**Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій і лабораторних занять.**

**1 СЕМЕСТР**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Номер і назва теми | Кількість годин | | |
|  |  | лекції | практичні | cамостійна робота |
| **Частина 1.** Логічні символи. Множини. Відображення. Упорядковані простори. Числові послідовності. | | | | |
| 1 | **Тема 1.** Логічні символи. Множини. Метод математичної індукції. | 2 | 2 | 4 |
| 2 | **Тема 2.** Бінарні відношення. Відображення( функції). Упрорядковані простори. | 2 | 2 | 4 |
| 3 | **Тема 3.** Границя числової послідовності, властивості збіжних послідовностей. Теореми про границі. | 2 | 2 | 4 |
| 4 | **Тема 4.** Границя монотонної послідовності. Терема Вейєрштрасса**.** Число е. | 2 | 2 | 4 |
| 5 | **Тема 5.** Підпослідовності.Часткові границі. Верхня та нижні границі. Теорема Больцано\_-Вейєрштрасса. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші. | 2 | 2 | 4 |
| 6 | **Тема 6.** Теореми Коші та Штольца. | 1 | 2 | 4 |
|  | **Контрольна робота 1.1** | 1 |  |  |
| **Частина 2.** Границя та неперервність функції | | | | |
| 7 | **Тема 7.** Границя функції в точці. Символи Ландау. | 2 | 2 | 4 |
| 8 | **Тема 8.** Порівняння функцій в околі граничної точки. Асимптотичні формули. | 2 | 2 | 4 |
| 9 | **Тема 9.** Неперервність функції та властивості неперервних функцій. Точки розриву. | 2 | 2 | 4 |
| 10 | **Тема 10.** Рівномірно неперервні функції | 1 | 2 | 4 |
|  | **Контрольна робота 1.2** | 1 |  |  |
| **Частина 3.** Диференційне числення | | | | |
| 11 | **Тема 11.** Похідна та диференціал функції та їх властивості | 2 | 2 | 6 |
| 12 | **Тема 12.** Похідні та диференціали вищих порядків.Формула Лейбніца. | 2 | 2 | 4 |
| 13 | **Тема 13.** Формули Тейлора та Маклорена. Правила Лопіталя. | 2 | 2 | 6 |
| 14 | **Тема 14.** Основні теореми диференціального числення. Застосування похідної до дослідження властивостей функції та побудови її графіка | 2 | 1 | 6 |
|  | **Практична контрольна робота 1** |  | **1** |  |
|  | Консультація |  | 2 |  |
|  | **ВСЬОГО** | **28** | **30** | **62** |

**Загальний обсяг** **– 120** год., в тому числі:

Лекцій – 28год.

Лабораторні заняття **–** 28 год.

Консультації – **2** год.

Самостійна робота – **62** год.

**Рекомендовані джерела:**

***Основні****:*

1. Дороговцев А.Я. Математический анализ. Краткий курс в современном изложении. – Киев, Факт, 2004 – 560 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. 2 тома – Москва, Наука, 1 том 1968 – 440 с, 2 том 1968 – 464 с.
3. Ляшко С.И., Боярчук А.К. и др. Сборник задач и упражнений по математическому анализу – Москва-Санкт-Петербург-Киев, Диалектика, 2001 – 432 с.
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу – Москва, Наука, 1977 – 528 с.
5. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г. и др. Справочное пособие по математическому аналізу. Часть 1. Введение в аналіз, производная, интеграл. – Киев, Вища школа, 1978 – 696 с.
6. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г. и др. Справочное пособие по математическому аналізу. Часть 2. Ряды, функции нескольких переменных, кратные и криволинейные интегралы. – Киев, Вища школа, 1979 – 736 с.

