

**Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет
имени Н. И. Вавилова»**

СЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ

**Методические указания и задания
для выполнения типового расчета
по курсу «Математическое моделирование»**

19.04.03 Продукты питания животного происхождения

**Профиль подготовки
Биотехнология продуктов животного происхождения**

Саратов 2016

Сетевые модели: метод. указания и задания для выполнения типового расчета по курсу «Математическое моделирование» для направления подготовки 19.04.03 Продукты питания животного происхождения / сост. Т.В. Кириллова //ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ».- Саратов, 2016.

Методические указания и задания для выполнения типового расчета по дисциплине «Математическое моделирование» составлены в соответствии с программой и предназначены для студентов направления подготовки 19.04.03 Продукты питания животного происхождения

Они содержат рекомендации, примеры и задания к выполнению типового расчета. Позволяют студентам освоить основные математические методы, необходимые для анализа процессов и явлений в ходе поиска оптимальных решений практических задач, обучает методам обработки и анализа результатов эксперимента. Курс нацелен на формирование ключевых компетенций, необходимых для эффективного решения профессиональных задач и организации профессиональной деятельности.

Содержание

1. Общие методические указания.....	4
2. Пример выполнения задания.....	4
3. Варианты заданий.....	18
4. Критерии оценки типового расчета	38
5. Литература	38

<i>работы</i>	10	15	5	20	15	6	8	10	15
---------------	----	----	---	----	----	---	---	----	----

На основании данных, приведенных в таблице, строится график комплекса работ, входящих в проект. Каждая работа изображается в виде ориентированного отрезка (дуги). Связи между работами изображаются пунктирными линиями (дуги-связи). В результате получается сетевой график (начальная вершина дуги – начало, а конечная – завершение соответствующей работы):

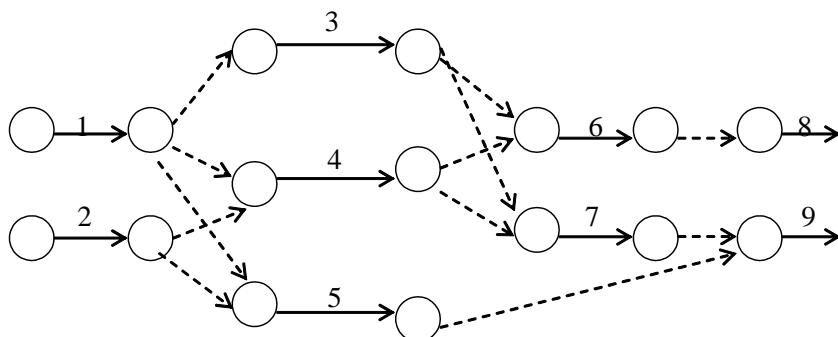


Рис. 1

Предварительно следует упростить полученную сеть. Можно удалить некоторые дуги-связи, а начало и конец удаляемой дуги объединить в одну вершину. На рис. 5.2 изображена сеть, полученная после упрощения сети, изображенной на рис. 5.1.

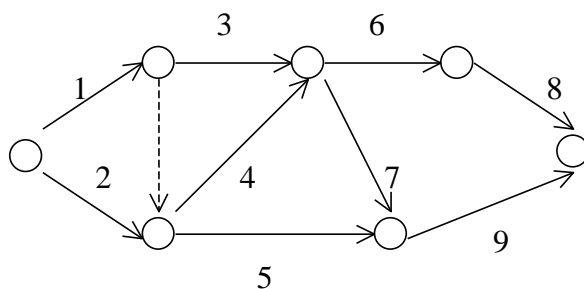


Рис. 2

В сетевом графике каждая вершина является конечной для некоторых дуг(операций), входящих в нее или начальной для дуг (операций) из нее выходящих. Поэтому каждая вершина может трактоваться как событие, означающее завершение всех операций (дуг), для которых она является конечной и как возможность начала выполнения всех операций (дуг), для которых она является начальной. Начальной вершине соответствует событие, под которым подразумевается начало осуществления проекта, а конечной вершине соответствует событие – завершение выполнения всего комплекса работ.

После построения сетевого графика все его вершины нумеруются так, что нумерация является правильной.

Алгоритм правильной нумерации.

Шаг 1. Нумеруем начальную вершину номером 1. Переходим к шагу 2.

Шаг 2. Удаляем из сети все выходящие из пронумерованных вершин дуги. Нумеруем в произвольном порядке вершины, в которые не входит ни одна дуга, произвольным образом возрастающими по порядку номерами. Шаг 2 проделываем до тех пор, пока не дойдем до конечной вершины, которой присваиваем следующий по порядку номер.

