

Exame Final Nacional de Matemática A

Prova 635 | Época Especial | Ensino Secundário | 2019

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Caderno 2

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

6 Páginas

Caderno 2: 75 minutos. Tolerância: 15 minutos.

Não é permitido o uso de calculadora.

9.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 9.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.^º, 11.^º e 12.^º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 9.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, implementado em 2015-2016 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

P2001/2002

9.1. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a reta r , definida por $1 - x = y \wedge z = 3$

Qual das equações seguintes define um plano perpendicular à reta r ?

- (A) $x + y = 5$ (B) $x - y = 5$
(C) $x + y + 3z = 5$ (D) $x - y + 3z = 5$

PMC2015

9.2. Considere, num referencial o.n. xOy , a elipse que passa nos pontos de coordenadas $(2, 0)$ e $(0, -1)$ e que é simétrica em relação aos eixos coordenados.

Qual é a distância focal desta elipse?

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{6}$

10. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $z = \frac{5 + (1+i)^4}{2 + 2i^{15}} - \frac{i}{2}$

Determine o menor número natural n para o qual z^n é um número real negativo.

11. Sejam f e g duas funções de domínio \mathbb{R}

Sabe-se que $f(x) = 2x + 1$ e que $(f \circ g)(x) = 7$, para todo o valor real de x

Qual das seguintes expressões define a função g ?

- (A) -3 (B) 3 (C) $x - 3$ (D) $x + 3$

12.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 12.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.^º, 11.^º e 12.^º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 12.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, implementado em 2015-2016 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

P2001/2002

12.1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos equiprováveis e independentes.

Sabe-se que $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{8}{9}$

Qual é o valor de $P(A)$?

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{2}{3}$

PMC2015

12.2. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \ln x$

Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = \left(\frac{n+2}{n} \right)^{\frac{n}{4}}$

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

(A) 4

(B) 2

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{4}$

13. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$g(x) = \begin{cases} x \ln(1-x) & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1-3x}{1-e^{-x}} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

13.1. Qual é o declive da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa -1 ?

(A) $0,5 + \ln 2$ (B) $-0,5 + \ln 2$

(C) $0,5 - \ln 2$ (D) $-0,5 - \ln 2$

13.2. O gráfico da função g tem uma assíntota oblíqua, quando $x \rightarrow +\infty$

Determine a equação reduzida dessa assíntota.

14. Considere a função f , definida em $]0, \pi[$ por $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$

14.1. Determine $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\pi - x)}{x}$

14.2. Estude a função f quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos relativos.

15. A Figura 3 é uma fotografia da torre da Igreja de São Pedro, situada em Zurique, na Suíça. Nessa torre, encontra-se um dos maiores relógios da Europa.



Figura 3

Na Figura 4, está representado um esquema desse relógio. No esquema, o segmento de reta $[EF]$ representa o ponteiro das horas.

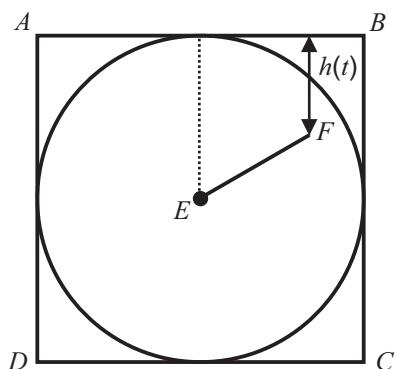


Figura 4

Relativamente à Figura 4, sabe-se ainda que:

- o círculo de centro E está inscrito no quadrado $[ABCD]$
- $\overline{EF} = 3,5\text{ m}$ e $\overline{AB} = 9\text{ m}$

Seja h a função que dá a distância, em metros, da extremidade do ponteiro das horas à reta AB , t horas após as zero horas.

Determine, em função de t , uma expressão analítica da função h

FIM

COTAÇÕES (Caderno 2)

| Item | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|------|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|------------|
| Cotação (em pontos) | | | | | | | | | | | |
| 9.1. | 9.2. | 10. | 11. | 12.1. | 12.2. | 13.1. | 13.2. | 14.1. | 14.2. | 15. | |
| 8 | | 13 | 8 | | 8 | 8 | 14 | 13 | 13 | 10 | 95 |
| TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2) | | | | | | | | | | | 200 |