

Variograma

Sergio Nava

24/3/2023

Section 1

Introducción al Semivariograma

Introducción al Semivariograma

- El **semivariograma** es una herramienta fundamental en **geoestadística** para medir la dependencia espacial de un conjunto de datos.
- Fue inicialmente utilizado para predecir la presencia de yacimientos de oro y petróleo en Sudáfrica.
- La primera ley de la geografía, formulada por **Waldo Tobler** en 1970, establece que “todas las cosas están relacionadas entre sí, pero las cosas más próximas en el espacio tienen una relación mayor que las distantes”.
- Se utiliza para describir cómo varía la similitud entre puntos en función de la distancia que los separa.
- Su análisis es esencial para la interpolación mediante Kriging y otros métodos espaciales.

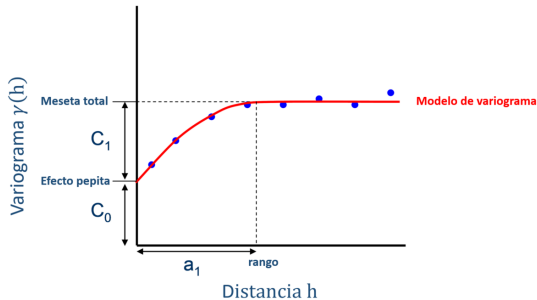


Figure 1: Ejemplo de un semivariograma empírico y su ajuste.

Section 2

Diferencia entre Variograma y Semivariograma

Diferencia entre Variograma y Semivariograma

- **Variograma:** Representa la varianza de las diferencias entre puntos separados por una distancia específica. Se calcula como:

$$2\gamma(h) = \text{Var}[Z(s_i) - Z(s_i + h)] \quad (1)$$

- **Semivariograma:** Es la mitad del variograma y se usa con mayor frecuencia en geoestadística debido a su estabilidad matemática:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(s_i) - Z(s_i + h)] \quad (2)$$

- El semivariograma es más comúnmente utilizado en aplicaciones prácticas ya que facilita el modelado y la interpolación espacial.

Section 3

Parámetros Clave del Semivariograma

Parámetros Clave del Semivariograma

- **Pepita o Nugget** C_0 : Representa una discontinuidad puntual del semivariograma en el origen. Puede deberse a errores de medición o a la escala de la variable observada.
- **Meseta, Umbral o Sill** C_1 : Es la varianza de los datos. Se denota por C_0 o por $C_0 + C_1$ cuando la pepita es diferente de cero. Si el ruido espacial domina sobre la correlación, las predicciones pueden ser poco precisas.
- **Rango o Range**: Es la distancia hasta la cual existe correlación entre los datos. Un rango pequeño sugiere independencia espacial entre los puntos, mientras que un rango más grande indica una estructura espacial más fuerte.

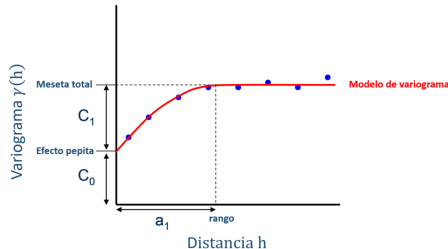


Figure 2: Ilustración de los parámetros clave del semivariograma.

