

| SPRAWOZDANIE | | |
|---|-----------------|------------------|
| Laboratoria metod numerycznych i symulacji | | |
| Temat: Różniczkowanie i całkowanie Pierwiastki równania nieliniowego | Numer: Lab 3, 4 | Data: 04.04.2022 |
| Wykonał: Roman Nawrot | | |

1. Dyskretyzacja sygnałów

- a) W języku C++ dokonano dyskretyzacji sygnału $\sin(t)$ dla $\Delta t = 0.01$ na przedziale $t \in [0; 2\pi]$. Za liczbę π przyjęto 3.14159
- b) Kod źródłowy

```
double pi = 3.14159;
float delta_t = 0.01; // odstep miedzy kolejnymi probkami

// ===== [ DYSKRETYZACJA ] =====

double x = 0; // aktualna wartosc probki
int iter = 0; // numer kroku

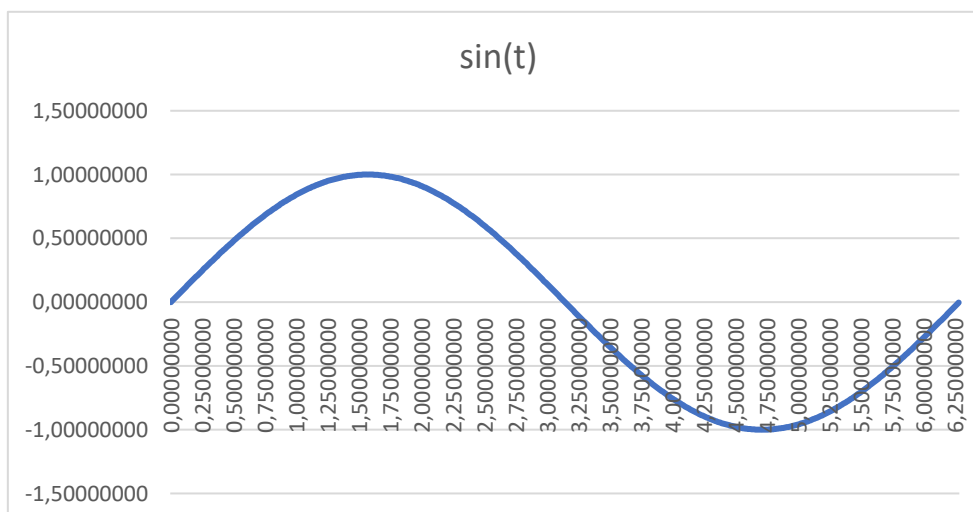
vector<long double> y;

while (x <= (2*pi))
{
    y.push_back(sin(x));

    cout << "wartosc sin dla x = " << x << " to: " << y[iter] << endl;

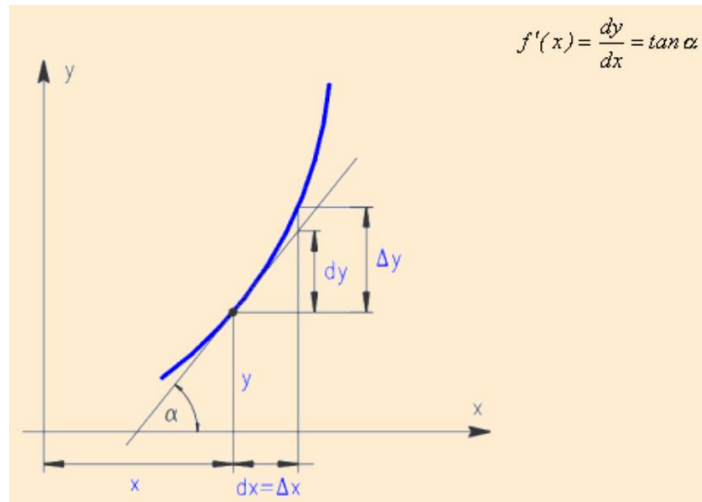
    x += delta_t;
    iter++;
}
```

