Informe de laboratorio

Integrantes

Santiago Navarrete Varela 202211202

Andrea Lucia Galindo 202122477

Luis Fernando Ruiz 202211513

Problema1 (Transporte)

Conjuntos

Los conjuntos son las ciudades de origen y de destino.

$$C_o = Ciudades\ de\ Origen$$

$$C_d = Ciudades\ de\ Destino$$

Parámetros

$$O_i : Que\ representa\ la\ oferta\ de\ la\ ciudad\ i$$
$$D_i : Que\ representa\ la\ demanda\ de\ la\ ciudad\ i$$
$$P_{ij} : Que\ representa\ el\ precio\ de\ llevar\ hacia\ la\ ciudad\ i\ de\ la\ ciudad\ j$$

Variable de decisión

Se puede modelar en una tabla (origen vs destino) en dónde cada intersección sea un número que representa la cantidad de toneladas que se envía del origen al destino.

$$X_{ij}: Representa\ la\ cantidad\ en\ toneladas\ enviadas\ hacia\ i\ desde\ j$$

Función Objetivo

Lo que queremos es **minimizar** el costo de envío entre las ciudades

$$min(z) = \sum_{i=0}^{C_d} \sum_{j=0}^{C_o} X_{ij} * P_{ij}$$

Restricciones

En este caso encontramos 2 restricciones:

1. **Demanda**: Se debe cumplir la demanda de cada ciudad de destino

$$\sum_{j=0}^{C_o} X_{ij} = D_i \quad \forall i \in C_d$$

2. **Oferta**: No se puede exceder la oferta de cada ciudad de origen

$$\sum_{i=0}^{C_d} X_{ij} \leq O_j \quad \forall j \in C_o$$

Solución

Cantidad Asignada entre Orígenes y Destinos

Origen/Destino	Bogota	Medellin
Cali	0.00	125.00
Barranquilla	175.00	0.00
Pasto	225.00	0.00
Tunja	0.00	250.00
Chía	150.00	75.00
Manizales	0.00	200.00

En este caso, el valor óptimo de costos es: **1715.0 dólares**

Análisis de Sensibilidad

Se realizó un análisis de sensibilidad el cual indica cómo cambiaría el costo total si se ajustara la demanda de las ciudades de destino o la capacidad de las ciudades de origen. Un valor dual positivo refleja un aumento en el costo total al incrementar la demanda, mientras que un valor dual negativo sugiere una reducción en el costo al aumentar la capacidad de las ciudades de origen.

Sensibilidad de la Demanda

Customer	Demand	Shipped	Margin
Cali	125.0	125.0	2.5000
Barranquilla	175.0	175.0	2.7000
Pasto	225.0	225.0	1.8000
Tunja	250.0	250.0	1.0000
Chía	225.0	225.0	1.0000
Manizales	200.0	200.0	0.8000

La tabla muestra los resultados del análisis de sensibilidad de la demanda para varias ciudades de destino en un modelo de transporte. La columna **"Margin"** refleja los valores duales de las restricciones de demanda, que indican el cambio en el costo total si se aumentara la demanda en cada ciudad en una unidad adicional. Por ejemplo, incrementar la demanda en Barranquilla en una unidad aumentaría el costo total en 2.7 unidades monetarias, mientras que en Cali el costo aumentaría en 2.5 unidades. Ciudades con márgenes más bajos, como Manizales (0.8) y Chía (1.0), son menos sensibles a cambios en la demanda, lo que sugiere que un incremento en la demanda de estas ciudades tendría un impacto menor en el costo total del sistema de transporte.

Sensibilidad de la Oferta

Customer	Capacity	Shipped	Margin
Bogota	550.0	550.0	-0.2000
Medellin	700.0	650.0	0.0000

En esta tabla se presenta el análisis de sensibilidad de la capacidad de las ciudades de origen (Bogotá y Medellín). La columna **"Margin"** muestra los valores duales de las restricciones de capacidad, que indican cómo cambiaría el costo total si se aumentara en una unidad la capacidad de envío de cada ciudad. Para Bogotá, el margen es **-0.2**, lo que significa que si se incrementara la capacidad de envío de Bogotá en una unidad, el costo total disminuiría en 0.2 unidades monetarias. Esto sugiere que la capacidad de Bogotá está siendo utilizada al máximo, y aumentarla podría reducir los costos. En el caso de Medellín, el margen es **0.0**, lo que indica que la capacidad actual no está limitando el sistema, y un aumento en su capacidad no afectaría el costo total.

