

# Máquinas de Mealy y máquinas de Moore

Trabajo realizado por Guillermo Bueno Vargas y M<sup>a</sup> Nazaret Ruiz Jaldo.

Para tener una mejor comprensión de qué es una máquina de Mealy y Moore antes debemos saber qué es un estado y una máquina de estados.

## ¿Qué es un estado?

Se denomina estado al conjunto de atributos que representan las propiedades de un sistema u objeto en un determinado instante de tiempo. En el caso de componentes digitales que tienen dispositivos que pueden almacenar valores, se denomina estado al contenido de la memoria. El estado refleja la condición en que se encuentra el sistema o máquina digital

Fuente:

Ref.1.

## ¿Qué es una máquina de estados?

Se denominan máquinas de estados a aquellas cuyas salidas, en un instante de tiempo, dependen de los valores que toman las entradas y el estado en ese instante de tiempo. Lo cual puede describirse por una función de transición que especifique los valores de las salidas y del próximo estado para cada una de las combinaciones posibles de las entradas y del estado presente. Las computaciones comienzan a partir de un estado inicial y de una secuencia de valores de la entrada.

Nota: Transición es el cambio de estado del sistema, y ésta debe indicar cómo se pasa de un estado a otro.

Fuente:

Ref.1.

## Máquina de Mealy

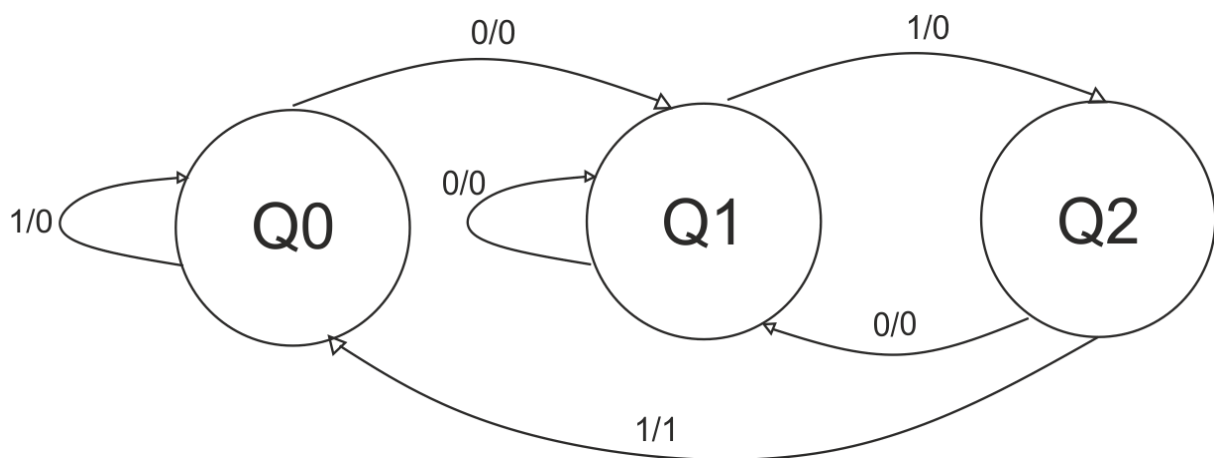
Una **máquina de Mealy** es una 6-tupla,  $(S, S_0, \Sigma, \Lambda, T, G)$ , consistiendo en un conjunto finito de estados  $(S)$  un estado inicial  $S_0$  el cual es un elemento de  $(S)$  un

conjunto finito llamado el alfabeto entrada ( $\Sigma$ ) un conjunto finito llamado el alfabeto salida ( $\Lambda$ ) una función de transiciones ( $T : S \times \Sigma \rightarrow S$ ) una función de salida ( $G : S \times \Sigma \rightarrow \Lambda$ ).

Una Máquina de Mealy es un tipo de máquina de estados finitos que genera una salida basándose en su estado actual y una entrada. Esto significa que el Diagrama de estados incluirá ambas señales de entrada y salida para cada línea de transición.

Fuente: Ref.2

Ejemplo:



### Máquina de Moore.

Una máquina de Moore puede ser definida como una 6-tupla  $\{ S, S_0, \Sigma, \Lambda, T, G \}$  consistente de un conjunto finito de estados ( $S$ ), un estado inicio (también llamado estado inicial)  $S_0$  el cual es un elemento de ( $S$ ), un conjunto finito llamado alfabeto entrada ( $\Sigma$ ), un conjunto finito llamado el alfabeto salida ( $\Lambda$ ), una función de transición ( $T : S \times \Sigma \rightarrow S$ ) mapeando un estado y una entrada al siguiente estado, una función salida ( $G : S \rightarrow \Lambda$ ) mapeando cada estado al alfabeto salida.

El número de estados en una máquina de Moore será mayor o igual al número de estados en la Máquina de Mealy correspondiente.

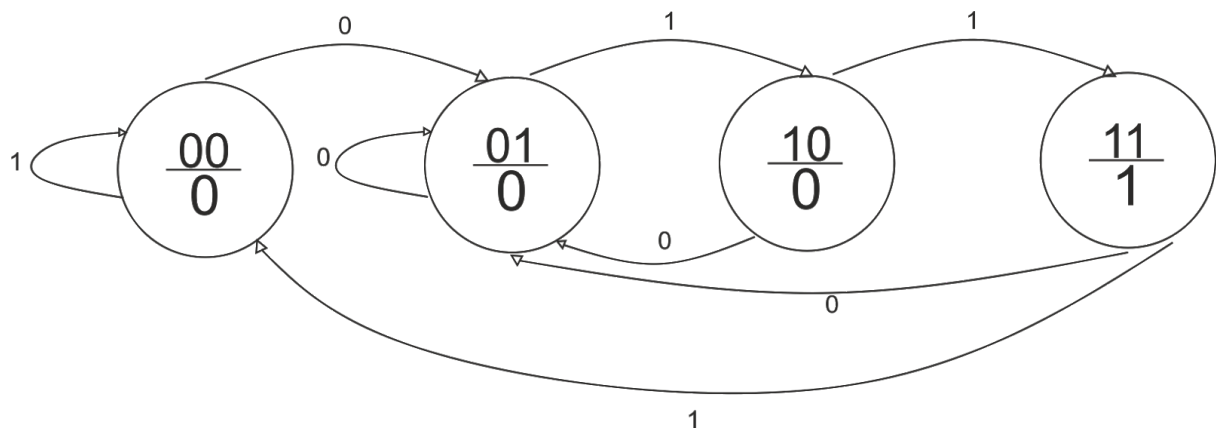
Una Máquina de Moore es un autómata de estados finitos para el cual la salida en un momento dado sólo depende de su estado en ese momento, mientras la

