ціни гри, ціна гри, оптимальні стратегії гравців. Пояснити коли гра має розв'язок у чистих стратегіях,. Навести приклади.
- 2. Побудувати для даної мережі (див. файл. Jpeg Meт.Miнті, v.4.2.4.8) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.
- 3. Для виготовлення продукції 2-х видів Π_1 та Π_2 використовується 2-а види сировини S_1 та S_2 . Кількість одиниць сировини, яка необхідна для виготовлення одиниці продукції, запаси сировини та прибуток від реалізації одиниці продукції вказані в таблиці.

. p - y - y - y - y	Π_1	Π_2	Запаси Ѕ
S_1	2	3	10
S_2	2	1	6
Прибуток	3	2	

Окрім того необхідно, щоб виконувалась умова: $\Pi_1 > 1$ та $\Pi_2 > 1$.

Побудувати математичну модель та розв'язати графічно отриману ЗЛП.

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.

Зав. Кафедрою Іксанов О.М.

Спеціальність ____ПЗ Навчальний предмет____дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 11.

- 1. Опуклі множини. Довести, що допустима множина ЗЛП опукла.
- 2. Побудувати для даної мережі (див. файл. Jpeg Meт.Miнті, v.4.2.4.9) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.
- 3. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 10 \\ 12 & 1 & 7 \\ 1 & 19 & 4 \end{pmatrix};$$

$$a = (10,60,60); b = (20,40,60).$$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4. Зав. Кафедрою Іксанов О.М. Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

СпеціальністьПЗ	
Навчальний предмет	дослідження операцій
Kypc 2	

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 12.

- 1. Стандартна ЗЛП, базисний роз'язок. Необхідні і достатні умови того, що допустимий розв'язок ϵ вершиною допустимої області. Дати обгрунтування.
- 2. Гравці A та Б одночасно кладуть на стіл по 1-й монеті. Тоді зверху можуть бути такі варіанти: $\{\Gamma,\Gamma\}$ (два герби) або $\{P,P\}$ (дві решки) або $\{\Gamma,P\}$ (герб та решка). Якщо гравці обрали однакові варіанти, то гравець A забирає обидві монети, в противному випадку монети забирає гравець Б. Побудувати платіжну матрицю гри . Шляхом зведення до пари двоїстих задач ЛП знайти оптимальні змішані стратегії та ціну гри.
- 3. Нехай двоїста ЗЛП необмежена. Показати, що тоді допустима область прямої ЗЛП пуста.

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Спеціальність ___ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 13.

- 1. Кутові точки опуклих множин. Довести теорему про множину оптимальних розв'язків задачі $\Pi\Pi$ та кутові точки .
- 2. Нехай у M методі розв'язку ЗЛП отримали оптимальний розв'язок \mathbf{xy} =(x_1 , ..., x_n , y_1 , ..., y_m), I існує $y_i > 0$. Довести, що тоді допустима область $D = \acute{Q}$.
- 3. Розв'язати дану задачу двоїстим симплекс-методом:

$$L = x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + x_2 \le 8$$

$$3x_1 + x_2 \ge 3$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4. Зав. Кафедрою Іксанов О.М. Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 14.

- 1. Метод штучного базису у найпростішій формі. Дослідження результатів її розв'язування. Дати обгрунтування.
- 2 . Нехай $L(\mathbf{x})$ та $L^*(\mathbf{y})$ цільові функції стандартної ЗЛП та двоїстої до неї, а \mathbf{x} та \mathbf{y} довільні допустимі вектори цих ЗЛП . Довести, що

$$L(\mathbf{x}) \geq L^*(\mathbf{y})$$
.

3. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 10 & 16 & 2 \\ 1 & 4 & 4 \\ 2 & 20 & 4 \end{pmatrix};$$
$$a = (15;25;50); b = (10;20;60).$$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

СпеціальністьПЗ	
Навчальний предмет	дослідження операцій
Kypc2	_

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 15.

- 1. Критерій необмеженості базисного розв'язку ЗЛП. Дати обгрунтування...
- 2. Двоїста задача до транспортної, двоїстий критерій оптимальності для ТЗЛП.

Потенціали рядків та стовпчиків транспортної таблиці та їх обчислення потенціалів.

3. Для даної задачі записати двоїсту, розв'язати одну з пари двоїстих задач симплекс-методом і за її розв'язком знайти розв'язок іншої:

$$L = 3x_1 + 4x_2 \longrightarrow \max$$

$$x_1 + 3x_2 \le 4$$

$$2x_1 + x_2 \le 6$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 4 грудня 2013 року протокол № 6. Зав. Кафедрою Закусило О.К. Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 16.