Análisis de Sensibilidad (Moviendo 50 toneladas de Med a Bog)

Cantidad Asignada entre Orígenes y Destinos

Origen/Destino	Bogota	Medellin
Cali	0.00	125.00
Barranquilla	175.00	0.00
Pasto	225.00	0.00
Tunja	0.00	250.00
Chía	200.00	25.00
Manizales	0.00	200.00

En este caso, el valor óptimo de costos es: **1705.0 dólares**

Customer	Demand	Shipped	Margin
Cali	125.0	125.0	2.5000
Barranquilla	175.0	175.0	2.7000
Pasto	225.0	225.0	1.8000
Tunja	250.0	250.0	1.0000
Chía	225.0	225.0	1.0000
Manizales	200.0	200.0	0.8000

Customer	Capacity	Shipped	Margin
Bogota	600.0	600.0	-0.2000
Medellin	650.0	600.0	0.0000

Después de mover 50 toneladas de capacidad de Medellín a Bogotá, se observa lo siguiente:

1. **Bogotá**: Su capacidad ha aumentado a 600 toneladas y se ha utilizado completamente. El margen sigue siendo **-0.2**, lo que indica que aumentar la capacidad de Bogotá aún reduciría el costo total en 0.2 unidades por cada tonelada adicional.
2. **Medellín**: Su capacidad ha disminuido a 650 toneladas, pero solo ha utilizado 600 toneladas. El margen sigue siendo **0.0**, lo que implica que reducir la capacidad de Medellín no ha afectado el costo total, ya que no estaba utilizando toda su capacidad.
3. No hubo cambios significativos en los destinos (Cali, Barranquilla, etc.), ya que sus demandas se han cumplido completamente en ambos escenarios, y sus márgenes se mantienen igual.

Mover capacidad de Medellín a Bogotá no tuvo un impacto negativo en el modelo, ya que Medellín todavía tiene capacidad sin usar y Bogotá sigue mostrando un margen negativo, lo que significa que sigue siendo beneficioso aumentar la capacidad en Bogotá.

Como recomendación, se podría seguir aumentando la capacidad en Bogotá, ya que reduciría los costos. También se podría explorar la opción de reducir la capacidad en Medellín aún más, dado que no está usando toda su capacidad. Alternativamente, se podría redistribuir más capacidad a otras ciudades de origen si es posible, para balancear los costos de transporte y mejorar la eficiencia.

Problema2 (Transporte)

Conjuntos

Los conjuntos son

$$L = Localidades\ para\ inspeccionar$$

$$E = Equipos\ de\ inspección$$

Parámetros

$C_{ij}: Matriz\ que\ representa\ el\ costo\ de\ ir\ de\ una\ localidad\ i\ a\ una\ localidad\ j$

Origen: Localidad origen para todos los equipos

N: Cantidad de localidades

Variable de decisión

Modelamos dos variables de decisión, donde:

1. x_{ij}^{k} es una variable binaria que indican si un equipo k viaja directamente de la localidad i a la localidad j. Si el valor es 1, significa que el equipo hace ese viaje directo; si es 0, no lo hace.

Dominio: binario

x_{ij}^{k}: $Representa\ si\ el\ equipo\ k\ se\ mueve\ directamente\ de\ la\ localidad\ i\ a\ la\ j$

2. u_{ik} representa posiciones secuenciales de las localidades en la ruta de cada equipo para evitar subtours.

