

Зміст

1	Похідні типи	2
1.1	Просте наслідування	2
1.1.1	2
1.2	Множинне наслідування	2
1.2.1	2
1.2.2	3
1.2.3	4
2	Завдання на практику	5
2.1	Позначення	5
2.2	Функції Лаґерра	5
2.3	Перетворення Лаґерра (ПЛ)	5
2.4	Обернене перетворення Лаґерра	5
2.5	Завдання	6

1 Похідні типи

- Виконувати у форматі ноутбуків.
- Розробити ієрархію вказаних типів
- перевірити функціональність розроблених класів
- Виконати поставлені завдання.
- Продемонструвати на прикладі даних, які задані безпосередньо в коді.

1.1 Просте наслідування

1.1.1

1. **Створити** тип `Vehicle`, який характеризується маркою, потужністю двигуна, кількістю коліс та вагою автомобіля. Також утворити похідні типи `Truck` (додатково характеризується вантажопідйомністю), а також `Car` і `Bus`, які характеризується кількістю місць для сидіння, а `Bus` – ще й кількістю “стоячих” місць. Надати `properties` для даних, а також метод для інформування про характеристики автомобіля.
2. **Задати** в коді окремої комірки ноутбуку автопарк – колекцію даних з кількох об’єктів кожного типу.
3. **Вивести:**
 - (а) повні описи усіх транспортних засобів автопарку
 - (б) перелік усіх транспортних засобів автопарку, впорядкований за потужністю двигуна
 - (в) окремі переліки вантажівок та пасажирських автомобілів, які впорядкувати за спаданням вантажопідйомності для вантажівок і кількості пасажирів для пасажирських авто.

1.2 Множинне наслідування

1.2.1

1. **Створити:**
 - Тип `Ware`, який характеризується числовим ідентифікатором, датою випуску пристрою та його ціною. Продаж виробів відбувається за ідентифікаторами, при цьому на усі вироби діє знижка на p відсотків через пів року після випуску. Величина p може змінюватися в довільний час.
 - Тип `Computer`, який характеризується маркою, швидкістю процесора і обсягами оперативної пам’яті та диску. Також утворити похідні типи `Server`, який має додатковий диск, а також `WorkStation` і `Notebook`, які додатково характеризується маркою та розміром діагоналі монітора, а `Notebook` – ще й вагою. Кожен тип комп’ютера може повернути його повний опис.
 - Тип `HardWare` для продажу комп’ютерів.

2. **Задати** в кодї окремої комірки ноутбуку наявні в магазині комп'ютери – колекцію даних з кількох об'єктів кожного типу.

3. **Отримати:**

- (а) повні описи усіх наявних комп'ютерів;
- (б) чек про продаж комп'ютерів, заданих переліком їхніх ідентифікаторів; чек містить перелік характеристик відповідних комп'ютерів з їхньою ціною, а також загальну суму;
- (в) окремі переліки для кожного типу комп'ютерів, які впорядкувати за спаданням року випуску.

1.2.2

1. **Створити:**

- Тип Citizen, який характеризується ім'ям та прізвищем громадянина, датою народження. Крім стандартної функціональності є метод для обчислення віку (кількості повних років) на конкретну дату.
- Тип BankAccount для обслуговування банківського рахунку, який характеризується номером рахунку і сумою грошей, має методи поповнення рахунку, зняття з нього доступної суми і виведення стану рахунку.
- Тип Client, який характеризує громадянина з банківським рахунком.
- Тип VipClient, який має додатковий кредитний рахунок. Клієнт може оформити кредити і використовувати їх при знятті грошей. Сума кредиту під час оформлення для клієнтів у віці від 30 до 50 років не перевищує $p\%$ суми на основному рахунку, для решти – $p/2\%$. Кредитний рахунок характеризується датою оформлення останнього кредиту, поточною сумою оформлених кредитів, а також залишком грошей на ньому. При поверненні кредиту використовуються гроші спочатку кредитного залишку, а потім з основного рахунку.

2. **Задати** в кодї окремої комірки ноутбуку дані кількох клієнтів.

3. **Отримати:**

- (а) протокол виконання клієнтами відповідних банківських операцій;
- (б) повний перелік клієнтів, впорядкований за прізвищем, з вказівкою сумарної кількості грошей на їхніх рахунках;
- (в) перелік клієнтів, які мають кредити, впорядкований за сумою кредитів.

1.2.3

1. Створити:

- Тип **квитанції** про оплату послуги інтернет-магазину, який характеризується ім'ям та прізвищем платника і вартістю послуги.
- Тип **товарної накладної**, який характеризується назвою товару, пунктом доставки, номером поштового відділення і ім'ям та прізвищем отримувача. В кожному пункті ведеться своя нумерація поштових відділень.
- Тип **поштового відправлення**, який містить дані квитанції про оплату та товарної накладної.
- Тип **поштового відправлення з доставкою**, який встановлює націнку $p\%$ від вартості послуги.

2. Задати в кодї окремої комірки ноутбуку колекцію відправлень різних типів.

3. Отримати:

- (а) загальну суму, отриману магазином за послуги;
- (б) перелік усіх відправлень, згрупований за пунктами призначення; пункти призначення впорядкувати за лексикографічним порядком;
- (в) для кожного пункту призначення окремо для кожного відділення сумарну вартість відправлень і сумарну вартість відправлень для кожного пункту.

