



Introducción a la Estimación por Máxima Verosimilitud

Sergio M. Nava Muñoz nava@cimat.mx CIMAT

2025-06-01

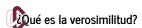


 $CIMA \\ Tht roducir el concepto de máxima vero similitud (MLE)$

- Aplicar MLE a modelos de tiempo de supervivencia
- Usar R para estimar parámetros en presencia de censura
- Interpretar estimaciones y su relación con funciones de supervivencia



- ¿Qué es la verosimilitud?Caso con censura
- Ejemplo: distribución exponencial
- Derivación del estimador MLE
- Código R: estimación con censura • Comparación con SUCVCEG
- ¿Dónde está en Survreg ()?
- Interpretación de resultados
- Actividad práctica
- Conclusiones
- Lecturas recomendadas



CIMAEs una función que mide **cuán probable** es observar los datos dados ciertos parámetros. Este enfoque es introducido en Moore (2016) como base para la estimación paramétrica en supervivencia.

• Dado un modelo con función de densidad , la **verosimilitud** para un conjunto de datos es:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i; \theta)$$

- Se busca el valor que \max imiza o, más comúnmente, θ $L(\theta)$

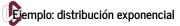


CIMA si hay censura, se observa:

- Tiempo
- ullet Indicad $\overset{t_i}{o}$ si ocurrió el evento, si censurado
- La función de verosimilitud se ajusta:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} [f(t_i; \theta)]^{\delta_i} [S(t_i; \theta)]^{1-\delta_i}$$
n & Moeschberger (2003) como parte de la teoría general

 $L(\theta) = \prod_{i=1}^n [f(t_i;\theta)]^{\delta_i} [S(t_i;\theta)]^{1-\delta_i}$ Este desarrollo puede encontrarse también en Klein & Moeschberger (2003) como parte de la teoría general de modelos paramétricos en supervivencia.



CIMA Supón , entonces: $T \sim \operatorname{Exp}(\lambda)$

- $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$
- Verosimilitud con censura:

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} [\lambda e^{-\lambda t_i}]^{\delta_i} [e^{-\lambda t_i}]^{1-\delta_i} = \lambda^d e^{-\lambda \sum t_i}$$

• , número de eventos $d = \sum \delta_i$

CIMPara una discusión general sobre el principio de máxima verosimilitud, véase Casella & Berger (2002)

• Log-verosimilitud:

• Derivando e igualando a 0:

$$\ell(\lambda) = d\log \lambda - \lambda \sum t_i$$

$$\frac{d}{d\lambda}\ell(\lambda) = \frac{d}{\lambda} - \sum t_i = 0 \Rightarrow \hat{\lambda} = \frac{d}{\sum t_i}$$

comparación con survreg

CIMAT library(survival)

2 fit <- survreg(Surv(tt, status) ~ 1, dist = "exponential")

3 summary(fit)

Call: survreg(formula = Surv(tt, status) \sim 1, dist = "exponential") Value Std. Error z p (Intercept) 2.303 0.577 3.99 6.7e-05 Exponential distribution Loglik(model)= -9.9 Loglik(intercept only)= -9.9 Number of Newton-Raphson Iterations: 4 n= 6 $\,$

La estimación se relaciona con λ̂

Código R: estimación con censura

```
3
4 d <- sum(status)
5 suma_t <- sum(tt)
6 lambda_hat <- d / suma_t
7 lambda_hat
```

Dónde está en survreg ()?

• El modelo AFT estima:

 $\log(T) = \mu + \varepsilon,$ $con \mu = Intercepto$

• Para la distribución exponencial:

lambda_survreg <- exp(-fitscoefficients) (Intercept) 0.1

• Entusalida: Intercept = 2.303 Entonces: $\lambda = e^{-2.303} \approx 0.1$

Interpretación de resultados

CIMATes la tasa de riesgo constante estimada

• Su inverso es la media de supervivencia:

$$E(T) = \frac{1}{\lambda}$$

Actividad práctica

 ${\stackrel{CIM}{\Lambda}}{\stackrel{\Lambda}{S}}{\text{imula un conjunto de datos de supervivencia con censura}$

3. Usa survreg para confirmar



- Las expresiones son simples en modelos paramétricos como el exponencial
- Herramientas de R hacen este proceso accesible

Lecturas recomendadas

CIM, Gasella, G., & Berger, R. L. (2002). Statistical inference (2nd ed.). Duxbury.
Klein, J. P., & Moeschberger, M. L. (2003). Survival analysis: Techniques for censored and truncated data (2nd ed.). Springer.
Moore, D. F. (2016). Applied survival analysis using r (2nd ed.). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-31245-3