



Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemlerinin Çözümü İçin Melez Genetik Algoritma Yaklaşımı

A Hyrid Genetic Algorithm Approach for Solving Partner Constrained Lane Covering Problems

Gültekin Kuyzu^{1,2*} 

¹ TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ankara, TÜRKİYE

² Zaragoza Logistics Center, Zaragoza, İSPANYA

Sorumlu Yazar / Corresponding Author *: gkuyzu@etu.edu.tr

Geliş Tarihi / Received: 11.07.2019

Araştırma Makalesi/Research Article

Kabul Tarihi / Accepted: 13.11.2019

10.21205/deufmd.2020226509

Atıf sekli/How to cite: KUYZU, G.(2020). Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemlerinin Çözümü İçin Melez Genetik Algoritma Yaklaşımı.

DEUFMD, 22(65), 401-416.

Öz

Ortak Kısıtlı Rota Kapsama Problemleri (OKRKP'ler) tam kamyon yükü hizmeti satın alma işbirliği ağlarında ortaya çıkan NP-Zor ayrıt rotalama problemleridirler. Bu problemlerde amaç, işbirliği yapan birden fazla gönderici firmanın tam kamyon yükü gönderi rotalarını, birden fazla gönderici firmadan gönderi rotası ve boş kamyon hareketleri içerebilecek ve göndericilerin çevrim paylaşmak istediği azami ortak sayılarını aşmadan kapsayan en kısa toplam uzunluklu yönlü çevrimler kümesini bulmaktadır. Bu makale, OKRKP'lerin çözümü için geliştirilen; genetik algoritma, yerel arama ve geniş komşuluk arama yaklaşımının birleşiminden oluşan bir melez genetik algoritma (MGA) yaklaşımını sunmaktadır. Bu yaklaşım, NP-Zor RKP'lerin çözümü için önerilen ilk meta-sezgisel çözüm yaklaşımıdır. Önerilen MGA, daha önce literatürdeki çalışmalarında kullanılan problem örnekleri üzerinde denenmiştir. Deneylerde kullanılan büyük ölçekli problem örneklerinin önemli bir kısmında bilinen en iyi çözümlerden daha iyi çözümler elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: rota kapsama problemi, ayrıt rotalama, melez genetik algoritma

Abstract

Partner Constrained Lane Covering Problems (PCLCPs) are NP-Hard arc routing problems arising in collaborative truckload transportation procurement networks. The objective in these problems is to cover a set of full truckload shipment lanes of multiple shippers using cycles, each of which may include lanes from different shippers and empty truck movements, with minimum total cost such that each shipper does not share cycles with more than a prespecified number of partners. This paper presents a hybrid genetic algorithm (HGA) approach that combines genetic algorithm, local search and large neighborhood search approaches for solving PCLCPs. This approach is the first meta-heuristic that has been proposed for solving NP-Hard LCPs. The proposed MGA has been tested on instances that were previously used in the literature. It has improved the previous best known solutions of a significant portion of the large scale instances that were tested.

Keywords: lane covering problem, arc routing, hybrid genetic algorithm

1. Giriş

Rota Kapsama Problemi (RKP, LCP: Lane Covering Problem) lojistik ve tedarik zincirinde artarak görülen kurumlar arası yatay işbirliğinin bir türü olan, işbirlikli tam kamyon yükü hizmeti satın alma ağlarından ortaya çıkan bir ayrıt rotalama problemidir. Bu ağlarda, taşıyıcı firmalardan taşımacılık hizmeti alan bir grup gönderici firma bir araya gelir; ve grup halinde taşıyıcı firmalara avantajlı rota kombinasyonları sunarak daha düşük maliyetli taşımacılık hizmeti satın almaya çalışırlar [1][2].

İşbirliği yapan göndericiler boş kamyon hareketlerini en küçüklemeyi amaçlayan sürekli hareketler veya turlar kurdukları için taşıyıcı firmaların maliyetlerini azaltmış olurlar. Bunun yanında, özellikle düzenli olarak tekrarlanan turlar taşıyıcı firmaların en büyük problemlerinden olan sürücü devrim oranının azaltmasına da yardımcı olurlar. Sürücü devrim oranının yüksek olmasında en önemli nedenler olarak; sürücülerin zamanlarının büyük bir bölümünü evlerinden ve ailelerinden uzakta geçirmeleri ve gidecekleri güzergahları önceden bilmemelerinden doğan düzensizlik olarak gösterilmektedirler. Sürücülerin yapacağı seferlerin düzenli olması, evlerinde ve aileleriyle düzenli olarak zaman geçirmelerini sağlamak ve iş memnuniyetini artırmaktadır. Bu avantajlar nedeniyle işbirliği yapan gönderici firmalar taşıyıcı firmalardan daha düşük fiyatlar alabilmektedirler.

İşbirliğine dahil edilecek göndericilerin seçimi genelde rota birleştirme çözümüne bırakılmaktadır. Burada, çok sayıda ve çeşitli sektörlerden düzenli gönderi rotası bir araya getirilir. Burada amaç birbirini tamamlayan rotalar bulma olasılığını mümkün olduğu kadar yüksek tutmaktadır. Sonrasında, toplam maliyeti en aza indirmek amacıyla hangi düzenli gönderi rotalarının arka arkaya eklenerek turlar oluşturacağına karar verilir. Rota birleştirme çözümünde rotalarının hiçbirini diğer göndericilerin rotaları ile birleştirilmeyen göndericiler işbirliği dışında kalmış varsayıılır. Düzenli gönderi turlarından oluşan çözümün toplam maliyeti ile firmaların başlangıçtaki bireysel maliyetlerinin toplamı arasındaki fark, işbirliğinden elde edilecek toplam maliyet kazanımını verir.

Gönderici işbirliği ağlarında boş kamyon hareketlerini en aza indirecek turların

bulunması kolay değildir. Ağdaki üye sayısı ve dolayısıyla da hesaba katılması gereken tam kamyon yükü gönderi rotalarının sayısı arttıkça, değerlendirilmesi gereken muhtemel tur sayısı üssel olarak artar ve en iyileme teknolojisine ihtiyaç duyulur.

1.1. Rota kapsama problemleri

Tam kamyon yükü gönderici işbirliğinde alta yatan temel optimizasyon problemi *Rota Kapsama Problemi (RKP, LCP: Lane Covering Problem)* olarak tanımlanmıştır. Daha matematiksel bir dille ifade etmek gerekirse; RKP, yönlü çizge $G=(N,A)$ ve ayrıt uzunlukları f_a ($a \in A$) ile tanımlanan şebekede yönlü ayrıtların düzenli gönderileri temsil eden bir alt kümescini ($L \subseteq A$) kapsayan ve uzunlukları toplamı en kısa olan yönlü çevrimler kümesini bulma problemi olarak tanımlanır. Bu haliyle RKP, bir akış dolaşım problemine dönüştürülerek polinom zamanda çözülebilir. Ancak, kapsamada kullanılabilecek çevrimlere bazı kısıtların getirilmesiyle ortaya çıkan RKP varyantlarını çözmek çok daha zordur. Mesela, kullanılacak herhangi bir yönlü çevrimde yer alabilecek rota ayrıti sayısına bir üst sınır getirilmesiyle oluşan *Sayı Kısıtlı RKP (SKRKP, CCLCP: Cardinality Constrained LCP)* ve yine kullanılacak herhangi bir yönlü çevrimde yer alabilecek ayrıtların uzunlukları toplamına bir üst sınır getiren *Uzunluk Kısıtlı RKP (UKRKP, LCLCP: Length Constrained LCP)* NP-Zor problemlerdir. Aynı zamanda, her çevrimin tamamlanma süresine bir üst sınır ve rotalar için zaman pencereleri kısıtları koyan *Zaman Kısıtlı RKP (ZKRKP, TCLCP: Time Constrained LCP)* da NP-Zor bir problemdir. SKRKP, UKRKP ve ZKRKP'ye en iyi çözüm bulmak için; ilgili problemde tanımlanan kısıtları ihlal etmeyen olurlu çevrimlerin tamamı üzerinde tanımlanacak bir kümeye kapsama formülasyonu kullanılabilir. Ancak, rota ayrıti sayısı arttıkça olurlu çevrimlerin sayısının üssel hızda büyümesi nedeniyle, büyük ölçekli problem örneklerinin etkin şekilde çözümü için sezgisel yöntemler önerilmiştir [1][2].

Gerçek hayat uygulamalarında karşılaşılabilen bir başka durum ise bir göndericinin işbirliği içinde olacağı gönderici sayısının sınırlanmasıdır. İşbirliği çeşitli iş süreçlerini etkiler ve yönetilmesi gereken yeni ilişki ve bağlantılar doğurur. Bu nedenle, gönderici firmalar işbirliği ortaklarını sınırlı sayıda tutmak isteyebilirler. Bu basit gibi görünen sınırlama

altta yatan en iyileme probleminin karmaşıklığını ciddi biçimde etkiler ve bir başka NP-Zor RKP varyantını ortaya çıkarır. Bu varyant *Ortak Kisılı RKP (OKRKP)* olarak adlandırılmıştır [3].

OKRKP'nin matematiksel dille tanımı: N düğüm kümeli ve A ayrıt kümeli yönlü çizge $G=(N,A)$, ve ayrıt uzunlukları f_a ($a \in A$) ile tanımlanan bir şebeke ve her firmaya ait rotaları temsil eden $L_i \subseteq A$, $i=1,\dots,P$ rota kümeleri verildiğinde $L=L_1 \cup \dots \cup L_P$ rota ayrıtlar kümесini kapsayan, ve ayrıca bir rota kümesi L_j 'yi kapsayan çevrimlerin diğer rota kümelerinden ($\{L_i : j \neq i\}$) en fazla k_i tanesinden rota ayırtı içeren ve uzunlukları toplamı en küçük olan yönlü çevrimler kümесinin bulunmasıdır.

Ergun vd. [1], tam kamyon yükü gönderici işbirliği ağlarında en düşük toplam maliyetli işbirlikli çözümü bulma amacından hareketle, RKP'yi literatüre kazandırmış, UKRKP ve SKRKP varyantlarının NP-Zor olduğunu göstermiş ve SKRKP için sezgisel yöntemler geliştirmiştir. Geliştirilen sezgisel; düşük oranda boş kamyon hareketi içeren çevrimlerin enumerasyonu, elde edilen çevrimlerin dolu hareket mesafe yüzdeleri azalacak şekilde sıralanması ve daha sonra aynı rota ayrıtinin birden fazla çevrimle kapsanmamasını sağlayacak şekilde çözüme eklenmesinden oluşur.

