К28

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 1.

1. Метод штучного базису у найпростішій формі. Дослідження результатів її розв'язування.Дати обгрунтування.
2 . Розв'язок матричної гри у чистих стратегіях Довести теорему про необхідні та достатні умови існування розв'язку гри у чистих стратегіях.
3. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 10 & 16 & 2 \\ 1 & 4 & 4 \\ 2 & 20 & 4 \\ & & \end{pmatrix};$$

$$a = (15;25;50);\ \ b = (10;20;60).$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 4 грудня 2013 року протокол № 6.
Зав. Кафедрою Закусило О.К.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 2.

1. Двоїста задача до транспортної, потенціали рядків та стовпчиків транспортної таблиці. Обчислення потенціалів. Перевірка оптимальності опорного плану. Навести обґрунтування.
2. Обчислення оптимального розв'язку однієї з двоїстих задач через оптимальний розв'язок іншої.
3. Гравець А може покласти на стіл одну із карт: Туз або Король або Дама. Гравець Б хоче вгадати вибрану карту. Якщо гравець Б вгадує , то гравець А платить Б : 1 грн. для випадку Туз, 1 грн. для випадку Король, 5 грн. для випадку Дама . Якщо гравець Б помиляється , то він платить А 1 грн. для випадку Туз, 2 грн. для випадку Король, 3 грн. для випадку Дама.

а) Побудувати платіжну матрицю гри .
б) Шляхом зведення до пари двоїстих задач ЛП знайти оптимальні змішані стратегії та ціну гри.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 3.

1. Дати обгрунтування того, що в ЗЛП оптимальний роз'язок досягається в одній із вершин допустимої області.
2. Для збалансованої Т-задачі записати математичну модель та двоїсту до неї. Навести обгрунтування.
3 . Розв'язати дану ЗЛП і за двоїстим критерієм оптимальності знайти розв'язок двоїстої ЗЛП :

$$L = 3x_1 + 4x_2 \to \max$$

$$x_1 + 3x_2 \le 4$$

$$2x_1 + x_2 \le 6$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 4.

1. Довести теорему про множину оптимальних розв'язків задачі ЛП та кутові точки .

2. Пояснити чому у методі потенціалів Т-задачі розв'язок можна вибрати цілим, якщо цілі (a_i) та (b_j)?

3. Для даної задачі записати двоїсту, розв'язати одну з пари двоїстих задач симплекс-методом і за її розв'язком знайти розв'язок іншої:

$$L = x_1 - x_2 \to \min$$

$$2x_1 + x_2 \ge 1$$

$$x_1 + 2x_2 \ge 3$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 5.

1. Нехай двоїста ЗЛП необмежена. Показати, що тоді допустима область прямої ЗЛП пуста.
2. Перевірка оптимальності опорного плану Т-задачі Навести обгрунтування
3. Гравці А та Б одночасно і незалежно пишуть одне із чисел:

А – 1, 2, ; Б - 2, 3, 4 ; Якщо сума парна, то Б платить А цю суму, а якщо непарна, то навпаки - А платить Б цю суму.

а) Побудувати платіжну матрицю гри .

б) Шляхом зведення до пари двоїстих задач ЛП знайти оптимальні змішані стратегії та ціну гри.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 6.

1.Нехай у М – методі розв'язку ЗЛП отримали оптимальний розв'язок $xy=(\beta_1, \ldots, \beta_n, 0, \ldots, 0)$, тобто для всіх $i=1, \ldots, m$ $y_i=0$. Довести, що тоді $x=(\beta_1, \ldots, \beta_n)$ - оптимальний розв'язок початкової задачі

2. Чому число базисних клітинок Т-задачі $=m+n-1$?

3. Гравець А може покласти на стіл одну із карт: Туз або Король або Дама. Гравець Б хоче вгадати вибрану карту. Якщо гравець Б вгадує , то гравець А платить Б : 1 грн. для випадку Туз, 1 грн. для випадку Король, 3 грн. для випадку Дама . Якщо гравець Б помиляється , то він платить А 2 грн.

а) Побудувати платіжну матрицю гри .

