$\mu_x(x+1=0)$

$x := 0, 1, 2, \ldots$

$0+1 = 1 \neq 0$

$1+1 > 0$ нескінченні обчислення

$2+1 > 0$

$\vdots$

Примітивно-рекурсивні ф-ї (ПРФ): отримуються з базових за допомогою скінч. к-ті застосувань операцій S^{n+1} та R.

Частково-рекурсивні ф-ї (ЧРФ):
базові ф-ї $+ S^{n+1}, R, M$.

ПРФ $\subseteq$ ЧРФ

Рекурсивні ф-ї (РФ): всюди визначені ЧРФ.

ПРФ $\subsetneq$ РФ $\subsetneq$ ЧРФ

Кожна ЧРФ $\in$ АОФ

Кожна ПРФ/РФ є всюди визначена АОФ.

Алгебра : $(A; \sigma)$

A — носій (множина)

σ — сигнатура (набір операцій)

Алгебра ЧРФ (алгебра Черча):

$(A_{ЧРФ}; R, M, S^2, S^3, S^4, \ldots)$

$A_{ЧРФ}$ — клас всіх ЧРФ

Алгебра ПРФ:

$(A_{ПРФ}; R, S^2, S^3, \ldots)$.

$A_{ПРФ}$ — всі ПРФ

<u>Операторні терми (ОТ) алгебри ЧРФ</u>

Алфавіт: символи базових ф-й O, S, I^n_m;

символи операцій S^{n+1}, R, M;

допоміжні технічні символи.

1. Кожен символ базової ф-ї є (атомарним) ОТ.

2. Якщо $t_0, t_1, \dots, t_n$ – ОТ, тоді

$$S^{n+1}(t_0, t_1, \dots, t_n) - \text{ОТ}.$$

3. Якщо t_1, t_2 – ОТ, то $R(t_1, t_2)$ – ОТ.

4. Якщо t – ОТ, тоді $M(t)$ – ОТ.

Кожна ЧРФ є значенням деякого ОТ (і не одного):

$\mathbf{o}$, $S^2(\mathbf{o}, s)$, $S^2(\mathbf{o}, \mathbf{o})$, $S^2(\mathbf{o}, S^2(\mathbf{o}, \mathbf{o}))$

задають нуль-функцію $\mathbf{o}(x)$.

Але не кожен ОТ задає ф-ю:

$S^3(I_1^2, I_2^3, I_2^2)$, $R(\mathbf{o}, I_2^4)$

не мають значення.