Aynı yazarlar başka bir çalışmalarında [2] ZKRKP'yi çalışmış ve çözümü için bütün rota ayrıtlarının tek başlarına ayrı ayrı çevrimlerde olduğu çözümün başlayarak, çevrimleri açgözlü bir şekilde tekrar tekrar birleştirilmesinden (bkz. Şekil 9) oluşan bir sezgisel geliştirmiştirlerdir. Bu sezgiselin performansını Ergun vd. [1] tarafından geliştirilen sezgisel ile karşılaştırmışlar ve daha iyi sonuçlar elde ettiğini ortaya koymuşlardır. Söz konusu sezgisel, araç rotalama problemleri literatüründe sıkça kullanılan Clarke-Wright [4] (tasarruf) sezgiseline oldukça benzemektedir. Temel farkı, her iterasyonda tek bir birleştirme işlemi yerine birden fazla birleştirme yaparak rota ayrıtlarının nihai çözümdeki çevrimlere daha dengeli şekilde dağıtmayı amaçlamasıdır.

Immorlica vd. [5]; Ergun vd. [1] gibi, SKRKP için düşük oranda boş kamyon hareketi içeren çevrimlerin enumerasyonu ile elde edilen çevrimler arasından dual-giydirmeye (dual-fitting) yöntemi ile seçim yaparak çözümde yer alacak çevrimleri belirler. Önerilen yöntemin SKRKP

için $(1 + \ln 2)$ faktör yaklaşıklık değerine sahip olduğunu göstermiştir.

Kuyzu [3]; OKRKP'yi literatüre kazandırmış; sayı, uzunluk ve/veya ortak kısıtlarını içerebilen RKP'lerin çözümünde kullanılabilecek sütun türetme ve dal-fiyat yaklaşımı önermiştir. Bu çözüm yaklaşımının ilk aşamalarında, Ergun vd. [2] tarafından geliştirilen açgözlü çevrim birleştirme sezgiseli uygulanmaktadır ve elde edilen çözümler sütun türetmenin başlangıç çevrimler kümese dahil edilmektedir. Bu nedenle bu yöntemlerin açgözlü çevrim birleştirme sezgiselinden daha kötü bir çözüm elde etme ihtimalleri yoktur. Deneysel çalışmalarla açgözlü birleştirme sezgiselinden çok daha iyi sonuçlar elde etmişlerdir. Sütun türetme ve dal-fiyat yaklaşımının, özellikle problem boyutu büyüdüğünde kaba-kuvvet yaklaşımına göre daha etkin oldukları gözlenmiştir.

1.2. Çizgelerde çevrim kapsama problemleri

RKP, verilen bir çizgedeki ayrıtların bir alt kümесinin çevrimlerle belirli amaç ve kısıtlar doğrultusunda kapsanmasını içermektedir. Literatürde çizgelerin çevrimleri ile kapsanmasını konu alan çalışmalar mevcuttur. Thomassen [6] bir çizgenin *bütün* ayrıtlarını kapsayan en küçük toplam uzunluklu çevrimler kümесini bulmanın NP-Zor olduğunu göstermiştir. Hochbaum ve Olinick [7] sınırlı çevrim kapsama problemi için, başka problemler için geliştirilen çözüm yöntemlerine dayanan, sezgisel çözüm yöntemleri geliştirmiştir. Fernandes vd. [8] minimum çevrim kapsama probleminin güçlü bağlı ve sınırlı ağaç genişliğine sahip karma çizgelerde polinom zamanda çözülebileceğini göstermiştir.

1.3. Ayrıt rotalama problemleri ve genetik algoritmalar

Kısıtlı RKP varyantları *Kapasiteli Ayrıt Rotalama Problemi (KARP, CARP Capacitated Arc Routing Problem)* [9] ile yakından ilgilidirler. Ancak, KARP'tan farklı olarak turların başlangıç ve bitiş noktalarını teşkil edecek depo(lar) içermezler. Bu nedenle, kısıtlı RKP varyantları KARP'ın bir gevsetmesi olarak değerlendirilebilirler.

Corberán ve Prins [10], KARP'ların çözümü için önerilen yöntemlerin bir derlemesini sunmuşlardır. KARP'ların çözümünde, problemi (araç rotalama problemi gibi) eşdeğer bir *Düğüm Rotalama Problemine (DRP, NRP: Node Routing*

Tablo 1. Bu çalışmanın literatürde bulunan NP-Zor RKP'ler üzerine yapılan çalışmalar ile karşılaştırılması

RKP Referans	RKP Kısıtı				
	Sayı	Uzunlu k	Zaman	Ortak	Çözüm Yöntemi
Ergun vd. [1]	✓	(✓)			Çevrim enumerasyonu, açgözlü seçim sezgiseli
Immorlica vd. [5]	✓	(✓)			Çevrim enumerasyonu, dual giydirmeye
Ergun vd. [2]		(✓)	✓		Açgözlü birleştirme sezgiseli
Kuyzu [3]	(✓)	(✓)		✓	Sütun türetme, dal-fiyat
Bu çalışma	(✓)	(✓)		✓	MGA

✓: Birincil odak (✓): İkincil odak

Problem) dönüştürmek ve elde edilen DRP ile çalışmak sıkılıkla başvurulan bir yaklaşımıdır. Literatürde, çeşitli KARP'lar ve DRP'ler için çok sayıda Genetik Algoritma (GA) tabanlı çözüm yaklaşımı önerilmiştir. Bu yaklaşımın GA ve yerel arama stratejilerini bir arada içeren Melez Genetik Algoritmalar (MGA'lar) oldukları dikkat çekmektedir. MGA'lar, birden fazla en iyileme yaklaşımının sinerjik birleşimini içermeleri nedeniyle Memetik Algoritma (MA) olarak da adlandırılmaktadırlar [11].

Lacomme vd. [12], KARP ve birden fazla amacı da içeren bazı uzantılarının çözümü için bir MGA önermişlerdir. Prins [13], Araç Rotalama Problemi (VRP) ve bazı uzantılarının çözümü için bir MGA yaklaşımı sunmuş ve denektaşı (benchmark) problem örnekleri üzerinde o zamana kadar VRP için en başarılı çözüm yaklaşımı olan Tabu Arama yaklaşımından daha etkin çalıştığını ortaya koymuştur. Prins [14], başka bir çalışmasında, Heterojen VRP'ler için iki ayrı MGA yaklaşımı önermiş ve çok sayıda denektaşı problem örneğinin bilinen en iyi çözümlerini iyileştirmiştir. Liu vd. [15], taşıyıcı bir firmanın müşterilerinden sipariş aldığı tam kamyon yükü gönderilerinden hangilerini kendi aracı ile taşıyacagini hangilerini işbirliği yaptığı taşıyıcı firmalara taşıtacağına karar vermesine yardımcı olacak bir Tercihli (selective) KARP'ın çözümü için bir MGA önermişlerdir. Chen vd. [16] KARP'ın denektaşı problem örnekleri için bilinen en iyi sonuçları veya daha iyi sonuçları kısa sürede elde eden bir MGA sunmuşlardır. Arakaki ve Usberti [17], araçların başladığı yere dönme zorunluluğunun olmadığı Açık KARP için bir MGA önermişlerdir. Tirkolae v. [18], kentlerde çöp toplama işlemlerinin çevreye etkisini en aza indirmeye hedefinden ortaya

çıkan Çok-Seferli (multi-trip) Yeşil KARP için bir MGA önermişlerdir. Hiermann vd. [19]; standart içten yanmalı motorlu, şarj edilebilir melez motorlu ve sadece elektrikli motorlu araçların bir arada kullanılabildiği bir VRP tanımlamış ve çözümü için bir MGA önermişlerdir.

Bir önceki paragrafta atıf yapılan çalışmaların tamamında kromozomlar, turların sınırlarını belirtmeden, sadece ayrıtların permütasyonu şeklinde kodlanmışlardır. Turların sınırları, Ulusoy'un çalışmasında [20] ilk defa önerdiği gibi, permütasyonun tanımladığı dev turun (giant tour) en kısa yol probleminin çözülmesinde kullanılanlara benzer algoritmalar yoluyla parçalanmasına dayanan yöntemiyle dolaylı olarak belirlenmişlerdir. Bu çalışmaların, Tirkolae v. [18] hariç olmak üzere, bir başka ortak özelliği ise GA çerçevesinde mutasyon yerine (2-opt gibi) yerel iyileştirme mekanizmalarını kullanmalarıdır. Tirkolae v. [18] ise, başlangıç populasyonundaki çözümleri bir çözüm inşa algoritması ve tavlama benzetimi yoluyla üretmiş ve daha sonra klasik GA uygulamışlardır. Chen vd. [16] tarafından önerilen yöntem, yerel iyileştirme dışında rastgele tabu eşik ve olursuz iniş (descent) prosedürleri içerir. Hiermann vd. [19] tarafından önerilen yaklaşım ise, geniş komşuluk arama (GKA) [21] tarzı təhrip ve tamir operasyonlarının her iterasyonda sadece birer defa uygulanmasını içerir.

1.4. Bu çalışmanın literatüre katkısı

Bu çalışmada, Kuyzu[3] tarafından OKRKP'lerin ve genel olarak sayı ve/veya uzunluk kısıtlarını içerebilen OKRKP varyantlarının çözümü için önerilen, sütun türetme ve dal-fiyat yaklaşımına alternatif olacak genetik

algoritma tabanlı melez bir meta-sezgisel çözüm yaklaşımı önerilmektedir. Sayı kısıtı, SKRKP'deki gibi, kullanılacak herhangi bir yönlü çevrimde yer alabilecek rota ayırtı sayısına bir üst sınır getirir. Uzunluk kısıtı ise, UKRKP'deki gibi, kullanılacak herhangi bir yönlü çevrimde yer alabilecek ayrıtların uzunlukları toplamına bir üst sınır getirir. Genetik algoritma, mutasyon yerine yerel arama kullanılması ve mevcut popülasyondaki bireylerin GKA tarzı tahrif ve tamir operasyonlarıyla dönüştürülmesi suretiyle melezleştirilmiştir. Bu herhangi bir NP-Zor RKP varyantı için geliştirilmiş ilk meta-sezgisel olma özelliğini taşımaktadır (bkz. Tablo 1). Meta-sezgisel, daha önce Kuyzu [3] tarafından rastgele oluşturulmuş OKRKP örnekleri üzerinde denenmiş ve yine Kuyzu[3] tarafından bu problem örnekleri üzerinde elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak daha kısa sürede yüksek kalitede çözümler elde edebileceği gösterilmiştir. Bazı problem örnekleri için bilinen en iyi çözümlerden daha iyi çözümler elde edilmiştir.