   Dominio: Reales no negativos

Función Objetivo

Lo que queremos es **minimizar** el costo de desplazamiento realizado por todos los equipos.

$$min(z) = \sum_{k=0}^{E} \sum_{i=0}^{L} \sum_{j=0|j!=i}^{L} X_{ij}^{k} * C_{ij}$$

Restricciones

En este caso encontramos 2 restricciones:

1. **Nodo origen**: Cada equipo debe salir del nodo origen

$$\sum_{j=0|j \neq origen}^{L} X_{origenjk} = 1 \quad \forall k \ \in E$$

2. Cada localidad (excepto el nodo origen) debe ser asignada exactamente a un equipo

$$\sum_{k=0}^{E} \sum_{j=0|j \neq 1}^{L} X_{ij}^{k} = 1 \ \ \forall i \in L|i \neq origen$$

3. Cada equipo debe entrar y salir de cada localidad exactamente una vez

$$\sum_{j=0|j \neq i}^{L} X_{ij}^{k} = \sum_{j=0|j \neq i}^{L} X_{ji}^{k} \quad \forall k \in E, \forall i \in L|i \neq origen$$

4. Regreso al origen

$$\sum_{i=0|i \neq origen}^{L} X_{iorigen}^{k} = 1 \ \ \forall k \in E$$

5. Restricción MTZ para prevenir subtours

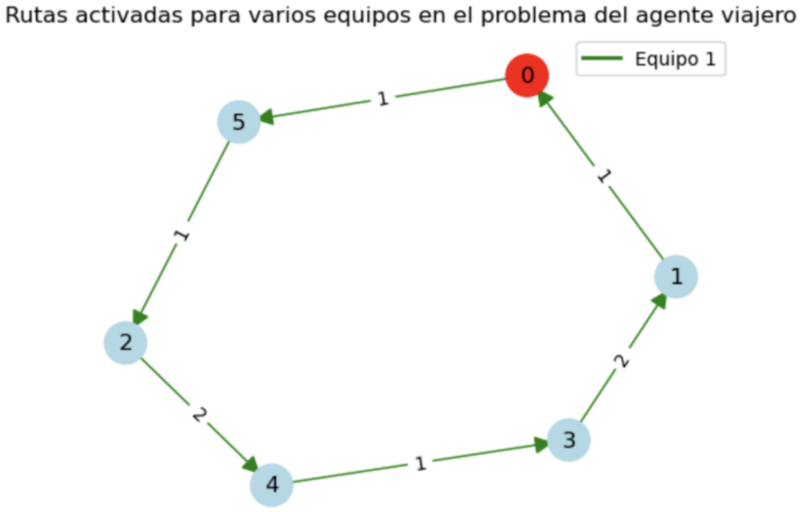
$$u_{ij} - u_{jk} + (n-1) * x_{ij}^{k} \leq n - 2 \ \forall k \in E, \forall i \in L|i \neq j \wedge i \neq origen, \forall j \in L|j \neq origen$$

Solución:

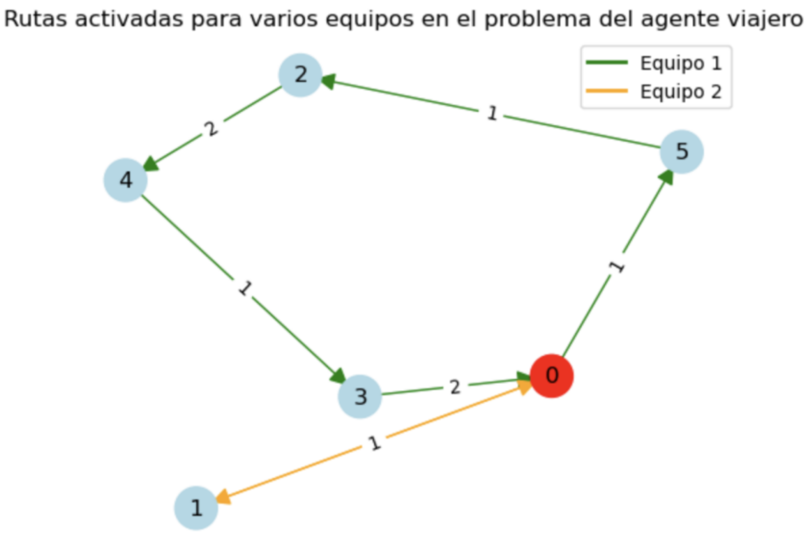
Minimizando el costo de desplazamiento realizado por todos los equipos y cumpliendo con las restricciones obtenemos estos resultados con diferente cantidad de equipos y tomando como nodo de origen el nodo 0.

