CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N°4- SUJET A

Exercice 2 : Fonction du second degré **4 points**

Soient f et g deux fonctions définies par les expressions suivantes :

- $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$
- $g(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 3x + \dfrac{5}{2}$

Tracer une allure de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$, respectivement représentation graphique de la fonction f et de la fonction g, dans le repère suivant. Pour chacune de ces courbes vous devrez expliciter sur feuille 5 points de la courbe.

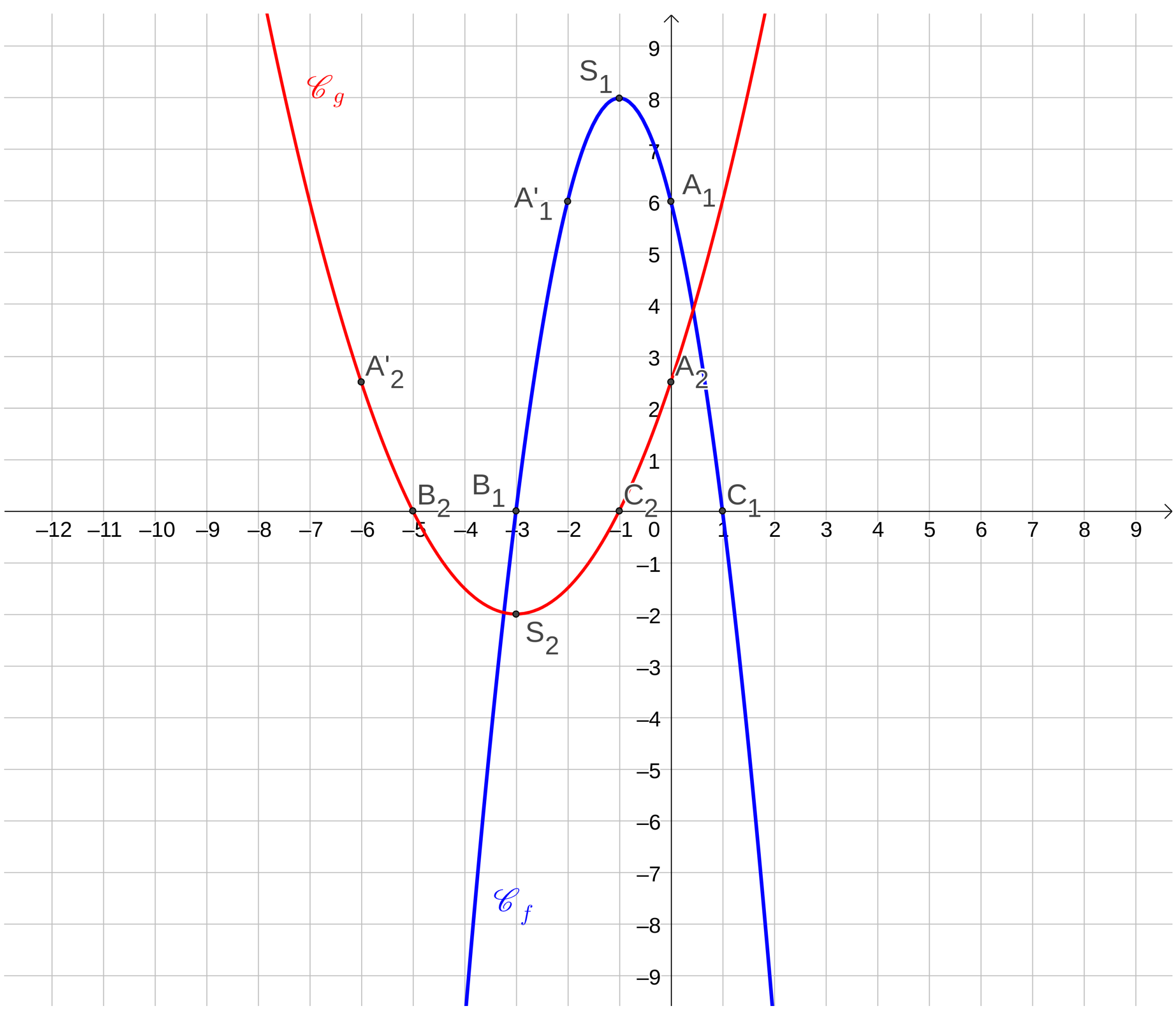
- $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$, $a = -2$, $b = -4$, $c = 6$
  - L'abscisse du sommet de $\mathscr{C}_f$ est donnée par : $x_0 = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{-4} = -1$.
    L'ordonnée du sommet est donnée par : $f(x_0) = -2 \times (-1)^2 - 4 \times (-1) + 6 = -2 + 4 + 6 = 8$.
    <u>Conclusion</u> : Le point $S_1(-1; 8)$ est le sommet de la parabole $\mathscr{C}_f$.
  - Le point de la courbe d'abscisse 0 a pour ordonnée $c = 6$.
    <u>Conclusion</u> : Le point $A_1(0; 6)$ est un point de la parabole $\mathscr{C}_f$.
  - La parabole admet comme axe de symétrie une droite verticale passant par le somme $S_1(-1; 8)$.
    <u>Conclusion</u> : Le point $A_1'(-2; 6)$ est un point de la parabole $\mathscr{C}_f$.
  - $\Delta = b^2 - 4ac = 16 + 48 = 64 = 8^2 > 0$
    Il y a 2 racines :
    $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4 - 8}{-4} = \dfrac{-4}{-4} = 1$
    $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{4 + 8}{-4} = \dfrac{12}{-4} = -3$
    <u>Conclusion</u> : Les points $B_1(-3; 0)$ et $C_1(1; 0)$ sont des points de la parabole $\mathscr{C}_f$.

