

Модульна контрольна робота
з дисципліни "Чисельні методи"
студента групи ІПС-33

Харлова Івана Володимирівна
варіант 21

Обіцяю дотримуватися ^{правил} академічної
доброчесності під час виконання
цієї роботи

Знайти

$$1) f(x, y, z) = xy - z^2$$

$$x = 2.3 \pm 0.02$$

$$y = 1.5 \pm 0.02$$

$$z = 3.5 \pm 0.02$$

$$\Delta(f(x^*, y^*, z^*)) = |y^*| \cdot \Delta(x^*) + |x^*| \Delta(y^*) +$$

$$|-2z^*| \cdot \Delta(z^*) = 1.5 \cdot 0.02 + 2.3 \cdot 0.02 + 7 \cdot 0.02 = 0.216$$

$$\delta(f(x^*, y^*, z^*)) = \frac{\Delta(f(x^*, y^*, z^*))}{f(x^*, y^*, z^*)} \cdot 100\%$$

$$= \frac{0.216}{1 - 8.81} \cdot 100\% \approx 2.4\%$$

абсолютна похибка = 0,216

відносна похибка = 2,4%

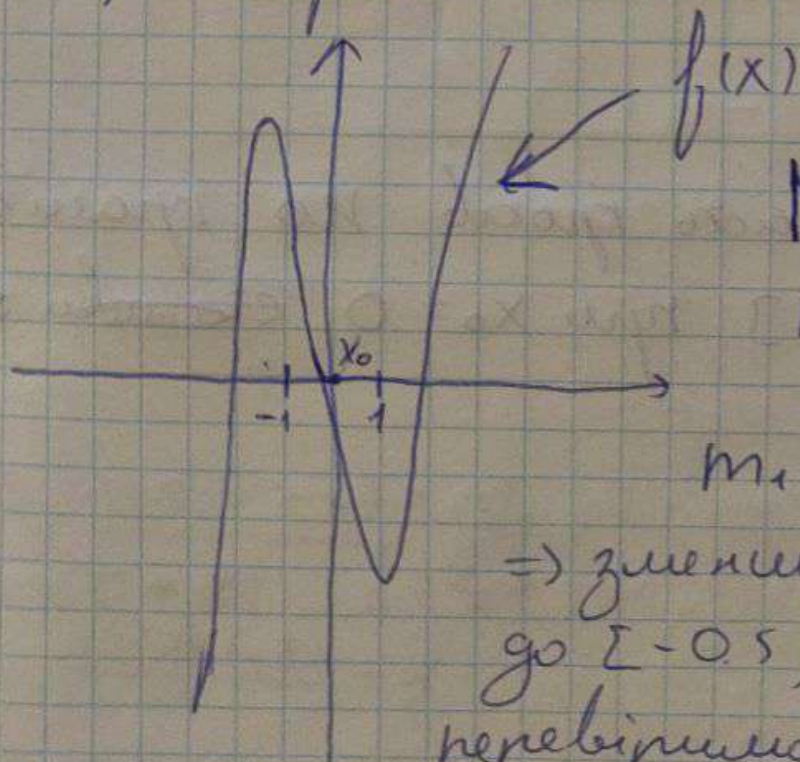
$$2) \operatorname{sh} x - 12 \operatorname{th} x - 0.311 = 0, \quad \varepsilon = 0.001$$

Знайдемо апіорну оцінку для встановлення кількості кроків (теоретичної).

$$n \geq \left[\frac{\ln(|x_0 - x^*|/\varepsilon)}{\ln(1/q_0)} \right] + 1, \quad q_0 = \frac{M_1 + m_1}{M_1 - m_1}$$

де ~~$M_1 = \max$~~ $0 < m_1 < f'(x) < M_1$

$f'(x) = \cosh(x) - 12 \operatorname{sech}^2(x)$, візьмемо $x_0 = 0$, а проміжок: $[-1; 1]$



$$M_1 = 11$$

$$m_1 = 0$$

m_1 повинна бути > 0

\Rightarrow зменшимо проміжок

до $[-0.5; 0.5]$ та

перевіримо наєвність кореня $f(-0.5) = 4.71; f(0.5) = -5.3$

\Rightarrow require $x \in [-0.5; 0.5]$

$$N_1 = 11 \quad q_0 = \frac{11 - 8.3}{11 + 8.3} = 0.14$$

$$m_1 = 8.3$$

\Rightarrow ~~$[-0.5; 0.5]$~~

$$x^* \in [-0.5; 0.5] \Rightarrow |x - x^*| \leq 0.5$$

$$n \geq \left[\frac{\ln\left(\frac{0.5}{0.001}\right)}{\ln\left(\frac{1}{0.14}\right)} \right] + 1 = \left[\frac{6.214}{1.97} \right] + 1$$

$$\geq 5$$

Отже кількість кроків на градієнську $[-0.5; 0.5]$ при $x_0 = 0$ є ~~такими~~ ≤ 5

$$3) \begin{cases} X_1 + X_2 + 2X_3 = 2 \\ X_1 + 0X_2 + X_3 = 1 \\ 2X_1 + X_2 + 4X_3 = 2 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad A = A^T, \text{ отже можна використовувати МКК}$$

$$b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$d_{11} = 1$$

$$s_{11} = \sqrt{|1|} = 1$$

$$s_{12} = \frac{1}{1 \cdot 1} = 1$$

$$s_{13} = \frac{2}{1} = 2$$

$$d_{22} = \text{sgn}(0 - 2) = -1$$

$$s_{22} = \sqrt{|0 + 1|} = 1$$

$$s_{23} = \frac{1 - 1 \cdot 1 \cdot 2}{-1} = 1$$

$$d_{33} = \text{sgn}(4 - 4 \cdot 1 + 1) = 1$$

$$s_{33} = \sqrt{|4 - 4 \cdot 1 + 1|} = 1$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S^T D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \vec{y} = \vec{b}$$

$$y_1 = 2$$

$$y_2 = 3 - (1 - y_1) = 1$$

$$y_3 = 2 + y_2 - 2y_1 = -1$$

\Rightarrow

$$x_3 = y_3 = -1$$

$$x_2 = y_2 - x_3 = 1 + 1 = 2$$

$$x_1 = y_1 - 2x_3 - x_2 = 2 + 2 - 2 = 2$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = -1$$

r - розділена різниця

5)

x	$f(x)$	r_1	r_2	r_3
-1	-4	1	2	0
1	-2	7	2	0
2	5	11	2	0
3	16	15	2	
4	31	19		
5	50			

$$r_1(x_0, x_1) = \frac{-2 + 4}{1 - (-1)} = 1$$

$$r_1(x_1, x_2) = \frac{5 + 2}{2 - 1} = 7$$

$$r_1(x_2, x_3) = \frac{16 - 5}{3 - 2} = 11$$

$$r_1(x_3, x_4) = \frac{31 - 16}{4 - 3} = 15$$

$$r_1(x_4, x_5) = \frac{50 - 31}{5 - 4} = 19$$

$$r_2(x_0, x_1, x_2) = \frac{7 - 1}{2 - (-1)} = 2$$

$$r_2(x_1, x_2, x_3) = \frac{11 - 7}{2} = 2$$

$$r_3(x_2, x_3, x_4) = \frac{15 - 11}{2} = 2$$

$$r_4(x_3, x_4, x_5) = \frac{19 - 15}{2} = 2$$

\Rightarrow Степінь полінома = ~~такі степені~~
маси порядку ненульової різдівної різниці
§. В нашому випадку всі $\Gamma_3 = 0$,
а $\Gamma_2 \neq 0$, отже степінь полінома = 2