2 Завдання на практику

2.1 Позначення

$\mathbb{N}_0 := \{0\} \cup \mathbb{N}$ – множина натуральних чисел з нулем
 $\mathbb{R}_+ := [0, \infty)$

2.2 Функції Лаґерра

Функції Лаґерра задають формулою

$$l_n(t) := \sqrt{\sigma} L_n(\sigma t) e^{-\frac{\beta}{2}t}, \quad t \in \mathbb{R}_+, \quad n \in \mathbb{N}_0, \quad (2.1)$$

де

L_n – поліноми Лаґерра,
 $0 \leq \beta \leq \sigma$ – параметри, дійсні числа.

Для обчислень функцій Лаґерра використовують **рекурентну формулу**

$$\begin{aligned} l_n(t) &= \frac{2n-1-\sigma t}{n} l_{n-1}(t) - \frac{n-1}{n} l_{n-2}(t), \quad n \geq 2, \\ l_0(t) &= \sqrt{\sigma} e^{-\frac{\beta}{2}t}, \quad l_1(t) = \sqrt{\sigma}(1-\sigma t) e^{-\frac{\beta}{2}t}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.3 Перетворення Лаґерра (ПЛ)

Розглянемо простір Лебега $L_\alpha^2(\mathbb{R}_+)$, елементами якого є функції $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, що задовольняють умову

$$\int_{\mathbb{R}_+} |v(t)|^2 e^{-\alpha t} dt < \infty,$$

де $\alpha > 0$ – стала, яка пов'язана з параметрами σ і β формулою $\sigma = \alpha + \beta$. Також будемо використовувати простір послідовностей

$$l^2 := \left\{ v := (v_0, v_1, \dots, v_j, \dots)^\top \in \mathbb{R}^\infty \mid \sum_{j=0}^{\infty} |v_j|^2 < \infty \right\}.$$

Під ПЛ будемо розуміти відображення $\mathcal{L} : L_\alpha^2(\mathbb{R}_+) \rightarrow l^2$, яке довільній функції $f \in L_\alpha^2(\mathbb{R}_+)$ ставить у відповідність послідовність $\mathbf{f} := (f_0, f_1, \dots, f_k, \dots)^\top \in l^2$ за формулою

$$f_k := (\mathcal{L}f)_k := \int_{\mathbb{R}_+} f(t) l_k(t) e^{-\alpha t} dt, \quad k \in \mathbb{N}_0. \quad (2.3)$$

2.4 Обернене перетворення Лаґерра

Під оберненим ПЛ будемо розуміти відображення $\mathcal{L}^{-1} : l^2 \rightarrow L_\alpha^2(\mathbb{R}_+)$, яке довільній послідовності $\mathbf{h} = (h_0, h_1, \dots, h_k, \dots)^\top$ ставить у відповідність функцію h за формулою

$$h(t) \equiv (\mathcal{L}^{-1}\mathbf{h})(t) := \sum_{k=0}^{\infty} h_k l_k(t), \quad t \in \mathbb{R}_+. \quad (2.4)$$

Для довільної функції $f \in L^2_\alpha(\mathbb{R}_+)$ маємо рівність

$$\mathcal{L}^{-1}\mathcal{L}f = f. \quad (2.5)$$

2.5 Завдання

1. Побудувати функцію для обчислення значення функції Лагерра за формулою (2.2) для довільних t і n , а параметри задавати за замовчуванням $\beta = 2, \sigma = 4$.
2. Побудувати функцію для табулювання при заданих n, β, σ функції Лагерра на відрізку $[0, T]$ із заданим $T \in \mathbb{R}_+$.
3. Провести обчислювальний експеримент: для $N = 20$ на основі графіків з п.2 знайти точку $T > 0$, щоб $|l_n(T)| < \varepsilon = 10^{-3}$ для усіх $n \in [0, N]$. Побудувати табличку для $|l_n(T)|$ для усіх $n \in [0, N]$.

Пояснення. Як видно з формул (2.1) і (2.2), функції Лагерра швидко зникають. Треба експериментально для фіксованих значень $0 \leq \beta \leq \sigma$ (взяти за замовчуванням $\beta = 2, \sigma = 4$) визначити найкоротший відрізок $[0, T]$, поза яким $|l_n(t)| < \varepsilon = 10^{-3}$ для $t > T$ і усіх $n \in [0, N]$.

4. Побудувати функцію для обчислення значень інтегралів (2.3) наближено за формулою

$$f_k = \int_0^T f(t) l_k(t) e^{-\alpha t} dt, \quad k \in [0, N], \quad (2.6)$$

використовуючи метод прямокутників із заданою точністю $\varepsilon > 0$.

Пояснення. Для тестування функції чисельного інтегрування можна використати такий факт: якщо $f = l_n$, то $f_k = 0$ при $n \neq k$.

5. Для функції

$$f(t) = \begin{cases} \sin(t - \pi/2) + 1, & t \in [0, 2\pi], \\ 0, & t \geq 2\pi, \end{cases}$$

виконати ПЛ, а саме знайти коефіцієнти $\mathbf{f}^N := (f_0, f_1, \dots, f_N)^\top$ при $N = 20$.