- $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{5}{2}$, $a = \frac{1}{2}$, $b = 3$, $c = \frac{5}{2}$
  - L'abscisse du sommet de $\mathscr{C}_g$ est donnée par : $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{1} = -3$.
    L'ordonnée du sommet est donnée par :
    $g(x_0) = \frac{1}{2} \times (-3)^2 + 3 \times (-3) + \frac{5}{2} = \frac{9}{2} - 9 + \frac{5}{2} = \frac{9+5}{2} - 9 = \frac{14}{2} - 9 = 7 - 9 = -2$.
    <u>Conclusion</u> : Le point $S_2(-3;-2)$ est le sommet de la parabole $\mathscr{C}_g$.

  - Le point de la courbe d'abscisse 0 a pour ordonnée $c = \frac{5}{2} = 2,5$.
    <u>Conclusion</u> : Le point $A_2(0;2,5)$ est un point de la parabole $\mathscr{C}_g$.

  - La parabole admet comme axe de symétrie une droite verticale passant par le somme $S_2(-3;-2)$.
    <u>Conclusion</u> : Le point $A_2'(-6;2,5)$ est un point de la parabole $\mathscr{C}_g$.

  - $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - \frac{20}{4} = 9 - 5 = 4 = 2^2 > 0$
    Il y a 2 racines :
    $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-2}{1} = -5$
    $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+2}{1} = -1$
    <u>Conclusion</u> : Les points $B_2(-5;0)$ et $C_2(-1;0)$ sont des points de la parabole $\mathscr{C}_g$.



Exercice 3 : Second degré **4 points**

Résoudre l'inéquation :

$$\frac{-3x^2-3x+6}{2x-8} \leq 0$$

- Pour $-3x^2-3x+6$, $a=-3$, $b=-3$, $c=6$.
  $\Delta = b^2-4ac = 9+72 = 81 = 9^2 > 0$
  Il y a 2 racines :
  $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3-9}{-6} = \dfrac{-6}{-6} = 1$
  $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3+9}{-6} = \dfrac{12}{-6} = -2$
- Pour $2x-8$, la racine est $x_0 = \dfrac{8}{2} = 4$