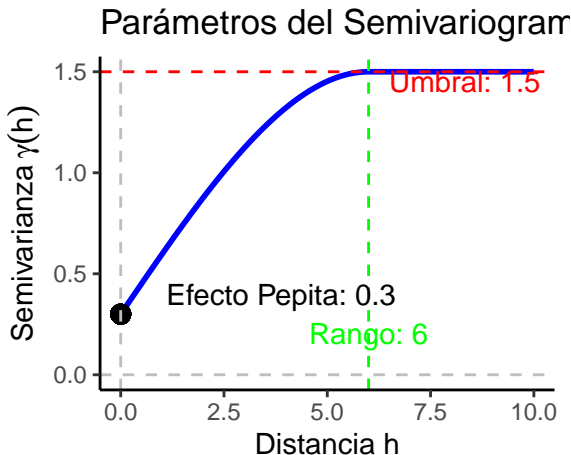


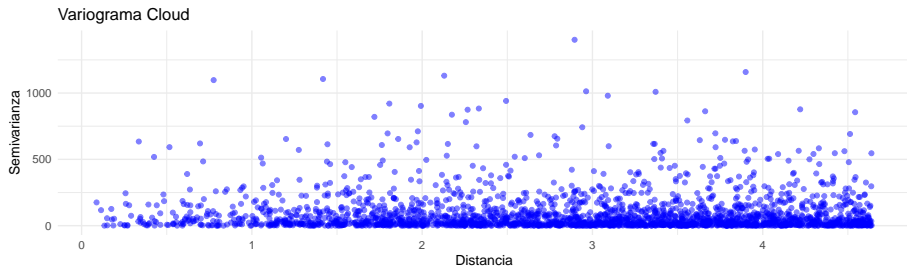
Figure 3: Visualización de los parámetros clave del semivariograma. Se ilustran el umbral (línea roja discontinua), que representa la varianza total del proceso; el rango (línea verde discontinua), que indica la distancia a la que el semivariograma alcanza el umbral; y el efecto pepita (punto negro), que refleja la variabilidad no explicada a escala muy pequeña.

Section 4

Variograma Cloud

Variograma Cloud

- El **variograma cloud** es una herramienta exploratoria en geoestadística que permite visualizar la dispersión de los valores del semivariograma para cada par de puntos.
- En lugar de promediar los valores de semivarianza por intervalos de distancia, muestra cada punto individualmente, lo que ayuda a detectar anomalías o patrones en los datos espaciales.
- Se utiliza para evaluar la presencia de valores atípicos y verificar la estructura de dependencia espacial en los datos.



Section 5

Relación entre el Semivariograma y la Correlación

Relación entre el Semivariograma y la Correlación

- La **función de correlación** describe la similitud entre valores de una variable en diferentes ubicaciones espaciales.
- Existe una relación matemática entre el semivariograma y la función de correlación:

$$\rho(h) = 1 - \frac{\gamma(h)}{\gamma(\infty)} \quad (3)$$

donde:

- $\rho(h)$ es la función de correlación.
- $\gamma(h)$ es el semivariograma.
- $\gamma(\infty)$ es el umbral del semivariograma.
- A medida que la distancia h aumenta, la correlación decrece y el semivariograma se estabiliza en su umbral.
- En un proceso espacial estacionario, la correlación decrece con la distancia de manera similar al crecimiento del semivariograma.

Section 6

Definición del Semivariograma

Definición del Semivariograma

El semivariograma se define matemáticamente como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(s_i) - Z(s_i + h)]^2 \quad (4)$$

Donde:

- $\gamma(h)$ es la semivarianza para una distancia h .
- $N(h)$ es el número de pares de puntos separados por la distancia h .
- $Z(s_i)$ es el valor de la variable en la ubicación s_i .

Section 7

Tipos de Semivariogramas

Semivariograma Empírico

- Se calcula a partir de datos observados.
- Representa la variabilidad espacial en diferentes escalas.

Semivariograma Teórico

- Se modela mediante funciones matemáticas.
- Modelos más comunes:

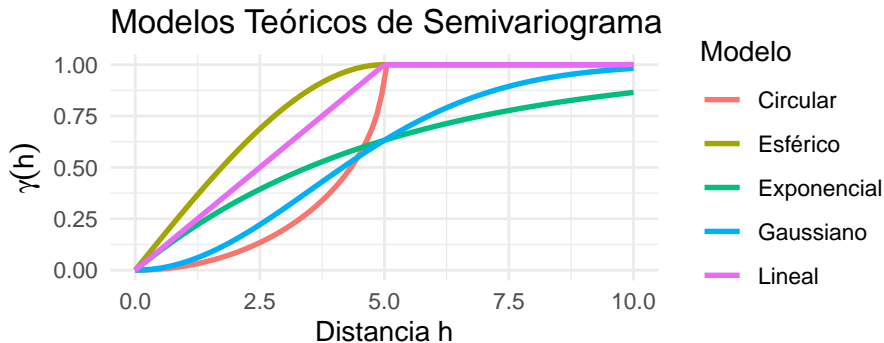
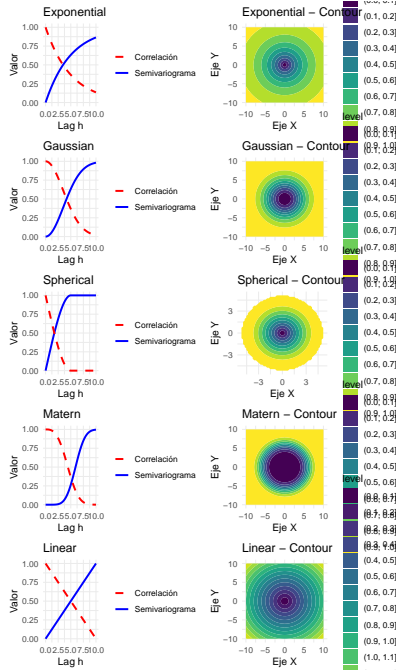


Figure 5: Ejemplo de diferentes modelos teóricos de semivariograma.

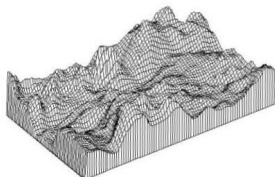


Section 8

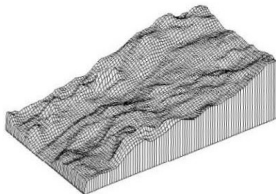
Procesos Estacionarios y No Estacionarios

Procesos Estacionarios y No Estacionarios

- **Estacionarios:** La media y la varianza son constantes a través del espacio.
- **No estacionarios:** Presentan tendencias o patrones en los datos espaciales.



estacionario



No estacionario

Figure 6: Ejemplo de procesos estacionarios y no estacionarios.

- **Estacionarios:** La media y la varianza son constantes a través del espacio.

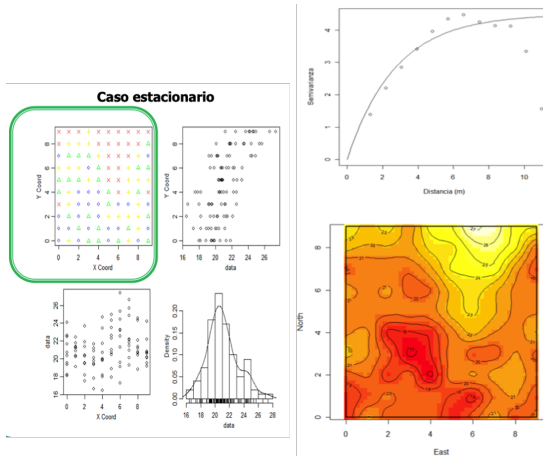


Figure 7: Ejemplo de un proceso estacionario.

- **No estacionarios:** Presentan tendencias o patrones en los datos espaciales.

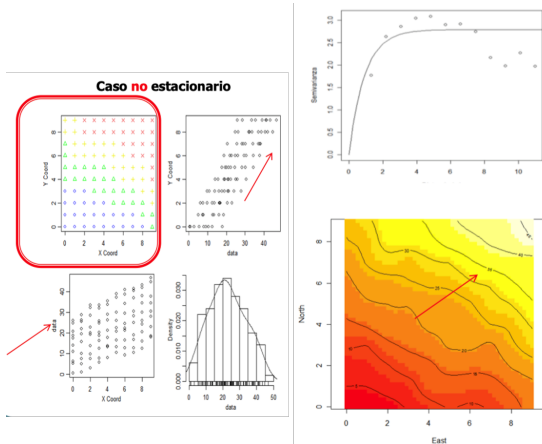


Figure 8: Ejemplo de un proceso no estacionario.