б) Шляхом зведення до пари двоїстих задач ЛП знайти оптимальні змішані стратегії та ціну гри.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 7.

1. Стандартна ЗЛП, базисний роз'язок. Необхідні і достатні умови того, що допустимий розв'язок є вершиною допустимої області. Дати обгрунтування.

2. Нехай у канонічній ЗЛП $x=(\beta_1, \ldots, \beta_m, 0, \ldots, 0)$ – допустимий базисний розв'язок, функція цілі $L(x) = L_0 + c_{m+1} x_{m+1} + \ldots + c_n x_n \to \min$, $c_j > 0$ при $j=m+1, \ldots, n$. Показати, що x - оптимальний розв'язок.

3 . Дану ЗЛП розв'язати симплекс-методом

$$L = x_1 + 2x_2 \to \max$$

$$x_1 + 3x_2 \le 8$$

$$2x_1 + x_2 > 6$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 8.

1.Нехай у канонічній ЗЛП одинична матриця знаходиться на перших m стовпчиках матриці А , функція цілі $L(x) = L_0 + c_{m+1} x_{m+1} + \ldots + c_n x_n \to \min$. І нехай існує $j>m$, таке, що $c_j < 0$ та $a_{ij} < 0$ для всіх $i=1, \ldots, m$.

Показати, що тоді функція цілі $L(x)$ необмежена

2. Перевірка оптимальності опорного плану Т-задачі Навести обгрунтування.

3. Розв'язати дану Т-задачу методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 16 & 1 & 10 \\ 12 & 13 & 7 \\ 1 & 19 & 14 \end{pmatrix};$$

$$a = (10;60;60);\ \ b = (40;40;60).$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 9.

1. Кутові точки опуклих множин. Довести теорему про множину оптимальних розв'язків задачі ЛП та кутові точки .
2. Нехай у М – методі розв'язку ЗЛП отримали оптимальний розв'язок xy=(β_1, …, β_n, 0, …,0), тобто для всіх i=1, …, m y_i =0. Довести, що тоді x=(β_1, …, β_n) - оптимальний розв'язок початкової задачі.
3. Розв'язати дану задачу двоїстим симплекс-методом :

$$L = x_1 + 4x_2 \to \min$$
$$4x_1 + x_2 \ge 1$$
$$x_1 + 2x_2 \ge 2$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 10.

1. Критерій оптимальності базисного розв'язку ЗЛП.Дати обгрунтування..
2. Чи може ЗЛП мати: 1) рівно 1 розв'язок; 2) рівно 2 розв'язки ; 3) безліч розв'язків; 4)не мати розв'язків;
3 . Розв'язати ТЗЛПО методом потенціалів (c_{ij} - вартості перевезень, r_{ij} - пропускні спроможності) :

$$C = \begin{pmatrix} 16 & 11 & 19 & 13 \\ 19 & 12 & 19 & 17 \\ 13 & 12 & 20 & 16 \end{pmatrix}, \ R = \begin{pmatrix} 16 & 30 & 21 & 30 \\ 18 & 4 & 5 & 11 \\ 30 & 4 & 29 & 15 \end{pmatrix}$$

$a = (77,24,70), b = (56,30,40,45)$.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 11.

1. Нехай стандартна ЗЛП необмежена. Довести, що допустима область двоїстої ЗЛП пуста.
2 Змішані стратегії матричної гри. Оптимальні стратегії гравців та ціна гри у змішаному розширенні матричної гри. Сформулювати теорему про еквівалентність матричної гри та пари двоїстих задач ЛП.
3 . Розв'язати ТЗЛПО методом потенціалів (c_{ij} - вартості перевезень, r_{ij} - пропускні спроможності) :

$$C = \begin{pmatrix} 11 & 13 & 18 & 17 \\ 19 & 14 & 15 & 20 \\ 19 & 17 & 12 & 18 \\ & & & \end{pmatrix}, \ R = \begin{pmatrix} 12 & 24 & 23 & 9 \\ 8 & 16 & 33 & 6 \\ 10 & 6 & 25 & 3 \\ & & & \end{pmatrix}$$

$a = (53,45,38), b = (21,30,75,10)$.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 12.