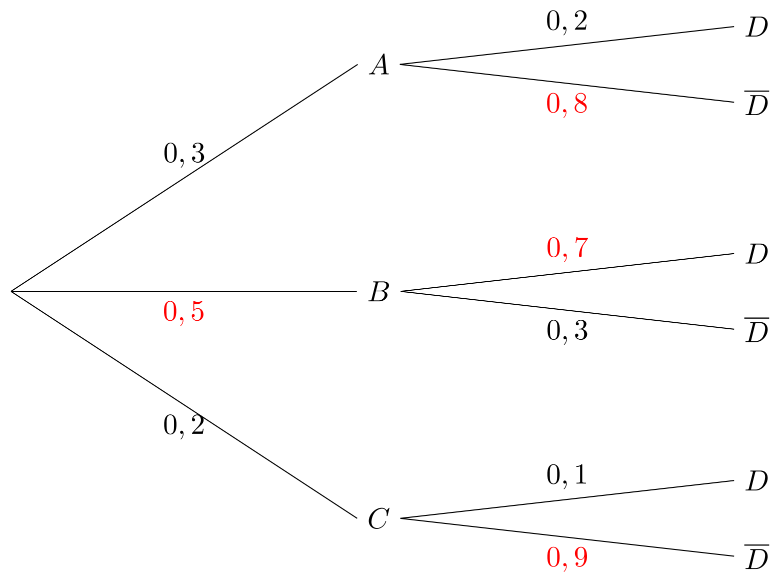
On en déduit le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		1		4		$+\infty$
$-3x^2-3x+6$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	
$2x-8$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $\dfrac{-3x^2-3x+6}{2x-8}$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

<u>Conclusion</u> : $\mathcal{S} = [-2;1] \cup]4;+\infty[$.

EXERCICE 4 : Probabilité conditionnelle **4 points**

A, B, C et D sont des événements d'une même expérience aléatoire.



1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous.
2. Calculer $\mathbb{P}(D)$.

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(D) &= \mathbb{P}(A\cap D)+\mathbb{P}(B\cap D)+\mathbb{P}(C\cap D)\\ &= \mathbb{P}(A)\times\mathbb{P}_A(D)+\mathbb{P}(B)\times\mathbb{P}_B(D)+\mathbb{P}(C)\times\mathbb{P}_C(D)\\ &= 0,3\times 0,2+0,5\times 0,7+0,2\times 0,1\\ &= 0,06+0,35+0,02\\ &= 0,43\end{aligned}$$

Conclusion : $\mathbb{P}(D)=0,43$.

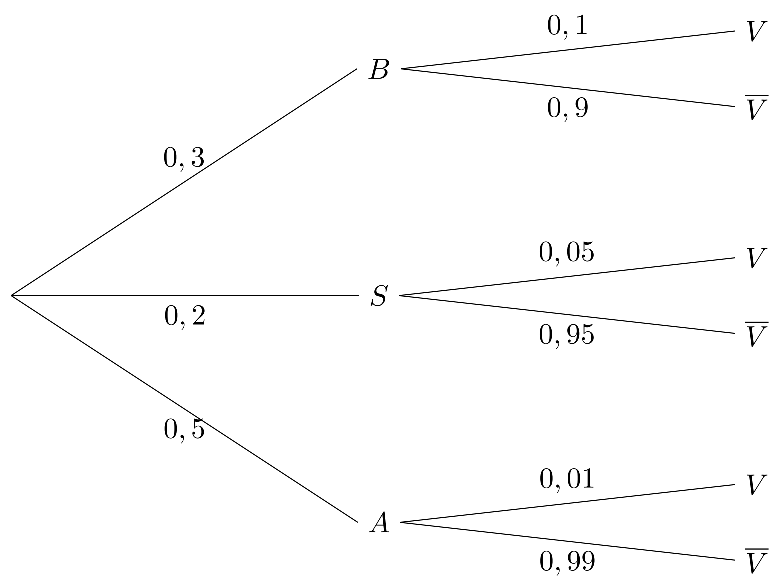
Exercice 5 : **5 points**

Cette année, comme vous le savez tous, nous allons vivre la fin du monde et nous ne pourrons pas vérifier en décembre prochain si le Père Noël existe.
D'après les spécialistes bien informés, il y a 30% de chance qu'une tempête de boulettes géantes s'abatte sur la Terre, 20% de chance qu'un gigantesque sharknado détruise tout sur son passage et 50% de chance que ce soit tout simplement l'ar**maman**gedon.
Si une tempête de boulettes géantes s'abat sur la Terre, seuls 10% d'entre nous survivront, face à un gigantesque sharknado, seuls 5% d'entre nous survivront, enfin, face à l'ar**maman**gedon, seul 1% d'entre nous survivront.
On croise une personne par hasard qui a survécu à la fin du monde. Quelle est la probabilité qu'il ait survécu à un sharknado ?