- c) Wykres



2. Obliczenie pochodnej

a) Obliczenie pochodnej $\sin(t)$ odbywa się za pomocą obliczenia tangensa kąta z wartości $\sin(t) / \sin(\Delta t + t)$



b) Kod źródłowy

```
// ===== [ POCHODNA ] =====
vector <double> pochodna;

x = 0;
iter = 0;

while (x <= 2*pi)
{
    pochodna.push_back((sin(x + delta_t) - sin(x)) / delta_t);

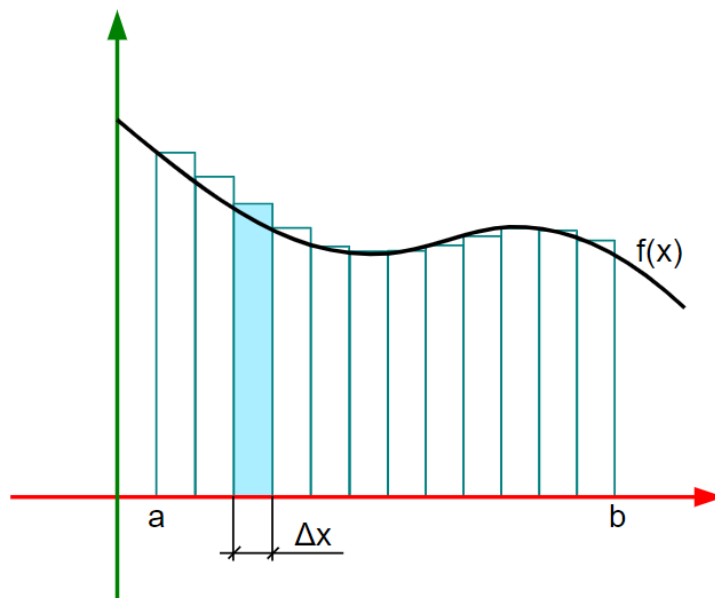
    cout << "pochodna w punkcie " << x << " wynosi: " << pochodna[iter] << endl;

    x += delta_t;
    iter++;
}
```

3. Obliczanie całki $\int_0^{\pi} x \, dx$ dla $\Delta t \in \{0.1, 0.01, 0.001, 0.0001\}$

a) Metoda prostokątów

i. Wizualny opis działania



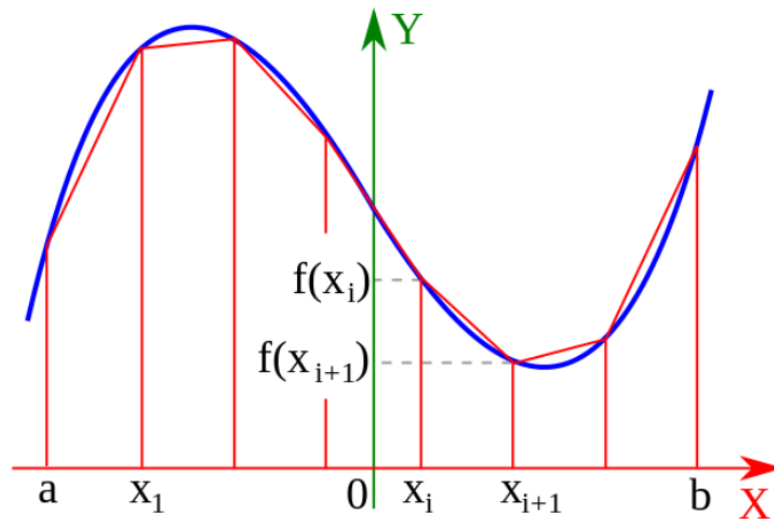
ii. Kod źródłowy

```
delta_t = 0.1;
// METODA PROSTOKATOW
double calka = 0;
x = 0;
while (x <= pi)
{
    calka += delta_t * x;
    x += delta_t;
}

cout << "[metoda prostokatow] wartosc calki: " << calka << endl;
```