1. Опуклі множини, опуклі комбінації точок.. Півпростір, гіперплощина, многогранна множина. Теореми про їх опуклість.
2. Гравці А та Б одночасно і незалежно пишуть одне із чисел:
А – 1, 2 ; Б - 2,3 ; Якщо сума парна, то Б платить А цю суму, а якщо непарна, то навпаки - А платить Б цю суму.
   а) Побудувати платіжну матрицю гри .
   б) Шляхом зведення до пари двоїстих задач ЛП знайти оптимальні змішані стратегії та ціну гри.
3. Для даної задачі записати двоїсту

$$L = z \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_j \geq z, i = 1, m,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1, \ x \geq 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №13.

1. Нехай $L(\mathbf{x})$ та $L^*(\mathbf{y})$ цільові функції стандартної ЗЛП та двоїстої до неї, а **x** та **y** і допустимі вектори цих ЗЛП такі, що .

$$L(\mathbf{x}) = L^*(\mathbf{y}) \ .$$

Довести, що **x** та **y** оптимальні розв'язки.

2 . Пояснити на прикладах поняття : мінімаксні стратегії, верхня та нижня ціни гри., розв'язок гри у чистих стратегіях, змішані стратегії.

3. Розв'язати дану задачу двоїстим симплекс-методом **:**

$$\begin{aligned} &L = x_1 + x_2 \to \min \\ &3x_1 - 2x_2 > 1 \\ &x_1 + x_2 \le 6 \\ &x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 14.

1. Теорема про зображення обмеженої допустимої області ЗЛП опуклою оболонкою крайніх точок**.**

2. Розв'язати ЗЛП симплекс-методом

$$\begin{aligned} &L = 3x_1 + 4x_2 \to \max \\ &x_1 + 3x_2 \le 4 \\ &2x_1 + x_2 \le 6 \\ &x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

3 . Транспортна задача з обмеженими пропускними спроможностями. Навести алгоритм побудови початкового опорного плану.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 15.

1. Транспортна задача з обмеженнями. Критерій оптимальності. Навести обґрунтування.

2. Нехай $L(\mathbf{x})$ та $L^*(\mathbf{y})$ цільові функції стандартної ЗЛП та двоїстої до неї. Довести, що для $\mathbf{x} \in D$ та $\mathbf{y} \in D^*$ (допустимі вектори цих ЗЛП)

$$L(\mathbf{x}) \geq L^*(\mathbf{y}) .$$

3. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 20 \\ 8 & 13 & 6 \\ 3 & 1 & 12 \\ & & \end{pmatrix};$$

$a = (10;40;20);\ \ b = (40;20;10).$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 16.

1. Теорема про ранг матриці $\mathbf{T}$ коефіцієнтів системи обмежень $T-$ задачі.
2. Перша теорема двоїстості (умови розв'язності).
3. Для даної задачі записати двоїсту, розв'язати одну з пари двоїстих задач симплекс-методом і за її розв'язком знайти розв'язок іншої:

$$L = x_1 + 2x_2 \to \max$$
$$x_1 + 3x_2 \leq 8$$
$$2x_1 + x_2 \leq 6$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 4 грудня 2013 року протокол № 6.
Зав. Кафедрою Закусило О.К.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 17.

1. Двоїста задача до транспортної, потенціали рядків та стовпчиків транспортної таблиці. Обчислення потенціалів. Перевірка оптимальності опорного плану.
2. Двоїстий критерій оптимальності
3. Гравець А може покласти на стіл одну із карт: Туз або Король або Дама. Гравець Б хоче вгадати вибрану карту. Якщо гравець Б вгадує , то гравець А платить Б : 3 грн. для випадку Туз, 2 грн. для випадку Король, 1 грн. для випадку Дама . Якщо гравець Б помиляється , то він платить А 1 грн.
    а) Побудувати платіжну матрицю гри .
    б) Шляхом зведення до пари двоїстих задач ЛП знайти оптимальні змішані стратегії та ціну гри.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 25 травня 2008 року протокол № 10.
Зав. Кафедрою Закусило О.К.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 18.