***Додаткові:***

1. Березанский Ю.М., Г.Ф.Ус, Шефтель З.Г. Функциональный анализ. - К.: Вища школа, 1990. - 600 с
2. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К Математичний аналіз. 2 частини – Київ, Вища школа, 1 частина 1992 – 495 с, 2 частина 1993 – 375 с.
3. Ляшко И.И., Боярчук А.К. и др. Математический анализ. 3 части – Киев, Вища школа, 1 часть 1983 – 495 с, 2 часть 1985 – 551 с.
4. Зорич В.А. Математический аналіз. 2 части – Москва, МЦНМО, 1 часть 2001 – 664 с, 2 часть 2002 – 794 с.
5. Архипов Г.И., Садівничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому аналізу – Москва, Высшая школа, 1999 – 695 с.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. 2 части – Москва, Наука, 1 часть 1982 – 616 с, 2 часть 1980 – 448 с.
7. Полиа Г., Сеге Г. Задачи и теоремы из анализа. 2 части – Москва, Наука, 1 часть 1978 – 392 с, 2 часть 1978 – 432 с.
8. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – Москва, Наука, 1981 – 544 с.
9. Шилов Г.Е. Функции нескольких переменных. – Москва, Наука, 1972 – 624 с.
10. Халмош П. Теория меры. – Москва, ИЛ, 1953 – 291 с.
11. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. – Москва, Мир, 1967 – 251 с.
12. Очан Ю.С. Сборник задач и теорем по теории функций действительного переменного. – Москва, Просвещение, 1965 – 231 с.
13. Александрович І.М., Молодцов О.І., Номіровський Д.А та інші Математичний аналіз. Топологія дійсної прямої. – Київ, КНУ, 2010 – 103 с.
14. Рубльов Б.В. Математичний аналіз. Теорія послідовностей. – Київ, КНУ, 2010 – 95 с.
15. Ляшко С.І., Александрович І.М., Молодцов О.І. та інші Невласні інтеграли. Інтеграли, залежні від параметра. – Київ, КНУ, 2010 – 151 с.
16. Гончаренко Ю.В., Ляшко С.И. Задачи и упражнения по курсу математического анализа. Функции вещественной переменной. – Киев, Кий, 2001 – 308 с.

**Електронні ресурси:**

Практикум з математичного аналізу для студентів спеціальності «Інженерія програмного забезпечення» факультету комп’ютерних наук та кібернетики [http://csc.knu.ua/uk/library](http://csc.knu.ua/uk/library%20)

<http://om.univ.kiev.ua/users_upload/319/upload/file/book.pdf>

**Вступ у математичний аналіз.**

В XVII-XVIII століттях народжується вища математика, яка на відміну від елементарної, будується на поняттях змінної величини та функціональної залежності. Французький математик та філософ Рене Декарт (1595-1650) розробив аналітичну геометрію, яка за допомогою метода координат зводить вивчення геометричних об’єктів до вивчення співвідношень між числами, тобто мову геометрії переводить на аналітичну мову. Силу метода координат важко переоцінити, особливо при вивченні математичного аналізу. В кінці XVII століття англійський фізик, астроном, математик Ісаак Ньютон (1642-1727) і німецький філософ і математик Готфрид Лейбніц (1646-1716) в загальних рисах завершують побудову інтегрального та диференційного числень.

1. **Деякі логічні символи.**

- для будь-якого, для кожного;



- існує, знайдеться; ! – існує єдиний елемент;



: - такий, що…; - дорівнює за означенням;



 ***факторіал****,* (визначається для усіх чисел множини ), ;

 ***подвійні факторіали***;

 ***біноміальні коефіцієнти***;

Нехай математичне твердження складається з висловлювання А та деякого висловлювання В.

А⇒В (з А випливає В - висновок)⇒ - імплікація. Якщо з В⇒А, то А⇔В – еквівалентне твердження (необхідна і достатня умова). С=А∧В – С вірне, якщо має місце твердження А і В одночасно, ∧ - знак кон’юнкції. Якщо деякий елемент має властивість А або В, то пишуть А∨В і читають А «або» В, ∨ - знак диз’юнкції.

1. **Деякі позначення теорії множин.**

Німецький математик Г. Кантор (1845-1919) автор теорії множин. Множина – первісне поняття. Множина складається з елементів. Той факт, що елемент а належить множині А позначають: а∊А або А∍а, ∊ - символ належності; а∉А, ∉ - не належить.

А={a, b, c} – множина А складається з елементів a, b, c.

А={a∣P(a)} – множина А складається з елементів а, що мають властивість р.

{а∊А∣Р(а)} – множина елементів а із множини А, що мають властивість р.

