SAE S1.02 – Comparaison d'approches algorithmiques

La description officielle au Programme National

Face à un problème algorithmique complexe, l'étudiant doit proposer plusieurs solutions. Chaque solution doit être comparée aux autres sur le plan de l'efficacité en temps d'exécution.

La situation professionnelle est celle du développeur au sein d'une équipe où ce dernier doit résoudre un problème de lenteur d'exécution d'une application.

Objectif

L'objectif principal est la mise en œuvre de différents algorithmes pour résoudre un même problème. Par comparaison d'approches algorithmiques distinctes, il est demandé de mettre en évidence par des mesures empiriques la rapidité d'exécution des différents algorithmes.

Il est fortement conseillé de s'inspirer pour cela des techniques de comparaison enseignées dans la ressource R1.01.P2.

Modalités pratiques

Le projet se déroule en binôme (ou seul mais pas en trinôme) au sein d'un même groupe TD.

Début de la SAE : semaine 50 (12 décembre).

Date limite du rendu : **dimanche 22 janvier 2023 à 23h55 au + tard** (**attention** : -2 points de malus si retard).

Le jeu de Grundy2 avec Intelligence Artificielle (IA) de la machine

Le jeu de Grundy, version1, que vous avez codé lors de la première période de cours (SAE1.01) était une version sans mise en place d'une intelligence de jeu pour la machine (certains étudiants l'ont fait mais ce n'est certainement pas la majorité). Dans la plupart des versions évaluées de la SAE1.01, le coup était joué aléatoirement par la machine (c'est ce qui était notamment demandé).

Le jeu de Grundy2 que vous allez étudier au niveau de son efficacité dans cette SAE1.02, va se baser sur une version **récursive** qui met en œuvre la théorie qui garantit de jouer en choisissant toujours la solution (décomposition) gagnante si elle existe (sinon, la machine choisira une décomposition en tas d'allumettes au hasard).

Nous savons qu'il existe une version **non récursive** (pas forcément simple à comprendre) qui permet également à la machine de gagner : celle-là **nous ne l'étudierons PAS**.

Travail demandé

Le point de départ du travail est une version récursive de base (appelée *Grundy2RecBrute.java*) qui contient une méthode fondamentale dans un jeu « joueur contre machine avec IA » et qui se nomme : *boolean jouerGagnant (ArrayList<Integer> jeu)*.

Etant donné l'état du jeu passé en paramètre à la méthode (type *ArrayList*), cette méthode renvoie un booléen qui est à vrai si le coup suivant (i.e. la décomposition en tas d'allumettes suivante) est gagnant pour la machine (et dans ce cas le coup gagnant est joué par la machine). Si ce booléen est à faux, la machine jouera au hasard (et dans ce cas à vous d'écrire le code pour avoir un jeu fonctionnel).

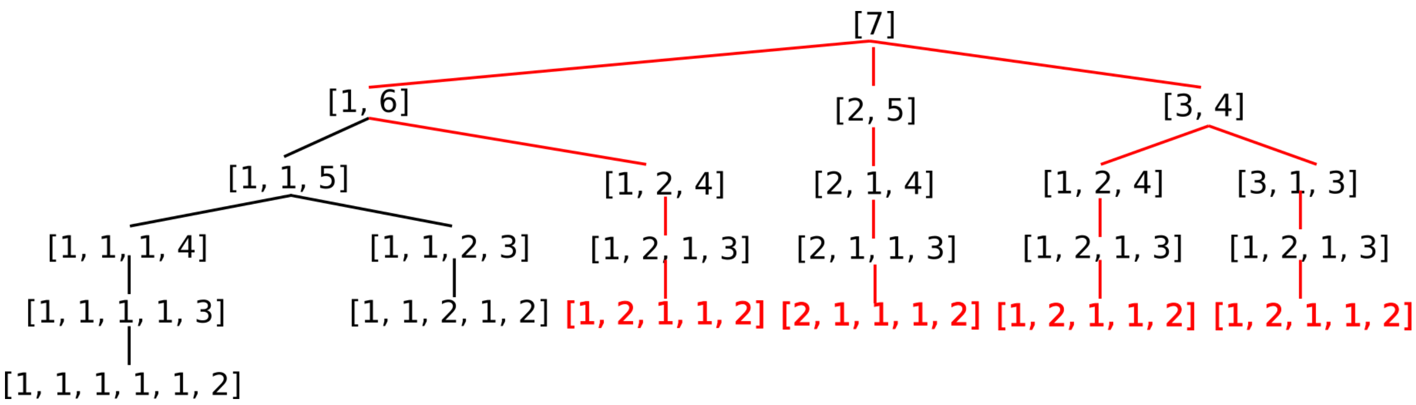
Cette méthode (*jouerGagnant*) se base sur 2 règles fondamentales qui proviennent de ce document (http://mathenjeans.free.fr/amej/edition/9903grun/grundy2.html) et qui sont :