On commence par définir les événements suivants :

- B : « une tempête de boulettes géantes s'abat sur la Terre » ;
- S : « un gigantesque sharknado détruit tout sur son passage » ;
- A : « l'ar**maman**gedon » ;
- V : « la personne choisi au hasard survit à la fin du monde ».

On peut modéliser l'énoncé par l'arbre de probabilité suivant :



On souhaite alors calculer la probabilité suivante : $\mathbb{P}_V(S) = \dfrac{\mathbb{P}(V \cap S)}{\mathbb{P}(V)}$. Pour cela, on doit calculer $\mathbb{P}(V \cap S)$ et $\mathbb{P}(V)$.

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(V \cap S) &= \mathbb{P}(S) \times \mathbb{P}_S(V) \\
&= 0,2 \times 0,05 \\
&= 0,01 \\
\mathbb{P}(V) &= \mathbb{P}(B \cap V) + \mathbb{P}(S \cap V) + \mathbb{P}(A \cap V) \\
&= \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(V) + \mathbb{P}(S) \times \mathbb{P}_S(V) + \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(V) \\
&= 0,3 \times 0,1 + 0,2 \times 0,05 + 0,5 \times 0,01 \\
&= 0,03 + 0,01 + 0,005 \\
&= 0,045
\end{aligned}$$

Donc : $\mathbb{P}_V(S) = \dfrac{\mathbb{P}(V \cap S)}{\mathbb{P}(V)} = \dfrac{0,01}{0,045} = \dfrac{0,01}{0,045} \times \dfrac{1000}{1000} = \dfrac{10}{45} = \dfrac{2}{9}$.

<u>Conculsion</u> : La personne que l'on croise par hasard et qui a survécu à la fin du monde a une probabilité de $\dfrac{2}{9}$ d'avoir survécu à un sharknado ? (et peut-être même qu'il s'agit de Fin Shepard ! ! !)

CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N°4- SUJET B

Exercice 2 : Fonction du second degré **4 points**

Soient f et g deux fonctions définies par les expressions suivantes :

- $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$
- $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$

Tracer une allure de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$, respectivement représentation graphique de la fonction f et de la fonction g, dans le repère suivant. Pour chacune de ces courbes vous devrez expliciter sur feuille 5 points de la courbe.

- $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$, $a = 2$, $b = 4$, $c = -6$
  - L'abscisse du sommet de $\mathscr{C}_f$ est donnée par : $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{4} = -1$.
    L'ordonnée du sommet est donnée par : $f(x_0) = 2 \times (-1)^2 + 4 \times (-1) - 6 = 2 - 4 - 6 = -8$.
    Conclusion : Le point $S_1(-1; -8)$ est le sommet de la parabole $\mathscr{C}_f$.

  - Le point de la courbe d'abscisse 0 a pour ordonnée $c = -6$.
    Conclusion : Le point $A_1(0; -6)$ est un point de la parabole $\mathscr{C}_f$.

  - La parabole admet comme axe de symétrie une droite verticale passant par le somme $S_1(-1; -8)$.
    Conclusion : Le point $A'_1(-2; -6)$ est un point de la parabole $\mathscr{C}_f$.

