

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO 2011

– 1.ª FASE –

DISCIPLINA: MATEMÁTICA A _ PROVA 635

Grupo II

Item 1.1

Situação 1:

O examinando efectua a divisão inteira de $z^3 - z^2 + 16z - 16$ por $z - z_1$ e obtém $z^2 - 16$. Resolve a equação $z^2 - 16 = 0$ e escreve 4 e -4 na forma trigonométrica.

Classificação proposta:

4 + 0 + 3 (CG12) + 2 + 2

Situação 2:

O examinando efectua a divisão inteira de $z^3 - z^2 + 16z - 16$ por $z - z_1$ e obtém $z = 4i$ ou $z = -4i$, sem resolver a equação $z^2 + 16 = 0$. Escreve $4i$ e $-4i$ na forma trigonométrica.

Classificação proposta:

4 + 1 + 0 (CG6) + 0 + 0

Item 1.2.

Situação 1:

O examinando escreve z_2 na forma trigonométrica, indica um argumento de $z_2 \times z_3$, escreve $\arg(z_2 \times z_3) = \frac{5\pi}{4}$ e conclui que $n = 30$

Classificação proposta:

2 + 4 + 4 + 0 + 2

Situação 2:

O examinando escreve z_2 na forma trigonométrica, indica um argumento de $z_2 \times z_3$, escreve $\frac{\pi}{2} + \frac{n\pi}{40} = \frac{5\pi}{4}$, dá alguns valores a n e conclui que $n = 30$

Classificação proposta:

2 + 4 + 4 + 0 + 2

Situação 3:

O examinando escreve z_2 na forma trigonométrica, indica um argumento de $z_2 \times z_3$, obtém $\arg(z_2 \times z_3) = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ e a partir daí resolve correctamente.

Classificação proposta:

2 + 4 + 0 + 3 + 2

Situação 4:

O examinando escreve $z_2 \times z_3$ na forma algébrica, obtém $\text{sen}\left(-\frac{n\pi}{40}\right) = \cos\left(\frac{n\pi}{40}\right)$, resolve correctamente, concluindo que $n = 30$

Classificação proposta:

2 + 4 + 2 (Nota 1) + 3 + 2

Item 2.1.

Situação 1:

O examinando refere o modelo binomial e responde correctamente.

Classificação proposta:

10 pontos

Situação 2:

O examinando apresenta o resultado em % com arredondamento às centésimas. Por exemplo, 25,08 %.

Classificação proposta:

10 pontos

Item 2.2.

Situação 1:

O examinando escreve $P(B) = 0,05 \times 0,30 + 0,08 \times 0,70 = 0,071$

Classificação proposta:

15 pontos

Situação 2:

O examinando escreve:

$$30 - 100$$

$$x - 5$$

$$x = 1,5$$

$$70 - 100$$

$$x - 8$$

$$x = 5,6$$

$$1,5 + 5,6 = 7,1 \text{ logo } P(B) = 0,071$$

Classificação proposta:

15 pontos

Situação 3:

O examinando considera $N = 1000$

Classificação proposta:

0 pontos

Item 3.

Situação 1:

O examinando aplica correctamente os três pontos e refere que a condição $P(A \cup B) \leq 1$ é universal ou argumenta que $P(A \cup B) \leq 1$ usando a axiomática das probabilidades.

Classificação proposta:

15 pontos

Situação 2:

O examinando inclui os pontos seguintes:

$$\cdot P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\cdot P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

$$\cdot P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

Refere que $(A \cap \bar{B}) \subseteq \bar{B}$ e conclui o pretendido.

Classificação proposta:

15 pontos

Situação 3:

O examinando inclui os pontos considerados, recorre ao diagrama de Venn, apresenta todas as situações, e conclui o pretendido.

Classificação proposta:

15 pontos

Item 4.

Situação 1:

O examinando determina correctamente T' , estuda o sinal de T' recorrendo a um quadro, determina correctamente os zeros, analiticamente ou com calculadora, e apresenta o valor de t na forma pedida.

Classificação proposta:

15 pontos

Situação 2:

O examinando determina correctamente T' , determina os zeros de T' , calcula $T(0)$, $T(40/3)$ e $T(20)$, e indica o valor de t na forma pedida.

Classificação proposta:

6 + 3 (CG11) + 2

Situação 3:

O examinando determina correctamente T' , estuda o sinal de T' recorrendo a um quadro, não indicando o valor de $T(0)$ e/ou de $T(20)$, e apresenta o valor de t na forma pedida.

Classificação proposta:

15 pontos

Item 5.1.

Situação 1:

O examinando escreve apenas $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ OU apenas $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ OU apenas $y = 0$

Classificação proposta:

0 pontos

Situação 2:

O examinando calcula $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e apenas um deles está correcto. Escreve uma equação da assíntota horizontal e apenas identifica o declive da recta tangente do gráfico de f no ponto de abscissa e com $f'(e)$.

Classificação proposta:

2 + 1 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0

Situação 3:

O examinando calcula $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ou $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, escreve uma equação da assíntota horizontal e identifica o declive da recta tangente do gráfico de f no ponto de abscissa e com $f'(e)$. Determina f' em $]1, +\infty[$ e indica valores aproximados para $f'(e)$ e para $f(e)$, escreve uma equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa e , determina a abscissa do ponto de intersecção da assíntota do gráfico de f com a recta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa e , e indica as coordenadas do ponto P .