В результате правильной нумерации вершин сетевой график, приведенный на рис. 5.3 примет вид

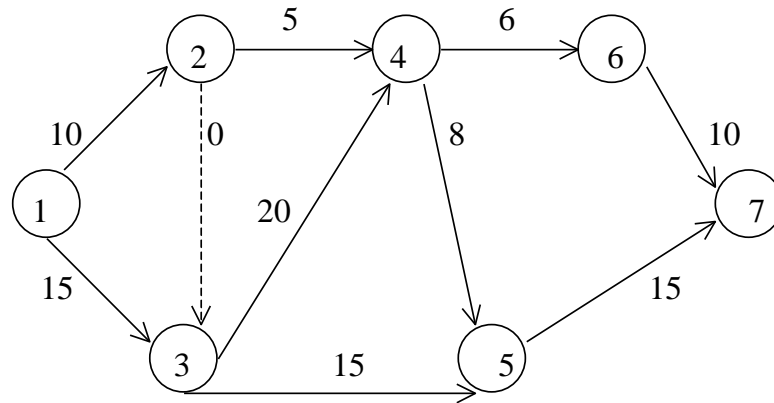


Рис. 3

Номера работ на дугах соответственно заменены продолжительностью их выполнения (продолжительность фиктивной работы соответствующей дуги-связи полагаем равной 0).

Рассмотрим основные временные параметры сетевого графика. Пусть t_{ij} – продолжительность работы, для которой соответствующая дуга (i, j) в сетевом графике имеет в качестве начальной – вершину с номером i , а в качестве конечной – вершину с номером j .

Ранним сроком начала работы (i, j) называется наименьшее допустимое время t_{ij}^{PH} , когда может быть начато ее выполнение.

Если работа начата в ранний срок, то время ее окончания t_{ij}^{PO} называется ранним сроком окончания

$$t_{ij}^{PH} = t_{ij}^{PO} - t_{ij}$$

Ранний срок начала всех работ, для которых вершина i – начальная, называется ранним сроком наступления события i и обозначается T_i^P . Ранний срок наступления конечного события называется критическим временем и обозначается $T_{кр}$. Таким образом, критическое время – это минимальный срок, за который может быть выполнен весь комплекс работ.

Каждый путь из начальной вершины в конечную, состоящий из дуг (работ) и дуг-связей продолжительностью $T_{кр}$, называется критическим путем, а работы, составляющие такие пути – критическими работами.

Поздними сроками начала и окончания работы (i, j) называется наибольшее допустимое время начала (t_{ij}^{PH}) и окончания (t_{ij}^{PO}) этой работы без нарушения сроков выполнения всего комплекса работ. Очевидно:

$$t_{ij}^{PH} = t_{ij}^{PO} - t_{ij}$$

Наиболее поздний из поздних сроков окончания работ, входящих в вершину j , называется поздним сроком наступления события j и обозначается T_j^H .

Рассмотрим работу (i, j) . Плановая продолжительность этой работы равна t_{ij} . Максимально допустимое время, на которое можно увеличить продолжительность работы (i, j) или задержать начало ее выполнения, при котором не изменится время выполнения всего проекта, называется полным резервом R_{ij} времени этой работы. Он равен:

$$R_{ij} = T_j^H - T_i^P - t_{ij}$$

Резерв времени для работы (i, j) , использование которого не изменит ранние сроки наступления всех событий (т.е. все работы смогут начать выполняться в минимально возможные сроки), называется свободным и может быть вычислен по формуле

$$r_{ij} = T_j^P - T_i^P - t_{ij}$$

Очевидно, полный и свободный резерв времени любой работы, лежащей на критическом пути, равен нулю.

Алгоритм нахождения ранних сроков наступления событий

1. Полагаем $T_1^P = 0$.
2. Для $j = 2, 3, \dots, n$ вычисляем $T_j^P = \max_{(k,j) \in I(j)} (T_k^P + t_{kj})$

Здесь $I(j)$ – множество всех дуг, входящих в вершину j .

Критическое время $T_{кр} = T_n^P$.

Алгоритм нахождения поздних сроков наступления событий

1. Полагаем $T_n^H = T$ (как правило $T = T_{кр}$).

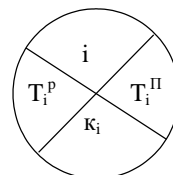
2. Для $i = n-1, n-2, \dots, 1$, вычисляем

$$T_i^{\Pi} = \min_{j \in O(i)} (T_j^{\Pi} - t_{ij}).$$

Здесь $O(i)$ – множество вершин, которые являются конечным для дуг, выходящих из вершины i .