Bu makalenin devamında, Bölüm 2'de problemin çözümü için daha önce önerilen bir tam sayılı programlama modeli yer almaktadır. Problem için geliştirilen melez genetik algoritma Bölüm 3'te anlatılmaktadır. Bölüm 4'te önerilen yöntemin başarısının hesaplamalı deneyler yoluyla değerlendirilmesine ilişkin sonuçlar verilmektedir. Son olarak, Bölüm 5'te ise yapılan çalışmaya ilişkin bulgular özetlenmektedir.

2. Matematiksel Model

Bu bölümde Kuyzu [3] tarafından OKRKP ve varyantlarının kesin en iyi çözümünü bulmak için önerilen karma tam sayılı programlama modeli verilmektedir. Bu model, bütün olurlu basit çevrimler kümesi üzerinden tanımlanmıştır.

Kümeler:

N : Düğümler kümesi,

A : Ayrıtlar kümesi,

L : Rota ayrıtları kümesi ($L \subseteq A$),

P : Gönderici firmalar kümesi,

L_i : Gönderici firma $i \in P$ için rota ayrıtları kümesi,

$C(L)$: En az bir rota ayırtı içeren olurlu çevrimler kümesi.

Parametreler:

F_c : c çevriminin uzunluğu, $\forall c \in C(L)$

s_{lc} : l rota ayırtı, c çevriminin içindeyse 1, diğer duruma 0 değerini alır, $\forall l \in L, c \in C(L)$,

p_{cij} : c çevrimi, $\{i,j\}$ gönderici firma çiftinin her ikisinden birden rota ayırtı içeriyorsa 1, diğer durumda 0 değerini alır, $\forall c \in C(L), \{i,j\} \subseteq P$,

k_i : Gönderici firma i 'nin işbirliği içinde olmak istediği maksimum firma sayısı, $\forall i \in P$,

M : Yeterince büyük bir sayı.

Karar değişkenleri:

x_c : c çevrimi seçildiğinde 1, diğer durumda 0 değerini alır, $\forall c \in C(L)$

y_{ij} : Seçilen çevrimlerden en az biri $\{i,j\}$ gönderici firma çiftinin her ikisinden birden rota ayırtı içeriyorsa 1, diğer durumda 0 değerini alır, $\forall \{i,j\} \subseteq P$.

Formülasyon:

$$\text{En küçükle } \sum_{c \in C(L)} F_c x_c \quad (1)$$

Öyle ki:

$$\sum_{c \in C(L)} s_{lc} x_c = 1 \quad \forall l \in L \quad (2)$$

$$\sum_{c \in C(L)} p_{cij} x_c \leq M y_{ij} \quad \forall \{i,j\} \subseteq P \quad (3)$$

$$\sum_{j \in P \setminus \{i\}} y_{ij} \leq k_i \quad \forall i \in P \quad (4)$$

$$x_c \in \{0,1\} \quad \forall c \in C(L) \quad (5)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall \{i,j\} \subseteq P \quad (6)$$

Yukarıdaki formülasyonda, amaç (1) seçilen çevrimlerin uzunlukları toplamını en küçükler. Kısıt (2) her rota ayırtının tam olarak bir çevrim

tarafından kapsanmasını sağlar. Kısıt (3) i ve j gönderici firmalarından her ikisinden birden rota ayrıti içeren en az bir çevrim seçilmesi halinde y_{ij} karar değişkeninin 1 değerini almasını sağlar. Kısıt (4) i gönderici firmasının en fazla k_i farklı gönderici firma ile çevrim paylaşmasını sağlar. Kısıtlar (5) ve (6) tam sayı kısıtlarıdır.

OKRKP'ye sayı, uzunluk ve/veya zaman kısıtlarının eklenmesi halinde, yukarıdaki formülasyon geçerliliğini koruyacaktır. Bu kısıtlardan herhangi biri eklendiğinde çevrimleri kümesi $C(L)$ daha az sayıda çevrim içerektir.

Yukarıdaki formülasyonda her olurlu çevrim $c \in C(L)$ için bir x_c karar değişkeni bulunmaktadır. Problem boyutu büyündükçe, olurlu çevrim sayısı üssel olarak artmaktadır. Bu nedenle dal-fiyat gibi gelişmiş çözüm yöntemleri veya sezgisel/meta-sezgisel çözüm yaklaşımlarına ihtiyaç vardır. Bu çalışmada, genetik algoritma tabanlı melez bir meta-sezgisel geliştirilmiştir. Bu meta-sezgiselin detayları aşağıda yer almaktadır.

3. Melez Genetik Algoritma

Bu bölümde, bu makalenin temel konusunu teşkil eden, çözülmesi için geliştirilen MGA tanıtılmaktadır. Söz konusu MGA, başlangıç popülasyonunun oluşturulmasından sonra; çaprazlama, yerel arama, geniş komşuluk arama ve yeni neslin seçimi ana adımlarının durma koşulları sağlanıncaya kadar tekrar edilmesinden oluşur (Şekil 1).

Adım 1:	Başlangıç popülasyonunu oluştur
Adım 2:	Durma koşulları sağlanıyorsa dur
Adım 3:	Çaprazlama ve yerel arama yap
Adım 4:	Geniş Komşuluk Arama uygula
Adım 5:	Yeni nesli seç
Adım 6:	Adım 2'ye git

Şekil 1. MGA ana adımları

Bu bölümün devamında MGA'nın ana adımları ayrı alt başlıklar halinde detaylı bir şekilde açıklanmaktadır.

3.1. Kromozom yapısı ve amaç fonksiyonu değeri hesaplama

OKRKP için genetik algoritma operasyonlarının gerçekleştirilmesi amacıyla, her çözüm bütün rota ayrıtlarının permütasyonu (yani sıralaması) şeklinde ifade edilerek kromozom yapısı oluşturulmaktadır. Bu kromozom yapısı, gezgin satıcı problemi ve araç/ayrit rotalama

problemlerinde sıkılıkla kullanılan bir yapıdır. Gezgin satıcı probleminde tek bir tur oluşturma zorunluluğu olduğu için görülmese de, birden fazla tur yapmayı zorunlu hale getiren kısıtlar nedeniyle araç/ayrit rotalama problemlerinde bir kromozom birden fazla çözüme karşılık gelebilir. Yani, tur sınırları belirlenmeden uygunluk ve/veya amaç fonksiyonu değerlerini hesaplamak mümkün değildir. Bunun sonucunda, araç/ayrit rotalama problemleri için geliştirilen genetik algoritmada tur sınırlarının (yani tur başlangıç ve bitiş genlerini) nasıl belirleneceği önemli bir konudur. Tur sınırlarını kromozom yapısı içine dahil ederek takibini yapmak bir alternatif olsa da, çaprazlama sonucu elde edilecek çocukların tur sınırlarının belirlenmesi gibi, bazı problemler içermektedir. Bu nedenle, tur sınırlarını açıkça belirten kromozom yapıları tercih edilmemektedir.

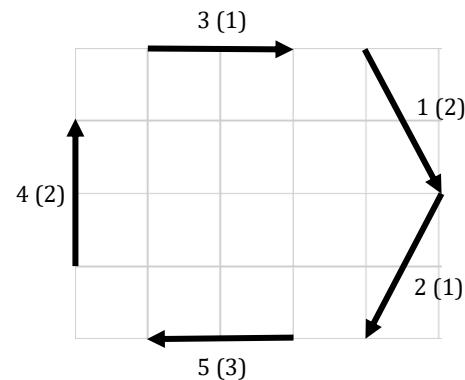
Cözüm kromozomları, tur sınırlarını takip etmeden, sadece basit permütasyonlar olarak ifade edildiğinde, Ulusoy [20] tarafından yine KARP için geliştirilen bir sezgisel algoritma dayalı yöntemler kullanılmaktadır. Ulusoy'un algoritması kapasite kısıtlarını görmezden gelerek, bütün ayrıtları ziyaret eden dev bir tur oluşturur ve daha sonra bu turu ikincil bir yönlü çevrimsiz çizgede bir En Kısa Yol Problemi (EKYP) çözerek alt turlara ayırır. Algoritmanın en iyi çözümü bulma garantisini yoktur, ancak verilen bir dev turu, kromozomdaki son ayrıntın bir (alt) turun son ayrıtı olması koşuluyla, polinom zamanda en iyi bir şekilde alt turlara ayırmaktadır. KARP ve VRP çeşitleri için geliştirilen genetik algoritmada ise, her permütasyon kromozom için en iyi tur sınırlarını belirlemeye kullanılmıştır. Oluşturulan ikincil çizge çevrim içermediği için, EKYP etiket sabitleme algoritması ile çok hızlı bir şekilde (doğrusal zamanda) çözülebilmektedir. Ulusoy'un algoritmasının en iyi alt turları elde edemediği karmaşık kısıtlar içeren rotalama problemlerinde ise, algoritmada bir takım değişiklikler yaparak ve ikincil algoritmalarla desteklenerek alt turlar elde edilmiştir. Bu sayede çaprazlama ve mutasyon operasyonlarında tur sınırlarını takip etme zarureti ortadan kaldırılmıştır.

