

II. Puissance

a) Rappels

Définitions et notations	Formules	Puissances de 10
<p>Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre relatif a :</p> <ul style="list-style-type: none"> $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$ si $a \neq 0$ $a^1 = a, \quad a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad a^0 = 1$ 	<p>Pour tout nombre relatif a non nul et pour tous nombres entiers relatifs m et p :</p> <ul style="list-style-type: none"> $a^n \times a^m = a^{m+p}$ $\frac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ $(a^m)^p = a^{m \times p}$ $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ 	<p>Pour tout nombre entier n positif non nul :</p> <ul style="list-style-type: none"> $10^n = 1 \underbrace{00\dots0}_{n \text{ zéros}}$ $10^{-n} = \underbrace{0,0\dots0}_{n \text{ zéros}} 1$

Exemple

- $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
- $3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{243}$
- $\pi^2 \times \pi^{-3} \times \pi = \pi^{2+(-3)+1} = \pi^0 = 1$
- $\frac{(-2)^{-5}}{(-2)^{-6}} = (-2)^{-5-(-6)} = (-2)^{-5+6} = (-2)^1 = -2$
- $(0,2^{-3})^4 = 0,2^{-3 \times 4} = 0,2^{-12}$
- $(-6)^{-5} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = \left(-6 \times \frac{1}{3}\right)^{-5} = (-2)^{-5}$
- $\frac{1,5^7}{0,5^7} = \left(\frac{1,5}{0,5}\right)^7 = 3^7$
- $10^4 = 10\,000$

9. $10^{-3} = 0,001$

10. La Chine compte actuellement environ 1 376 000 000 habitants soit : $1 \underbrace{376\,000\,000}_{9 \text{ chiffres}} = 1,376 \times 10^9$

11. La taille moyenne d'un globule rouge est de 0,000 007 2 mètre soit : $0, \underbrace{000\,007}_{6 \text{ chiffres}} 2 = 7,2 \times 10^{-6}$

b) Exercices sur les puissances**Niveau 1 : Écrire sous la forme d'une puissance de 2 ou de 3**

$$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$D = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3}$$

$$B = 27$$

$$E = \frac{2}{128}$$

$$C = \frac{1}{32}$$

$$F = (3 \times 3)^4$$

Niveau 2 : Écrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction

$$A = 2^3$$

$$E = 2^3 \times 3^2$$

$$I = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$B = 5^2$$

$$F = \frac{2^5}{2^9}$$

$$J = \left(\frac{-5}{6}\right)^2$$

$$C = 10^{-3}$$

$$G = \frac{2^{-3}}{5^{-2}}$$

$$K = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$D = 2^{-2}$$

$$H = (2^{-4} \times 5^2)^2$$

$$L = \frac{1}{-8} \left(\frac{-5}{-3}\right)^3$$

Niveau 3 : Écrire sous la forme d'une puissance de 10

$$A = 10^4 \times 10^7$$

$$E = (10^{-2})^3 \times 10^4$$

$$B = \frac{10^4}{10^7}$$

$$F = \frac{10^2 \times 10^{-3}}{10^{-4}}$$

$$C = (10^4)^7$$

$$G = \frac{(10^{-1})^2 \times 10^4}{10^{-4}}$$

$$D = 10^{-4} \times 10^7$$

$$H = 10^4 \times \frac{10^5 \times 10^{-2}}{10^7}$$

Niveau 4 : Donner l'écriture scientifique de chaque nombre

$$12\,300\,000$$

$$32,5 \times 10^7$$

$$850 \times 10^{12}$$

$$0,000\,000\,075$$

$$0,08 \times 10^5$$

$$750\,000 \times 10^9$$

$$9\,700\,000\,000$$

$$76,1 \times 10^{-9}$$

$$0,000\,042 \times 10^{15}$$

$$0,000\,000\,001\,75$$

$$0,007\,5 \times 10^{-5}$$

$$0,4 \times 10^4$$

Niveau 5 : a , b et c étant trois nombres réels non nuls, écrire sous la forme $a^n b^p c^q$

$$A = \frac{a^2 \times b^5 \times c^7}{a^3 \times b^2 \times c^2}$$

$$D = (ac)^3 \times \frac{1}{b^4} \times \left(\frac{b}{ac}\right)^{-1}$$

$$B = \frac{1}{b^3} \times \frac{ac}{b^2} \times \frac{a^3 b^2}{c^4}$$

$$E = \left(\frac{b}{ac}\right)^{-1} \times (ab)^3 \times \frac{1}{c^4}$$

$$C = \left(\frac{a}{b}\right)^3 \times \frac{a^{-2}}{c^{-3}} \times \left(\frac{b^{-2}}{c^3}\right)^{-2}$$

$$F = \left(\frac{b}{ac}\right)^{-1} \times \left(\frac{c^2}{a^3 b}\right)^{12}$$

