2. Дайте определения импульса, кинетической и потенциальной энергии тела. Каков их физический смысл?

3. Сформулируйте второй закон Ньютона в дифференциальной и интегральной форме.

4. Когда выполняется закон сохранения импульса в системе тел?

5. Дайте определение центра масс системы тел.

6. Покажите, что импульс системы тел совпадает с импульсом ее центра масс.

7. Какие виды соударений тел существуют? Какой удар называют абсолютно неупругим?

8. Какой системой уравнений описывается абсолютно неупругий удар? Докажите формулу (2.2).

Работа 3н. УПРУГОЕ СТОЛКНОВЕНИЕ ШАРОВ

Цель работы: экспериментальная проверка законов сохранения импульса и механической энергии при абсолютно упругом столкновении стальных шаров, подвешенных на бифилярных подвесах, по углу отклонения подвесов после столкновения шаров.

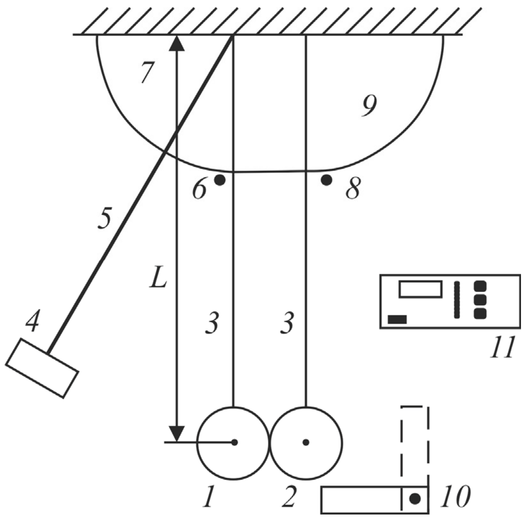

Рис. 3.1

Приборы и принадлежности. Лабораторная установка для изучения упругого удара (рис. 3.1) представляет собой два стальных шара с массами m_1 и m_2, закрепленных на бифилярных подвесах *3*. Длины бифилярных подвесов от оси их подвеса до центров масс шаров одинаковы и равны L. Шар m_1 может удерживаться в отклоненном положении электромагнитом *4*. Положение электромагнита может изменяться за счет поворота штанги *5*.

Начальный угол отклонения подвеса шара m_1 от вертикального положения определяется с помощью поворотного индикатора *6* и шкалы *7*. Этот же индикатор позволяет определить максимальный угол отклонения шара m_1 после удара. Максимальный угол отклонения шара m_2 измеряется с помощью второго поворотного индикатора *8* со шкалой *9*. Устройство *10* позволяет предотвратить отклонение шара m_2 после столкновения с шаром m_1, если это необходимо. Управление электромагнитом осуществляется с помощью блока *11* СЭ-1.

Исследуемые закономерности

Абсолютно упругим называется удар, при котором не происходит превращение механической энергии соударяющихся тел в другие виды энергии. В частности, не наблюдается нагревание тел при ударе. При абсолютно упругом ударе деформация тел, возникающая в момент удара, после его завершения полностью исчезает. Очень близким к упругому является удар стальных шаров.

Исследуемые закономерности частично описаны в работе 1н.

Система уравнений, описывающая абсолютно упругий удар шаров с массами m_1 и m_2 (рис. 3.2), с учетом законов сохранения импульса при их лобовом столкновении в проекциях на ось x и энергии в системе сталкивающихся тел, имеет вид:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2, \quad \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \tag{3.1}$$

где v_i и u_i ($i = 1, 2$) – скорости тел до и после их столкновения.

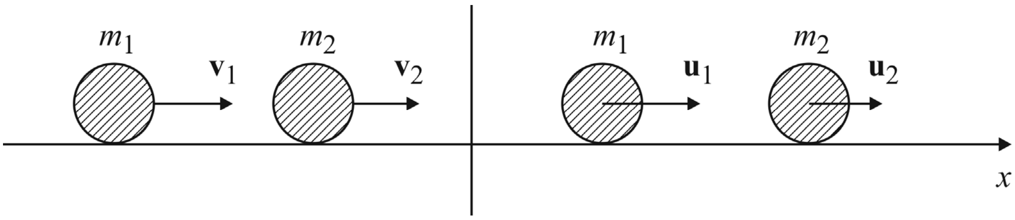

Рис. 3.2

Систему уравнений (3.1) можно свести к линейной:

$$v_1 + u_1 = v_2 + u_2, \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2. \tag{3.2}$$

Для получения первого уравнения в (3.2) необходимо в (3.1) члены с одинаковыми индексами 1 и 2 перенести в одну часть равенства, а затем разделить одно уравнение на другое.

Решая систему (3.2), получим

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \; u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \tag{3.3}$$

В этих уравнениях v_1, v_2 и u_1, u_2 – это проекции скоростей тел на выбранное направление оси проецирования x, имеющие знак $(\pm)$. Если при расчетах будет получено $u_i < 0$ $(i = 1, 2)$, это означает, что вектор скорости тела $\mathbf{u}_i$ после столкновения тел направлен противоположно выбранному направлению оси x.