b) Metoda trapezów

i. Wizualny opis działania



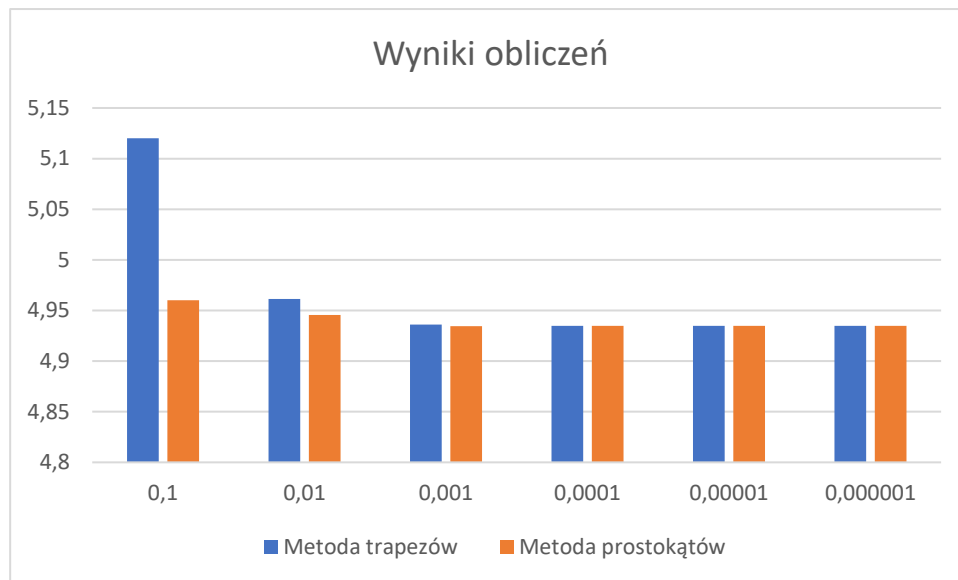
ii. Kod źródłowy

```
// METODA TRAPEZOW
calka = 0;
x = 0;
while (x <= pi)
{
    calka += 0.5 * (x + (x + delta_t)) * delta_t; // 1/2 * (a+b) * h
    x += delta_t;
}

cout << "[metoda trapezow] wartosc calki: " << calka << endl;
```

c) Zestawienie wyników dla $\Delta t \in \{0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.00001, 0.000001\}$

| Δt | Metoda trapezów | Metoda prostokątów |
|------------|-----------------|--------------------|
| 0,1 | 5,12 | 4,96 |
| 0,01 | 4,96125 | 4,9455 |
| 0,001 | 4,93608 | 4,93451 |
| 0,0001 | 4,93483 | 4,93467 |
| 0,00001 | 4,93483 | 4,93481 |
| 0,000001 | 4,9348 | 4,9348 |



d) Konkluzja

Dla $\Delta t = 0,1$ metoda trapezów jest w stosunku do metody prostokątów niedokładna, natomiast dla $\Delta t = 0,01$ obie metody zrównują się wynikami i zwiększają swoje podobieństwo wraz ze wzrostem częstotliwości próbkowania (czyli zmniejszania Δt).

4. Obliczanie pierwiastka kwadratowego z dowolnej liczby

a) Za pomocą biblioteki math.h

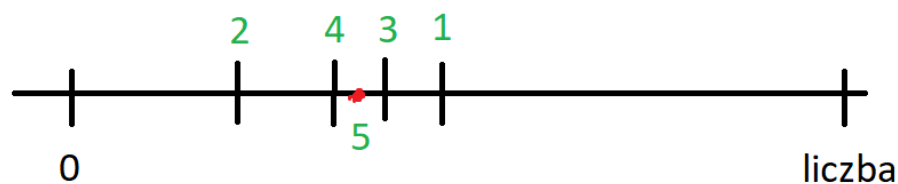
```
// MATH
```

```
pierwiastek = sqrt(liczba);
```

```
cout << "[MATH] Pierwiastek liczby " << liczba << " jest rowny: " << pierwiastek << endl;
```

b) Za pomocą „Zgadywania”

i. Wizualny opis działania



ii. Metoda polega na dzieleniu liczby przez 2 do momentu, aż wartość bezwzględna z różnicy dzielnika podniesionego do kwadratu i liczby będzie mniejsza niż zdefiniowany maksymalny błąd obliczeń eps.

