

9. Сделайте рисунок и укажите на нем все силы, действующие на шарик, падающий в жидкости. Используя обозначения сил, указанных на рисунке, напишите уравнение движения шарика (второй закон Ньютона) в диссипативной среде в нестационарном и стационарном режимах его движения.
10. Выразите все силы, действующие на шарик, через радиус шарика и, подставив их во второй закон Ньютона в стационарном режиме, найдите выражение для вязкости жидкости через радиус шарика.
11. Получите выражение для коэффициента  $A$  в формуле вязкости жидкости.
12. Используя метод логарифмирования функции, выведите формулу приборной погрешности вязкости жидкости  $\theta_\eta$ .
13. Обоснуйте, почему в данной работе для обработки данных косвенных измерений нельзя применять метод переноса погрешностей, но возможно применение выборочного метода.
14. Как называются величины  $a_0$ ,  $v_0$ ,  $v_\infty$ ,  $\tau$  и как они взаимосвязаны друг с другом?
15. Докажите что функция  $v(t) = v_\infty - (v_\infty - v_0)e^{-\beta t}$  ( $a(t) = \dot{v}(t) = -\beta(v_\infty - v_0)e^{-\beta t}$ ) является решением дифференциального уравнения  $\dot{v} + \beta v = \alpha$ , где  $\alpha / \beta = v_\infty$ ,  $a_0 = \beta(v_\infty - v_0)$ .

## Работа № 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СВОБОДНЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

*Цель работы:* изучение закономерностей колебательного движения тела в однородном поле силы тяжести; исследование процессов превращения энергии в консервативных системах; определение момента инерции физического маятника.

*Приборы и принадлежности:* физический маятник; секундомер; масштабная линейка, чертежный треугольник.

Конструкция обратного маятника представлена на рис. 2.1. На стержне 1 закреплены два диска –  $D_1$  и  $D_2$ . Маятник может быть подвешен на кронштейне к легкой призме, трение в которой пренебрежимо мало.

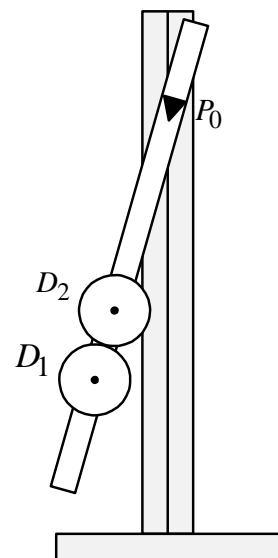


Рис. 2.1

### *Исследуемые закономерности*

Физический маятник – это тело с распределенной массой или система тел, ось вращения которого расположена выше центра масс маятника. Относительно этой оси маятник колеблется с периодом

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgx_c}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}} \quad (1)$$

где для составного маятника  $m = \sum m_i$  – масса маятника,  $x_c = \frac{1}{m} \sum m_i x_{ci}$  – положение его центра масс относительно оси вращения,  $m_i$  и  $x_{ci}$  – масса  $i$ -го тела и положение его центра масс относительно оси вращения,  $I = \sum I_i$  – полный момент инерции маятника,  $I_i = I_{0i} + m_i x_{ci}^2$  – момент инерции  $i$ -го тела, рассчитанный относительно оси вращения по теореме Штейнера,  $I_{0i}$  – момент инерции этого тела относительно его центра масс. Длина математического маятника, период которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника называется приведенной длиной физического маятника. Ее можно найти как  $l_0 = I / mx_c = gT_0^2 / 4\pi^2$ . Ее можно определить экспериментально, если найти новую ось  $O'$ , называемую осью качания, относительно которой маятник колеблется с тем же периодом  $T_0$ , что и относительно оси вращения  $O$ . Расстояние между осями вращения и качания  $OO' = l_0$  и будет приведенной длиной физического маятника.

Полный момент инерции маятника может быть представлен в виде:

$$I = I_0 + m \overline{x_c^2} \quad (2)$$

где  $I_0 = \sum I_{0i}$ ,  $\overline{x_c^2} = \frac{1}{m} \sum m_i x_{ci}^2$  – средний квадрат положений центров масс системы тел, составляющих маятник.

Если период колебаний маятника определен экспериментально, то из (1) можно найти момент инерции маятника:

$$I = mgx_c T_0^2 / 4\pi^2. \quad (3)$$

*Сохранение энергии гармонических колебаний.* Поскольку физический маятник, качающийся под действием силы тяжести, является консервативной

системой, можно проанализировать процесс перехода потенциальной энергии маятника в кинетическую и обратно.

Потенциальная энергия при достижении амплитудного значения угла отклонения маятника равна:

$$W_{\text{pm}} = mgh_c = mgx_c(1 - \cos \varphi_m) = 2mgx_c \sin^2 \frac{\varphi_m}{2} \approx \frac{1}{2}mgx_c\varphi_m^2 \quad (4)$$

где  $h_c$  – высота поднятия центра масс маятника при его максимальном отклонении от положения равновесия,  $x_c$  – положение центра масс маятника относительно его точки подвеса,  $\varphi_m$  – максимальный угол отклонения маятника от положения равновесия.