transición al siguiente estado depende del estado en que se encuentre y de la entrada introducida.

Fuente:

Ref.3.

Ejemplo:



### Comparativa entre Mealy y Moore.

Fuente:

Ref.4.

### ¿Pueden ser equivalentes entre sí?

Una máquina de Mealy y una máquina de Moore calculan funciones análogas. Sea  $M$  una máquina de Moore y  $M'$  una máquina de Mealy. Si notamos como  $TM(u)$  y  $T'M(u)$  las salidas que producen ante una entrada  $u$ , entonces se puede comprobar que siempre,  $|TM(u)| = |T'M(u)| + 1$ . Luego, en sentido estricto, nunca pueden ser iguales las funciones que calculan una máquina de Mealy y una máquina de Moore. Sin embargo, la primera salida de una máquina de Moore es siempre la misma: la correspondiente al estado inicial. Si despreciamos esta salida, que es siempre la misma, entonces si podemos comparar las funciones calculadas por las máquinas de Mealy y de Moore.

Una máquina de Moore,  $M$ , y una máquina de Mealy,  $M'$ , se dicen equivalentes si y solo si, para todo  $u \in A^*$   $TM(u) = bT'M(u)$  donde  $b$  es la salida correspondiente al estado inicial de la máquina de Moore  $M$ .

### Una máquina de Moore es equivalente a una de Mealy.

Dada una máquina de Moore, existe una máquina de Mealy equivalente.

Demostración:

Sea  $M = (Q, A, B, \delta, \lambda, q_0)$  una máquina de Moore, la máquina de Mealy equivalente será  $M_0 = (Q, A, B, \delta, \lambda', q_0)$ , donde  $\lambda'(q, a) = \lambda(\delta(q, a))$ . **Es decir se le asigna a cada transición la salida del estado de llegada en la máquina de Moore.**

### Una máquina de Mealy es equivalente a una de Moore.

Dada una máquina de Mealy, existe una máquina de Moore equivalente.

Sea  $M = (Q, A, B, \delta, \lambda, q_0)$  una máquina de Mealy.

La máquina de Moore será:  $M = (Q', A, B, \delta', \lambda', q_0')$  donde

$Q' = Q \times B$ ,

$\delta'((q, b), a) = (\delta(q, a), \lambda(q, a))$

$\lambda'(q, b) = b$

$q_0' = (q_0, b)$ , donde  $b \in B$ , cualquiera.

Fuente:

Ref.5.

### Reducción de Mealy y Moore

Fuente :

Ref.6.

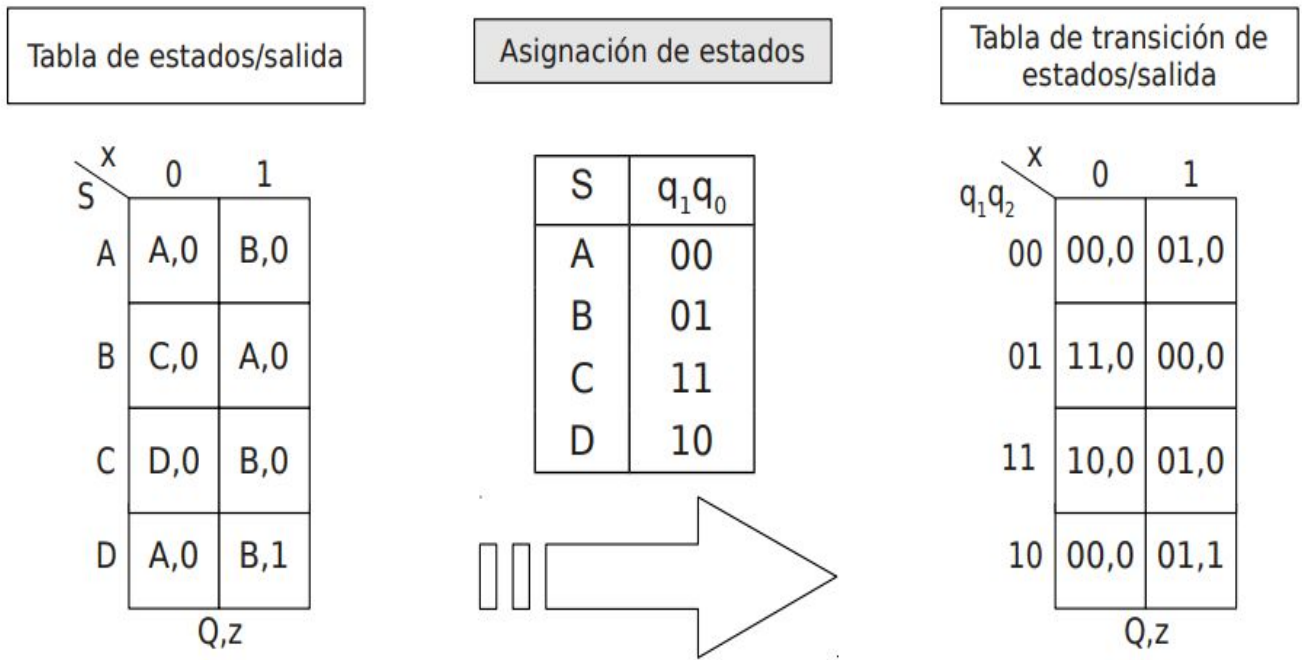
Teniendo las tablas de estados de una máquina Mealy o Moore, primero debemos eliminar los estado equivalentes.

