Варіант №1

1. Довести, що $P(A/B) = P(A/B \cap C)P(C/B) + P(A/B \cap \overline{C})P(\overline{C}/B)$.
2. У двох урнах знаходяться відповідно m_1 і m_2 білих та n_1 і n_2 чорних кульок. З кожної урни навмання виймається одна кулька, а потім з цих двох кульок навмання береться ще одна. Знайти ймовірність того, що кулька – біла.
3. Нехай $\Omega = \{1,2,\ldots,2n\}$. Всім числам приписані ймовірності, пропорційні логарифмам цих чисел. Знайдіть ймовірність того, що в результаті експерименту з'явиться непарне число.
4. З 14 стрільців п'ять влучають у мішень з ймовірністю 0,8, сім – з ймовірністю 0,7 і два стрільці з ймовірністю 0,5. Навмання обраний стрілець зробив постріл, але не влучив у мішень. До якої групи найбільш ймовірно він належить?
5. Гральний кубик підкидується 6 разів. Знайти ймовірність того, що а) випадуть всі 6 граней; б) випадуть хоча б дві однакові грані.; в) випадуть тільки три різні грані.
6. В квадрат з вершинами (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) навмання кинута точка. Нехай (x,y) – її координати. Знайти для 0<z<1: а) $P(|x-y|<z)$; б) $P(xy<z)$; в) $P(x+y<2z)$.
7. Підкидають 5 гральних кубиків. Випадкова величина X може приймати три значення: -2, 0, 2. Якщо хоч на одному кубику випаде 6, то X=-2, інакше якщо випаде хоч одна 5, то X=0, інакше X=2. Знайти її середнє значення та дисперсію, побудувати функцію розподілу.

Варіант №2

1. Показати, що якщо $P(A/C) > P(B/C)$ і $P(A/\overline{C}) > P(B/\overline{C})$, то $P(A) > P(B)$.
2. На фабриці, що виготовляє двигуни, конвеєри A, B, C виготовляють відповідно p_1, p_2, p_3 відсотків усіх виробів. ($p_1+p_2+p_3=1$). У їхній продукції брак складає q_1, q_2, q_3 відсотків. Навмання вибраний двигун виявився бракованим. Яка ймовірність, що він був виготовлений на конвеєрі A?
3. *n* людей, в тому числі A і B, розташовуються у ряд у випадковому порядку. Знайти ймовірність того, що між A і B буде рівно *к* людей.
4. Навмання обирається число a із чисел $\{1, 2, \ldots, N\}$, а потім із множини $\{a, a+1, \ldots, N\}$ навмання обирається число c. Знайти розподіл випадкової величини c. Для N=5 знайти Mc та Dc, побудувати функцію розподілу.
5. Нехай $\Omega = \{1,2,\ldots,2n\}$. Всім числам приписані ймовірності, пропорційні логарифмам цих чисел. Знайдіть ймовірність того, що в результаті експерименту з'явиться парне число.
6. В квадрат з вершинами (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) навмання кинута точка. Нехай (x,y) – її координати. Знайти для $0<z<1$: а) $P(\min(x, y) < z)$; б) $P(\max(x, y0 < z)$.
7. Знайти ймовірність того, що в *к* цифр, кожна з яких вибрана навмання (вибірка з поверненням):а) не входить 9; б) не входить 8; в) не входить ні 9, ні 8; г) не входить або 9, або 8.

Варіант № 3

1. Довести, що $P(A/B) = P(A/B \cap C)P(C/B) + P(A/B \cap \overline{C})P(\overline{C}/B)$.
2. Два гравці А і В по черзі стріляють в ціль. Виграє той, хто перший влучить. Ймовірність попадання для А та В відповідно p_1, p_2. Першим стріляє А. Знайти ймовірність виграшу для кожного гравця.
3. Маємо дві монети – справжню і фальшиву. Фальшива монета випадає орлом у два рази частіше, ніж решкою. Підкидаємо навмання обрану монету. Вона випала орлом. Яка ймовірність того, що ця монета фальшива?
4. На безмежну шахову дошку зі стороною квадрата l навмання кидають монету радіуса $r < l/2$. Знайти ймовірність того, що а) монета перетне рівно 2 сторони; б) монета не перетне не більше ніж одну сторону.
5. Є N питань. Студент знає відповідь на n з них. На іспиті викладач питає k питань, а для того, щоб здати екзамен потрібно відповісти не менше ніж на r. Знайти ймовірність того, що студент складе іспит.
6. Маємо 10 ключів, серед яких тільки один підходить до замка. X – кількість спроб відкрити замок без повертання перевірених ключів. Знайти розподіл випадкової величини X, MX, DX, побудувати функцію розподілу.
7. Маємо n урн, у k-й урні k білих та n-k чорних. Навмання обирається урна, а з неї – випадкова куля. Яка ймовірність того, що куля біла?