Рассмотрим сетевой график, описанный в таблице 5.1. События (вершины) сетевого графика изображены следующим образом:

В верхней четверти записан номер события (вершины) в соответствии с правильной нумерацией. Номер вершины k_i , при движении из которой получено значение T_i^P , заносится в нижнюю четверть. В левой четверти записывается ранний срок наступления события T_i^P , а в правой четверти – его поздний срок наступления T_i^{Π} .



Найдем ранние сроки наступления каждого события для сетевого графика, изображенного на рис. 5.3.

Полагаем $T_1^P = 0$, $k_1 = 0$. Рассматриваем вершины в порядке возрастания их номеров.

$$T_2^P = T_1^P + t_{12} = 0 + 10 = 10, \quad k_2 = 1;$$

$$T_3^P = \max(T_1^P + t_{13}; T_2^P + t_{23}) = \max(0 + 15; 10 + 0) = T_1^P + t_{13} = 15, \quad k_3 = 1;$$

$$T_4^P = \max(T_2^P + t_{24}; T_3^P + t_{34}) = \max(10 + 5; 15 + 20) = T_3^P + t_{34} = 35, \quad k_4 = 3;$$

$$T_5^P = \max(T_3^P + t_{35}; T_4^P + t_{45}) = \max(15 + 15; 35 + 8) = T_4^P + t_{45} = 43, \quad k_5 = 4;$$

$$T_6^P = T_4^P + t_{46} = 35 + 6 = 41, \quad k_6 = 4;$$

$$T_{kp} = \max(T_5^P + t_{57}; T_6^P + t_{67}) = \max(43 + 15; 41 + 10) = T_5^P + t_{57} = 58, \quad k_7 = 5.$$

Построим критический путь, начиная с конечной вершины, двигаясь по номерам вершин k_i , стоящих в нижней четверти.

В результате получим $1 - 3 - 4 - 5 - 7$. Найдем поздние сроки наступления событий. Полагаем время окончания всего проекта $T = T_7^{\Pi} = T_{kp} = 58$. Поставим это значение в правую четверть конечной вершины 7.

$$T_6^{\Pi} = T_7^{\Pi} - t_{67} = 58 - 10 = 48;$$

$$T_5^{\Pi} = T_7^{\Pi} - t_{57} = 58 - 15 = 43;$$

$$T_4^{\Pi} = \min(T_6^{\Pi} - t_{46}; T_5^{\Pi} - t_{45}) = \min(48 - 6; 43 - 8) = 35;$$

$$T_3^{\Pi} = \min(T_5^{\Pi} - t_{35}; T_4^{\Pi} - t_{34}) = \min(43 - 15; 35 - 20) = 15;$$

$$T_2^{\Pi} = \min(T_4^{\Pi} - t_{24}; T_3^{\Pi} - t_{23}) = \min(35 - 5; 15 - 0) = 15;$$

$$T_1^{\Pi} = \min(T_2^{\Pi} - t_{12}; T_3^{\Pi} - t_{13}) = \min(15 - 10; 15 - 15) = 0.$$

В результате получаем следующую сетевую модель, содержащую подробную информацию о ранних, поздних сроках наступления событий, критическом времени и критическом пути. Критический путь отмечен двойными линиями.

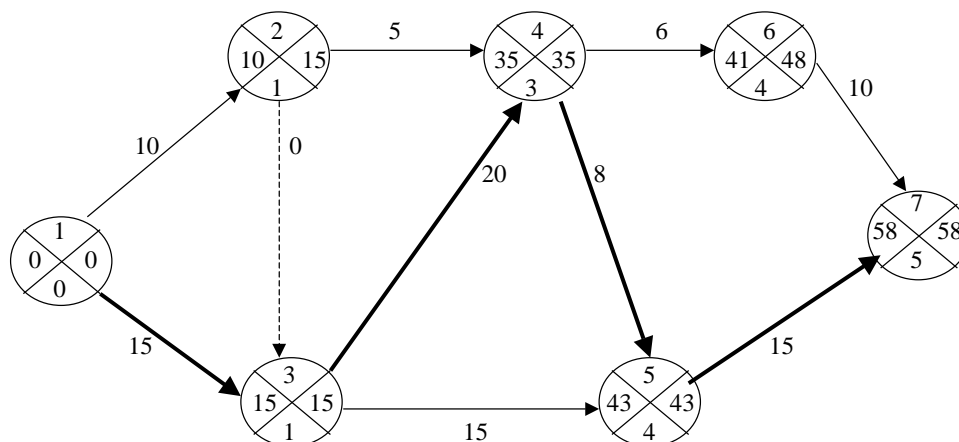


Рис. 4

Контрольные задания для самостоятельного решения

Информация о строительстве комплекса задана нумерацией работ, их продолжительностью (в ед. времени), последовательностью выполнения и оформлена в виде таблицы. За какое минимальное время может быть завершен весь комплекс работ.