Section 9

Análisis estructural espacial

Análisis estructural espacial

- Determinar la estructura de relación entre los datos mediante el semivariograma.
- Si el semivariograma varía en diferentes direcciones, indica **anisotropía**.
- Si solo depende de la distancia, se considera **isotrópico**.

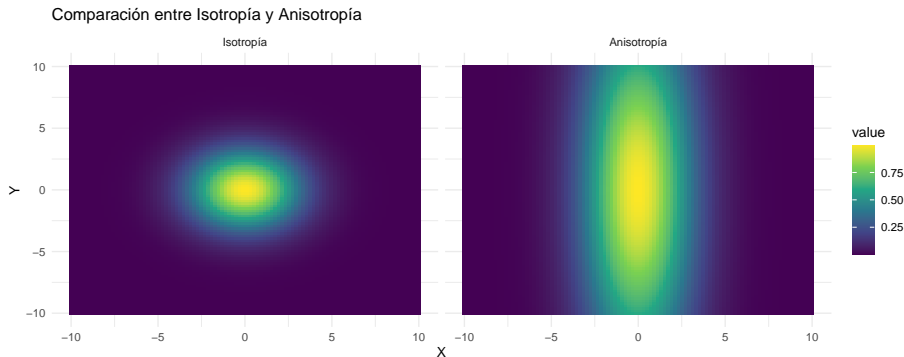


Figure 9: Visualización comparativa de isotropía y anisotropía en datos espaciales. La figura muestra cómo la variabilidad se distribuye de manera uniforme en todas las direcciones en un proceso isotrópico, mientras que en un proceso anisotrópico la variabilidad es distinta según la dirección, evidenciando mayor dependencia espacial en un eje específico.

Anisotropía

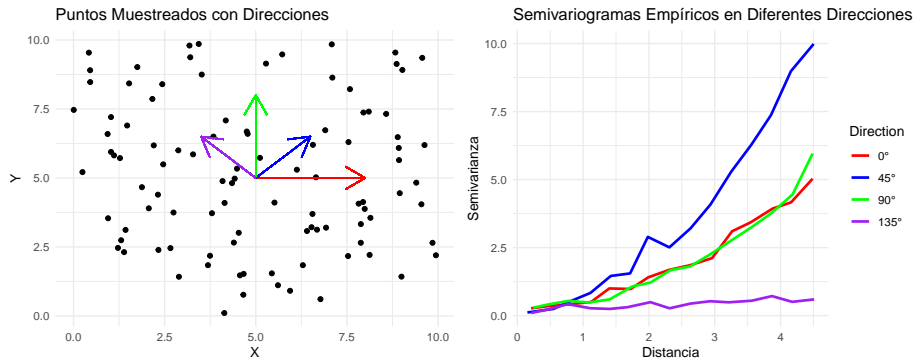


Figure 10: Comparación de semivariogramas empíricos en distintas direcciones para detectar anisotropía en los datos espaciales. A la izquierda, se muestran los puntos muestreados con las direcciones de análisis. A la derecha, los semivariogramas estimados en 0°, 45°, 90° y 135° revelan variaciones en la estructura espacial, evidenciando la presencia de anisotropía si los patrones difieren entre direcciones.

Isotropía

- En un proceso **isotrópico**, la variabilidad espacial es la misma en todas las direcciones.
- Se espera que los semivariogramas calculados en distintas direcciones sean similares.
- En la siguiente figura se muestra la comparación de semivariogramas empíricos en diferentes direcciones para un proceso isotrópico.