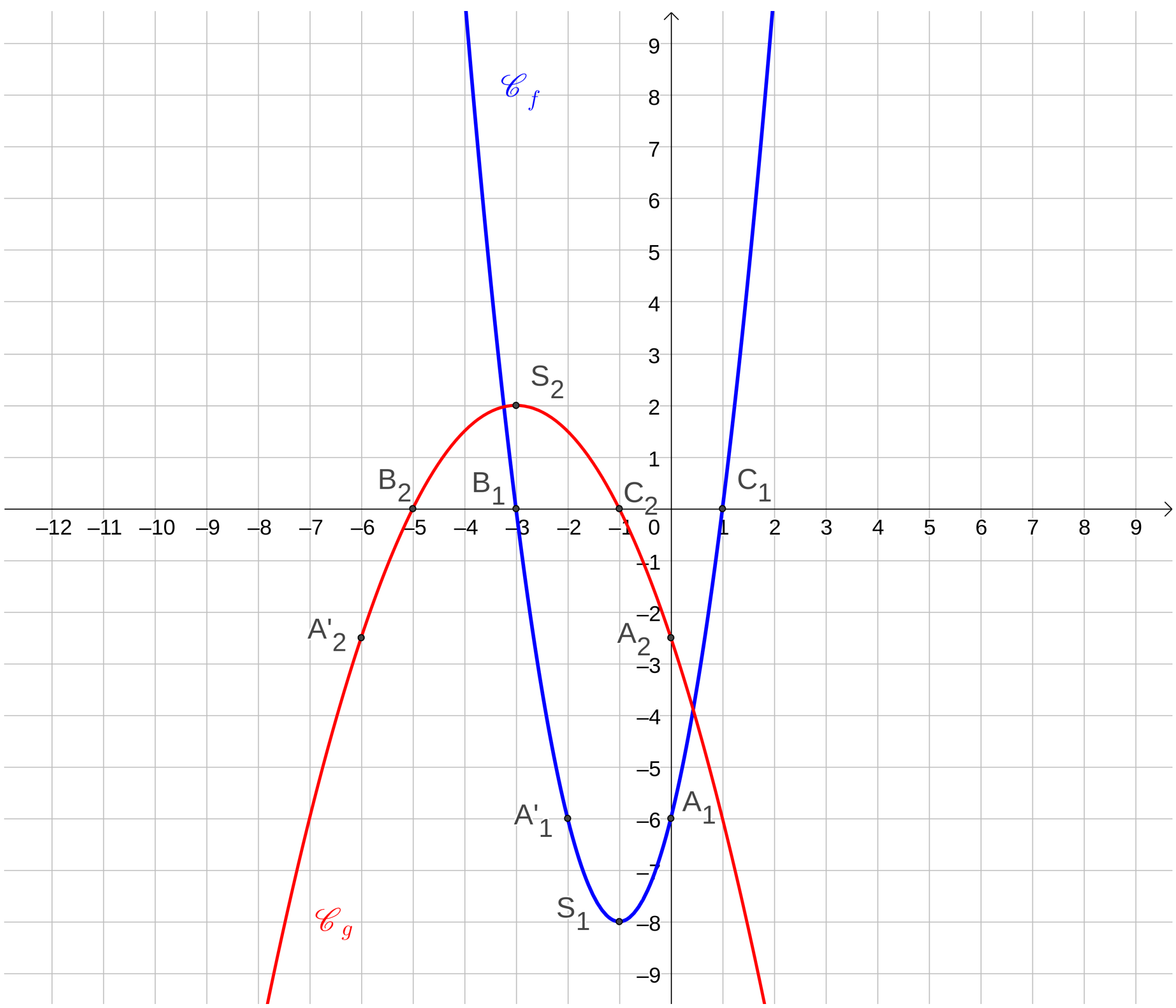
  - $\Delta = b^2 - 4ac = 16 + 48 = 64 = 8^2 > 0$
    Il y a 2 racines :
    $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 8}{4} = \frac{-12}{4} = -3$
    $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 8}{4} = \frac{4}{4} = 1$
    Conclusion : Les points $B_1(-3; 0)$ et $C_1(1; 0)$ sont des points de la parabole $\mathscr{C}_f$.

- $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$, $a = -\frac{1}{2}$, $b = -3$, $c = -\frac{5}{2}$
  - L'abscisse du sommet de $\mathscr{C}_g$ est donnée par : $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{-1} = -3$.
    L'ordonnée du sommet est donnée par :
    $g(x_0) = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 - 3 \times (-3) - \frac{5}{2} = -\frac{9}{2} + 9 - \frac{5}{2} = \frac{-9-5}{2} + 9 = \frac{-14}{2} + 9 = -7 + 9 = 2.$
    Conclusion : Le point $S_2(-3; 2)$ est le sommet de la parabole $\mathscr{C}_g$.