- 1. Алгоритм симплекс-методу для канонічної задачі ЛП . Ознака оптимальності опорного плану. Дати обгрунтування.
- 2. Змішані стратегії матричної гри. Оптимальні стратегії гравців та ціна гри у змішаному розширенні матричної гри. Сформулювати теорему про еквівалентність матричної гри та пари двоїстих задач ЛП.
- 3 Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 16 & 1 \\ 12 & 13 \end{pmatrix};$$

$$a = (10,60); b = (30,30).$$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 4 грудня 2013 року протокол № 6. Зав. Кафедрою Закусило О.К. Екзаменатор Мацак І.К.

СпеціальністьПЗ	
Навчальний предмет	дослідження операцій
Kypc2	_

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 17.

- 1. Критерій необмеженості базисного розв'язку ЗЛП. Дати обгрунтування...
- 2. Щоб знайти оптимальні змішані стратегії в матричних іграх їх зводять до пари двоїстих задач ЛП. Чому ці ЗЛП мають розв'язок?
- 3. Для даної задачі записати двоїсту, розв'язати одну з пари двоїстих задач симплекс-методом і за її розв'язком знайти розв'язок іншої:

L=
$$x_1 + 4x_2 \rightarrow max$$

 $x_1 + 3x_2 \le 4$
 $2x_1 + x_2 \le 6$
 $x_1, x_2 \ge 0$

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4. Зав. Кафедрою Іксанов О.М. Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

СпеціальністьПЗ	
Навчальний предмет_	дослідження операцій
Курс2	

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 18.

- 1. Алгоритм симплекс-методу для канонічної задачі ЛП. Ознака необмеженості цільової функції задачі ЛП на допустимій множині. Дати обгрунтування.
- 2. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 10 \\ 2 & 3 & 7 \\ & & & \end{pmatrix};$$

a = (60,60); b = (10,40,60).

3. Чому збалансована ТЗЛП завжди має розв'язок?

Навести приклад незбалансованої транспортної задачі, яка не має розв'язку.

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Спеціальність ___ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 19.

- 1. Обчислення оптимального розв'язку однієї з двоїстих задач через оптимальний розв'язок іншої.
- 2. Розглядається задача лінійного програмування:

$$L = 3x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 \le 12,$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 \le 16,$$

$$x_i \ge 0, i = 1, 2, 3$$

Чи ϵ пара векторів x=(6,0,0), y=(0,3/2) оптимальними розв'язками даної ЗЛП та двоїстої до неї:

3 .Транспортна задача з обмеженнями. Навести критерій оптимальності базисного розв'язку ТЗЛПО.

Із яких загальних тверджень він випливає?

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4. Зав. Кафедрою Іксанов О.М. Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ Навчальний предмет___ дослідження операцій Курс 2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 20.

- 1. Нехай стандартна ЗЛП має розв'язок. Довести, що і двоїста ЗЛП має розв'язок.
- 2 . Знайти початковий базисний розв'язок ТЗЛПО (c_{ij} вартості перевезень, r_{ij} пропускні спроможності) :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & 7 \\ 9 & 4 & 5 & 20 \\ 19 & 7 & 2 & 8 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 10 & 26 & 23 & 8 \\ 6 & 18 & 30 & 5 \\ 9 & 2 & 25 & 3 \end{pmatrix}$$

$$a = (53.45.38), b = (21.30.75.10).$$

3. Транспортна задача. Пояснити чому базисні клітинки ТЗЛП не повинні утворювати цикл?Із яких загальних тверджень це випливає?

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій

Від 28 листопада 2018 року протокол № 4. Зав. Кафедрою Іксанов О.М.

Екзаменатор Мацак І.К.

••						
	TATETA TE	АШОНАЛЬНИЙ	VIIIDEDAUTET			
K //IIK(K	. K //	мина пънии	VHIKKPUTILKI	INHHII	ΔΡΔΙΔ	пикчинка
KHIDCD		щимирини	J IIIDEI CHIEI	114117111 1		шер пенка

Спеціальність	_ПЗ		
Навчальний пре	дмет_	_ дослідження	операцій
Kypc 2		_	_

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 21.

1. Нехай $L(\mathbf{x})$ та $L^*(\mathbf{y})$ цільові функції стандартної ЗЛП та двоїстої до неї, а \mathbf{x} та \mathbf{y} допустимі вектори цих ЗЛП . Довести, що .

$$L(\mathbf{x}) \geq L^*(\mathbf{y})$$
.

- 2. Розв'язок матричної гри у змішаних стратегіях. Що це означає? Сформулювати теорему Дж. Фон Неймана та навести ЗЛП, із яких знаходяться оптимальні змішані стратегії.
- 3. Побудувати для даної мережі (див. файл. Јред Мет.Мінті, v.4.2.4.10) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.

Затверджено на засіданні кафедри Дослідження операцій