

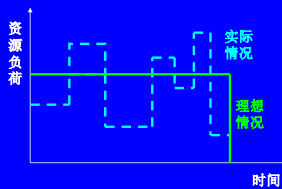
工期受限-资源均衡优化

2.7.2.1

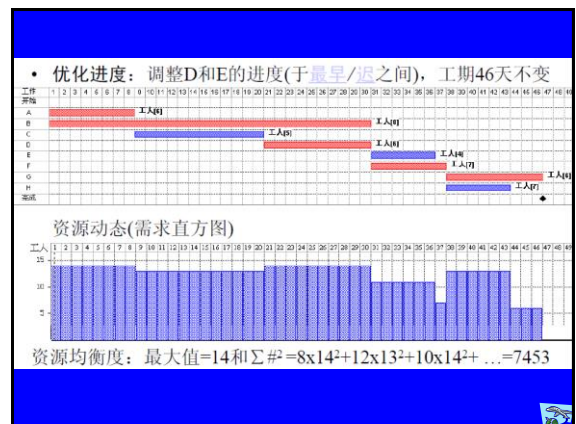
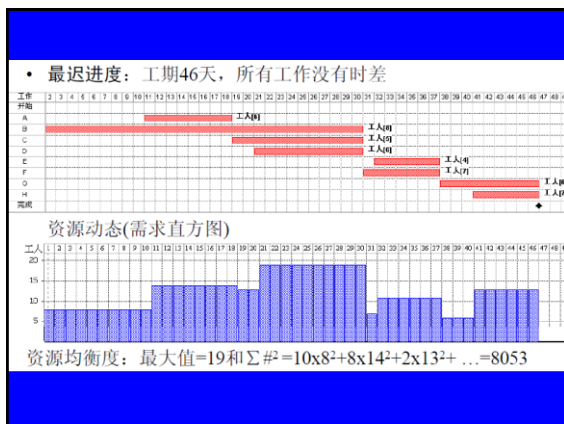
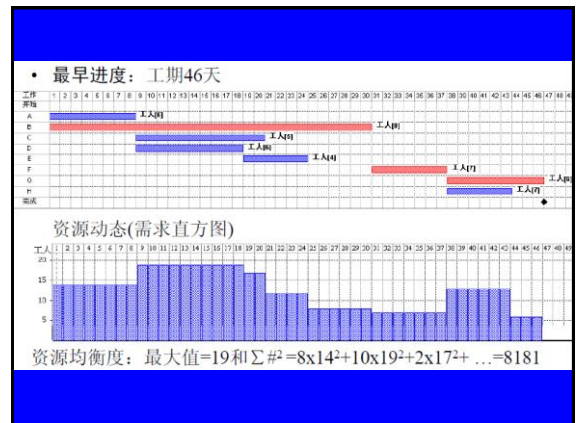
目录

- (一) 工期受限资源均衡问题的提出
- (二) 资源均衡性的衡量指标
- (三) 资源均衡性是否改善的判断公式
- (四) 工期受限资源均衡的优化步骤
- (五) 工期受限资源均衡示例

(一) 工期受限资源均衡问题的提出



- 工期受限资源均衡的方法：削峰填谷法
 - 利用一些活动所具有的时差，将其作业时间予以调整，使每天的资源需用量发生变化，从而达到资源均衡的目的。

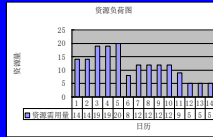


(二) 资源均衡性的衡量指标

● 指标一：不均衡系数 K

$$K = \frac{Q_{\max}}{Q_m}$$

- Q_{\max} 表示最高峰日期的资源需用量
- T 为工期
- Q_i 是第 i 天的资源需用量
- Q_m 表示平均每天资源需用量， $Q_m = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T Q_i$

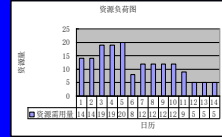


● 指标二：极差值 ΔQ

$$\Delta Q = \max |Q_i - Q_m|$$

● 指标三：方差 σ^2

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (Q_i - Q_m)^2 = \left(\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T Q_i^2 \right) - Q_m^2$$