Если шар m_2 до столкновения покоился $(v_2 = 0)$, то скорости тел после столкновения согласно (3.3) будут равны

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, \quad u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \tag{3.4}$$

Из (3.4) следует: если сталкивающиеся шары имеют одинаковую массу $(m_1 = m_2)$, то налетающий шар после столкновения остановится $(u_1 = 0)$, а покоящийся приобретет скорость налетающего $(u_2 = v_1)$. Если масса налетающего шара меньше покоящегося $(m_1 < m_2)$, то после столкновения налетающий шар отскочит назад $(u_1 < 0)$.

Шары на бифилярных подвесах одинаковой длины можно рассматривать как математические маятники с одинаковым периодом колебания, поэтому они вернутся в исходную точку столкновения на вертикали с некоторой высоты через одинаковое время (через половину периода колебаний) и перед последующим вторым столкновением по закону сохранения механической энергии будут иметь такие же скорости, как в (3.4).

Переобозначив в (3.4) u_1 и u_2 как v_1 и v_2 и подставив эти выражения в (3.3), получим для скоростей тел после их второго столкновения:

$$u_1 = \left(\frac{(m_1 - m_2)^2 + 4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}\right) v_1 = v_1,$$

$$u_2 = \left(\frac{2m_1(m_2 - m_1) + 2m_1(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)^2}\right) v_1 = 0.$$

То есть шары после второго столкновения будут иметь такие же скорости, что и до первого столкновения.

Величинами, которые будут измеряться в опыте, являются не скорости, а углы отклонения подвесов шаров от положения равновесия.

Пусть подвес первого шара отклонен на угол α_0, тогда он поднимется от положения равновесия на высоту

$$h_0 = L(1 - \cos\alpha_0),$$

где L – расстояние от оси вращения шара до его центра масс.

Согласно закону сохранения энергии $m_1 g h_0 = m_1 v_1^2/2$ шар m_1 перед столкновением с покоящимся шаром m_2 будет иметь скорость

$$v_1 = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2gL\left(1-\cos\alpha_0\right)}$$

и после столкновения с шаром m_2 с учетом (3.4) приобретет скорость

$$u_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\sqrt{2gL\left(1-\cos\alpha_0\right)}, \qquad (3.5)$$

а при отклонении подвеса на угол α_1 после столкновения поднимется на высоту

$$h_1 = L\left(1-\cos\alpha_1\right).$$

Из закона сохранения энергии $m_1 g h_1 = m_1 u_1^2 / 2$ с учетом (3.5) следует:

$$2gL\left(1-\cos\alpha_1\right) = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 2gL\left(1-\cos\alpha_0\right).$$

Отсюда получим для косинуса угла отклонения α_1 подвеса шара m_1 после столкновения

$$\cos\alpha_1 = 1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \left(1-\cos\alpha_0\right). \qquad (3.6)$$

Рассуждая подобным же образом, получим для косинуса угла отклонения α_2 подвеса шара m_2 после столкновения

$$\cos\alpha_2 = 1 - \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \left(1-\cos\alpha_0\right). \qquad (3.7)$$

Из (3.6) и (3.7) следует, что связь между косинусами углов отклонения шаров после упругого удара такова:

$$\cos\alpha_1 = 1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{2m_1}\right)^2 \left(1-\cos\alpha_2\right),$$

$$\cos\alpha_2 = 1 - \left(\frac{2m_1}{m_1 - m_2}\right)^2 \left(1-\cos\alpha_1\right).$$

После столкновения шаров начальная потенциальная энергия шара m_1 перейдет в потенциальные энергии шаров m_1 и m_2:

$$m_1 g h_0 = m_1 g h_1 + m_2 g h_2.$$

Откуда $m_1\left(1-\cos\alpha_0\right) = m_1\left(1-\cos\alpha_1\right) + m_2\left(1-\cos\alpha_2\right)$.

Далее приходим к уравнению связи:

$$\cos\alpha_0 = \cos\alpha_1 - \frac{m_2}{m_1}\left(1-\cos\alpha_2\right).$$

Найдем, при каком соотношении масс $x = m_2 / m_1$ сталкивающихся шаров углы их отклонения после столкновения будут одинаковыми. Полагая в (3.6) и (3.7) $\alpha_1 = \alpha_2$, придем к квадратному уравнению $x^2 - 2x - 3 = 0$, откуда $x = m_2 / m_1 = 3$.

Указания по подготовке к работе

Создайте таблицы (по форме табл. 3.1 и 3.2) для записи параметров установки и результатов наблюдений.

Указания по проведению наблюдений

1. Включите установку, нажав на СЭ-1 кнопку «Сеть».

2. Переведите установку в режим «Удар», переключив тумблер в нижней части установки слева в положение на себя.

3. Убедитесь, что в качестве шара m_1 (на левом подвесе) используется шар меньшей массы.