1. **Une situation (ou position) est dite perdante** pour la machine (ou le joueur, peu importe) si et seulement si TOUTES ses décompositions possibles (c-à-d TOUTES les actions qui consistent à décomposer un tas en 2 tas inégaux) sont TOUTES gagnantes pour l'adversaire.
2. **Une situation (ou position) est dite gagnante** pour la machine (ou le joueur, peu importe), s'il existe AU MOINS UNE décomposition (c-à-d UNE action qui consiste à décomposer un tas en 2 tas inégaux) perdante pour l'adversaire.

La méthode *jouerGagnant* appelle la méthode *estPerdante* sur toutes les décompositions possibles. Dès qu'une décomposition est perdante (pour l'adversaire), elle est jouée (par la machine) et la méthode renvoie vrai. Sinon la méthode renvoie faux (aucune décomposition n'est perdante pour l'adversaire) et la machine n'effectue aucune décomposition (c'est donc à vous dans ce cas de faire une décomposition au hasard pour la machine).

Seule la méthode *estPerdante* est **récursive**.

Voici un exemple de toutes les décompositions possibles à partir d'un tas de 7 allumettes.



Les chemins en rouge indiquent que le tas de 7 allumettes est nécessairement perdant pour le joueur (joueur 1 ici dans l'exemple) :

- Si le joueur 1 joue [1, 6], le joueur 2 (qui jouera intelligemment) divise le tas de 6 en [2, 4] pour que le joueur 1 perde à tous les coups. En effet, le joueur 1 ne peut que diviser le tas de 4 (allumettes). La position devient alors [2, 1, 3]. Le joueur 2 divise le tas de 3 et bloque nécessairement le joueur 1 qui a perdu.
- Si le joueur 1 joue [2, 5], le joueur 2 ne peut que diviser le tas de 5 en [1, 4]. Le joueur 1 est alors obligé ensuite de décomposer [4] en [1, 3] ce qui l'amène à nécessairement perdre (attention, dans le schéma ci-dessus, la décomposition [2, 2, 3] à partir de [2, 5] a été oubliée, c'est une erreur mais ça ne change rien au fait que [7] est bien perdant).
- Si le joueur 1 joue [3, 4] :
  - soit le joueur 2 divise le tas de 3. La configuration devient [1, 2, 4]. Le joueur 1 ne peut que diviser le tas de 4, [1, 2, 1, 3]. Le joueur 2 divise le tas de 3. Le joueur 1 a nécessairement perdu.
  - soit le joueur 2 divise le tas de 4. La configuration devient [3, 1, 3]. Le joueur 1 ne peut que diviser un des tas de 3. Le joueur 2 divise l'autre tas de 3. Le joueur 1 a nécessairement perdu.

On notera donc que [1] et [2] sont des situations nécessairement perdantes puisque indivisibles en tas inégaux.