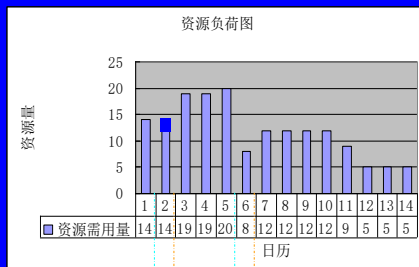


(三) 资源均衡性是否改善的判断公式

- 活动 $k-l$ 右移一天（开始时间推后一天），能使资源均衡性得到改善的判断公式：

$$Q_i > Q_{j+1} + r_{k-l}$$

- Q_i 表示调整前第 i 天的资源需用量， i 为调整前活动 $k-l$ 的开始时间
- Q_{j+1} 表示调整前第 $j+1$ 天的资源需用量， j 为调整前活动 $k-l$ 的完成时间
- r_{k-l} 表示待调整活动 $k-l$ 的资源强度



■ 考虑该活动资源强度为2、6、8的情况

● 公式推导

- 由方差公式 $\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (Q_i - Q_m)^2 = \left(\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T Q_i^2 \right) - Q_m^2$ 可知，资源每天平均需用量与工期 T 皆为常数，当 $\sum_{i=1}^T Q_i^2$ 变小时，方差也会变小，即资源均衡性得到改善。
- 若将活动 $k-l$ 的开始时间调后一天，即从第 i 天开始调为第 $i+1$ 天开始，其完成时间由第 j 天变为第 $j+1$ 天。此时，调整后与调整前的 $\sum_{i=1}^T Q_i^2$ 的差值记为 Δ ，经计算化简后得： $\Delta = 2r_{k-l}(Q_{j+1} - Q_i + r_{k-l})$
- 当 Δ 为负值时，其对应的方差会变小，资源均衡性将得到改善。所以只需判断 Δ 值的正负，即可知资源均衡性是否会得到改善。要使 Δ 值为负，根据上述公式，则应有： $Q_i > Q_{j+1} + r_{k-l}$

(四) 工期受限资源均衡的优化步骤

● 确定调整的活动

- 为保证进度计划的工期不变，只有具有总时差的活动才能考虑后移。
- 选定调整活动应从网络计划的终点节点开始，按活动完成节点的编号值，依从大到小的顺序逐个选定，同一完成节点有多个可调整活动时，开始时间较迟的活动先进行调整。

● 判断调整效果

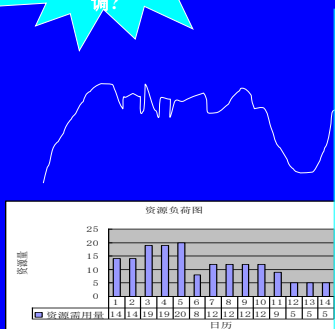
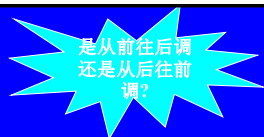
- 利用判断公式：判断所选定活动后移一天后，对资源均衡性的影响，如能改善，则后移一天，并判断再后移一天的影响，如此重复，直至不能后移或活动时差已用完为止。

● 选定新的调整活动并进行调整

- 按以上两个步骤再选定新的可调整活动并进行调整，直到所有可调整活动都调整完毕。

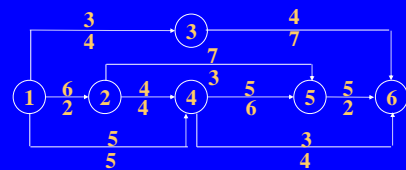
● 再次调整

- 为使资源均衡性最优，在对所有可调整活动调整完成后，要从终点节点开始，从右至左再进行调整，如此反复，直到所有活动的位置都不能再移动为止。

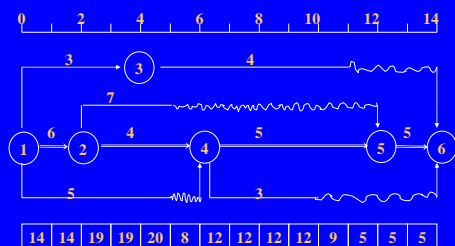


(五) 工期受限资源均衡示例

- 已知网络计划如下图所示。图中箭线上方为资源强度，箭线下方为持续时间，试对其进行“工期受限—资源均衡”的优化。



- 按最早时间绘出时标网络计划，算出资源需用量，注于网络计划的下方，如下图所示。



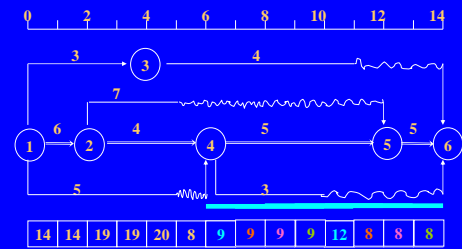
● 第一次调整

- 对以节点6为完成节点的活动进行调整
 - 以节点6为完成节点的活动有3→6、5→6、4→6。5→6为关键活动，由于工期固定，不能调整，只能调整3→6、4→6。
 - 4→6的开始时间较3→6迟，故先调整4→6，再调整3→6。
- 在以上调整基础上，对以节点5为完成节点的活动进行调整
 - 以节点5为完成节点的活动有2→5、4→5，4→5为关键活动，不能调整，只能调整2→5。
- 在以上调整基础上，分别对以节点4、3、2为完成节点的活动进行考虑，只有1→3还可以调整。