Bu çalışmada geliştirilen MGA kapsamında da OKRKP çözümleri basit permütasyon kromozomlar şeklinde kodlanmaktadır. Her alt tur bir çevrime karşılık gelmektedir ve

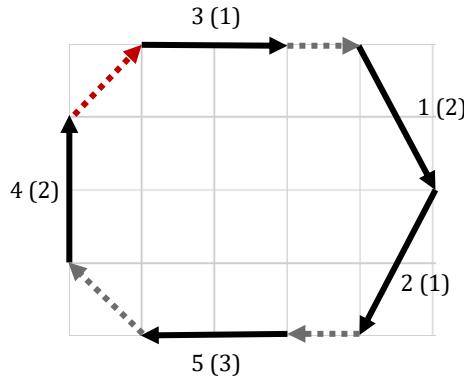
tur/çevrim sınırları takip edilmemektedir. Verilen bir rota ayrıti permütasyonu için en iyi çevrim sınırlarını belirlemek mümkün olsa da, ortak kısıtları nedeniyle Ulusoy'un çözdüğü EKYP'yi çözerek belirlemek mümkün değildir. En iyi çevrim sınırlarını belirlemek için yine ikincil bir yönlü çevrimsiz çizge (directed acyclic graph) oluşturup bu çizge üzerinde bir Kaynak Kısıtlı En Kısa Yol Problemi (*KK-EKYP, resource constrained shortest path problem*) çözmek mümkündür. Ancak KK-EKYP'nin yönlü çevrimsiz çizgelerde tek bir kaynak çeşidi, bütün ayrıt uzunlıklarının ve kaynak kullanım miktarlarının pozitif olduğu durumda bile NP-Zor bir problem olduğu bilinmektedir[22]. KK-EKYP'nin tekrar tekrar çözülmesi gerektiği için, her seferinde kesin en iyi çözümü bulacak bir algoritmanın toplam koşturum zamanını negatif etkileme riski yüksektir. Bu nedenle, bu çalışmada en iyi tur sınırlarını bulma garantisi olmayan fakat hızlı çalışan bir etiket sabitleme algoritması ile tur sınırları belirlenmektedir.

MGA'da kullanılan etiket sabitleme algoritması koşturulmadan önce, verilen bir kromozom için bir yönlü çevrimsiz çizge oluşturulur. Daha sonra bu yönlü çevrimsiz çizge üzerinde ayrıt uzunlukları belirlenir ve çevrimler üzerindeki kısıtları sağlamak için gerekli kaynaklar tanımlanır. Hazırlık işlemlerini Şekil 2 ile verilen beş rota ayrıthı ($L = \{1,2,3,4,5\}$) ve üç göndericili ($P = \{1, 2, 3\}$) küçük problem örneği (KPÖ) yardımıyla açıklayalım. KPÖ'de rota ayrıtlarının başlangıç ve bitiş noktaları eşit aralıklı (açık gri renkli) kılavuz çizgilerinin kesişim noktalarına yerleştirilmişlerdir. Her rota ayrıtinin üzerinde numarası ve ait olduğu göndericisinin numarasını içeren bir etiket yer almaktadır. Mesela, "3 (1)" etiketi rota ayrıtinin 3 numaralı rota ayrıti olduğunu ve 1 numaralı göndericiye ait olduğunu ifade eder. KPÖ için 3-1-2-5-4 kromozomu verilmiş olsun. Çevrim sınırlarının olmadığı veya belirlenmediği durumda, bu kromozom Şekil 3 ile verilen büyük tura karşılık gelir. Şekilde kesikli çizgileri olan ayrıtlar rota ayrıtları arası boş kamyon hareketini gösterirken, kırmızı kesikli çizgiyle gösterilen ayrıt kromozomdaki son rota ayrıti ile ilk rota ayrıti arasındaki boş kamyon hareketini ifade eder. Çevrimler belirlenirken rota ayrıtlarının kromozomdaki sıralaması korunur ve şekildeki kırmızı ayrıtin dev tur çevrimi dışında kullanılmasına izin verilmez. Hazırlık işlemlerinin son halkası olarak, her rota ayrıti için bir düğüm ve ek olarak bir adet yapay düğüm

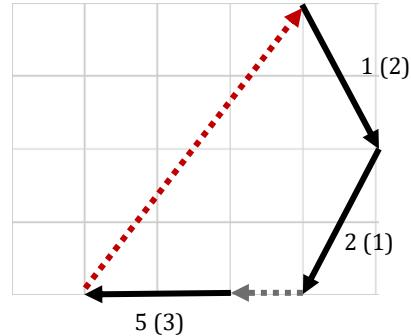
içeren gösterilen yönlü çevrimsiz çizge (YÇÇ) oluşturulur (Şekil 4). B bir kromozom olsun ve kromozom B 'de i 'nci sırada olan rota ayrıti $B[i]$ ile ifade edilsin ($B[0] = 0$). YÇÇ'deki her $(B[i], B[j])$ ayrıti, orijinal çizgede (Şekil 2) $B[i+1], \dots, B[j]$ rota ayrıtlarından oluşan bir çevrime karşılık gelmektedir. Örneğin, $(B[0], B[2]) = (0, 1)$ ayrıntına karşılık gelen çevrim Şekil 5 ile, $(B[1], B[4]) = (3, 5)$ ayrıntına karşılık gelen çevrim ise Şekil 6 ile resmedilmiştir. $(0, 4)$ ayrıti ise dev tur çevrimine (Şekil 3) karşılık gelmektedir. YÇÇ'deki her ayrıtin uzunluğu, o ayrıta orijinal çizgede karşılık gelen çevrimin uzunluğuna eşit olur. Olursuz çevrimlere karşılık gelen ayrıtlar, yani ortak sayısı kısıtları veya varsa uzunluk ve rota ayrıti sayısı gibi kısıtları ihlal eden ayrıtlar, YÇÇ'den silinir. Böylece, YÇÇ'de sadece olurlu çevrimler kümesi $C(L)$ içinde olan çevrimlere karşılık gelen ayrıtlar kalır. Örneğin, KPÖ'de gönderici 3 en fazla bir gönderici ile çevrim paylaşmak istiyorsa, yani $k_3 = 1$ ise; $(0,5)$, $(0,4)$, $(3, 5)$, $(3,4)$, ve $(1,4)$ ayrıtları YÇÇ'den silinirler. Etiket sabitleme algoritması, nihai YÇÇ üzerinde 0 düğümünden 4 düğümüne (son düğüm) gönderici firmaların ortak sayısını kısıtlamayı aşmayan en iyi veya en iyiye yakın en kısa yolu bulmayı amaçlar.



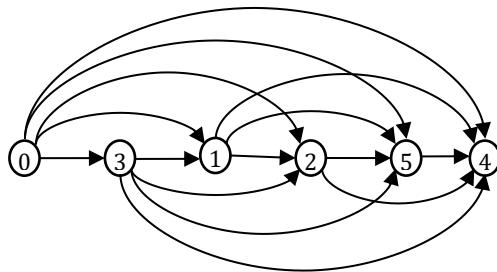
Şekil 2. Beş rota ayrıthı ($L = \{1,2,3,4,5\}$) ve üç göndericili ($P = \{1, 2, 3\}$) küçük problem örneği (KPÖ).



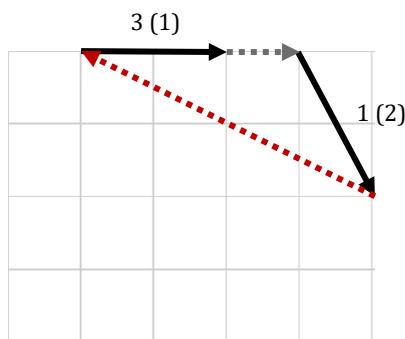
Şekil 3. KPÖ için 3-1-2-5-4 kromozomuna karşılık gelen dev tur çevrimi.



Şekil 6. YÇÇ'de (3,5) ayrıtına karşılık gelen çevrim.



Şekil 4. KPÖ ve 3-1-2-5-4 kromozomu için çevrim/tur sınırlarını belirlemeye kullanılabilecek yönlü çevrimsiz çizge (YÇÇ).



Şekil 5. YÇÇ'de (0,1) ayrıtına karşılık gelen çevrim.

Kullanılan etiket sabitleme algoritmasının adımları Şekil 7'de sıralanmıştır. B yine bir kromozom olsun. Algoritmda geçen $d[i]$, rota ayrıti $B[i]$ için maliyet etiketidir. $pred[i]$, rota ayrıti $B[i]$ için uzaklık etiketine karşılık gelen çevrimden bir önceki çevrimin son rota ayrıtidır. Örneğin, YÇÇ'de (Şekil 4) $pred[5] = B[2] = 1$ ve $pred[2] = B[0] = 0$ olduğunda, $\{3,1\}$ ve $\{2,5,4\}$ çevrimleri oluşur. $ol[i, p]$ rota ayrıti $B[i]$ 'nin mevcut etiketi $pred[i]$ için p gönderici firmasının rota paylaştığı gönderici firmalar kümesini ifade eder. $olurlu(i, j)$ fonksiyonu, $B[i+1], \dots, B[j]$ çevrimi olurlu olduğunda 1 değerini, aksi halde 0 değerini verir. $c(i, j)$ fonksiyonu, $B[i+1], \dots, B[j]$ çevriminin toplam maliyetini hesaplar. $dao(i, j)$ fonksiyonu, $B[i+1], \dots, B[j]$ çevrimi ile $B[j]$ düğümünün etiketinin oluşturulması halinde gönderici firmaların herhangi biri daha az ortak sahibi oluyorsa 1, aksi halde 0 değerini verir. $g[i]$ ise, rota ayrıti $B[i]$ 'nın ait olduğu gönderici firmayı ifade eder.

