

LAPORAN TUGAS 2 SHOCK CAPTURING

AE6010 CFD 2



Muhammad Nauval Hamzah

23620024

PROGRAM STUDI TEKNIK DIRGANTARA

FAKULTAS TEKNIK MESIN DAN DIRGANTARA

2021

1. Persamaan Atur dan Diskritisasi

Persamaan atur untuk aliran quasi one dimensional terdapat dalam bentuk konservatif dan non-konservatif. Dalam tugas ini, persamaan atur yang digunakan ada dalam bentuk non-dimensional conservation form. Persamaan continuity, momentum, dan energi ditunjukkan pada persamaan di bawah

$$\boxed{\frac{\partial(\rho' A')}{\partial t'} + \frac{\partial(\rho' A' V')}{\partial x'} = 0} \quad (1.1)$$

$$\boxed{\frac{\partial(\rho' A' V')}{\partial t'} + \frac{\partial[\rho' A' V'^2 + (1/\gamma)p' A']}{\partial x'} = \frac{1}{\gamma} p' \frac{\partial A'}{\partial x'}} \quad (1.2)$$

$$\boxed{\frac{\partial \left[\rho' \left(\frac{e'}{\gamma-1} + \frac{\gamma}{2} V'^2 \right) A' \right]}{\partial t'} + \frac{\partial \left[\rho' \left(\frac{e'}{\gamma-1} + \frac{\gamma}{2} V'^2 \right) V' A' + p' A' V' \right]}{\partial x'}} = 0 \quad (1.3)$$

Ketiga persamaan atur bisa diubah menjadi bentuk solution vector U, Flux F, dan source J, yang masing masing didefinisikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} U_1 &= \rho' A' & F_1 &= \rho' A' V' \\ U_2 &= \rho' A' V' & F_2 &= \rho' A' V'^2 + \frac{1}{\gamma} p' A' \\ U_3 &= \rho' \left(\frac{e'}{\gamma-1} + \frac{\gamma}{2} V'^2 \right) A' & F_3 &= \rho' \left(\frac{e'}{\gamma-1} + \frac{\gamma}{2} V'^2 \right) V' A' + p' A' V' \\ & & J_2 &= \frac{1}{\gamma} p' \frac{\partial A'}{\partial x'} \end{aligned}$$

Tetapi, untuk kestabilas selama perhitungan, Flux F dijadikan sebagai fungsi dari U, sehingga nilai F menjadi sebagai berikut

$$F_1 = U_2 \quad F_2 = \frac{U_2^2}{U_1} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \left(U_3 - \frac{\gamma}{2} \frac{U_2^2}{U_1} \right) \quad F_3 = \gamma \frac{U_2 U_3}{U_1} - \frac{\gamma(\gamma-1)}{2} \frac{U_2^3}{U_1^2}$$

Persamaan atur dapat disusun ulang dalam bentuk compact sebagai berikut

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial U_1}{\partial t'} &= - \frac{\partial F_1}{\partial x'} \\ \frac{\partial U_2}{\partial t'} &= - \frac{\partial F_2}{\partial x'} + J_2 \\ \frac{\partial U_3}{\partial t'} &= - \frac{\partial F_3}{\partial x'} \end{aligned}}$$

Solusi numerik akan memberikan nilai U_1 , U_2 , dan U_3 padahal nilai yang diinginkan biasanya dalam bentuk varabel primitif (P,T,V, dll). Untuk mendapatkan kembali nilai variabel primitif,

dapat dilakukan dengan melakukan decode terhadap U_1 , U_2 , dan U_3 dengan persamaan di bawah

$$\begin{aligned}\rho' &= \frac{U_1}{A'} & T' &= e' = (\gamma - 1) \left(\frac{U_3}{U_1} - \frac{\gamma}{2} V'^2 \right) \\ V' &= \frac{U_2}{U_1} & p' &= \rho' T'\end{aligned}$$

Dalam menggunakan teknik MacCormack, terdapat predictor dan corrector value. Predictor value didapat dengan persamaan berikut

$$\bar{U}_i^{t'+\Delta t'} = (U)_i^{t'} + \left(\frac{\partial U}{\partial t'} \right)_i^{t'} \Delta t'$$

