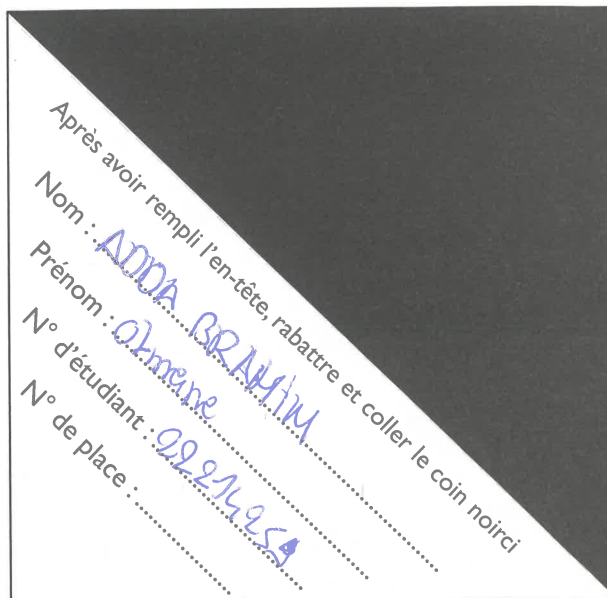


DATE : 20/09/2026

UV : Stats et Simu



N.B. - Il est interdit aux candidats, sous peine d'exclusion, de signer leur composition ou d'y apporter un signe distinctif quelconque.

Correcteurs			
Nom :	NOTE	Nom :	NOTE
Appréciations :		Appréciations :	
Note définitive :			

Question 7 : page /

1) $F_x(t) = \int_{-\infty}^t f_x(x) dx$, si $t \in [2, 3]$, nous avons $F_x(t) = 0$

Soit $t \in [2, 3]$, on a :

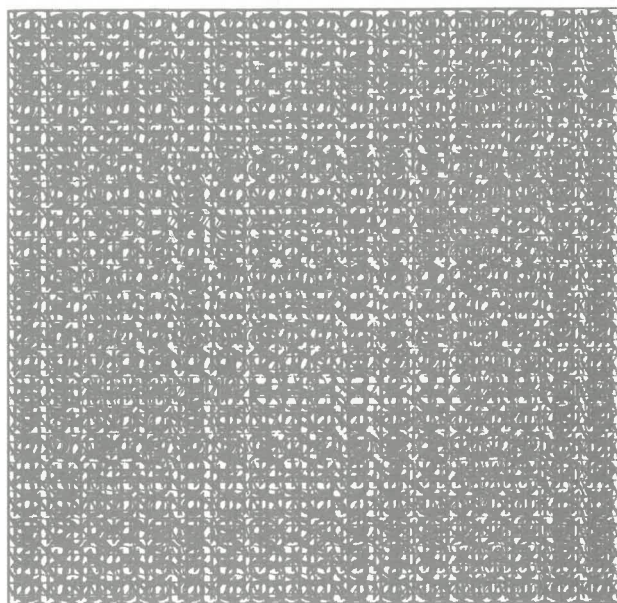
$$F_x(t) = \int_2^t \frac{2}{5} x dx = \frac{2}{5} \left[\frac{x^2}{2} \right]_2^t$$

$$= \frac{1}{5} (t^2 - 4)$$

Le résultat reste vrai si $t > 3$. On a alors

$$F_x(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 2 \\ \frac{1}{5} (t^2 - 4) & \text{si } t \in [2, 3] \\ 1 & \text{si } t > 3 \end{cases}$$

3) On se place sur le Rectangle (abcd). On tire un point $A = (X, Y)$ et deux v.a.r uniformes sur $[0, 1]$ u_1, u_2 et on pose



NE RIEN ÉCRIRE ICI

page /

$$\begin{cases} X = bU_1 + (a-b)U_1 \\ Y = MU_2 \end{cases} \quad \text{avec } M = \max_x (f_x(x))$$

avec F la fonction répartition

On cherche alors X tel que $F(X) \leq Y$. Si la condition est vérifiée on prend X , sinon on recommence l'algorithme.

2) On prend $U \sim \mathcal{U}([0, 2])$, ensuite, on cherche la fonction quantile donc on pose $u = F(t)$ et on cherche à exprimer $t = F^{-1}(u)$. On pose alors $Y \sim F^{-1}(U)$ notre nouvelle variable aléatoire. Étape 2: Prendre U uniforme $_{[0, 2]}$ Étape 3: Envoyer $Y = F^{-1}(U)$

4) Soit $Y = X^2$. On pose h mesurable bornée positive. Calculons $E[h(Y)]$

$$E[h(Y)] = \int h(y) f_Y(y) dy$$

$$= \int_2^3 h(x^2) \frac{2}{5} x dx \quad \text{soit } x^2 = u \Leftrightarrow dx = \frac{1}{2\sqrt{u}}$$

$$\Leftrightarrow E[h(Y)] = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} h(u) \frac{2}{5} \sqrt{u} \frac{1}{2\sqrt{u}} du$$

$$= \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} h(u) \frac{1}{5} \mathbb{1}_{[\sqrt{2}, \sqrt{3}]} du \quad \text{On en déduit que } Y \text{ a pour loi } f_Y(y) = \frac{1}{5} \mathbb{1}_{[\sqrt{2}, \sqrt{3}]}(y)$$

sur $[2, 3]$

page /

$$G(7:2) \quad \text{donc } \frac{2}{5}(t^2 - 4) = u$$

$$u \in [2, 3], u \in [0, 2]$$

$$\Leftrightarrow 5u = t^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5u + 4} = t$$

$$\text{Donc } Y \sim F(U) \quad \text{avec } F(u) = \sqrt{5u + 4} \mathbb{1}_{[0, 2]}(u)$$