

# CARPETA DE FÍSICA I

---

*de Franco A. Navarro C.*

Sin versión aún



---

# ÍNDICE GENERAL

Índice general	3
Índice de figuras	5
Índice de cuadros	7
<b>I    Primer Parcial</b>	<b>9</b>
1. Cinemática del punto	11
1.    Movimiento Rectilíneo . . . . .	12
<b>II   Segundo Parcial</b>	<b>15</b>
1. Teoremas de conservación	17
1.    Impulsó lineal . . . . .	18
2.    Centro de masa y Velocidad centro de masa . . . . .	21
<b>Bibliografía</b>	<b>23</b>



---

# ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Una partícula libre que tiene masa y velocidad. . . . .	18
--	----



---

# ÍNDICE DE CUADROS





# Parte I

## Primer Parcial



---

---

# CAPÍTULO 1

---

## CINEMÁTICA DEL PUNTO

### 1. Movimiento Rectilíneo . . . . 12

Muchas veces nos interesa dar una descripción del movimiento de un objeto sin entrar en las características de este. Un ejemplo, a muy grandes rasgos, es el GPS de nuestro teléfono. Un GPS sencillo no puede distinguir si esta describiendo el movimiento de una persona corriendo, de un auto o de tren, e incluso no le interesa si las ruedas son de cierto material o patinan respecto del piso. Por eso, podemos reducir el cuerpo que estamos tratando de describir a un solo punto y ver como este se traslada en función del tiempo.

# 1. Movimiento Rectilíneo

Para el estudio del movimiento de un cuerpo puntual uno hace la siguiente preposicion y es que este adopta una sola posicion en cada instante. Con esta preposicion estamos diciendo que el movimiento de nuestro cuerpo va a tener las características de una funcion pero lo que no se dijo es de que va a depender la funcion posicion.

Al menos yo, cuando leo la palabra cinematica me imagino una serie de fotos sacadas consecutivamente en un intervalo de tiempo corto que si uno las pudiera unir, veria lo que muchos conocemos como un video. Y en si la funcion posicion eso. Son una serie de punto en un determinado tiempo que al unirnos nos dicen como un objeto mueve durante un determinado intervalo de tiempo.

Ahora, la funcion de tiempo  $\vec{r}(t)$  puede tener cualquier aspecto de funcion que uno se imagine (poner imagenes ) y no solo eso sino que en los movimientos que uno quiera, por ejemplo uno podria tener una  $\vec{r}(t) = x(t) \cdot \hat{x} + y(t) \cdot \hat{y} + z(t) \cdot \hat{z}$  donde la posicion varia en las tres dimensiones a la vez.

## Theorem 1.1: Velocidad y movimiento en un MRU

$$v(t) = cte \quad (1.1)$$

$$x(t) = x_0 + v \cdot (t - t_0) \quad (1.2)$$

### *Proof for Theorem.*

Se parte de la base que la velocidad es constante para todo tiempo y que la velocidad es la derivada de la distancia respecto del tiempo.

$$v = \frac{\partial x}{\partial t} \quad (1.3)$$

Se puede pasar el diferencia al otro lado e integrar en un intervalo de tiempo determinado.

$$v \cdot \partial t = \partial x \implies \int_{t_0}^t v \cdot \partial t = \int_{x_0}^{x(t)} \partial x \implies v \cdot (t - t_0) = x(t) - x_0 \quad (1.4)$$

## Theorem 1.2: Velocidad y movimiento en un MRUV

$$a = cte \quad (1.5)$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot (t - t_0) \quad (1.6)$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{a}{2} \cdot (t - t_0)^2 \quad (1.7)$$

### *Proof for Theorem.*

Se parte de la base que la velocidad es constante para todo tiempo y que la velocidad es

la derivada de la distancia respecto del tiempo.

$$v = \frac{\partial x}{\partial t} \quad (1.8)$$

Se puede pasar el diferencial al otro lado e integrar en un intervalo de tiempo determinado.

$$v \cdot \partial t = \partial x \implies \int_{t_0}^t v \cdot \partial t = \int_{x_0}^{x(t)} \partial x \implies v(t) \cdot (t - t_0) = x(t) - x_0 \quad (1.9)$$



Parte II

Segundo Parcial





---

---

# CAPÍTULO 1

---

## TEOREMAS DE CONSERVACIÓN

1.	Impulsó lineal . . . . .	18
2.	Centro de masa y Velocidad centro de masa . . . . .	21

Voy a tomar como inicio el mismo que menciono mi JTP, Pablo Gaztañaga, cuando empeco esta segunda parte. Si uno le tendria que resumir a un amigo que rindio en la primera parte, osea el primer parcia. Que le diras? Cuando lo dijo hubo un silencio y es obvio si por clase eramos unos 20, con toda la furia, de los cuales casi menos de la mitad habiamos aprobado el primer parcial. Pero la respuesta que Pablo queria se menciono en una voz al fondo del aula. En esta segunda se basa en lo mismo que la primera y es la ecuacion de Newton. En muchos libros este tema se lo menciona como las primera integrales de la ecuacion de Newton.