1. Алгоритм методу потенціалів, навести його обгрунтування.
2. Обчислення оптимального розв’язку однієї з двоїстих задач через оптимальний розв’язок іншої.
3. Розв’язати ЗЛП М-методом

$$L = x_1 + 2x_2 \to \max$$
$$3x_1 - 2x_2 \ge 1$$
$$x_1 + x_2 \le 6$$
$$x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 25 травня 2008 року протокол № 10.
Зав. Кафедрою Закусило О.К.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 19.

1. Опуклі множини, опуклі комбінації точок.. Півпростір, гіперплощина, многогранна множина. Довести теореми про їх опуклість.
2. Побудувати для даної мережі (див. файл. Jpeg Мет.Мінті, v.4.2.4.7) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.
3. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв’язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 16 & 1 & 10 \\ 12 & 13 & 7 \\ 1 & 19 & 14 \\ & & \end{pmatrix};$$

$$a = (10;60;60);\ \ b = (40;40;60).$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 20.

1. Матричні ігри, мінімаксні стратегії, верхня та нижня ціни гри, ціна гри, оптимальні стратегії гравців. Пояснити коли гра має розв’язок у чистих стратегіях,. Навести приклади.
2. Побудувати для даної мережі (див. файл. Jpeg Мет.Мінті, v.4.2.4.8) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.
3. Для виготовлення продукції 2-х видів $П_1$ та $П_2$ використовується 2-а види сировини S_1 та S_2 . Кількість одиниць сировини, яка необхідна для виготовлення одиниці продукції, запаси сировини та прибуток від реалізації одиниці продукції вказані в таблиці.

	$П_1$	$П_2$	Запаси S
S_1	2	3	10
S_2	2	1	6
Прибуток	3	2	

Окрім того необхідно, щоб виконувалась умова: $П_1 >1$ та $П_2 >1$.
Побудувати математичну модель та розв’язати графічно отриману ЗЛП.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 21.

1. Опуклі множини. Довести, що допустима множина ЗЛП опукла.
2. Побудувати для даної мережі (див. файл. Jpeg Мет.Мінті, v.4.2.4.9) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.
3. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв’язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 10 \\ 12 & 1 & 7 \\ 1 & 19 & 4 \\ & & \end{pmatrix};$$

$$a = (10;60;60); \; b = (20;40;60).$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 22.

1. Стандартна ЗЛП, базисний роз’язок. Необхідні і достатні умови того, що допустимий розв’язок є вершиною допустимої області. Дати обгрунтування.
2 . Гравці А та Б одночасно кладуть на стіл по 1-й монеті. Тоді зверху можуть бути такі варіанти: {Г,Г}- (два герби) або {Р,Р}- (дві решки) або {Г,Р}- (герб та решка) . Якщо гравці обрали однакові варіанти, то гравець А забирає обидві монети, в противному випадку - монети забирає гравець Б. Побудувати платіжну матрицю гри . Шляхом зведення до пари двоїстих задач ЛП знайти оптимальні змішані стратегії та ціну гри.
3. Нехай двоїста ЗЛП необмежена. Показати, що тоді допустима область прямої ЗЛП пуста.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 23.

1. Кутові точки опуклих множин. Довести теорему про множину оптимальних розв'язків задачі ЛП та кутові точки .

2. Нехай у М – методі розв'язку ЗЛП отримали оптимальний розв'язок **xy**=(x_1 , …, x_n , y_1 , …,y_m), І існує $y_i > 0$. Довести, що тоді допустима область D = Ǿ.

3. Розв'язати дану задачу двоїстим симплекс-методом **:**

$$L = x_1 + 4x_2 \to \min$$
$$2x_1 + x_2 \le 8$$
$$3x_1 + x_2 \ge 3$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 24.

1. Метод штучного базису у найпростішій формі. Дослідження результатів її розв'язування.Дати обґрунтування.

2 . Нехай L(**x**) та L^*(**y**) цільові функції стандартної ЗЛП та двоїстої до неї, а **x** та **y** довільні допустимі вектори цих ЗЛП . Довести, що

$$L(\mathbf{x}) \ge L^*(\mathbf{y}) .$$

3. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 10 & 16 & 2 \\ 1 & 4 & 4 \\ 2 & 20 & 4 \end{pmatrix};$$

$$a = (15;25;50); \ b = (10;20;60).$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 25.

