

Зміст

1	Класи	2
1.1	Прості класи	2
1.1.1	2
2	Похідні типи	3
2.1	Просте наслідування	3
2.1.1	3
2.2	Множинне наслідування	3
2.2.1	3
2.2.2	4
2.2.3	5
3	Опрацювання табличних даних засобами Pandas	6
3.1	Елементарні операції з даними	6
3.1.1	6
3.2	Операції із залежними даними	6
3.2.1	6
3.2.2	7
3.2.3	7
4	Завдання на практику	9
4.1	Позначення	9
4.2	Функції Лагерра	9
4.3	Перетворення Лагерра (ПЛ)	9
4.4	Обернене перетворення Лагерра	9
4.5	Завдання	10

1 Класи

1.1 Прості класи

- Виконувати у форматі ноутбуків.
- Розробити новий тип
- перевірити його функціональність
- Виконати поставлені завдання.
- Продемонструвати на прикладі даних, які задані безпосередньо в коді.

1.1.1

1. **Створити** тип WaterCounter для поквартирного обліку води в будинку. Характеризується номером квартири, номером місяця та показниками лічильника – поточним і попереднім. Передбачити за рахунок **properties**, що поточний показник лічильника неменший попереднього, а також змінювати значення може лише номер місяця.
2. **Задати** в коді окремої комірки ноутбуку колекцію даних типу WaterCounter про використану за кілька місяців воду в будинку з кількох квартир.
3. **Вивести:**
 - (а) для конкретного місяця таблицю з даними про використану воду кожною квартирою
 - (б) для кожного річного кварталу використану воду кожною квартирою
 - (в) таблицю загальної для будинку кількості води по усіх місяцях, для яких були дані.

2 Похідні типи

- Виконувати у форматі ноутбуків.
- Розробити ієрархію вказаних типів
- Перевірити функціональність розроблених класів
- Виконати поставлені завдання.
- Продемонструвати на прикладі даних, які задані безпосередньо в коді.

2.1 Просте наслідування

2.1.1

1. **Створити** тип `Vehicle`, який характеризується маркою, потужністю двигуна, кількістю коліс та вагою автомобіля. Також утворити похідні типи `Truck` (додатково характеризується вантажопідйомністю), а також `Car` і `Bus`, які характеризується кількістю місць для сидіння, а `Bus` – ще й кількістю “стоячих” місць. Надати `properties` для даних, а також метод для інформування про характеристики автомобіля.
2. **Задати** в коді окремої комірки ноутбуку автопарк – колекцію даних з кількох об’єктів кожного типу.
3. **Вивести:**
 - (а) повні описи усіх транспортних засобів автопарку
 - (б) перелік усіх транспортних засобів автопарку, впорядкований за потужністю двигуна
 - (в) окремі переліки вантажівок та пасажирських автомобілів, які впорядкувати за спаданням вантажопідйомності для вантажівок і кількості пасажирів для пасажирських авто.

2.2 Множинне наслідування

2.2.1

1. **Створити:**
 - Тип `Ware`, який характеризується числовим ідентифікатором, датою випуску пристрою та його ціною. Продаж виробів відбувається за ідентифікаторами, при цьому на усі вироби діє знижка на p відсотків через пів року після випуску. Величина p може змінюватися в довільний час.
 - Тип `Computer`, який характеризується маркою, швидкістю процесора і обсягами оперативної пам’яті та диску. Також утворити похідні типи `Server`, який має додатковий диск, а також `WorkStation` і `Notebook`, які додатково характеризується маркою та розміром діагоналі монітора, а `Notebook` – ще й вагою. Кожен тип комп’ютера може повернути його повний опис.
 - Тип `HardWare` для продажу комп’ютерів.

2. **Задати** в кодї окремої комірки ноутбуку наявні в магазині комп'ютери – колекцію даних з кількох об'єктів кожного типу.

3. **Отримати:**

- (а) повні описи усіх наявних комп'ютерів;
- (б) чек про продаж комп'ютерів, заданих переліком їхніх ідентифікаторів; чек містить перелік характеристик відповідних комп'ютерів з їхньою ціною, а також загальну суму;
- (в) окремі переліки для кожного типу комп'ютерів, які впорядкувати за спаданням року випуску.