•  $m$

**Figura 1.1:** Una partícula libre que tiene masa y velocidad.

## 1. Impulsó lineal

Supongamos que nosotros queremos describir una partícula como en la figura (). Si, es solo una partícula que pareciera ser que no se ve afectada por nada. Si nosotros aplicamos lo que vimos en la primera parte de la materia tendríamos que la ecuación de Newton para la partícula es la siguiente

$$m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F} . \quad (1.1)$$

Pero ahora vamos hacer un truco, que en realidad se hace en la primera parte de la materia, y es mirar a la aceleración como la deriva de la velocidad respecto del tiempo

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} . \quad (1.2)$$

Con esto podemos reemplazar en la ecuación 1.1. Además, una propiedad de cuando uno deriva es que puede sacar las constantes que estén multiplicando a la variable que estemos derivando y como para este caso la masa es una constante voy hacer lo siguiente y es el paso inverso, meter la masa adentro de la derivada.

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= \sum \vec{F} \\ \Downarrow \\ \frac{\partial}{\partial t} (m \cdot \vec{v}) &= \sum \vec{F} . \end{aligned} \quad (1.3)$$

La expresión que se encuentra dentro de los paréntesis es lo que en física se denomina como impulso lineal

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v} \quad (1.4)$$

como la velocidad  $\vec{v}$  es un vector, el impulso lineal  $\vec{P}$  es propiamente un vector.

Este mismo análisis del impulso lineal no se limita al caso de una partícula, sino que se puede realizar para un sistemas de  $N$  partículas que interactúan entre si. Veamos el caso que se muestra en la figura (), podemos ver un sistema de 3 partículas que interactúan entre si de tal modo que ninguna de ellas mueve a la otra. El primer paso es poner las ecuaciones de Newton para cada una de las partículas.

Para la partícula 1 tenemos

$$m_1 \cdot \vec{a}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} .$$

Para la particula 2 tenemos

$$m_2 \cdot \vec{a}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} .$$

Para la particula 3 tenemos

$$m_3 \cdot \vec{a}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} .$$

Ahora podriamos sumar las ecuaciones de Newton de todas las particulas, obteniendo

$$m_1 \cdot \vec{a}_1 + m_2 \cdot \vec{a}_2 + m_3 \cdot \vec{a}_3 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} .$$

Antes de hacer el truco de ver que la aceleracion es la derivada de la velocidad respecto del tiempo, me gustaria hacer un comentario sobre las fuerzas. Mas que nada me interesa los pares, por ejemplo la fuerza  $\vec{F}_{12}$  y  $\vec{F}_{21}$ . Se puede ver que ambas tienen direcciones opuestas por la figura () pero ademas sabemos que estas son de igual modulo porque es una fuerza de interaccion, por lo que la suma entre  $\vec{F}_{12}$  y  $\vec{F}_{21}$  da cero. Y esto mismo podriamos hacer para cada par de fuerza interna asi que voy a reescribir la ecuacion anterior con los pares entre parentesis.

$$m_1 \cdot \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + m_2 \cdot \frac{\partial \vec{v}_2}{\partial t} + m_3 \cdot \frac{\partial \vec{v}_3}{\partial t} = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) + (\vec{F}_{23} + \vec{F}_{32}) + (\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31})$$

↓

$$\frac{\partial}{\partial t} (m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 + m_3 \cdot \vec{v}_3) = 0 + 0 + 0$$

↓

$$\frac{\partial}{\partial t} (\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3) = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = 0 . \quad (1.5)$$

De esta ultima expresion tenemos mucho para hablar. Lo primero es que la suma de cada  $\vec{P}_i$  donde  $i$  es la cantidad de particulas en el sistema que estamos analizando, nos da como resultado el  $\vec{P}$  del sistema. Lo segundo que nos dice la expresion es que derivada del impulso lineal del sistema respecto del tiempo es cero. Esto nos indica que para todo  $t$  el impulso lineal es constante. En otras palabras, que el impulso lineal se conserva para todo  $t$ .

