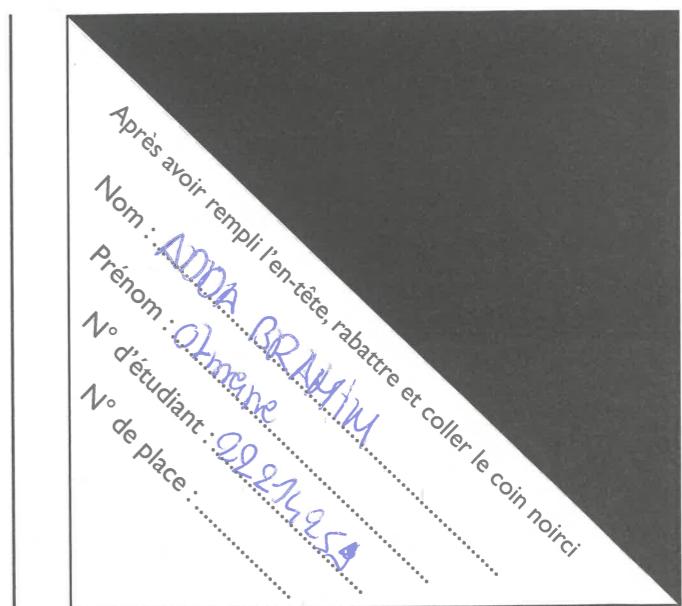


VÉRIFICATION DES APTITUDES ET DES CONNAISSANCES

DATE : 20/09/2026

UV : Maths 1re Série



N.B. - Il est interdit aux candidats, sous peine d'exclusion, de signer leur composition ou d'y apporter un signe distinctif quelconque.

Correcteurs

Nom : Appréciations :	NOTE	Nom : Appréciations :	NOTE
--------------------------	------	--------------------------	------

Note définitive :

Question 7 :

$$1) F_x(t) = \int_{-\infty}^t f_x(x) dx$$

E 2 page /
 . Si $t \in [2, 3]$, nous avons
 $F_x(t) = 0$

Soit $t \in [2, 3]$, on a :

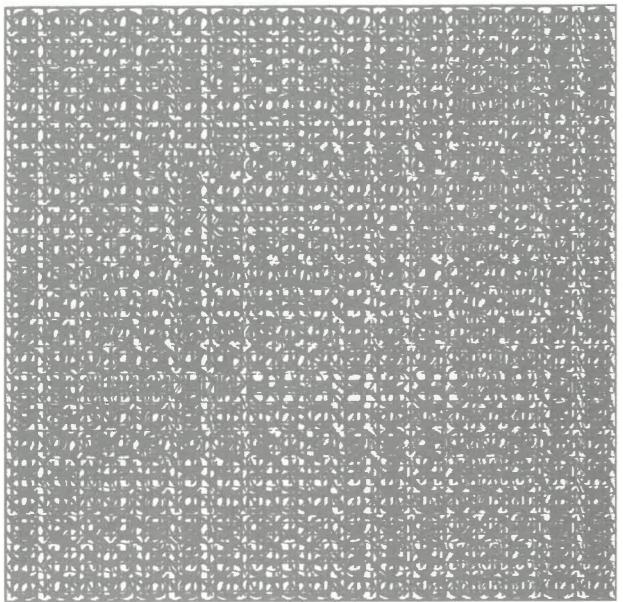
$$\begin{aligned} F_x(t) &= \int_2^t \frac{2}{5} x dx = \frac{2}{5} \left[\frac{x^2}{2} \right]_2^t \\ &= \frac{1}{5} (t^2 - 4) \end{aligned}$$

$\curvearrowleft \int_2^3 \frac{2}{5} x dx + \int_3^t f_x(x) dx$

Le résultat reste vrai si $t > 3$. On a alors

$$F_x(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 2 \\ \frac{1}{5}(t^2 - 4) & \text{si } t \in [2; 3] \\ 1 & \text{si } t > 3 \end{cases}$$

3) On se place sur le rectangle (abcd). On tire un point $A = (x, y)$ et deux v.c.r uniformes sur $[0, 2]$ sur l'axe des abscisses.



$$\begin{cases} X = bU_1 + (a-b)U_2 \\ Y = MU_2 \end{cases}$$

avec $M = \max_x (f_x(x))$

avec F la fonction répartition

On cherche alors X tel que $F(X) \leq Y$. Si la condition n'est vérifiée on prend X , sinon on utilise l'algorithme.

2) On prend $U \sim U[0,1]$, ensuite, on cherche la fonction quantile donc on pose $U = F(b)$ et on cherche à exprimer $t = F^{-1}(u)$. On pose alors $Y \sim F^{-1}(U)$ notre nouvelle variable aléatoire.
 Étape 1: Prendre $U \sim \text{uniforme}_{[0,1]}$
 Étape 2: Retrouver $F(t) = u \quad Y = F^{-1}(u)$

4) Soit $Y = X^2$. On pose h mesureable borelienne positive.
 Calculons $E[h(Y)]$

$$E[h(Y)] = \int h(y) f_x(y) dy$$

$$= \int_2^3 h(x^2) \frac{2}{5} x dx \quad \text{Soit } x^2 = u \Leftrightarrow dx = \frac{1}{2\sqrt{u}} du$$

$$\Leftrightarrow E[h(Y)] = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} h(u) \frac{2}{5} \frac{1}{2\sqrt{u}} du$$

$$= \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} h(u) \frac{1}{5} \mathbb{1}_{[\sqrt{2}, \sqrt{3}]} du \quad \text{On en déduit que } Y \text{ a pour loi: } f_Y(y) < \frac{1}{5} \mathbb{1}_{[\sqrt{2}, \sqrt{3}]}$$

$$Q7 : 2) \text{ donc } \frac{2}{5}(t^2 - 4) = u$$

$\Leftrightarrow t \in [2,3], u \in [0,2]$

$$\Leftrightarrow Su = t^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{Su+4} = t$$

Hm $Y \sim F(U)$ avec $F(u) = \sqrt{u-4} \mathbb{1}_{[0,2]}(u)$