М2 Варіант 2

1.Дослідити систему на цілком керованість в залежності від параметрів ***a, b***.

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = u$$

2. Дослідити систему на спостережуваність в залежності від значення праметра ***a.*** Зафіксівавши будь-яке конкретне значення параметра, яке підходить, відновити вектор фазових координат

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 & -n \\ 4 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y(t) = nx_1 + ax_2 + 3x_3,$$

$$n = \begin{cases} 1, & \textit{прізвище студента починається з } А - Д; \\ 2, & \textit{прізвище студента починається з } Е - К; \\ 3, & \textit{прізвище студента починається з } Л - П; \\ 4, & \textit{прізвище студента починається з } Р - Ф; \\ 5, & \textit{прізвище студента починається з } Х - Я. \end{cases}$$

3. Використовуючи критерій Рауса-Гурвіца дослідити при яких значеннях параметрів нульовий розв’язок системи асимптотично стійкий *(+ зобразити графічно*)

$$y^{IV} + y''' + ay'' + y' + by = 0$$

4. Знайти всі положення рівноваги та дослідити на стійкість за допомогою першого методу Ляпунова. Вказати тип точок спокою. (Графіки не зображати).

$$\begin{cases} \dot{x} = 3 - \sqrt{4 + x^2 + y}, \\ \dot{y} = \ln(x^2 - 3). \end{cases}$$

5. Розв’язати задачу модального керування, тобто знайти керування вигляду $u(t) = c^T x(t)$ таке, щоб характеристичне рівняння лінійної системи керування

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - x_2 + 2u \\ \dot{x}_2 = x_2 - 4x_1 \end{cases},$$

мало наперед задані корені $\lambda_1 = -2; \quad \lambda_2 = -2$

6. Записати крайову задачу принципу максимуму (правий кінець вільний)

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = x_1(t) + x_2(t) + 3x_1(t)x_2(t) + 2u_1(t), \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = -x_1(t) + 6x_2(t) - 3x_1(t)x_2(t) + u_2(t), \end{cases}$$

$$x_1(0) = 4, \ x_2(0) = -2.$$

$$\mathfrak{I}(u) = \int_0^T (\cos^2(x_1(s)) + u_1^4(s))ds + \sin^2(x_2(T)) \to \inf$$

7. Використовуючи МДП знайти оптимальні керування та траєкторію, на яких функціонал

$$Q = \sum_{i=0}^{2} (x_2(i) - u(i)) + x_1(3) + x_2(3)$$

досягає свого мінімального значення для дискретної системи керування

$$\begin{cases} x_1(i+1) = 2x_1(i) - x_2(i) - u(i), \\ x_2(i+1) = x_1(i) + u(i) \end{cases}$$

з початковими умовами $|x_1(0)| = 1, \quad x_2(0) = -1$

і обмеженнями на керування $u(0) = \{-1{,}0{,}1\}, \quad |u(1)| \le 2, \quad u(2) = \{-1{,}1\}$