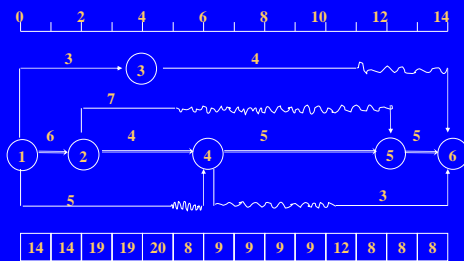
● 根据判断公式对4→6进行调整

- 由于 $Q_7=12$ ，等于 $Q_{11}+r_{4,6}=9+3=12$ ，故可右移一天，4→6改为第8天开始；
- 又因 $Q_8=12$ ，大于 $Q_{12}+r_{4,6}=5+3=8$ ，故可再右移一天，4→6改为第9天开始；
- 又因 $Q_9=12$ ，大于 $Q_{13}+r_{4,6}=5+3=8$ ，故可再右移一天，4→6改为第10天开始；
- 又因 $Q_{10}=12$ ，大于 $Q_{14}+r_{4,6}=5+3=8$ ，故可再右移一天，4→6改为第10天开始。
- 至此，4→6的总时差已用完，不能再往右移。
- 4→6调整后的网络计划如下图所示。

对4→6进行调整的过程



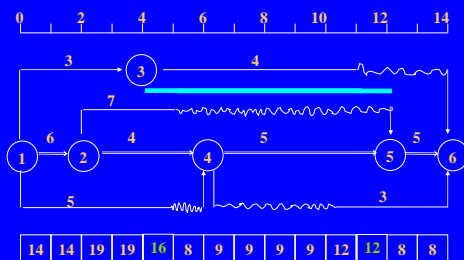
4→6调整后的网络计划



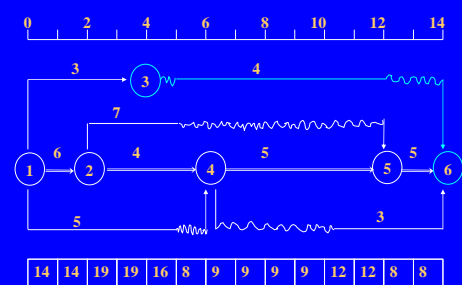
● 根据判断公式对3→6进行调整

- 由于 $Q_5=20$ ，大于 $Q_{12}+r_{3,6}=8+4=12$ ，故可右移一天
- 由于 $Q_6=8$ ，小于 $Q_{13}+r_{3,6}=8+4=12$ ，故不能右移
- 3→6调整后的网络计划如下图所示。

对3→6进行调整的过程



3→6调整后的网络计划

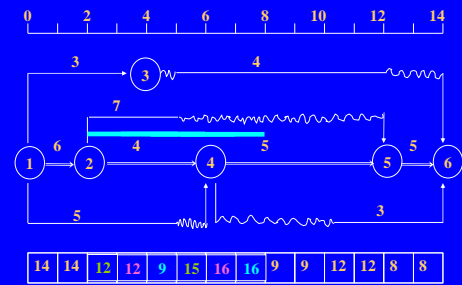


● 根据判断公式对2→5进行调整

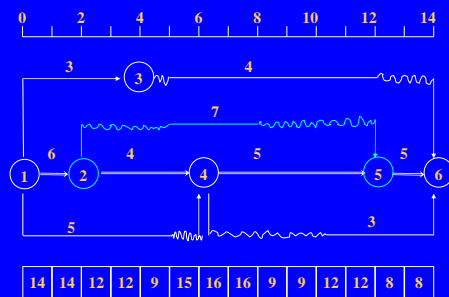
- 由于 $Q_3=19$ ，大于 $Q_6+r_{2,5}=8+7=15$ ，故可右移一天，2→5改为第4天开始；
- 又因 $Q_4=19$ ，大于 $Q_7+r_{2,5}=9+7=16$ ，故可再右移一天，2→5改为第5天开始；
- 又因 $Q_5=16$ ，等于 $Q_8+r_{2,5}=9+7=16$ ，故可再右移一天，2→5改为第5天开始；
- 由于 $Q_6=15$ ，小于 $Q_9+r_{2,5}=9+7=16$ ，故不能右移。