Nilai suku pertama di sebelah kanan didapat dari nilai U pada time step sebelumnya, atau nilai awal pada perhitungan pertama. Turunan U terhadap waktu didapat dari perhitungan gradien terhadap ruang dari F , seperti pada bentuk compact persamaan atur. Kemudian nilai corrector didapat dengan persamaan

$$U_i^{t'+\Delta t'} = U_i^{t'} + \left(\frac{\partial U}{\partial t'} \right)_{av} \Delta t'$$

Nilai suku pertama di sebelah kanan didapat dari nilai U pada time step sebelumnya, atau nilai awal pada perhitungan pertama, turunan U terhadap waktu average, adalah rata rata nilai turunan yang didapat dari F predictor dan corrector.

Untuk mendeteksi adanya shockwave pada aliran, diperlukan artificial viscosity. Artificial viscosity akan mendeteksi daerah dengan perbedaan tekanan yang besar. Tetapi ini juga berefek menambah mass flow pada hasil perhitungan. Artificial viscosity ditambahkan pada perhitungan U predictor maupun corrector. Artificial viscosity didefinisikan sebagai berikut

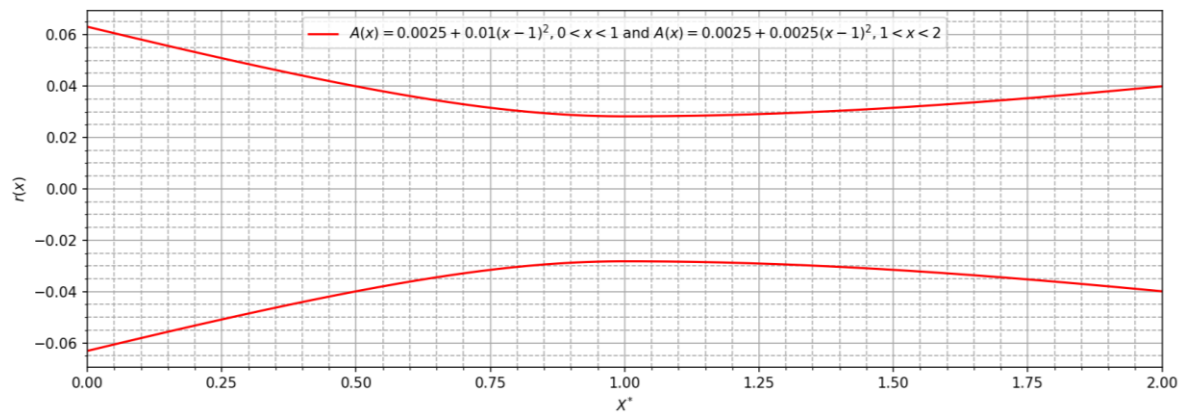
$$\begin{aligned}S_i^{t'} &= \frac{C_x |(p')_{i+1}^{t'} - 2(p')_i^{t'} + (p')_{i-1}^{t'}|}{(p')_{i+1}^{t'} + 2(p')_i^{t'} + (p')_{i-1}^{t'}} (U_{i+1}^{t'} - 2U_i^{t'} + U_{i-1}^{t'}) \\ (\bar{U}_1)_i^{t'+\Delta t'} &= (U_1)_i^{t'} + \left(\frac{\partial U_1}{\partial t'} \right)_i^{t'} \Delta t' + (S_1)_i^{t'} \\ (U_1)_i^{t'+\Delta t'} &= (U_1)_i^{t'} + \left(\frac{\partial U_1}{\partial t} \right)_{av} \Delta t' + (\bar{S}_1)_i^{t'}\end{aligned}$$

