Варіант 60

1. $f(x,y,z) = xy - z^2$, якщо $x = 2.3 \pm 0.02$
$y = 1.5 \pm 0.02$, $z = 3.5 \pm 0.02$.

Згідно формули

$$\Delta(y^*) \le \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)}{\partial x_n} \right|$$

$$\Delta(f^*) = |y| \Delta(x^*) + |x| \Delta(y^*) +$$

$$+ |2z| \Delta(z^*) = 1.5 \cdot (0.02) + (2.3) \cdot (0.02) +$$

$$+ (2 \cdot 3.5) \cdot 0.02 = 0.216$$

Тоді $f(x^*, y^*, z^*) = 2.3 \cdot 1.5 - (3.5)^2 =$

$= 15.7$.

$$\delta(f^*) = \frac{0.216}{15.7} = 0.013.$$

2. $f(x) = x^2 \lg x - 1 = 0$.

$\varepsilon = 0.01$

Знайдемо проміжок на якому шукаємо корінь, очевидно, що

$x > 0$. і при $x = e$ $f(x) = e^2 - 1 > 0$.

візьмемо при $x = 1$, $f(x) = -1$.

тобто на проміжку $[1, e]$ є корінь

На цьому проміжку корінь єдиний, тому можна застосувати метод дихотомії.

Кількість ітерацій

$$n \geq \left[\log_2 \frac{b-a}{\varepsilon} \right]$$

$b = e$, $a = 1$, $\varepsilon = 0.01$

$$n \geq [7.42]$$

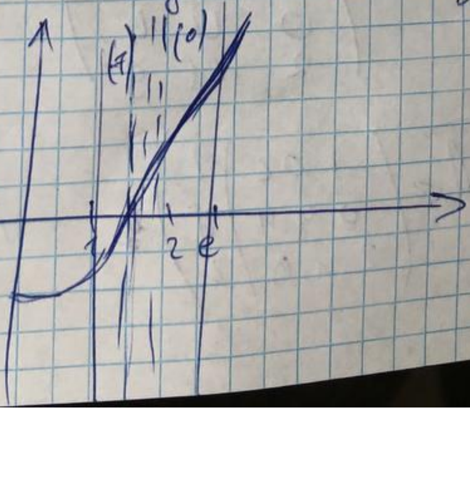
$$n \geq 7.$$

n	x_n	$f(x_n)$
0	$(e-1)/2$	-1.11
1	$(e-1)/2 + \frac{e-1}{4}$	-1.25
2	$(e-1)/2 + \frac{(e-1)}{4} + \frac{(e-1)}{8}$	-1.34

2	$\left(\frac{e-1}{2}\right)+\frac{(e-1)}{4}+\ldots$	-1.39
3	–	-1.42
4		-1.43
5		-1.44
6		-1.444
7		-1.4465

Отже, -1.4465 – наближений розв'язок при

$$\frac{(e-1)}{2}+\frac{(e-1)}{4}+\left(\frac{e-1}{8}\right)+\ldots+\frac{(e-1)}{512}.$$



3. $\begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 1 \\ 4x_2 + 4x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 2 \end{cases}$

$$|a_{i_0 k}^{(k-1)}| = \max_{j} (a_i k), \overline{k, n}.$$

$$A_k = M_k A_{k-1}$$

$$A_{k-1} = M_{k-1} M_{k-2} \dots M_1 A$$

$$M_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & & 0 \\ 0 & 1 & & & \\ & & m_k & & \\ 0 & 0 & m_{k+1k} & 1 & 0 \\ 0 & \dots & m_k & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 9 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\overline{A}_0 = \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 9 & 2 \end{array}\right); \quad M_1 \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 0 & 4 \\ \cancel{2} & \cancel{4} & \cancel{9} & \cancel{2} \end{pmatrix}$$

$m_1 = -\frac{a_{13}}{a_{33}} = -\frac{2}{9}$; $m_2 = -\frac{a_{23}}{a_{33}} = -\frac{4}{9}$.

$$M_2 \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 4 \end{pmatrix} = (-3; 1)$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 9 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$x_1 = 1/-3 = -\frac{1}{3}$

$x_2 = -1$

$x_3 = 2/\left(-\frac{2}{3} - 4 + 9\right) =$

$= 0,46$.

4.