Pour l'évaluation de l'efficacité, on ne vous demandera jamais de calculer f(n) exacte et d'arriver à une expression de Θ. L'expression de f(n) est trop complexe à obtenir (dans le cadre de cette récursivité).

Pour chacun des travaux ci-dessous, vous devez impérativement commenter vos résultats : des résultats sans commentaires valables seront considérés comme inexistants (et cela justifiera donc une évaluation très faible voire nulle).

Pour chaque version développée, vous devez impérativement vérifier que l'IA donne chaque fois (quand elle le peut) une solution gagnante pour la machine. Toute méthode ajoutée doit être nécessairement testée.

Grundy2 version0

Après avoir bien compris le fonctionnement de toutes les méthodes de la classe *Grundy2RecBrute.java* (qui vous est fournie) et en particulier des méthodes *jouerGagnant* et *estPerdante*, vous devez écrire dans une nouvelle classe *Grundy2RecBruteEff* :

- La boucle de jeu « joueur contre machine » en utilisant l'IA *jouerGagnant* pour la machine et constater que la machine joue intelligemment.
- Une étude de l'efficacité de la méthode *estGagnante* de la version0 (brute) en plaçant un compteur (*long cpt* déclaré en variable globale) dans la boucle la + imbriquée (donc dans la méthode récursive). Vous ferez également une mesure du temps d'exécution de la méthode en fonction de *n*, *n* étant le nombre d'allumettes du tas de départ. On commencera avec n = 3 et on incrémentera n de 1 allumette (à un certain moment avec la version brute, le temps de calcul devient excessif et vous arrêtez l'expérience). Ces mesures seront consignées dans un tableau.

Vous devez en plus montrer dans un (ou +sieurs) graphiques, l'évolution de *cpt* en fonction de *n*, de même que le temps d'exécution en fonction de *n*.

<u>Explication de la méthode « suivant »</u>

La méthode *int suivant (ArrayList<Integer> jeu, ArrayList<Integer> jeuEssai, int ligne)* mérite des explications. Cette méthode donne une décomposition possible du *jeu*, sachant que la dernière décomposition est mémorisée dans *jeuEssai* et que le tas qui a été décomposé se trouve à l'indice « ligne ». La méthode réalise la décomposition suivante et renvoie l'indice « ligne » correspondant au tas décomposé. Elle renvoie -1 lorsqu'il n'y a plus aucune décomposition possible.

Exemples :

- A partir du *jeu [1, 4, 5, 2]*, du *jeuEssai [1, 3, 5, 2, 1]* et de la ligne 1 (position du tas à décomposer), la méthode réalise la décomposition suivante *[1, 4, 4, 2, 1]* et renvoie la valeur 2 (numéro du tas décomposé).
- A partir du *jeu [1, 4, 5, 2]*, du *jeuEssai [1, 4, 4, 2, 1]* et de la ligne 2 (position du tas à décomposer), la méthode réalise la décomposition suivante *[1, 4, 3, 2, 2]* et renvoie la valeur 2 (numéro du tas décomposé).
- A partir du *jeu [1, 4, 5, 2]*, du *jeuEssai [1, 4, 3, 2, 2]* et de la ligne 2 (position du tas à décomposer), la méthode renvoie la valeur -1 car il n'y a plus de décomposition possible.

Grundy2 version1 : conserver les positions perdantes

Pour cette version1, vous devez écrire une nouvelle classe *Grundy2RecPerdantes.java*.

Cette version1, plus efficace que la version0, repose sur une constatation assez évidente : il ne sert à rien de recalculer les décompositions d'un tas que l'on sait (car déjà évalué) de toute façon perdant. Ces tas (situations) perdants sont stockés dans un tableau (*ArrayList*) qu'il faudra simplement consulter pour chaque tas avant même d'entamer une décomposition récursive (qui ne sert à rien sauf à perdre du temps).