2. Geometri

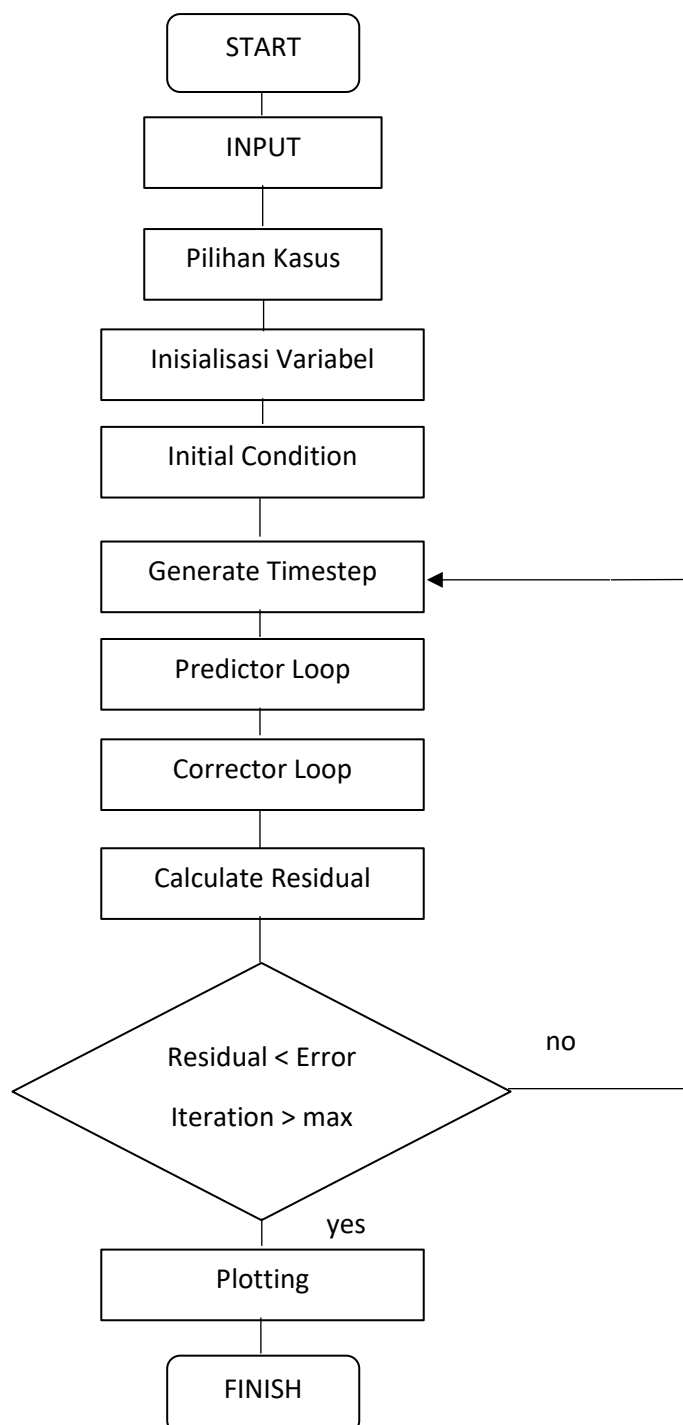
Geometri convergent divergent duct menggunakan 2 persamaan parabolik, yang didefinisikan sebagai

$$\begin{aligned}A(x) &= 0.0025 + 0.01(x-1)^2 \\ A(x) &= 0.0025 + 0.0025(x-1)^2\end{aligned}$$

Potongan convergent divergent duct pada arah penampang aksial ditunjukkan pada gambar di bawah.



3. Algoritma

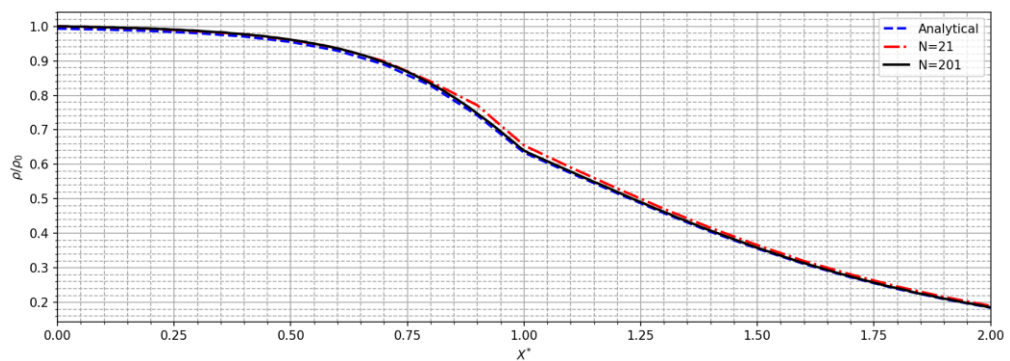


Masukkan Input seperti jumlah titik, panjang duct, error, iterasi maksimum dan kondisi batas di inlet yaitu density dan temperatur. Selanjutnya pemilihan kasus, apakah isentropik atau non-isentropik. Jika kasus yang dipilih isentropik, tekanan keluar langsung diset menjadi 0. Jika kasus yang dipilih non isentropik, perlu diinput tekanan keluar yang nilainya antara 0.1 sampai 0.9. Selanjutnya proses inialisasi variabel dan initial condition. Lalu dihitung timestep, dengan mengambil nilai timestep terkecil dari tiap iterasi. Selanjutnya menuju ke proses perhitungan predictor dan corrector, dan decode ke variabel primitif. Variabel primitif dibandingkan dengan nilai pada iterasi sebelumnya untuk menghitung residual. Jika nilai residual seluruh variabel kurang dari error, atau iterasi sudah mencapai iterasi maksimum. Selanjutnya hasil perhitungan ditampilkan dalam plot.

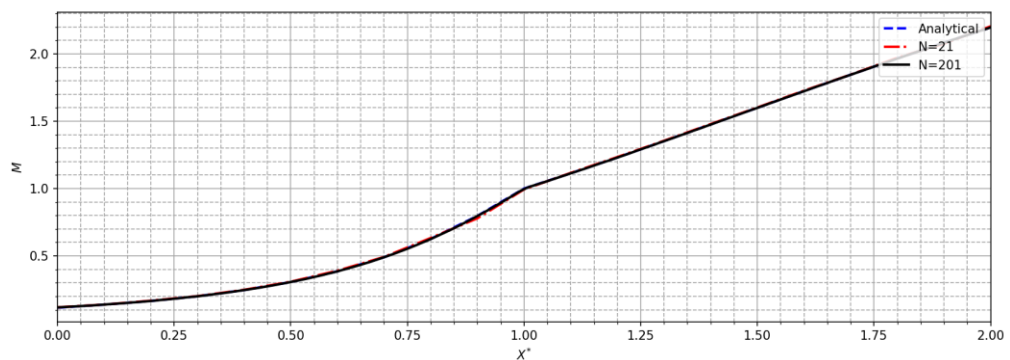
4. Hasil dan Pembahasan

Perhitungan dilakukan dengan 2 jumlah titik yang berbeda, yaitu 21 dan 201 titik. Kemudian dilakukan dengan 2 kasus yang berbeda, yaitu isentropik dan non isentropik dengan tekanan keluar 0.8 tekanan inlet. Hasil perhitungan isentropik ditunjukkan pada gambar di bawah