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 + m_3 \cdot \vec{v}_3 = cte . \quad (1.6)$$

Ahora podríamos pensar el mismo ejemplo de las 3 partículas pero ahora teniendo en cuenta que tienen una fuerza externa, por ejemplo que todas estén cayendo por lo que se ven afectadas por su peso. Para el caso de las fuerzas internas seguiría valiendo lo mismo solo que ahora si miramos el sistema de las 3 partículas vemos que la fuerza peso de cada una no se cancela.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3) = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = m_1 \cdot \vec{g} + m_2 \cdot \vec{g} + m_3 \cdot \vec{g}$$

como podemos ver ahora el impulso lineal no se conserva. Eso quiere decir que si calculamos el  $\vec{P}$  para un  $t_0$  no va a ser igual a un  $\vec{P}$  para un  $t$  futuro o posterior. Pero lo que si podemos calcular es la diferencia del impulso lineal.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} &= m_1 \cdot \vec{g} + m_2 \cdot \vec{g} + m_3 \cdot \vec{g} \\ &\Downarrow \\ \partial \vec{P} &= (m_1 \cdot \vec{g} + m_2 \cdot \vec{g} + m_3 \cdot \vec{g}) \cdot \partial t \\ &\Downarrow \\ \int_{\vec{P}_I}^{\vec{P}_F} \partial \vec{P} &= \int_{t_I}^{t_F} m_1 \cdot \vec{g} \cdot \partial t + \int_{t_I}^{t_F} m_2 \cdot \vec{g} \cdot \partial t + \int_{t_I}^{t_F} m_3 \cdot \vec{g} \cdot \partial t \\ &\Downarrow \\ \vec{P}_F - \vec{P}_I &= \Delta \vec{P} = m_1 \cdot \vec{g} \cdot (t_F - t_I) + m_2 \cdot \vec{g} \cdot (t_F - t_I) + m_3 \cdot \vec{g} \cdot (t_F - t_I) \end{aligned}$$

Una mención de este caso y es que uno podría agarrar un intervalo de tiempo tan chico para que todos los términos que están a la derecha tiendan a cero. Y si lo pongo así podría decir que el impulso lineal se conserva pero esto solo me serviría si quiero buscar la velocidad en un instante muy corto de tiempo.

En resumen, el impulso lineal se puede calcular de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \sum_i m_i \cdot \vec{v}_i \\ \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} &= \sum \vec{F}^{EXT} \end{aligned}$$

## 2. Centro de masa y Velocidad centro de masa

Voy a seguir con el ejemplo del sistema de 3 masas de la figura () y voy a partir de la ecuacion 1.6 para seguir desarrollando un poco mas.

El paso siguiente pensar la velocidad como la derivada de la posicion respecto del tiempo. Por lo que obtenes que

$$\begin{aligned}\vec{P} &= m_1 \cdot \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial t} + m_2 \cdot \frac{\partial \vec{r}_2}{\partial t} + m_3 \cdot \frac{\partial \vec{r}_3}{\partial t} \\ &\Downarrow \\ \vec{P} &= \frac{\partial}{\partial t} (m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3)\end{aligned}$$

ahora si a esta expresion la dividimos por la suma de todas las masas obtenemos

$$\frac{\vec{P}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3} \right) = cte \quad (1.7)$$

De esta ecuacion nos interesa lo que parece en el parentesis. Es lo que se denomina como "Centro de Masa".

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (1.8)$$

Este es un vector que apunta a un punto imaginario que mejor representa al sistema de masas que estemos analizando. Digo imaginario porque no es necesario que este punto que mejor representa al sistema este en una de las masas. Existe el caso que eso pase y es cuando una de las es muchisimo mayor a las otras. Por ejemplo, si  $m_1$  tiende a infinito, el centro de masa va a estar en la misma posicion que la particula 1.

Ahora me gustaria hablar sobre la derivada del centro de masa y es la velocidad centro de masa. Al igual que en la primera parte de cinematica, el vector posicion al derivarlo respecto del tiempo se obtiene la velocidad.

$$\begin{aligned}\frac{\vec{P}}{m_1 + m_2 + m_3} &= \vec{v}_{CM} = \frac{\partial}{\partial t} (\vec{r}_{CM}) = cte \\ &\Downarrow \\ \vec{v}_{CM} &= \frac{m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 + m_3 \cdot \vec{v}_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (1.9)\end{aligned}$$

En el caso donde la sumatoria de fuerzas externas de nuestro sistema sea cero. Podremos ver que el Centro de masa se mueve como un MRU. Esto se puede ver claro con el ejemplo de las 3 partículas porque al llegar a la expresión de la velocidad centro de masa mediante podemos ver que esta igualado al impulso lineal dividido la suma de las masas, el impulso lineal era constante para todo tiempo, las masas también lo son, entonces por tautología la velocidad centro de masa es constante. En general esto pasa para todo sistema donde la suma de las fuerzas externas sea igual a cero.

Una expresión más en general del centro de masa y la velocidad centro de masa es la siguiente

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$
$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \cdot \vec{v}_i}{\sum_i m_i}$$

---

# BIBLIOGRAFÍA

**Roederer: Mecánica Elemental**

**Roederer**

---

Juan G. Roederer. *Mecánica Elemental*. 5.<sup>a</sup> ed. Eudeba, 2017.