2.2.2

1. **Створити:**

- Тип Citizen, який характеризується ім'ям та прізвищем громадянина, датою народження. Крім стандартної функціональності є метод для обчислення віку (кількості повних років) на конкретну дату.
- Тип BankAccount для обслуговування банківського рахунку, який характеризується номером рахунку і сумою грошей, має методи поповнення рахунку, зняття з нього доступної суми і виведення стану рахунку.
- Тип Client, який характеризує громадянина з банківським рахунком.
- Тип VipClient, який має додатковий кредитний рахунок. Клієнт може оформити кредити і використовувати їх при знятті грошей. Сума кредиту під час оформлення для клієнтів у віці від 30 до 50 років не перевищує $p\%$ суми на основному рахунку, для решти – $p/2\%$. Кредитний рахунок характеризується датою оформлення останнього кредиту, поточною сумою оформлених кредитів, а також залишком грошей на ньому. При поверненні кредиту використовуються гроші спочатку кредитного залишку, а потім з основного рахунку.

2. **Задати** в кодї окремої комірки ноутбуку дані кількох клієнтів.

3. **Отримати:**

- (а) протокол виконання клієнтами відповідних банківських операцій;
- (б) повний перелік клієнтів, впорядкований за прізвищем, з вказівкою сумарної кількості грошей на їхніх рахунках;
- (в) перелік клієнтів, які мають кредити, впорядкований за сумою кредитів.

2.2.3

1. Створити:

- Тип **квитанції** про оплату послуги інтернет-магазину, який характеризується ім'ям та прізвищем платника і вартістю послуги.
- Тип **товарної накладної**, який характеризується назвою товару, пунктом доставки, номером поштового відділення і ім'ям та прізвищем отримувача. В кожному пункті ведеться своя нумерація поштових відділень.
- Тип **поштового відправлення**, який містить дані квитанції про оплату та товарної накладної.
- Тип **поштового відправлення з доставкою**, який встановлює націнку $p\%$ від вартості послуги.

2. Задати в кодї окремої комірки ноутбуку колекцію відправлень різних типів.

3. Отримати:

- (а) загальну суму, отриману магазином за послуги;
- (б) перелік усіх відправлень, згрупований за пунктами призначення; пункти призначення впорядкувати за лексикографічним порядком;
- (в) для кожного пункту призначення окремо для кожного відділення сумарну вартість відправлень і сумарну вартість відправлень для кожного пункту.

3 Опрацювання табличних даних засобами Pandas

- Виконувати у форматі ноутбуків.
- Розробити ієрархію вказаних типів
- перевірити функціональність розроблених класів
- Виконати поставлені завдання.
- Продемонструвати на прикладі даних, які задані безпосередньо в коді.

3.1 Елементарні операції з даними

3.1.1

1. **Розробити** засоби для опрацювання даних типу WaterCounter, про які йдеться у завданні 1.1.1.

Дані за поточний рік подано у кількох (не менше двох) csv-файлах, у яких рядки містять номер квартири, номер місяця та показники лічильника – поточний і попередній. Причому у файлі можуть бути дані за кілька місяців. Крім того, усі файли містять у першому рядку однаковий опис даних, з якого формуватимуться назви колонок у відповідних таблицях.

Відома ціна $1m^3$ спожитої води.

2. **Побудувати** за допомогою бібліотеки Pandas в окремій комірці ноутбуку таблицю, в якій зібрати дані з усіх файлів.
3. **Перевірити** отримані дані, а саме чи виконується умова, що в усіх рядках отриманої таблиці поточний показник лічильника неменший попереднього.
4. **Вивести:**
 - (а) для конкретного місяця таблицю з даними про використану воду кожною квартирою
 - (б) загальну кількість спожитої води у всьому будинку за весь час
 - (в) вартість спожитої води у всьому будинку за різні квартали року, для яких були дані
 - (г) для кожної квартири найбільше місячне споживання і номери місяців, у яких споживання було найбільшим

3.2 Операції із залежними даними

3.2.1

1. **Розробити** засоби для обліку роботи над реалізацією проєктів.

Проєкт характеризується ідентифікаційним номером і назвою.