Etiket sabitleme algoritmasında, 1-2 hazırlık adımlarıdır. Adım 3'ün sonuna gelindiğinde, $B[i]$ rota ayrıtinin bütün etiketleri ($d, pred, ol$) sabitlenmektedir. Etiketlerin sabitlenme sırasında rota ayrıtlarının kromozomdaki sırası ile aynıdır. Eğer $(B[i], B[j])$ olursuzluğa neden olacak bir çevrime karşılık geliyorsa; $(B[i], B[j+1]), (B[i], B[j+2]), \dots$ ayrıtlarına karşılık gelen çevrimleri, olurlu olmaları mümkün olmadığı için kontrol etmeye gerek yoktur. Bu nedenle, Adım 4'te $olurlu(i, j) = 1$ değil ise Adım 3'e gidilir. Adım 5'te $B[j]$ rota ayrıtinin etiketlerinin güncellenmesine gerek olup olmadığı kontrol edilir. Etiketler, sadece daha düşük bir maliyet

etiketi elde edilmesi veya aynı maliyete daha az sayıda ortak ile ulaşılması halinde güncellenirler. Adımlar 6-9, $B[j]$ rota ayırtının *ol* etiketinde $B[i+1], \dots, B[j]$ çevrimindeki gönderici firmaların ortak listelerini güncellerler. Adımlar 10 ve 11, döngülerin tamamlanması içindirler. Algoritma sonlandığında, kromozomdaki son rota ayırtının maliyet etiketi $d[|L|]$, kromozoma karşılık gelen çözümün toplam maliyetini verir. Bu toplam maliyet, aynı zamanda kromozomun uygunluk değerinin -1 ile çarpılmış halidir. Çözümü oluşturan çevrimler $pred[|L|]$ 'den başlanarak diğer $pred$ 'ler yardımıyla geriye doğru gidilerek belirlenirler.

Adım 1:	$d[i] \leftarrow \infty$	$i = 1, \dots, L $
	$pred[i] \leftarrow i - 1$	$i = 1, \dots, L $
	$ol[i, p] \leftarrow \emptyset$	$i = 1, \dots, L ,$ $p = 1, \dots, P $
Adım 2:	$d[0] \leftarrow 0$	
	$i \leftarrow -1$	
Adım 3:	$i \leftarrow i + 1$	
	$j \leftarrow i$	
	// $d[i], pred[i], ol[i, p]$ sabitlenir	
Adım 4:	$j \leftarrow j + 1$	
	Eğer $olurlu(i, j) = 1$ ise Adım 5'e git, değilse Adım 3'e git.	
Adım 5:	Eğer $d[j] > d[i] + c(i, j)$ ise, veya ($d[j] = d[i] + c(i, j)$ ve $dao(i, j) = 1$) ise:	
	$d[j] \leftarrow d[i] + c(i, j)$	
	$pred[j] \leftarrow [i]$	
	$ol[j, p] \leftarrow ol[i, p]$ $p = 1, \dots, P $	
	$k \leftarrow i$	
	Değilse Adım 4'e git	
Adım 6:	$k \leftarrow k + 1$	
	$l \leftarrow k$	
Adım 7:	$l \leftarrow l + 1$	
	Eğer $g[k] \neq g[l]$ ise: $ol[j, g[k]] \leftarrow ol[j, g[k]] \cup g[l]$ $ol[j, g[l]] \leftarrow ol[j, g[l]] \cup g[k]$	
Adım 8:	Eğer $l < j$ ise, Adım 7'ye git.	
Adım 9:	Eğer $k < j - 1$ ise Adım 6'ya git.	
Adım 10:	Eğer $j < L $ ise Adım 4'e git	
Adım 11:	Eğer $i < L - 1$ ise Adım 3'e git	
Adım 12:	Dur	

Şekil 7. Etiket sabitleme algoritmasının adımları

3.2. Popülasyon yapısı ve başlangıç popülasyonu

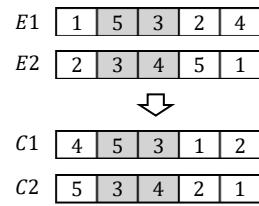
Popülasyon pb adet kromozomdan oluşur. Başlangıç popülasyonu, $pb - 1$ adet rastgele çözüm ve bütün rota ayırtlarının tek başına olduğu en kötü olurlu çözümden oluşur. Bulunan

en iyi çözümün bir kopyası (*bei*) popülasyon dışında yedeklenir ve farklı aşamalarda gereğiinde popülasyona eklenir.

3.3. Ebeveyn seçimi ve çaprazlama

Ebevneylerin seçiminde ikili turnuva seçimi kullanılmaktadır. Popülasyondan dört adet ebeveyn adayı art arda rastgele seçilir. Birinci ve ikinci adaylar karşılaşılır ve daha düşük maliyete sahip olan birinci ebeveyn olur. Aynı işlem üçüncü ve dördüncü adaylara da uygulanarak ikinci ebeveyn seçilir. Seçilen ebevneyler üzerinde OX çaprazlama (OX crossover) uygulanarak iki çocuk elde edilir. Çocuklardan eşit olasılıkla rastgele seçilen biri tutulur, diğeri ise silinir. Elde tutulan çocuk en iyi çözümden daha iyi ise bilinen en iyi çözüm güncellenir.

OX çaprazlama işlemi şu şekilde yapılır. Uzunlukları $|L|$ olan iki ebeveyn $E1$ ve $E2$ verilmiş olsun. İki pozisyon i ve j , $1 \leq i \leq j \leq |L|$ olacak şekilde rastgele belirlenir. Birinci çocuk $C1$ 'i elde etmek için, önce $E1$ 'de i, \dots, j pozisyonlarındaki elemanlar $C1$ 'in i, \dots, j pozisyonlarına kopyalanır, daha sonra $E2$ ebeveyne $j + 1 (\text{mod } |L|)$ pozisyonundan başlanarak dairesel olarak taranır ve $C1$ 'de henüz yer almayan elemanlar $C1[j]$ 'nin sonrasında dairesel olarak ($\text{mod } |L|$) eklenir. Aynı işlem $E1$ ile $E2$, $C1$ ile de $C2$ yer değiştirilerek tekrarlanır ve ikinci çocuk $C2$ elde edilir. Şekil 8, HGA'da kullanılan OX çaprazlama işleminin bir örneğini göstermektedir. Yukarıda da belirtildiği gibi, $C1$ ve $C2$ 'den biri eşit olasılıkla rastgele silinir.

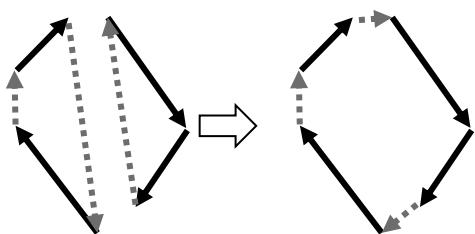


Şekil 8. OX çaprazlama örneği.

3.4. Yerel arama

Çaprazlama ile elde edilen çocuk, *yao* olasılıkla yerel aramaya tabi tutulur. Bu aşamada uygulanan yerel aramayı mutasyon olarak değerlendirmek mümkündür. Yerel arama, etiket sabitleme algoritması (bkz. 3.1) ile belirlenen çevrimleri açgözlü bir şekilde tekrar birleştirerek toplam maliyeti mümkün

olduğu kadar küçültür. İki çevrimin birleştirilmesi işlemi, bu çevrimlerin en uzun boş hareket ayrıtlarının silinip ortaya çıkan iki adet yönlü yolun uç noktalarının (gerekirse yeni boş hareket ayrıtları eklenerek) tek bir çevrim oluşturacak şekilde birleştirilmesi ile yapılır. Yerel aramanın her iterasyonunda, en yüksek iyileşmeyi sağlayan birleştirme yapılır. Sadece olurluluğu koruyan ve maliyeti azaltan birleştirmelere izin verilmektedir. Şekil 9, birleştirme işlemi için bir örnek göstermektedir.



Şekil 9. Yerel aramada yapılan birleştirme işlemi örneği.

3.5. Geniş komşuluk arama

Mevcut popülasyondaki bireylerin her biri üzerinde tahrip ve tamir operasyonları gerçekleştirilir. Tahrip operasyonunda kromozomun elemanları üzerinden sırayla geçilir. Her bir eleman, eğer hâlihazırda tek başına bir çevrim oluşturmuyorsa, *to* olasılıkla tek başına bir çevrim yapılır, varsa bu elemandan bir sonraki eleman ile yeni bir çevrime başlanır. Bu işlemle bir çevrim iki veya üç ayrı çevrime bölünmüş olur. Örneğin; bir kromozomda 1-2-3-4-5 rota ayırtı dizisi bir çevrime karşılık gelsin. Tahrip operasyonu: (a) 1 üzerinde yapılırsa, 1 ve 2-3-4-5 olarak iki çevrim; (b) 3 üzerinde yapılırsa, 1-2, 3 e 4-5 olmak üzere üç çevrim; (c) 5 üzerinde yapılırsa, 1-2-3-4 ve 5 olmak üzere iki çevrim ortaya çıkar. Bu operasyon çözümün olurluluğunu korur. Tahrip edilen çözüm, Bölüm 3.4'te tarif edilen yerel arama algoritması ile tamir edilir. Tamir sonrasında elde edilen çözümlerden herhangi biri bulunan en iyi çözümden daha iyi ise bilinen en iyi çözüm güncellenir.

3.6. Yeni neslin seçimi

Tahrip ve tamir operasyonları mevcut popülasyonda değişikliğe neden olur, ancak popülasyondaki birey sayısı değişmez. Değişmiş popülasyondaki çözümler maliyetlerine göre küçükten büyüğe sıralanır. Ortanca çözümden

sonraki çözümlerden biri rastgele seçilir. Çaprazlama (ve yeral arama) ile elde edilen çocuk, aynı maliyete sahip başka bir çözüm olmaması halinde seçilen çözümle yer değiştirir.

3.7. Durma koşulları

MGA'da önce başlangıç popülasyonu oluşturulur. Daha sonra, 3.2 – 3.6 başlıklarında tanımlanan işlemler durma koşulları sağlanıncaya kadar tekrarlanır. Belirli sayıda (*mns*) nesil oluşturulduğunda veya bilinen en iyi çözümde iyileştirme görülmeyen nesil sayısı belirli bir sayıya (*mions*) ulaşlığında algoritma sonlanır.

4. Deneysel Çalışmalar

Geliştirilen MGA'nın performansı, elde ettiği çözümleri Kuyzu[3] tarafından geliştirilen sütun türetme ve dal-fiyat yöntemleri ve yine aynı makaledeki deneysel çalışmalarla mihenk taşı olarak kullanılan kaba kuvvet çözüm yaklaşımları ile elde edilen çözümlerle karşılaştırılarak suretiyle ölçülmüştür. Sağlıklı bir karşılaştırma olması için aynı örnekler ve parametre değerleri kullanılmıştır. Örnekler, Öklid uzaklıklarına sahiptir, ve belirli kurallara göre rastgele üretilmiştir. Bu örneklerde rota ayırtları $1800 \text{ km} \times 1800 \text{ km}$ bir alana dağıtılmış düğümler arasındadırlar. Örnekler, büyük şehirlerin coğrafi yoğunluklarına karşılık gelen düğüm kümelenmeleri (cluster) içermektedir. Ayrıca; tedarikçi, depo ve müşteriler olmak üç ayrı tip düğüm bulunmaktadır. Rota ayırtları sadece tedarikçi-depo, depo-depo ve depo-müşteri düğüm tipleri arasında olmaktadır. Rota ayırtlarının başlangıç ve bitiş düğümlerinin aynı kümelenme içerisinde olmalarına izin verilmemektedir.