Classificação proposta:

(2 + 1 + 2 + 7 + 1 + 1 + 1 (CG12) + 2 + 1) -1 (CG14)

Situação 4:

O examinando calcula $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ou $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, escreve uma equação da assíntota horizontal e identifica o declive da recta tangente do gráfico de f no ponto de abscissa e com $f'(e)$. Determina f' em $] -\infty, 1[$ e indica valores aproximados para $f'(e)$ e para $f(e)$, escreve uma equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa e , determina a abscissa do ponto de intersecção da assíntota do gráfico de f com a recta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa e , e indica as coordenadas do ponto P .

Classificação proposta:

2 + 1 + 2 + 3 (CG12) + 0 + 0 + 0 + 0 + 0

Item 5.2.

Situação 1:

O examinando reproduz correctamente a representação gráfica de f e a curva $y = x^3$, e determina as coordenadas dos pontos cujas ordenadas são o cubo das abcissas na forma pedida.

Classificação proposta:

15 pontos (CG8)

Situação 2:

O examinando escreve apenas $y = x^3$ OU apenas $y = x^2$, por exemplo.

Classificação proposta:

0 pontos

Situação 3:

O examinando equaciona o problema, escrevendo $f(x) = \sqrt[3]{x}$, reproduz correctamente a representação gráfica de f e a representação gráfica de $y = \sqrt[3]{x}$ e determina as coordenadas dos pontos na forma pedida.

Classificação proposta:

2 (CG11) + 6 + 4

Situação 4:

O examinando equaciona o problema, escrevendo $f(x) = 3x$ OU $f(x) = x^2$, reproduz correctamente a representação gráfica de f e a representação gráfica de $y = 3x$, OU de $y = x^2$, e determina as coordenadas do ponto na forma pedida.

Classificação proposta:

2 (CG11) + 6 + 2 (1 + 0 + 1) OU 2 (CG11) + 6 + 2 (0 + 1 + 1)

Situação 5:

O examinando equaciona o problema, e obtém $f(x) - x^3 = 0$. Apresenta uma representação gráfica correcta de $y = f(x) - x^3$, determina graficamente os zeros dessa função, calcula as suas imagens por meio de f e apresenta as coordenadas dos pontos na forma pedida.

Classificação proposta:

15 pontos

Situação 6:

O examinando equaciona o problema e apresenta dois referenciais: um referencial com os gráficos das curvas $y = \frac{2 + \ln x}{x}$ se $x \geq 1$ e $y = x^3$; um referencial com os gráficos das curvas $y = \frac{3}{x-1}$ se $x \neq 1$ e $y = x^3$.
Determina as coordenadas dos pontos na forma pedida.

Classificação proposta:

5 + 5 (Nota 2) + 4

Situação 7:

O examinando equaciona o problema, apresenta um referencial, com o gráfico de $y = \frac{3}{x-1}$ se $x \neq 1$, o gráfico de $y = \frac{2 + \ln x}{x}$ se $x > 0$ e o gráfico da curva $y = x^3$, e determina as coordenadas dos pontos na forma pedida.

Classificação proposta:

5 + 2 (0 + 0 + 2) + 4

Item 6.1.

Situação 1:

O examinando apresenta a expressão da área do trapézio, $\frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \times \overline{CD}$, indica o valor de \overline{CD} , indica o valor de \overline{BC} , determina \overline{OA} indicando apenas $x = \frac{\pi}{4}$, e calcula o valor exacto da área pedida.

Classificação proposta:

1 + 2 + 2 + 0 (CG6) + 0

Situação 2:

O examinando apresenta a expressão da área do trapézio, $\frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \times \overline{CD}$, indica o valor de \overline{CD} , indica o valor de \overline{BC} , determina \overline{OA} escrevendo $4\cos(2x) = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}$, e calcula o valor exacto da área pedida.

Classificação proposta:

1 + 2 + 2 + 5 (1 + 1 (CG11) + 2 + 1) + 3

Item 6.2.

Situação 1:

O examinando determina f' , com erro, determina f'' , obtém uma igualdade, mas não conclui o pretendido.

Classificação proposta:

1 (CG11) + 3 + 1 + 0

Situação 2:

O examinando determina f' , com erro, determina f'' , com erro, obtém uma igualdade, mas não conclui o pretendido.

Classificação proposta:

1 (CG11) + 1 (CG11) + 1 + 0

Situação 3:

O examinando determina f' , determina f'' , obtém uma igualdade, e conclui, de imediato, o pretendido.

Classificação proposta:

10 pontos

Item 7

Situação 1:

O examinando apresenta correctamente o ponto A se o referir explicitamente ou se apresentar correctamente os pontos B, C e D.

O examinando apresenta correctamente o ponto B se referir que, por exemplo, $f''(x) < 0$ para $x \in]1, 4[$;

O examinando apresenta correctamente o ponto C se referir que, por exemplo, $f(1)$ e $f(4)$ têm o mesmo sinal;

O examinando apresenta correctamente o ponto D se referir que, por exemplo, f'' tem domínio \mathbb{R} .

Classificação proposta:

A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas (CG3)

Observações:

1. Se o examinando apresenta, para rejeitar a mesma opção, uma razão correcta e outra(s) incorrecta(s), considera-se que não apresenta correctamente esse ponto;
2. Se o examinando referir que rejeita a opção IV porque a função representada é descontínua, considera-se que apresenta correctamente o ponto D;
3. Se o examinando referir que $f''(x) < 0$ para $x \in]1, 4[$, sem recorrer a um quadro, considera-se que apresenta correctamente o ponto B.