  - Le point de la courbe d'abscisse 0 a pour ordonnée $c = -\frac{5}{2} = -2,5$.
    Conclusion : Le point $A_2(0; -2,5)$ est un point de la parabole $\mathscr{C}_g$.

  - La parabole admet comme axe de symétrie une droite verticale passant par le somme $S_2(-3; 2)$.
    Conclusion : Le point $A'_2(-6; -2,5)$ est un point de la parabole $\mathscr{C}_g$.

  - $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - \frac{20}{4} = 9 - 5 = 4 = 2^2 > 0$
    Il y a 2 racines :
    $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-2}{-1} = -1$
    $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+2}{-1} = -5$
    Conclusion : Les points $B_2(-5; 0)$ et $C_2(-1; 0)$ sont des points de la parabole $\mathscr{C}_g$.



Exercice 3 : Second degré **4 points**

Résoudre l'inéquation :

$$\frac{-3x^2+3x+6}{2x-8} \leq 0$$

- Pour $-3x^2-3x+6$, $a=-3$, $b=3$, $c=6$.
  $\Delta = b^2-4ac = 9+72 = 81 = 9^2 > 0$
  Il y a 2 racines :
  $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3-9}{-6} = \dfrac{-12}{-6} = 2$
  $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3+9}{-6} = \dfrac{6}{-6} = -1$
- Pour $2x-8$, la racine est $x_0 = \dfrac{8}{2} = 4$

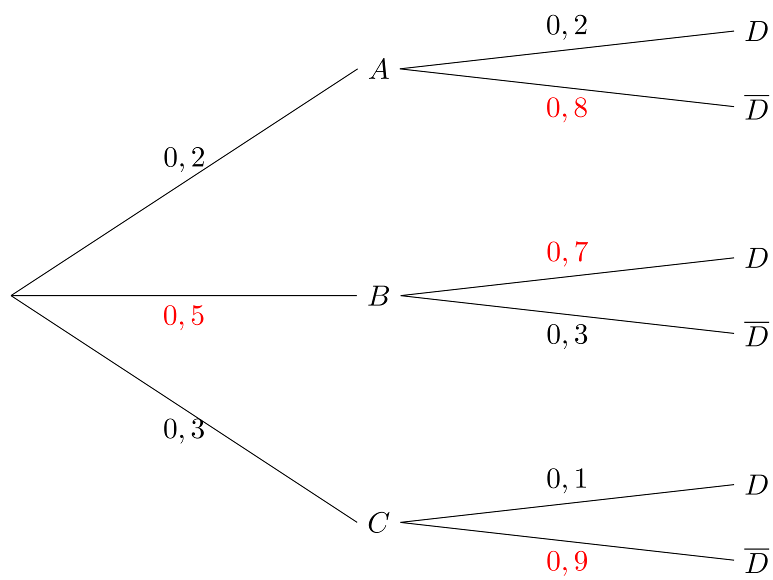
On en déduit le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$-3x^2-3x+6$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	
$2x-8$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $\dfrac{-3x^2-3x+6}{2x-8}$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

<u>Conclusion</u> : $\mathcal{S} = [-1;2] \cup]4;+\infty[$.

Exercice 4 : Probabilité conditionnelle **4 points**

A, B, C et D sont des événements d'une même expérience aléatoire.



1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous.
2. Calculer $\mathbb{P}(D)$.

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(D) &= \mathbb{P}(A \cap D) + \mathbb{P}(B \cap D) + \mathbb{P}(C \cap D) \\
&= \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(D) + \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(D) + \mathbb{P}(C) \times \mathbb{P}_C(D) \\
&= 0,2 \times 0,2 + 0,5 \times 0,7 + 0,3 \times 0,1 \\
&= 0,04 + 0,35 + 0,03 \\
&= 0,42
\end{aligned}$$

<u>Conclusion :</u> $\mathbb{P}(D) = 0,42$.