Dos estados  $p$  y  $q$  son equivalentes si cualquier secuencia de entrada aplicada partiendo del estado  $p$  genera exactamente la misma salida que la misma secuencia aplicada partiendo del estado  $q$ . Dos estados  $p$  y  $q$  son equivalentes si y sólo si: Los próximos estados de  $p$  y  $q$  son idénticos o equivalentes para todos los valores de las entradas Los valores de salida son los mismos para todos los valores de las entradas. En una tabla de estados mínima no hay estados equivalentes.

(Ref.6 Pág. 41)

Una vez obtenida la tabla de estados mínima, asignamos valores binarios a los estados, la elección puede afectar al resultado final, por lo que nuestra elección va acorde a nuestro objetivo (si queremos mayor velocidad, menor tamaño etc).

Una vez asignados los estados, hacemos una tabla de transición de estados y salida con dependiendo de nuestros estados asignados.



Veamos un ejemplo para ilustrar mejor el proceso:

Nuestro estado B está asignado al número binario 01 ( $q_1=0, q_0=1$ ), si le metemos la entrada 0 ( $x=0$ ), mirando en la tabla de estados/salida, podemos ver que el estado B con entrada 0 da (C,0), como C corresponde al número binario 11 en nuestra asignación, en la tabla de transición de estados/salida en la casilla  $q_1=0, q_2=1, x=0$ , escribimos 11,0 (hemos sustituido C por su número binario y mantenido la salida de la tabla de estados/salida).

El siguiente paso en la construcción de nuestra máquina es escoger qué tipo de biestable es el que almacenará los bits del estado codificado.

Tipos:

JK: reduce el coste de la parte combinacional.

RS: más simple que el JK pero menos flexible.

D: facilita el diseño, reduce el número de conexiones.

T: más conveniente en aplicaciones específicas (contadores).

(Ref : 6,pág 47)

Nota: Para una información adicional sobre los biestables, consultad Ref.7.

Una vez elegido el biestable, tomamos la tabla de excitación de este, y transformamos la tabla de transición de estados/ salida en la de excitación/salida.

Siguiendo el ejemplo y con el biestable JK tenemos por ejemplo para el caso 000 ( $q_1q_2x$ ) :

Tabla de transición de estados/salida

$q_1q_2$		$x$		
		0	1	
$\overline{q_1}$	00	00,0	01,0	$Q_1, Q_2, z$
	01	11,0	00,0	
11	10	10,0	01,0	
	11	00,0	01,1	
10	00	00,0	01,1	

Tabla de excitación

$q \rightarrow Q$	JK
$0 \rightarrow 0$	$\underline{0x}$
$0 \rightarrow 1$	$1x$
$1 \rightarrow 0$	$x1$
$1 \rightarrow 1$	$x0$

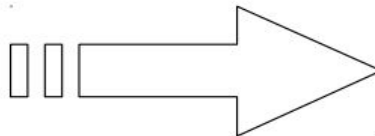


Tabla de excitación/salida

$q_1q_2$		$x$		
		0	1	
$\overline{q_1}$	00	$\underline{0x}, 0x, 0$	$0x, 1x, 0$	$J_1K_1, J_2K_2, z$
	01	$1x, x0, 0$	$0x, 0x, 0$	
11	10	$x0, 0x, 0$	$0x, x0, 0$	
	11	$0x, 0x, 0$	$0x, 1x, 1$	
10	00	$0x, 0x, 0$	$0x, 1x, 1$	

Cuando hayamos completado la tabla de excitación/salida podemos hacer una reducción por un mapa de Karnaugh, obteniendo así su expresión lógica simplificada, ahora podemos montar el circuito correspondiente a la máquina escogida.

Máquina de Mealy	Máquina de Moore
La salida depende del estado actual y de las entradas	La salida depende sólo del estado actual
Por lo regular, tienen menos número de estados	El número de estados es mayor o igual a la máquina de Mealy
Es menos estable	Es mas estable
Para probar un circuito, primero se hace el cambio en la entrada X y después se da el pulso de reloj	Para probar un circuito, primero se da el pulso de reloj y después se hace el cambio en la entrada X
Las salidas se encuentran en la arista	Las salidas se encuentran dentro del estado

$q_1 q_2 \backslash x$	0	1
00	0x,0x,0	0x,1x,0
01	1x,x0,0	0x,0x,0
11	x0,0x,0	0x,x0,0
10	0x,0x,0	0x,1x,1

$J_1 K_1 J_2 K_2, z$

$q_1 q_2 \backslash x$	0	1
00	0	0
01	1	0
11	x	0
10	0	0

$J_1$

$q_1 q_2 \backslash x$	0	1
00	x	x
01	x	x
11	0	x
10	x	x

$K_1$

$q_1 q_2 \backslash x$	0	1
00	0	0
01	0	0
11	0	0
10	0	1

$z$

$q_1 q_2 \backslash x$	0	1
00	0	1
01	x	0
11	0	x
10	0	1

$J_2$

$q_1 q_2 \backslash x$	0	1
00	x	x
01	0	x
11	x	0
10	x	x

$K_2$

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \bar{x}q_2 \\
 K_1 &= 0 \\
 J_2 &= x\bar{q}_2 \\
 K_2 &= 0 \\
 z &= xq_1\bar{q}_2
 \end{aligned}$$

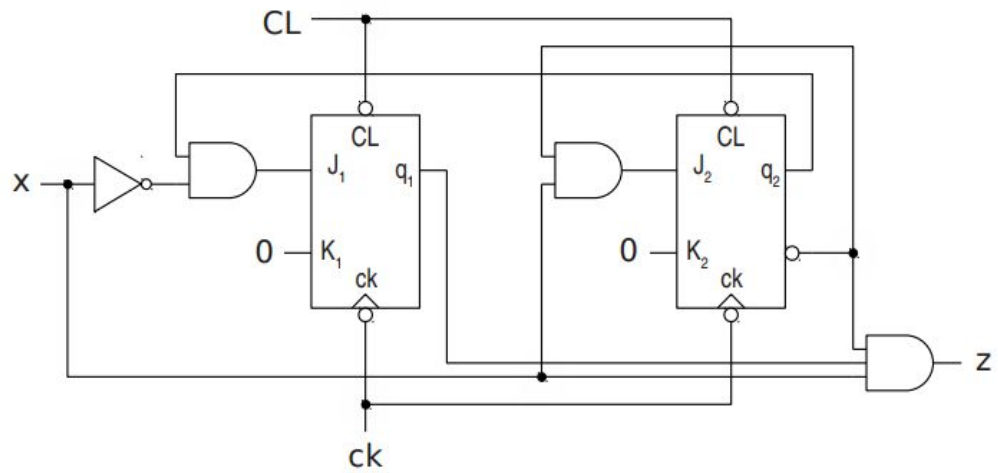
$$J_1 = \bar{x}q_2$$

$$K_1 = 0$$

$$J_2 = x\bar{q}_2$$

$$K_2 = 0$$

$$z = xq_1\bar{q}_2$$



### Ejercicio de Mealy

Escribir el diagrama de transición para una máquina de Mealy que detecta la presencia de la subcadena 101 en la cadena de entrada. Así si dicha máquina lee la cadena 0101001010 produce la salida 0001000010.

Hacemos las tablas:



Mealy				
	0		1	
	estado	salida	estado	salida
Q0	Q0	0	Q1	0
Q1	Q2	0	Q1	0
Q2	Q0	0	Q0	1

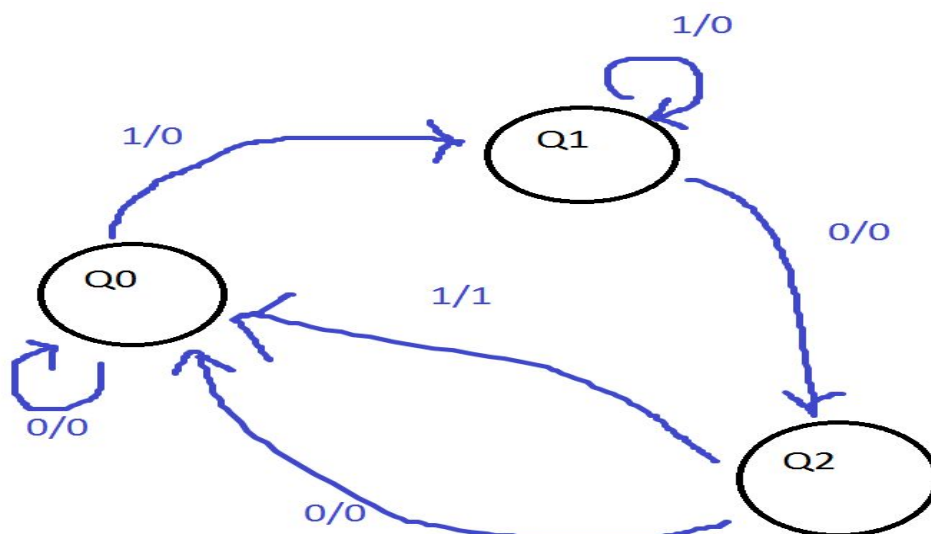
  

Función de transición		
T	0	1
Q0	Q0	Q1
Q1	Q2	Q1
Q2	Q0	Q0

Función de salida		
s	0	1
Q0	0	0
Q1	0	0
Q2	0	1

Dibujamos:



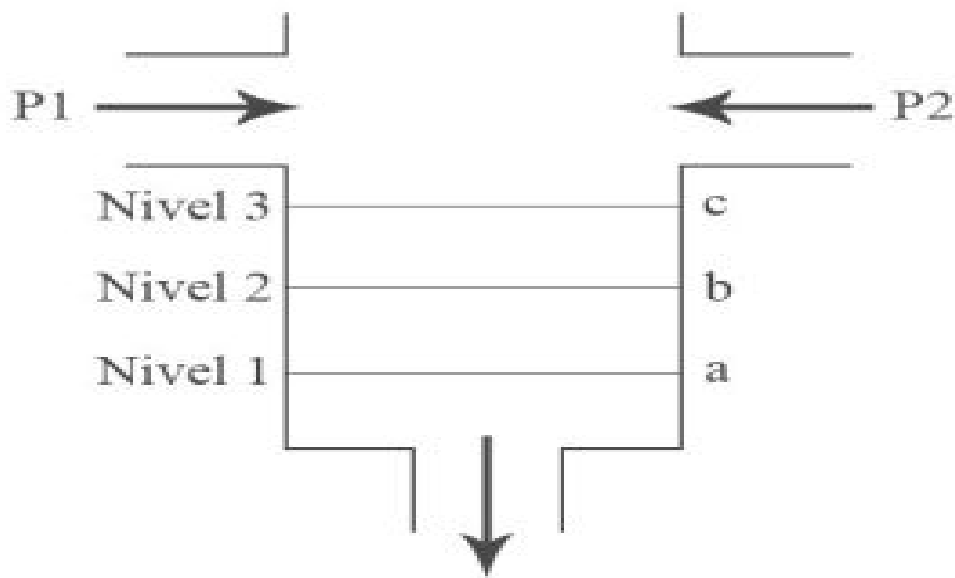
Siendo Q0 nuestro estado inicial. Cuando nos llegue el primer dígito de la subcadena a detectar pasaremos al siguiente estado Q1, donde existe la posibilidad que o bien sigan entrando 1 o se pase al segundo dígito de la cadena (0) en este último caso se irá a Q2. En este último estado, pase lo que pase volveremos al inicio, pero si entra un 1 (último dígito de la cadena a reconocer), su salida será un 1, indicando que se ha reconocido la entrada; en cualquier otro caso su salida es 0.

### Ejercicio de Moore

Se bombea agua a un depósito mediante dos bombas hidráulicas P1 y P2. Ambas bombas deben activarse cuando el agua es inferior al Nivel 1, y deben permanecer encendidas hasta que el agua alcanza el Nivel 2, momento en el que se apagará P1 de forma que debe permanecer apagada hasta que el agua vuelva a bajar del Nivel 1. La bomba P2 permanece encendida hasta que se alcanza el Nivel 3, y entonces se apaga también. Una vez apagada, P2 no se volverá a encender hasta que el agua llegue por debajo del Nivel 1. Se usan unos sensores de detección del nivel del agua de manera que:

- Señal  $a=1$  cuando el nivel esté en el Nivel 1 o por encima. Si no  $a=0$ .
- Señal  $b=1$  cuando el nivel esté en el Nivel 2 o por encima. Si no  $b=0$ .
- Señal  $c=1$  cuando el nivel esté en el Nivel 3 o por encima. Si no  $c=0$ .

Supondremos también que nuestro sistema tiene la suficiente rapidez como para notar cambios bruscos en el nivel de agua.



P1 (bomba 1)	P2 (bomba 2)	Estado
0	0	N3
0	1	N2

1	1	N1
---	---	----

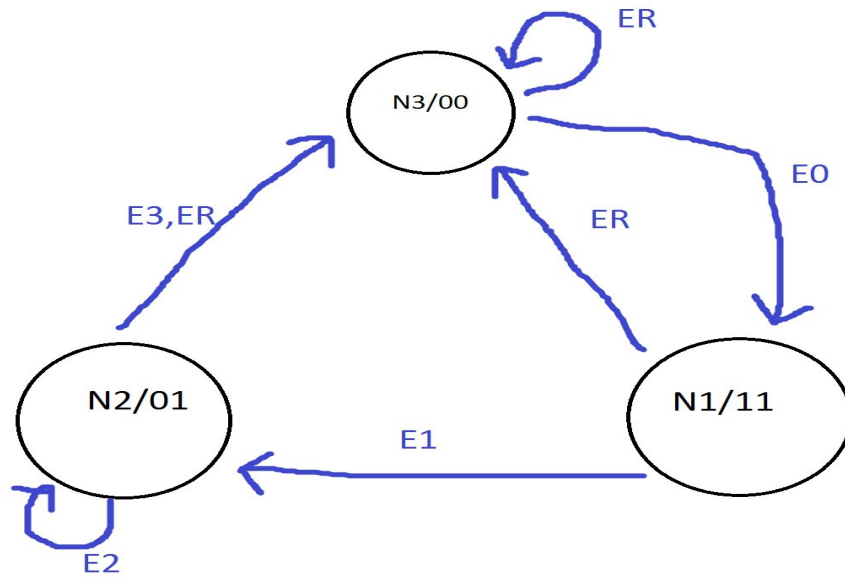
Lo primero es poner los estados. Dependiendo de las bombas (su entrada) estaremos en los estados N3, N2, N1.

Como tenemos 3 variables, abc, y dos bombas, la combinación de posibles entradas sería 8 (2 elevado a 3) pero algunos de ellos son incoherentes, por ejemplo, no puede darse el caso que la variable del nivel 3 esté activa y las de los niveles anteriores no, es decir (001) puesto que iría contra las leyes físicas.

Entonces tenemos estas posibilidades:

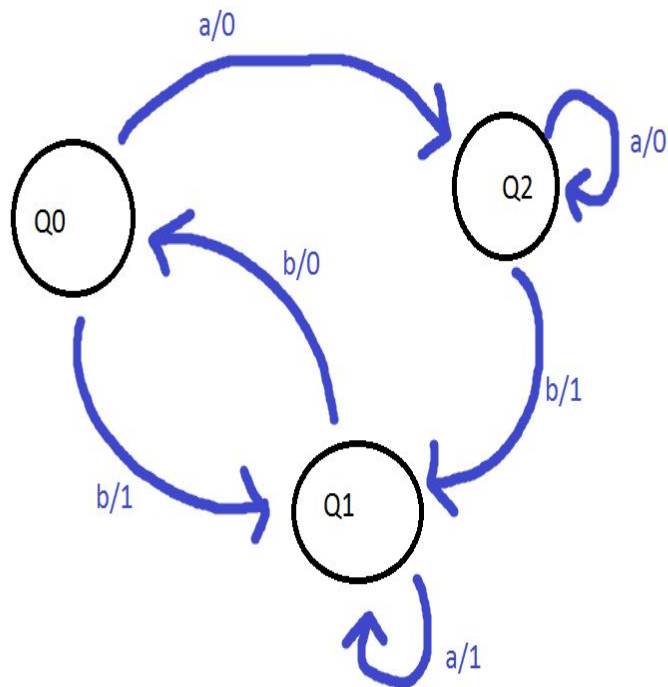
	abc	Entrada
E0	000	E0 (vacío)
E4	100	E1 (nivel 1)
E6	110	E2 (nivel 2)
E7	111	E3 (nivel 3)

Ahora hacemos su correspondiente diagrama:



### Correspondencia de Mealy a Moore

Si tenemos una máquina Mealy como esta:



Con esta tabla:

	a	a	b	b
	estado	salida	estado	salida
Q0	Q2	0	Q1	1
Q1	Q1	1	Q0	0
Q2	Q2	0	Q1	1

Para pasar a Moore podemos crear nuevos estados, para que sea más intuitivo crearé nuevos estados con el estado más su salida. Por ejemplo: Si al estado Q0 le metemos una a pasa al estado Q2 con salida 0, podemos decir que es un nuevo estado llamado Q20.

Entonces nos queda una tabla:

Posibles estados
Q0
Q20
Q11
Q00

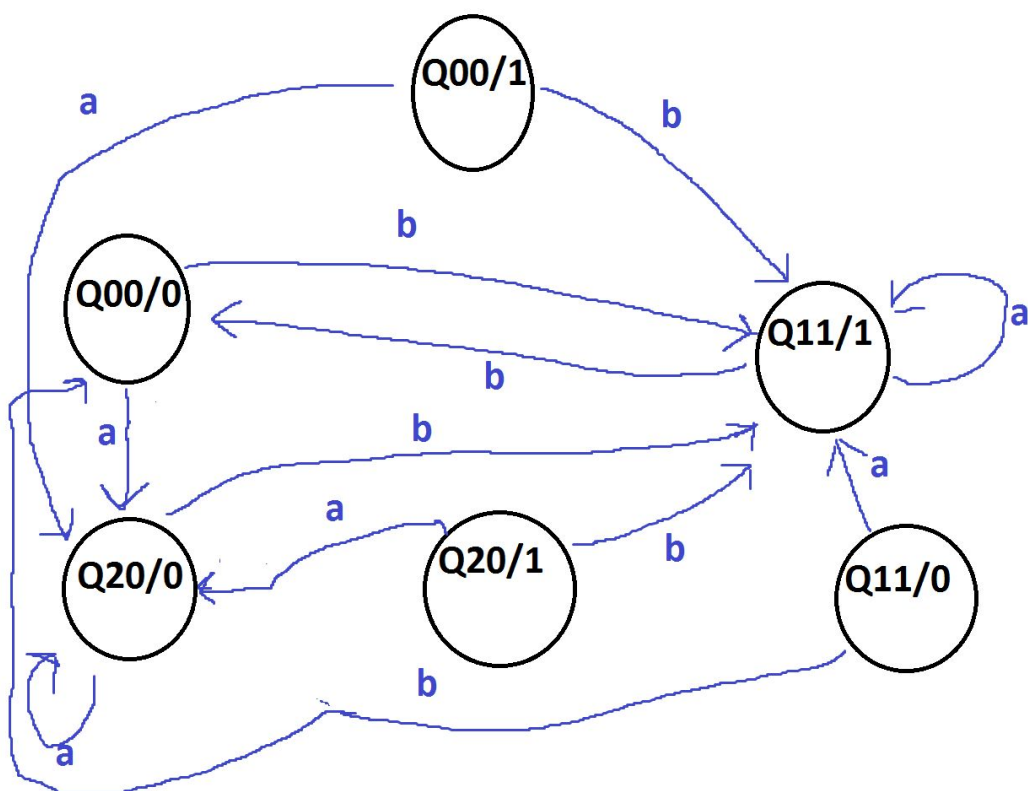
El estado Q00 es equivalente al Q0 (el estado que indica es Q0 con la salida 0). Si al estado Q0 le entra a se va a Q2 con salida 0. Ese es el estado que hemos indicado como Q20. Entonces obtenemos la siguiente tabla para Moore:

	a	a	b	b
	estado	salida	estado	salida
Q0	Q20	0	Q11	1
Q00	Q20	0	Q11	1
Q11	Q11	1	Q00	0
Q20	Q20	0	Q11	1

Las tablas de las funciones de transición y de salida serían:

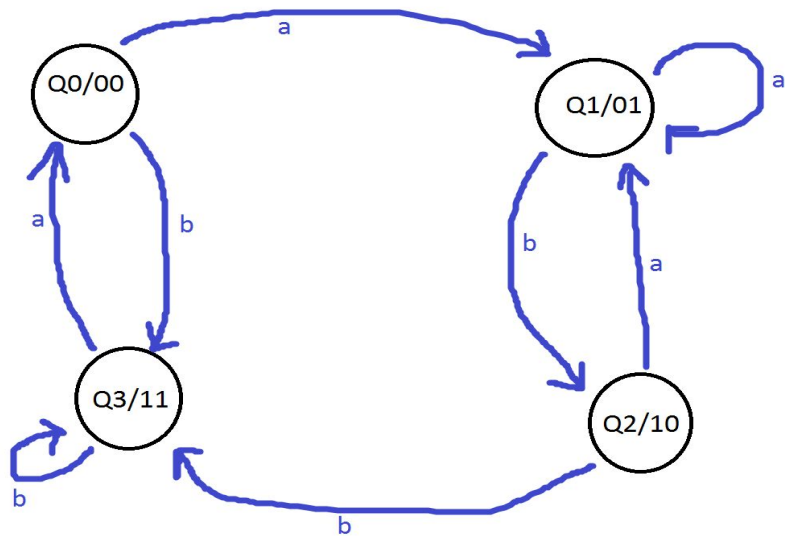
Función de transición			Función de salida		
T	a	b	S	a	b
Q0	Q20	Q11	Q0	0	1
Q00	Q20	Q11	Q00	0	1
Q11	Q11	Q00	Q11	1	0
Q20	Q20	Q11	Q20	0	1

Como Q00 y Q0 son equivalentes, no dibujaré Q0 en el diagrama. Siendo Q00 nuestro estado inicial. Finalmente obtenemos el siguiente diagrama:



### Correspondencia de Moore a Mealy

Teniendo un diagrama de Moore así:



Obtenemos unas tablas así:

	a	a	b	b
	estado	salida	estado	salida
Q0	Q1	0.1	Q3	11
Q1	Q1	0.1	Q2	10
Q2	Q1	0.1	Q3	11
Q3	Q0	0.0	Q3	11

Función de transición

T	a	b
Q0	Q1	Q3
Q1	Q1	Q2
Q2	Q1	Q3
Q3	Q0	Q3

Función de salida

s	a	b
Q0	0.1	11
Q1	0.1	10
Q2	0.1	11
Q3	0.0	11

Como hemos explicado anteriormente, como en Moore depende del estado en el que está, el actual. Para pasar a Mealy, el estado que debe aparecer en cada transición es al que va.

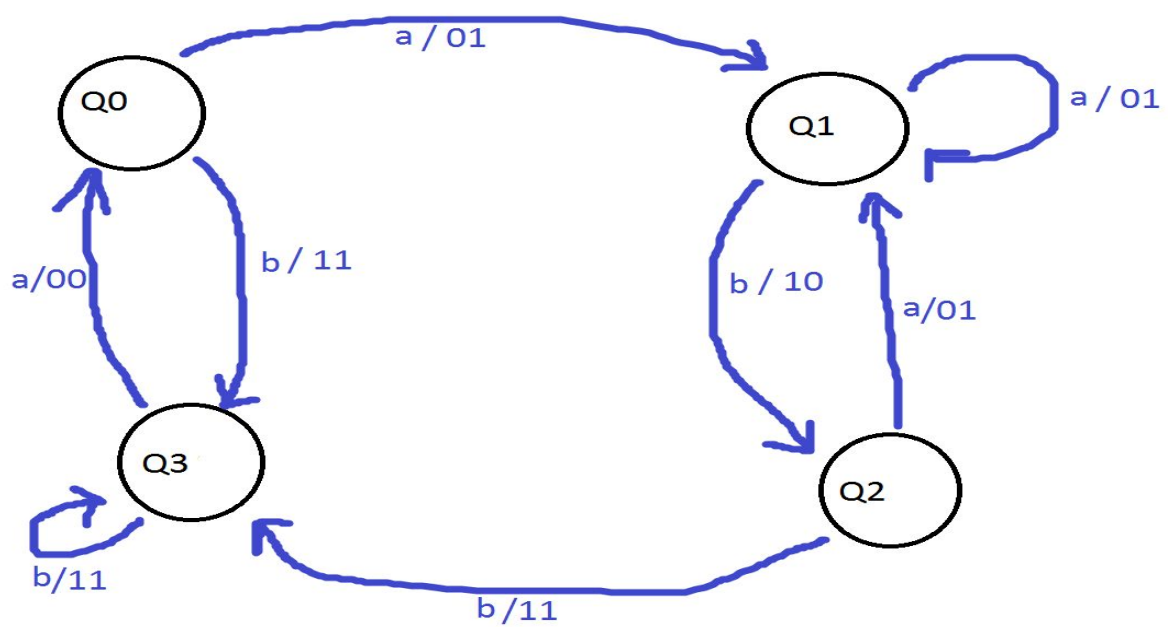
Obteniendo así :

	a	a	b	b				
	estado	salida	estado	salida				
Q0	Q1	0.1	Q3	11				
Q1	Q1	0.1	Q2	10				
Q2	Q1	0.1	Q3	11				
Q3	Q0	0.0	Q3	11				

Función de transición			Función de salida		
T	a	b	s	a	b
Q0	Q1	Q3	Q0	0.1	11
Q1	Q1	Q2	Q1	0.1	10
Q2	Q1	Q3	Q2	0.1	11
Q3	Q0	Q3	Q3	0.0	11

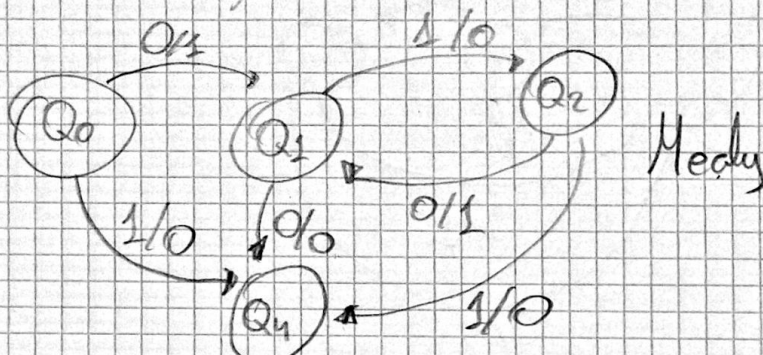
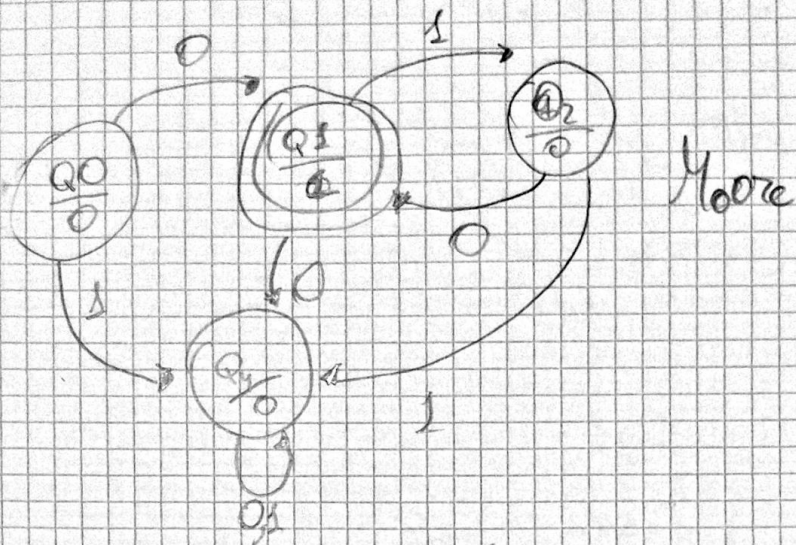
Además el diagrama sería:



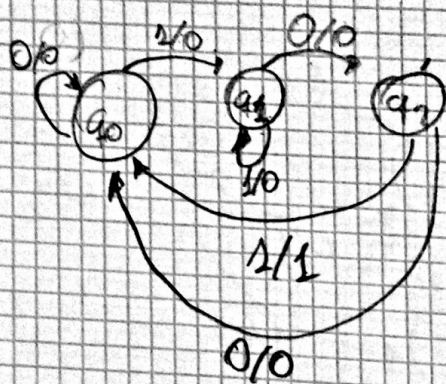
Algunos ejercicios más del Tema 2:

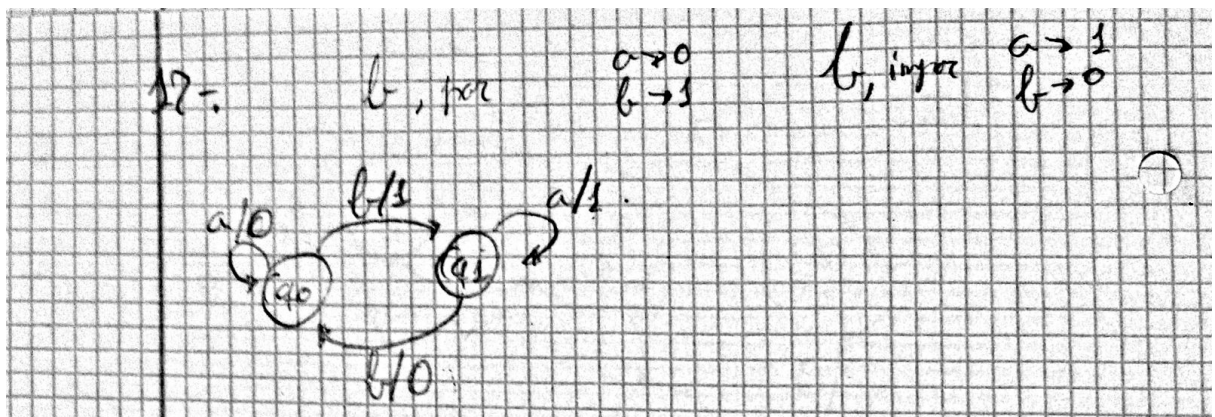
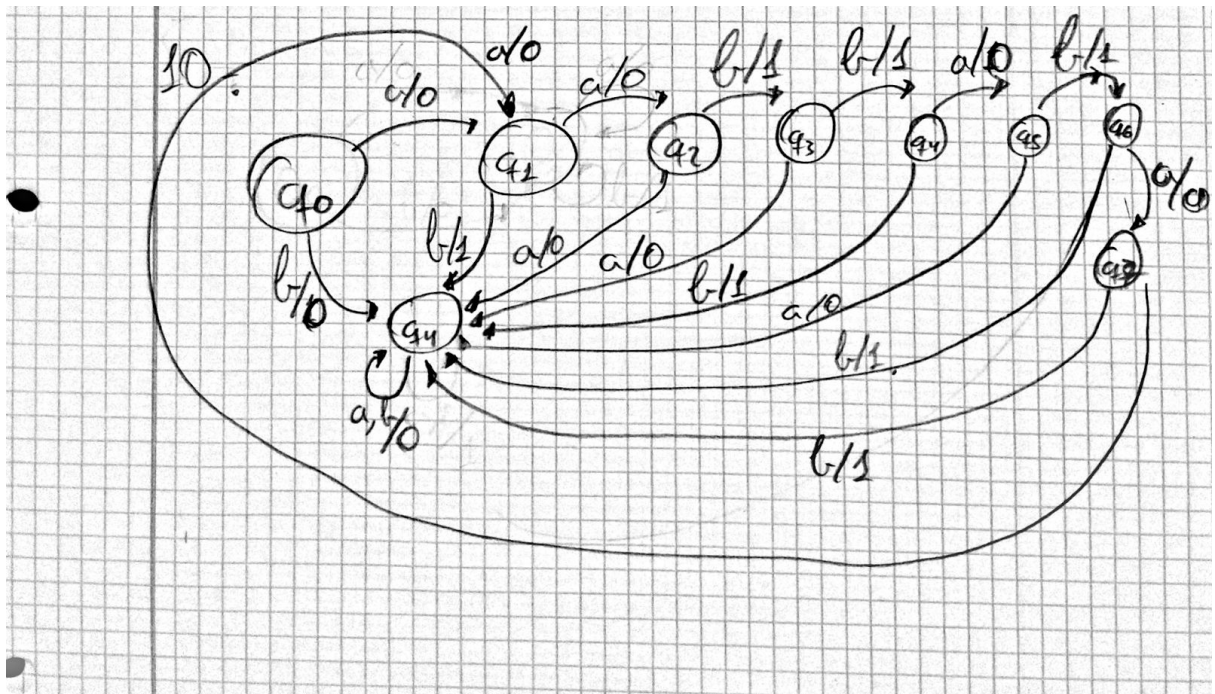


4-



Q = 101





## **Bibliografía**

Ref.1: <http://www2.elo.utfsm.cl/~lsb/elo211/clases/c09.pdf> (Pag.2)

Ref. 2: [https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1quina\\_de\\_Mealy](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1quina_de_Mealy)

Ref.3:[https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1quina\\_de\\_Moore](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A1quina_de_Moore)

Ref.4:<https://prezi.com/tcv-afbxadzs/equivalencia-entre-maquinas-de-mealy-y-maquinas-de-moore/>

Ref.5:[decsai](#) (pág. 61 y 62)

Ref.6:<https://www.dte.us.es/docencia/etsii/gii-is/circuitos-electronicos-digitales/grupo-5/Tema6-CircuitosSecuencialesSincronos.pdf>

Ref.7:<http://www.profesormolina.com.ar/electronica/componentes/int/biest.htm>