Множина А називається підмножиною В, якщо всі елементи А належать множині В, позначають А⊂В, або В⊃А. Множини А та В рівні, якщо А⊂В і В⊃А. Множина, яка не містить жодного елемента називається порожньою, позначається . Для довільної множини М ∊М. Для множини М множина всіх підмножин позначається expМ.



Основні числові множини

N – множина натуральних чисел; {1, 2, 3…}

Z – множина цілих чисел; {0, 1, 2, 3…}



Q – множина раціональних чисел; {x=, p, q∊Z, q0}



R – множина дійсних чисел;

С – множина комплексних чисел; {z=x+iy}, x, y∊R.

N⊂Z⊂Q⊂R⊂C

={x∣x∊Z; x0} або N⋃{0} – множина невід’ємних чисел



- множина недодатніх чисел



={x∊R, x0}



Наприклад :

 – таким чином визначається множина усіх парних цілих чисел

**Найпростіші операції над множинами**

 ***множина усіх підмножин множини ***.

При визначенні операцій, будемо вважати, що усі множини є підмножинами деякої універсальної множини , тобто всі вони належать .

1. Об’єднанням двох множин А та В називається множина А⋃В={x∣x∊А∨x∊В} Нехай А – множина індексів і для α∊А задана множина : =={x∣x∊∨x∊∨…x∊} або ={x∣∃∊A:∍x}.



1. Перетином двох множин А та В називається множина А∩В={x∣x∊A∧x∊B}; ={x∣x∊∧x∊∧…∧x∊} або ={x∣∊A⇒∍x}.



1. Різницею множин та називається множина ∖={x∣x∊∧x∉}. Якщо ⊃, то ∖ називається також доповненням в і позначається , або С. Симетричною різницею множин та називається множина ∆=(∖)⋃(∖).



1.  – ***доповнення*** множини 
2. для зліченої сукупності множин :

 – перетин множин;

 – об’єднання множин;

Нагадаємо деякі важливі функції, що часто вживаються в подальших дослідженнях:

– ***сiгнум*** (*знак*).  – ***модуль*** (*абсолютна величина*).



















Останні дві функції пов’язує формула: .

 – ***ціла частина*** (*ант’є*), наприклад , , ;

 – ***дробова частина***; наприклад: , , .

















































 – ***синус гіперболічний***;  – ***косинус гіперболічний***;  – ***тангенс гіперболічний***;  ***котангенс гіперболічний***.

***Функція Діріхле***: 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Має місце принцип двоїстості:

Довільне математичне твердження можна записати за допомогою логічних символів ( та деякої умови ). В цьому випадку заперечення сформульованого твердження (протилежне твердження) ми дістанемо шляхом заміни кожного квантора на протилежний, а властивість  на її заперечення.

Наприклад:*Твердження:* послідовність  обмежена    .

*Протилежне твердження:* послідовність  необмежена    .

Наведемо деякі з властивостей натуральних чисел, що стануть в нагоді при вивченні індукції, а також в теорії послідовностей.

**1.** Якщо деяка множина  така, що , а також разом з числом  множині  також буде належати і число , то .

**2.** За числом  в цій множині безпосередньо йде число , тобто не існує натуральних чисел , що задовольняють умови: .

**3.** Будь-яка непорожня підмножина натуральних чисел містить найменший елемент.

Розглянемо дуже важливий математичний принцип – ***метод математичної індукції***, який базується на таких двох умовах та на вищенаведених властивостях натуральних чисел.

**Властивість.** *(Принцип математичної індукції)*

*Умова 1:* Твердження  – істинне.

*Умова 2:*  із істинності твердження  випливає істинність .

*Висновок:* Усі твердження  істинні.

**Приклад .** Довести рівність .

При  ми маємо:  – справджується.

Припустимо, що вірно для деякого : . Покажемо, що . Зробимо перетворення лівої частини рівності належним чином:

 ,

що й треба було довести.

**Теорема 1.** *(Біном Ньютона)*

 справджується рівність: .

*Доведення*.

Тепер можемо скористатися математичною індукцією. При 

 – справджується.

Нехай при деякому  виконується , треба довести, що

.

 

,

що й треба було довести.

Для доведення скористались властивістю біноміальних коефіцієнтів, яку отримали безпосередньо з означення :



.