

## Лабораторна робота № 5.

### НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ

Завдання 1 оцінюється у 8 балів, завдання 2 оцінюється у 8 балів. Можна виконати лише одне завдання.

**Мета роботи:** навчитися будувати інтерполяційні поліноми для заданих функцій.

#### Хід роботи:

**Завдання1** (виконуємо письмово, для розв'язання систем можна використовувати бібліотечні функції, для побудови графіків можна використати `python` або онлайн додатки для побудови графіків).

1. Для заданої для кожного варіанту функції  $y=f(x)$  самостійно обрати відрізок інтерполяції  $[a; b]$  та вузли  $x_0=a, x_1, \dots, x_n=b$ , по яких буде виконуватись інтерполяція. Кількість вузлів – 4 або більше.
2. Визначити значення функції в обраних вузлах та побудувати таблицю скінченних різниць.
3. Записати інтерполяційний поліном Лагранжа та 1 та 2 інтерполяційні поліноми Ньютона.
4. Використовуючи одержані поліноми обчислити значення функції в кількох невузлових точках (на вибір) та порівняти зі значенням функції в цих точках.
5. Обрати три вузли з тих, які були використані в попередніх пунктах та побудувати за обраними вузлами інтерполяційний кубічний сплайн дефекту 1.
6. Побудувати графіки отриманих поліномів та графік функції  $f(x)$  на одному рисунку. Побудову графіків виконати різним кольором, вказавши яким кольором зображено функцію, інтерполяційні поліноми Лагранжа, Ньютона та інтерполяційний кубічний сплайн дефекту 1.
7. Зробити висновок, проаналізувавши отримані графіки.

**Варіанти завдання 1.** Номер в списку відповідає варіанту завдання

1.  $y = x^2 - 4x - (x - 2)\ln(x - 1),$
2.  $y = 4x - x^2 - 2\cos(x - 2),$
3.  $y = 6e^{x-2} - x^3 + 3x^2 - 6x,$
4.  $y = 2\ln(x + 1) - 2x + x^2 + 1,$
5.  $y = 2x - x^2 - 2\cos(x - 1),$
6.  $y = \cos^2(x + 1) + x^2 + 2x,$
7.  $y = 2\ln x + x^2 - 4x + 3,$
8.  $y = 1 - 2x - x^2 - 2\cos(x + 1),$
9.  $y = x^2 + 6x + 8 - 2e^{x+2}$
10.  $y = 4x + x^2 - 2e^{x+1},$
11.  $y = (x + 1)\sin(x + 1) - 2x - x^2,$
12.  $y = 6e^{x-1} - 3x - x^3,$
13.  $y = 2x + x^2 - (x + 1)\ln(2 + x),$
14.  $y = \sin^2(x + 1) - 2x - x^2,$
15.  $y = x^2 + 4x + \cos^2(x + 2),$
16.  $y = x^2 + 2\ln(x + 2),$
17.  $y = 4x - x^2 + (x - 2)\sin(x - 2),$
18.  $y = 6e^x - x^3 - 3x^2 - 6x - 5,$
19.  $y = x^2 - 2x - 2e^{x-2},$
20.  $y = \sin^2(x + 2) - x^2 - 4x - 4,$
21.  $y = \cos^2(x - 1) + x^2 - 2x,$
22.  $y = x^2 - 2x - (x - 1)\ln x,$
23.  $y = (x - 1)\sin(x - 1) + 2x - x^2,$
24.  $y = x^2 - 4x + \cos^2(x - 2),$
25.  $y = x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 24(x + 1 - e^x),$
26.  $y = \sin^2(x - 2) - x^2 + 4x - 4.$

## **Завдання 2. За допомогою методу найменших квадратів наблизити таблично задану функцію**

1. Нанести точки, задані в таблиці на графік.
2. Обрати клас апроксимуючої функції, наприклад, одну з функцій

$$y = ax + b, \quad y = a + b \ln x, \quad y = ax^b, \quad y = ae^{bx},$$
$$y = a + \frac{b}{x}, \quad y = \frac{1}{ax + b}, \quad y = \frac{x}{ax + b},$$
$$y = ax^2 + bx + c, \quad y = ax^b + c, \quad y = ae^{bx} + c.$$

3. Скласти та розв'язати систему рівнянь для обчислення параметрів.
4. Побудувати на одному графіку точки, задані в таблиці та графік отриманої функції.