Örnekler türetilirken çeşitlilik olması için farklı düğüm sayısı, kümelenmelerdeki düğümlerin oranı, rota ayırtlarının sayıları, gönderici sayıları, göndericilere ait rota sayıları ve ortak kısıtları kullanılmıştır. İçerisindeki nokta sayısı ve rota ayırtlarının sayısı çeşitlilik göstermektedir. Örnekler; 100 veya 200 düğüm, için 0.5 ile 0.8 arasında değişen kümelenme oranı (KDO) ve her kümelenmede ortalama 10 düğüm olacak şekilde üretilmiştir. Rota ayırtları; sayıları düğüm sayısına eşit veya iki katı olacak şekilde üretilmiştir. Büyük gönderici (lgCo) ve küçük gönderici (smCo) olmak üzere iki ana örnek tipi vardır. Büyük gönderici örneklerinde her gönderici ortalama 20 rota ayırtına sahiptir ve en fazla 1 veya 2 göndericiyle işbirliği yapmak istemektedir. Küçük gönderici örneklerinde ise

her gönderici ortalama 10 rota ayrıntına sahiptir ve en fazla 3 veya 4 gönderici ile işbirliği yapmak istemektedir. Her parametre konfigürasyonu için üç farklı rastgele sayı tohumu kullanılmış ve böylece her konfigürasyon için üç farklı örnek üretilmiştir. Toplamda ise 48 farklı örnek üretilmiş ve sayısal analizde kullanılmıştır. Üzerinde çalışılan problemler için geliştirilen çözüm yöntemleri denenirken RKP'lere ortak kısıtlarının yanında uzunluk ($T = 3850$ km) ve sayı ($K = 4$) kısıtları uygulanmıştır.

Geliştirilen melez genetik algoritma, C++ programlama dilinde kodlanmıştır. Bütün sayısal analizler; 2 adet 2.00 GHz Intel Xeon E5-2650 işlemcili, 128 GB RAM kapasiteli iş istasyonu üzerinde koşturulmuşlardır.

4.1. Sonuçlar

Melez genetik algoritma şu parametre değerleri ile koşturulmuştur:

$pb = 8$ (popülasyon büyülüklüğü)

$mns = 1000$ (maksimum nesil sayısı)

$mions = 100$ (maksimum iyileştirme olmayan nesil sayısı)

$yao = 0,5$ (çaprazlama ile elde edilen çocuk üzerinde yerel arama uygulanma olasılığı)

$to = 0,05$ (GKA'da kullanılan tahrip olasılığı)

Bu parametre değerleri bir çok farklı değer sistematik olarak değerlendirildikten sonra belirlenmiştir. Algoritma, literatürde yer alan genetik algoritmalarla karşılaştırıldığında oldukça küçük bir popülasyon büyülüklüğü ve az sayıda nesil ile çalışmaktadır.

MGA ile edilen sonuçların daha önce elde edilen sonuçlarla karşılaştırması Tablo 2'de yer almaktadır. Tabloda yer alan başlıkların açıklamaları aşağıdadır. Tabloda geçen ST, DF ve KK çözüm yaklaşımı daha önce yapılan bir çalışmada[3] kullanılmışlardır ve tabloda yer alan değerler bahsi geçen çalışmadan alınmışlardır. Amaç fonksiyonu değerleri, çok basamaklı büyük sayılar olmaları nedeniyle; problemin ortak, sayı ve uzunluk kısıtlarının içermeyen ve polinom zamanda çözülebilen RKP'nin en iyi çözümüne olan yüzde uzaklığı veya açıklığı olarak ifade edilmişlerdir. Tabloda *eğik* olarak yazılmış değerler bu çalışma

öncesindeki bilinen en iyi değerleri ifade ederken, **koyu** olarak yazılmış değerler ise bu çalışma sayesinde elde edilen yeni en iyi değerleri ifade etmektedirler. **Koyu ve eğik** yazılmış değerler ise geçmiş çalışmalarada elde edilen en iyi olup bu çalışma ile iyileştirilemeyen değerleri ifade ederler.

Örnek: Problem örneğinin kısa adı,

$|N|$:Düğüm sayısı,

$|L|$:Rota ayrıti sayısı,

KDO :Kümelenmiş düğüm oranı,

$|C(L)|$:Tam enumerasyon ile edilen olurlu çevrim sayısı,

RKP :Problemin ortak, sayı, uzunluk kısıtları olmayan polinom zamanda çözülebilen gevşetmesi

MGA :Bu çalışma kapsamında geliştirilen melez genetik algoritma,

ST :Sütun türetme ile doğrusal gevşetmeyi çözdükten sonra eldeki sütunlar ile tam sayılı çözüm elde eden yaklaşım,

DF :Dal-fiyat algoritması,

KK :Kaba kuvvet yaklaşımı: $C(L)$ 'deki bütün çevrimleri üreterek tam sayılı programı çözme,

Tablo 2'de year alan "RKP Alt Sınırına Uzaklık (%)" değerleri Şekil 10'da grafikler halinde de sunulmaktadır. KK yöntemi ile smCo21 ve smCo24 örnekleri için elde edilen çözümlerin RKP alt sınırına uzaklıkları %40,5 ve %50,9 değerleridir. Diğer örnekler için herhangi bir yöntem ile elde edilen çözümlerin tamamının RKP alt sınırına uzaklıkları %16'nın altındadır. Yorumlamada kolaylık sağlamak için Şekil 10'daki bütün grafiklerde y-ekseni %0 ve %16 değerleri arasında sabitlenmiştir. Bunun sonucunda KK yönteminin smCo21 ve smCo24 örnekleri için bulduğu sonuçların RKP alt sınırına uzaklıklarının sadece %16'lık kısımları resmedilmiştir. Tablo 2 ve Şekil 10 incelendiğinde, MGA'nın 400 rota ayrıti içeren örneklerin tamamında daha önceki bulunan çözümlerden daha iyi çözümler elde ettiği görülmektedir. Diğer örneklerde ise ST

yaklaşımından daha iyi çözüm elde etmekte, fakat DF veya KK yaklaşımlarından daha iyi çözüm elde edememektedir. Bütün problem örneklerinde düğümler ve rotalar aynı büyülükteki ($1800 \text{ km} \times 1800 \text{ km}$) bir alan üzerinde oluşturulmaktadır. Rota sayısı arttığında rota yoğunluğu da bir anlamda artmaktadır. Rota yoğunluğu arttığında olurlu çözüm bulmak kolaylaşmaktadır. Küçük değişiklerle bir olurlu çözümden diğerine gitmek kolaylaşmaktadır. Düşük yoğunluklu problem örneklerinde bir olurlu çözümden diğerine gitmek, bir yerel en iyiden diğerine gitmek, daha büyük değişiklikler gerektirmekte ve zorlaşmaktadır. Çalışılan problemin ayırt edici özelliği olan ortak kısıtlarının çevrimler arası kapsamda sınırlayıcı olması bir olurlu çözümden diğerine gitmeyi daha da zorlaştırmaktadır. Rota sayısı ve yoğunluğu arttığında problem ölçü hizla büyümekte, DF ve KK yaklaşımının performansı da düşmektedir. Bu düşüşte her ikisine de uygulanan zaman sınırı ve KK yaklaşımının yüksek bellek ihtiyacı önemli rol oynamaktadır. MGA'nın performansı (daha fazla) artmasa de DF ve KK yaklaşımının performansı (daha fazla) azaldığı için, rota sayısı ve yoğunluğu arttığında MGA onlardan daha iyi sonuçlar elde etmektedir.

Tablo 2 koşturum zamanları açısından incelendiğinde, DF veya KK yaklaşımına göre daha kısa sürede koşmakta, ST yaklaşımından ise daha uzun veya kısa sürede koşabilmektedir. Sonuçlar incelendiğinde kesin en iyi çözüme ulaşmanın zor olduğu anlaşılmaktadır. MGA'nın özellikle rota ayırt sayısının ve yoğunluğunun fazla olduğu örneklerde etkin bir alternatif olacağı değerlendirilmektedir.

Melez yaklaşımın kattığı değeri ortaya koymak amacıyla, MGA iki saf (melez olmayan) yaklaşımıyla karşılaştırılmıştır. Birinci saf yaklaşım sadece GA mekanizmasını kullanan, yani GKA kullanmayan, bir yaklaşımdır. İkinci saf yaklaşım ise sadece GKA kullanan, yani çaprazlama ve mutasyon gibi GA işlemlerini kullanmayan, bir yaklaşımdır. İlgili deneyin sonuçları Tablo 3'te yer almaktadır. Üç örnek (lgCo16, lgCo24, smCo6) dışında bütün örnekler için en iyi sonuçlar melez yaklaşım ile elde edilmektedir. Sadece GKA kullanmanın en yüksek maliyetli sonuçları verdiği görülmektedir. Öte yandan, sadece GKA kullanıldığından algoritma kısa sürede sonlanmaktadır. Bunun temel nedeni, sadece

GKA yaklaşımının az sayıda nesil sonunda durmasıdır. Bu da bilinen en iyi çözümü değiştirmekte zorlanmasıdan kaynaklanmaktadır. Sadece GA yaklaşımı amaç fonksiyonu açısından daha iyi sonuçlar vermektedir, ancak koşturum zamanları sadece GKA yaklaşımına göre çok daha uzundurlar. Burada koşturum zamanını uzatan unsurun çözülmesi gereken kaynak kısıtlı en kısa yol problemi olduğu düşünülmektedir. Öte yandan, çaprazlama sonra yerel aramada çok daha fazla olurlu alternatif ortaya çıkması ihtimali de vardır. Bu sonuçlar, melez yaklaşımın algoritmanın daha yüksek kalitede çözümleri bulmada etkin olduğunu ortaya koymaktadır.