Exemple : par décompositions successives on a trouvé que [4] est une situation perdante (car ne peut se décomposer qu'en [1, 3] et [3] est nécessairement gagnant). La situation (tas) [4] est ajoutée dans le tableau des tas perdants. Ultérieurement, si dans le jeu on tombe sur le tas [5], une décomposition possible est [1, 4] : il est inutile d'examiner les décompositions de [4], puisque l'on sait qu'elle est de toute façon perdante. Dès lors, on gagne du temps et le tableau des situations perdantes se construit au fur et à mesure que le jeu se déroule.

Autres simplifications à apporter au tableau des situations perdantes : il ne conservera que des tas d'allumettes > 2 (car [1] et [2] ne peuvent pas être séparés), une situation perdante n'apparaîtra qu'en un seul exemplaire dans le tableau et elles seront rangées par ordre croissant des valeurs (pour permettre une recherche efficace).

Pour finir, l'ordre des tas n'a pas d'importance : [7, 10, 4] est une position perdante comme [4, 7, 10]. Donc seule la position [7, 10, 4] est conservée (et pas la 2ème).

Travail demandé :

Comme pour la version 0, mener une étude de l'efficacité de la méthode *estGagnante* de cette version1 en plaçant un compteur (*long cpt* déclaré en variable globale) dans la boucle la + imbriquée (donc dans la méthode récursive). Vous ferez également une mesure du temps d'exécution de la méthode en fonction de *n*, *n* étant le nombre d'allumettes du tas de départ. On commencera avec n = 3 et on incrémentera n de 1 allumette (à un certain moment, le temps de calcul devient excessif et vous arrêtez l'expérience). Ces mesures seront consignées dans un tableau.

Attention : pour chaque nouvelle expérience (i.e. pour chaque nouveau n) votre tableau (*ArrayList*) des solutions perdantes doit être vidé (sinon l'expérience est faussée !).

Vous devez en plus montrer dans un (ou +sieurs) graphiques l'évolution de *cpt* en fonction de *n*, de même que le temps d'exécution en fonction de *n*.

Vous devez comparer vos résultats (obtenus avec cette version1) par rapport à ceux obtenus avec la version0.

Grundy2 version2 : conserver toutes les positions perdantes et gagnantes

Pour cette version2, vous devez écrire une nouvelle classe *Grundy2RecPerdEtGagn.java*.

Cette version2, plus efficace que la version1, exploitera un tableau des positions perdantes (comme la version1) **mais aussi un tableau des positions gagnantes**. Ces tas (situations) perdants et gagnants sont stockés dans 2 tableaux distincts (un perdant, un gagnant) qu'il faudra simplement consulter pour chaque tas avant même d'entamer une décomposition récursive (d'où le gain de temps).

Exemple : par décomposition successives, on a trouvé que les tas (situations) [4], [5] et [6] étaient tous gagnants. On les ajoute alors dans le tableau des gagnants. Ultérieurement, si dans le jeu on tombe sur le tas [7], qui se décompose en [1, 6], [2, 5] et [3, 4] (voir exemple page 2), la réponse est immédiate pour la situation [7] car [4], [5] et [6] sont tous les trois dans le tableau des gagnants. Donc [7] est nécessairement perdant (voir la règle pour une situation perdante) : la réponse est immédiate.

Travail demandé :

Comme pour les versions précédentes, mener une étude de l'efficacité de la méthode *estGagnante* de cette version2 en plaçant un compteur (*long cpt* déclaré en variable globale) dans la boucle la + imbriquée (donc dans la méthode récursive). Vous ferez également une mesure du temps d'exécution de la méthode en fonction de *n*, *n* étant le nombre d'allumettes du tas de départ. On commencera avec n = 3 et on incrémentera n de 1 allumette (à un certain moment, le temps de calcul devient excessif et vous arrêtez l'expérience). Ces mesures seront consignées dans un tableau.

Attention : pour chaque nouvelle expérience (i.e. pour chaque nouveau *n*) vos 2 tableaux des solutions perdantes et gagnantes doivent être vidé (sinon l'expérience est faussée !).