$$|x - y| \leq \epsilon$$

iii. Kod źródłowy

```
// ZGADYWANIE

long double eps = 0.1;

long double granica_l = 0;
long double granica_p = liczba;

long double srodek = liczba / 2;

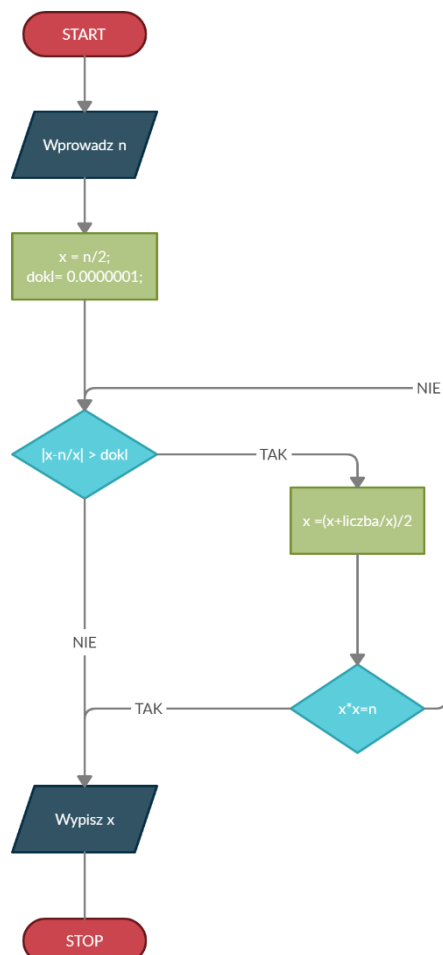
long double obliczona_liczba = srodek * srodek;

while (abs(obliczona_liczba - liczba) > eps)
{
    if (obliczona_liczba > liczba)
    {
        granica_p = srodek;
    }
    else if (obliczona_liczba < liczba)
    {
        granica_l = srodek;
    }
    srodek = granica_l + ((granica_p - granica_l) / 2);
    obliczona_liczba = srodek * srodek;
}

cout << "[ZGADYWANIE] Pierwiastek liczby " << liczba << " jest rowny: " <<
srodek << endl;
```

c) Za pomocą metody Newtona

i. Wizualny opis działania



ii. Kod źródłowy

```
// METODA NEWTONA

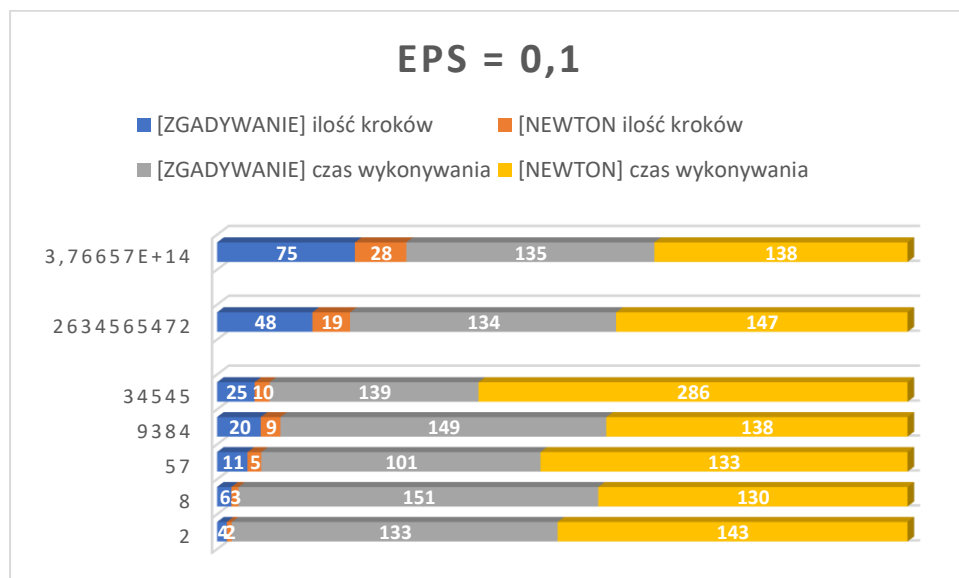
double a = 1;
double b = liczba;

while (abs(a - b) >= eps)
{
    a = (a + b) / 2.;
    b = liczba / a;
}

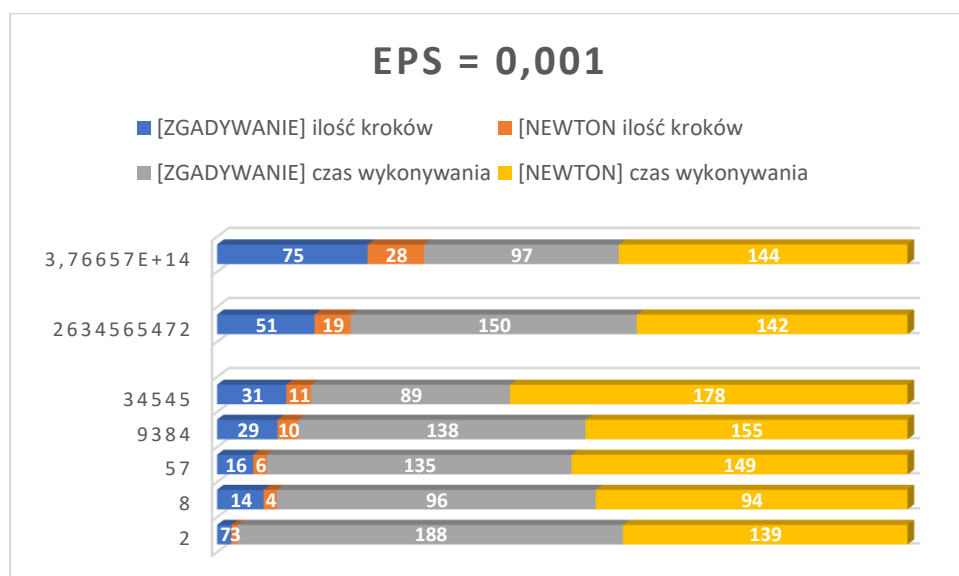
cout << "[NEWTON] Pierwiastek liczby " << liczba << " jest rowny: " << a << endl;
```

