Модульна контрольна робота з

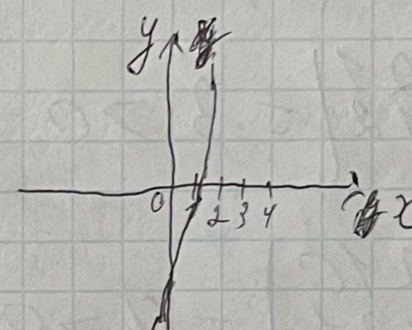
Чисельних методів

Коваленко Данило Романович

ІПС-33

Варіант 35

Під час написання роботи буду дотримуватися академічної доброчесності



№2

$x^3 + 4x - 6 = 0$

$f(1) = -1 < 0 \quad , \quad f(2) = 10 > 0$

$[1, 2]$

$a_0 = 1 \; , \; b_0 = 2 \; , \; x_0 = \frac{3}{2}$

$f(x_0) = \frac{27}{8} + 6 - 6 \approx \frac{27}{8}$

$f(a_0) \cdot f(x_0) < 0 \quad , \quad b_1 = x_0$

$x_1 = \frac{5}{4} \quad f(x_1) = \frac{125}{64} + 5 - 6 \approx 0{,}95$

$|x_0 - x_1| = \left|\frac{6}{4} - \frac{5}{4}\right| = \frac{1}{4} > 0,001$

№4

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = 10^{-3}$

$\cancel{x_0 = (1}$ $\quad A = A^T$

$Det(2) > 0$

$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 > 0$

$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 > 0 \quad \Rightarrow \quad A > 0$

$||A||_\infty = 4$

$B = ||A||_\infty E - A = 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

Крок 1:

$x^0 = (1;1;1)^T$

$$x^1 = Ax^0 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$\cancel{\lambda_1^1 = \frac{x_1^1}{x_1^0} = \frac{3}{1} = 3}$ $\quad \lambda_1^1 = \frac{(x^1, x^0)}{(x^0, x^0)} =$

$= \frac{10}{3} \approx 3,33$

Крок 2:

$\|x^1\|_\infty = 4 \quad e^1 = \frac{x^1}{\|x^1\|_\infty} = \left(\frac{3}{4}; \frac{4}{4}; \frac{3}{4}\right)$

$$x^2 = Ae^1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.75 \\ 1 \\ 0.75 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 3.5 \\ 2.5 \end{pmatrix}$$

$\lambda_1^2 = \frac{(x^2, e^1)}{(e^1, e^1)} \approx \frac{7.25}{2.125} \approx 3,41$

$|\lambda_1^2 - \lambda_1^1| = |3,41 - 3,33| \approx 0,078 > 0,001$

Крок 3:

$\|x^2\|_\infty = 3.5 \quad e^2 = \frac{x^2}{\|x^2\|_\infty} = (0,71; 1; 0,71)$

$$x^3 = Ae^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,71 \\ 1 \\ 0,71 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.42 \\ 3.42 \\ 2.42 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1^3 = \frac{(x^3, e^2)}{(e^2, e^2)} \approx \frac{6.856}{2} \approx 3,428$$

$$|\lambda_1^3 - \lambda_1^2| = |3,428 - 3,411| = 0,017 > 0,01$$

№3

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = -4 \\ -x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 10 \\ -x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 20 \end{cases} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & -8 & 4 \\ -1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{cond}(A) = \|A\|_\infty \cdot \|A^{-1}\|_\infty$$

$$\|A\|_\infty = 14$$

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -8 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 8 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{9} & -\frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 3 & 8 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1\frac{1}{3} & \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{27} & \frac{1}{27} & \frac{1}{9} \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1\frac{4}{81} & -\frac{5}{81} & \frac{4}{27} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{5}{81} & -\frac{8}{81} & \frac{1}{27} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{27} & \frac{1}{27} & \frac{1}{9} \end{array}\right)$$

$$\|A^{-1}\|_\infty = \frac{105}{81} = \frac{35}{27}$$

$$\operatorname{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| = 14 \cdot \frac{35}{27} \approx 18,15$$