Варіант № 4

1. Нехай $A_1,\ldots,A_n$ – незалежні події. Показати, що тоді $P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P(\overline{A_i})$.
2. Гральний кубик підкидується 6 разів. Знайти ймовірність того, що а) випадуть всі 6 граней; б) випадуть хоча б дві однакові грані.; в) випадуть тільки три різні грані.
3. Є п'ять урн наступного вмісту: 2 урни по 2 білих і 3 чорних кульки; 2 урни по 1 білій і 4 чорних кульки; 1 урна по 4 білих і 1 чорній кульці. З однієї урни навмання вибрано кулька. Вона виявилася білою. Чому дорівнює післядослідна ймовірність того, що кульку було вийнято з урни останнього вмісту?
4. З відрізка [-1,2] навмання узяли два числа. Яка ймовірність того, що їх сума більша за одиницю, а добуток менший 1?
5. Маємо n урн, у k-й урні k білих та n-k чорних. Навмання обирається урна, а з неї – випадкова куля. Яка ймовірність того, що куля біла?
6. Навмання обирається число a із чисел $\{1, 2, \ldots, N\}$, а потім із множини $\{a, a+1, \ldots, N\}$ навмання обирається число c. Знайти розподіл випадкової величини c. Для N=5 знайти Mc та Dc, побудувати функцію розподілу.
7. Скільки випробувань Бернуллі з ймовірністю успіху p=0.05 треба провести, щоб ймовірність хоча б одного успіху була більшою за 0.9?

Варіант № 5

1. Радіолокаційна станція веде спостереження за n об'єктами. За час спостереження к-тий об'єкт може бути загублений з ймовірністю p_k. Знайти ймовірність того, що: а) жодного з об'єктів не буде загублено; б) буде загублено один об'єкт; в) загублено не більше ніж один об'єкт

На безмежну шахову дошку зі стороною квадрата l навмання кидають монету радіуса $r < l/2$. Знайти ймовірність того, що а) монета перетне рівно 1 сторону; б) монета не перетне не більше ніж одну сторону.

3. Є N питань. Студент знає відповідь на n з них. На іспиті викладач питає k питань, а для того, щоб здати екзамен потрібно відповісти не менше ніж на r. Знайти ймовірність того, що студент складе іспит.

4. Відомо, що при підкиданні 10 гральних кубиків випало хоча б один раз 6 очок. Яка ймовірність того, що 6 очок випало два і більше разів.

5. Скільки випробувань Бернуллі з ймовірністю успіху p=0.05 треба провести, щоб ймовірність хоча б одного успіху була більшою за 0.9

6. Нехай $\Omega = \{1,2,\dots,2n\}$. Всім числам приписані ймовірності, пропорційні логарифмам цих чисел. Знайдіть ймовірність того, що в результаті експерименту з'явиться непарне число

7. Нехай p_1, p_2, p_{12} – дійсні числа. Довести, що для того, щоб існували випадкові події A і B такі, що $P(A)= p_1$, $P(B)= p_2$, $P(A \cap B) = p_{12}$, необхідно і достатньо, щоб виконувались нерівності: $1 - p_1 - p_2 + p_{12} \geq 0$, $p_i - p_{12} \geq 0, i = 1,2$, $p_{12} \geq 0$.

Варіант № 6

1. На відрізку [P;Q] довжини l вибрані навмання дві точки A і B. Знайти ймовірність того, що: а) точка A буде ближче до точки P, ніж до B; б) точка A буде ближче до точки B, ніж до P;
2. n людей, в тому числі A і B, розташовуються випадково в ряд. Знайти ймовірність того, що між A і B буде стояти рівно k людей. Показати, якщо n людей розміщуються не в ряд, а в коло, то ймовірність не залежить від k. Знайти її.
3. Скільки раз потрібно підкинути два гральних кубики, щоб ймовірність випадання хоча б один раз суми чисел 5 була більшою за 0.95.
4. Довести, що $P(A \mid B) = P(A \mid B \cap C)P(C \mid B) + P(A \mid B \cap \overline{C})P(\overline{C} \mid B)$.
5. Страхова компанія займається страхуванням життя. 10% застрахованих в цій компанії палять. Якщо застрахований не палить, ймовірність його смерті протягом року дорівнює 0.01. Якщо ж він палить, то ця ймовірність дорівнює 0.05. Яка частина курців серед тих застрахованих, що померли протягом року?
6. В квадрат з вершинами (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) навмання кинута точка. Нехай (x,y) – її координати. Знайти для $0<z<1$:
а) $P(\min(x,y) < z)$; б) $P(\max(x,y) < z)$.
7. Нехай p_1, p_2, p_{12} – дійсні числа. Довести, що для того, щоб існували випадкові події A і B такі, що $P(A)=p_1$, $P(B)=p_2$, $P(A \cap B) = p_{12}$, необхідно і достатньо, щоб виконувались нерівності: $1-p_1-p_2+p_{12} \ge 0$, $p_i - p_{12} \ge 0, i=1,2$, $p_{12} \ge 0$.

Варіант № 7

1. Знайти ймовірність того, що з трьох навмання взятих відрізків довжини не більше l можна побудувати трикутник.
2. Маємо n урн, у k-й урні k білих та n-k чорних. Навмання обирається урна, а з неї – випадкова куля. Яка ймовірність того, що куля біла?
3. Два гравці A і B по черзі стріляють в ціль. Виграє той, хто перший влучить. Ймовірність попадання для A та B відповідно p_1, p_2. Першим стріляє A. Знайти ймовірність виграшу для кожного гравця.
4. Гральний кубик підкидується 6 раз. Знайти ймовірність того, що а) випадуть всі 6 граней; б) випадуть хоча б дві однакові грані.; в) випадуть тільки три різні грані.
5. 15 однакових кульок, серед яких 10 білих і 5 червоних, навмання розкладаються у групи по 3 кульки. Знайти ймовірність того, що в кожній групі по 2 білих кульки.
6. У ліфті знаходиться 7 пасажирів. Ліфт зупиняється на десяти поверхах. Яка ймовірність того, що жодні два пасажири не вийдуть на одному поверсі?
7. Монету підкидають до тих пір, поки не випаде герб. Нехай X– число підкидань до першого випадання герба. Знайти розподіл X, MX, DX.

Варіант № 8

1. У двох урнах знаходяться відповідно m_1 і m_2 білих та n_1 і n_2 чорних кульок. З кожної урни навмання виймається одна кулька, а потім з цих двох кульок навмання береться ще одна. Знайти ймовірність того, що кулька – біла.
2. Нехай $\Omega = \{1,2,\ldots,2n\}$. Всім числам приписані ймовірності , пропорційні логарифмам цих чисел. Знайдіть ймовірність того, що в результаті експерименту з'явиться непарне число.
3. З 14 стрільців п'ять влучають у мішень з ймовірністю 0,8, сім – з ймовірністю 0,7 і два стрільці з ймовірністю 0,5. Навмання обраний стрілець зробив постріл, але не влучив у мішень. До якої групи найбільш ймовірно він належить, знайти цю ймовірність?
4. Гральний кубик підкидується 6 разів. Знайти ймовірність того, що а) випадуть всі 6 граней; б) випадуть хоча б дві однакові грані.; в) випадуть тільки три різні грані.
5. В квадрат з вершинами (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) навмання кинута точка. Нехай (x,y) – її координати. Знайти для 0<z<1: а) $P(|x-y|<z)$; б) $P(xy<z)$; в) $P(x+y<2z)$.
6. Підкидають 5 гральних кубиків. Випадкова величина X може приймати три значення: -2, 0, 2. Якщо хоч на одному кубику випаде 6, то X=-2, інакше, якщо випаде хоч одна 5, то X=0, інакше X=2. Знайти її середнє значення та дисперсію.

n людей, в тому числі A і B, розташовуються випадково в ряд. Знайти ймовірність того, що між A і B буде стояти рівно к людей. Показати, якщо n людей розміщуються не в ряд, а в коло, то ймовірність не залежить від к. Знайти її.

Варіант-11

1. Три езкаменатори приймають іспит у групі з 30 людей, причому перший опитує 6 студентів, другий— 3 студентів, а третій — 21 студента. Відношення трьох екзаменаторів до слабо підготовленого студента різне: шанси таких студентів здати іспит у 1-го викладача дорівнює 40%, у второго — тільки 10%, у третього — 70%. Знайти ймовірність того, що слабо підготовлений студент складе іспит. Відомо, що студент отримав «незадовільно». Кому з трьох викладачів він ймовірніше відповідав?

2. Курс акції за день може піднятися на 1 пункт з ймовірністю 50%, опуститися на 1 пункт з йм. 30% та залишитися незмінним з йм. 20%. Нехай X дорівнює зміні курсу акції за два дні. Знайти розподіл в.в. X, зобразити її функцію розподілу, а також обчислити MX та DX.

3. У квадрат [0,1]x[0,1] навмання кидають точку. Обчислити ймовірність того, що для її коодринати (x,y) справджуються співвідношення : a) $\min\{y-x^2, x-y^2\}>0$; b) $y+0.5<1/x$.

4. Для довільних A і B довести нерівність $P(A \cup B)P(A \cap B) \leq P(A)P(B)$.

5. Нехай $\Omega=\{1,2, \ . \ . \ . \ ,2n\}$. Всім числам приписані ймовірності, пропорційні логарифмам цих чисел. Знайти ці ймовірності.Знайти ймовірність того, що в результаті експерименту з'явиться число, кратне 3.

6. Скільки разів треба підкинути дві гральні кості, щоб імовірність хоча б одного випадіння шістки була більша за1/2?