1. Критерій необмеженості базисного розв'язку ЗЛП.Дати обгрунтування..
2. Двоїста задача до транспортної, двоїстий критерій оптимальності для ТЗЛП.
Потенціали рядків та стовпчиків транспортної таблиці та їх обчислення потенціалів.
3. Для даної задачі записати двоїсту, розв'язати одну з пари двоїстих задач симплекс-методом і за її розв'язком знайти розв'язок іншої:

$$
\begin{aligned}
&L = 3x_1 + 4x_2 \to \max \\
&x_1 + 3x_2 \le 4 \\
&2x_1 + x_2 \le 6 \\
&x_1, x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 4 грудня 2013 року протокол № 6.
Зав. Кафедрою Закусило О.К.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 26.

1. Алгоритм симплекс-методу для канонічної задачі ЛП . Ознака оптимальності опорного плану. Дати обгрунтування.
2. Змішані стратегії матричної гри. Оптимальні стратегії гравців та ціна гри у змішаному розширенні матричної гри. Сформулювати теорему про еквівалентність матричної гри та пари двоїстих задач ЛП.
3 Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$
C = \begin{pmatrix} 16 & 1 \\ 12 & 13 \end{pmatrix};
$$

$$
a = (10;60); \ b = (30;30).
$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 4 грудня 2013 року протокол № 6.
Зав. Кафедрою Закусило О.К.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 27.

1. Критерій необмеженості базисного розв'язку ЗЛП.Дати обгрунтування..
2. Щоб знайти оптимальні змішані стратегії в матричних іграх їх зводять до пари двоїстих задач ЛП. Чому ці ЗЛП мають розв'язок?
3. Для даної задачі записати двоїсту, розв'язати одну з пари двоїстих задач симплекс-методом і за її розв'язком знайти розв'язок іншої:

$$L = x_1 + 4x_2 \to \max$$

$$x_1 + 3x_2 \le 4$$

$$2x_1 + x_2 \le 6$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 28.

1. Алгоритм симплекс-методу для канонічної задачі ЛП. Ознака необмеженості цільової функції задачі ЛП на допустимій множині. Дати обгрунтування.
2. Для даної Т-задачі записати математичну модель прямої та двоїстої ЗЛП і розв'язати її методом потенціалів:

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 10 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix};$$

$a = (60;60);\ b = (10;40;60).$

3 . Чому збалансована ТЗЛП завжди має розв'язок ?
Навести приклад незбалансованої транспортної задачі, яка не має розв'язку.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 29.

1. Обчислення оптимального розв'язку однієї з двоїстих задач через оптимальний розв'язок іншої.
2.Розглядається задача лінійного програмування:

$$L = 3x_1 - 2x_2 + x_3 \to \max$$
$$2x_1 - x_2 + x_3 \le 12,$$
$$x_1 + 2x_2 - x_3 \le 16,$$
$$x_i \ge 0, i = 1,2,3$$

Чи є пара векторів x=(6,0,0) , y=(0,3/2) оптимальними розв'язками даної ЗЛП та двоїстої до неї:

3 .Транспортна задача з обмеженнями. Навести критерій оптимальності базисного розв'язку ТЗЛПО.

Із яких загальних тверджень він випливає?

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 30.

1. Нехай стандартна ЗЛП має розв'язок. Довести, що і двоїста ЗЛП має розв'язок.
2 . Знайти початковий базисний розв'язок ТЗЛПО (c_{ij} - вартості перевезень, r_{ij} - пропускні спроможності) :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & 7 \\ 9 & 4 & 5 & 20 \\ 19 & 7 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \ R = \begin{pmatrix} 10 & 26 & 23 & 8 \\ 6 & 18 & 30 & 5 \\ 9 & 2 & 25 & 3 \end{pmatrix}$$

$a = (53,45,38), b = (21,30,75,10)$.

3. Транспортна задача. Пояснити чому базисні клітинки ТЗЛП не повинні утворювати цикл?Із яких загальних тверджень це випливає?

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 31.