5. Sonuç ve Değerlendirme

Bu çalışmada, tam kamyon yükü hizmeti satın alma işbirliği ağlarında ortaya çıkan NP-Zor bir eniyleme problemi olan OKRKP'nin ve bazı varyantlarının çözümüne yönelik, genetik algoritma ve geniş komşuluk arama yaklaşımını birleştiren MGA yaklaşımı geliştirilmiştir. MGA, herhangi bir NP-Zor RKP varyantı için geliştirilmiş ilk meta-sezgiseldir.

MGA'nın performansı, literatürde kullanılan problem örnekleri üzerinde denenmiş ve literatürde yer alan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Deney sonuçlarına göre, özellikle büyük ölçekli problem örneklerine yüksek kaliteli çözümler elde etmek için etkin bir alternatif olduğu görülmektedir. Öte yandan, küçük ölçekli örneklerinde, daha önce kullanılan kesin çözüm yöntemlerine (DF, KK) çok yakın bir performans gösterse de, bilinen en iyi çözümlerin gerisinde çözümler elde etmektedir. Bu durumun, OKRKP'nin ayırt edici özelliği olan ortak kısıtları nedeniyle bir olurlu çözümden diğerine küçük değişikliklerle ulaşmanın zorluğundan kaynaklandığı değerlendirilmektedir. Elde edilen sonuçlar, çalışılan problemin kesin en iyi çözümlerinin bulunmasının zorluğunu ortaya koymaktadır.

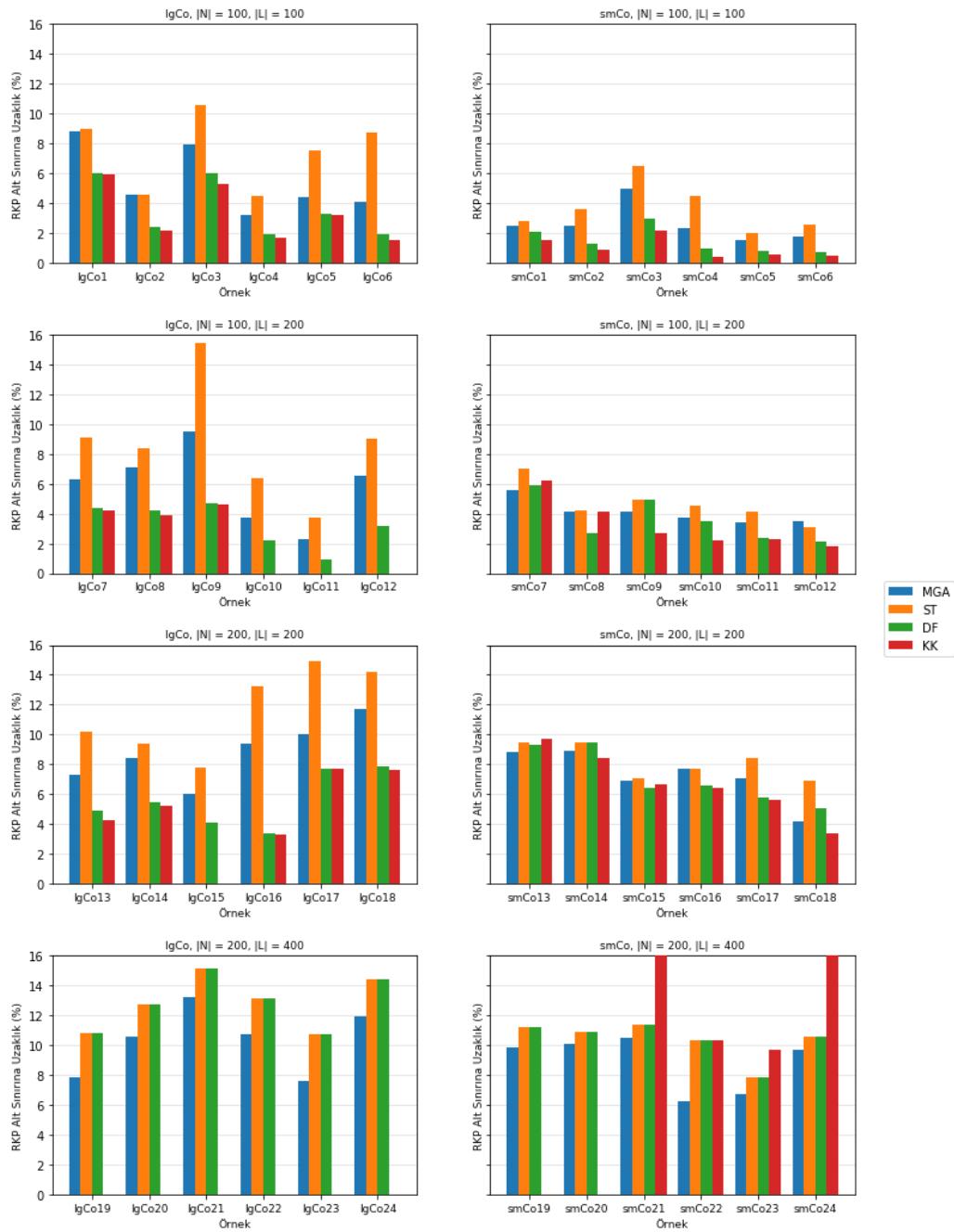
Kaynakça

- [1] Ergun, Ö., Kuyzu, G., Savelsbergh, M., 2007. Shipper collaboration. *Computers & Operations Research*, 34, 1551–1560.
- [2] Ergun, Ö., Kuyzu, G., Savelsbergh, M., 2007. Reducing Truckload Transportation Costs Through Collaboration. *Transportation Science* 41, 206–221.
- [3] Kuyzu, G., 2017. Lane covering with partner bounds in collaborative truckload transportation procurement. *Computers & Operations Research* 77, 32–43.

- [4] Clarke, G. and Wright, J.W., 1964. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4), pp.568-581.
- [5] Immorlica, N., Mahdian, M., Mirrokni, V.S., 2005. Cycle Cover with Short Cycles, in: Diekert, V., Durand, B. (Eds.), STACS 2005, Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg, pp. 641–653.
- [6] Thomassen, C., 1997. On the complexity of finding a minimum cycle cover of a graph. *SIAM Journal on Computing* 26, 675–677.
- [7] Hochbaum, D. S. , Olinick, V., 2001. The bounded cycle-cover problem, *INFORMS Journal on Computing*, 13(2), 104-119.
- [8] Fernandes, C.G., Lee, O., Wakabayashi, Y., 2009. Minimum cycle cover and Chinese postman problems on mixed graphs with bounded tree-width. *Discrete Applied Mathematics* 157, 272–279.
- [9] Golden, B.L., Wong, R.T., 1981. Capacitated arc routing problems. *Networks* 11, 305–315.
- [10] Corberán, A., Prins, C., 2010. Recent results on Arc Routing Problems: An annotated bibliography. *Networks* 56, 50–69.
- [11] Moscato, P., Cotta, C., 2010. A Modern Introduction to Memetic Algorithms, in: Gendreau, M., Potvin, J.-Y. (Eds.), *Handbook of Metaheuristics*, International Series in Operations Research & Management Science. Springer US, Boston, MA, pp. 141–183.
- [12] Lacomme, P., Prins, C., Ramdane-Cherif, W., 2004. Competitive Memetic Algorithms for Arc Routing Problems. *Ann Oper Res* 131, 159–185.
- [13] Prins, C., 2004. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research* 31, 1985–2002.
- [14] Prins, C., 2009. Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, *Artificial Intelligence Techniques for Supply Chain Management* 22, 916–928.
- [15] Liu, R., Jiang, Z., Liu, X., Chen, F., 2010. Task selection and routing problems in collaborative truckload transportation. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 46, 1071–1085.
- [16] Chen, Y., Hao, J.-K., Glover, F., 2016. A hybrid metaheuristic approach for the capacitated arc routing problem. *European Journal of Operational Research* 253, 25–39.
- [17] Arakaki, R.K., Usberti, F.L., 2018. Hybrid genetic algorithm for the open capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research* 90, 221–231.
- [18] Tirkolaee, E.B., Hosseiniabadi, A.A.R., Soltani, M., Sangaiah, A.K., Wang, J., 2018. A Hybrid Genetic Algorithm for Multi-Trip Green Capacitated Arc Routing Problem in the Scope of Urban Services. *Sustainability* 10, 1366.
- [19] Hiermann, G., Hartl, R.F., Puchinger, J., Vidal, T., 2019. Routing a mix of conventional, plug-in hybrid, and electric vehicles. *European Journal of Operational Research* 272, 235–248.
- [20] Ulusoy, "The fleet size and mix problem for capacitated arc routing", *European Journal of Operational Research*, 22(3), 329-337, 1985.
- [21] Pisinger, D., Ropke, S., 2010. Large Neighborhood Search, in: Gendreau, M., Potvin, J.-Y. (Eds.), *Handbook of Metaheuristics*, International Series in Operations Research & Management Science. Springer US, Boston, MA, pp. 399–419.
- [22] Pugliese, L.D.P., Guerriero, F., 2013. A survey of resource constrained shortest path problems: Exact solution approaches. *Networks* 62, 183–200.