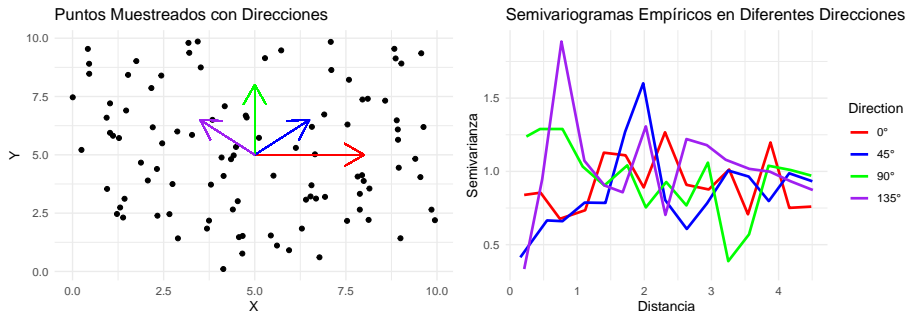


Figure 11: Comparación de semivariogramas empíricos en distintas direcciones para evaluar isotropía en los datos espaciales. A la izquierda, se muestran los puntos muestreados con las direcciones de análisis. A la derecha, los semivariogramas estimados en 0°, 45°, 90° y 135° presentan patrones similares en todas las direcciones, lo que indica que la variabilidad espacial es independiente de la orientación.

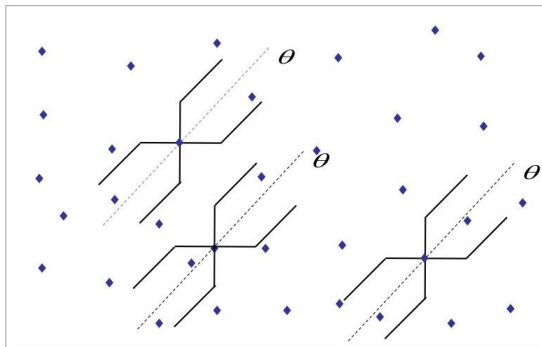


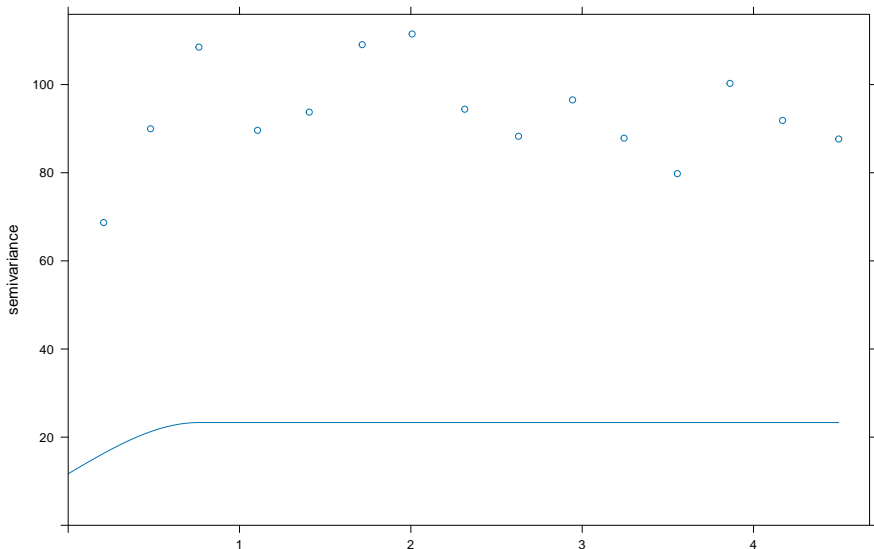
Figure 12: Cálculo del variograma en dirección θ .

Section 10

Gráfica del Semivariograma en R

Gráfica del Semivariograma en R

Semivariograma Empírico y Ajustado



Section 11

Conclusión

Conclusión

- El semivariograma es una herramienta clave en **geoestadística**.
- Permite caracterizar la estructura espacial de los datos y mejorar los modelos de predicción mediante **Kriging**.
- Su correcta implementación mejora la precisión de los análisis espaciales y sus aplicaciones prácticas en diversos campos como la geología, ecología y salud pública.