Vous devez en plus montrer dans un (ou +sieurs) graphiques l'évolution de *cpt* en fonction de *n*, de même que le temps d'exécution en fonction de *n*.

Vous devez comparer vos résultats (obtenus avec cette version2) par rapport à ceux obtenus avec la version1.

Grundy2 version3 : conserver les positions et supprimer les tas perdants

Pour cette version3, vous devez écrire une nouvelle classe *Grundy2RecPerdantNeutre.java*.

Cette version3 se base sur le théorème 3.4 (http://mathenjeans.free.fr/amej/edition/9903grun/grundy2.html) qui est le suivant : la nature d'une situation ne change pas si on lui ajoute ou si on lui enlève une situation (tas) perdante. En d'autres termes :

- Perdant (P) + Perdant (P) = Perdant (P)
- Gagnant (G) + Perdant (P) = Gagnant (G)

Exemple : la situation [3, 4, 20] est équivalente à [3] car : [4] est perdant donc [3] (G) + [4] (P) = [3] (G) et comme [20] est perdant (car supposé déjà évalué et mémorisé comme perdant dans le tableau des perdants) [3] (G) + [20] (P) = [3] (G).

Cette théorie permet de ne pas recalculer des positions déjà connues. Par exemple si [3] est connu comme une position gagnante, quand le programme génère la situation [3, 4, 20], cette situation sera immédiatement connue comme gagnante et on supprimera [4] et [20] (car tous les 2 perdants).

Cette version3 conserve les tableaux perdants et gagnants de la version2 ET met en en plus en œuvre le théorème 3.4. Elle doit donc être + efficace que la version2.

Travail demandé :

Comme pour les versions précédentes, mener une étude de l'efficacité de la méthode *estGagnante* de cette version3 en plaçant un compteur (*long cpt* déclaré en variable globale) dans la boucle la + imbriquée (donc dans la méthode récursive). Vous ferez également une mesure du temps d'exécution de la méthode en fonction de *n*, *n* étant le nombre d'allumettes du tas de départ. On commencera avec n = 3 et on incrémentera n de 1 allumette (à un certain moment, le temps de calcul devient excessif et vous arrêtez l'expérience). Ces mesures seront consignées dans un tableau.

Attention : pour chaque nouvelle expérience (i.e. pour chaque nouveau *n*) vos 2 tableaux des solutions perdantes et gagnantes doivent être vidé (sinon l'expérience est faussée !).

Vous devez en plus montrer dans un (ou +sieurs) graphiques l'évolution de *cpt* en fonction de *n*, de même que le temps d'exécution en fonction de *n*.

Vous devez comparer vos résultats (obtenus avec cette version3) par rapport à ceux obtenus avec la version2.

Grundy2 version4 : conserver les positions, supprimer les tas perdants et simplifier les couples gagnants

Pour cette version4, vous devez écrire une nouvelle classe *Grundy2RecGplusGequalsP.java*.

Cette version4 se base sur les constatations supplémentaires suivantes :

- Gagnant1 (G) + Gagnant2 (G) = Gagnant (G) si et seulement si Gagnant1 et Gagnant2 sont **de type différents**.
- Gagnant1 (G) + Gagnant2 (G) = Perdant (P) si et seulement si Gagnant1 et Gagnant2 sont **de même type**.

Pour savoir si deux positions (tas) sont de même type, on se base sur le tableau ci-dessous :

T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
0	3	5	13	18	41
1	6	8	16	21	44
2	9	11	19	24	47
4	12	14	22	27	
7	15	17	25	33	
10	28	29	30	36	
20	31	32		39	
23	34	35		42	
26	37	38		45	
50	40			48	
	43				
	46				
	49				

Chaque colonne T0, T1, T2, T3, T4, T5 contient l’ensemble des positions (tas) de même type.

