Nom : ....Prénom :		**Classe : ....**
Nom : ....Prénom :		**Classe : ....**
Nom : ....Prénom :		**Classe : ....**

Exercice 1 (Le Nombre d'Or)
On se souvient que le nombre d'or est représentée par la lettre grecque φ (prononcer « phi ») et que sa valeur est :

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Vérifier par le calcul que $\varphi^2 = 1 + \varphi$.

Exercice 2 (*Colour* ou *Color* ?)
Les Anglais et les Américains orthographient le mot couleur, respectivement, *colour* et *color*. Un homme ayant pris une chambre dans un hôtel parisien a écrit ce mot sur un bout de papier. Or cet hôtel est exclusivement fréquenté par 40% d'Anglais et 60% d'Américains.

1. Quelle est la probabilité qu'une lettre prise au hasard dans ce mot, soit une voyelle ?
2. Une lettre est tirée au hasard dans ce mot, c'est une voyelle. Quelle est la probabilité que l'auteur du mot soit Anglais ?

Correction de l'exercice 1 (Le nombre d'Or)

D'une part :

$$\varphi^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^2}{2^2} = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{2\times\left(3+\sqrt{5}\right)}{2\times 2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

D'autre part :

$$1+\varphi = 1+\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{2}+\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

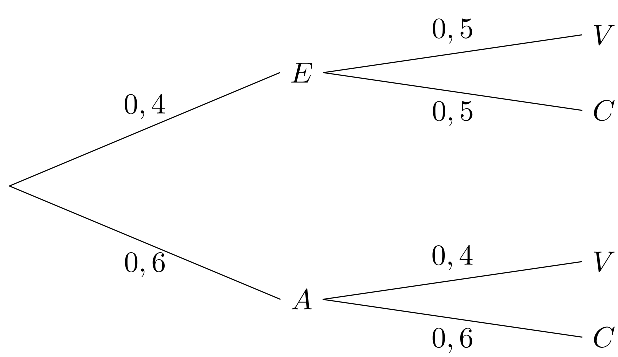
On a donc bien la relation

$$\varphi^2 = 1+\varphi$$

Correction de l'exercice 2 (*Colour* ou *Color* ?)

1. Pour commencer, nous allons définir les événements suivants :
   - E : « l'auteur du mot est Anglais ».
   - A : « l'auteur du mot est Américain ».
   - V : « la lettre est une voyelle ».
   - C : « la lettre est une consonne ».

   Nous avons d'après l'énoncé les deux probabilités suivantes : $\mathbb{P}(E) = 0,4$ et $\mathbb{P}(A) = 0,6$.
   Si l'auteur du mot est Anglais, il écrira *colour*, autrement dit un mot de 6 lettres comportant 3 voyelles et 3 consonnes.
   Nous avons alors les deux probabilités : $\mathbb{P}_E(V) = \dfrac{3}{6} = 0,5$ et $\mathbb{P}_E(C) = \dfrac{3}{6} = 0,5$.
   De même, si l'auteur est Américain, il écrira *color*, soit un mot de 5 lettres avec 2 voyelles et 3 consonnes. Nous avons alors les deux probabilités : $\mathbb{P}_A(V) = \dfrac{2}{5} = 0,4$ et $\mathbb{P}_A(C) = \dfrac{3}{5} = 0,6$.
   On peut représenter cette expérience aléatoire par l'arbre suivant :

   On peut alors calculer la probabilité de tomber sur une voyelle :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(V) &= \mathbb{P}(E\cap V)+\mathbb{P}(A\cap V)\\ &= \mathbb{P}(E)\times\mathbb{P}_E(V)+\mathbb{P}(A)\times\mathbb{P}_A(V)\\ &= 0,4\times 0,5+0,6\times 0,4\\ &= 0,20+0,24\\ &= 0,44\end{aligned}$$

   Conclusion : La probabilité qu'une lettre prise au hasard dans ce mot soit une voyelle est de 0,44.

2. On doit calculer la probabilité suivante : $\mathbb{P}_V(E)$.
   D'après la formule du cours, on doit donc effectuer le calcul suivant :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}_V(E) &= \frac{\mathbb{P}(V \cap E)}{\mathbb{P}(V)} \\ &= \frac{0,20}{0,44} \\ &\approx 0,45\end{aligned}$$

   Conclusion : Si on a tiré au hasard une voyelle, la probabilité que l'auteur du mot soit Anglais est d'environ 0,45 arrondi au centième.