

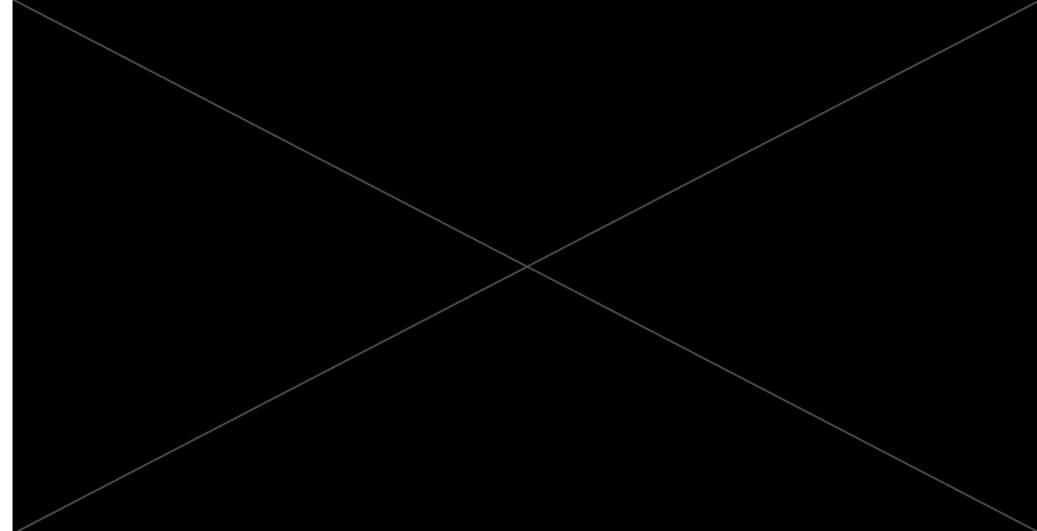
2)

Ex 6:

$$\begin{aligned}
 & \iint_{S_0} c \cdot (1+xy+y^2) dx dy \quad (= 1) \\
 &= c \cdot \int_{-1}^1 \left[ x + \frac{x^2 y}{2} + y^2 x \right]_0^1 dy \\
 &= c \cdot \int_{-1}^1 0 - (1 + \frac{y^2}{2} + y^2) dy \\
 &= c \cdot \left[ -y - \frac{y^2}{4} - \frac{y^3}{3} \right]_{-1}^1 \\
 &= c \cdot 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \left( -1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right) \\
 &= c \cdot 2 + \frac{2}{3} = c \cdot \frac{8}{3}, \quad c \cdot \frac{8}{3} = 1 \text{ donc } c = \frac{3}{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) f_x(x) &= c \cdot \int_{-1}^1 y (1+xy+y^2) dy \\
 &= c \cdot \left[ \frac{y^2}{2} + \frac{xy^3}{3} + \frac{y^4}{4} \right]_{-1}^1 \\
 &= c \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{3} + \frac{1}{4} - \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{3} - \frac{1}{4} \right) \right) \\
 &= \frac{3}{8} x \left( -\frac{2x}{3} + \frac{2}{4} \right) \\
 &= -\frac{x}{4} + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_y(y) &= c \cdot \int_0^1 x (1+xy+y^2) dx \\
 &= c \cdot \left[ \frac{x^2}{2} + \frac{x^3 y}{3} + \frac{y^2 x^2}{2} \right]_0^1 \\
 &= c \cdot \left( 0 - \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{3} + \frac{y^2}{2} \right) \right) \\
 &= \frac{3}{8} x \left( -\frac{1}{2} - \frac{y}{3} - \frac{y^2}{2} \right)
 \end{aligned}$$



Correcteurs

Nom :	NOTE	Nom :	NOTE
Appréciations :		Appréciations :	

Note définitive :

Ex 4:

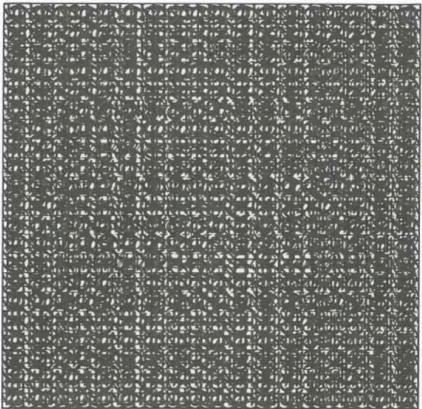
$$1) b = \frac{3a}{10} \div \frac{1}{5} = \frac{3a}{10} \times 5 = \frac{3}{2} a$$

$$\begin{aligned}
 2) \text{IP}\{X=1\} &= \text{IP}\{X=1, Y=0\} + \text{IP}\{X=1, Y=1\} + \\
 &\quad \text{IP}\{X=1, Y=2\} \\
 &= \frac{1}{5} + a + \frac{2}{15} = \frac{1}{3} + a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{IP}\{Y=0\} &= \text{IP}\{X=1, Y=0\} + \text{IP}\{X=2, Y=0\} \\
 &= \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{IP}\{Y=1\} &= a + b = a + \frac{3}{2} a \\
 \text{IP}\{Y=2\} &= \frac{2}{15} + \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \\
 \text{IP}\{X=2\} &= \frac{3}{10} + b + \frac{1}{5} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} a
 \end{aligned}$$

3)



$$1) \Delta f(x, y) = (6x - 2y + y^2 + 4, 3x^2 + 2x + 2y + 4x)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \text{ et } \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

$$\begin{cases} 6x - 2y + y^2 + 4 = 0 \\ 3x^2 + 2x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{y - y^2 + 4}{3} \\ y = \frac{3x^2}{2} + x \end{cases}$$

{

$$4) a=0 \text{ donc } b = \frac{1}{5}$$

IP $\{X=2 \mid Y=0\} \text{, donc interprétation pour le 1 :}$

- 1 veut dire sachant, donc  $X=2$  sachant que  $Y=0 \rightarrow \frac{3}{10}$

- 1 veut dire ou, donc  $X=2$  ou  $Y=0$

$$\hookrightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

$$5) IE(X) = 1 \times \frac{1}{5} + 2 \times \frac{3}{10} = \frac{4}{5}$$

$$IE(Y) = 0 \times \frac{1}{5} + 1 \times 0 + 2 \times \frac{2}{15} = \frac{4}{15}$$

$$IE(2-X-3Y) = IE(2) - \frac{4}{5} - 3 \times \frac{4}{15} = IE(2) - \frac{16}{15}$$

$$Var(X) = IE(X^2) - IE(X)^2 = \frac{7}{5} - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{35}{25} - \frac{16}{25} = \frac{19}{25}$$

$$IE(X^2) = 1^2 \times \frac{1}{5} + 2^2 \times \frac{3}{10} = \frac{1}{5} + \frac{6}{5} = \frac{7}{5}$$

$$Var(1-3X) = (-3)^2 Var X = 9 \times \frac{19}{25}$$

Ex 2 :

2)

8 Lettres : 8!

$$3) \frac{8!}{3!2!} \quad 3A : 3! \quad 10 : 1! \\ 2N : 2! \quad 10 : 1! \\ 1C : 1!$$

4) Il n'y a pas d'ordre précis pour tirer les boules mais il y a répétition car on cherche à avoir 3 boule rouge et 2 bleu:

$$\binom{n-1+k}{k} = \binom{10-1+5}{5} = \binom{14}{5}$$

Ex 3 :

$$IP(B) = \frac{6}{10} \text{ (il fait beau)}$$

$$IP(A|B) = \frac{8}{10} \text{ (allumette sachant qu'il fait beau)}$$

$$1) IP(A \cap B) = IP(A|B) \times IP(B) = \frac{8}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{12}{25}$$