Требуется:

- 1) по данным таблицы построить сетевой график комплекса работ и найти правильную нумерацию его вершин;
- 2) рассчитать на сетевом графике ранние и поздние сроки наступления событий, а также резервы времени событий;
- 3) выделить на сетевом графике критические пути;
- 4) для некритических работ найти полные и свободные резервы времени;
- 5) выполнить анализ сетевого графика.

№ ра- бот № ва- риан- та		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Каким работам предшествует	2, 4, 5	3, 9	–	8	6	7	–	–	8
	Продолжительности работ	12	15	12	12	14	18	17	12	15
2	Каким работам предшествует	6	4, 5	7, 8	7, 8	6	9	6	9	–
	Продолжительности работ	20	12	18	14	16	17	17	12	10
3	Каким работам предшествует	7	4, 5, 8	6	6	7	9	9	9	–
	Продолжительности работ	12	13	21	11	13	14	17	12	22
4	Каким работам предшествует	4	6	7, 8	5	–	9	5	9	–
	Продолжительности работ	10	13	18	17	14	17	10	15	13
5	Каким работам предшествует	2, 3, 4	6, 8	7	5	9	7	–	–	–
	Продолжительности работ	17	17	18	10	13	12	14	15	16
6	Каким работам предшествует	7	4, 5, 8	6	6	7	9	9	9	–
	Продолжительности работ	10	11	13	17	12	14	14	18	17
7	Каким работам предшествует	2, 9	3	–	5, 8	3	7	3	7	–
	Продолжительности работ	12	12	13	14	10	11	18	16	17

№ ра- бот № ва- риан- та		1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	Каким работам предшествует	2	3	–	5, 9	3	–	8, 9	5	–
	Продолжительности работ	12	10	18	15	12	14	18	14	13

9	Каким работам предшествует	7	6, 8	4, 5	6, 8	7	7	9	9	–
	Продолжительность работ	13	14	12	19	14	15	12	13	12
10	Каким работам предшествует	2	3	–	5, 6	3	–	8, 9	5	6
	Продолжительность работ	15	5	5	30	50	30	10	20	10
11	Каким работам предшествует	4, 5, 6	3, 7	5, 6	8	8	9	9	–	–
	Продолжительность работ	12	11	13	15	14	30	20	10	20
12	Каким работам предшествует	2	3	–	6, 9	6, 7, 9	8	8	–	3
	Продолжительность работ	16	17	13	14	10	14	30	20	19
13	Каким работам предшествует	4	8, 7	5, 6	9	8, 7	7	–	9	–
	Продолжительность работ	13	17	14	30	30	20	20	18	13
14	Каким работам предшествует	2, 3	8	6, 7	6, 7	9	8	–	–	–
	Продолжительность работ	10	12	10	13	40	17	20	12	15
15	Каким работам предшествует	2, 7	5, 6	5, 6	8	8	9	9	–	–
	Продолжительность работ	14	16	14	12	10	24	10	30	15
16	Каким работам предшествует	6, 7	5	4	9	9	5	8	–	–
	Продолжительность работ	20	20	18	10	10	18	15	13	12
17	Каким работам предшествует	8, 6	4, 5	7	6, 8	7	7	9	9	–
	Продолжительность работ	14	13	17	10	17	16	15	20	13
18	Каким работам предшествует	7	6, 8	4, 5	6, 8	7	7	9	9	–
	Продолжительность работ	20	11	14	15	10	20	20	30	14
19	Каким работам предшествует	5	6, 7	4, 8	6, 7	9	8, 9	7, 9	9	–
	Продолжительность работ	20	16	14	10	17	14	30	14	20

№ ра- бот № ва- риан- та		1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	Каким работам предшествует	2, 6	5	5	7	8	7	9	–	–
	Продолжительность работ	15	30	20	10	20	20	15	15	30
21	Каким работам предшествует	4	8, 7	5, 6	9	8, 7	9, 7	9	–	–
	Продолжительность работ	30	17	14	30	13	20	15	18	30
22	Каким работам предшествует	4	5, 7	6	8	4	8, 9	9	–	–
	Продолжительность работ	10	20	30	20	13	14	18	10	30
23	Каким работам предшествует	4, 5, 6	4, 5, 6	5, 6	8	8	7	8	–	–

	предшествует									
	Продолжительности работ	17	30	10	17	30	20	12	14	18
24	Каким работам предшествует	6	4, 5	8	7, 8	6	9	8	9	–
	Продолжительности работ	18	17	17	15	13	40	30	20	30

3. КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Отметка **«отлично»**—задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Отметка **«хорошо»**—задание выполнено правильно с учетом 1-2 мелких погрешностей или 2-3 недочетов, исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.