1. Para 1 equipo:

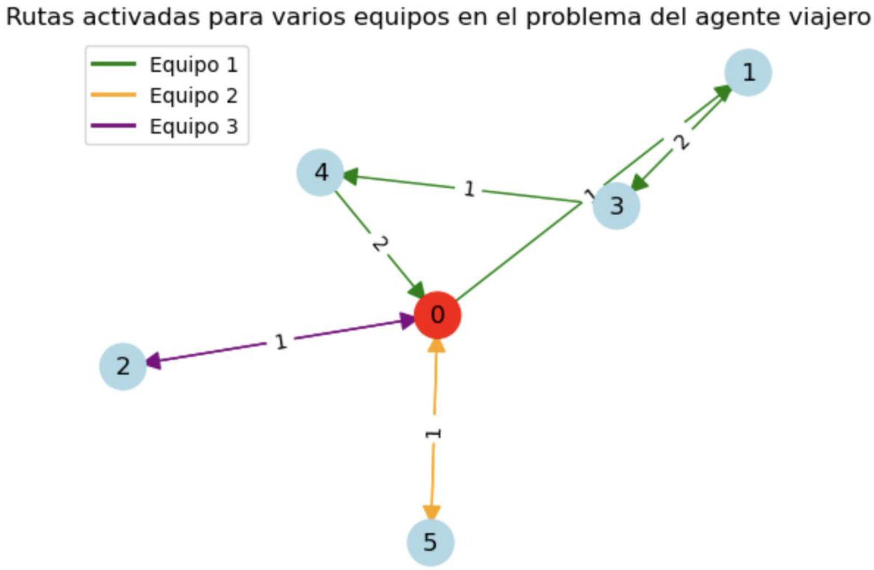
   Costo total de desplazamiento: 8



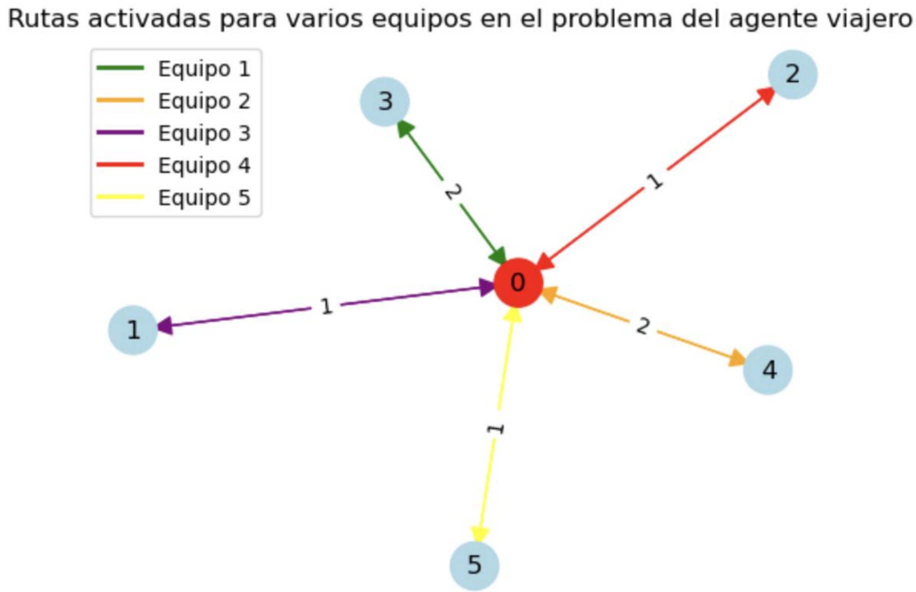
2. Para 2 equipos:
   Costo total de desplazamiento: 9



3. Para 3 equipos:
   Costo total de desplazamiento: 10



4. Para 5 equipos:
   Costo total de desplazamiento: 14



Problema 3 (Sensores)

Conjuntos

Los conjuntos son los sensores y localidades.

