Calculs à la main

I. Fraction

a) Rappels

Vocabulaire et existence	Fractions égales	Ajouter ou soustraire	Multiplier ou diviser
 La fraction ^a/_b existe si b ≠ 0. a est le numérateur. b est le dénominateur. La fraction ^a/_b est irréductible si a et b sont premiers entre eux. 	• Pour tout nombre $c \neq 0$ $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$ $\frac{a \div c}{b \div c} = \frac{a}{b}$ • Deux fractions sont égales si, et seulement si, leurs produits en croix sont égaux. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \times d = b \times c$	• On peut ajouter ou soustraire des fractions qui ont le même dénominateur. $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ • Diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse $\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c}$ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exemple

1.
$$\frac{42}{-140} = -\frac{3 \times 2 \times 7}{10 \times 7 \times 2} = -\frac{3}{10}$$

2.
$$\frac{21}{35}$$
 et $\frac{41}{69}$ sont-ils égaux?

$$21 \times 69 = 1449 \text{ et } 35 \times 41 = 1435.$$
 Comme $1449 \neq 1435 \text{ alors } \frac{21}{35} \neq \frac{41}{69}$

$$3. \ \ -1 + \frac{13}{30} - \frac{-11}{12} = -\frac{60}{60} + \frac{13 \times 2}{30 \times 2} + \frac{11 \times 5}{12 \times 5} = \frac{-60 + 26 + 55}{60} = \frac{21}{60} = \frac{7 \times 3}{20 \times 3} = \frac{7}{20} = \frac{7}{20}$$

$$4. \ \ -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80} = -\frac{7 \times 5}{11 \times 3} \times \frac{13 \times 3}{2 \times 5 \times 8} = -\frac{7 \times 13}{11 \times 2 \times 8} = -\frac{91}{176}$$

5.
$$\frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3} = \frac{8}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{24}{35}$$

6.
$$\frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}} = -\frac{32}{21} \times \frac{35}{48} = -\frac{8 \times 2 \times 2}{7 \times 3} \times \frac{7 \times 5}{3 \times 2 \times 8} = -\frac{10}{9}$$

b) Exercices sur les puissances

Niveau 1 : Réduire des fractions

Niveau 2 : Additionner ou multiplier des fractions. Donner le résultat sous forme réduite

$$A = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \qquad B = \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \qquad C = \frac{1}{2} + \frac{4}{3} \qquad D = -\frac{5}{2} - \frac{3}{5}$$

$$E = \frac{5}{4} \times \frac{8}{15} \qquad F = \frac{-2}{5} \times \frac{-3}{-7} \qquad G = \frac{7}{-6} \times \frac{3}{-4} \qquad H = \frac{15}{7} \times \frac{14}{3}$$

Niveau 3: Diviser deux fractions. Donner le résultat sous forme réduite

$$A = \frac{5}{4} \div \frac{35}{7} \qquad B = \frac{7}{4} \div \frac{35}{18} \qquad C = \frac{-9}{2} \div \frac{3}{-5} \qquad D = \frac{-4}{-5} \div \frac{7}{-13}$$

$$E = \frac{\frac{6}{35}}{9} \qquad F = \frac{6}{\frac{35}{9}} \qquad G = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{-2}{3}} \qquad H = \frac{\frac{2}{-5}}{\frac{-24}{35}}$$

Niveau 4 : Calculer en respectant la priorité des opérations. Donner le résultat sous forme réduite

$$A = 2 + 3 \times \frac{4}{5} \qquad B = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} - \frac{6}{5} \times \frac{7}{4} \qquad C = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} \div \frac{2}{5} \qquad D = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$$

$$E = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9} \qquad F = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} \times \left(\frac{5}{2} + 2\right) \qquad G = \frac{4}{3} + \frac{5}{2} \times \frac{7}{15} \qquad H = 5 + \left(1 + \frac{1}{8}\right) \div \frac{3}{4}$$

$$I = \frac{8}{3} + 5 \div \left(1 - \frac{2}{5}\right) \qquad J = \frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{5}\right) \qquad K = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{21}{15} \qquad L = \frac{7}{9} \div \left(\frac{1}{3} - 2\right)$$

Niveau 5 : Calculer en respectant la priorité des opérations. Donner le résultat sous forme réduite

$$A = \frac{2 + \frac{1}{3}}{2 - \frac{1}{3}} \qquad B = \frac{6 - \frac{2}{5}}{6 + \frac{2}{5}} \qquad C = \frac{\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5}\right) \times 6}{\frac{2}{5} - \frac{4}{3}} \qquad D = \frac{1 + \frac{1}{7}}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$E = \frac{-3}{5} \times \frac{5}{\frac{-6}{13}} \qquad F = \frac{4}{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}} \qquad G = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} \qquad H = \frac{\frac{7}{-6} \times \frac{3}{-10}}{\frac{-14}{5} \times \frac{1}{-5}}$$

Niveau 6 : Calculer les sommes suivantes en mettant au même dénominateur

$$A = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{4x-3}$$

$$A = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{4x-3} \qquad B = \frac{1}{x+4} - \frac{1}{3x-5} \qquad C = \frac{-2}{x-3} + \frac{1}{x-2} \qquad D = \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+1}$$

$$C = \frac{-2}{x-3} + \frac{1}{x-2}$$

$$D = \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+1}$$

Niveau 7 : Calculer les sommes suivantes en mettant au même dénominateur

$$A = \frac{x}{x+2} + \frac{x}{4x-3}$$

$$A = \frac{x}{x+2} + \frac{x}{4x-3} \qquad B = \frac{x}{x+4} - \frac{x}{3x-5} \qquad C = \frac{-2x}{x-3} + \frac{x}{x-2} \qquad D = \frac{3x}{x-2} - \frac{x}{x+1}$$

$$C = \frac{-2x}{x-3} + \frac{x}{x-2}$$

$$D = \frac{3x}{x-2} - \frac{x}{x+1}$$

AIDE: On ne développe jamais un dénominateur.