Niveau 6 : Calcul de puissances

Effectuer les calculs suivants :

$$A = (-1)^6 \quad B = (-1)^{-5} \quad C = -1^5 \quad D = -1^{-6} \quad E = (-1)^{-6} \quad F = (-1)^5 \quad G = -1^{-5} \quad H = -1^6$$

Niveau 7 : Calcul de puissances

Les racines n -ièmes correspondent à une puissance fractionnaire.

Par exemple la racine carrée peut aussi s'exprimer comme une puissance $\frac{1}{2}$: $\sqrt{9} = 9^{\frac{1}{2}} = (3^2)^{\frac{1}{2}} = 3^{2 \times \frac{1}{2}} = 3^1 = 3$.

La racine cubique peut aussi s'exprimer comme une puissance $\frac{1}{3}$: $\sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{3 \times \frac{1}{3}} = 2^1 = 2$.

Effectuer les calculs suivants :

$$A = 25^{\frac{1}{2}}$$

$$B = 27^{\frac{1}{3}}$$

$$C = 64^{\frac{1}{3}}$$

$$D = 81^{\frac{1}{2}}$$

$$E = 81^{\frac{1}{4}}$$

$$F = 125^{\frac{1}{3}}$$

Niveau 8 : Calcul de puissances

On calcule en premier les puissances puis les produits.

Effectuer les calculs suivants :

$$A = 25^{\frac{1}{2}} \times 27^{\frac{1}{3}}$$

$$B = 9^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}}$$

$$C = 49^{\frac{1}{2}} \times 81^{\frac{1}{2}}$$

$$D = 16^{\frac{1}{4}} \times 81^{\frac{1}{4}}$$

$$E = 25^{\frac{1}{2}} \times 64^{\frac{1}{3}}$$

c) Correction des exercices

Niveau 1 : Écrire sous la forme d'une puissance de 2 ou de 3

$$A = 2^4$$

$$D = 3^2$$

$$B = 3^3$$

$$E = 2^{-6}$$

$$C = 2^{-5}$$

$$F = 3^8$$

Niveau 2 : Écrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction

$$A = 8$$

$$B = 25$$

$$C = \frac{1}{1000}$$

$$D = \frac{1}{4}$$

$$E = 72$$

$$F = \frac{1}{16}$$

$$G = \frac{25}{8}$$

$$H = \frac{625}{256}$$

$$I = \frac{9}{4}$$

$$J = \frac{25}{36}$$

$$K = \frac{27}{32}$$

$$L = -\frac{125}{216}$$

Niveau 3 : Écrire sous la forme d'une puissance de 10

$$A = 10^{11}$$

$$B = 10^{-3}$$

$$C = 10^{28}$$

$$D = 10^3$$

$$E = 10^{-2}$$

$$F = 10^3$$

$$G = 10^6$$

$$H = 10^0 = 1$$

Niveau 4 : Donner l'écriture scientifique de chaque nombre

$$1,2 \times 10^7$$

$$7,5 \times 10^{-8}$$

$$9,7 \times 10^9$$

$$1,75 \times 10^{-9}$$

$$3,25 \times 10^8$$

$$8 \times 10^3$$

$$7,61 \times 10^{-8}$$

$$7,5 \times 10^{-8}$$

$$8,5 \times 10^{14}$$

$$7,5 \times 10^{14}$$

$$4,2 \times 10^{10}$$

$$4 \times 10^3$$

Niveau 5 : a , b et c étant trois nombres réels non nuls, écrire sous la forme d'une puissance de $a^n b^p c^q$

$$A = a^{-1} b^3 c^5$$

$$B = a^4 b^{-3} c^{-3}$$

$$C = abc^9$$

$$D = a^4 b^{-5} c^4$$

$$E = a^4 b^2 c^{-3}$$

$$F = a^{-35} b^{-13} c^{25}$$

Niveau 6 : Calcul de puissances

$$A = 1$$

$$B = -1$$

$$C = -1$$

$$D = -1$$

$$E = 1$$

$$F = -1$$

$$G = -1$$

$$H = -1$$

Niveau 7 : Calcul de puissances

$A = 5$

$B = 3$

$C = 4$

$D = 9$

$E = 3$

$F = 5$

Niveau 8 : Calcul de puissances

$A = 15$

$B = 6$

$C = 63$

$D = 6$

$E = 20$