2→5调整后的网络计划如下图所示。

对2→5进行调整的过程



2→5调整后的网络计划

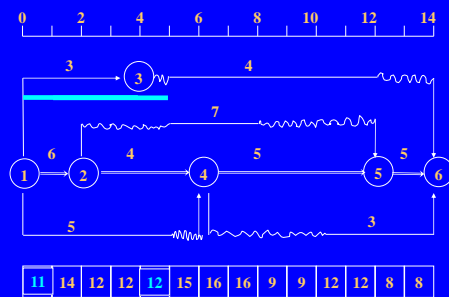


● 根据判断公式对1→3进行调整

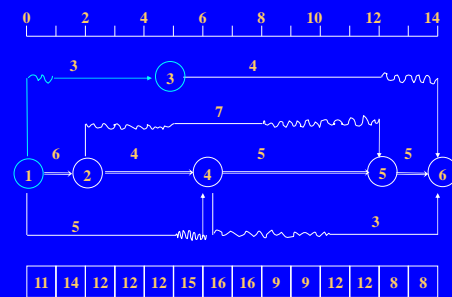
- 由于 $Q_1=14$ ，大于 $Q_5+r_{1,3}=9+3=12$ ，故可右移一天，1→3改为第2天开始；
- 1→3不再有时差可用，不能再右移

1→3调整后的网络计划如下图所示。

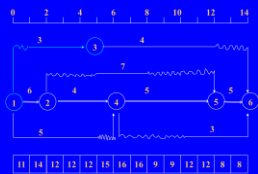
对1→3进行调整的过程



1→3调整后的网络计划



● 第二次调整

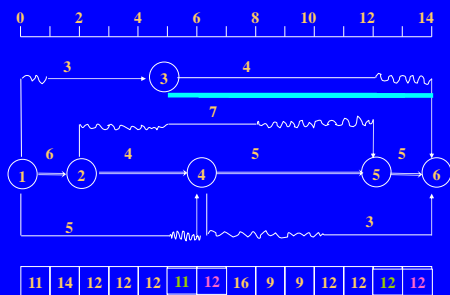


- 对以节点6为完成节点的活动进行考虑，只有3→6可以进行调整。
- 在以上调整的基础上，分别对以节点5、4、3、2为完成节点的活动进行考虑，都不能调整。
- 优化结束

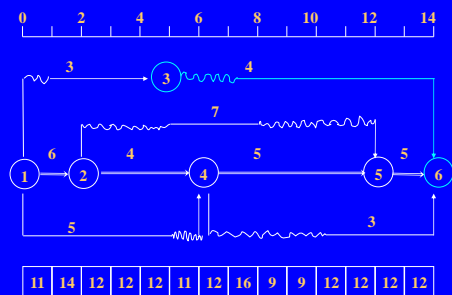
● 根据判断公式对3→6进行调整

- 由于 $Q_6=19$ ，大于 $Q_{13}+r_{3,6}=8+4=12$ ，故可右移一天，3→6改为第7天开始；
- 又因 $Q_7=16$ ，大于 $Q_{14}+r_{3,6}=8+4=12$ ，故可再右移一天，3→6改为第8天开始。
- 至此，3→6的总时差已用完，不能再往右移。3→6调整后的网络计划如下图所示。

对3→6进行调整的过程



3→6调整后的网络计划



● 优化评价

- 初始网络计划的方差为

$$\sigma_0^2 = \left(\frac{1}{14} \sum_{t=1}^{14} Q_t^2 \right) - Q_m^2 = \dots = 24.41$$

- 优化网络计划的方差为

$$\sigma^2 = 2.84$$

$$\sigma^2 < \sigma_0^2$$

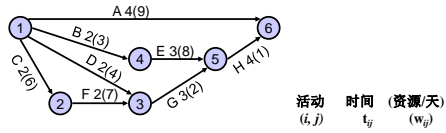
例. 工期受限，资源均衡优化。

活动参数表

活动名	编号	时间(天)	资源强度	紧前活动
A	1, 6	4	9	—
B	1, 4	2	3	—
C	1, 2	2	6	—
D	1, 3	2	4	—
E	4, 5	3	8	B
F	2, 3	2	7	C
G	3, 5	3	2	D, F
H	5, 6	4	1	G, E

例. 工期受限, 资源均衡优化。

网络图:



要求: 工期11天不变, 资源尽可能均衡的方案。
方法: 利用非关键活动的时差后移调整。