Отметка **«удовлетворительно»**—задание выполнено правильно не менее чем наполовину, допущены 1-2 погрешности или одна грубая ошибка.

Отметка **«неудовлетворительно»**— допущены две (и более) грубые ошибки в ходе работы, которые обучающийся не может исправить даже по требованию преподавателя или задание не решено полностью.

4. ЛИТЕРАТУРА

а) основная литература (библиотека СГАУ)

1. **Пантелеев, А. В.** Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - 3-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 544 с. - (Прикладная математика для вузов). - ISBN 978-5-06-004137

2. **Поршнев, С. В.** Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB [Комплект]: учебное пособие / С. В. Поршнев. - 2-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2011. - 736 с., 1 эл. опт. диск (CD-ROM): ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). – ISBN 978-5-8114-1063-7

3. **Хвалько Т. А.** Высшая математика (решение типовых задач. Часть 1.) / Хвалько Т. А. - Балашов : [б. и.], 2009. - (учебное пособие для студентов 1 курса инженерно-технических специальностей). - Б. ц.

4. **Шипачев, В. С.** Задачник по высшей математике : учебное пособие / В. С. Шипачев. - 8-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 304 с. : ил. - ISBN 978-5-06-003575-9 : 369.60 р.

5. **Тыртышников, Е. Е.** Матричный анализ и линейная алгебра : учебное пособие / Е. Е. Тыртышников. - М. : Физматлит, 2007. - 480 с. - ISBN 978-5-9221-0778-5

6. **Самарский, А. А.** Введение в численные методы : учебное пособие для вузов / А. А. Самарский. - 5-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 288 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0602-9

б) дополнительная литература

1. **Краснов, А. Е.** Цифровые системы управления в пищевой промышленности : учебное пособие / А. Е. Краснов, Л. А. Злобин, Д. Л. Злобин. - М.: Высш. шк., 2007. - 671 с. : ил. - (Учебники для вузов. Автоматика и управление). – ISBN 5-06-005352-0 .

2. Лабораторный практикум по информатике : учебное пособие / В. С. Микшина, Г. А. Еремеева, К. И. Бушмелева ; ред. В. А. Острейковский. - 3-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 376 с.– ISBN 978-5-06-006048-5

3. **Пашенко, Ф. Ф.** Введение в состоятельные методы моделирования систем. В 2-х ч.: учебное пособие. Ч. 1. Математические основы моделирования систем / Ф. Ф. Пашенко. - М.: Финансы и статистика, 2006. - 328 с. –ISBN 5-279-02922-X
4. **Советов, Б.Я.** Моделирование систем: практикум / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. - 3-е изд., стер. - М.: Высшая школа, 2005. - 295 с. –ISBN 5-06-004087-9
5. **Степанов, А. Н.** Информатика : учебное пособие / А. Н. Степанов. - 5-е изд. - СПб. : Питер, 2007. - 764 с.. - (Учебник для вузов). –ISBN 978-5-469-01348-8
6. Системный анализ и основы компьютерного моделирования экосистем : метод. пособие / сост.: А. М. Варюхин, С. Н. Янко. - Саратов: ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2010. - 52 с.
7. **Камышова, Г. Н.** Математический анализ : учебное пособие / Г. Н. Камышова, С. В. Чумакова, Н. Н. Терехова ; ФГБОУ ВПО СГАУ. - Саратов : Научная книга, 2012. - 87 с. - ISBN 978-5-97-58-14-30-2

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: Rambler, Yandex, Google:

- www.Math-Net.ru – имеется свободный доступ (по истечении 3-х лет со дня публикации) к математическим журналам Отделения Математики РАН,
 - <http://en.wikipedia.ru> – созданная пользователями интернет-энциклопедия,
 - <http://mathworld.wolfram.com> – краткие энциклопедические статьи по математике,
 - <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk> – статьи по истории математики.
 - Электронная библиотека СГАУ- <http://library.sgau.ru>
 - www.StudFiles.ru - Все для учебы
2. www.e.lanbook.ru – Электронная библиотечная система издательства «Лань».
 3. <http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт.