



#SinLímites

www.upb.edu.co



Nombre: Daniela Montes Zuluaga

ID: 000498614

Nombre del profesor: Juan Humberto Serna

Observaciones para tener en cuenta:

La duración máxima del examen es de 1h 40 min. Recuerde escribir en detalle todos los procedimientos matemáticos que se realicen. No se permite el uso de notas o ayudas nemotécnicas, ni el uso de celulares durante la prueba; estos deben estar por sugerencia, apagados. Tampoco se permite intercambiar implementos de trabajo; sacar hojas con resúmenes, ejemplos o fórmulas, ni hacer preguntas durante la prueba. Durante el examen se permite el uso de calculadora sencilla (no programable). Debe marcar y devolver el tema del examen y colocar el nombre de su profesor.

1. Un bateador de beisbol golpea la bola a una altura $H = 0.85 \text{ m}$ respecto al suelo; de modo que adquiere una rapidez de $v_0 = 15 \text{ m/s}$, haciendo un ángulo $\theta = 27^\circ$ respecto a la horizontal, tal como se muestra en la figura 1. Un segundo jugador, parado a la derecha del bateador a una distancia $d = 30 \text{ m}$, y en el mismo plano de la trayectoria de la pelota, corre hacia éste, en el mismo instante en que golpea la bola. Si el segundo jugador, corriendo con una velocidad constante, atrapa la pelota a una altura $h = 1.9 \text{ m}$ respecto al suelo, entonces:
 - a. (5%) Haga un diagrama indicando el sistema de referencia empleado para la solución del problema.
 - b. (10%). Escriba las condiciones iniciales del problema y calcule las ecuaciones cinemáticas tanto para la pelota como para el segundo jugador.
 - c. (10%). Calcule la velocidad mínima que debe tener el segundo jugador y la distancia que recorre para lograr atrapar la pelota con las condiciones dadas en el problema.

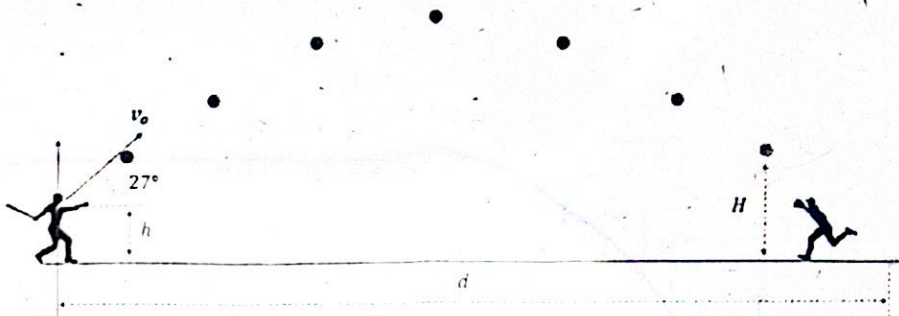


Figura 1.

2. Sobre un cuerpo de masa $m = 3 \text{ kg}$ actúa una fuerza \vec{F} dada por $\vec{F} = \left(-\frac{6}{t^3}\right)\hat{j}$ donde t es tiempo. Suponiendo que el cuerpo tiene una velocidad inicial dada por $\vec{v}_0 = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m/s}$ calcular:
- (10%) Las condiciones iniciales y las ecuaciones cinemáticas del cuerpo.
 - (10%) Obtenga la ecuación de la trayectoria para esta partícula.
 - (5%) Para el tiempo $t = \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ s}$ calcule la velocidad y la posición del cuerpo.
3. Los tres bloques que se muestran en la figura 2 están conectados por medio de cuerdas ideales que pasan por poleas sin fricción. Asumiendo que la magnitud de la aceleración del sistema es de $a = 2.35 \text{ cm/s}^2$, que las superficies son rugosas y que las masas son $M_1 = 10 \text{ kg}$, $M_2 = 3 \text{ kg}$ y $M_3 = 3 \text{ kg}$, calcule:
- (5%) Ecuaciones dinámicas
 - (10%) Las tensiones en las cuerdas
 - (10%) El coeficiente de fricción cinético entre los bloques y las superficies (supóngase la misma μ_k para ambos bloques)

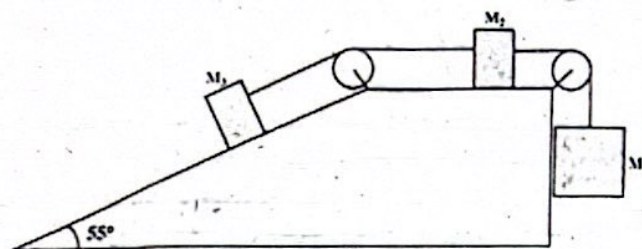


Figura 2.

4. (25%) Laboratorio.

Algunas ecuaciones y constantes:

$$\vec{F} = m\vec{a}; \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}; \quad a_x = v_x \frac{dv_x}{dx}; \quad a_y = v_y \frac{dv_y}{dy}; \quad a_z = v_z \frac{dv_z}{dz}; \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}; \quad |\vec{g}| = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \quad \vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k};$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j} + v_z(t)\hat{k}; \quad \vec{a}(t) = a_x(t)\hat{i} + a_y(t)\hat{j} + a_z(t)\hat{k}; \quad F_f = \mu N; \quad \vec{a}_N = \frac{v^2}{R} \hat{n}; \quad \vec{W} = m\vec{g};$$

Nombre: Daniela Montes zuluaga

Fecha:

Profesor: Juan Humberto Serna

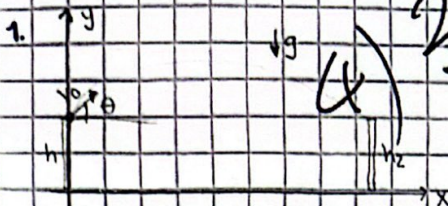
Materia: Física Mecánica

Institución: ID: 000498614

Curso:

Nota:

4.5

22
25

$$\vec{a} = (0\hat{i} - g\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m/s}^2$$

$$\vec{v}_0 = (v_0 \cos \theta \hat{i} + v_0 \sin \theta \hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m/s}$$

$$\vec{r}_0 = (0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m}$$

$$\vec{v}_0 = (13.365\hat{i} + 6.809\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m/s}$$

$$\vec{r}_0 = (0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m}$$

Jugador

$$\vec{v}_0 = (-v_0 \hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m/s}$$

$$\vec{r}_0 = (0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m}$$

$$\vec{v}_0 = (-v_0 \hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m/s}$$

$$\vec{r}_0 = (0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m}$$

Pelota

$$0\hat{i} - g\hat{j} + 0\hat{k} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$v_x = v_{0x}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0$$

$$v_z = 0$$

$$\vec{v}(t) = (v_0 \cos \theta \hat{i} + (v_0 \sin \theta - gt)\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m/s}$$

$$v_0 \cos \theta \hat{i} + (v_0 \sin \theta - gt)\hat{j} + 0\hat{k} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \cos \theta$$

$$x = v_0 \cos \theta t$$

$$\frac{dy}{dt} = v_0 \sin \theta - gt$$

$$y = v_0 \sin \theta t - \frac{gt^2}{2} + h$$

$$\frac{dz}{dt} = 0$$

$$z = 0$$

$$\vec{r}(t) = (v_0 \cos \theta t \hat{i} + (v_0 \sin \theta t - \frac{gt^2}{2} + h)\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m}$$

Jugador

$$0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$v_x = -v_0$$

$$\frac{dv_y}{dt} = 0$$

$$v_y = 0$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0$$

$$v_z = 0$$

$$\vec{v}(t) = (-v_0 \hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) \text{ m/s}$$

$$-v_0 \hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

$$\frac{dx}{dt} = -v_0$$

$$x = -v_0 t + d$$

$$\frac{dy}{dt} = 0$$

$$y = 0$$

$$\frac{dz}{dt} = 0$$

$$z = 0$$

$$\vec{r}(t) = (-v_0 t + d)\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$1.9 = \frac{6.809 - 9.8t^2 + 0.85}{2}$$

$$9.8t^2 = 6.809 + 0.85 - 1.9$$

$$t = \sqrt{\frac{2(5.759)}{9.8}} = 1.08s$$

$$r_x = (12.365)(1.08) = 14.434m$$

$$14.434 = v_0(1.8) + 30$$

$$v_0 = \frac{14.434 - 30}{1.8} = -8.643 m/s$$

$$r_x = 30 - 14.34 = 15.66m \rightarrow \text{distancia recorrida}$$

2. $\vec{F} = m\vec{a}$
 $-6\hat{j} = (3kg)\vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{-6\hat{j}}{3kg} = \frac{-2\hat{j}}{1s^2}$$

$$\vec{a} = (0\hat{i} - 2\hat{j} + 0\hat{k}) m/s^2$$

$$\vec{v}_0 = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k}) m/s$$

$$\vec{r}_0 = (0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}) m$$

$$0\hat{i} - 2\hat{j} + 0\hat{k} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -2$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0$$

$$v_x = 2$$

$$v_y = 3 + t^2$$

$$v_z = 0$$

$$\vec{v}(t) = (2\hat{i} + (3 + t^2)\hat{j} + 0\hat{k}) m/s$$

$$2\hat{i} + (3 + t^2)\hat{j} + 0\hat{k} = \frac{dr_x}{dt}\hat{i} + \frac{dr_y}{dt}\hat{j} + \frac{dr_z}{dt}\hat{k}$$

$$\frac{dr_x}{dt} = 2$$

$$\frac{dr_y}{dt} = (3 + t^2)$$

$$\frac{dr_z}{dt} = 0$$

$$r_x = 2t$$

$$r_y = 3t + \frac{t^3}{3}$$

$$r_z = 0$$

$$\vec{r}(t) = (2t\hat{i} + (3t + \frac{t^3}{3})\hat{j} + 0\hat{k}) m$$

$$\rightarrow t = 0.577$$

$$\vec{v}(0.577) = (2\hat{i} + 6.003\hat{j} + 0\hat{k}) m/s$$

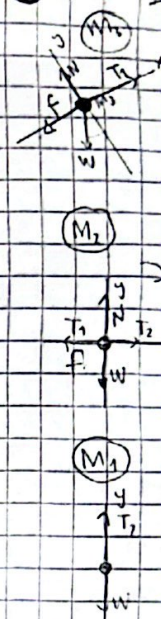
$$\vec{r}(0.577) = (1.154\hat{i} - 0.002\hat{j} + 0\hat{k}) m$$

6. $x = 2t$
 $t = \frac{x}{2}$

$$y = 2t - \frac{1}{t}$$

$$y(x) = \frac{3x}{2} - \frac{2}{x}$$

2.



$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = (10kg)(9.8)$$

$$W_2 = (20kg)(9.8)$$

$$W_2 = (20kg)(9.8)$$

$$W_2 = (20kg)(9.8)$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

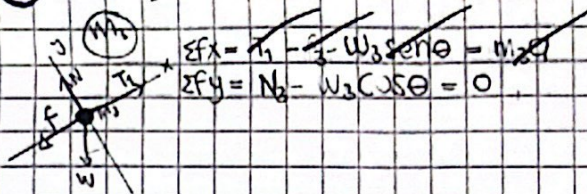
$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

$$T_2 = M_1 g + T_3$$

2)

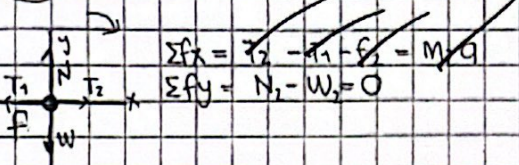


$$\sum F_x = T_1 - T_2 - W_3 \sin \theta = M_3 a$$

$$\sum F_y = N_3 - W_3 \cos \theta = 0$$

$$a = 2.35 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0.0235 \text{ m/s}^2$$

M2

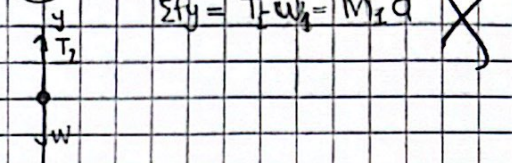


$$\sum F_x = T_2 - T_1 - W_2 \sin \theta = M_2 a$$

$$\sum F_y = N_2 - W_2 \cos \theta = 0$$

20
52

M1



$$\sum F_y = T_1 - W_1 = M_1 a$$

$$T_2 = M_2 a + W_2$$

$$T_2 = (10 \text{ kg})(0.0235 \text{ m/s}^2) + (98 \text{ N}) = 98.235 \text{ N} \Rightarrow T_2$$

$$W_3 = (3 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 29.4 \text{ N}$$

$$N_3 = (29.4 \text{ N})(\cos 55) = 16.863 \text{ N}$$

$$W_2 = (3 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 29.4 \text{ N}$$

$$N_2 = 29.4 \text{ N}$$

$$T_1 - \mu N_3 - W_3 \sin \theta = M_3 a$$

$$T_2 - T_1 - \mu N_2 = M_2 a$$

$$T_2 - \mu N_3 - \mu N_2 - W_3 \sin \theta = a(M_3 + M_2)$$

$$\mu = \frac{a(M_3 + M_2) + W_3 \sin \theta - T_2}{(-N_3 - N_2)}$$

$$\mu = \frac{(0.0235 \text{ m/s}^2)(6 \text{ kg}) + (29.4 \text{ N}) \sin(55) - 98.235 \text{ N}}{(-16.863 \text{ N} - 29.4 \text{ N})} = 1.599 \Rightarrow \mu$$

$$T_1 = M_2 a + T_2 - T_1$$

$$-T_1 = (3 \text{ kg})(0.0235 \text{ m/s}^2) + (1.599)(29.4 \text{ N}) - 98.235 = -61.1639$$

$$T_1 = 51.1589 \text{ N}$$