Tablo 2. Geliştirilen Melez Genetik Algoritmanın (MGA) örnekler üzerinde karşılaştırmalı sonuçları

Örnek	N	L	KDO	P	C(L)	RKP Alt Sınırına Uzaklık (%)				Koşturum Zamanı (sn)			
						MGA	ST	DF	KK	MGA	ST	DF	KK
lgCo1	100	100	0,5	5	54.080	8,8	9,0	6,0	5,9	26	34	118	35
lgCo2	100	100	0,5	5	161.643	4,6	4,6	2,4	2,2	33	30	136	341
lgCo3	100	100	0,5	5	98.669	7,9	10,6	6,0	5,3	24	35	155	136
lgCo4	100	100	0,8	5	48.095	3,2	4,5	1,9	1,7	13	6	45	71
lgCo5	100	100	0,8	5	171.515	4,4	7,5	3,3	3,2	23	19	156	417
lgCo6	100	100	0,8	5	165.902	4,1	8,7	1,9	1,5	8	10	68	438
lgCo7	100	200	0,5	10	349.555	6,3	9,1	4,4	4,2	340	111	10.911	5.533
lgCo8	100	200	0,5	10	319.664	7,1	8,4	4,2	3,9	192	229	11.030	3.509
lgCo9	100	200	0,5	10	528.574	9,5	15,4	4,7	4,6	161	149	3.301	3.614
lgCo10	100	200	0,8	10	2.008.740	3,7	6,4	2,2		321	86	8.998	
lgCo11	100	200	0,8	10	11.308.995	2,3	3,7	0,9		121	68	10.868	
lgCo12	100	200	0,8	10	2.007.288	6,5	9,0	3,2		115	40	7.558	
lgCo13	200	200	0,5	10	588.131	7,3	10,2	4,9	4,3	156	216	11.016	24.176
lgCo14	200	200	0,5	10	393.369	8,4	9,4	5,5	5,2	168	362	11.162	4.136
lgCo15	200	200	0,5	10	2.524.376	6,0	7,8	4,1		515	578	11.378	
lgCo16	200	200	0,8	10	838.434	9,4	13,2	3,4	3,3	167	251	11.051	29.068
lgCo17	200	200	0,8	10	341.145	10,0	14,9	7,7	7,7	201	136	9.152	1.873
lgCo18	200	200	0,8	10	603.133	11,7	14,2	7,9	7,6	243	388	10.447	5.282
lgCo19	200	400	0,5	20	9.419.479	7,8	10,8	10,8		5.148	3.118	13.925	
lgCo20	200	400	0,5	20	5.326.397	10,6	12,7	12,7		3.313	3.284	14.109	
lgCo21	200	400	0,5	20	14.422.985	13,2	15,1	15,1		1.291	2.264	13.064	
lgCo22	200	400	0,8	20	11.085.224	10,7	13,1	13,1		1.378	1.368	12.168	
lgCo23	200	400	0,8	20	5.775.517	7,6	10,7	10,7		5.719	1.301	12.115	
lgCo24	200	400	0,8	20	35.592.361	11,9	14,4	14,4		2.643	926	11.732	
smCo1	100	100	0,5	10	110.496	2,5	2,8	2,1	1,5	12	22	10.822	733
smCo2	100	100	0,5	10	61.989	2,5	3,6	1,3	0,9	13	24	10.824	607
smCo3	100	100	0,5	10	53.959	5,0	6,5	3,0	2,2	14	53	10.853	803
smCo4	100	100	0,8	10	108.405	2,3	4,5	1,0	0,4	24	19	10.819	3.344
smCo5	100	100	0,8	10	40.380	1,5	2,0	0,8	0,6	12	36	10.836	493
smCo6	100	100	0,8	10	261.260	1,8	2,6	0,7	0,5	23	20	10.820	7.780
smCo7	100	200	0,5	20	468.782	5,6	7,0	5,9	6,2	191	84	10.884	21.369
smCo8	100	200	0,5	20	3.568.824	4,1	4,2	2,7	4,1	255	257	11.057	25.680
smCo9	100	200	0,5	20	674.404	4,1	4,9	4,9	2,7	172	251	11.052	27.163
smCo10	100	200	0,8	20	439.225	3,7	4,5	3,5	2,2	215	72	10.872	22.540
smCo11	100	200	0,8	20	444.302	3,4	4,1	2,4	2,3	126	115	10.915	22.018
smCo12	100	200	0,8	20	753.199	3,5	3,1	2,1	1,8	110	93	10.894	29.981
smCo13	200	200	0,5	20	763.147	8,8	9,5	9,3	9,7	198	293	11.093	31.786
smCo14	200	200	0,5	20	490.136	8,9	9,5	9,5	8,4	200	378	11.178	25.530
smCo15	200	200	0,5	20	1.788.420	6,9	7,1	6,4	6,7	191	308	11.153	23.787
smCo16	200	200	0,8	20	1.289.473	7,7	7,7	6,6	6,4	188	211	11.011	23.692
smCo17	200	200	0,8	20	1.008.738	7,1	8,4	5,8	5,6	79	246	11.046	28.837
smCo18	200	200	0,8	20	569.332	4,2	6,9	5,1	3,4	215	296	11.096	24.068
smCo19	200	400	0,5	40	18.938.902	9,8	11,2	11,2		3.060	5.561	16.362	
smCo20	200	400	0,5	40	24.052.909	10,1	10,9	10,9		2.257	2.866	13.671	
smCo21	200	400	0,5	40	15.123.974	10,5	11,4	11,4	50,9	2.044	7.080	17.881	24.067
smCo22	200	400	0,8	40	4.192.305	6,2	10,3	10,3	10,3	2.538	999	11.806	33.679
smCo23	200	400	0,8	40	6.878.146	6,7	7,8	7,8	9,7	1.361	5.133	15.934	31.732
smCo24	200	400	0,8	40	11.005.317	9,7	10,6	10,6	40,5	1.512	2.997	13.798	22.121



Şekil 10. Örnekler üzerinde MGA ve diğer yöntemlerle elde edilen çözümlerin RKP alt sınırına uzaklıkları

Tablo 3. Melez yaklaşım ile saf yaklaşımların karşılaştırmalı sonuçları.

Örnek	N	L	KDO	P	RKP Alt Sınırına Uzaklık (%)			Koşturum Zamani (sn)			Nesil sayısı		
					Sadece MGA		Sadece GA	MGA		Sadece GA	Sadece GKA	MGA	
lgCo1	100	100	0,5	5	8,8	8,9	13,2	26	19	1	131	129	105
lgCo2	100	100	0,5	5	4,6	5,6	7,8	33	12	1	258	108	106
lgCo3	100	100	0,5	5	7,9	10,4	13,4	24	16	2	233	185	193
lgCo4	100	100	0,8	5	3,2	4,5	10,5	13	13	1	217	214	115
lgCo5	100	100	0,8	5	4,4	5,9	15,0	23	10	1	192	127	107
lgCo6	100	100	0,8	5	4,1	5,1	11,1	8	9	1	145	143	118
lgCo7	100	200	0,5	10	6,3	6,9	11,4	340	493	7	365	670	106
lgCo8	100	200	0,5	10	7,1	8,4	9,4	192	111	7	322	202	106
lgCo9	100	200	0,5	10	9,5	11,1	12,9	161	104	7	169	138	107
lgCo10	100	200	0,8	10	3,7	4,3	6,6	321	211	9	282	186	107
lgCo11	100	200	0,8	10	2,3	3,6	3,1	121	58	7	205	110	118
lgCo12	100	200	0,8	10	6,5	6,7	8,5	115	238	6	119	302	108
lgCo13	200	200	0,5	10	7,3	8,8	10,9	156	99	7	219	174	116
lgCo14	200	200	0,5	10	8,4	8,9	11,4	168	198	7	149	267	106
lgCo15	200	200	0,5	10	6,0	6,8	9,0	515	117	8	383	127	106
lgCo16	200	200	0,8	10	9,4	9,4	12,9	167	133	7	207	189	111
lgCo17	200	200	0,8	10	10,0	11,9	15,9	201	501	9	196	500	129
lgCo18	200	200	0,8	10	11,7	12,5	13,3	243	213	12	218	186	152
lgCo19	200	400	0,5	20	7,8	9,2	11,7	5.148	2.401	68	555	286	101
lgCo20	200	400	0,5	20	10,6	11,4	13,7	3.313	1.566	64	219	145	101
lgCo21	200	400	0,5	20	13,2	13,7	15,7	1.291	1.459	91	117	152	100
lgCo22	200	400	0,8	20	10,7	11,6	13,3	1.378	1.970	73	165	294	100
lgCo23	200	400	0,8	20	7,6	9,8	10,9	5.719	1.539	97	511	167	103
lgCo24	200	400	0,8	20	11,9	11,4	14,0	2.643	1.824	86	239	174	107
smCo1	100	100	0,5	10	2,5	4,4	7,3	12	7	1	243	179	131
smCo2	100	100	0,5	10	2,5	3,4	4,0	13	9	5	228	197	409
smCo3	100	100	0,5	10	5,0	6,4	13,0	14	15	1	276	354	115
smCo4	100	100	0,8	10	2,3	3,3	11,9	24	11	1	497	307	111
smCo5	100	100	0,8	10	1,5	2,7	4,8	12	9	1	202	216	126
smCo6	100	100	0,8	10	1,8	1,8	4,9	23	17	1	422	463	127
smCo7	100	200	0,5	20	5,6	7,5	8,2	191	123	22	384	334	344
smCo8	100	200	0,5	20	4,1	4,5	8,3	255	104	21	477	290	293
smCo9	100	200	0,5	20	4,1	4,5	6,4	172	113	16	360	318	229
smCo10	100	200	0,8	20	3,7	5,0	7,4	215	125	11	429	349	188
smCo11	100	200	0,8	20	3,4	3,7	6,1	126	120	18	268	338	264
smCo12	100	200	0,8	20	3,5	3,8	6,1	110	76	13	249	228	216
smCo13	200	200	0,5	20	8,8	9,6	16,5	198	117	14	384	275	168
smCo14	200	200	0,5	20	8,9	10,8	15,9	200	157	18	357	369	216
smCo15	200	200	0,5	20	6,9	8,2	14,0	191	166	10	386	468	158
smCo16	200	200	0,8	20	7,7	7,7	11,6	188	167	26	348	436	399
smCo17	200	200	0,8	20	7,1	8,2	9,8	79	66	14	146	168	248
smCo18	200	200	0,8	20	4,2	6,5	9,1	215	196	8	437	514	137
smCo19	200	400	0,5	40	9,8	11,4	14,1	3.060	1.548	112	511	352	174
smCo20	200	400	0,5	40	10,1	10,5	16,5	2.257	3.010	132	366	694	216
smCo21	200	400	0,5	40	10,5	11,1	16,8	2.044	1.389	143	347	338	257
smCo22	200	400	0,8	40	6,2	8,1	13,3	2.538	1.826	144	456	460	174
smCo23	200	400	0,8	40	6,7	8,3	10,6	1.361	857	130	234	200	207
smCo24	200	400	0,8	40	9,7	10,3	14,7	1.512	1.398	102	257	337	149