1 . Розв'язок матричної гри у змішаних стратегіях. Що це означає? Сформулювати теорему Дж. Фон Неймана та ЗЛП до яких вона зводиться.

2. Розв'язати ЗЛП модифікованим симплекс-методом

$$L = 2x_1 + x_2 \to \max$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \le 2$$
$$-x_1 + x_2 + 2x_3 \le 3$$
$$x \ge 0$$

3. Нехай допустима область D задачі ЛП обмежена і D $\neq \emptyset$. Довести, що оптимальний розв'язок задачі ЛП існує і досягається в одній із кутових точок .

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 32.

1. Розглядається стандартна задача лінійного програмування (ЗЛП)
$L = (\mathbf{c}, \mathbf{x}) \to \mathbf{min}_D$ та двоїста до неї $L^* = (\mathbf{y}, \mathbf{b}) \to \mathbf{max}_{D^*}$. Тоді якщо $\mathbf{min}_D\, L = -\infty$, то $D^* = \emptyset$; Дати обгрунтування.

2.Розглядається задача лінійного програмування:

$$L = 3x_1 - 2x_2 + x_3 \to \max$$
$$2x_1 - x_2 + x_3 \le 12,$$
$$x_1 + 2x_2 - x_3 \le 16,$$
$$x_i \ge 0, i = 1,2,3$$

Чи є пара векторів x=(6,0,0) , y=(0,3/2) оптимальними розв'язками даної ЗЛП та двоїстої до неї. Пояснити.

3. Побудувати для даної мережі (див. файл. Jpeg Мет.Мінті, v.4.2.4.12) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 33.

1. Алгоритм симплекс-методу для канонічної задачі ЛП. Чому при переході від одної вершини до іншої ведучий елемент вибирається із умов: $teta_l$ =min $teta_i$, $delta_k$ =min $delta_j$.
Дати обгрунтування.

2 . Розв'язати ТЗЛП методом потенціалів (c_{ij} - вартості перевезень) :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & 7 \\ 9 & 4 & 5 & 2 \\ 9 & 7 & 12 & 18 \end{pmatrix},$$

$a = (53,45,38), b = (21,30,75,10)$.

3. Щоб знайти оптимальні змішані стратегії в матричних іграх їх зводять до пари двоїстих задач ЛП. Чому ці ЗЛП мають розв'язок?

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 34.

1. Побудувати для даної мережі (див. файл. Jpeg Мет.Мінті, v.4.2.4.11) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.

2. Довести, що пошук оптимальних змішаних стратегій матричної гри для гравця P_2 зводиться до такої ЗЛП:

$$L = z \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} y_j \ge z, i = \overline{1,m},$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = 1, \; y \ge 0$$

3 . Навести приклади ЗЛП, для яких: а) існує єдиний розв'язок б) існує безліч розв'язків в) ОДЗ пуста, г) цільова функція необмежена на ОДЗ

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 28 листопада 2018 року протокол № 4.
Зав. Кафедрою Іксанов О.М.
Екзаменатор Мацак І.К.

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Спеціальність ___ПЗ
Навчальний предмет___ дослідження операцій
Курс __2

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 35.

1. Нехай $L(\mathbf{x})$ та $L^*(\mathbf{y})$ цільові функції стандартної ЗЛП та двоїстої до неї, а $\mathbf{x}$ та $\mathbf{y}$ і допустимі вектори цих ЗЛП . Довести, що .

$$L(\mathbf{x}) \geq L^*(\mathbf{y}) .$$

2. Розв'язок матричної гри у змішаних стратегіях. Що це означає? Сформулювати теорему Дж. Фон Неймана та навести ЗЛП , із яких знаходяться оптимальні змішані стратегії.

3. Побудувати для даної мережі (див. файл. Jpeg Мет.Мінті, v.4.2.4.10) дерево найкоротших шляхів із вершини 1 у всі досяжні з неї вершини. Ребра мережі замінити парою спрямованих дуг з довжиною відповідного ребра.

Затверджено на засіданні кафедри *Дослідження операцій*
Від 25 травня 2008 року протокол № 10.
Зав. Кафедрою Закусило О.К.
Екзаменатор Мацак І.К.