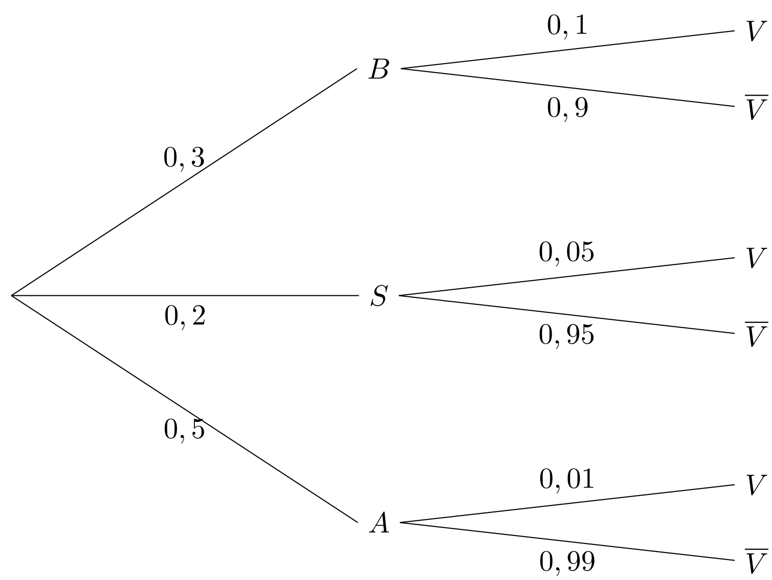
Exercice 5 : **5 points**

Cette année, comme vous le savez tous, nous allons vivre la fin du monde et nous ne pourrons pas vérifier en décembre prochain si le Père Noël existe.
D'après les spécialistes bien informés, il y a 30% de chance qu'une tempête de boulettes géantes s'abatte sur la Terre, 20% de chance qu'un gigantesque sharknado détruise tout sur son passage et 50% de chance que ce soit tout simplement l'ar**maman**gedon.
Si une tempête de boulettes géantes s'abat sur la Terre, seuls 10% d'entre nous survivront, face à un gigantesque sharknado, seuls 5% d'entre nous survivront, enfin, face à l'ar**maman**gedon, seul 1% d'entre nous survivront.
On croise une personne par hasard qui a survécu à la fin du monde. Quelle est la probabilité qu'il ait survécu à un sharknado ?

On commence par définir les événements suivants :

- B : « une tempête de boulettes géantes s'abat sur la Terre » ;
- S : « un gigantesque sharknado détruit tout sur son passage » ;
- A : « l'ar**maman**gedon » ;
- V : « la personne choisi au hasard survit à la fin du monde ».

On peut modéliser l'énoncé par l'arbre de probabilité suivant :



On souhaite alors calculer la probabilité suivante : $\mathbb{P}_V(S) = \dfrac{\mathbb{P}(V \cap S)}{\mathbb{P}(V)}$. Pour cela, on doit calculer $\mathbb{P}(V \cap S)$ et $\mathbb{P}(V)$.

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(V \cap S) &= \mathbb{P}(S) \times \mathbb{P}_S(V) \\
&= 0,2 \times 0,05 \\
&= 0,01 \\
\mathbb{P}(V) &= \mathbb{P}(B \cap V) + \mathbb{P}(S \cap V) + \mathbb{P}(A \cap V) \\
&= \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(V) + \mathbb{P}(S) \times \mathbb{P}_S(V) + \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(V) \\
&= 0,3 \times 0,1 + 0,2 \times 0,05 + 0,5 \times 0,01 \\
&= 0,03 + 0,01 + 0,005 \\
&= 0,045
\end{aligned}$$

Donc : $\mathbb{P}_V(S) = \dfrac{\mathbb{P}(V \cap S)}{\mathbb{P}(V)} = \dfrac{0,01}{0,045} = \dfrac{0,01}{0,045} \times \dfrac{1000}{1000} = \dfrac{10}{45} = \dfrac{2}{9}$.

<u>Conculsion</u> : La personne que l'on croise par hasard et qui a survécu à la fin du monde a une probabilité de $\dfrac{2}{9}$ d'avoir survécu à un sharknado ? (et peut-être même qu'il s'agit de Fin Shepard ! ! !)