### **Варіанти завдання 2**

1

$x_i$	1.00	1.22	1.44	1.67	1.89	2.11	2.33	2.56	2.78	3.00
$y_i$	1.84	1.96	1.91	2.12	2.11	1.66	1.91	1.65	1.58	1.40

2

x	2.00	2.22	2.44	2.67	2.89	3.11	3.33	3.56	3.78	4.00
y	0.63	0.68	0.28	0.02	0.07	0.18	-0.03	0.31	0.06	0.54

3

x	3.00	3.22	3.44	3.67	3.89	4.11	4.33	4.56	4.78	5.00
y	5.24	4.65	3.80	3.35	2.45	1.81	1.25	0.65	0.13	0.37

4

x	1.00	1.33	1.67	2.00	2.33	2.67	3.00	3.33	3.67	4.00
y	5.83	5.40	4.77	4.34	3.25	2.61	2.33	1.66	1.72	2.40

5

x	2.00	2.33	2.67	3.00	3.33	3.67	4.00	4.33	4.67	5.00
y	2.57	2.15	1.28	1.16	0.58	0.61	0.33	0.19	0.23	0.21

6

x	3.00	3.22	3.44	3.67	3.89	4.11	4.33	4.56	4.78	5.00
y	0.11	0.49	0.19	0.18	0.45	0.35	0.69	1.00	0.87	1.51

7

x	4.00	4.22	4.44	4.67	4.89	5.11	5.33	5.56	5.78	6.00
y	0.27	-0.03	0.33	-0.07	-0.28	-0.18	0.14	0.10	0.62	0.55

8

x	3.00	3.22	3.44	3.67	3.89	4.11	4.33	4.56	4.78	5.00
y	-0.17	-0.00	-0.09	-0.02	0.35	0.45	0.44	0.48	0.48	0.74

9

x	2.00	2.22	2.44	2.67	2.89	3.11	3.33	3.56	3.78	4.00
y	1.52	1.84	1.68	1.34	1.67	1.35	1.44	1.43	0.91	1.09

10

x	1.00	1.22	1.44	1.67	1.89	2.11	2.33	2.56	2.78	3.00
y	1.70	1.62	1.62	1.49	1.05	1.52	1.32	1.17	0.80	0.85

11

x	0.00	0.22	0.44	0.67	0.89	1.11	1.33	1.56	1.78	2.00
y	0.35	0.50	0.46	0.42	0.42	0.22	0.22	0.56	0.10	0.61

12

x	2.00	2.33	2.67	3.00	3.33	3.67	4.00	4.33	4.67	5.00
y	0.48	1.06	1.11	0.88	0.87	0.97	0.80	0.65	0.55	0.55

13

x	1.00	1.33	1.67	2.00	2.33	2.67	3.00	3.33	3.67	4.00
y	1.28	1.55	1.11	1.48	1.52	1.17	1.44	1.42	1.01	1.01

14

x	2.00	2.33	2.67	3.00	3.33	3.67	4.00	4.33	4.67	5.00
y	1.89	2.15	2.25	2.15	1.83	1.82	1.71	1.82	2.23	1.71

15

x	3.00	3.33	3.67	4.00	4.33	4.67	5.00	5.33	5.67	6.00
y	-0.08	-0.23	-0.45	-0.12	0.22	0.24	0.03	-0.12	-0.51	-0.40

16

x	1.00	1.22	1.44	1.67	1.89	2.11	2.33	2.56	2.78	3.00
y	1.04	0.62	0.15	-0.38	-0.65	-0.79	-1.37	-1.45	-0.97	-1.33

17

x	0.00	0.22	0.44	0.67	0.89	1.11	1.33	1.56	1.78	2.00
y	0.09	0.15	0.05	0.49	0.69	1.10	1.91	2.45	3.15	3.56

18

x	0.00	0.33	0.67	1.00	1.33	1.67	2.00	2.33	2.67	3.00
y	-0.27	-0.08	0.41	0.34	0.43	-0.08	-1.72	-4.04	-6.13	-8.64

19

x	1.00	1.11	1.22	1.33	1.44	1.56	1.67	1.78	1.89	2.00
y	1.24	1.50	1.47	1.49	1.16	0.93	0.76	0.89	0.61	0.83

20

x	2.00	2.33	2.67	3.00	3.33	3.67	4.00	4.33	4.67	5.00
y	-0.17	-0.28	0.14	0.11	-0.13	-0.36	-0.16	-0.46	-0.09	0.09