$$S = Sensores$$

$$L = Localidades$$

Parámetros

$$C_{ij} : Representa\ si\ el\ sensor\ i\ puede\ cubrir\ la\ localidad\ j$$
$$A_{ij} : Representa\ si\ la\ localidad\ i\ es\ adyacente\ a\ la\ localidad\ j$$
$$E_i\ : Representa\ el\ costo\ de\ energia\ del\ sensor\ i$$
$$M_{ij} : Representa\ el\ costo\ de\ comunicacion\ \ de\ el\ sensor\ i\ a\ la\ localidad\ j$$
$$I_i : Representa\ \ el\ costo\ de\ instalacion\ en\ la\ localidad\ i$$

Variable de decisión

Se puede modelar en una tabla (sensor vs localidad) en dónde cada intersección representa si se debe colocar dicho sensor en dicha localidad.

$$X_{ij}: Representa\ si\ el\ sensor\ i\ se\ pone\ en\ la\ localidad\ j\ (binaria)$$

Función Objetivo

Lo que queremos es minimizar el costo neto total de colocar los sensores en las localidades

$$min(z) = \sum_{i=0}^{S} \sum_{j=0}^{L} X_{ij} * (E_i + M_{ij} + I_j)$$

Restricciones

En este caso encontramos 2 restricciones:

1. **Consistencia**: Se debe cumplir que en la localidad que se vaya a instalar el sensor, se pueda instalar ahí.

$$X_{ij} - C_{ij} \leq 0 \quad \forall i \in S \ \wedge \ \forall j \in L$$

2. **Cobertura**: Se debe cumplir que todas las ciudades estén cubiertas

$$\sum_{i=0}^{S} \sum_{k=0}^{L} X_{ik} * A_{jk} \geq 1 \quad \forall j \in L$$

Solución

Solución 1

Teniendo en cuenta que se quiere cubrir todas las localidades con al menos uno de los sensores

El costo mínimo de instalar los sensores es: **457.0**

Y los sensores quedarían distribuidos de la siguiente manera

Sensores vs Localidades

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12
S1								X				
S2												
S3		X									X	

Solución 2

Ahora bien, también se puede tener el caso en dónde se deseen cubrir todas las zonas con todos los sensores, en ese sentido:

El costo mínimo de instalar los sensores es: **1448.0**

Y los sensores quedarían distribuidos de la siguiente manera

Sensores vs Localidades

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12
S1		X						X			X	
S2					X			X				
S3		X					X				X	

Solución solo con el costo de instalación

Solución 1

Teniendo en cuenta que se quiere cubrir todas las localidades con al menos uno de los sensores

El costo mínimo de instalar los sensores es: **350.0**

Y los sensores quedarían distribuidos de la siguiente manera

Sensores vs Localidades

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12
S1		X									X	
S2								X				
S3												

Solución 2

Ahora bien, también se puede tener el caso en dónde se deseen cubrir todas las zonas con todos los sensores, en ese sentido:

El costo mínimo de instalar los sensores es: **1150.0**

Y los sensores quedarían distribuidos de la siguiente manera

Sensores vs Localidades

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12
S1		X						X			X	
S2					X			X				
S3		X						X			X	

Conclusión

Solución 1

Si se quieren cubrir todas las localidades con al menos uno de los sensores. Podemos ver en que, en el primer caso, en dónde se toman en cuenta todos los costos asociados a los sensores, el requisito se cumple sin necesidad de instalar el Sensor 2. Ahora bien, cuando solo se tiene en cuenta el costo de instalación, el resultado cambia, dando como resultado que ya no se requiere instalar ningún Sensor 3. Asimismo, se puede ver como las localidades que antes contaban con un Sensor 3, ahora tienen el Sensor 1.

Esto es importante para tener en cuenta, ya que, dependiendo el contexto, las decisiones de una empresa pueden variar según el costo que quieran tener en cuenta.

Solución 2

Por otro lado, si se quiere cubrir todas las zonas con los tres tipos de sensores. Se ve que se hace necesario la instalación de un mayor número de dispositivos. Sin embargo, en este caso vemos menos cambios con respecto al resultado de cuando se tiene en cuenta todos los costos, o solo los costos de instalación.

El resultado varía en que cuando solo se tienen en cuenta los costos de instalación, el Sensor 3 ya no tiene que ser ubicado en la localidad 7 sino en la 8.