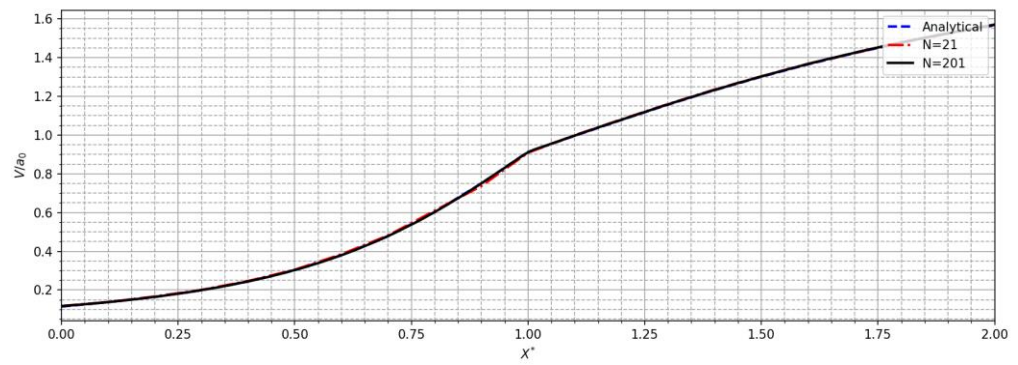
Density



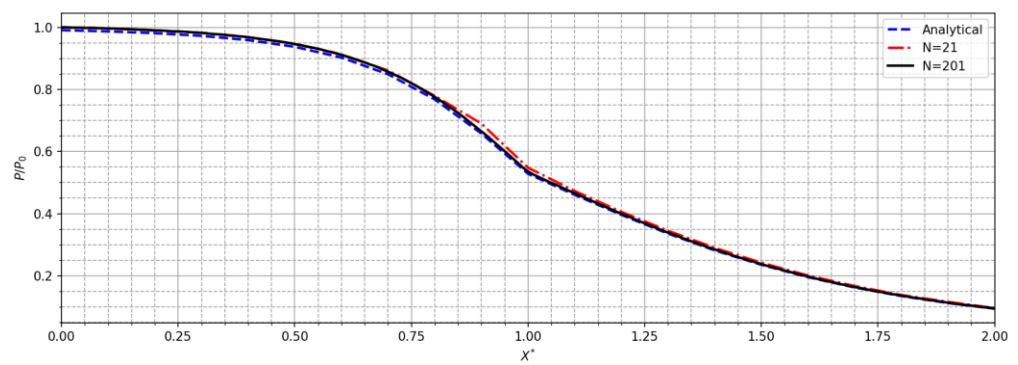
Mach Number



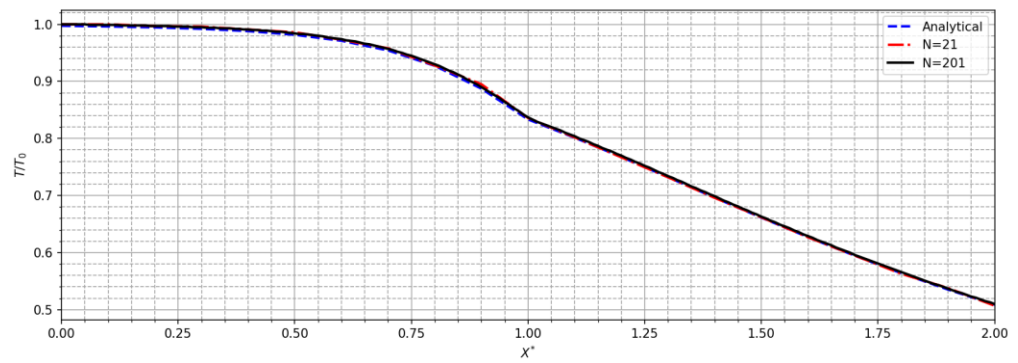
Velocity



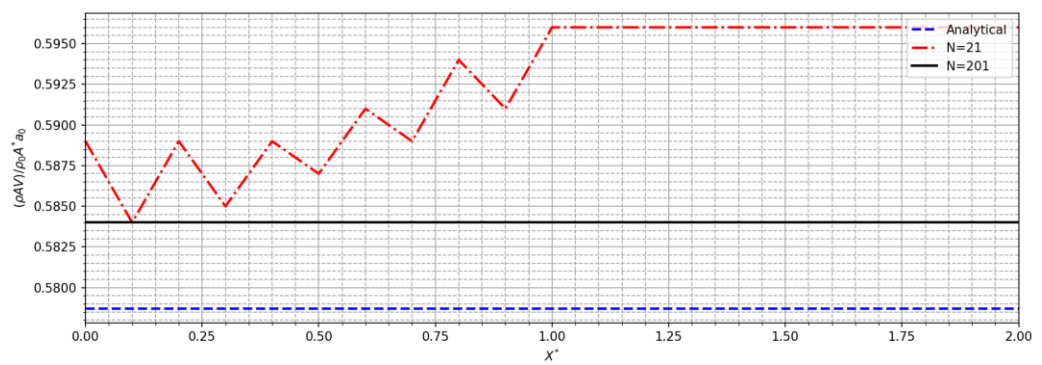