21

x	3.00	3.22	3.44	3.67	3.89	4.11	4.33	4.56	4.78	5.00
y	3.67	4.85	6.12	7.81	9.46	11.66	13.28	14.73	15.40	15.71

22

x	4.00	4.22	4.44	4.67	4.89	5.11	5.33	5.56	5.78	6.00
y	9.46	8.45	7.23	5.86	4.77	4.41	3.53	3.20	2.85	2.79

23

x	0.00	0.22	0.44	0.67	0.89	1.11	1.33	1.56	1.78	2.00
y	0.01	0.23	0.27	0.40	0.59	1.50	2.01	4.04	5.30	7.16

24

x	0.00	0.11	0.22	0.33	0.44	0.56	0.67	0.78	0.89	1.00
y	-0.26	0.15	0.23	-0.22	0.00	-0.09	0.39	0.15	0.18	0.47

25

x	2.00	2.22	2.44	2.67	2.89	3.11	3.33	3.56	3.78	4.00
y	-0.59	-0.49	-1.22	-1.45	-1.08	-0.89	-0.88	-1.22	-1.53	-1.06

26

x	3.00	3.22	3.44	3.67	3.89	4.11	4.33	4.56	4.78	5.00
y	-0.62	-1.02	-1.16	-1.11	-0.95	-0.69	-1.41	-0.87	-0.84	-1.25

x	1.00	1.33	1.67	2.00	2.33	2.67	3.00	3.33	3.67	4.00
y	1.28	1.55	1.11	1.48	1.52	1.17	1.44	1.42	1.01	1.01

14

x	2.00	2.33	2.67	3.00	3.33	3.67	4.00	4.33	4.67	5.00
y	1.89	2.15	2.25	2.15	1.83	1.82	1.71	1.82	2.23	1.71

15

x	3.00	3.33	3.67	4.00	4.33	4.67	5.00	5.33	5.67	6.00
y	-0.08	-0.23	-0.45	-0.12	0.22	0.24	0.03	-0.12	-0.51	-0.40

16

x	1.00	1.22	1.44	1.67	1.89	2.11	2.33	2.56	2.78	3.00
y	1.04	0.62	0.15	-0.38	-0.65	-0.79	-1.37	-1.45	-0.97	-1.33

17

x	0.00	0.22	0.44	0.67	0.89	1.11	1.33	1.56	1.78	2.00
y	0.09	0.15	0.05	0.49	0.69	1.10	1.91	2.45	3.15	3.56

18

x	0.00	0.33	0.67	1.00	1.33	1.67	2.00	2.33	2.67	3.00
y	-0.27	-0.08	0.41	0.34	0.43	-0.08	-1.72	-4.04	-6.13	-8.64

19

x	1.00	1.11	1.22	1.33	1.44	1.56	1.67	1.78	1.89	2.00
y	1.24	1.50	1.47	1.49	1.16	0.93	0.76	0.89	0.61	0.83

20

x	2.00	2.33	2.67	3.00	3.33	3.67	4.00	4.33	4.67	5.00
y	-0.17	-0.28	0.14	0.11	-0.13	-0.36	-0.16	-0.46	-0.09	0.09

21

x	3.00	3.22	3.44	3.67	3.89	4.11	4.33	4.56	4.78	5.00
y	3.67	4.85	6.12	7.81	9.46	11.66	13.28	14.73	15.40	15.71

22

x	4.00	4.22	4.44	4.67	4.89	5.11	5.33	5.56	5.78	6.00
y	9.46	8.45	7.23	5.86	4.77	4.41	3.53	3.20	2.85	2.79

23

x	0.00	0.22	0.44	0.67	0.89	1.11	1.33	1.56	1.78	2.00
y	0.01	0.23	0.27	0.40	0.59	1.50	2.01	4.04	5.30	7.16

24

x	0.00	0.11	0.22	0.33	0.44	0.56	0.67	0.78	0.89	1.00
y	-0.26	0.15	0.23	-0.22	0.00	-0.09	0.39	0.15	0.18	0.47

25

x	2.00	2.22	2.44	2.67	2.89	3.11	3.33	3.56	3.78	4.00
y	-0.59	-0.49	-1.22	-1.45	-1.08	-0.89	-0.88	-1.22	-1.53	-1.06

26

x	3.00	3.22	3.44	3.67	3.89	4.11	4.33	4.56	4.78	5.00
y	-0.62	-1.02	-1.16	-1.11	-0.95	-0.69	-1.41	-0.87	-0.84	-1.25