4. Подведите к электромагниту *4* шар m_1 и убедитесь, что он удерживается им. Для этого на СЭ-1 должна быть нажата кнопка «Стоп». Установите поворотом штанги *5* начальный угол α_0 отклонения подвеса шара m_1. Пользуясь поворотным индикатором *6* и шкалой *7* (рис. 3.1), измерьте этот угол и занесите в табл. 3.1.

5. Подготовьте поворотный индикатор *8* к измерению угла отклонения α_2 подвеса шара m_2. Для этого установите его в положение, близкое к 0°.

6. Нажатием кнопки «Пуск» на электронном блоке СЭ-1 отключите питание электромагнита и освободите шар m_1.

7. Снимите показания со шкалы *9* и запишите полученное значение угла отклонения α_2 подвеса шара m_2 после первого удара в табл. 3.1.

8. Нажатием кнопки «Стоп» включите питание электромагнита и вновь подведите к нему шар m_1. Повторите опыт (п. 6–7) пять раз.

9. Верните на место шар малой массы m_1, отклонив его подвес на угол α_0. Проведите качественный опыт с целью наблюдения особенностей второго упругого удара. Убедитесь, что шар большей массы m_2 после второго удара останавливается, а шар m_1 отклоняется почти на первоначальный угол α_0.

10. Выключите установку, нажав кнопку «Сеть», и уберите принадлежности к работе (если таковые имеются) в контейнер для нее.

Таблица 3.1

Проверка соответствия теоретическим значениям углов отклонения α_1 и α_2 шаров, подвешенных на бифилярных подвесах, после их абсолютно упругого столкновения при $N = 5$, $P = 95\,\%$, $\beta_{P,N} = 0.51$, $\theta_\alpha = 2.5°$

№	α_0	α_2	$x_0 = \cos\alpha_0$	$\theta_{x_0} = \sin\alpha_0\,\theta_\alpha$	$x_2 = \cos\alpha_2$	$\theta_{x_2} = \sin\alpha_2\,\theta_\alpha$	$y_2 = 1 - \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)^2 \times (1-x_0)$	$\theta_{y_2} = \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)^2 \times \theta_{x_0}$	$y_1 = 1 - \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2 \times (1-x_0)$	$\theta_{y_1} = \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2 \times \theta_{x_0}$	$y_1' = 1 - \left(\frac{m_1-m_2}{2m_1}\right)^2 \times (1-x_2)$	$\theta_{y_1'} = \left(\frac{m_1-m_2}{2m_1}\right)^2 \times \theta_{x_2}$
1												
…												
5												

Таблица 3.2

Константы эксперимента

m_1, г	m_2, г	L, см
45 ± 1	131 ± 1	23.9 ± 0.1

Задания по обработке результатов эксперимента

1. Выведите формулы приборных погрешностей θ_{x_2} и θ_{y_1} в табл. 3.1.

2. Заполните табл. 3.1 и рассчитайте выборочным методом по табл. П.4 в приложении значения параметров $x_2 = \overline{x_2} \pm \overline{\Delta x_2}$, $y_2 = \overline{y}_2 \pm \overline{\Delta y_2}$, $y_1 = \overline{y}_1 \pm \overline{\Delta y_1}$ и для $N = 5$ и $P = 95\,\%$. Для простоты случайную погрешность функции рассчитывайте по размаху выборки $\Delta x = \beta_{P,N} R_x$.

3. Проверьте выполнение условий $\overline{x}_2 \approx \overline{y}_2$ и $\overline{y}_1 \approx \overline{y_1'}$ $\left(y_1 = \cos\alpha_1\right)$. Сделайте заключение о выполнимости законов сохранения импульса и механической энергии при абсолютно упругом ударе тел. *Замечание*: два значения физической величины считаются статистически неразличимыми, если среднее (истинное) значение одного из них попадает в доверительный интервал другого. Если это условие не выполняется, то в опыте присутствует не выявленная систематическая погрешность, и факторы, приводящие к ней, экспериментатор должен выявить. Либо следует сделать заключение об отсутствии соответствия между теорией и опытом.

4. Проверьте выполнение соотношения $\overline{y}_1 = \cos\alpha_1 \cong \cos\alpha_2 = \overline{y}_2$ и сделайте заключение о соотношении масс сталкивающихся шаров $\left(m_2/m_1 \cong 3\right)$.

5. Рассчитайте для максимального угла отклонения α_0 малого шара его скорость v_1 перед столкновением с большим шаром и скорости u_1 и u_2 шаров после их столкновения.

Контрольные вопросы

1. Какой маятник называют математическим? Можно ли шары на подвесах в данной работе рассматривать как математические маятники и почему? По какой формуле рассчитывается период колебаний математического маятника?

2. Через какое время после столкновения шары поднимутся до своей максимальной высоты и вернутся в исходную точку их столкновения?

3. Дайте определения импульса тела, его кинетической и потенциальной энергии. Каков их физический смысл?

4. Сформулируйте второй закон Ньютона в дифференциальной и интегральной форме.

5. Когда выполняется закон сохранения импульса в системе тел?

6. Дайте определение центра масс системы тел.