

## zxp2023-2024春季学期离散数学2期末

工作记忆：这把高端局！在考场上极限记下来的题目，希望能帮到学弟学妹萌~qwq

很鬼的题目，最难的题放在最前面

考了好多平面图...我考前1h才开始复习平面图，太险了

一、 $X$ 和 $Y$ 是 $G$ 的两个最小断集（定义最小断集指的是一个点集 $A$ ，在 $G$ 中去掉 $A$ 中的点能把 $G$ 分成至少两个连通支（断集），而且 $A$ 的任何真子集都不是断集（最小）），已知 $Y$ 至少与 $G-X$ 的两个连通支相交，证明 $X$ 与 $G-Y$ 的每个连通支相交且 $Y$ 与 $G-X$ 的每个连通支相交（有可能记错，题目比较复杂）

二、证明： $G$ 的色数多项式是

$$f(G, t) = t(t-1)^{n-1}$$

的充要条件是 $G$ 是一棵有 $n$ 个顶点的树

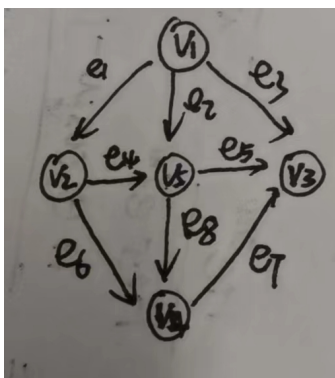
三、已知 $G=(V, E)$ ， $G$ 有一个最小生成树 $T$ 。选择一条不在 $G$ 中的边 $\{e\}$ ，构造 $G'=(V, E \cup \{e\})$ ，试证明 $G'$ 有一棵最小生成树 $T'$ 满足 $|T-T'| \leq 1, |T'-T| \leq 1$ 。（文字比较多，也有可能记的有一点点误差）

四、最小成本 注意是最小成本（这个数值确定没问题）

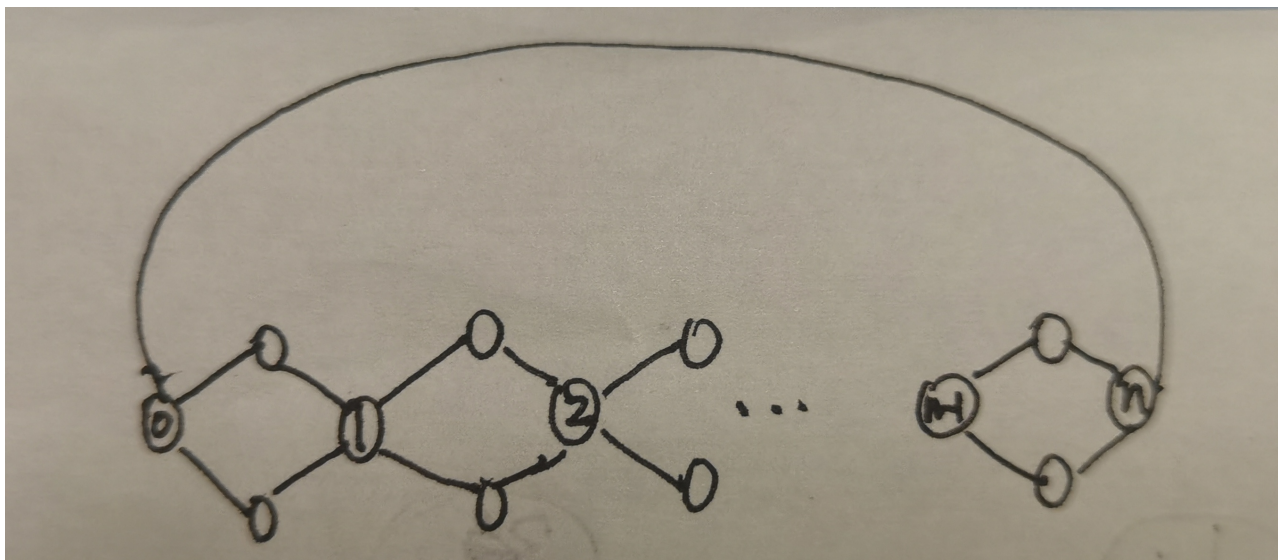
$$\begin{bmatrix} 12 & 11 & 9 & 11 & 6 \\ 9 & 11 & 10 & 12 & 7 \\ 8 & 10 & 12 & 11 & 13 \\ 9 & 12 & 13 & 13 & 10 \\ 7 & 11 & 10 & 11 & 8 \end{bmatrix}$$

五、连通图 $G$ 满足 $m \leq n+2$ ，求证 $G$ 可平面

六、求以 $v_1$ 为根，不含 $e_7$ 的根树个数（大概是这个样子）



七、



求这个图的色数和色数多项式（写出 $f(G_n, t)$ 和 $f(G_{n-1}, t)$ 递推关系即可）

八、 $G$ 是群，定义 $a*b$ : 任意 $a, b \in G$ ,  $a*b=ba$ . 求证 $\langle G, * \rangle$ 是群

九、 $H_1, H_2$ 是 $G$ 的子群

$$H_1H_2=\{h_1h_2 \mid h_1 \in H_1, h_2 \in H_2\}, H_2H_1=\{h_2h_1 \mid h_2 \in H_2, h_1 \in H_1\},$$

求证： $H_1H_2$ 是 $G$ 子群的充要条件为 $H_1H_2=H_2H_1$

十、对于偶次阶数的群 $G$ ，证明 $G$ 一定含有二阶元（好像是一个作业选做题）

十一、 $H, K$ 是 $G$ 的正规子群

(1) 证明 $HK$ 是 $G$ 的正规子群

(2) 证明 $G/HK \cong (G/H)/(HK/H)$ （好复杂...）

题目就这么多，祝宁期末顺利！

——正在某个小角落，一出考场就开始回忆的某人 2024 06 18