Niveau 8 : Calculer les sommes suivantes en mettant au même dénominateur

$$A = \frac{x-1}{x+2} + \frac{1}{x}$$

$$B = \frac{x+2}{x+4} - \frac{1}{x}$$

$$A = \frac{x-1}{x+2} + \frac{1}{x} \qquad B = \frac{x+2}{x+4} - \frac{1}{x} \qquad C = \frac{-2x+1}{x-3} + \frac{1}{x} \qquad D = \frac{3x-1}{x-2} - \frac{1}{x}$$

$$D = \frac{3x - 1}{x - 2} - \frac{1}{2}$$

Rappel: On ne développe jamais un dénominateur.

II. Correction des exercices

Niveau 1 : Réduire des fractions

(non corrigé)

Niveau 2 : Additionner ou multiplier des fractions. Donner le résultat sous forme réduite

$$A = -\frac{1}{2}$$
$$E = \frac{2}{3}$$

$$A = -\frac{1}{2}$$
 $B = \frac{5}{4}$ $C = \frac{11}{6}$ $E = \frac{2}{3}$ $F = -\frac{6}{35}$ $G = \frac{7}{8}$

$$C = \frac{11}{6}$$
$$G = \frac{7}{8}$$

$$D = -\frac{31}{10}$$
$$H = 10$$

Niveau 3 : Diviser deux fractions. Donner le résultat sous forme réduite

$$A = \frac{1}{4}$$

$$E = \frac{2}{105}$$

$$B = \frac{9}{10}$$

$$C = \frac{15}{2}$$

$$F = \frac{54}{35}$$

$$G = -2$$

$$C = \frac{15}{2}$$

$$D = -\frac{52}{35}$$

$$H = \frac{7}{12}$$

Niveau 4 : Calculer en respectant la priorité des opérations. Donner le résultat sous forme réduite

$$A = \frac{22}{5}$$

$$B = -\frac{9}{5}$$

$$E = -21$$

$$F = -\frac{3}{10}$$

$$F = -\frac{3}{5}$$

$$C = \frac{9}{5}$$

$$C = \frac{5}{2}$$

$$D = \frac{29}{15}$$

$$H = \frac{13}{2}$$

$$K = -\frac{5}{3}$$

$$L = -\frac{7}{15}$$

$$D = \frac{29}{15}$$

$$K = -\frac{5}{5}$$

$$H = \frac{10}{2}$$

$$I = 11$$

$$J = -9$$

$$K = -\frac{5}{3}$$

$$L = -\frac{7}{15}$$

Niveau 5 : Calculer en respectant la priorité des opérations. Donner le résultat sous forme réduite

$$A = \frac{7}{5}$$
$$E = \frac{13}{2}$$

$$B = \frac{7}{8}$$

$$B = \frac{7}{8}$$

$$C = \frac{6}{7}$$

$$F = -24$$

$$G = \frac{42}{5}$$

$$D = \frac{6}{7}$$

$$H = \frac{5}{8}$$

Niveau 6: Calcul fractionnaire

Calculer les sommes suivantes en mettant au même dénominateur

$$A = \frac{5x - 1}{(x + 2)(4x - 3)}$$

$$A = \frac{5x - 1}{(x + 2)(4x - 3)} \qquad B = \frac{2x - 9}{(x + 4)(3x - 5)} \qquad C = \frac{-x + 1}{(x - 3)(x - 2)} \qquad D = \frac{2x + 5}{(x - 2)(x + 1)}$$

$$C = \frac{-x+1}{(x-3)(x-2)}$$

$$D = \frac{2x+5}{(x-2)(x+1)}$$

Niveau 7 : Calcul fractionnaire

Calculer les sommes suivantes en mettant au même dénominateur

$$A = \frac{5x^2 - x}{(x+2)(4x-3)}$$

$$A = \frac{5x^2 - x}{(x+2)(4x-3)} \qquad B = \frac{2x^2 - 9x}{(x+4)(3x-5)} \qquad C = \frac{-x^2 + x}{(x-3)(x-2)} \qquad D = \frac{2x^2 + 5x}{(x-2)(x+1)}$$

$$C = \frac{-x^2 + x}{(x-3)(x-2)}$$

$$D = \frac{2x^2 + 5x}{(x-2)(x+1)}$$

Niveau 8: Calcul fractionnaire

Calculer les sommes suivantes en mettant au même dénominateur

$$A = \frac{x^2 + 2}{x(x+2)}$$

$$B = \frac{x^2 + x - 4}{x(x+4)}$$

$$A = \frac{x^2 + 2}{x(x+2)} \qquad B = \frac{x^2 + x - 4}{x(x+4)} \qquad C = \frac{-2x^2 + 2x - 3}{x(x-3)} \qquad D = \frac{3x^2 - 2}{x(x-2)}$$

$$D = \frac{3x^2 - 2}{x(x - 2)}$$