КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 1.

1. Поняття лінійного простору. Наслідки аксіом лінійного простору.
2. Теорема Якобі про квадратичні функції.
3. Лінійне перетворення в базисі e_1,e_2,e_3 задається матрицею A, знайти матрицю цього перетворення в базисі f_1,f_2,f_3

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} -9 & 3 & 7 \\ 1 & 1 & -1 \\ -11 & 3 & 9 \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{l} f_1 = e_1 + e_2 + e_3 \\ f_2 = e_1 - e_2 + 2e_3 \\ f_3 = e_1 + e_3 \end{array}.$$

4. Знайти канонічний вигляд B ортогональної матриці A і ортогональну матрицю Q таку, що $B = Q^{-1}AQ$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{6}}{4} \\ -\frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 2.

1. Лінійна залежність та лінійна незалежність системи векторів, властивості.
2. Додатні квадратичні функції, критерій Сільвестра.
3. Лінійне перетворення в деякому базисі задається матрицею. З'ясувати, чи існує для даного перетворення базис простору, складений з власних векторів перетворення. Знайти цей базис і матрицю перетворення в цьому базисі.

$$\begin{pmatrix} -6 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 6 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Розкласти дану матрицю в добуток симетричної матриці з додатними характеристичними числами і ортогональної матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & -3 \\ -1 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 3.

1. Лема про дві системи.
2. Теорема Жордана.
3. Лінійне перетворення φ простору в деякому базисі задається матрицею. Знайти базис, в якому матриця цього перетворення жорданова, і знайти цю жорданову матрицю.

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Для квадратичної форми знайти канонічний вигляд та невироджене лінійне перетворення, що зводить квадратичну форму до цього вигляду (метод Лагранжа)

$x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_1x_4 + x_2^2 + 2x_2x_3 - 4x_2x_4 + x_3^2 - 2x_4^2$.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 4.

1. Поняття базису простору. Теореми про базис.
2. Евклідові простори. Нерівність Коші-Буняковського, трикутника.
3. Система векторів задається координатами в деякому ортонормованому базисі евклідова простору. За допомогою процесу ортогоналізації знайти ортогональний базис підпростору, породженого даною системою векторів.
(1,–3,2,1), (–1,7,–3,–2), (2,–2,3,1).
4. Знайти ортогональне перетворення, що зводить квадратичну форму до канонічного вигляду, і записати цей канонічний вигляд.
$7x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 - 8x_1x_2 + 8x_2x_3$.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 5.

1. Матриця переходу від одного базису до іншого. Зв'язок координат вектора в різних базисах.
2. Ортогональність. Процес ортогоналізації.
3. Знайти базис ортогонального доповнення $L^{\perp}$ підпростору L.
L породжується системою векторів (–1,3,0,1), (4,2,1,1), (3,5,1,2).
4. Звести рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду і визначити тип поверхні.
$4y^2 - 3z^2 + 4xy - 4xz + 8yz + 4x - 2z - 1 = 0.$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 6.

1. Поняття підпростору, елементарні властивості.
2. Поняття ортогонального доповнення. Властивості.
3. Довести, що кожна з двох систем векторів $e_1,e_2,\ldots,e_n$ та $e_1',e_2',\ldots,e_n'$ утворює базис простору і знайти матрицю переходу від базису $e_1,e_2,\ldots,e_n$ до базису $e_1',e_2',\ldots,e_n'$
$e_1=(1,2,-1,0)$, $e_2=(1,-1,1,1)$, $e_3=(-1,2,1,1)$, $e_4=(-1,-1,0,1)$;
$e_1'=(2,1,0,1)$, $e_2'=(0,1,2,2)$, $e_3'=(-2,1,1,2)$, $e_4'=(1,3,1,2)$.
4. $e_1, e_2,\ldots, e_n$ — ортонормований базис евклідова простору. Лінійне перетворення φ задається в базисі $f_1, f_2,\ldots, f_n$ матрицею A. Знайти матрицю спряженого перетворення φ^* в базисі $f_1, f_2,\ldots, f_n$.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad f_1=e_1-e_2-e_3,\ f_2=e_1-e_2,\ f_3=e_1.$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 7.

1. Операції над підпросторами. Поняття суми підпросторів.
2. Геометричний зміст процесу ортогоналізації.
3. Знайти розмірність і базис лінійного підпростору, породженного системою векторів
$a_1=(1,1,1,1)$, $a_2=(1,2,1,3)$, $a_3=(1,1,2,2)$, $a_4=(1,1,1,3)$; $a_5=(2,3,3,3)$.
4. Самоспряжене лінійне перетворення φ в деякому ортонормованому базисі задається матрицею A. Знайти ортонормований базис простору, який складається з власних векторів перетворення φ, і матрицю B перетворення в цьому базисі.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 8.

1. Поняття прямої суми підпросторів. Теорема про еквівалентність двох означень прямої суми. Теорема про базис прямої суми.
2. Визначник Грама та його властивості.
3. Знайти систему лінійних рівнянь, яка задає підпростір, породжений системою векторів
a_1=(2,–1,4,2), a_2=(3,0,6,1), a_3=(–1,2,–2,–3), a_4=(1,1,2,–1).
4. Знайти канонічний вигляд B ортогональної матриці A і ортогональну матрицю Q таку, що $B = Q^{-1}AQ$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}.$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 9.

1. Теорема про розмірність суми та перетину підпросторів.
2. Спряжені оператори. Властивості операції спряження. Теорема про інваріантність ортогонального доповнення.
3. Знайти базиси суми і перетину лінійних підпросторів, породжених системами векторів $a_1,\ldots,a_k$ і $b_1,\ldots,b_m$ відповідно
$a_1=(1,1,0,0)$, $a_2=(0,1,1,0)$, $a_3=(0,0,1,1)$;
$b_1=(1,0,1,0)$, $b_2=(0,2,1,1)$, $b_3=(1,2,1,2)$.
4. Розкласти дану матрицю в добуток симетричної матриці з додатними характеристичними числами і ортогональної матриці

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 10.

1. Поняття лінійного перетворення.
2. Ортогональні оператори. Властивості ортогональних операторів та ортогональних матриць.
3. Оператор φ задається координатами вектора $\varphi(x)$ як фукнціями координат вектора $x=(x_1,x_2,x_3)$. З'ясувати, чи є φ лінійним оператором. У випадку лінійності знайти його матрицю в базисі, в якому задаються координати векторів x та $\varphi(x)$.
$\varphi(x) = (3x_1-x_2+4x_3,\ x_2-2x_3,\ x_1+2x_2+4x_3)$.
4. Лінійне перетворення φ простору в деякому базисі задається матрицею. Знайти базис, в якому матриця цього перетворення жорданова, і знайти цю жорданову матрицю.

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}.$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 11.

1. Матриця лінійного перетворення в базисі, властивості.
2. Ортогональні оператори на прямій та площині. Теореми про будову ортогонального оператора та ортогональної матриці.
3. Довести, що існує єдине лінійне перетворення, що переводить вектори a_1,a_2,a_3 відповідно в b_1,b_2,b_3, та знайти матрицю цього перетворення в базисі, в якому задаються координати усіх векторів
$a_1=(2,3,4)$, $a_2=(1,2,2)$, $a_3=(-1,-1,-1)$;
$b_1=(-11,3,9)$, $b_2=(1,1,-1)$, $b_3=(18,-6,-14)$.
4. Система векторів задається координатами в деякому ортонормованому базисі евклідова простору. За допомогою процесу ортогоналізації знайти ортогональний базис підпростору, породженого даною системою векторів.
$(1,2,-1,1)$, $(-5,-5,4,-2)$, $(-3,6,2,0)$.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 12.

1. Координати образу вектора при лінійному перетворенні.
2. Будова невиродженого лінійного оператора в скінченовимірному евклідовому просторі.
3. Лінійне перетворення в базисі e_1,e_2,e_3 задається матрицею A, знайти матрицю цього перетворення в базисі f_1,f_2,f_3.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{l} f_1 = 2e_1 + 2e_2 - e_3 \\ f_2 = 2e_1 - e_2 + 2e_3\,. \\ f_3 = -e_1 + 2e_2 + 2e_3 \end{array}$$

4. Перевірити ортогональність системи векторів і доповнити вектори до ортогонального базису простору
(1,–1,1,–3), (–4,1,5,0).

Затверджено на засіданні кафедри   *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри   Іксанов О.М.

Екзаменатори   Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 13.

1. Ядро та образ лінійного перетворення. Теорема про розмірність.
2. Лінійні функції та лінійні форми.
3. Лінійне перетворення в деякому базисі задається матрицею. З'ясувати, чи існує для даного перетворення базис простору, складений з власних векторів перетворення. Знайти цей базис і матрицю перетворення в цьому базисі.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. Знайти ортогональну проекцію y та ортогональну складову z вектора x на лінійний підпростір L.

x= (14,–3,–6,–7). L породжується системою векторів a_1 = (–3,0,7,6), a_2 = (1,4,3,2), a_3 = (2,2,–2,–2).

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 14.

1. Алгебра лінійних операторів (операції над лінійними операторами).
2. Білінійні функції та білінійні форми.
3. Перевірити, чи утворює система векторів лінійний підпростір в просторі всіх *n*-вимірних векторів. Якщо система векторів є підпростором, знайти його базис та розмірність.

Усі вектори, у яких перша координата дорівнює сумі усіх інших координат.

4. Для квадратичної форми знайти канонічний вигляд та невироджене лінійне перетворення, що зводить квадратичну форму до цього вигляду (метод Лагранжа)

$3x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 - 2x_4^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3 + 2x_2x_4$.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 15.

1. Поняття оберненого оператора, умови існування.
2. Матриця білінійної функції в базисі. Зв'язок матриць в різних базисах.
3. Довести, що кожна з двох систем векторів $e_1, e_2, \ldots, e_n$ та $e_1', e_2', \ldots, e_n'$ утворює базис простору і знайти матрицю переходу від базису $e_1, e_2, \ldots, e_n$ до базису $e_1', e_2', \ldots, e_n'$
$e_1=(1,1,1,1)$, $e_2=(1,2,1,3)$, $e_3=(1,1,2,2)$, $e_4=(1,1,1,3)$;
$e_1'=(3,–5,7,2)$, $e_2'=(–1, 8,–6, 5)$, $e_3'=(1,0,1,3)$, $e_4'=(2,2,2,2)$.
4. Знайти ортогональне перетворення, що зводить квадратичну форму до канонічного вигляду, і записати цей канонічний вигляд.
$x_1^2 - x_1x_2 + x_1x_3 + x_2^2 + x_2x_3 + x_3^2$.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 16.

1. Зв'язок матриць лінійного оператора в різних базисах.
2. Симетричні та кососиметричні білінійні функції.
3. Знайти розмірність і базис лінійного підпростору, породженого системою векторів
$a_1=(1,1,-1,-1)$, $a_2=(5,-4,7,1)$, $a_3=(3,-3,5,1)$, $a_4=(9,-6,11,1)$.
4. Звести рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду і визначити тип поверхні.
$3x^2 - 7y^2 + 3z^2 + 8xy - 8yz - 8xz - 4x + 6y + 8z - 5 = 0$.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 17.

1. Характеристичний многочлен лінійного оператора. Поняття власних векторів та власних чисел. Теореми про власні вектори.
2. Квадратичні функції та квадратичні форми. Поняття полярної білінійної функції.
3. Знайти систему лінійних рівнянь, яка задає підпростір, породжений системою векторів
a_1=(1,–1,1,–1,1), a_2=(1,1,0,0,3), a_3=(3,1,1,–1,7), a_4=(0,2,–1,1,2).
4. Знайти відстань від точки, що відповідає вектору x, до лінійного підпростору L, породженого системою векторів $a_1,\dots,a_k$
x= (1,–1,1,–1); a_1 = (1,–1,0,2), a_2 = (1,0,1,1).

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 18.

1. Інваріантність. Теореми 1–5 про інваріантність. Теорема про інваріантні підпростори дійсного векторного простору.
2. Зведення квадратичної функції до канонічного вигляду. Метод Лагранжа.
3. Знайти базиси суми і перетину лінійних підпросторів, породжених системами векторів $a_1,\ldots,a_k$ і $b_1,\ldots,b_m$ відповідно
$a_1=(1,2,3)$, $a_2=(0,1,1)$, $a_3=(1,1,2)$;
$b_1=(4,3,1)$, $b_2=(1,1,0)$, $b_3=(5,3,2)$.
4. $e_1, e_2,\ldots, e_n$ — ортонормований базис евклідова простору. Лінійне перетворення φ задається в базисі $f_1, f_2,\ldots, f_n$ матрицею A. Знайти матрицю спряженого перетворення φ^* в базисі $f_1, f_2,\ldots, f_n$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad f_1 = e_1 + e_2 + e_3, f_2 = e_2 + e_3, f_3 = e_2 - e_3.$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___Інженерія програмного забезпечення
Навчальний предмет___Алгебра та геометрія
Курс __1 Семестр__2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 19.

1. Оператори простої структури. Достатня умова, критерії оператора простої структури.
2. Закон інерції квадратичних форм.
3. Довести, що існує єдине лінійне перетворення, що переводить вектори a_1,a_2,a_3 відповідно в b_1,b_2,b_3, та знайти матрицю цього перетворення в базисі, в якому задаються координати усіх векторів
$a_1=(6,2,1)$, $a_2=(-7,-1,-1)$, $a_3=(9,1,1)$;
$b_1=(-2,9,11)$, $b_2=(0,4,5)$, $b_3=(-4,-36,-46)$.
4. Самоспряжене лінійне перетворення φ в деякому ортонормованому базисі задається матрицею A. Знайти ортонормований базис простору, який складається з власних векторів перетворення φ, і матрицю B перетворення в цьому базисі.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
від 25 травня 2022 року протокол № 11.

Зав. кафедри Іксанов О.М.

Екзаменатори Довгай Б.В.
Маринич О.В.