При малых углах отклонения маятника (до  $20^\circ$ ) максимальная потенциальная энергия равна:

$$W_{\text{pm}} \approx \frac{1}{2}mgx_c\varphi_m^2.$$

Максимальная кинетическая энергия физического маятника

$$W_{\text{km}} = \frac{I\omega_m^2}{2} = \frac{mgx_cT_0^2\omega_m^2}{8\pi^2}, \quad (5)$$

где момент инерции маятника выражен по формуле (3) через период его колебаний. Из закона сохранения полной механической энергии

$$W = W_k + W_p = W_{\text{km}} = W_{\text{pm}} = \text{const}$$

можно найти максимальную угловую скорость маятника при прохождении им положения равновесия  $\omega_m = 2\pi\varphi_m / T_0$ .

### ***Указания по подготовке к работе***

Занесите в протокол таблицу 2.1 для записи результатов наблюдений времени десяти полных колебаний маятника. Занесите в протокол таблицу 2.2 для записи однократно измеряемых в опыте величин.

Таблица 2.1

	1	2	...	5	$\theta$
$t, \text{с}$					

Таблица 2.2

$l$	$d$	$D_1 = D_2$	$h_1 = h_2$	$m$	$\rho$	$x_c$	$x_1$	$x_2$	$x_3$

### ***Указания по проведению наблюдений***

1. Убедитесь, что стержень маятника параллелен вертикальной стойке кронштейна. Если это не соблюдается, выровняйте основание маятника.

2. Запишите в Таблицу 2.2 протокола наблюдений с панели установки массу маятника  $m$ , длину  $l$  и диаметр  $d$  стержня, диаметры  $D_1, D_2$  и толщины  $h_1, h_2$  дисков, плотность материал  $\rho$ , из которого изготовлены элементы маятника.
3. Подвесьте маятник за призму  $P_0$  (см. рис 2.1). Измерьте относительно вершины призмы  $P_0$  положения центров масс  $x_1, x_2$  дисков и середины  $x_3$  стержня. Результаты измерений запишите в Таблицу 2.2.
4. Положите маятник на круглый карандаш или на ребро чертежной линейки, имеющей форму треугольной призмы, и найдите положение  $x_c$  центра масс маятника (точку его равновесия). Его положение относительно вершины призмы  $P_0$  запишите в Таблицу 2.2.
5. Подвесьте оборотный маятник на призме  $P_0$ . Отклоните маятник на угол, составляющий примерно  $5^\circ$  – это соответствует совпадению образующей верхнего диска маятника с вертикальной кромкой линейки кронштейна. С помощью чертежного треугольника и линейки шкалы на стойке кронштейна определите (однократно) катеты треугольника для угла отклонения маятника  $\varphi_m \approx \text{tg}\varphi_m$ . Отпустите маятник и измерьте с помощью секундомера время, за которое маятник совершает  $n = 10$  полных колебаний. Запишите время колебаний  $t$  в Таблицу 2.1 протокола наблюдений. Повторите эти измерения 5 раз.
6. Запишите приборную погрешность измерения времени в протокол.

### ***Задание по обработке результатов эксперимента***

1. Рассчитайте по Таблице 2.1 протокола время  $n = 10$  колебаний маятника  $t = \bar{t} \pm \Delta\bar{t}$  с  $P = 95\%$ .
2. Рассчитайте период  $T = t / n$  колебаний маятника  $T_0 = \bar{T}_0 \pm \Delta\bar{T}_0$  с  $P = 95\%$ .
3. Рассчитайте по формуле (3) момент инерции маятника  $I = \bar{I} \pm \Delta\bar{I}$  с  $P = 95\%$  относительно оси подвеса.
4. Используя измеренные значения параметров  $x_c$  и  $\varphi_m$  в пп. 4 и 5 указаний по выполнению наблюдений, рассчитайте по формуле (4) полную механическую энергию маятника  $W = W_{\text{pm}}$ .
5. Рассчитайте приведенную длину маятника  $l_0 = I / mx_c = gT_0^2 / 4\pi^2$ .

6. Используя данные Таблицы 2.2 протокола, рассчитайте массы  $m_1, m_2$  дисков маятника и его стержня  $m_3$ . Для проверки правильности расчетов сопоставьте сумму этих масс  $m = \sum m_i$  с полной массой маятника  $m$  в Таблице 2.
7. Используя п. 6 и данные Таблицы 2.2 протокола наблюдений, рассчитайте положение центра масс маятника  $x_c$  и сопоставьте его со значением определенным экспериментально и занесенным в Таблицу 2.2.
8. Используя данные Таблицы 2.2 и п. 6 данного раздела, рассчитайте по теореме Штейнера моменты инерции каждого из тел составного маятника и его полный момент инерции  $I = \sum I_i$ . Сопоставьте его значение с определенным экспериментально в п. 3.

### ***Контрольные вопросы***

1. Какие колебания называют гармоническими? Объясните смысл требования малости угловой амплитуды колебаний маятника.
2. Какой маятник называют физическим, а какой математическим? Что такое приведенная длина физического маятника? Как ее определить экспериментально?
3. Дайте определение центра масс системы тел.
4. Дайте определение моментов инерции материальной точки и составного тела.
5. Сформулируйте методику измерений, используемую в лабораторной работе, и опишите лабораторную установку.
6. Сформулируйте теорему Штейнера.
7. Одинаковы или различны угловые и линейные ускорения и скорости различных точек маятника в фиксированный момент времени при его колебаниях.
8. Какие законы используются для описания колебаний физического маятника?
9. Напишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний осциллятора и его решение и объясните физический смысл величин, входящих в это уравнение.