Працівник характеризується прізвищем, реєстраційним номером та платнею за одну годину робочого часу.

Обліковий запис містить дату, ідентифікаційний номер проєкту, реєстраційний номер працівника і кількість відпрацьованих годин.

Інформація про проєкти і працівників подана окремими csv-файлами. Також усі облікові записи знаходяться в окремому csv-файлі.

2. Побудувати:

- (а) таблицьку, в якій для кожного проєкту (вказати його назву) по-раховано загальну кількість відпрацьованих годин
- (б) діаграму до попереднього пункту

3. Вивести:

- (а) відпрацьований час і нараховану платню по кожному проєкту для працівника, який заданим його прізвищем
- (б) назви проєктів, на яких працівник (заданого його прізвищем) відпрацював найбільше часу

3.2.2

1. Розробити засоби для обслуговування книжкового онлайн-магазину.

Книга характеризується ідентифікаційним номером, прізвищем автора, назвою книги, ціною.

Покупець характеризується прізвищем, реєстраційним номером, країною.

Замовлення характеризується реєстраційним номером читача, ідентифікаційним номером книги і кількістю екземплярів книги.

Інформація про покупців, книги та замовлення подана окремими csv-файлами.

2. Вивести:

- (а) таблицю для кожного покупця (вказувати його прізвище), в якій подати повний перелік (без повторень) замовлених цим покупцем книг із вказанням автора, назви книги і сумарної вартості усіх екземплярів цієї книги
- (б) таблицю, в якій подати для кожної країни сумарну вартість замовлених книг
- (в) діаграму до попереднього пункту
- (г) таблицю, в якій подати для кожного автора, який заданий його прізвищем, сумарну вартість його книг, які зустрічалися у замовленнях.

3.2.3

1. Розробити засоби для обліку відправлень у поштових відділеннях.

Відправлення характеризується номером поштового відділення, обліковим номером, вагою і числовим кодом країни призначення.

Країна призначення характеризується числовим кодом, назвою і вартістю доставки у цю країну відправлення вагою 1 кг.

Інформація про відправлення подана кількома (не менше 2) окремими csv-файлами, також окремим файлом подано дані про країни.

2. Вивести:

- (а) таблицю, в якій для кожного поштового відділення пораховано кількість відправлень;
- (б) діаграму до попереднього пункту;
- (в) таблицю, в якій для кожного поштового відділення пораховано сумарну вартість відправлень;
- (г) країни, для яких сумарна вартість відправлень є найбільшою;
- (д) для кожної країни таблицю, в якій вказати сумарну вартість відправлень з кожного поштового відділення.

4 Завдання на практику

4.1 Позначення

$\mathbb{N}_0 := \{0\} \cup \mathbb{N}$ – множина натуральних чисел з нулем
 $\mathbb{R}_+ := [0, \infty)$

4.2 Функції Лаґерра

Функції Лаґерра задають формулою

$$l_n(t) := \sqrt{\sigma} L_n(\sigma t) e^{-\frac{\beta}{2}t}, \quad t \in \mathbb{R}_+, \quad n \in \mathbb{N}_0, \quad (4.1)$$

де

L_n – поліноми Лаґерра,
 $0 \leq \beta \leq \sigma$ – параметри, дійсні числа.

Для обчислень функцій Лаґерра використовують **рекурентну формулу**

$$\begin{aligned} l_n(t) &= \frac{2n-1-\sigma t}{n} l_{n-1}(t) - \frac{n-1}{n} l_{n-2}(t), \quad n \geq 2, \\ l_0(t) &= \sqrt{\sigma} e^{-\frac{\beta}{2}t}, \quad l_1(t) = \sqrt{\sigma}(1-\sigma t) e^{-\frac{\beta}{2}t}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

4.3 Перетворення Лаґерра (ПЛ)

Розглянемо простір Лебега $L_\alpha^2(\mathbb{R}_+)$, елементами якого є функції $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, що задовольняють умову

$$\int_{\mathbb{R}_+} |v(t)|^2 e^{-\alpha t} dt < \infty,$$

де $\alpha > 0$ – стала, яка пов'язана з параметрами σ і β формулою $\sigma = \alpha + \beta$. Також будемо використовувати простір послідовностей

$$l^2 := \left\{ v := (v_0, v_1, \dots, v_j, \dots)^\top \in \mathbb{R}^\infty \mid \sum_{j=0}^{\infty} |v_j|^2 < \infty \right\}.$$