d) Porównanie ilości kroków i czas wykonywania obliczeń dla różnych metod, dokładności oraz wartości do policzenia

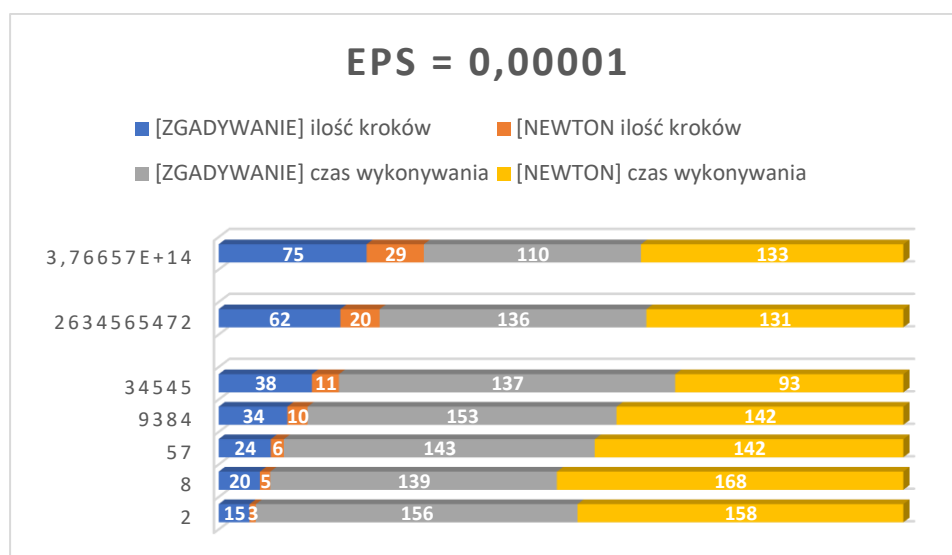
i. Dla eps = 0,1



ii. Dla eps = 0,001



iii. Dla $\text{eps} = 0,00001$



e) Wnioski

Badanie wykazało, że Metoda Newtona w obliczaniu pierwiastków wymaga dużo mniej kroków niż metoda na „zgadywanie”.

Natomiast nie udało się określić przewagi czasowej jednej metody nad drugą.

Podsumowując: Metoda Newtona to dużo mniej kodu, dużo mniej kroków do wykonania oraz prawdopodobny krótszy czas wykonania.