Exemples :

- [2] et [4] sont de même type T0. Mais attention, ils sont en plus tous les 2 perdants !
- [9] et [15] sont de même type T1. Et ils sont en plus tous les 2 gagnants. Donc la situation [9, 15] est perdante (voir la règle ci-dessus). La situation [11, 9, 15] est donc simplifiable en [11].
- Le même principe s’applique pour [27] et [39] : [27, 39] est perdant car [27] et [39] sont de même type T4 et tous les deux gagnants.
- Par contre, [3, 5, 13] n'est pas du tout simplifiable car les trois tas ne sont pas de même type ([3] est T1, [5] est T2 et [13] est T3).

L’idée est donc de supprimer les couples de positions gagnantes qui ensemble sont perdantes : par exemple X + 9 + 15 = X.

Le tableau précédent va être stocké de la manière suivante :

```
int[] type = {0, 0, 0, 1, 0, 2, 1, 0, 2, 1, 0, 2, …}
```

Ce qui signifie :

- `type[0]` contient le type du tas de 0 allumette (qui est le type 0)
- `type[1]` contient le type du tas de 1 allumette (qui est aussi le type 0)
- …
- `type[5]` contient le type du tas de 5 allumettes (qui est le type 2)
- …
- `type[48]` contient le type du tas de 48 allumettes (qui est le type 4)

De cette manière, il va être facile de savoir si deux positions (tas) sont perdantes : soit un tas de « i » allumettes et un tas de « j » allumettes, si `type[i] == type[j]` alors cela signifie que les tas « i » et « j » sont de même type et donc ils sont forcément perdants ensemble (car P + P = P et G + G de même type = P).

Cette version4 conserve les tableaux (*ArrayList*) perdants et gagnants de la version2, tient compte du théorème 3.4 de la version3 et met en œuvre la théorie sur les types expliquée ci-dessus.

Travail demandé :

Comme pour les versions précédentes, mener une étude de l'efficacité de la méthode *estGagnante* de cette version4 en plaçant un compteur (*long cpt* déclaré en variable globale) dans la boucle la + imbriquée (donc dans la méthode récursive). Vous ferez également une mesure du temps d'exécution de la méthode en fonction de *n*, *n* étant le nombre d'allumettes du tas de départ. On commencera avec n = 3 et on incrémentera n de 1 allumette (à un certain moment, le temps de calcul devient excessif et vous arrêtez l'expérience). Ces mesures seront consignées dans un tableau.

Attention : pour chaque nouvelle expérience (i.e. pour chaque nouveau *n*) vos 2 tableaux des solutions perdantes et gagnantes doivent être vidé (sinon l'expérience est faussée !).

Vous devez en plus montrer dans un (ou +sieurs) graphiques l'évolution de *cpt* en fonction de *n*, de même que le temps d'exécution en fonction de *n*.

Vous devez comparer vos résultats (obtenus avec cette version4) par rapport à ceux obtenus avec la version3.

Rendu de votre travail

Votre travail sera rendu sur Moodle sous forme d'une archive *nomBinôme1_nomBinôme2.zip* (pas de *.rar* !) qui contiendra plusieurs fichiers :

- Tous vos sources java correspondant aux versions 0 à 4. Ces sources java, doivent être soigné, documenté (*javaDoc*). Ils doivent non seulement contenir le code correspondant à la bonne version mais ces sources doivent également contenir les tests d'efficacité de la méthode *estGagnante*. **La javaDoc doit être écrite en anglais**.

- Un document (maximum 15 pages) au format PDF, qui contient :
  - les objectifs du travail en introduction,
  - l'ensemble des courbes obtenues + les tableaux qui reprennent pour chaque *n* la valeur du compteur *cpt* et le temps d'exécution et ceci pour chaque version,
  - un commentaire sur chacune des courbes et chacun des tableaux pour chaque version,
  - une conclusion finale sur l'efficacité de chacun des algorithmes (version 0 à 4).