Під ПЛ будемо розуміти відображення $\mathcal{L} : L_\alpha^2(\mathbb{R}_+) \rightarrow l^2$, яке довільній функції $f \in L_\alpha^2(\mathbb{R}_+)$ ставить у відповідність послідовність $\mathbf{f} := (f_0, f_1, \dots, f_k, \dots)^\top \in l^2$ за формулою

$$f_k := (\mathcal{L}f)_k := \int_{\mathbb{R}_+} f(t) l_k(t) e^{-\alpha t} dt, \quad k \in \mathbb{N}_0. \quad (4.3)$$

4.4 Обернене перетворення Лаґерра

Під оберненим ПЛ будемо розуміти відображення $\mathcal{L}^{-1} : l^2 \rightarrow L_\alpha^2(\mathbb{R}_+)$, яке довільній послідовності $\mathbf{h} = (h_0, h_1, \dots, h_k, \dots)^\top$ ставить у відповідність функцію h за формулою

$$h(t) \equiv (\mathcal{L}^{-1}\mathbf{h})(t) := \sum_{k=0}^{\infty} h_k l_k(t), \quad t \in \mathbb{R}_+. \quad (4.4)$$

Для довільної функції $f \in L^2_\alpha(\mathbb{R}_+)$ маємо рівність

$$\mathcal{L}^{-1}\mathcal{L}f = f. \quad (4.5)$$

4.5 Завдання

1. Побудувати функцію для обчислення значення функції Лагерра за формулою (4.2) для довільних t і n , а параметри задавати за замовчуванням $\beta = 2, \sigma = 4$.
2. Побудувати функцію для табулювання при заданих n, β, σ функції Лагерра на відрізку $[0, T]$ із заданим $T \in \mathbb{R}_+$.

3. Провести обчислювальний експеримент: для $N = 20$ на основі графіків з п.2 знайти точку $T > 0$, щоб $|l_n(T)| < \varepsilon = 10^{-3}$ для усіх $n \in [0, N]$. Побудувати табличку для $|l_n(T)|$ для усіх $n \in [0, N]$.

Пояснення. Як видно з формул (4.1) і (4.2), функції Лагерра швидко зникають. Треба експериментально для фіксованих значень $0 \leq \beta \leq \sigma$ (взяти за замовчуванням $\beta = 2, \sigma = 4$) визначити найкоротший відрізок $[0, T]$, поза яким $|l_n(t)| < \varepsilon = 10^{-3}$ для $t > T$ і усіх $n \in [0, N]$.

4. Побудувати функцію для обчислення значень інтегралів (4.3) наближено за формулою

$$f_k = \int_0^T f(t) l_k(t) e^{-\alpha t} dt, \quad k \in [0, N], \quad (4.6)$$

використовуючи метод прямокутників із заданою точністю $\varepsilon > 0$.

Пояснення. Для тестування функції чисельного інтегрування можна використати такий факт: якщо $f = l_n$, то $f_k = 0$ при $n \neq k$.

5. Для функції

$$f(t) = \begin{cases} \sin(t - \pi/2) + 1, & t \in [0, 2\pi], \\ 0, & t \geq 2\pi, \end{cases} \quad (4.7)$$

виконати ПЛ, а саме знайти коефіцієнти $\mathbf{f}^N := (f_0, f_1, \dots, f_N)^\top$ при $N = 20$.

6. Побудувати функцію, яка для заданої послідовності

$$\mathbf{h}^N = (h_0, h_1, \dots, h_k, \dots, h_N, 0, 0, \dots)^\top, \quad N \in \mathbb{N},$$

(яка має скінчене число відмінних від нуля елементів) обчислює значення функції $\tilde{h}^N(t)$ у точці $t \in \mathbb{R}_+$ за формулою (4.4).

7. Для функції (4.7) виконати пряме і обернене ПЛ при деяких значеннях N . Побудувати графік функції $\hat{f}^N(t)$, $t \in [0, 2\pi]$.