Pressure



Temperature



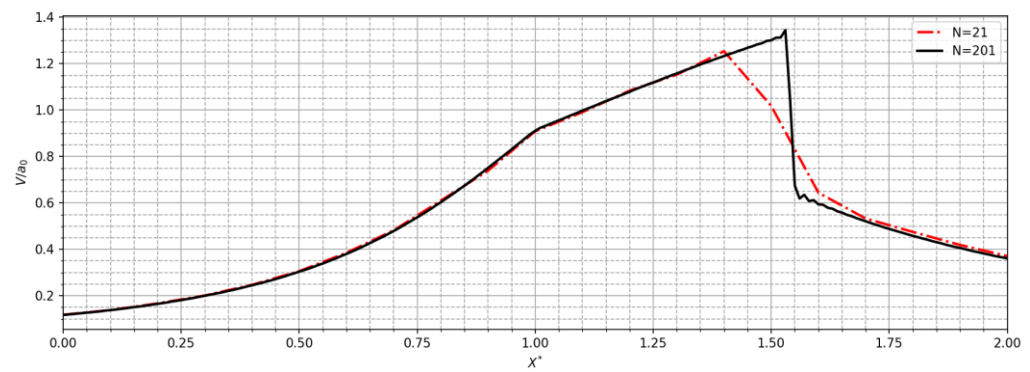
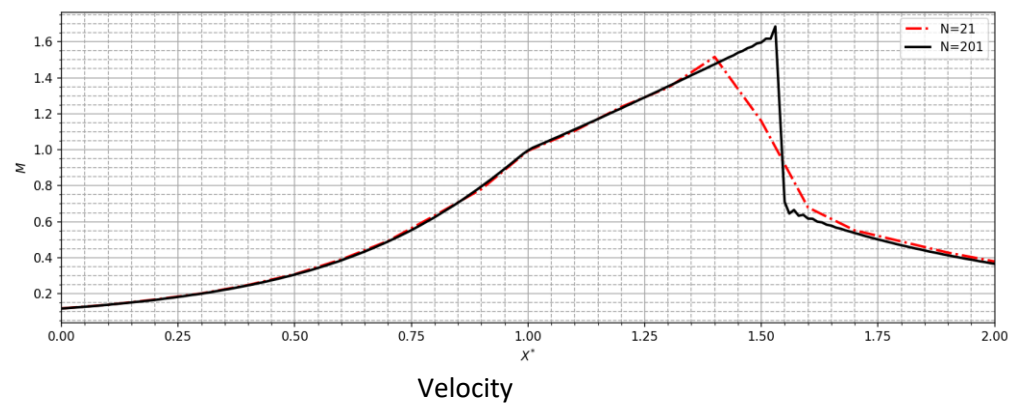
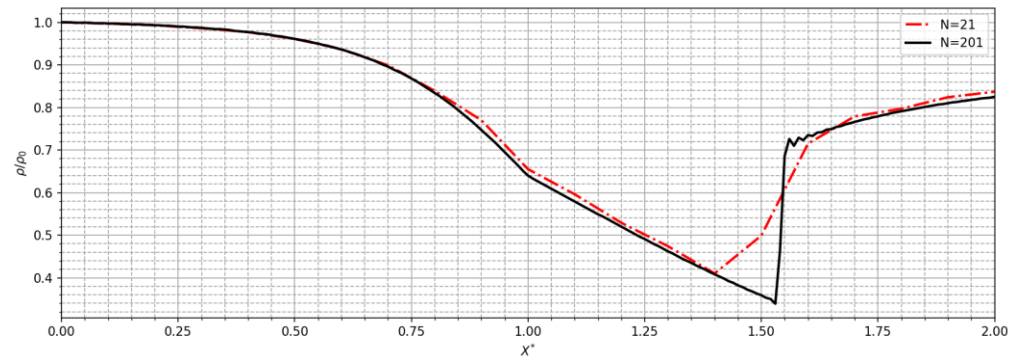
Mass Flow rate

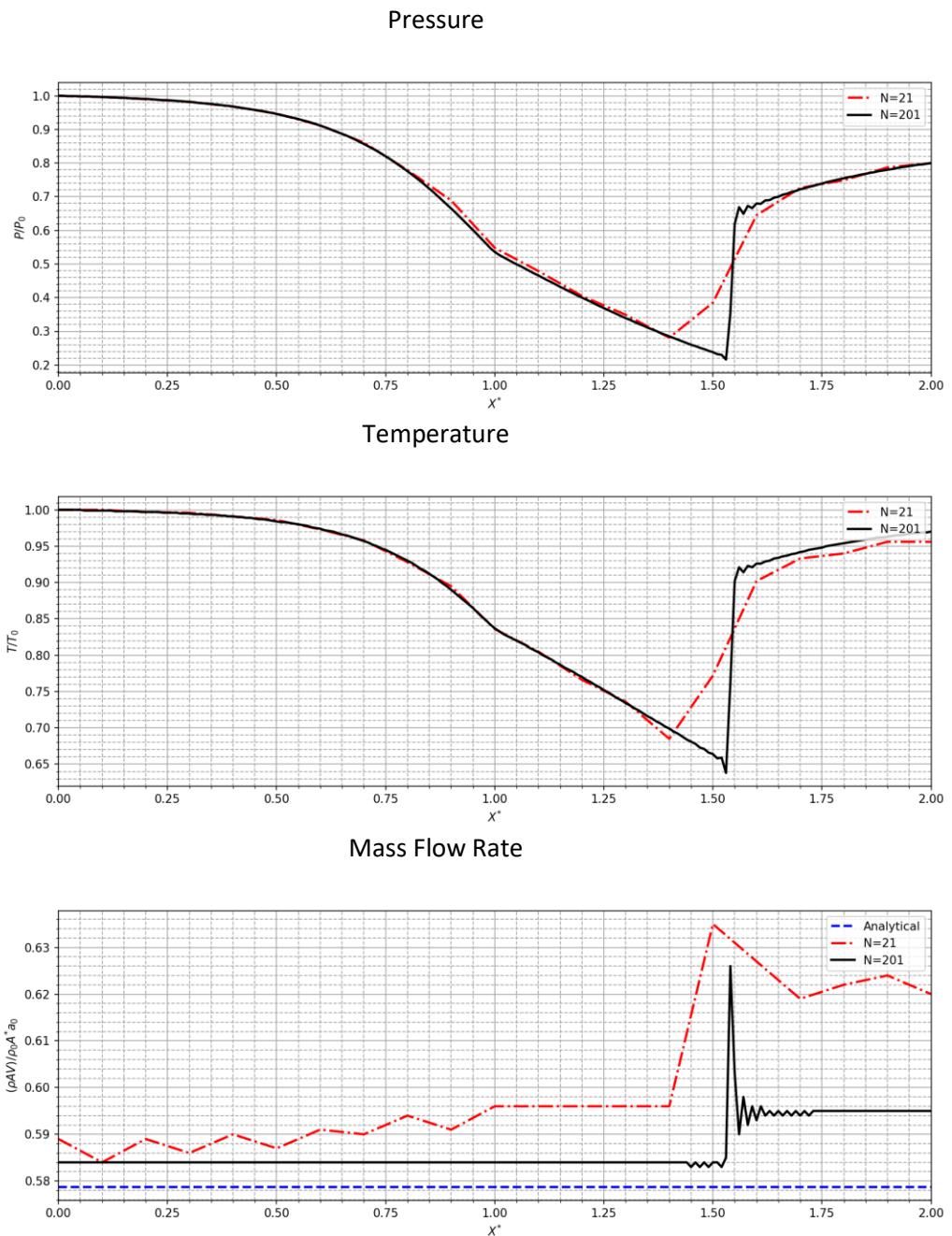


Variabel primitif memiliki nilai yang sama antara jumlah titik 21, jumlah titik 201, dan hasil perhitungan analitik. Sementara pada mass flow rate, nilainya berbeda antara jumlah titik

21, 201, dan nilai perhitungan analitik. Jumlah titik 201 memberi mass flow rate yang paling mendekati perhitungan analitik, nilainya pun stabil dari inlet sampai outlet. Sementara itu, jumlah titik 21 memberi mass flow rate yang nilainya lebih besar dari nilai analitik, nilainya pun tidak stabil pada daerah konvergen.

Selanjutnya dilakukan perhitungan pada kasus non isentropik dengan hasil sebagai berikut





Pada variabel primitif, terdapat sedikit perbedaan antara jumlah titik 21 dan jumlah titik 201. Perbedaan hanya ada pada daerah sekitar shock. Lokasi shock pun agak berbeda antara titik 21 dan titik 201. Pada jumlah titik 21, titik shock ada di sekitar $X=1.4$. Sementara pada jumlah titik 201, titik shock ada di sekitar $X=1.5$. Kemudian pada perbandingan mass flow rate, kasus dengan jumlah titik lebih besar lebih mendekati nilai analitik. Nilai pada jumlah titik lebih besar juga relatif stabil, kecuali pada daerah shock. Penambahan ini akibat suku artificial viscosity. Pada jumlah titik 21, nilai variabel pada daerah konvergen tidak stabil.